

## PORÓWNANIE WYBRANYCH MODELI DELAMINACJI W KOMPOZYTACH WARSTWOWYCH

ŁUKASZ DOLIŃSKI

*Katedra Wysokich Napięć i Aparatów Elektrycznych, Politechnika Gdańska*

Streszczenie. Głównym celem artykułu było zaprezentowanie oraz porównanie metod modelowania delaminacji w materiałach kompozytowych. Dokonano porównania trzech modeli: modelu izotropowego opartego na kryterium uszkodzenia Hashina, modelu wynikającego z analizy wzrostu szczeliny powstającej pomiędzy warstwami laminatu oraz modelu kinematycznym, w którym uszkodzenie zamodelowano kilkoma elementami skończonymi. W artykule poruszono również problem modelowania delaminacji w elementach, w których nastąpiło rozwarstwienie się więcej niż jednej warstwy na tym samym obszarze laminatu.

### 1. WSTĘP

Dynamiczny rozwój współczesnej techniki wymusza poszukiwanie nowych materiałów konstrukcyjnych, które swoimi własnościami znacznie przewyższałyby te tradycyjnie stosowane. Do nowych materiałów zaliczyć możemy kompozyty, w których dzięki połączeniu dwóch lub więcej komponentów uzyskuje się produkt o określonych, z góry założonych własnościach mechanicznych. Dlatego też materiały kompozytowe są coraz szerzej używane w praktyce i stopniowo zastępują takie materiały jak stal i jej stopy. Konieczne stało się więc stworzenie analitycznych modeli kompozytów, które byłyby użyteczne w procesie projektowania konstrukcji. W artykule przedstawiono ogólne zasady modelowania kompozytów warstwowych przy wykorzystaniu metody elementów skończonych.

Niestety, podobnie jak w przypadku każdego innego materiału konstrukcyjnego, również w kompozytach pojawia się problem powstawania uszkodzeń. W artykule szczególną uwagę poświęcono modelowaniu jednego z najczęściej występujących rodzajów uszkodzeń kompozytów warstwowych, czyli delaminacji. W artykule posłużono się istniejącymi rozwiązaniami opierając się na dostępnej literaturze.

### 2. KOMPOZYTY WARSTWOWE

#### 2.1. Budowa i modelowanie kompozytów

Głównymi składnikami materiałów kompozytowych są: osnowa (pełniąca funkcje wypełnienia) oraz zbrojenie, którego zadaniem jest przenoszenie obciążeń i zapewnienie

odpowiedniej sztywności konstrukcji. Wzmocnienie wykonuje się najczęściej w postaci bardzo sztywnych i wytrzymałych włókien. Kompozyty charakteryzują się niewielką wagą oraz wysokimi własnościami mechanicznymi i wytrzymałościowymi. Dzięki tym cechom możliwe jest znaczne obniżenie masy konstrukcji, zachowując lub nawet podwyższając jej dopuszczalne obciążenia.

Najczęściej spotykaną formą kompozytów są tzw. laminaty, które składają się z kilku lub kilkunastu warstw kompozytowych. Poszczególne warstwy mogą posiadać takie same lub różne własności mechaniczne. Zmieniając konfigurację ułożenia włókien wzmacniających, materiały poszczególnych komponentów lub ich objętościowy udział, można uzyskać laminat o cechach optymalnych dla danego zadania. Własności laminatów sprawiają, że należy je traktować jako materiały anizotropowe lub w szczególnym przypadku jako ortotropowe, a więc ich własności w kierunku głównych osi materiałowych nie są jednakowe [7], [8]. Dlatego też równanie konstytutywne kompozytów będzie znacznie różniło się w porównaniu z równaniem dla materiałów izotropowych. W równaniu konstytutywnym (1) tensor naprężeń  $[\sigma]$  wyrażono poprzez tensor odkształceń  $[\epsilon]$  oraz tensor sztywności materiału  $[C]$ . Dla laminatów należy wyznaczyć macierz sztywności tarczowej  $A$ , macierz sztywności sprzężeń  $B$  oraz macierz sztywności zginania  $D$ , będące składowymi macierzy tensora  $[C]$  zgodnie ze wzorem (2). Macierze te uwzględniają wszystkie cechy charakterystyczne laminatów (liczbę warstw, kierunek ułożenia włókien itd.). W szczególnym przypadku laminatów symetrycznych macierz  $B$  jest zerowa. Dokładny opis sposobu wyznaczania tych macierzy można znaleźć np. w [7].

$$[s] = [C] \cdot [e] \quad (1)$$

$$[C] = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \quad (2)$$

Zazwyczaj grubość laminatów w porównaniu do innych wymiarów jest dużo mniejsza, dlatego, stosując metodę elementów skończonych w modelowaniu kompozytów warstwowych, należy wykorzystywać elementy powłokowe. W niniejszym artykule wykorzystano ośmiowęzłowe elementy izoparametryczne o 5 stopniach swobody w każdym węźle.

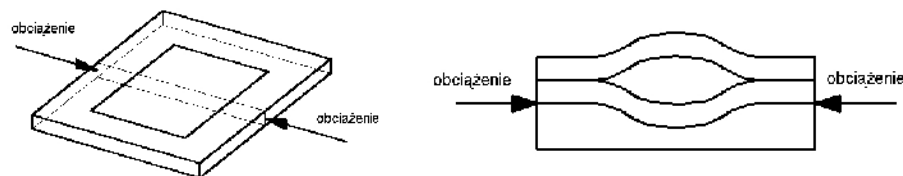
## 2.2. Uszkodzenia laminatów

Pomimo wielu zalet specyficzna budowa kompozytów sprawia, że oprócz typowych uszkodzeń (np. pęknięć) pojawiają się również inne, charakterystyczne jedynie dla kompozytów. Dotyczą one przede wszystkim degradacji wewnętrznej struktury materiału, co przejawia się utratą spójności pomiędzy poszczególnymi włóknami (tzw. debonding) lub pomiędzy całymi warstwami laminatu (delaminacja). Mogą one powstawać w wyniku działania obciążenia o charakterze udarowym (np. kolizja łopaty wirnika elektrowni wiatrowej z ptakiem) lub obciążeń zmęczeniowych. Uszkodzenia tego typu należą do najbardziej niebezpiecznych, będąc przy tym niezwykle trudnymi do wykrycia (zwłaszcza metodami nieniszczącymi), ponieważ na powierzchni materiału nie pojawiają się żadne zewnętrzne oznaki, które sygnalizowałyby powstanie uszkodzenia.

Najczęściej spotykanym rodzajem uszkodzeń laminatów jest delaminacja. Jej konsekwencją jest znaczne obniżenie własności materiału, takich jak sztywność i wytrzymałość. Jednocześnie w wyniku działania obciążeń na uszkodzony element rozmiary defektu mogą ulec



powiększeniu, co może w efekcie doprowadzić do jego całkowitego zniszczenia. Schemat powstawania delaminacji przedstawiono na rys. 1.



Rys.1. Schemat rozwarstwiania się laminatu (delaminacja)

### 3. MODELOWANIE DELAMINACJI

Ze względu na rosnącą popularność laminatów, w literaturze pojawiło się wiele rozwiązań dotyczących modelowania uszkodzeń typu delaminacja. W najbardziej ogólnym przypadku można rozróżnić dwie grupy modeli. Pierwsza z nich to metody oparte na kryteriach uszkodzenia. Modele te umożliwiają określenie gdzie i kiedy powstanie uszkodzenie w wyniku działających obciążeń, a także sposób propagacji uszkodzenia [1], [2], [6], [9]. Druga grupa koncentruje się na wpływie istniejącego uszkodzenia na dynamikę elementu [3], [4], [5], [10].

#### 3.1. Model izotropowy

Modele, należące do pierwszej z wspomnianych powyżej grup, charakteryzują się wyznaczaniem na podstawie określonego kryterium parametrem uszkodzenia  $d$ , który jest podstawą do modyfikacji równania konstytutywnego uszkodzonego elementu. Cechą szczególną tych modeli jest to, iż parametr  $d$  można uzależnić od czasu, dzięki czemu możliwe jest modelowanie propagacji uszkodzenia. W modelu izotropowym parametr charakteryzujący uszkodzenie modyfikuje wszystkie elementy macierzy tensora sztywności zgodnie ze wzorem:

$$[s] = d \cdot [C] \cdot [e] \quad (3)$$

Parametr  $d$  wyznaczono korzystając z kryterium uszkodzenia Hashina [6] wyrażonego wzorem:

$$\frac{(\bar{S}_{33})^2}{Z_0^2} + \frac{(\bar{S}_{13})^2 + (\bar{S}_{23})^2}{R_0^2} \leq 1 \quad (4)$$

gdzie:  $S_{13}$ ,  $S_{23}$ ,  $S_{33}$  - naprężenia międzywarstwowe;  $Z_0$  - wytrzymałość na rozciąganie w kierunku grubości;  $R_0$  - wytrzymałości na ścinanie.

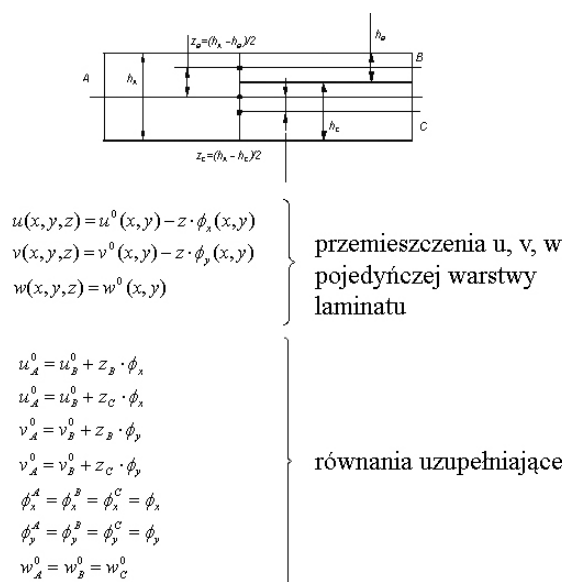
#### 3.2. Analiza wzrostu szczeliny

Podstawą do stworzenia tego modelu była analiza wzrostu szczeliny tworzącej się w trakcie rozwarstwiania się laminatu. Metoda ta bazuje na zasadach mechaniki pęknięcia, w której wyróżnia się trzy zasadnicze postacie pęknięć kruchych, powstających w zależności od kierunku działającego obciążenia. Kryterium powstawania uszkodzenia określają krytyczne wskaźniki wyzwalań energii dla poszczególnych postaci pęknięć ( $G_{IC}$ ,  $G_{IIC}$ ,  $G_{IIIC}$ ) [1]. Ze wskaźnikami wyzwalań energii bardzo ściśle powiązane są trzy parametry uszkodzenia ( $d_1$ ,  $d_2$ ,  $d_3$ ), które w przeciwieństwie do modelu izotropowego nie mają wpływu na wszystkie elementy macierzy konstytutywnej. W dalszej części artykułu model ten będzie określany skrótem *WWE* (wskaźniki wyzwalań energii).



### 3.3. Model kinematyczny

Model ten opiera się całkowicie na metodzie elementów skończonych. Płaszczyznę delaminacji zdefiniowano poprzez podział podstawowego elementu na kilka mniejszych. W konsekwencji należało wprowadzić uzupełniające równania, które uwzględniają przemieszczenia punktów charakteryzujących krawędzie uszkodzenia [10]. Schemat podziału elementu wraz z równaniami został przedstawiony na rysunku 2.

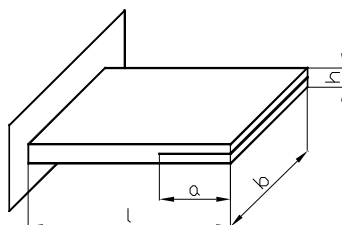


Rys.2. Podział elementu skończonego wraz z równaniami przemieszczeń węzłów

Model kinematyczny nie pozwala na modelowanie procesu powstawania i wzrostu uszkodzenia. Jednakże prostota modelowania uszkodzenia o określonych wymiarach, a także możliwość modelowania wielu uszkodzeń na tym samym obszarze laminatu sprawia, że jest to metoda idealna wszędzie tam, gdzie zachodzi potrzeba jedynie sprawdzenia wpływu istniejącego uszkodzenia.

## 4. WYNIKI OBLICZEŃ

W celu porównania przedstawionych powyżej metod stworzono model płyty laminatowej jednostronnie utwierdzonej o wymiarach  $250 \times 150 \times 8$  [mm] ( $l \times b \times h$ ), w której symulowano uszkodzenie od czoła płyty (rys.3).



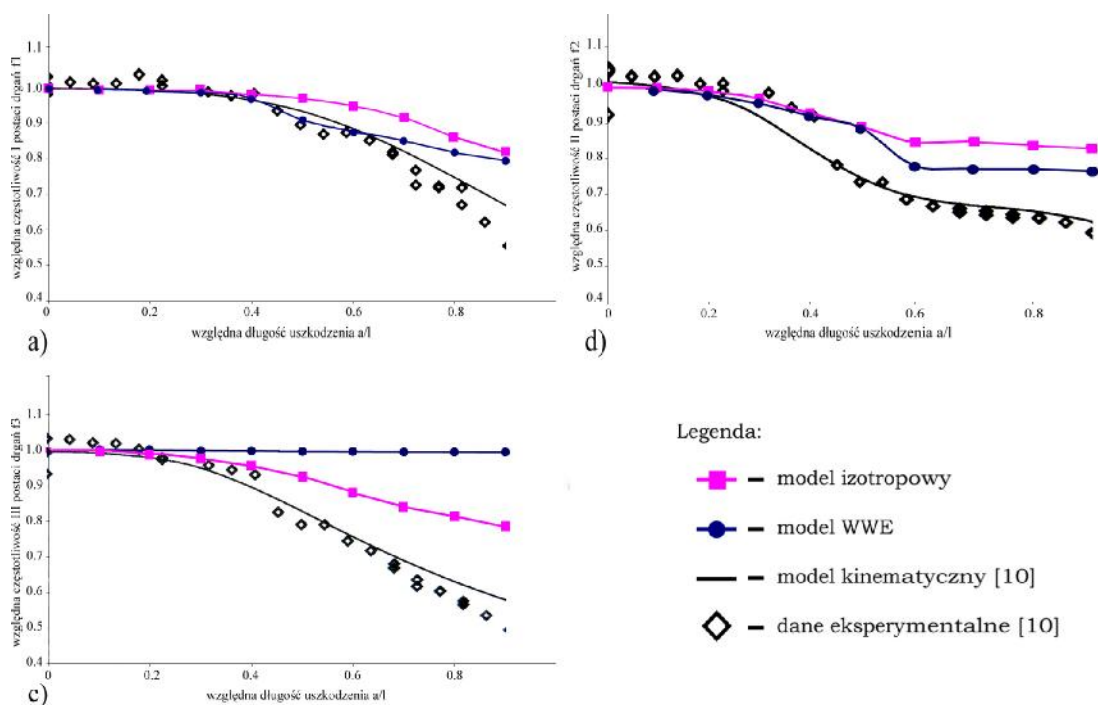
Rys.3. Model płyty kompozytowej z uszkodzeniem

Zastosowano osiem warstw kompozytu, składającego się z żywicy epoksydowej wzmocnionej symetrycznie ułożonym włóknem szklanym ( $+45^\circ/-45^\circ$ ). Właściwości poszczególnych składników podano w tabeli 1.

Tabela 1. Własności składników kompozytu [10]

	Żywica epoksydowa	Włókno szklane
moduł Younga, $E$	3.43 GPa	66.5 GPa
współczynnik Poissona, $\nu$	0.35	0.23
moduł Kirchoffa, $G$	1.27 GPa	27 GPa
gęstość, $\rho$	1250 kg/m <sup>3</sup>	2250 kg/m <sup>3</sup>

Do wyznaczenia częstości trzech pierwszych postaci drgań własnych wykorzystano oprogramowanie pakietu ANSYS. Analizę przeprowadzono dla płyty nieuszkodzonej oraz dla różnych długości delaminacji. Obliczenia wykonano dla modelu izotropowego oraz WWE. W ten sposób otrzymane dane porównano z wynikami badań eksperymentalnych oraz modelu kinematycznego zawartymi w [10]. Na rysunku 3 przedstawiono wykresy zmian częstości drgań własnych w funkcji długości uszkodzenia (wartości względne) dla poszczególnych postaci drgań.



Rys.4. Wykresy zmian częstości własnych w funkcji długości uszkodzenia: a) pierwsza postać drgań; b) druga postać drgań; c) trzecia postać drgań;

## 5. PODSUMOWANIE

W przypadku wszystkich rozpatrywanych modeli zauważono zmianę częstości drgań własnych, jednakże w przypadku modelu WWE wpływ uszkodzenia na częstotliwość trzeciej postaci drgań był nieznaczny. Najbardziej zbliżone wyniki do eksperymentalnych otrzymano z modelu kinematycznego. Warto zauważyć, że metody oparte na kryteriach uszkodzeń wymagają wstępnego obciążenia elementu w celu wyznaczenia naprężeń w obrębie uszkodzenia, co niewątpliwie komplikuje proces modelowania. Model kinematyczny umożliwia natomiast łatwe i precyzyjne ustalanie wymiarów, kształtu oraz liczby uszkodzeń na tym samym obszarze materiału, jednakże jest to model niezależny od czasu i niemożliwe jest



modelowanie propagacji uszkodzenia. Dlatego też w przypadku stanów ustalonych uzasadnione jest stosowanie modelu kinematycznego. Jeżeli zachodzi potrzeba analizy procesu powstawania i rozwoju uszkodzenia, należy zastosować model oparty na kryterium uszkodzenia.

## LITERATURA

1. Allix O., Ladeveze P.: Interlaminar interface modeling for the prediction of delamination. *Composite Structures*, 22, Elsevier 1992, s. 235-242.
2. Daudeville L., Allix O., Ladeveze P.: Delamination analysis by damage mechanics: some applications. *Composite Engineering*, 5, 1, Elsevier 1995, s. 17-24.
3. Ju F., Lee H. P., Lee K. H.: Finite Element analysis of free vibration of delaminated composite plates. *Composites Engineering*, 5, 2, Great Britain 1995, s. 195-209.
4. Krawczuk M., Ostachowicz W., Żak A.: Dynamics of cracked composite material structures. *Computational Mechanics*, 20, Springer-Verlag 1997, s. 79-83.
5. Shu D., Della C. N.: Vibrations of multiple delaminated beams. *Composite Structures*, 64, Elsevier 2004, s. 467-477.
6. Sprenger W., Gruttmann F., Wagner W.: Delamination growth analysis in laminated structures with continuum-based 3D-shell elements and a viscoplastic softening model. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* 185, Elsevier 2000, s. 123-139.
7. Vinson J. R., Sierakowski R.L.: *The Behavior of Structures Composed of Composite Materials*. Wyd. 3. Martinus-Nijhoff, Dordrecht 1989.
8. Wilczyński A. P.: *Polimerowe kompozyty włókniste*. Wyd.1, WNT, Warszawa 1996.
9. Wosu S. N., Hui D., Dutta P. K.: Dynamic mixed-mode I/II delamination fracture and energy release rate of unidirectional graphite/epoxy composites, *Engineering Fracture Mechanics*, 72, Elsevier 2005, s. 1531–1558.
10. Żak A., Krawczuk M., Ostachowicz W.: Numerical investigation of free vibration of multilayer delaminated composite beam and plates. *Computational Mechanics*, 26, Springer-Verlag 2000, s. 309-315.

## COMPARISON OF CHOSEN DELAMINATION MODELS IN MULTILAYERS COMPOSITES

Summary. The main aim of the article was presenting and comparing different methods of modelling of the delamination in composite elements. Comparison was performed on the basis of three models. The first model (the isotropic model) was based on the Hashin failure criterion. Analysis of a crack growth was the base for the creation of the next of the model presented. The kinematics model was last of considered models. The failure was modelled by several finite elements, applying additional boundary conditions. The problem of modelling of multiple delaminations was also considered in the article.