

Tomasz KICZKOWIAK¹, Szymon GRZYMEK²

¹ POLITECHNIKA KOSZALIŃSKA, INSTYTUT MECHATRONIKI, NANOTECHNOLOGII I TECHNIKI PRÓŻNIOWEJ

² POLITECHNIKA GDAŃSKA, KATEDRA PODSTAW KONSTRUKCJI I EKSPLOATACJI MASZYN

Program wspomagający wyznaczanie parametrów modeli procesu przepływu gazu

Dr hab. inż. Tomasz KICZKOWIAK

Jest kierownikiem Zakładu Napędów i Sterowań w Instytucie Mechatroniki, Nanotechnologii i Techniki Próżniowej Politechniki Koszalińskiej. Pełni również funkcję wicedyrektora Instytutu ds. rozwoju. W swoich pracach zajmuje się zagadnieniami modelowania, symulacji, optymalizacji i badaniami dynamiki napędów pneumatycznych oraz wykorzystaniem ANN w systemach CAD.



e-mail: tomasz.kiczkiowiak@tu.koszalin.pl

Dr inż. Szymon GRZYMEK

Jest adiunktem w Katedrze Konstrukcji i Eksploatacji Maszyn Politechniki Gdańskiej. W swoich pracach zajmuje się systemami CAD oraz wykorzystaniem sztucznych sieci neuronowych. W dziedzinie jego zainteresowań znajduje się również dynamika napędów pneumatycznych oraz inżynieria mechaniczno-medyczna.



e-mail: sgrymek@pg.gda.pl

Streszczenie

Jedną z wielkości decydujących o zgodności wyników symulacyjnych i eksperymentalnych napędu pneumatycznego jest masowe natężenie przepływu gazu. Do jego opisu wykorzystywane są różne modele matematyczne, o eksperymentalnie wyznaczanych współczynnikach. Identyfikacji współczynników w modelu dokonuje się najczęściej na podstawie przebiegu zmian ciśnienia w funkcji czasu. Autorzy opracowali program komputerowy wspomagający takie obliczenia, szczególnie obliczenia przebiegu zmian współczynnika przepływu w funkcji stosunku ciśnień dla modeli z jednym wyznaczanym eksperymentalnie parametrem. W programie zaimplementowano jedenaście modeli przepływu. Zwrócono uwagę na możliwość wyboru zakresu ciśnień, dla których obliczane są parametry modelu.

Słowa kluczowe: współczynnik natężenia przepływu gazu, napęd pneumatyczny, CAD.

Programme for calculation of models' parameters of air flow process

Abstract

In a case of computer simulation used for the verification of pneumatic system performance a set of differential equations is utilised as the model [1]. A mass flow rate is one of parameters which mainly decides about the conformity of simulations and experimental results. Various mathematical models are used for its description [5, 4, 3], all with experimentally determined coefficients. Commonly, the model coefficients are identified on a basis of the pressure course for a filled tank or an emptied one [2]. The authors deemed creation of application aiding the identification purposeful [6], especially a course of the air – flow coefficient μ as function of the pressures ratio Y (for models with one parameter). In the application (in the current version) eleven mathematical models of mass flow rate are implemented. For these models from one to four parameters can be determined. There is a possibility of selection of the pressures range for which the model parameters are identified. Additionally, a module for generation of pressure changes in the tank were created (a simulator of emptying and of filling of a tank).

Keywords: air – flow coefficient, pneumatic system, CAD.

1. Wprowadzenie

W symulacji napędu pneumatycznego wykorzystuje się modele różniczkowe [3]. Jedną z wielkości decydujących o zgodności wyników symulacyjnych i eksperymentalnych jest masowe natężenie przepływu gazu. Do jego opisu wykorzystywane są różne modele matematyczne [9, 8, 5], o eksperymentalnie wyznaczanych współczynnikach. Identyfikacji współczynników w modelu dokonuje się najczęściej na podstawie przebiegu zmian ciśnienia w funkcji czasu w napełnianym bądź opróżnianym zbiorniku [4]. Autorzy uznali za celowe [11] stworzenie programu komputerowego wspomagającego takie obliczenia, szczególnie obliczenia przebiegu

zmian współczynnika przepływu μ w funkcji stosunku ciśnień Y . W programie (w wersji aktualnej) zaimplementowano jedenaście modeli przepływu. W modelach tych identyfikowane jest od jednego do czterech parametrów [9] (patrz zależność (1) – współczynnik μ oraz Tab.1). Zwrócono uwagę na możliwość wyboru zakresu ciśnień, dla których identyfikowane są parametry modelu.

2. Modele matematyczne

2.1. Modele przepływu

Zależność na masowe natężenie przepływu zapisać można w postaci:

$$\dot{m} = \mu \cdot f \cdot p \cdot \sqrt{\frac{\kappa}{R \cdot T}} \cdot \sqrt{\left(\frac{2}{\kappa + 1}\right)^{\frac{\kappa + 1}{\kappa - 1}}} \cdot \varphi(Y) \quad (1)$$

gdzie:

- f – pole powierzchni przekroju przewodu,
- p – absolutne ciśnienie zasilania
- R – indywidualna stała gazowa,
- T – temperatura gazu zasilającego,
- κ – wykładnik adiabaty,
- Y – stosunek ciśnień,
- $\varphi(Y)$ – funkcja ekspansji.

Zależnie od przyjętego modelu przepływu funkcja ekspansji $\varphi(Y)$ przyjmuje różną postać (tabela 1).

2.2. Modele zmian ciśnienia

Wartości współczynników modelu przepływu wyznacza się w procesie napełniania lub opróżniania zbiornika gazem (tzw. metoda zbiornikowa), porównując, uzyskane z eksperymentu oraz z symulacji, przebiegi zmian ciśnienia w czasie. Poniżej przedstawiono wykorzystywane zależności.

W procesie napełniania komory o stałej objętości V , parametry zasilającego gazu (ciśnienie p_z i temperaturę T_z) można uważać za stałe. Przebieg zmian panującego w zbiorniku ciśnienia p w funkcji czasu t opisuje równanie:

$$\frac{dp}{dt} = \frac{R \cdot T_z \cdot \kappa \cdot \dot{m}_z}{V} \quad (2)$$

W procesie opróżniania komory o stałej objętości V , panują w niej zmienne ciśnienie p i temperatura T . Gaz wypływa z niej do atmosfery, gdzie panują stałe ciśnienie p_a . Do wyznaczenia współczynników w modelach przepływu wykorzystuje się:

- równanie zmian temperatury gazu:

$$\frac{dT}{dt} = \frac{\kappa - 1}{\kappa} \cdot \frac{T}{p} \cdot \frac{dp}{dt}, \quad (3)$$

- równanie zmian ciśnienia gazu:

$$\frac{dp}{dt} = - \frac{R \cdot T \cdot \kappa \cdot \dot{m}}{V}. \quad (4)$$

Tab. 1 Funkcja ekspansji $\varphi(Y)$
Tab. 1 Expansion function $\varphi(Y)$

	Model	Funkcja ekspansji	Parametry
1.	Saint Venanta - Wantzela	$\begin{cases} \sqrt{\frac{1}{\left(\frac{2}{\kappa+1}\right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa}}} \cdot \frac{2}{\kappa-1} \cdot \left(\frac{2}{Y\kappa - Y^{\frac{\kappa+1}{\kappa}}}\right)} & \text{dla } \left(\frac{2}{\kappa+1}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} < Y \leq 1 \\ 1 & \text{dla } 0 < Y \leq \left(\frac{2}{\kappa+1}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} \end{cases}$	
2.	Mietluk - Awtuszeko	$a \cdot \frac{1-Y}{a-Y}$	a
3.		$1,13 \cdot \frac{1-Y}{1,13-Y}$	
4.		$\sqrt{1 - Y \cdot \exp(-by^2)}$	a, b
5.	Woelke	$\begin{cases} \sqrt{\frac{1 - Y \cdot \exp(-by^2)}{1 - Y_L \cdot \exp(-by^2)}} & \text{dla } Y_L < Y \leq 1 \\ 1 & \text{dla } 0 < Y \leq Y_L \end{cases}$	a, b, Y_L
6.	ISO 8778	$\begin{cases} 2 \cdot \sqrt{Y} \cdot (1-Y) & \text{dla } 0,5 < Y \leq 1 \\ 1 & \text{dla } 0 < Y \leq 0,5 \end{cases}$	
7.	ISO 6358 - Sanville	$\begin{cases} \sqrt{1 - \left(\frac{Y - Y_L}{1 - Y_L}\right)^2} & \text{dla } Y_L < Y \leq 1 \\ 1 & \text{dla } 0 < Y \leq Y_L \end{cases}$	Y_L
8.	Prudnikov	$\sqrt{1 - Y^{\frac{\kappa+1}{\kappa}}}$	
9.	Barth - Ochęduszeko	$\sqrt{1 - Y^2}$	
10.	Kamiński	$\sqrt{1 - Y^a}$	a
11.		$(1 - Y^a)^b$	a, b

3. Program komputerowy

3.1. Opis programu

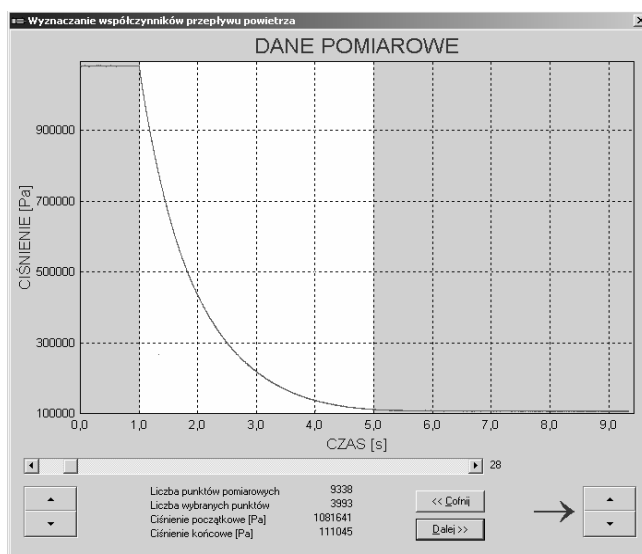
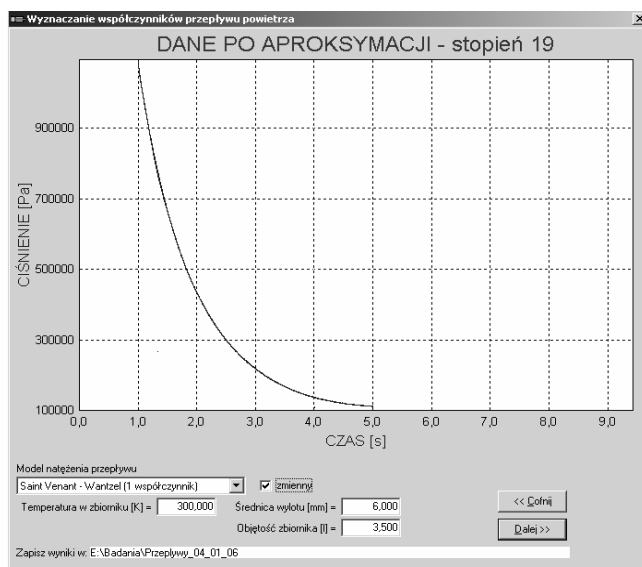
Danymi wejściowymi opracowanego programu nazwanego FCC jest przebieg ciśnienia w opróżnianym bądź napełnianym zbiorniku w funkcji czasu oraz parametry instalacji: średnica (obliczeniowa) przewodu d , ciśnienie zasilania p_z bądź atmosferyczne p_a , temperatura zasilania T_z bądź temperatura początkowa w zbiorniku $T(0)$, objętość zbiornika V i krok próbkowania karty pomiarowej.

Wprowadzony przebieg ciśnienia podlega obróbce, polegającej na usunięciu skrajnych punktów pomiarowych, dla których ciśnienie jest stałe lub jego zmiany są niewielkie. Realizując to użytkownik ma możliwość wskazania zakresu ciśnień, dla którego mają być wyznaczone współczynniki (rys. 1). Następnie przebieg ciśnienia jest aproksymowany, w celu jego wygładzenia (program kontroluje monotoniczność przebiegu ciśnienia uzyskanego z aproksymacji) i uproszczenia dalszych obliczeń. Jako funkcja aproksymująca jest zastosowany wielomian wysokiego stopnia, który dobierany jest automatycznie. Przy dużej liczbie danych pomiarowych nie wykazuje on negatywnych cech (fluktuacji) o których wspomina literatura [1, 2, 6]. Współczynniki wielomianu wyznaczone są metodą Grama [1]. Metoda ta wymaga równomiernego rozkładu punktów, co w tym przypadku zapewnia karta pomiarowa

(stały krok próbkowania). Metoda jest nieiteracyjna, a co za tym idzie – szybka.

Całkowanie numeryczne równań opisujących zmiany ciśnienia i temperatury wykonywane jest z wykorzystaniem metody Fehlberga czwartego rzędu [1, 6]. Symulowany przebieg ciśnienia dopasowywany jest do przebiegu rzeczywistego (przyciętego i aproksymowanego) z wykorzystaniem bezgradientowej metody optymalizacji Hooke – Jeevesa [1]. W procesie tym zmiennymi decyzyjnymi są poszukiwane współczynniki modelu, a minimalizowanym kryterium oceny jest średni błąd kwadratowy przebiegów ciśnień.

Dla jednoparametrowych modeli natężenia przepływu powietrza istnieje możliwość wyznaczenia przebiegu zmienności wartości współczynnika przepływu μ w funkcji stosunku ciśnień Y . Zakres wartości stosunku ciśnień zależy od zakresu przebiegu ciśnienia w zbiorniku. Jest to istotna nowość w stosunku do omawianych w literaturze rozwiązań [9] i uwzględniająca wyniki badań [5]. Pozwala to na uzyskanie większych zgodności wyników eksperymentalnych i symulacyjnych [13]. Procedura wyznaczania przebiegu może pracować w jednym z czterech trybów: dla pełnych bądź wybranych danych na drodze obliczeń algebraicznych albo całkowania.



Rys. 1. Przykład działania programu FCC – dane eksperymentalne i po aproksymacji

Fig. 1. Example of programme FCC application - experimental data and data after approximation

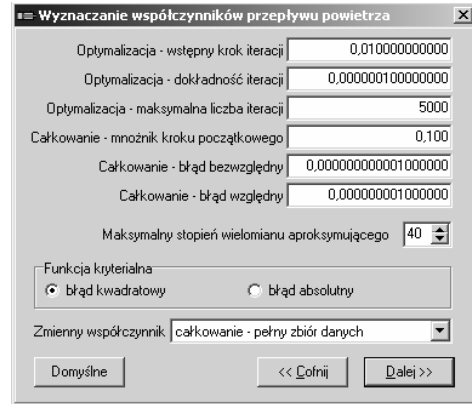
W trybie *pełnych danych* wszystkie wartości przyciętego przebiegu ciśnienia są brane pod uwagę. W trybie *wybranych danych* uwzględniane są punkty pomiarowe co określoną (definiowaną przez Użytkownika) zmianę wartości ciśnienia. Odpowiedni wybór danych (przykładowo z krokiem co 1 kPa) przyspiesza obliczenia praktycznie nie pogarszając jakości uzyskanych wyników (patrz tabela 3).

Podczas *obliczeń algebraicznych* model różniczkowy opisujący proces napełniania bądź opróżnianie zbiornika przekształcany jest w model różnicowy. Obliczenia prowadzone są dla kolejnych wartości ciśnienia ze zbioru danych. W przypadku *całkowania* kolejne wartości ciśnienia wykorzystywane są jako warunek początkowy.

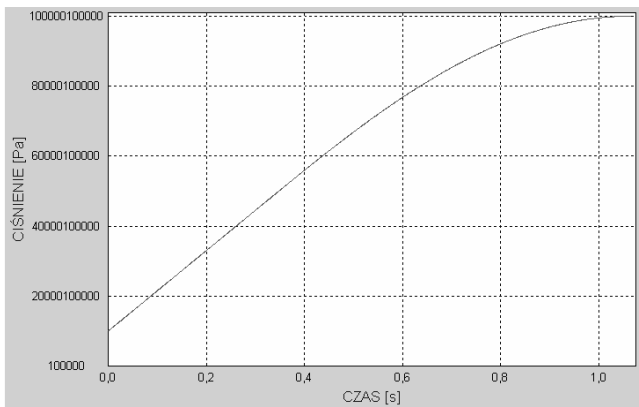
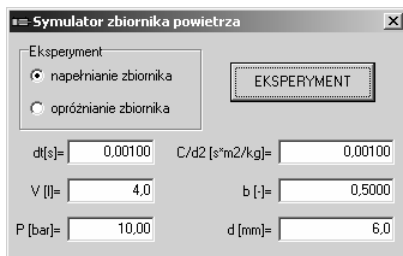
Wynikami działania programu są: wartości współczynników modelu przepływu, maksymalny błąd względny aproksymacji wielomianem oraz maksymalny względny błąd dopasowania przebiegów (rys. 2). Po zakończeniu obliczeń wszystkie wyniki oraz kopia wszystkich danych umieszczane są w katalogu dyskowym.

Program wyposażono dodatkowo w moduł nazwany Tank, umożliwiający na podstawie informacji o obiekcie (rys. 2) wygenerowanie przebiegu zmian ciśnienia dla wybranego modelu przepływu (obecnie modelu Saint Venanta – Wanzela). Na podstawie przewodności dźwiękowej C i krytycznego stosunku ciśnień b wyznaczany jest zmienny współczynnik przepływu [11].

Wyniki pomiaru zmian ciśnienia w komorze były aproksymowane wielomianem dziewiętnastego stopnia (rys. 1). Dopuszczalny błąd względny całkowania numerycznego wynosił 10^{-9} , a bezwzględny 10^{-12} . Kryterium zakończenia optymalizacji było uzyskanie zmian identyfikowanych współczynników poniżej 10^{-9} (rys. 3).



Rys. 3. Parametry FCC
Fig. 3. Parameters of FCC



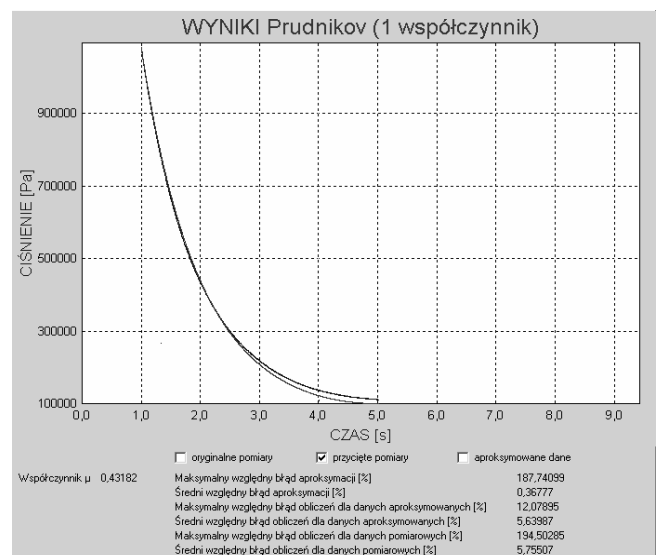
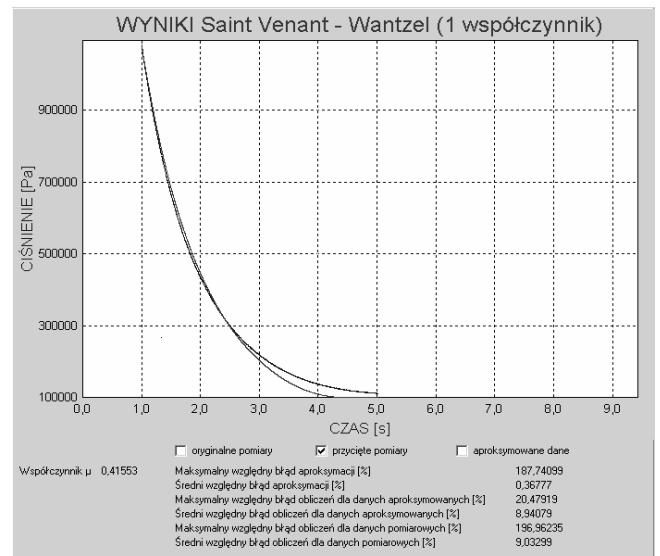
Rys. 2. Przykład działania programu Tank
Fig. 2. Example of programme Tank application

3.2. Przykładowe obliczenia

Poniżej przedstawiono przykładowe obliczenia dla procesu opróżniania komory. Obliczenia przeprowadzono dla parametrów podanych w tabeli 2, oraz danych z eksperymentów [12, 10].

Tab. 2. Przykładowe dane
Tab. 2. Exemplary data

V [m ³]	d [m]	P _a [MPa]	T [K]	Δt [s]
0.003	0.006	0.1	300	0.001



Rys. 4. Przykładowe wyniki obliczeń programu FCC
Fig. 4. Exemplary results of calculations from FCC

Uzyskane wartości błędów obliczeń wartości ciśnienia odniesione do aproksymowanych i do rzeczywistych wyników pomiarów zestawiono w tabeli 3. Znaczne błędy (6 – 9 %) dla metod z jednym zidentyfikowanym parametrem wynikają z tego, iż rozbieżności przebiegów ciśnień (rys. 4) występują dla zakończenia procesu gdzie mamy do czynienia z niskim ciśnieniem odniesienia (ciśnienie atmosferyczne – ok. 0.1 MPa). Podobny charakter rozbieżności uzyskiwano dla napełniania zbiornika lecz ciśnienie końca procesu (odniesienia) wynosiło około 1 MPa, dzięki czemu uzyskiwane błędy względne były wyraźnie mniejsze [10].

Zmiana wartości współczynnika przepływu μ w funkcji stosunku ciśnień Y ma dla wszystkich modeli podobny charakter (rys. 5). Całkowanie, jako metoda wyznaczenia przebiegu $\mu(Y)$ zmniejsza wahania współczynnika μ występujące w końcowej fazie przebiegu (rys. 6) co powoduje większe błędy w przebiegu ciśnień (tabela 3).

Tab. 3. Przykładowe wyniki

Tab. 3. Exemplary results

	Średni błąd względny* [%]		Czas obliczeń [s]
	aproksymacja	pomiary	
Saint Venant – Wanzel	8,92559	9,01924	4,19
Mietluk – Awtuszko (1)	7,19403	7,29956	3,44
Mietluk – Awtuszko (2)	1,10858	1,25827	48,64
Woelke (3)	0,92827	1,11828	277,59
Woelke (4)	0,92150	1,11149	482,54
ISO 8778	8,85791	8,94968	2,95
ISO 6358 – Sanville	6,29744	6,41268	9,38
Prudnikov	5,62097	5,73957	4,71
Barth – Ochęduszek	6,28649	6,40173	3,92
Kamiński (2)	0,92278	1,09201	26,87
Kamiński (3)	0,87661	1,04367	242,35

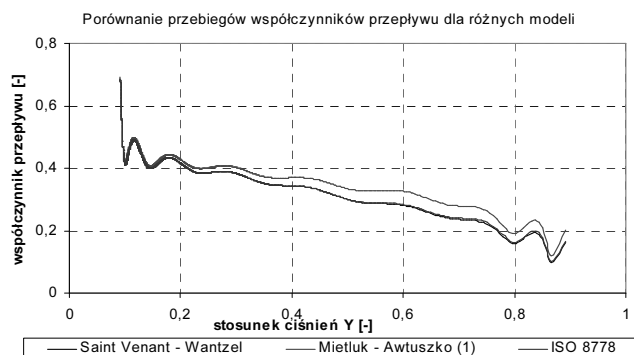
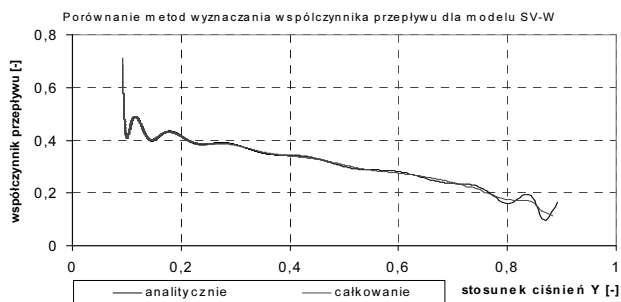
Dla zmiennego współczynnika przepływu $\mu(Y)$ – algebraicznie

Saint Venant – Wanzel	0,58320	0,81640	0,66
Mietluk – Awtuszko (1)	0,53991	0,77641	0,65
ISO 8778	0,57950	0,81307	0,63
Prudnikov	0,50483	0,74573	0,67
Barth – Ochęduszek	0,51786	0,75739	0,67

Dla zmiennego współczynnika przepływu $\mu(Y)$ – całkowanie

Saint Venant – Wanzel	0,68437	0,91360	40,06
Mietluk – Awtuszko (1)	0,63013	0,86068	39,03
ISO 8778	0,67945	0,90885	39,22
Prudnikov	0,58564	0,81826	42,08
Barth – Ochęduszek	0,60187	0,83378	39,01

* Średni błąd względny dla aproksymacji wyników pomiarowych wynosił 0,39127 %, a maksymalny 0,85552 %

Rys. 5. Zależność współczynnika przepływu μ od stosunku ciśnień Y dla wybranych modeliFig. 5. Dependence of air – flow coefficient μ on pressure ratio Y for the selected modelsRys. 6. Zależność współczynnika przepływu μ od stosunku ciśnień Y dla różnych metod obliczeńFig. 6. Dependence of air – flow coefficient μ on pressure ratio Y for the various calculations methods

4. Podsumowanie

Prezentowany w niniejszej pracy program FCC pozwala na wyznaczenie parametrów modeli masowego natężenia przepływu. Możliwość porównania wyników pozwala dobrać model przepływu dla badanego przypadku. Istotną nowością w stosunku do omawianych w literaturze rozwiązań [9] jest uwzględnienie wyników badań [5] i wyznaczenie dla modeli jednoparametrycznych zależności współczynnika przepływu μ od stosunku ciśnień Y . Pozwala to na uzyskanie większych zgodności wyników eksperymentalnych i symulacyjnych [13].

Oprogramowanie znajduje się w fazie testów. Przewiduje się zastosowanie innych metod optymalizacji do identyfikacji parametrów modeli. Powinno to wyraźnie skrócić czas obliczeń [12] dla modeli z wieloma zidentyfikowanymi parametrami.

Przewidujemy udostępnienie większej liczby modeli w module Tank (aktualnie dostępny jest tylko model Saint Venanta – Wanzela) oraz oprogramowanie modułu umożliwiającego aproksymację zmiennego współczynnika przepływu $\mu(Y)$ [13].

5. Literatura

- [1] Baron B.: Metody numeryczne w Turbo Pascalu. Helion, Gliwice 1995.
- [2] Fortuna Z., Macukow B., Wąsowski J.: Metody numeryczne. WNT, Warszawa 1982.
- [3] Gerc E.W.: Napędy pneumatyczne. Teoria i obliczanie. WNT, Warszawa 1973.
- [4] Iwaszko J.: Nowa metoda pomiaru współczynnika przepływu. Archiwum Budowy Maszyn, tom XXX, zeszyt 3–4, 1983.
- [5] Iwaszko J.: Opory przepływu powietrza przez elementy pneumatyczne. Prace naukowe, Mechanika Z.177, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 1999.
- [6] Krupowicz A.: Metody numeryczne zagadnień początkowych równań różniczkowych zwyczajnych. PWN, Warszawa 1986.
- [7] Woelke S.: Wyznaczanie funkcji wypływu powietrza dla dysz rzeczywistych. Hydraulika i pneumatyka 4/97 ss. 4 – 6.
- [8] Kamiński Z.: Ocena modeli matematycznych charakterystyk przepływowych oporów pneumatycznych. Hydraulika i pneumatyka 5/2003 ss. 5 – 7.
- [9] Grymek Sz., Kiczkiwiak T.: Komputerowo wspomaganie obliczenia współczynnika przepływu gazu. ZN Wydziału Mechanicznego Politechniki Koszalińskiej, Nr: 37, Koszalin 2005, s. 33–40.
- [10] Grymek Sz., Kiczkiwiak T.: Conversion of the sonic conductance C and the critical pressure ratio b into the airflow coefficient μ . Journal of Mechanical Science and Technology (The Korean Society of Mechanical Engineers). Vol. 19, No 9/2005, s. 1706–1710.
- [11] Kiczkiwiak T.: Algorytmy i modele w projektowaniu pneumatycznych układów napędowych. Wydawnictwo Uczelniane Politechniki Koszalińskiej, Koszalin 2005.
- [12] Kiczkiwiak T., Gałązka K., Grymek Sz.: Modelowanie przepływu powietrza w przewodach pneumatycznych. [W] Tarnowski W., Kiczkiwiak T.: Polioptymalizacja i Komputerowe Wspomaganie Projektowania. Wyd. Politechniki Koszalińskiej 2006, s 112–120.