

**Jacek Igor ŁUBIŃSKI\***, **Henryk OLSZEWSKI\***,  
**Artur OLSZEWSKI\***

## **WIELOMASOWY DYSKRETNY MODEL TRIBOMETRU DO SYMULACYJNYCH BADAŃ DYNAMICZNYCH CHARAKTERYSTYK TARCIA**

### **A MULTI-MASS DISCRETE MODEL OF TRIBOMETER FOR THE RESEARCH ON DYNAMIC FRICTION CHARACTERISTICS**

#### **Słowa kluczowe:**

dyskretny model tribometru, dynamiczne charakterystyki tarcia

#### **Key words:**

discrete model of tribometer, dynamic friction characteristics

#### **Streszczenie**

W artykule przedstawiono metodykę opracowaną w celu redukcji modelu fizycznego tribometru z ciągłym rozkładem masy (bezwładności), sztywności podparcia oraz tłumienia do modelu dyskretnego. W modelu dyskretnym zastosowano zastępcze masy skupione i elementy sprężysto-tłumiące, których właściwości są dobrane w taki sposób, że charakterystyka drgań

---

\* Politechnika Gdańska, Wydział Mechaniczny, ul. G. Narutowicza 11/13, 80-233 Gdańsk.

własnych tego modelu odpowiada charakterystyce rzeczywistego układu fizycznego. Dzięki dyskretyzacji modelu uzyskano możliwość prowadzenia w środowisku pakietu Simulink symulacji zachowania układu w różnych warunkach wymuszeń (obciążenie, prędkość) i dla różnych, charakterystyk tarcia. Model jest narzędziem do weryfikacji wyników badań tarcia.

## WPROWADZENIE

Do typowych zadań tribologii należy pomiar siły tarcia (współczynnika tarcia). Wiadomo, że tarcie zależy zarówno od prędkości ruchu względnego, jak i od obciążenia powierzchni styku ciał trących (siły normalnej). Wyniki pomiarów siły tarcia w funkcji prędkości ruchu względnego i obciążenia – charakterystyki tarcia – są bardzo użyteczne we wszelkich zadaniach związanych z modelowaniem układów mechanicznych z tarciem. Wyznaczanie takich charakterystyk w tarciu ślizgowym (nie hydrodynamicznym) w szerokim zakresie wymuszeń natrafia na problem związany z występowaniem samowzbudnych drgań wzbudzanych tarciem przy pewnych kombinacjach wymuszeń. Drgania samowzbudne towarzyszące eksperymentom tribologicznym często stanowią przeszkodę w interpretacji pomiarów na tribometrze i osiągnięciu zamierzonego celu badawczego – wyznaczenia charakterystyki tarcia [L. 1, 3–5]. Problem ten można częściowo rozwiązać z wykorzystaniem pomocniczego eksperymentu symulacyjnego na modelu tribometru, którego parametry sztywnościowo, bezwładnościowo tłumiące będą dostrojone w sposób umożliwiający wierne odwzorowanie charakterystyk dynamicznych maszyny (częstotliwości drgań własnych, odpowiedzi na wymuszenia). Model musi umożliwiać bardzo szybkie uzyskiwanie rezultatów dla wielu kombinacji parametrów wymuszenia i charakterystyki tarcia, dzięki czemu możliwe stanie się ‘dopasowanie’ aproksymowanej charakterystyki tarcia do uzyskania podobieństwa drgań na modelu i stanowisku badawczym.

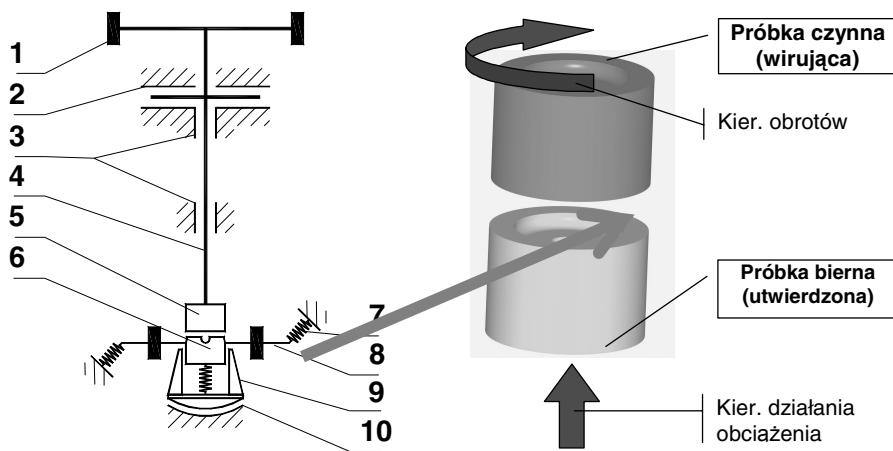
## STANOWISKO BADAWCZE

Tribometr PT-3 [L. 10, 11] jest stanowiskiem służącym do badania tarcia ślizgowego i tocznego. Stanowisko to charakteryzuje się możliwością łatwej modyfikacji układu badawczego, przy dużej swobodzie kształtowania wymiennych części bez ingerencji w inne układy maszyny.

Głównymi podzespołami tribometru są: głowica z układem badawczym, hydrauliczne układy zasilające, układ napędowy wrzeciona oraz



komputerowy system sterująco-pomiarowy. Głowica badawcza (schemat na Rys. 1) stanowi podparcie dla wrzeciona (4) z kołem pasowym (1), napędzanego silnikiem elektrycznym za pośrednictwem przekładni pasowej (niepokazana na schemacie). Do wrzeciona przymocowana jest próbka czynna (wirująca – 5), od której dociskana jest od dołu próbka bierna (utwierdzona – 6) za pomocą siłownika hydraulicznego ze sferycznym łożyskiem hydrostatycznym w koronie tłoka (10). Badane skojarzenie cierne wraz z przetwornikami siły normalnej (9) i momentu tarcia (7), uchwytami i innymi elementami pomocniczymi, stanowią układ pomiarowy. Analizowanym jest przypadek konfiguracji z tarcieniem ślizgowym w pierścieniowym styku konforemnym o kształcie pierścieniowym (czoło próbek o kształcie zbliżonym do tulei). Wszystkie elementy ruchome są podparte w umieszczonych w korpusie głowicy łożyskach hydrostatycznych poprzecznych (3) i wzdłużnych (2, 10).



**Rys. 1. Schemat głowicy Tribometru PT-3 i geometrii kontaktu badanych próbek**

Fig. 1. Schematic of the PT-3 Tribometer test head and the outlay of the contact geometry

## MODEL DYSKRETNY TRIBOMETRU PT-3

Dyskretyzacji modelu tribometru PT-3 dokonano w dwóch etapach:

1. Przygotowano modele 3D elementów ruchomych głowicy badawczej z wyposażeniem, na których, po dyskretyzacji z wykorzystaniem Odkształcalnych Elementów Skończonych (OES) przeprowadzono obliczenia częstotliwości swobodnych drgań własnych;

2. Następnie zastosowano metodę Sztywnych Elementów Skończonych (SES) do utworzenia modeli dyskretnych dostrojonych do częstotliwości modelu OES.



**Rys. 2. Modelowanie wrzeciona: a) model 3D ciągły z podziałem na OES, b) podział wrzeciona na części odpowiadające SES, c) podział wrzeciona na części odpowiadające EST**

Fig. 2. Spindle modelling: a) 3D model divided into deformable finite elements, b) division into rigid finite elements, c) division into stiffness – damping elements

Jako przykład przedstawiono poniżej etapy dyskretyzacji wrzeciona tribometru PT-3. Model geometryczny wrzeciona został podzielony na OES (**Rys. 2a**), następnie z wykorzystaniem tej samej geometrii przeprowadzono wstępny podział na części odpowiadające sztywnym elementom skończonym (SES). Podział wstępny pokazano na **Rys. 2b**. Parametry sztywnościowe Elementów Sprężysto-Tłumiących (EST) łączących SES wyznaczono, analizując odkształcenia części wrzeciona odpowiadających przyjętym elementom sprężysto-tłumiącym – na **Rys. 2c**. Następnie, drogą kolejnych przybliżeń, wykonano strojenie charakterystyki drgań własnych modelem SES do wyników symulacji na modelu zdyskretyzowanego OES.

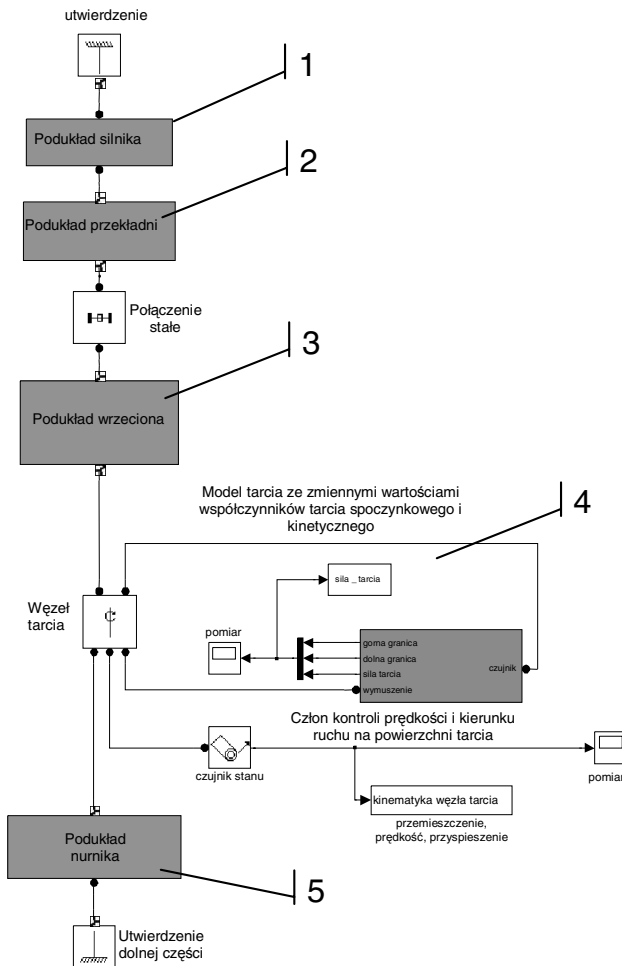
W modelu MES tribometru PT-3 wyodrębniono następujące układy częściowe – **Rys. 3b**:

- 1) układ napędowy,
- 2) układ przekładni pasowej, uwzględniający sztywność i tłumienie pasów klinowych,
- 3) układ wrzeciona, którego górny SES jest sztywno połączony z kołem pasowym,
- 4) układ modelu tarcia,
- 5) układ nurnika.

Każdy z podukładów jest zdyskretyzowany na niższym poziomie, dzięki czemu w każdym z nich zachowane są charakterystyki dynamiczne zgodne z wyznaczonymi symulacyjnie na modelach zbudowanych z OES.

### MODEL TARCIA

Tarcie spoczynkowe w węźle tarcia opisano za pomocą zależności momentu od przebiegu zmiennej konfiguracyjnej rotacyjnej. Na SESy sprzężone tarcie mogą działać obciążenia zewnętrzne inne niż tarcie. Przyjęta wartość graniczna prędkości względnej ciał połączonych węzłem kinematycznym  $v_{th}$  musi być większa od założonego numerycznego błędu bezwzględnego. Dla prędkości względnej poniżej wartości granicznej połączone SESy pozostają w spoczynku (w węźle łączącym SES występuje tarcie spoczynkowe).



Rys. 3. Schemat blokowy dyskretnego modelu tribometru PT-3

Fig. 3. Block chart of the discrete model of the PT-3 Tribometer



Węzeł tarcia może znajdować się w jednym z 3 stanów:

- 1) zablokowany – brak ruchu wzgl. między SES sprzężonymi tarciami;
- 2) oczekiwania,
- 3) odblokowany – występuje ruch wzgl. między SES sprzężonymi tarciami, a w węźle występuje moment tarcia oraz zewnętrzne, niezwiązane z tarciami, wymuszenie siłowe.

Przejście węzła kinematycznego w stan odblokowany następuje wg kryterium:

- 1) granicznej prędkości względnej  $v_{th} > 0$ ;
- 2) granicznej wartości momentu tarcia statycznego  $M_{st}^f < 0$  i  $M_{st}^r > 0$  dla ruchu do przodu i do tyłu w węźle oraz porównywanej wartości momentu tarcia statycznego  $M_{st}$ . Powyższe momenty tarcia mogą być funkcjami stanu modelu i/lub czasu.

Moment tarcia statycznego  $M_{st}$  i kinetycznego  $M_k$  mogą być nieciągłe.

Przejście węzła kinematycznego w stan jest sterowane prędkością względną  $v_{th} > 0$ . W trybie zablokowanym prędkość  $v$  i przyspieszenie względne  $a$  są równe zeru. Moment statyczny w węźle w trybie zablokowanym  $F_s$  jest wyznaczany z równania:

$$M_{ext} + M_s + M_F - M_B = 0 \quad (1.1)$$

gdzie:

$M_B$  – moment obrotowy działający na węzeł od strony próbki „napędzanej”,

$M_F$  – moment obrotowy działający na węzeł od strony próbki „nieruchomej”.

Węzeł znajduje się w trybie zablokowanym dopóki spełniony jest następujący warunek:

$$M_{st}^f < M_{st} < M_{st}^r \quad (1.2)$$

Zwykle w modelach tarcia przyjmuje się, że:

$$F_{test} = F_s \quad (1.3)$$

W przypadku gdy porównywana siła tarcia statycznego  $F_{test}$  znajduje się poza przedziałem  $\langle M_{st}^f, M_{st}^r \rangle$ , węzeł spełnia pierwszy warunek od-



blokowania ruchu i przechodzi do trybu oczekiwania, w którym ruch w węźle jest zawieszony.

W trybie oczekiwania:

- kierunek ruchu po odblokowaniu węzła jest określony przez niezwiązane z tarciem siły działające na człon napędzający i człon napędzany (wykonawczy) węzła;
- podczas poszukiwania stanu równowagi obliczany jest moment wypadkowy:

$$M = M_{ext} + M_k \quad (1.4)$$

oraz przyspieszenie względne  $a$ ;

- ujemne przyspieszenie względne przy ruchu do przodu i vice versa wywołuje blokadę węzła.

Jeżeli dla wszystkich węzłów modelu, w których modelowane jest zjawisko tarcia, wyznaczone zostały stany równowagi, następuje restart ruchu mechanizmu. Podczas symulacji całkowane jest przyspieszenie względne  $a$  w celu wyznaczenia prędkości względnej  $v$ . Jeżeli:

$$|v| > v_{th} \quad (1.5)$$

to spełniony jest drugi warunek ruchu i następuje przejście w stan poślizgu.

Ruch węzła ślizgowego wywołany jest przez siły zewnętrzne  $F_{ext}$  i tarcie kinetyczne. Węzeł powraca do trybu zablokowanego, jeżeli prędkość względna spełnia następujący warunek:

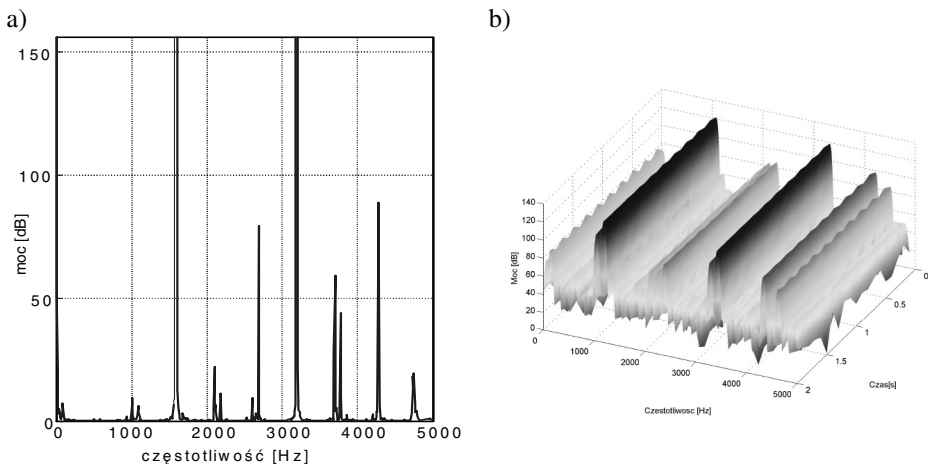
$$-v_{th} < v < v_{th} \quad (1.6)$$

W obecnym stadium rozwoju modelu charakterystyka tarcia zakłada dwie wartości współczynnika tarcia – statyczny i kinetyczny (niezależne od wymuszeń). Kolejnym etapem rozwoju modelu tarcia będzie wprowadzenie współczynnika tarcia w postaci funkcji dwóch zmiennych – prędkości i obciążenia. Ponadto prowadzone są prace mające na celu opracowanie algorytmu dopasowującego charakterystykę tarcia w taki sposób, aby obraz drgań w symulacji odpowiadał drganiom zarejestrowanym na stanowisku badawczym, dzięki czemu możliwa będzie dodatkowa weryfikacja pomiaru w stanie wzbudzonych drgań.



## PRZYKŁADOWE WYNIKI BADAŃ

Po zakończeniu budowy modelu numerycznego przeprowadzono pierwszą serię symulacji z wykorzystaniem uproszczonego modelu tarcia: współczynnik tarcia statycznego  $\mu_{\text{stat}} = 0,2$ , od współczynnika tarcia kinetycznego  $\mu_{\text{kinet}} = 0,1$  (niezależniony od wymuszeń chwilowych). Jako wynik symulacji do porównania z danymi pomiarowymi wykorzystano widmo drgań próbki pasywnej w kierunku stycznym do powierzchni tarcia (**Rys. 4a**). Dla kontroli prawidłowości działania modelu wykorzystano widmo pomiarowe (**Rys. 4b**) uzyskane podczas doświadczenia z jednoimiennym ślizgowym skojarzeniem próbek wykonanych ze spiekane  $\text{Al}_2\text{O}_3$  smarowanego olejem parafinowym przy nacisku średnim 20 MPa i prędkości ślizgania 0,3 m/s. W każdym wariancie symulacji konfiguracja dynamiczna (bezwładności i sztywności) zakładana w modelu komputerowym odpowiadała rzeczywistej konfiguracji stanowiska podczas badań.



**Rys. 4. Porównanie widma drgań ciernych uzyskanych w wyniku symulacji (a) na modelu komputerowym i pomiarów (b) na tribometrze PT-3**

Fig. 4. Comparison of frictional vibration spectra obtained in simulation (a) on a computer model and laboratory experiment (b) with sliding friction on the PT-3 tribometer

Uzyskane porównanie charakterystyk widmowych pozwala stwierdzić, że model wykazuje zachowanie podobne do rzeczywistego obiektu. Rozkład mocy pomiędzy składowymi drgań ma zbliżony charakter, a wartości częstotliwości odpowiadające głównym składowym są w



przybliżeniu równe uzyskanym w eksperymencie. Podobieństwo rezultatów symulacji i pomiarów uzyskano również dla innych warunków, tj. po zmianie konfiguracji dynamicznej stanowiska, rodzaju smarowania oraz wymuszeń.

## WNIOSKI

Opracowany model pozwala, zgodnie z zamierzeniami, na efektywne prowadzenie wielowariantowej analizy odpowiedzi dynamicznej stanowiska badawczego (maszyny) na wymuszenie siłami tarcia. Dzięki wykorzystaniu do dyskretyzacji Sztywnych Elementów Skończonych (SES) oraz pakietu Simulink uzyskano model matematyczny o prostej i przejrzystej strukturze, który można w prosty sposób modyfikować/rozbudowywać odpowiednio do potrzeb. Struktura modelu i środowisko programowe powodują, że wyniki symulacji uzyskiwane są w bardzo krótkim czasie; ta cecha modelu jest niezbędna do wykonania planowanych zadań optymalizacyjnych – dopasowywania charakterystyki tarcia do uzyskania podobieństwa drgań wzbudzanych tarcie w symulacji i w eksperymencie tribologicznym.

## Podziękowanie

*Autorzy dziękują za wsparcie finansowe niniejszej pracy w ramach grantu badawczego nr N N504 411737 Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego Rzeczypospolitej Polskiej.*

## LITERATURA

1. Godfrey D., Friction oscillations with a pin-on-disc tribometer, *Tribology International*, Vol. 28, pp. 119–126, 1995.
2. Yanada H., Sekikawa Y., Modeling of dynamic behaviors of friction, *Mechatronics* 18, pp. 330–339, 2008.
3. Blau P.J., The significance and use of the friction coefficient, *Tribol. Intern.* 34, pp. 585–591, 2001.
4. Xia F., Modelling of a two-dimensional Coulomb friction oscillator, *Journal of Sound and Vibration* Vol. 265, pp. 1063–1074, 2003.
5. Chowdhury M.A., Helali M., The effect of frequency of vibration and humidity on the coefficient of friction, *Tribology International* Vol. 39, pp. 958–962, 2006.
6. Chowdhury M.A., Helali M., The effect of amplitude of vibration on the



- coefficient of friction for different materials *Tribology International* Vol. 41, pp. 307–314, 2008.
7. Hinrichs N., Oestreich M., Popp K., On the modelling of friction oscillators, *Journal of Sound and Vibration* Vol. 216(3), pp. 435 – 459, 1998.
  8. Doi K., Mibe T., Matsui H., Tamasho T., Nakanishi H., Brake judder reduction technology – brake design technique including friction material formulation, *JSAE Review* Vol. 21, pp. 497–502, 2000.
  9. Yang B.D., Chu M.L., Menq C.H., Stick–Slip–Separation Analysis And Non-Linear Stiffness And Damping Characterization Of Friction Contacts Having Variable Normal Load, *Journal of Sound and Vibration* Vol. 210(4), pp. 461–481, 1998.
  10. Łubiński T., Druet K., Kobylański J., Tribometer PT-3: a test machine for investigation of friction dynamics, *Zagadn. Eksploatacji Maszyn, Zeszyt 2* (110), 159–170, 1997.
  11. Łubiński T., Druet K., Łubiński J.I, Ceramika jako konstrukcyjne tworzywo maszynowe, *Tribologia*, 5–6, 1997, 744–764, 1997.
  12. Olszewski H., Wittbrodt E., Wpływ tarcia i luzów w parach kinematycznych na dynamikę układów o zmiennej w czasie konfiguracji, *Mat. Sympozjum Naukowego nt. Komputerowo wspomagane sterowanie procesami przemysłowymi, Czarlina*, (1992), 209– 219, 1992.

**Recenzent:**  
**Tomasz SAMBORSKI**

## Summary

**In the paper a method for the creation of a discreet dynamic model of a tribometer with the influence of the tested friction phenomena included was presented. The distribution of inertia, stiffness and damping are considered and substituted with the use of Rigid Finite Element Method with the effect of recreating the frequency response of the real system within the model. The Simulink package environment for ease of modification and development of the model components, as well as rapid computation of each problem case. The model will serve as an aid to the interpretation of experiments on dynamic friction and for pre – experiment tribometer dynamic tune up.**

