

## Leszek JARZĘBOWICZ

POLITECHNIKA GDAŃSKA, WYDZIAŁ ELEKTROTECHNIKI I AUTOMATYKI,  
ul. G. Narutowicza 11/12, 80-233 Gdańsk

# Wyznaczanie pochodnych prądów silnika w celu estymacji położenia kąтового wirnika w bezczujnikowym napędzie z silnikiem PMSM

Dr inż. Leszek JARZĘBOWICZ

Adiunkt w Katedrze Inżynierii Elektrycznej Transportu Wydziału Elektrotechniki i Automatyki Politechniki Gdańskiej. Absolwent kierunku Elektrotechnika tego samego wydziału. Prowadzone aktualnie prace badawcze koncentrują się na zagadnieniach takich jak: układy napędowe z silnikami typu PMSM – ze szczególnym uwzględnieniem problematyki pomiaru oraz odtwarzania położenia kąтового wału silnika; diagnostyka pojazdów szynowych oraz sieci trakcyjnej.



e-mail: L.Jarzewicz@eby.pg.gda.pl

### Streszczenie

Omówiono problematykę wyznaczania pochodnych prądów silnika synchronicznego z magnesami trwałymi (PMSM). Wyznaczone pochodne mają zastosowanie w specyficznym algorytmie estymacji położenia kąтового wirnika. Wymaga to implementacji złożonego algorytmu pomiarowego w sterowniku mikroprocesorowym napędu. Omówiono podstawowe zasady pomiaru oraz przedstawiono proces strojenia algorytmu pomiarowego. Zaproponowano metodę wyznaczania uśrednionych wartości pochodnych, pozwalającą uzyskać dobrą dokładność estymacji położenia wirnika.

**Słowa kluczowe:** napęd bezczujnikowy, pomiar prądów, estymacja położenia wirnika.

## Evaluation of motor current derivatives in order to estimate the rotor angular position in a sensorless PMSM drive

### Abstract

The paper describes the process of evaluation of Permanent Magnet Synchronous Motor (PMSM) current derivatives. The derivatives are evaluated in order to estimate rotor angular position. In currents waveforms of PMSM motor fed by a transistor inverter, current ripples caused by voltage modulation process can be noticed (Fig. 3). Those ripples are featured by near-linear current change during a time period when voltages at motor terminals are constant. Therefore, the derivatives can be estimated by differential quotient (1). The use of current derivatives instead of current values leads to a very simple rotor position estimation formula (3). However, determination of motor current derivatives requires a complex measurement algorithm. The instants of measurements have to be calculated with respect to inverter control signals and current disturbances resulting from transistor switching (Figs. 5, 7). The rules of selection of measurement instants are formulated in Section 5. The proposed measurement algorithm was implemented in an experimental test bench (Fig. 4). The process of tuning the measurement algorithm on a basis of experiments is presented (Figs. 5-8). A novel method based on evaluation of averaged derivatives was introduced. It allows obtaining the good accuracy of rotor angular position estimation.

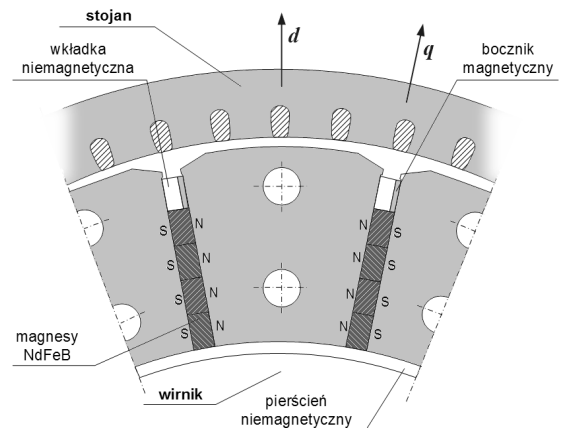
**Keywords:** sensorless drive, current measurement, rotor position estimation.

## 1. Wprowadzenie

W ostatnich latach wzrasta liczba zastosowań silników elektrycznych z wysokoenergetycznymi magnesami trwałymi, a wśród nich silników synchronicznych z sinusoidalnym rozkładem pola magnetycznego (ang. *Permanent Magnet Synchronous Motors*, PMSM) [1, 2, 3]. Silniki tego typu mają szereg korzystnych cech, m.in.: dużą sprawność, dobre właściwości regulacyjne, małą masę i wymiary oraz niski poziom emitowanego hałasu. Powyższe zalety, w połączeniu z obniżającą się ceną oraz gromadzonymi doświadczeniami z zakresu projektowania i eksploatacji tych

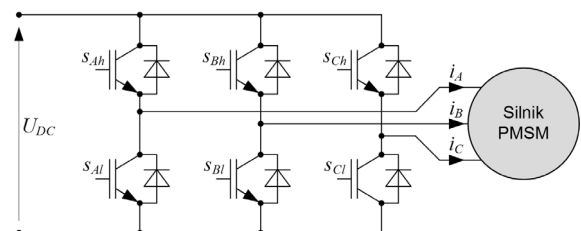
napędów sprawiają, że silniki PMSM zaczynają zastępować inne konstrukcje, głównie silniki indukcyjne.

Stojan silnika PMSM ma budowę podobną do stojana silnika indukcyjnego – w żłobkach rozłożone jest trójfazowe uzwojenie. Konstrukcja wirnika zawiera magnesy trwale umieszczone na powierzchni lub wewnątrz rdzenia wirnika [2, 3]. Przykładową konstrukcję silnika PMSM z magnesami zagłębionymi w wirniku zobrazowano na rys. 1.



Rys. 1. Przekrój poprzeczny silnika PMSM typu RTMds26-06  
Fig. 1. Cross-section of RTMds26-06 type PMSM motor

Regulacja parametrów mechanicznych ruchu wirnika, tj. momentu, prędkości lub położenia kąowego wirnika, wymaga zasilania silnika PMSM za pośrednictwem falownika tranzystorowego (rys. 2) oraz zastosowania zaawansowanych algorytmów sterowania (rys. 2) oraz zastosowania zaawansowanych algorytmów sterowania (rys. 2) oraz zastosowania zaawansowanych algorytmów sterowania [1, 2, 4]. W algorytmach tych, jedną z podstawowych wielkości wejściowych jest położenie kąowe wirnika. Położenie jest z reguły wyznaczane przy użyciu przetworników sprzężonych mechanicznie z wałem silnika – transformatorów położenia kąowego (ang. *resolvers*) lub optoelektrycznych przetworników z tarczą kodową (ang. *absolute encoders*).



Rys. 2. Struktura falownika tranzystorowego  
Fig. 2. Scheme of transistor inverter

W napędach małej mocy przetwornik położenia zwiększa znacząco koszt i rozmiar układu. W układach większej mocy instalacja przetwornika położenia może być kłopotliwa w przypadku silników o specjalnej konstrukcji, np. silników z zewnętrznym wirnikiem. Takie silniki stosowane są m.in. w tzw. bezpośrednim napędzie pojazdów elektrycznych i hybrydowych, w którym silniki umieszczone są wewnątrz kół napędowych [4].

W celu eliminacji przetwornika wielkości mechanicznych rozwijane są metody estymacji, w których położenie wirnika jest obliczane na podstawie pomiarów przebiegów określonych wielkości elektrycznych. Metody sterowania uzupełnione o algorytmy

estymacji położenia kąтового wirnika nazywa się metodami bezczujnikowymi (ang. *sensorless*) [1, 2, 4].

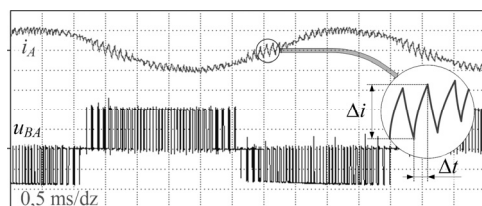
Metody estymacji wykorzystują z reguły, jako wartości wejściowe, wartości prądów i napięć silnika. Większość estymatorów wymaga implementacji w sterowniku napędu złożonych procedur matematycznych [5]. Rozwiązanie równań różniczkowych estymatora w każdym cyklu pracy programu sterowania wymaga dużej wydajności obliczeniowej procesora.

W niniejszym referacie skupiono się na nietypowej metodzie estymacji, która opiera się na analizie pochodnych prądów fazowych silnika związanych z modulacją napięć realizowaną przez falownik tranzystorowy [4, 6]. Takie podejście pozwala przyjąć bardzo proste procedury obliczeniowe estymatora. Trudność w implementacji rozważanej metody wiąże się jednak ze złożonym algorytmem pomiarowym, pozwalającym na wyznaczenie pochodnych prądów. Opracowanie i strojenie algorytmu pomiarowego stanowi podstawową trudność w implementacji napędu bezczujnikowego.

## 2. Wyznaczanie pochodnych prądów fazowych silnika

Przy zasileniu silnika za pośrednictwem tranzystorowego falownika napięcia, zadane wartości napięć silnika realizuje się techniką modulacji [7], tj. poprzez wykonanie sekwencji załączeń i wyłączeń odpowiednich tranzystorów falownika. Przebiegi napięć silnika są przebiegami prostokątnymi (w uproszczeniu), których wartość średnia za tzw. okres modulacji odpowiada wartości zadanej.

Silniki PMSM odznaczają się małymi wartościami indukcyjności stojana. W konsekwencji pulsacje prądów wywołane modulacją napięcia zasilającego silnik są znaczne (rys. 3).



Rys. 3. Oscylogram napięcia przewodowego  $u_{BA}$  (110 V/dz) i prądu fazowego  $i_A$  (10 A/dz) silnika PMSM zasilanego z falownika napięcia pracującego z częstotliwością modulacji  $f_{mod} \cong 10$  kHz

Fig. 3. Oscilloscope-acquired waveforms of inverter-fed PMSM line-to-line voltage  $u_{BA}$  (110 V/div) and phase current  $i_A$  (10 A/div); modulation frequency set to  $f_{mod} \cong 10$  kHz

Pulsacje prądów są w ogólności efektem niepożądanym – powodują tętnienia momentu elektromagnetycznego silnika, wywołują hałas oraz powodują straty w silniku. Poprzez odpowiedni pomiar i sparametryzowanie można jednak wykorzystać pulsacje prądów do estymacji położenia kąтового wirnika. Z punktu widzenia zastosowania modelu matematycznym silnika [2, 4, 6], użytecznymi parametrami przebiegów prądów są pochodne wyznaczone przy stałych wartościach napięć zasilających silnik.

Pochodne prądów fazowych wyznaczone są dla wybranych podokresów modulacji napięcia, tj. dla zakresów czasu, w których stany tranzystorów pozostają niezmiennie. Prądy fazowe zmieniają się wykładniczo, ale czas trwania podokresu jest krótki w porównaniu do stałej czasowej obwodu. Pozwala to przyjąć uproszczenie, iż prąd zmienia się liniowo. W związku z powyższym, aby określić szybkość zmian prądu wystarczą dwie wartości zmierzone w znanym odstępie czasu.

Wartość pochodnej jest zatem przybliżona ilorazem różnicowym (p. rys. 3):

$$\frac{di}{dt} \cong \frac{\Delta i}{\Delta t} \quad (1)$$

## 3. Algorytm matematyczny estymatora

Rozważany algorytm estymacji położenia kąтового wirnika wykorzystuje wartości pochodnych prądów fazowych wyznaczonych dla czasu, w którym napięcia zasilające silnik modulowane przez falownik są równe zeru.

Pomiar prądów, na podstawie którego wyznaczane są pochodne, odbywa się w naturalnym układzie współrzędnych  $ABC$ . Wyznaczone pochodne prądów fazowych silnika  $di_{A0}/dt$ ,  $di_{B0}/dt$ ,  $di_{C0}/dt$  są transformowane do układu ortogonalnego  $\alpha\beta$  w celu uproszczenia dalszych obliczeń [1, 2]:

$$\begin{bmatrix} \frac{di_{\alpha 0}}{dt} \\ \frac{di_{\beta 0}}{dt} \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -1/2 & -1/2 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & -\sqrt{3}/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_{A0}}{dt} \\ \frac{di_{B0}}{dt} \\ \frac{di_{C0}}{dt} \end{bmatrix} \quad (2)$$

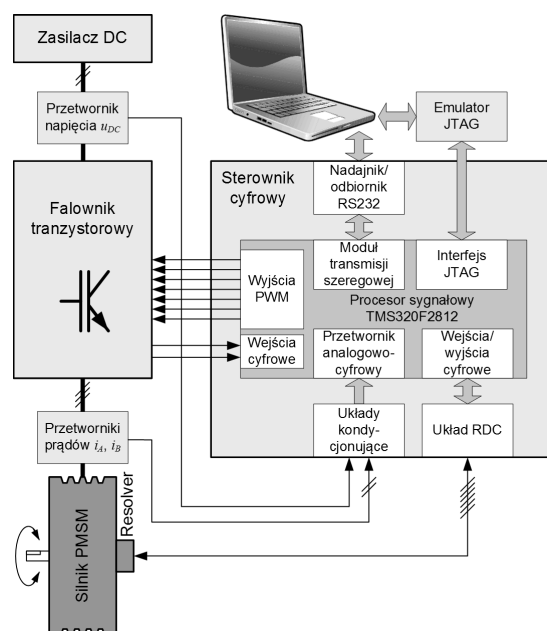
Odtwarzane położenie wirnika  $\theta_E$  utożsamione jest z kierunkiem odpowiadającym najmniejszym wartościom pochodnych prądów. Opisano to wyrażeniem:

$$\theta_E = \arctg \left( \frac{\frac{di_{\alpha 0}}{dt}}{\frac{di_{\beta 0}}{dt}} \right) = \arg \left( \frac{d\mathbf{I}_0}{dt} \right) + \frac{\pi}{2} \cong \frac{\Delta i_\alpha}{-\Delta i_\beta} \quad (3)$$

Wyprowadzenie powyższej zależności oraz analizę błędów wynikających z uproszczenia modelu silnika zawarto w [4, 6]. Powyższy algorytm obliczeniowy stosowany jest przy średnich i dużych prędkościach kątowych wirnika. Dla wirnika zatrzymanego oraz małych prędkości wykorzystywana jest inna zależność [4].

## 4. Stanowisko badawcze

Proponowany estymator położenia kąтового wirnika wraz z dedykowanym algorytmem pomiaru prądów zaimplementowano w stanowisku laboratoryjnym, którego strukturę przedstawiono na rysunku 4 [4].



Rys. 4. Struktura stanowiska badawczego  
Fig. 4. Scheme of experimental test bench

Stanowisko zawiera: silnik PMSM typu RTMds26-06 z transformatorem położenia kąтового, falownik tranzystorowy oraz sterownik cyfrowy. Moc znamionowa silnika wynosi  $P_n \cong 15$  kW.

Sterownik cyfrowy opracowano w oparciu o procesor sygnałowy (ang. *Digital Signal Processor*, DSP) typu TMS320F2812. Program sterownika realizuje wektorowy algorytm sterowania silnikiem metodą polowo – zorientowaną (ang. FOC, Field Oriented Control) [1, 2]. Wykorzystano typową metodę modulacji napięcia wyjściowego falownika SV-PWM [7].

Napęd pracuje w trybie regulacji momentu elektromagnetycznego. Położenie kątowe odczytane z użyciem transformatora położenia kąowego traktowane jest jako wzorcowe przy obliczaniu błędów estymacji położenia.

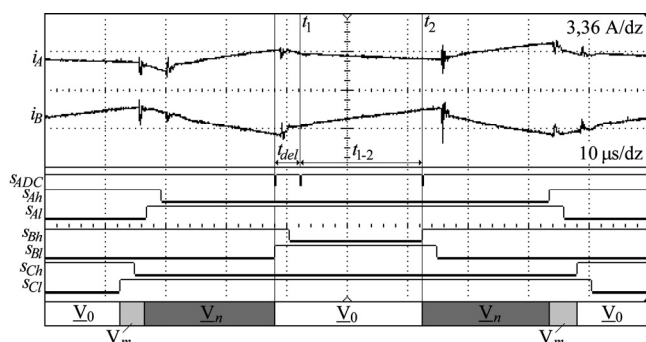
Pomiar prądów fazowych odbywa się za pośrednictwem standardowych przetworników LEM typu LTS-15NP. W torze pomiaru prądów zastosowano dodatkowo wzmacniacze operacyjne z dolnoprzepustowymi filtrami analogowymi o częstotliwości granicznej  $f_g \cong 100$  kHz. Rozdzielczość przetwornika analogowo – cyfrowego (ADC) procesora wynosi 12 bitów. Wartość niemierzonego prądu  $i_C$  obliczana jest na podstawie zależności:

$$i_C = -(i_A + i_B) \quad (4)$$

Wartości wybranych zmiennych programu sterowania są przesyłane do komputera PC za pośrednictwem portu szeregowego.

## 5. Strojenie algorytmu pomiaru prądów

Procesor sygnałowy realizuje wielokrotny pomiar wartości prądów fazowych silnika podczas każdego okresu modulacji napięcia. Jest to konieczne do wyznaczenia wartości pochodnych prądów. Relacje czasowe między sygnałami sterującymi procesora i przebiegiem prądów fazowych silnika przedstawiono na rysunku 5 w formie rejestracji oscyloskopowej.



Rys. 5. Oscylogram prądów fazowych silnika oraz sygnałów sterujących procesora sygnałowego (opis w tekście)

Fig. 5. Oscilloscope-acquired waveforms of motor phase currents and DSP control signals (description in the text)

Zakres czasu rejestracji (100 μs) odpowiada jednemu okresowi modulacji napięcia. Przyjęto następujące oznaczenia:  $i_A$ ,  $i_B$  – prądy fazowe silnika;  $S_{ADC}$  – sygnał wyzwalający przetwornik ADC (wyzwolenie zboczem opadającym);  $S_{Ah}$ ,  $S_{Al}$ ,  $S_{Bh}$ ,  $S_{Bl}$ ,  $S_{Ch}$ ,  $S_{Cl}$  – sygnały sterujące falownikiem (stan niski aktywny) zgodnie z rysunkiem 2. Oznaczenia podokresów modulacji umieszczono na dole rysunku:  $V_0$  – podokresy zerowe,  $V_m$ ,  $V_n$  – podokresy aktywne. W czasie realizacji podokresów zerowych załączone są wszystkie dolne lub wszystkie górne tranzystory falownika, co odpowiada zerowym napięciom zasilającym silnika. Podczas podokresów aktywnych załączona jest kombinacja tranzystorów górnych i dolnych, co skutkuje odpowiednimi niezerowymi napięciami silnika (rys. 2).

Podokresy zerowe, istotne z punktu widzenia rozważanego estymatora położenia wirnika, występują dla metody modulacji SV-PWM w środku oraz na skrajach okresu modulacji. Środkowy podokres zerowy trwa dwukrotnie dłużej niż skrajne. W rozważa-

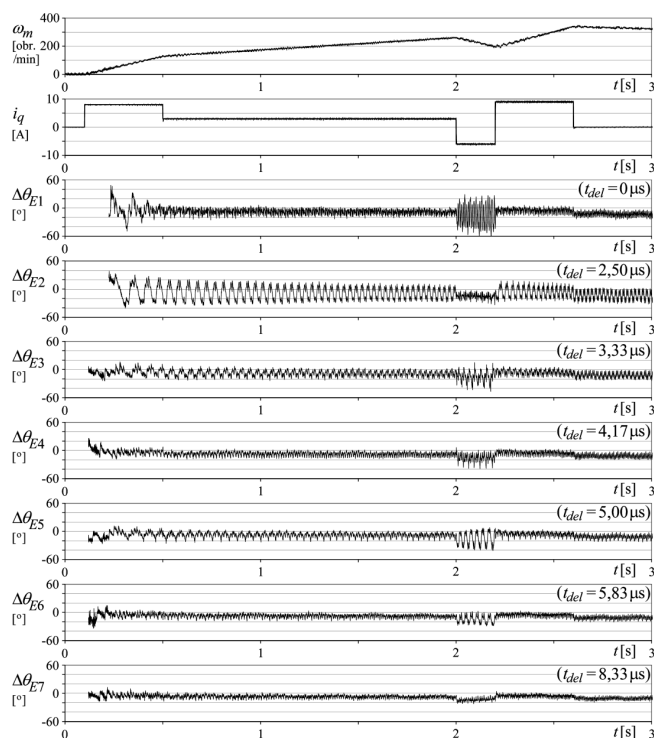
niach zawartych poniżej skoncentrowano się na wyznaczaniu pochodnych prądu podczas realizacji środkowego podokresu zerowego.

Każda zmiana podokresu modulacji napięcia jest związana z przełączeniami tranzystorów w wybranej gałęzi falownika. Jeden z tranzystorów jest wyłączany, a następnie – po pewnym odstępie czasu (tzw. czas martwy) włączany jest drugi tranzystor. Proces komutacji tranzystorów wywołuje zaburzenia w przebiegu prądów fazowych silnika.

Pomiar prądu w czasie występowania zaburzenia komutacyjnego jest niemiernodajny. Należy zatem mierzyć prądy przed wystąpieniem lub po zaniknięciu zaburzeń.

Najłatwiejszym w realizacji mikroprocesorowej jest algorytm, w którym chwile pomiaru są zsynchronizowane ze zmianami odpowiednich sygnałów sterujących falownikiem, odpowiadających za przełączenie podokresu modulacji. Szybki układ próbkująco-pamiętający umożliwi pomiar przed wystąpieniem zaburzenia. Jeśli jednak oba pomiary, na podstawie których obliczana jest pochodna prądu, są wyzwalane w ten sposób, to pomiędzy analizowanymi pomiarami realizowana jest końcowa faza stanu aktywnego oraz występuje zaburzenie komutacyjne. Wyznaczona wartość pochodnej może być zatem obciążona znacznym błędem. Z tego powodu należy rozważyć opóźnienie  $t_{del}$  pierwszego pomiaru prądów względem sygnału sterującego. Wartość opóźnienia należy dobrać tak, aby pierwszy pomiar odbył się po zaniku zaburzenia w przebiegu prądu.

Przebieg zjawisk komutacyjnych jest trudny do analitycznego lub symulacyjnego odwzorowania. Praktycznym podejściem jest sprawdzenie wpływu czasu  $t_{del}$  na dokładność estymacji położenia na drodze eksperymentalnej. W tym celu przyjęto modelowy cykl pracy napędu przedstawiony na rysunku 6.



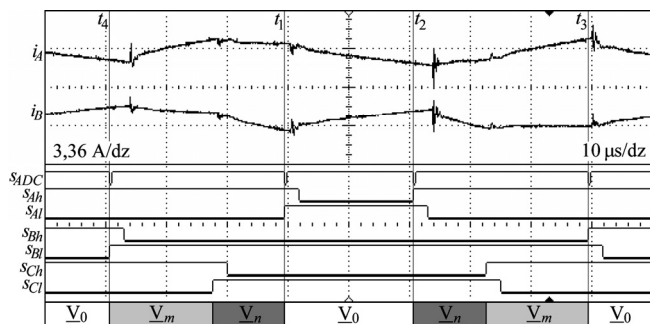
Rys. 6. Przebiegi zmiennych programu sterowania – dobór czasu  $t_{del}$   
Fig. 6. Waveforms of control program variables – tuning of the  $t_{del}$  time

Wartość prądu  $i_q$  jest parametrem programu sterowania – można przyjąć, iż jest to wartość proporcjonalna do momentu silnika. Prąd  $i_q$  osiąga wartości dodatnie, zerowe i ujemne, stąd niemonotoniczny przebieg prędkości kątowej  $\omega_m$ . Dla modelowego cyklu pracy wyznaczono błędy estymacji położenia wirnika  $\Delta\theta_{E1} \div \Delta\theta_{E7}$  wyznaczone dla różnych wartości czasu  $t_{del}$ , wymienionych w polach wykresów.

Dla przypadku  $t_{del} = 0$  uzyskano relatywnie dobrą dokładność estymacji podczas rozruchu oraz wybiegu. W czasie hamowania ( $2\text{ s} < t < 2,2\text{ s}$ ) błędy są niedopuszczalne. Różnica w wartościach błędów estymacji dla rozruchu i hamowania wynika z różnego opóźnienia występowania zjawisk komutacyjnych względem zmiany sygnału sterującego falownikiem.

Dla napędu, który nie realizuje hamowania, można przyjąć relatywnie prosty algorytm pomiarowy, w którym dwa pomiary prądu są zsynchronizowane ze zmianami odpowiednich sygnałów sterujących falownikiem. Dla napędu, w którym występuje konieczność hamowania, należy opóźnić chwilę pierwszego pomiaru. Z badań wynika, iż zależność błędu estymacji od wartości  $t_{del}$  jest silna i niemonotoniczna. Dobre rezultaty we wszystkich fazach ruchu uzyskano dopiero dla czasu  $t_{del} > 8\ \mu\text{s}$ . Zakładając, iż czas pomiędzy pomiarami prądu powinien wynosić nie mniej niż  $5\ \mu\text{s}$ , minimalny łączny czas realizacji podokresów zerowych w okresie modulacji to  $26\ \mu\text{s}$ . Warunek ten ogranicza napięcie wyjściowe falownika o 26%, co znacznie zawęża zakres prędkości napędu.

Zmniejszenie wartości błędów estymatora można uzyskać także innym sposobem, bez wprowadzania dużych ograniczeń dla minimalnego trwania podokresów zerowych. Proponuje się czterokrotny pomiar prądów w okresie modulacji (rys. 7).



Rys. 7. Oscylogram prądów fazowych silnika oraz sygnałów sterujących procesora sygnałowego – proponowany wybór chwil pomiaru

Fig. 7. Oscilloscope-acquired waveforms of motor phase currents and DSP control signals (description in text) – proposed measurement instants

Wszystkie pomiary odbywają się synchronicznie ze zmianami sygnałów sterujących falownikiem. Cztery pomiary pozwalają na wyznaczenie przyrostów prądu dla: środkowego podokresu zerowego; razem dla pierwszego podokresu zerowego w rozważanym okresie modulacji oraz ostatniego w poprzednim okresie; wszystkich podokresów zerowych wg zależności:

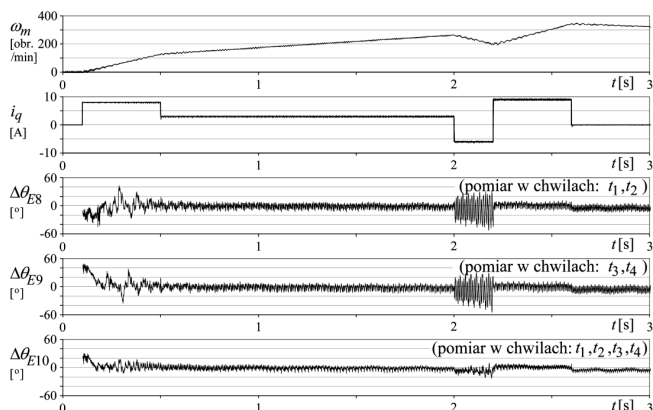
$$\Delta i_A = (i_{A3(n)} - i_{A2(n)}) + (i_{A1(n)} - i_{A4(n-1)}) = \Delta i_{A(1-2)} + \Delta i_{A(3-4)} \quad (5)$$

$$\Delta i_B = (i_{B3(n)} - i_{B2(n)}) + (i_{B1(n)} - i_{B4(n-1)}) = \Delta i_{B(1-2)} + \Delta i_{B(3-4)} \quad (6)$$

gdzie:  $n$  – numer okresu modulacji.

Przyrosty wyznaczone w różny sposób prowadzą do różnej dokładności estymacji położenia. Wyniki badań przedstawiono na rysunku 8. Dokładność estymacji na podstawie przyrostów  $\Delta i_{A(3-4)}$ ,  $\Delta i_{B(3-4)}$  jest porównywalna z dokładnością estymacji z wykorzystaniem przyrostów  $\Delta i_{A(1-2)}$ ,  $\Delta i_{B(1-2)}$ . Wykorzystanie wszystkich czterech pomiarów i obliczenie sumarycznych przyrostów wg (5), (6) pozwala jednak na znaczną poprawę dokładności estymacji położenia. Obliczanie przyrostów sumarycznych podzielone przez czas trwania analizowanych podokresów zerowych można traktować jako uśrednione pochodne prądów.

Realizacja czterokrotnego pomiaru prądów, w którym chwile pomiarów są zsynchronizowane ze zmianami sygnałów sterujących jest łatwiejsza od implementacji dwukrotnego pomiaru z opóźnieniem  $t_{del}$ . Przypadek ten cechuje nieco gorsza dokładność estymacji położenia niż przypadek przedstawiony na rysunku 6 jako  $\Delta \theta_{E7}$ , jednak nie wymaga stosowania znacznego ograniczenia napięcia wyjściowego falownika.



Rys. 8. Przebiegi zmiennych programu sterowania – efekt wykorzystania różnych danych pomiarowych

Fig. 8. Waveforms of control program variables – effect of the use of different data

## 6. Wnioski

Wykorzystanie do bezczujnikowego sterowania pochodnych prądów silnika, zamiast wartości prądu – jak ma to miejsce w większości rozwiązań – prowadzi do nieskomplikowanych zależności matematycznych estymatora położenia wirnika silnika PMSM.

Wyznaczanie pochodnych prądów wiąże się z złożonym algorytmem pomiarowym, w którym chwile pomiarów muszą być skorelowane ze zmianami sygnałów sterujących tranzystory falownika. Nowoczesne procesory sygnałowe umożliwiają implementację algorytmu realizującego częsty pomiar prądów w precyzyjnie zdefiniowanych chwilach. Istotne jest opracowanie zasad doboru chwil pomiaru, które muszą uwzględniać zastosowaną metodę modulacji oraz występowanie zaburzeń komutacyjnych. Uwzględnienie drugiego z wymienionych czynników wiąże się z koniecznością strojenia parametrów algorytmu pomiarowego na docelowym stanowisku.

Zaproponowana metoda obliczania uśrednionych wartości pochodnych na podstawie czterech pomiarów prądów w każdym okresie modulacji pozwala na uzyskanie dobrej dokładności estymacji położenia wirnika bez znacznego ograniczenia zakresu napięć wyjściowych falownika.

## 7. Literatura

- [1] Bose B. K.: Modern Power Electronics and AC Drives, Prentice Hall PTR (2002).
- [2] Zawirski K.: Sterowanie silnikiem synchronicznym o magnesach trwałych, Wyd. Politechniki Poznańskiej (2005).
- [3] Pochanke A.: Silniki bezstestykowe wzbudzone magnesem trwałym w zastosowaniu do napędu pojazdów szynowych, Technika Transportu Szynowego (2008), nr 5-6, 22-25.
- [4] Jarzębowski L.: Sterowanie trakcyjnym silnikiem synchronicznym z magnesami zagłębionymi w wirniku bez pomiaru wielkości mechanicznych. Rozprawa doktorska, Politechnika Gdańska (2010).
- [5] Yousfi D., Halefadi A., El Kard M.: Review and evaluation of some position and speed estimation methods for PMSM sensorless drives. International Conference on Multimedia Computing and Systems (2009), 409-414.
- [6] Jarzębowski L.: Odtwarzanie położenia kąтового wirnika w silniku synchronicznym z magnesami trwałymi zagłębionymi w wirniku poprzez analizę pochodnych prądów fazowych. Przegląd Elektrotechniczny (2011), nr 4, 264-269.
- [7] de Pablo S., Rey A. B., Herrero L. C., Ruiz J. M.: A simpler and faster method for SVM implementation, European Conference on Power Electronics and Applications (2007), 1-9.