

## Analiza działania rozszerzonego obserwatora prędkości w szerokim zakresie zmian prędkości maszyny indukcyjnej

**Streszczenie.** W artykule przedstawiono zagadnienia związane z odtwarzaniem zmiennych stanu maszyny indukcyjnej. Wykorzystano obserwator oparty na modelu matematycznym maszyny z dodatkowymi zmiennymi. Przedstawiono macierz stanu zlinearyzowanych równań błędów odtwarzania. Opisano sposób definiowania wyznacznika jakości na podstawie rozkładu biegunów obserwatora. Zaproponowano metodę korekcji wzmacnień wraz ze zmianą warunków pracy maszyny. Wykazano symetrię działania rozszerzonego obserwatora wraz ze zmianą kierunku prędkości przy odpowiedniej modyfikacji wzmacnień. Zamieszczono wyniki badań symulacyjnych oraz eksperymentalnych wykazujące dobre właściwości obserwatora zarówno przy niewielkich prędkościach, jak i w zakresie osłabiania pola.

**Abstract.** Problems related to estimation of state variables of induction machine are presented in the paper. A speed observer based on mathematical model of the induction machine with additional variables has been used. A state matrix of linearized differential equations of observer errors has been presented. A method of defining quality index of state variables estimation based on poles placement has been described. An algorithm of correction of gains of the observer in dependence on speed of the machine has been proposed. A symmetry of properties of extended observer for change of the direction of rotor speed with appropriate modification of observer gains has been proven. Results of simulations and experiments has been presented. (**Analysis of extended speed observer of induction motor in wide speed range**).

**Słowa kluczowe:** obserwator prędkości, silnik indukcyjny, osłabianie pola.

**Keywords:** speed observer, induction motor, wide speed range.

doi:10.12915/pe.2014.06.18

### Wstęp

Coraz powszechniejsze stosowanie zaawansowanych układów regulacji w bezczujnikowych napędach z maszynami indukcyjnymi wiąże się z koniecznością odtwarzania niemierzonych wielkości. Stosowanie obserwatorów prędkości wymaga zdefiniowania wzmacnień obserwatora, od których w dużym stopniu zależna jest jakość odtwarzania. W [1] zaproponowano metody doboru parametrów obserwatora Luenbergera z wykorzystaniem rozkładu biegunów układu. W [2] zaproponowano nowy obserwator prędkości o bardzo dobrych właściwościach oparty na modelu maszyny z dodatkowymi zmiennymi. W [3] wykorzystano metodę optymalizacji rojem cząstek do wyznaczenia wartości wzmacnień obserwatora. Obliczenia funkcji celu wymagały wielokrotnego przeprowadzenia symulacji.

Niektóre obserwatory [1, 4] wykazują takie same właściwości dla dodatnich oraz ujemnych prędkości kątowych maszyny. Obserwator oparty na rozszerzonym modelu maszyny nie posiada takiej własności. Nie wykazano do tej pory metody modyfikacji wzmacnień nowego obserwatora przy zmianie kierunku obrotów wirnika, tak by zachować symetrię właściwości dynamicznych układu.

W [5] zaprezentowano możliwości estymatorów MRAS w szerokim zakresie zmian prędkości maszyny, także w zakresie osłabiania pola.

W niniejszej pracy wykorzystano metodę doboru wzmacnień obserwatora opartą na analizie położenia biegunów. Zaproponowano metodę korekcji wzmacnień w zależności od warunków pracy maszyny. Rozważania poparto wynikami badań symulacyjnych oraz eksperymentalnych.

### Model maszyny indukcyjnej

Model matematyczny maszyny indukcyjnej, dla wektorów prądu stojana i strumienia wirnika przyjętych jako zmienne stanu, jest następującym układem równań:

$$(1) \quad \frac{d\mathbf{i}_s}{d\tau} = a_1 \mathbf{i}_s + a_2 \boldsymbol{\psi}_r + j a_3 \omega_r \boldsymbol{\psi}_r + a_4 \mathbf{u}_s,$$

$$(2) \quad \frac{d\boldsymbol{\psi}_r}{d\tau} = a_5 \mathbf{i}_s + a_6 \boldsymbol{\psi}_r + j \omega_r \boldsymbol{\psi}_r,$$

$$(3) \quad \frac{d\omega_r}{d\tau} = \frac{1}{J} (T_e - m_o),$$

$$(4) \quad T_e = \psi_{r\alpha} i_{s\beta} - \psi_{r\beta} i_{s\alpha},$$

gdzie  $\mathbf{u}_s$  – wektor napięcia stojana,  $\mathbf{i}_s$  – wektor prądu stojana,  $\boldsymbol{\psi}_r$  – wektor strumienia wirnika,  $\omega_r$  – prędkość kątowa wirnika,  $\tau$  – czas względny,  $J$  – moment bezwładności wirnika,  $T_e$  – moment elektromagnetyczny,  $m_o$  – moment obciążenia,  $a_1, \dots, a_6$  – współczynniki zależne od parametrów maszyny zdefiniowane następująco:

$$a_1 = -\frac{R_s L_r^2 + R_r L_m^2}{w L_r}, a_2 = \frac{R_r L_m}{w L_r}, a_3 = -\frac{L_m}{w}, a_4 = \frac{L_r}{w},$$

$$a_5 = \frac{R_r L_m}{L_r}, a_6 = -\frac{R_r}{L_r}, w = L_s L_r - L_m^2$$

gdzie  $R_s$  – rezystancja stojana,  $R_r$  – rezystancja wirnika,  $L_s$  – indukcyjność stojana,  $L_r$  – indukcyjność wirnika,  $L_m$  – indukcyjność wzajemna. Zmienne i parametry określone są w wielkościach względnych.

Wprowadzając do układu równań dodatkowy wektor:

$$(5) \quad \boldsymbol{\zeta} = \omega_r \boldsymbol{\psi}_r$$

oraz obustronnie różniczkując równanie (5) otrzymuje się rozszerzony model maszyny indukcyjnej:

$$(6) \quad \frac{d\mathbf{i}_s}{d\tau} = a_1 \mathbf{i}_s + a_2 \boldsymbol{\psi}_r + j a_3 \boldsymbol{\zeta} + a_4 \mathbf{u}_s,$$

$$(7) \quad \frac{d\boldsymbol{\psi}_r}{d\tau} = a_5 \mathbf{i}_s + a_6 \boldsymbol{\psi}_r + j \boldsymbol{\zeta},$$

$$(8) \quad \frac{d\boldsymbol{\zeta}}{d\tau} = \frac{d\omega_r}{d\tau} \boldsymbol{\psi}_r + a_5 \omega_r \mathbf{i}_s + a_6 \boldsymbol{\zeta} + j \omega_r \boldsymbol{\zeta},$$

$$(9) \quad \frac{d\omega_r}{d\tau} = \frac{1}{J} (T_e - m_o).$$

Występująca w równaniu (8) pochodna prędkości wirnika przyjmuje pomijalnie małe wartości przy niewielkich zmianach prędkości, natomiast w stanie ustalonym pracy maszyny człon ten można całkowicie pominąć.

### Obserwator prędkości maszyny indukcyjnej

Zaproponowany w [6] obserwator zmiennych stanu oparty na rozszerzonym modelu maszyny indukcyjnej opisany jest następującymi równaniami:

$$(10) \quad \frac{d\hat{\mathbf{i}}_s}{d\tau} = a_1 \hat{\mathbf{i}}_s + a_2 \hat{\boldsymbol{\psi}}_r + j a_3 \hat{\boldsymbol{\zeta}} + a_4 \mathbf{u}_s, \\ + k_{11} \tilde{\boldsymbol{\zeta}} + j k_{12} \tilde{\boldsymbol{\zeta}} + k_{13} \tilde{\mathbf{i}}_s + j k_{14} \tilde{\mathbf{i}}_s,$$

$$(11) \quad \frac{d\hat{\psi}_r}{d\tau} = a_5 \hat{i}_s + a_6 \hat{\psi}_r + j \hat{\zeta} + k_{21} \tilde{\zeta} + j k_{22} \tilde{\zeta} + k_{23} \tilde{i}_s + j k_{24} \tilde{i}_s,$$

$$(12) \quad \frac{d\hat{\zeta}}{d\tau} = \frac{\Delta \hat{\omega}_r}{\Delta \tau} \hat{\psi}_r + a_5 \hat{\omega}_r \hat{i}_s + a_6 \hat{\zeta} + j \hat{\omega}_r \hat{\zeta} + k_{31} \tilde{\zeta} + j k_{32} \tilde{\zeta} + k_{33} \tilde{i}_s + j k_{34} \tilde{i}_s,$$

gdzie  $\hat{\cdot}$  oznacza wielkości odtwarzane,  $k_{11}, \dots, k_{34}$  są wzmocnieniami obserwatora, natomiast  $\tilde{i}_s, \tilde{\zeta}$  są wektorami błędów odtwarzania.

Błędy odtwarzania zdefiniowano następująco:

$$(13) \quad \tilde{i}_s = i_s - \hat{i}_s,$$

$$(14) \quad \tilde{\zeta} = \hat{\omega}_r \hat{\psi}_r - \hat{\zeta}.$$

Wartość odtwarzanej prędkości kątowej wirnika maszyny oblicza się na podstawie wartości odtwarzanych zmiennych stanu z zależności:

$$(15) \quad \hat{\omega}_r = \frac{\hat{\psi}_{r\alpha} \hat{\zeta}_\alpha + \hat{\psi}_{r\beta} \hat{\zeta}_\beta}{\hat{\psi}_r^2},$$

gdzie  $\hat{\psi}_{r\alpha}, \hat{\psi}_{r\beta}$  - składowe odtwarzanego wektora strumienia wirnika,  $\hat{\psi}_r$  - moduł odtwarzanego wektora strumienia wirnika,  $\hat{\zeta}_\alpha, \hat{\zeta}_\beta$  - składowe wektora  $\hat{\zeta}$ .

#### Błąd odtwarzania zmiennych stanu

Na podstawie równań opisujących dynamikę błędów odtwarzania można wyciągnąć wnioski na temat stabilności oraz właściwości dynamicznych obserwatora. Do opisu dynamiki błędów odtwarzania zaproponowano następujący układ równań:

$$(16) \quad \frac{d\tilde{i}_s}{d\tau} = a_1 \tilde{i}_s + a_2 \tilde{\psi}_r + j a_3 (\omega_r \psi_r - \hat{\zeta}) - k_{11} \tilde{\zeta} - j k_{12} \tilde{\zeta} - k_{13} \tilde{i}_s - j k_{14} \tilde{i}_s,$$

$$(17) \quad \frac{d\tilde{\psi}_r}{d\tau} = a_5 \tilde{i}_s + a_6 \tilde{\psi}_r + j (\omega_r \psi_r - \hat{\zeta}) - k_{21} \tilde{\zeta} - j k_{22} \tilde{\zeta} - k_{23} \tilde{i}_s - j k_{24} \tilde{i}_s,$$

$$(18) \quad \frac{d\tilde{\zeta}}{d\tau} = \frac{\Delta \hat{\omega}_r}{\Delta \tau} (\psi_r - \tilde{\psi}_r) + a_5 \hat{\omega}_r (i_s - \tilde{i}_s) + a_6 \hat{\zeta} + j \hat{\omega}_r \hat{\zeta} + k_{31} \tilde{\zeta} + j k_{32} \tilde{\zeta} + k_{33} \tilde{i}_s + j k_{34} \tilde{i}_s.$$

W równaniu (18) zamiast opisu dynamiki błędu  $\tilde{\zeta}$  wykorzystano wyrażenie na pochodną zmiennej  $\hat{\zeta}$ , ponieważ nie ma możliwości wyrażenia błędu prędkości

$$(26) \quad A = \begin{bmatrix} a_1 - k_{13} & k_{14} + a_5 \frac{i_{sq}}{\psi_{rd}} + \omega_r & a_2 & -k_{12} \omega_r & 0 & a_3 - k_{12} \\ -\left(k_{14} + a_5 \frac{i_{sq}}{\psi_{rd}} + \omega_r\right) & a_1 - k_{13} & 0 & a_2 + k_{11} \omega_r & -a_3 & k_{11} \\ a_5 - k_{23} & k_{24} & a_6 & a_5 \frac{i_{sq}}{\psi_{rd}} + \omega_r - k_{22} \omega_r & 0 & 1 - k_{22} \\ -k_{24} & a_5 - k_{23} & -\left(a_5 \frac{i_{sq}}{\psi_{rd}} + \omega_r\right) & a_6 + k_{21} \omega_r & -1 & k_{21} \\ k_{33} - a_5 \omega_r & -k_{34} & \omega_r a_5 \frac{i_{sd}}{\psi_{rd}} & k_{32} \omega_r & a_6 + a_5 \frac{i_{sd}}{\psi_{rd}} & k_{32} + a_5 \frac{i_{sd}}{\psi_{rd}} \\ k_{34} & k_{33} - a_5 \omega_r & \omega_r a_5 \frac{i_{sq}}{\psi_{rd}} + \omega_r^2 & -k_{31} \omega_r & \omega_r & a_6 - k_{31} \end{bmatrix},$$

wirnika ani jej wartości odtwarzanej bez znajomości  $\hat{\zeta}$ . Występujące w równaniach (16) – (18) wartości błędów prędkości wirnika oraz  $\tilde{\zeta}$  oblicza się z następujących zależności:

$$(19) \quad \tilde{\zeta} = \hat{\omega}_r \psi_r - \hat{\omega}_r \tilde{\psi}_r - \hat{\zeta},$$

$$(20) \quad \hat{\omega}_r = \frac{(\psi_{r\alpha} - \tilde{\psi}_{r\alpha}) \hat{\zeta}_\alpha + (\psi_{r\beta} - \tilde{\psi}_{r\beta}) \hat{\zeta}_\beta}{(\psi_{r\alpha} - \tilde{\psi}_{r\alpha})^2 + (\psi_{r\beta} - \tilde{\psi}_{r\beta})^2},$$

$$(21) \quad \tilde{\omega}_r = \omega_r - \hat{\omega}_r.$$

W równaniach (16) – (21) oprócz współczynników zależnych od parametrów maszyny oraz wzmocnień obserwatora występują także rzeczywiste wartości prądu stojana, strumienia wirnika oraz prędkości wirnika. Oznacza to, że właściwości dynamiczne oraz stabilność obserwatora określone są nie tylko przez parametry maszyny oraz wartości wzmocnień obserwatora, ale także przez warunki pracy maszyny.

#### Bieguny obserwatora

Na podstawie położenia biegunów liniowego układów można wyciągnąć wnioski na temat stabilności oraz właściwości dynamicznych badanego układu.

Linearyzując nieliniowe równania opisujące dynamikę błędów odtwarzania obserwatora można uzyskać informacje na temat właściwości dynamicznych obserwatora w otoczeniu pewnego punktu pracy. W stanie ustalonym obserwatora oczekuje się zerowych błędów odtwarzania, zatem przyjęto następujący punkt pracy:

$$(22) \quad \bar{x} = \begin{bmatrix} \bar{i}_s & \bar{\psi}_r & \bar{\zeta} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \omega_r \psi_r \end{bmatrix}^T,$$

gdzie  $\bar{\cdot}$  oznacza wartość zmiennej w punkcie pracy.

Uwzględniając punkt pracy przyjęty w (22) wektor odchyień wartości błędów odtwarzania od punktu pracy zdefiniowany jest następująco:

$$(23) \quad \Delta x = \begin{bmatrix} \tilde{i}_s - \bar{i}_s & \tilde{\psi}_r - \bar{\psi}_r & \hat{\zeta} - \bar{\zeta} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \tilde{i}_s & \tilde{\psi}_r & \Delta \hat{\zeta} \end{bmatrix}^T,$$

gdzie wektor  $\Delta \hat{\zeta}$  określony jest zależnością:

$$(24) \quad \Delta \hat{\zeta} = \hat{\zeta} - \omega_r \psi_r.$$

Zlinearyzowany układ równań (16) – (18) wokół punktu pracy (22) jest postaci:

$$(25) \quad \frac{d\Delta x}{d\tau} = A \Delta x,$$

gdzie  $A$  jest macierzą stanu zlinearyzowanych równań błędów obserwatora:

gdzie indeksy  $d$  oraz  $q$  oznaczają składowe odpowiadających im wektorów wyrażone w układzie współrzędnych zorientowanym względem wektora strumienia wirnika, w którym:

$$(27) \quad \psi_{rd} = |\psi_r|,$$

$$(28) \quad \psi_{rq} = 0.$$

W układzie współrzędnych zorientowanym względem wektora strumienia wirnika występujące w macierzy  $A$  wartości składowych wektora prądu stojana oraz strumienia wirnika są stałe w stanie ustalonym, zatem mogą być traktowane jako parametry. Ponadto można wówczas zapisać:

$$(29) \quad i_{sd} = \frac{|\psi_r|}{L_m} = \frac{\psi_{rd}}{L_m},$$

$$(30) \quad i_{sq} = \frac{m_o}{a_7 |\psi_r|} = \frac{m_o}{a_7 \psi_{rd}}.$$

Uwzględniając (29) oraz (30) w macierzy  $A$ , właściwości obserwatora w stanie ustalonym pracy maszyny zależą od parametrów maszyny, wzmacnień obserwatora oraz warunków pracy maszyny określanych przez prędkość wirnika, moment obciążenia oraz moduł wektora strumienia wirnika.

W dalszej części pracy biegunami obserwatora nazywane będą wartości własne  $\lambda_1, \dots, \lambda_6$  macierzy  $A$ , stanowiące rozwiązanie równania:

$$(31) \quad |A - \lambda I| = 0.$$

#### Dobór wzmacnień obserwatora

Analizując położenie biegunów obserwatora można ocenić właściwości dynamiczne obserwatora bez konieczności przeprowadzenia złożonych symulacji. Znajduje to zastosowanie przy wykorzystaniu metod optymalizacyjnych doboru wartości wzmacnień obserwatora, które wymagają wielokrotnego wywołania funkcji celu określającej jakość odtwarzania zmiennych stanu.

Podstawowym kryterium doboru wartości wzmacnień jest zapewnienie stabilności obserwatora. Warunek ten jest spełniony gdy wszystkie bieguny obserwatora znajdują się w lewej półpłaszczyźnie płaszczyzny zespolonej, czyli gdy wszystkie bieguny mają ujemną część rzeczywistą.

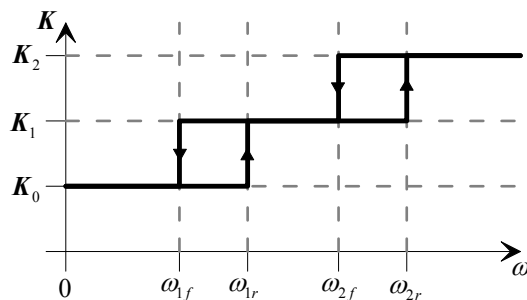
O właściwościach dynamicznych układu decydują przede wszystkim bieguny położone najbliżej osi urojonej, czyli bieguny dominujące. Stała czasowa związana z biegunem jest odwrotnie proporcjonalna do odległości biegunu od osi urojonej. Bieguny położone dalej po lewej stronie płaszczyzny zespolonej od biegunów dominujących posiadają krótsze stałe czasowe, zatem ich wpływ na dynamikę obserwatora zanika szybciej. Czas ustalania obserwatora oszacować można na podstawie położenia biegunów dominujących z zależności:

$$(32) \quad t_r = \left| \max \{ \Re[\lambda_1], \Re[\lambda_2], \dots, \Re[\lambda_6] \} \right|^{-1} \cdot 4.$$

Oscylacje błędu odtwarzania zmiennych stanu maszyny określone są przez odległość biegunów od osi rzeczywistej płaszczyzny zespolonej. Wraz ze wzrostem wartości części urojonej sprzężonej pary biegunów rośnie również częstotliwość oscylacji oraz maleje tłumienie. Najkorzystniejszym wariantem jest ułożenie wszystkich biegunów na osi rzeczywistej, jednak stosowanie metod optymalizacyjnych doboru wartości wzmacnień w praktyce nie zapewnia zerowych wartości części urojonej biegunów. Przyjęto, że wystarczające tłumienie uzyskuje się, gdy kąt między osią rzeczywistą, a prostą poprowadzoną przez bieguny dominujące oraz środek układu współrzędnych, nie przekracza  $45^\circ$ .

Jak wynika z postaci macierzy (26) rozkład biegunów zależny jest od stałych parametrów maszyny, wartości wzmacnień oraz warunków pracy maszyny. Zmiany momentu obciążenia nie mają istotnego wpływu na położenie biegunów. Dla prędkości maszyny nieprzekraczającej wartości znamionowej moduł wektora strumienia wirnika utrzymywany jest na stałym poziomie przez układ regulacji, zatem dynamika obserwatora zależna jest przede wszystkim od prędkości wirnika. Dobierając wartości wzmacnień należy zapewnić stabilność oraz oczekiwane właściwości dynamiczne obserwatora w całym zakresie dopuszczalnych warunków pracy maszyny. Przyjęcie jednego zestawu wzmacnień może okazać się niewystarczające, szczególnie w przypadku gdy rozpatrywany jest także zakres osłabiania pola.

Dobre właściwości obserwatora uzyskuje się przyjmując trzy zestawy wzmacnień. Pierwszy zestaw  $K_0$  przyjęto dla małych prędkości maszyny. Drugi zestaw wzmacnień  $K_1$  dobrano dla dużych prędkości, przy których nie występuje zjawisko osłabiania pola, natomiast dla większych prędkości zdefiniowano zestaw wzmacnień  $K_2$ . W celu uniknięcia wielokrotnej zmiany wzmacnień wokół prędkości granicznych do algorytmu przełączania wzmacnień wprowadzono histerezę. Sposób dostosowywania obserwatora do warunków pracy maszyny przedstawiony został na rysunku 1.



Rys.1. Modyfikacja wzmacnień obserwatora wraz ze zmianą prędkości maszyny.

Podczas doboru zestawów wzmacnień należy zapewnić oczekiwane właściwości obserwatora w całym rozpatrywanym przedziale. Definiując funkcję celu należy uwzględnić rozkład biegunów w zależności od prędkości na krańcach przedziałów oraz ewentualnie w dodatkowych punktach pośrednich. Ponadto dla zakresu osłabiania pola oprócz zmiany prędkości należy również uwzględnić malejącą wartość modułu wektora strumienia wirnika.

Do doboru wzmacnień obserwatora wykorzystano algorytmy ewolucyjne. Zastosowana funkcja celu szczegółowo opisana została w [7].

#### Zachowanie właściwości obserwatora przy różnych kierunkach prędkości

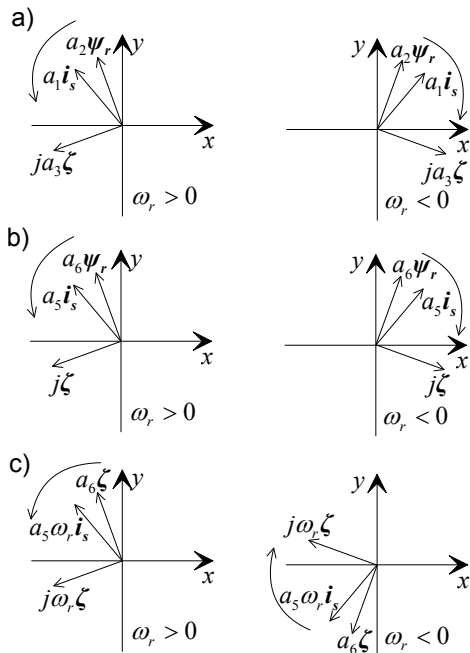
W przypadku, gdy wszystkie wzmacnienia obserwatora są różne od zera, dynamika odtwarzania zmiennych stanu zależna jest nie tylko od wartości prędkości, ale także od kierunku pracy maszyny. Zwykle zmiana kierunku prędkości skutkuje utratą stabilności badanego obserwatora. Wymagane jest zatem określenie zestawów wzmacnień dla obydwu kierunków prędkości.

Niezależnym dobór wzmacnień dla ujemnych prędkości z wykorzystaniem metod optymalizacyjnych może wiązać się z niepotrzebnym nakładem obliczeniowym, a także z innymi właściwościami dynamicznymi obserwatora dla różnych kierunków obrotów wirnika maszyny. Warto zatem wykorzystać symetrię modelu maszyny przy różnych kierunkach prędkości.

Na rysunku 2 przedstawiono wektory występujące po prawych stronach równań (6) – (8) rozszerzonego modelu maszyny w stanie ustalonym przy różnych kierunkach prędkości wirnika. W równaniu opisującym dynamikę prądu stojana wektor prądu stojana wyprzedza wektor strumienia wirnika o kąt  $\delta$  zależny od obciążenia maszyny. Wektor  $\zeta$ , będący iloczynem prędkości wirnika oraz wektora strumienia wirnika, dla dodatniej prędkości posiada taki sam kierunek oraz zwrot jak wektor strumienia wirnika. Pomnożenie przez  $j$  obraca wektor o  $90^\circ$  w kierunku dodatnim, zatem wektor  $j\zeta$  wyprzedza wektor  $\psi_r$  o  $90^\circ$ .

W przypadku ujemnej prędkości wszystkie wektory wirują w przeciwną stronę. Wektor prądu stojana nadal wyprzedza wektor strumienia wirnika o pewien kąt zależny od obciążenia. Wektor  $\zeta$  jest równoległy do wektora strumienia wirnika, jednak ze względu na ujemną prędkość wirnika posiada przeciwny zwrot, czyli jest obrocony o  $180^\circ$  względem wektora  $\psi_r$ . Wektor  $j\zeta$  przy ujemnej prędkości wyprzedza zatem wektor strumienia wirnika o  $90^\circ$  tak jak to było w przypadku dodatniej prędkości wirnika.

Postępując analogicznie rysuje się wektory występujące w pozostałych równaniach modelu maszyny. We wszystkich przypadkach wraz ze zmianą kierunku wirowania maszyny zachowywana jest kolejność wektorów oraz kąty między nimi, co uzasadnia takie same właściwości pracy maszyny oraz modelu przy różnych kierunkach prędkości.



Rys.2. Wektory występujące w równaniach rozszerzonego modelu maszyny indukcyjnej opisujące dynamikę a) prądu stojana, b) strumienia wirnika, c) zmiennej  $\zeta$ .

Rozkład wektorów odtwarzanych zmiennych stanu występujących w równaniach obserwatora (10) – (12) jest taki sam jak wektorów przedstawionych na rysunku 2. Ponadto w równaniach obserwatora występują wektory błędów odtwarzania.

Na rysunku 3 przedstawiono przykładowy rozkład wektorów błędów obserwatora dla różnych kierunków prędkości oraz różnych zestawów wzmocnień  $K_+$  oraz  $K_-$ . Uwzględniając definicję błędu odtwarzania  $\tilde{\zeta}$  (14) oraz fakt, że wraz ze zmianą kierunku pracy maszyny wektor  $\hat{\zeta}$  obraca się o  $180^\circ$ , wektor błędu  $\tilde{\zeta}$  także obraca się o  $180^\circ$ . Przy ujemnej prędkości oraz takim samym zestawie wzmocnień obserwatora  $K_+$  jak dla dodatniej prędkości

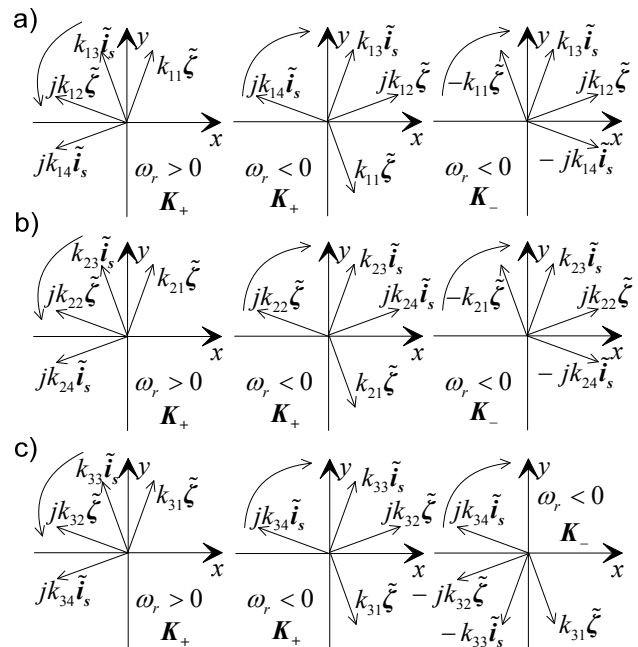
otrzymuje się inną kolejność oraz kąt między wektorami błędów obserwatora. Świadczy to o braku symetrii obserwatora przy różnych kierunkach pracy maszyny i stałych wartościach wzmocnień. Obracając wybrane wektory o  $180^\circ$ , czyli mnożąc je przez  $-1$ , otrzymuje się takie same kąty oraz kolejność między wektorami błędów obserwatora bez względu na kierunek obrotów wirnika.

Przyjmując następujący zestaw wzmocnień obserwatora dla dodatnich prędkości:

$$(33) \quad K_+ = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & k_{34} \end{bmatrix},$$

symetrię obserwatora uzyskuje się gdy dla ujemnej prędkości zdefiniuje się następujący zbiór wzmocnień:

$$(34) \quad K_- = \begin{bmatrix} -k_{11} & k_{12} & k_{13} & -k_{14} \\ -k_{21} & k_{22} & k_{23} & -k_{24} \\ k_{31} & -k_{32} & -k_{33} & k_{34} \end{bmatrix}.$$



Rys.3. Wektory błędów odtwarzania występujące w równaniach obserwatora opisujące dynamikę a) odtwarzanego prądu stojana, b) odtwarzanego strumienia wirnika, c) odtwarzanej zmiennej  $\zeta$ .

Przyjmując zestaw  $K_+$  lub  $K_-$  konieczna jest znajomość kierunku prędkości. Przyjęcie niewłaściwego zestawu wzmocnień może skutkować destabilizacją obserwatora. Problem ten jest szczególnie istotny przy małych prędkościach maszyny, gdzie kierunek pracy maszyny może się zmienić pod wpływem działania zewnętrznego momentu. Można wówczas przyjąć kolejny zestaw wzmocnień, który zapewnia takie same właściwości obserwatora dla obydwu kierunków:

$$(35) \quad K_0 = \begin{bmatrix} 0 & k_{012} & k_{013} & 0 \\ 0 & k_{022} & k_{023} & 0 \\ k_{031} & 0 & 0 & k_{034} \end{bmatrix}.$$

Wyzerowanie wybranych wzmocnień skutkuje ograniczeniem swobody doboru wzmocnień. Przy korzystaniu z metod optymalizacyjnych dla doboru wzmocnień zestawu  $K_0$  bieguny dominujące znajdują się zawsze blisko osi urojonej, co skutkuje długim okresem stabilizacji obserwatora. Należy zatem korzystać z zestawu  $K_0$  jedynie w zakresie małych prędkości wirnika.

### Badania symulacyjne i eksperymentalne

Badania symulacyjne przeprowadzono wykorzystując model maszyny indukcyjnej opisany układem równań (1-4). Dobór wartości wzmocnień obserwatora przeprowadzono według algorytmu ewolucyjnego. W modelu oraz podczas doboru wzmocnień przyjęto zmierzone wartości parametrów maszyny. Celem badań jest ocena jakości odtwarzania zmiennych stanu w szerokim zakresie zmian prędkości maszyny oraz wykazanie symetrii działania obserwatora przy różnych kierunkach obrotów wirnika.

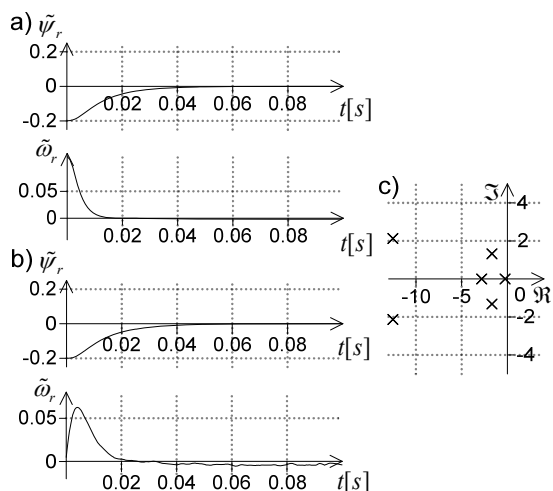
Na rysunkach 4,5,6 porównano właściwości dynamiczne obserwatora przy dodatniej oraz ujemnej prędkości przyjmując odpowiednio zestawy wzmocnień  $K_+$  oraz  $K_-$ . W stanie ustalonym pracy maszyny wprowadzono zakłócenie, polegające na skokowej zmianie modułu wektora strumienia wirnika. Jako błąd odtwarzania prędkości przyjęto różnicę między wartością zmierzoną przy wykorzystaniu enkodera optycznego, a wartością odtworzoną z obserwatora:

$$(36) \quad \tilde{\omega}_r = \omega_r - \hat{\omega}_r,$$

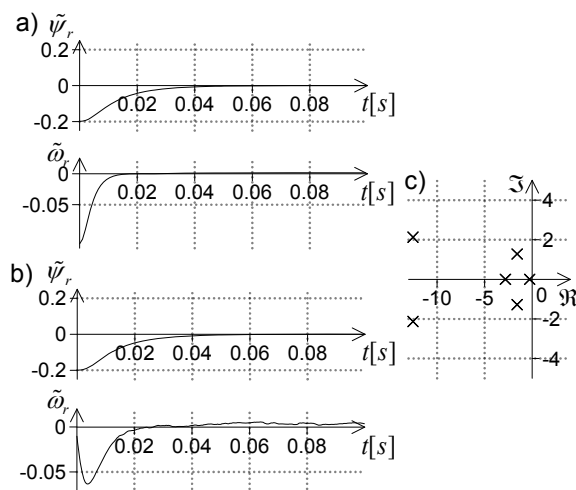
Ze względu na brak możliwości pomiaru strumienia wirnika jako błąd odtwarzania tej wielkości przyjęto różnicę między wartością w stanie ustalonym przed zakłóceniem, a wartością odtwarzaną:

$$(37) \quad \tilde{\psi}_r = \hat{\psi}_{rust} - \hat{\psi}_r,$$

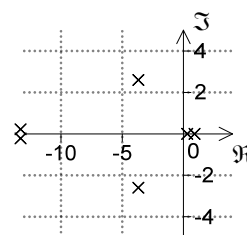
Maszynę obciążono momentem wynoszącym 0,4. Bez względu na kierunek pracy maszyny uzyskano zbliżone czasy ustalania obserwatora oraz charakter odpowiedzi na zakłócenie. Ponadto porównano rozkłady biegunów obserwatora w zależności od kierunku obrotów oraz przyjętego zestawu wzmocnień. W przypadku ujemnej prędkości oraz przyjęcia zestawu wzmocnień  $K_-$  otrzymuje się taki sam rozkład biegunów obserwatora jak dla dodatniej prędkości oraz wzmocnieniach  $K_+$ . Brak korekty wzmocnień przy zmianie kierunku obrotów skutkuje w tym przypadku występowaniem biegunów po prawej stronie płaszczyzny zespolonej, zatem obserwator jest niestabilny.



Rys.4. Wyniki badań dla prędkości wirnika  $\omega_r=0,6$  przy zestawie wzmocnień obserwatora  $K_+$ : a) błędy odtwarzania uzyskane w badaniach symulacyjnych, b) błędy odtwarzania uzyskane w badaniach eksperymentalnych, c) rozkład biegunów obserwatora

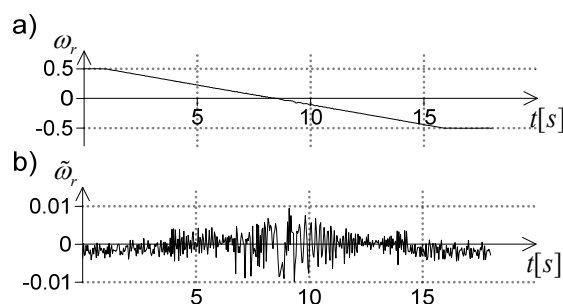


Rys.5. Wyniki badań dla prędkości wirnika  $\omega_r=-0,6$  przy zestawie wzmocnień obserwatora  $K_-$ : a) błędy odtwarzania uzyskane w badaniach symulacyjnych, b) błędy odtwarzania uzyskane w badaniach eksperymentalnych, c) rozkład biegunów obserwatora.



Rys.6. Rozkład biegunów obserwatora dla prędkości  $\omega_r=-0,6$  oraz zestawu wzmocnień  $K_+$ .

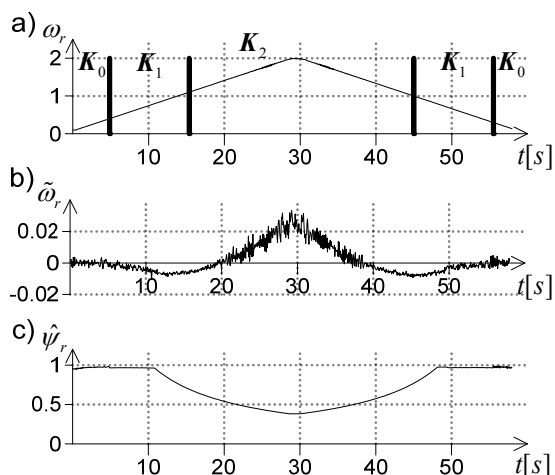
Na rysunku 7 przedstawiono przebiegi podczas nawrotu maszyny. Przyjęto stały zestaw wzmocnień postaci  $K_0$  dla obydwu kierunków prędkości. Obserwator pozostaje stabilny bez względu na kierunek pracy maszyny. Błąd odtwarzania prędkości, nie przekracza 0,01 zarówno dla dodatniej jak i ujemnej prędkości.



Rys.7. Wyniki badań eksperymentalnych podczas nawrotu maszyny przy zestawie wzmocnień obserwatora postaci  $K_0$ : a) rzeczywista prędkość wirnika, b) błąd odtwarzania prędkości.

Właściwości obserwatora w szerokim zakresie zmian prędkości przedstawiono na rysunku 8. Maszyna obciążona została stałym momentem wynoszącym 0,1. Na rysunku zaznaczono przedziały, w których obowiązywały dane zestawy wzmocnień. Wokół granic przedziałów zaobserwować można zmiany właściwości obserwatora.

Właściwości obserwatora w szerokim zakresie zmian prędkości przedstawiono na rysunku 8. Maszyna obciążona została stałym momentem wynoszącym 0,1. Na rysunku zaznaczono przedziały, w których obowiązywały dane zestawy wzmocnień. Wokół granic przedziałów zaobserwować można zmiany właściwości obserwatora.



Rys.8. Wyniki badań eksperymentalnych przy zmiennych zestawach wzmacnień obserwatora: a) rzeczywista prędkość wirnika oraz aktywne zestawy wzmacnień, b) błąd odtwarzania prędkości, c) odtwarzana wartość modułu wektora strumienia wirnika.

### Podsumowanie

Zaproponowano metodę korekcji wzmacnień przy zmianie kierunku pracy maszyny. Przeprowadzono badania potwierdzające zachowanie właściwości dynamicznych obserwatora przy dodatnich oraz ujemnych prędkościach. Uzyskano zadowalające wyniki w szerokim zakresie zmian prędkości maszyny. W celu uzyskania pożądaných właściwości obserwatora w całym zakresie prędkości dobrano wiele zestawów wzmacnień obserwatora przełączanych w zależności od warunków pracy maszyny.

Przeprowadzone prace pozwalają na ograniczenie obliczeń związanych z doбором wzmacnień obserwatora. Kryteria jakości oparte na rozkładzie biegunów pozwalają na znaczne skrócenie czasu obliczeń w porównaniu z metodami symulacyjnymi. Ponadto wyeliminowano konieczność oddzielnego doboru wzmacnień rozszerzonego obserwatora dla ujemnych prędkości.

Artykuł finansowany ze środków NCN projekt nr 2011/01/B/ST7/06593.

### LITERATURA

- [1] Białoń T., Lewicki A., Niestrój R., Pasko M.: Porównanie dwóch metod doboru parametrów proporcjonalnego obserwatora zmiennych stanu silnika indukcyjnego pracującego w roli modelu przestrajanego estymatora typu MRAS. *Przegląd Elektrotechniczny*. (2012), nr.4b
- [2] Krzemiński Z.: Observer of induction motor speed based on exact disturbance model. *Int. Conf. EPE-PEMC'2008*, Poznan, Poland, 2008
- [3] Gackowski M., Krzemiński Z.: Optymalizacja wzmacnień obserwatora prędkości maszyny indukcyjnej. *Przegląd Elektrotechniczny*. (2010), nr.2
- [4] Kubota H., Matsuse K., Nakano T.: DSP-Based Speed Adaptive Flux Observer of Induction Machine. *IEEE Trans. on Ind. Appl.*, 2 (29), 1993, 344-348
- [5] Tarchała G., Orłowska-Kowalska T., Nguyen-Thac K., Dybkowski M.: Analiza bezczujnikowego indukcyjnego napędu trakcyjnego z optymalnym algorytmem osłabiania pola. *Prace Naukowe Instytutu Maszyn, Napędów i Pomiarów Elektrycznych Politechniki Wrocławskiej*. (2012), nr.66
- [6] Krzemiński Z.: Identyfikacja parametrów maszyny indukcyjnej z zastosowaniem obserwatorów prędkości. *Przegląd Elektrotechniczny*. (2012), nr.4b
- [7] Krzemiński Z., Wachowiak D.: Dobór wzmacnień rozszerzonego obserwatora prędkości na podstawie rozkładu biegunów. *Przegląd Elektrotechniczny*, w druku

**Autorzy:** prof. dr hab. inż. Zbigniew Krzemiński, Politechnika Gdańska, Wydział Elektrotechniki i Automatyki, Katedra Automatyki Napędu Elektrycznego, ul. Narutowicza 11/12, 80-233 Gdańsk, E-mail: [zkrzem@ely.pg.gda.pl](mailto:zkrzem@ely.pg.gda.pl), mgr inż. Daniel Wachowiak, Politechnika Gdańska, Wydział Elektrotechniki i Automatyki, Katedra Automatyki Napędu Elektrycznego, ul. Narutowicza 11/12, 80-233 Gdańsk, E-mail: [dwachow@ely.pg.gda.pl](mailto:dwachow@ely.pg.gda.pl).