

## **Zarysowanie i nośność przestrzennego układu tarcz zbrojonych ortogonalnie**

**Krystyna Nagrodzka-Godycka<sup>1</sup>, Anna Knut<sup>2</sup>, Kamila Zmuda-Baszczyń<sup>3</sup>**

*<sup>1,2,3</sup> Katedra Konstrukcji Betonowych, Wydział Inżynierii Lądowej i Środowiska, Politechnika Gdańska, e-mail: <sup>1</sup>krystyna.nagrodzka-godycka@wilis.pg.gda.pl, <sup>2</sup>anna.knut@wilis.pg.gda.pl, <sup>3</sup>kamila.zmuda-baszczyń@wilis.pg.gda.pl,*

**Streszczenie:** W referacie przedstawiono wyniki badania eksperymentalnego przestrzennego układu tarcz z tarczą wspornikową obciążoną po wysokości i tarczą poprzeczną ją wspierającą. Wyniki badania w zakresie zarysowania i nośności przeanalizowano pod kątem udziału betonu w pracy układu tarczowego. Zweryfikowano przydatność wytrzymałości betonu na przecinanie w ocenie nośności.

**Słowa kluczowe:** żelbetowa tarcza, wspornik, zarysowanie, nośność, przecinanie

### **1. Wprowadzenie**

Współczesna architektura budynków charakteryzuje się zróżnicowaniem przestrzennym bryły obiektu. Niekonwencjonalne i wyszukane podejście architektów w kształtowaniu elewacji, stanowi nie lada wyzwanie dla konstruktora. Ciekawą formę uzyskuje się niejednokrotnie stosując wykusze dochodzące nawet do kilku kondygnacji.

W tego rodzaju obiektach często jednym z głównych elementów konstrukcyjnych są tarcze lub układy przenikających się tarcz z różnorodnym obciążeniem, na krawędzi górnej, dolnej lub po wysokości.

Szczególnie w odniesieniu do tego ostatniego rodzaju obciążenia mało jest informacji na temat wymiarowania żelbetowych tarcz wspornikowych lub tarcz z przewieszzeniami, a bardzo nieliczne dotyczą badań eksperymentalnych. Brak jest szczegółowych normowych zaleceń konstrukcyjnych [1]. Badania dotyczące m.in. tarcz wspornikowych obciążonych po wysokości prowadzili F. Leonhardt i R. Walther [2]. W Polsce badaniami tarcz żelbetowych zajmowali się T. Godycki-Ćwirko [3] i D. Ułańska [4]. Program badań [4] obejmował płaskie tarcze wspornikowe obciążone na krawędzi górnej.

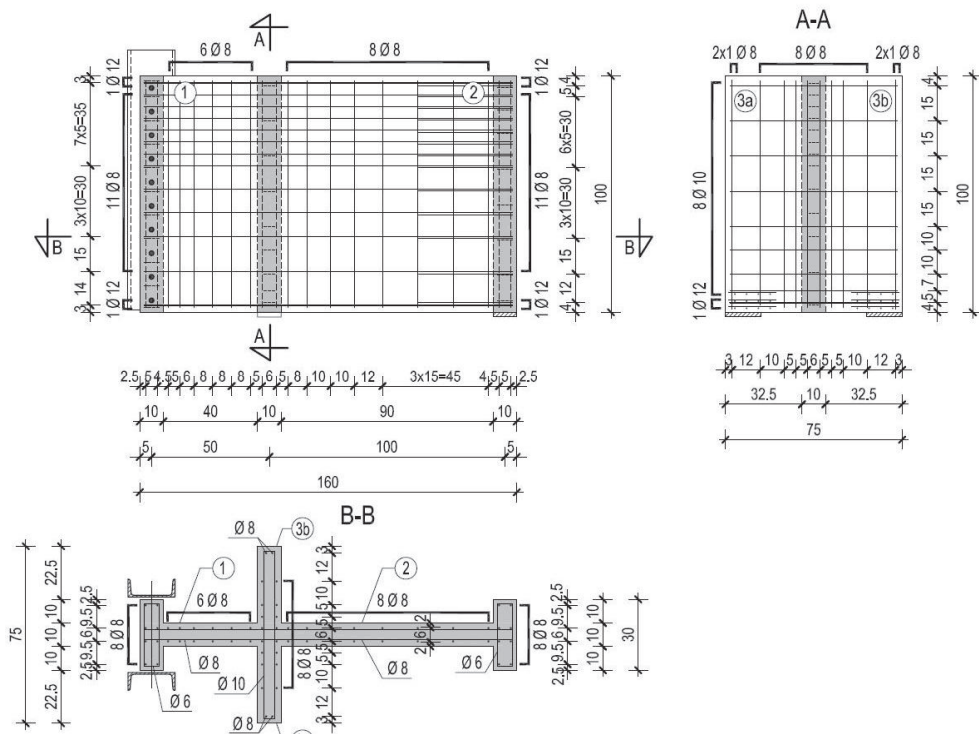
Główne zalecenia konstrukcyjne w odniesieniu do tarcz wspornikowych sformułowane przez Leonhardta i Mönniga w [5] preferują zbrojenie ukośnymi prętami wraz z podwieszającymi strzemiionami pionowymi.

W referacie przedstawiono wyniki własnych badań eksperymentalnych układu przestrzennego tarcz ze wspornikową tarczą obciążoną po wysokości i tarczą poprzeczną, na której wspornikowa została zawieszona.

### **2. Program badań**

Badania przeprowadzono dla przestrzennego układu tarcz żelbetowych składającego się z tarczy podłużnej ze wspornikiem o stosunku  $l_k/H = 0,5$  (wysięg  $l_k$  i wysokość  $H$ ) przewieszzonej na tarczy poprzecznej z podporami miejscowymi (rys.1 i 4). W celu przekazania siły po wysokości wspornika zaprojektowano odpowiedni układ stalowych ceowników i sworzni poziomych usytuowanych na wysokości wspornika.

Wymiary tarcz dostosowano do możliwości technicznych prasy wytrzymałościowej. Tarcze miały grubość 10 cm i wysokość 100 cm. Długość tarczy podłużnej wynosiła 150 cm (w tym 50 cm części wspornikowej), zaś tarczy poprzecznej 75 cm. Badano tarcze ze zbrojeniem ortogonalnym i z dodatkowymi prętami ukośnymi. W niniejszym referacie przedstawiono badania tarcz zbrojonych ortogonalnie. Przestrzenny układ tarcz został zabroniony prętami o średnicy 8, 10 i 12 mm na podstawie analizy przeprowadzonej wg MES w fazie sprężystej oraz zaleceń konstrukcyjnych. Z uwagi na naprężenia w obszarze podpór tarczy poprzecznej zastosowano w tych miejscach dodatkowe zbrojenie na docisk w postaci siatek zgrzewanych o średnicy 6 mm w trzech warstwach. Geometrię i zbrojenie badanych tarcz przedstawiono na rysunkach 1 i 2a.



Rys. 1. Geometria i zbrojenie badanych tarcz

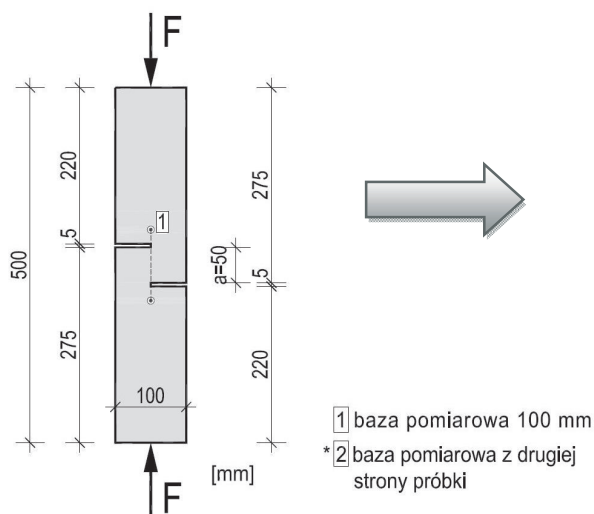
Układ tarcz betonowano w pozycji pionowej, z uwagi na ograniczoną grubość, zastosowano samozagęszczalną mieszankę betonową z kruszywem o średnicy 8 mm (rys. 2b).

Wykonano badania wytrzymałościowe betonu i stali. Beton badano na ściskanie i rozciąganie (przez rozłupanie), określono również moduł sprężystości (po 10 próbek dla każdego rodzaju badania).

Krzyżujący się układ tarcz i sposób ich obciążenia wywoływał niszczenie na przecinanie poprzedzone odpowiednim kształtowaniem zarysowania. To ukierunkowuje analizę wytężenia betonu na zjawisko przecinania. Przecinanie betonu było przyczyną niszczenia tarcz w badaniach [4]. Ponieważ ten rodzaj wytrzymałości nie jest regulowany przepisami normowymi, a wzory ją określające w literaturze, których przegląd można znaleźć w [6] dają różne wyniki, przeprowadzono własne badania betonu na przecinanie (rys.3). Kształt próbki do badań na przecinanie przyjęto wg [7]. Wyniki badań betonu przedstawiono w Tab.1.



Rys. 2. Przygotowania elementu badawczego: a) zbrojenie z rozmieszczonymi tensometrami b) tarcza przed betonowaniem



Rys. 3. Stanowisko badawcze i geometria badanej próbki

Tabela 1. Wytrzymałości badanego betonu

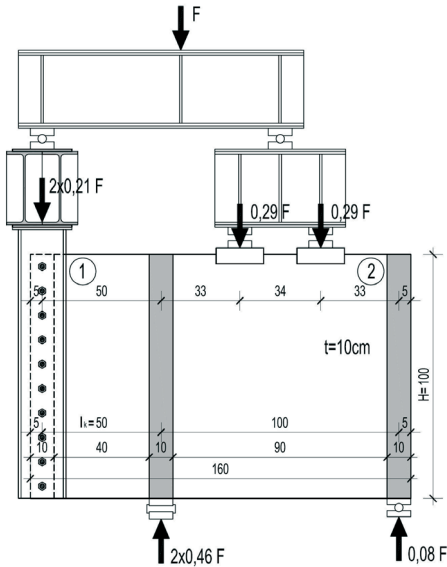
	Wytrzymałość betonu [MPa]		
	na ściskanie $f_{cm, \phi 15/30}$	na rozciąganie $f_{ctm, (spl\ cube\ 15)}$	na przecinanie $f_{ctm}$
$f_c$	50	3,6	9,67
$s_{f_c}$ *	3,22	0,31	1,2
$v$ **	6,43%	8,7%	12,2%

\*-odchylenie standardowe, \*\*- współczynnik zmienności

### 3. Przebieg badań

Badanie zostało przeprowadzone w specjalnie zaprojektowanym stanowisku badawczym w prasie wytrzymałościowej firmy Walter+Bai A.G. o maksymalnym nacisku 5000 kN, obciążenie zadawane było poprzez przemieszczenie tłoka prasy z prędkością 0,5 mm/minutę. Rozkład siły z prasy  $F$  przedstawiono na rys. 4. Obciążenie tarczy wspornikowej stanowiło 0,42 całkowitej siły  $F$ , natomiast tarczę podłużną (przęsłową)

obciążano dwiema siłami skupionymi po  $0,29F$  każda. Na tarczę poprzeczną - po jej wysokości -przekazywała się całkowita siła wartości  $0,92F$ , dając reakcję podporową  $0,46F$  każda (rys.4). Schemat układu tarcz na stanowisku badawczym z działającym obciążeniem i reakcjami przedstawiono na rys.4, natomiast na rys.5 przedstawiono tarcze na stanowisku badawczym.



Rys. 4. Schemat obciążenia badanych tarcz



Rys. 5. Tarcza na stanowisku badawczym

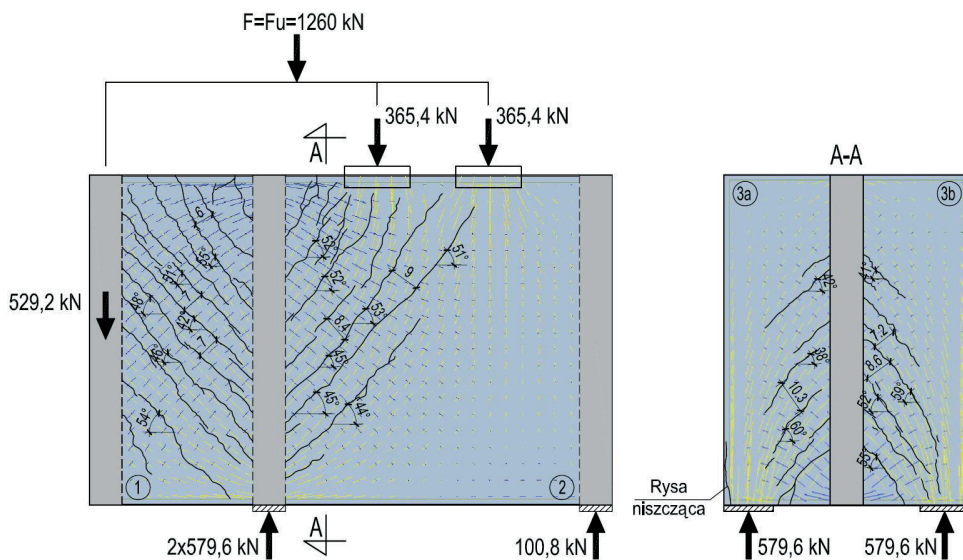
Dla każdego poziomu obciążenia były prowadzone pomiary odkształceń stali, betonu, pomiary przemieszczeń, siły oraz rejestrowano szerokość i propagację rys.

#### 4. Wyniki badań

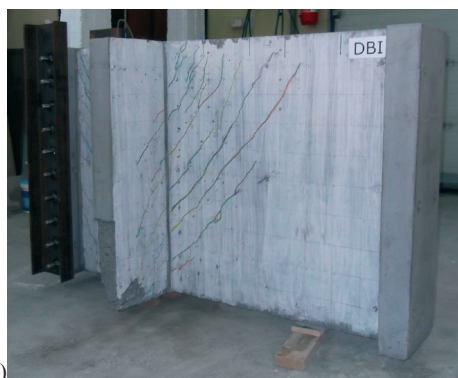
Pierwsze zarysowanie tarczy podłużnej nastąpiło przy sile  $F=357$  kN, co stanowiło ok.  $0,28F_u$ . Rysy pojawiły się w narożu rozciągającym przy połączeniu z tarczą poprzeczną zarówno w części wspornikowej jak i przęsłowej. Tarcza poprzeczna zarysowała się przy poziomie obciążenia  $0,365F_u$ . Przebieg zarysowania był niemal zgodny z kierunkiem głównych naprężeń ściskających uzyskanych z analizy wg MES. Na rysunku 6 przedstawiono obraz zarysowania tuż przed wyczerpaniem nośności na tle trajektorii naprężeń głównych. Kąt nachylenia rys, przy zniszczeniu, wynosił od  $55^\circ$  do  $42^\circ$  w tarczy wspornikowej, w przęśle tarczy podłużnej  $53^\circ$ ÷  $44^\circ$ , natomiast w tarczy poprzecznej rysy biegnęły pod kątem od  $40^\circ$  do  $60^\circ$ . Zarysowanie, jak też odkształcenia stali i betonu, wskazywały, że przyczyną niszczenia jest wytrzymałość betonu na przecinanie. Przed zniszczeniem, przy sile  $F=1200$  kN ( $0,95F_u$ ), pojawiła się rysa biegnąca od podpory tarczy poprzecznej ku górze (rys. 6, przekrój A-A) bardzo szybko zwiększająca swoją szerokość. Obszar podporowy tarczy poprzecznej z lewej strony zadecydował o nośności całego układu.

Badany układ tarcz zniszczył się pod obciążeniem  $F_u = 1260$  kN, przy sile obciążającej wspornik wynoszącej  $0,42F_u = 529,2$  kN. Dla tarczy poprzecznej siła miała wartość  $0,92F_u = 1159,2$  kN (reakcja podporowa była równa  $0,46F_u = 579,6$  kN). Zarysowanie tarcz po zniszczeniu przedstawiono na zdjęciach – rys. 7.





Rys. 6. Obraz zarysowania na tle trajektorii naprężeń głównych



Rys. 7. Zniszczenie tarczy żelbetowej: a) widok ogólny, b) i c) obszar niszczenia bezpośrednio po badaniu

## 5. Analiza nośności tarcz z uwagi na beton

Dla badanego układu tarcz i zarysowania jak na rys. 6 przeanalizowano nośność z uwagi na wyczerpanie wytrzymałości betonu na przecinanie oraz możliwe przekroczenie naprężeń na ściskanie w betonowych krzyżułkach wydzielonych rysami ukośnymi, jak też z uwagi na docisk w strefie podporowej tarczy poprzecznej.

Wytrzymałość na przecinanie dla tarcz wg T. Godyckiej-Ćwirko [3] opisana jest wzorem:

$$f_{ctm} = f_{cw} \cdot \frac{b}{2 \cdot H} \cdot \sqrt{\frac{H}{b}} \quad (1)$$

gdzie:  $f_{cw} \approx 1,09 \cdot f_{cm, \phi 15/30}$ ,  $b$ - grubość tarczy,  $H$ - wysokość tarczy  
Względniając zależność:

$$F_{Vu} = f_{ct} \cdot b \cdot H \quad (2)$$

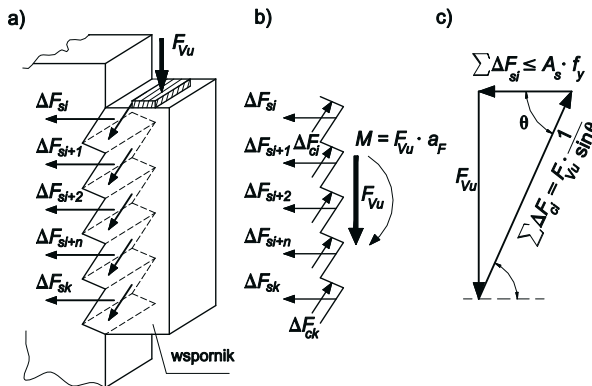
możemy zdeterminować graniczną siłę poprzeczną wg [3] jako:

$$F_{Vu} = 0,5 \cdot f_{cw} \cdot b \cdot \sqrt{H \cdot b} \quad (3)$$

Graniczna siła niszcząca podana za [8] wg Robinsona wynosi:

$$F_{Vu} = 0,1 \cdot b \cdot d \cdot f_c \quad (4)$$

Wyczerpanie nośności z uwagi na przekroczenie naprężeń na ściskanie w betonowych krzyżułkach wydzielonych rysami ukośnymi można określić na podstawie wzoru (5) uzyskanego ze schematu niszczenia wg K. Nagrodzkiej-Godyckiej [9] - rys. 8.



Rys. 8. Mechanizm niszczenia wg [9]: a) model b) rozkład sił, c) obliczeniowy schemat zastępczy kratownicy pojedynczej

$$F_{Vu} = f_{c,red} \cdot b \cdot d \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta \quad (5)$$

gdzie  $\theta$  - jest kątem nachylenia rysy ukośnej,  $f_{c,red}$  - zredukowana wytrzymałość betonu na ściskanie z uwagi na zarysowanie,  $f_{c,red} = v \cdot f_c$ , w Tab. 2 przyjęto z [1]

$$v = 0,6 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right)$$

Wykorzystując schemat przedstawiony na rys. 8 do wyodrębnionych rysami płaszczyzn przecinania oraz wytrzymałość betonu na przecinanie  $f_{ct}$  nośność można zapisać wzorem:



$$F_{Vu} = f_{ct} \cdot b \cdot H \cdot \sin^2 \theta \quad (6)$$

W tabeli 2 przedstawiono eksperymentalne i obliczone wartości wytrzymałości na przecinanie i graniczne siły poprzeczne. Obliczenia przeprowadzono dla kątów nachylenia rys ukośnych, które wystąpiły w badaniach eksperymentalnych przy zniszczeniu (rys. 6) oraz obliczonych na podstawie pomiarów ekstensometrem odkształceń na bazach w układzie rozet prostokątnych.

Układ tarcz zbrojony prętami pionowymi i poziomymi osiągnął 5% większą siłę od projektowanej (1200 kN). Zarysowanie oraz analiza wyników wykazują, że nie doszło do wyczerpania nośności betonu na ściskanie w betonowych krzyżulcach tarczy zarówno wspornikowej jak i poprzecznej. Graniczne siły poprzeczne, określone z warunku przecinania betonu jakkolwiek określone tylko pod kątem udziału betonu, są zbliżone do sił tnących występujących w tarczach.

Tabela 2. Eksperymentalne i obliczone graniczne siły poprzeczne

Tarcza	Kąt nachylenia rysy ukośnej $\theta$ [°]	Z uwagi na przecinanie $f_{ct}$ [MPa]; $V_u$ [kN]						Z uwagi na ściskanie	
		$f_{ct,cal}$ wg (1)	$V_{u,cal}$ wg (3)	$V_{u,cal}$ wg (4)	$f_{ct,exp}$	$V_{u,\tau exp}$ wg (2)	$V_{u,\tau exp}$ wg (6)		$V_{u,exp}$ wg (5)
Wspornikowa $0,42F_u =$ 529,2 kN	$\theta_{sr} = 49,3$	8,62	861,7	485	9,67	967	555,4	1151,1	
	$\theta_{sr, roz.} = 39,5$						391	1142,5	
Poprzeczna $0,46F_u =$ 579,6 kN	$\theta_{sr} = 49,6$	Podpora tarczy poprzecznej – nośność z uwagi na docisk (beton) $V_C = 750$ kN; z uwzgl. siatek zbr. $V_{RC} = 1268$ kN						560,4	1149,2

## 6. Wnioski

Ortogonalne zbrojenie, łatwiejsze w wykonawstwie, umożliwiło osiągnięcie projektowanej nośności. Nośność tak zbrojonego układu tarcz była niewiele mniejsza od układu zbrojonego dodatkowymi prętami ukośnymi. Obszar podporowy tarczy poprzecznej, pomimo istniejącego zbrojenia na docisk, był przyczyną zaniżenia zdolności nośnej układu przestrzennego tarcz. Stąd wniosek, że zabezpieczenie strefy docisku powinno obejmować większy obszar narożnika podporowego. Powyższe zalecenie nie dotyczy tarcz z podporą słupową.

## Literatura

- 1 PN-EN 1992-1-1:2008 Eurokod 2: Projektowanie konstrukcji z betonu – Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków.
- 2 Leonhardt F., Walther R. Wandartige Träger, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, nr 178, 1966, s.159.
- 3 Godycki-Ćwirko T. Wandartige Stahlbetonträger mit Auflagerverstärkungen (Lisenen) im Zustand I und II. Bauplanung-Bautechnik, 23 Jg., Heft 6 Juni 1969, pp. 291-295 und Heft 7 Juli 1969, pp. 345-346.
- 4 Ułańska D. Badania jednoprzęsłowych tarcz ze wspornikami. Badania doświadczalne elementów i konstrukcji betonowych. Politechnika Łódzka: Wydawnictwo Katedry Budownictwa Betonowego, Zeszyt 1 (1991), Łódź, s.45-99.
- 6 Leonhardt F. und Mönning E. Vorlesungen über Massivbau, Dritter Teil. Springer-Verlag, Berlin 1974, s.171-180.

- 7 Godycki-Ćwirko T. Mechanika betonu. Arkady, Warszawa 1982, s. 344.
- 8 Kiernożycki W., Rucińska T. Wytrzymałość styrobetonu na przecinanie. Inżynieria i Budownictwo, 12/2011, s. 677-678.
- 9 Starosolski W. Konstrukcje żelbetowe według EC2 i norm związanych, t. 4. PWN, Warszawa 2012, s. 226-240.
- 10 Nagrodzka-Godycka K. Badania bardzo krótkich wsporników żelbetowych. Inżynieria i Budownictwo nr 6/2001, s.349-350.

## Crack morphology and load carrying capacity of the deep beams reinforced orthogonally

Krystyna Nagrodzka-Godycka<sup>1</sup>, Anna Knut<sup>2</sup>, Kamila Zmuda-Baszczyń<sup>3</sup>

<sup>1,2,3</sup> *Katedra Konstrukcji Betonowych, Wydział Inżynierii Lądowej i Środowiska, Politechnika Gdańska, e-mail: <sup>1</sup>krystyna.nagrodzka-godycka@wilis.pg.gda.pl, <sup>2</sup>anna.knut@wilis.pg.gda.pl, <sup>3</sup>kamila.zmuda-baszczyń@wilis.pg.gda.pl,*

**Abstract:** The paper presents the results of experimental study carried out by authors on the deep beams with cantilever which was loaded throughout the depth. The main deep beam was directly simply supported on the one side. On the other side the deep beam was suspended in another deep member situated at right angles. All deep beams created a spatial arrangement. The tested deep beams were reinforced orthogonally. Crack patterns and the mode of the failure as well shear concrete were analyzed for their influence on load carrying capacity of the deep beams.

**Keywords:** concrete reinforced, deep beams, cracks, load carrying capacity, shear concrete strength

