

## PROJEKTOWANIE WIELOWYMIAROWEGO REGULATORA BACKSTEPPING W UKŁADZIE DYNAMICZNEGO POZYCJONOWANIA STATKU

Anna WITKOWSKA

Politechnika Gdańska, Wydział Elektrotechniki i Automatyki, ul. G. Narutowicza 11/12, 80-233 Gdańsk  
tel: (58) 347 21 24, fax: (58) 347 24 87, e-mail: awitkowska@ely.pg.gda.pl

**Streszczenie:** W komercyjnych systemach dynamicznego pozycjonowania statku, pomimo znacznego wzrostu poziomu automatyzacji, wykorzystywane jest nadal sterowanie typu PID. Poprawę jakości procesu pozycjonowania może umożliwić wykorzystanie bardziej efektywnych algorytmów, oferujących zaawansowane nieliniowe techniki sterowania. W artykule przedstawiono zagadnienie projektowania regulatora pozycji i kursu dla układu dynamicznego pozycjonowania statku, z zastosowaniem rekurencyjnej wektorowej metody backstepping. Wielowymiarowy regulator backstepping został zastosowany do stabilizacji pozycji i kursu na wartościach zadanych, w obecności zakłóceń falowych. Do estymacji prędkości statku i filtracji zakłóceń zastosowano nieliniowy obserwator pasywny. Wyniki symulacji porównano z nieliniowym regulatorem PID.

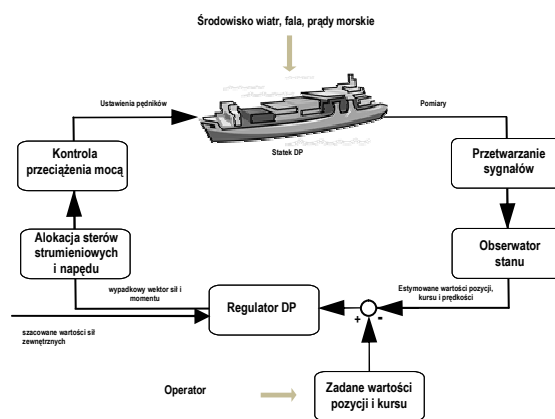
**Słowa kluczowe:** dynamiczne pozycjonowanie, backstepping, nieliniowy regulator PID.

### 1. WPROWADZENIE

Systemy dynamicznego pozycjonowania DP (ang. Dynamic Positioning) na statku są budowane w celu regulacji i utrzymywania zadanej pozycji i kursu, przy małej prędkości manewrowania (<2m/s), w obecności działających na kadłub statku zakłóceń środowiskowych od wiatru, fali i prądów morskich, operując jedynie pędnikami: sterami i napędem w celu osiągnięcia odpowiedniej pozycji i kursu statku [4, 5]. Przy małej prędkości ruchu, statek narażony jest na silne oddziaływanie zakłóceń środowiskowych. Powodują one odchylenie statku od zadanej pozycji i kursu. Ponadto pomiary pozycji i kursu statku, są często zakłócone przez szumy z czujników pomiarowych, a niska prędkość statku uniemożliwia dokładny pomiar wektora prędkości: wzdłużnej, poprzecznej i kątowej. Zadaniem regulatora DP jest minimalizacja odchylenia położenia jednostki od jej położenia zadanego oraz kompensowanie wpływu niskoczęstotliwościowych zakłóceń, na podstawie bieżącej informacji o pozycji i kursie oraz prędkości statku. Obserwator stanu estymuje wartości niemierzalne i odfiltrowuje zakłócenia wysoko częstotliwościowe przed wejściem sygnałów do regulatora DP (rys. 1.).

W artykule przedstawiono strukturę regulatora DP z wykorzystaniem wielowymiarowego regulatora backstepping wraz z obserwatorem do estymacji położenia, kierunku i wektora prędkości statku, uwzględniając zakłócenia zewnętrzne środowiska morskiego od fali. Wyniki badań symulacyjnych dokładności sterowania, dla wybranych scenariuszy dynamicznego pozycjonowania zostaną porównane z nieliniowym regulatorem PID. Do

badań symulacyjnych zostanie przyjęty model statku DP o trzech stopniach swobody opisujący ruch statku w płaszczyźnie horyzontalnej.



Rys. 1. Schemat układu DP na statku

### 2. MODEL MATEMATYCZNY STATKU DP

Własności kinematyczne i dynamiczne statku DP na wodzie, opisywane są przy użyciu nieliniowych równań różniczkowych w trzech stopniach swobody, uwzględniających ruch: wzdłużny, poprzeczny i myśzkowanie. Pozostałe ruchy: kołysanie statku na lewą lub prawą burtę, nurzanie dziobu statku oraz wznoszenie i opadanie statku można pominąć zakładając, że statek jest stabilny poprzecznie i wzdłużnie oraz porusza się po powierzchni wód. Ponadto przy małej prędkości ruchu statku można zaniedbać siły Coriolisa i dośrodkowe oraz nieliniowe hydrodynamiczne siły tłumienia. Biorąc pod uwagę powyższe założenia model matematyczny ruchu statku w płaszczyźnie horyzontalnej jest opisywany następującym układem równań różniczkowych [2]:

$$\eta' = R(\psi)v, \quad (1)$$

$$Mv' + Dv = \tau \quad (2)$$

gdzie:  $\tau = [\tau_x, \tau_y, \tau_n]^T$  - uogólniony wektor sił i momentu, wyznaczany przez regulator DP,  $\eta = [x, y, \psi]^T$  - wektor pozycji i kursu statku,  $v = [u, v, r]^T$  - wektor prędkości wzdłużnej, poprzecznej i kątowej statku, macierze  $M \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ ,  $D \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  i  $R(\psi) \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  definiują odpowiednio macierz inercji, tłumienia i macierz transformacji współrzędnych związanych ze środkiem ciężkości statku do układu współrzędnych związanego z ustalonym punktem ziemi.

Podczas badań przyjęto, iż układ pędników jednostki jest idealny, tzn. wytwarzane przez nie wypadkowe oddziaływania sterujące są równe oddziaływaniom wyliczonym przez regulator systemu DP.

Model statku rozszerzono o model zakłóceń wysoko częstotliwościowych od fali, modelowanych za pomocą transmitancji :

$$h_i(s) = \frac{2\zeta_i \omega_{0i} \sigma_i}{s^2 + 2\zeta_i \omega_{0i} s + \omega_{0i}^2}, \quad (3)$$

z parametrami:  $\zeta_i = 0.1$ ,  $\omega_{0i} = 0.65$  rad/s,  $\sigma_i = 0.5$  m. Sygnałem wejściowym transmitancji jest biały szum o zerowej wartości średniej. Przyjęty uproszczony model zakłóceń jest liniową aproksymacją widma fali. Sygnał wyjściowy transmitancji jest dodawany do pomierzonych sygnałów pozycji i kursu statku w celu zamodelowania wpływu składowej wysokoczęstotliwościowej na ruch statku. Przyjęte parametry transmitancji definiują wysokość znaczącą fali  $H_s \approx 3$  m., co oznacza stan morza 5 stopni w skali Douglasa. Model jest w literaturze powszechnie stosowany do testów symulacyjnych i badania własności filtracji i estymacji w układzie sterowania statkiem DP.

### 3. REGULATORY POZYCJI I KURSU STATKU

Regulator DP na podstawie informacji o odchyleniu jednostki od wartości zadanych pozycji i kursu wyznacza uogólniony wektor sił i momentu  $\tau$ , działający na kadłub statku, w celu minimalizacji uchybów regulacji.

W projektowaniu regulatora DP przyjęto uproszczony model matematyczny statku, opisany równaniami (1) i (2).

#### 3.1. Wielowymiarowy regulator backstepping

Prawo sterowania dla wektora  $\tau$  wyprowadzono w oparciu o tzw. wektorową metodę backstepping, bazującą na teorii stabilności Lapunowa, a w szczególności na Tw. La Salle Yoschizawa [3, 6].

Wyprowadzenie prawa sterowania ze sprzężeniem zwrotnym w oparciu o metodę backstepping wymaga znajomości informacji o sygnałach odniesienia pozycji i kursu  $\eta_z = [x_z, y_z, \psi_z]^T$  oraz ich pierwszej i drugiej pochodnej jak również założenia, że sygnały odniesienia są gładkie i ograniczone.

Jeżeli w układzie nie występują zakłócenia szybkozmiennie, to metoda backstepping zapewnia asymptotyczną zbieżność pozycji i kursu do ich wartości zadanych,  $\eta(t) \rightarrow \eta_z(t)$ , przy  $v(t) \approx 0$  oraz ograniczone zmiany sygnałów  $\eta(t)$  i  $v(t)$  w czasie dążącym do nieskończoności.

Dla statku DP opisanego równaniami (1) i (2). procedura backstepping obejmuje dwa etapy projektowania: Przekształcenia w kolejnych krokach, zmierzają do przedstawienia układu (1) - (2) w układzie nowych zmiennych stanu oraz wyprowadzenia prawa sterowania, spełniającego założenia Tw. La Salle Yoschizawa.

W pierwszym kroku przyjęto nowe wektory zmiennych stanu  $z_1(t) = [z_{11}(t), z_{12}(t), z_{13}(t)]^T$  i  $z_2(t) = [z_{21}(t), z_{22}(t), z_{23}(t)]^T$  postaci:

$$\begin{aligned} z_1 &= \eta - \eta_z & (4) \\ z_2 &= R(\psi)v - \alpha & (5) \end{aligned}$$

Składowe wektora  $z_1$  reprezentują odpowiednio  $z_{11}(t) = x - x_z$  i  $z_{12}(t) = y - y_z$  minimalizowany uchyb pozycji w osi  $x$  i  $y$ ,  $z_{13}(t) = \psi - \psi_z$  minimalizowany uchyb kursu. Składowe wektora  $z_2$  reprezentują, odpowiednio  $z_{21}(t) = u \cos \psi - v \sin \psi - \alpha_1$  stabilizowaną prędkość wzdłużną i  $z_{22}(t) = u \sin \psi + v \cos \psi - \alpha_2$  stabilizowaną prędkość poprzeczną,  $z_{23}(t) = r - \alpha_3$  oraz stabilizowaną prędkość kątową. Natomiast  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\alpha_3$  są funkcjami stabilizującymi.

Równanie dynamiki nowego podukładu, projektowanego w kroku pierwszym, jest określone przez pochodną zmiennej  $z_1$  i na podstawie wzorów (1), (2) przyjmuje następującą postać:

$$z_1' = \eta' - \eta_z' = R(\psi)v - \eta_z' = z_2 + \alpha - \eta_z' \quad (6)$$

Zadaniem wektora  $\alpha$  jest stabilizacja podukładu (1) w odniesieniu do kontrolnej funkcji Lapunowa CLF (ang. Control Lapunov function), określonej w postaci formy kwadratowej:

$$V_1 = 0.5 z_1^T z_1 \quad (7)$$

Na podstawie wzoru (6) pochodna funkcji  $V_1$  może być zapisana w postaci:

$$V_1' = z_1^T z_1' = z_1^T (z_2 + \alpha - \eta_z') \quad (8)$$

Przyjmując wektor funkcji stabilizujących  $\alpha$ :

$$\alpha = -C_1 z_1 + \eta_z' \quad (9)$$

gdzie:  $C_1 = \text{diag}(c_1, c_2, c_3) > 0$  jest macierzą diagonalną parametrów projektowania.

otrzymujemy równanie dynamiki błędu:

$$z_1' = z_2 - C_1 z_1 \quad (10)$$

oraz pochodną CLF:

$$V_1' = -z_1^T C_1 z_1 + z_1^T z_2 \quad (11)$$

Wybór funkcji  $\alpha$  w postaci (9) pozwala zachować ujemnie określoną wartość pochodnej  $V_1'$ , przy  $z(t) \rightarrow 0$ .

Równanie własności dynamicznych podukładu projektowanego w kroku drugim jest określone przez pochodną zmiennej  $z_2$  i na podstawie wzorów (5), (2) i (9) przyjmuje postać:

$$z_2' = R(\psi)v' + R'(\psi)v - \alpha' \quad (12)$$

gdzie:  $\alpha' = -C_1 z_1' + \eta_z''$  (13)

Prawo sterowania  $\tau$  ma za zadanie stabilizować podukład (2) w odniesieniu do funkcji CLF będącej sumą pierwszej funkcji Lapunowa i składnika związanego z wektorem błędów  $z_2$ :

$$V_2 = 0.5 z_2^T z_2 + V_1 \quad (14)$$

Jej pochodna na podstawie wzorów (11), (2) i (12) może być opisana następującą zależnością:

$$V_2' = z_2^T z_2' + V_1' = -z_1^T C_1 z_1 + z_2^T [R(\psi)M^{-1}(\tau Dv) + R'(\psi)v + z_1 + C_1 z_1 - \eta_z''] \quad (15)$$

Następnie do wyrażenia w nawiasie kwadratowym zastosowano podstawienie o postaci:

$$R(\psi)M^{-1}(\tau Dv)+R'(\psi)v+z_1+C_1z_1'-\eta''_z=-C_2z_2 \quad (16)$$

na podstawie którego zdefiniowano prawo sterowania:

$$\tau=-MR^T(\psi)[R'(\psi)v+z_1+C_1z_1'-\eta''_z+C_2z_2]+Dv \quad (17)$$

Wyprowadzone prawo sterowania (17) gwarantuje, że pochodna funkcji Lapunowa:

$$V_2'=-z_1^TC_1z_1-z_2^TC_2z_2 \quad (18)$$

spełnia założenia Tw. La Salle Yoschizawa. Gwarantuje ono asymptotyczną zbieżność punkt równowagi układu  $(z_1, z_2)=(0,0)$  do zera, zatem zbieżność asymptotyczną  $\eta(t) \rightarrow \eta_z(t)$  oraz  $\eta'(t) \rightarrow \alpha(t)$ , przy  $t \rightarrow \infty$ .

### 3.2. Nieliniowy regulator PID

Obecnie systemy DP, będące na wyposażeniu jednostek pływających, wykorzystują zazwyczaj klasyczny, liniowy względem zmiennych stanu algorytm PID do minimalizacji odchyłań jednostki od wartości zadanych pozycji i kursu. W pracy [1] konwencjonalny regulator PID został zmodyfikowany, poprzez wprowadzenie macierzy transformacji  $R(\psi)$  i opisany zależnością nieliniową w następujący sposób:

$$\tau=K_I R^T(\psi) \int_{0,t} (\eta-\eta_d) dt + K_p R^T(\psi) (\eta-\eta_d) - K_d v \quad (19)$$

gdzie  $K_I, K_p, K_d \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  reprezentują macierze wzmacnień określające wpływ poszczególnych składników na wektor sygnałów sterujących w trzech stopniach swobody.

## 4. BADANIA SYMULACYJNE

Do badań symulacyjnych przyjęto bezwymiarowy model matematyczny statku DP o długości  $L=76.2$ m i masie 4000t, opisany układem równań różniczkowych (1), (2), w płaszczyźnie horyzontalnej. Macierz inercji, tłumienia i macierz transformacji dla modelu bezwymiarowego przyjmują postać [2]:

$$M = \begin{bmatrix} 1.1274 & 0 & 0 \\ 0 & 1.8902 & -0.0744 \\ 0 & -0.0744 & 0.1278 \end{bmatrix}, \quad (20)$$

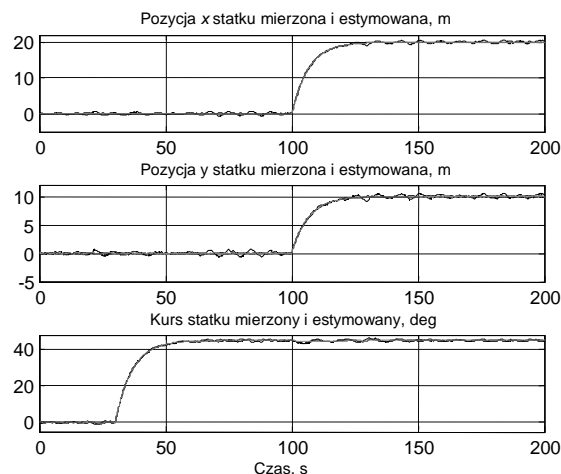
$$D = \begin{bmatrix} 0.0358 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1183 & -0.000124 \\ 0 & -0.000041 & 0.0308 \end{bmatrix}, \quad (21)$$

$$R(\psi) = \begin{bmatrix} \cos\psi & -\sin\psi & 0 \\ \sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (22)$$

Badania symulacyjne zostały przeprowadzone w układzie przedstawionym na rysunku 1. Regulatory DP zaprojektowane w oparciu o metodę backstepping (17) i regulator PID (19) generują uogólniony wektor sił i momentu w celu utrzymania zadanej pozycji i kursu statku, w obecności zakłóceń środowiskowych od fali (3). Parametry regulatorów wyznaczono metodą najmniejszych kwadratów. Do optymalizacji zastosowano algorytm genetyczny z funkcją celu w postaci sumy kwadratów błędów regulacji. Regulatory dostrojono metodą off-line, uwzględniając manewr zmiany pozycji statku  $(0, 0, 0^0)$  na

pozycję  $(0, 0, 45^0)$ . W układzie sterowania założono, że tylko sygnały pozycji i kursu są dostępne za pomocą nawigacyjnych systemów pomiarowych takich jak GPS, DGPS oraz żyrokompas. Natomiast niemierzalne prędkości statku, konieczne w celu wyprowadzenia praw sterowania (17) i (19) są estymowane z obserwatora stanu [1], który dodatkowo dokonuje filtracji wysokoczęstotliwościowych zakłóceń od fali.

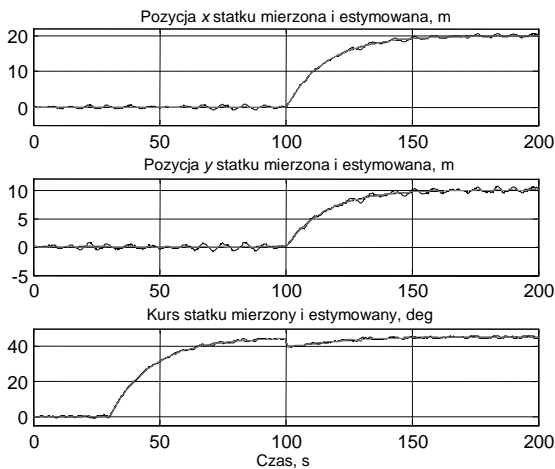
W badaniach przyjęto zerowe początkowe wartości pozycji, kursu oraz ich estymat, jak również wartości początkowe wektora prędkości statku. W pierwszej fazie manewru następuje stabilizacja pozycji i kursu na wartościach zerowych. Następnie po czasie 30 sekund, rozpoczęto manewr zmiany pozycji  $(0, 0, 0^0)$  na pozycję  $(0, 0, 45^0)$ . Następnie po ustabilizowaniu się kursu, po czasie 100 sekund, rozpoczęto manewr zmiany pozycji  $(0, 0, 45^0)$  na pozycję  $(20, 10, 45^0)$ . W ostatniej fazie manewru stabilizowano zarówno pozycję jak i kursu na wartościach zadanych. Charakterystyki porównawcze pracy układu DP z rozpatrywanymi regulatorami zostały przedstawione na rysunkach 2-5.



Rys. 2. Przebiegi czasowe pozycji i kursu mierzone (linia szara) i estymowane (linia czarna) w układzie DP z regulatorem backstepping.

Na rysunkach 2 i 3 przedstawiono przebiegi czasowe sygnałów pomierzonych i estymowanych pozycji i kursu statku w układzie DP z zaprojektowanymi regulatorami. Rysunek 4 przedstawiono przebiegi czasowe błędów estymacji prędkości wzdłużnej, poprzecznej i kątowej statku z zaprojektowanymi regulatorami. Na rysunku 5 przedstawiono przebiegi czasowe błędów regulacji pozycji wzdłużnej, poprzecznej i kursu w układzie DP z regulatorem backstepping (linia szara) i regulatorem PID (linia czarna). Na podstawie uzyskanych przebiegów można zauważyć asymptotyczną zbieżność pozycji i kursu do zadanych wartości badając układ DP zarówno z regulatorem backstepping jak również z regulatorem PID. Przedstawione przebiegi potwierdzają zdolność układu do filtracji i utrzymywania stałej pozycji i kursu w obecności zakłóceń falowych. W porównaniu z regulatorem PID, metoda backstepping pozwala uzyskać lepsze czasowe wskaźniki jakości sterowania takie jak czas narastania i czas regulacji (rys. 5). Ponadto zmiana pozycji statku spowodowała zwiększenie uchybu kursu w układzie z regulatorem PID. Pamiętając, że układ został dostrojony tylko dla pierwszego manewru, świadczy to o większej wrażliwości regulatora nieliniowego PID na zmiany własności dynamicznych

statku. Porównując przebiegi czasowe sygnałów pomierzonych i estymowanych dla dwóch regulatorów można zauważyć, że obserwator filtruje zakłócenia wysoko częstotliwościowe od fali (rys. 2 i 3) oraz estymuje prędkość wzdłużną, poprzeczną i kątową statku (rys. 4) a błędy estymacji prędkości dążą do zera i nie przekraczają 2% w stanie ustalonym.



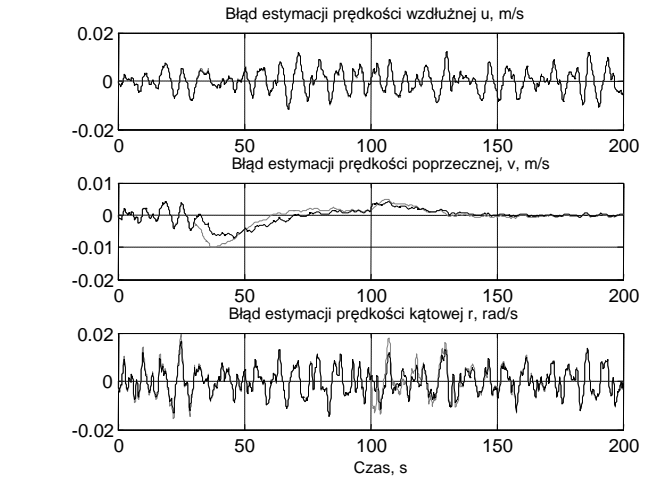
Rys. 3. Przebiegi czasowe pozycji i kursu mierzone (linia szara) i estymowane (linia czarna) w układzie DP z regulatorem PID.

## 5. WNIOSKI KOŃCOWE

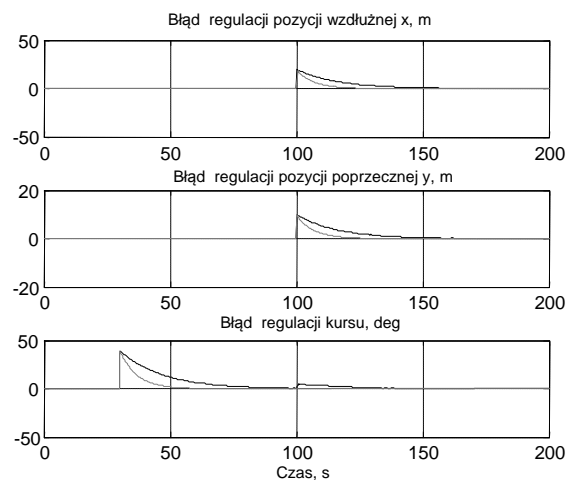
W artykule porównano działanie układu DP z regulatorem backstepping i PID optymalizowanych za pomocą algorytmów genetycznych, metodą najmniejszych kwadratów, w celu minimalizacji błędów regulacji. Uzyskano lepszą efektywność pracy układu w stanach przejściowych, stosując algorytm bardziej złożony, oparty na wykorzystaniu teorii stabilności Lapunowa. Dla regulatora backstepping osiągnięto krótszy czas regulacji i narastania sygnałów pozycji i kursu do wartości zadanej, oraz mniejsza wrażliwość na zmianę pozycji statku. Analizując stany ustalone uzyskano zbliżone kształtem przebiegi czasowe zarówno dla pozycji jak i kursu, bez uchybów ustalonych.

## 6. BIBLIOGRAFIA

1. Fossen, T.I., Strand, J.P., Passive nonlinear observer design for ships Using Lyapunov Methods: Experimental Results with a Supply vessel, *Automatica*, Vol. 35, No.1 (1999)
2. Godhavn J.M., Fossen T.I., Berge S.P., Non-linear and adaptive backstepping designs for tracking control of ships, *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, No.12 (8), pp. 649–670 (1998)



Rys. 4. Przebiegi czasowe błędów estymacji prędkości wzdłużnej, poprzecznej i kątowej w układzie DP z regulatorem backstepping (linia szara) i regulatorem PID (linia czarna).



Rys. 5. Przebiegi czasowe błędów regulacji pozycji wzdłużnej, poprzecznej i kursu w układzie DP z regulatorem backstepping (linia szara) i regulatorem PID (linia czarna)

3. Krstic, M. and I. Kanellakopoulos, and P.V. Kokotovic. 1995. *Nonlinear and Adaptive Control Design*. John Wiley and Sons Ltd., New York, NY.
4. Rutkowski G., *Eksploatacja statków dynamicznie pozycjonowanych*, Wydawnictwo TRADEMAR, Gdynia (2013), ISBN 978-83-62227-44-0
5. Śmierzchalski R., *Automatyzacja i sterowanie statkiem*, Wydawnictwo Politechniki Gdańskiej, Gdańsk (2013), ISBN 978-83-7348-487-0
6. Witkowska A., *Metoda backstepping w zastosowaniach morskich*, Wydawnictwo Politechniki Gdańskiej, Gdańsk (2013), ISBN 978-83-7348-513-6

## DESIGNING A MULTIDIMENSIONAL BACKSTEPPING CONTROLLER IN DYNAMIC POSITIONING SYSTEM

**Key-words:** dynamic positioning, vectorial backstepping, nonlinear PID.

In commercial Dynamic Positioning systems is still used PID control, despite a significant increase in the level of automation. To improve the quality of the positioning of the vessel may allow the use of more effective methods and algorithms, providing advanced nonlinear control techniques. The problem of synthesis a dynamic positioning system for low frequency model of surface vessel was considered in this paper. The recursive vectorial backstepping control design was used to keep a fixed position and heading in presence of wave disturbances. The passive observer was introduced to smooth the measurements and to estimate the velocities needed for the control algorithm. The simulation results were compared with PID controller.