

## Obserwator typu M prędkości kątovej wirnika maszyny asynchronicznej z estymacją rezystancji stojana i wirnika

**Streszczenie.** W referacie przedstawiono metodę kroków wstecz, znaną z ang. *backstepping*, którą wykorzystano do otrzymania modelu obserwatora prędkości kątovej wirnika maszyny indukcyjnej klatkowej. Podstawowy model maszyny rozszerzono o model zmiennych, które nazwano *M*. Synteza kroków wstecz rozszerzonego modelu maszyny doprowadziła do powstania nowego obserwatora, którego nazwano obserwatorem typu *M*. Zależność na estymowaną prędkość kątovej określono na trzy różne sposoby. Sposób określania prędkości kątovej wirnika wpływa na właściwości statyczne i dynamiczne obserwatora typu *M*. W obserwatorze prędkości kątovej wirnika można dodatkowo estymować rezystancję uzwojeń stojana i wirnika. Jakość poszczególnych estymowanych wielkości obserwatora zweryfikowano metodą symulacyjną oraz eksperymentalną.

**Abstract.** The paper presents the method, known as *backstepping*, which was used to obtain the model of speed observer of squirrel cage induction machine. The basic model of the machine was extended to model variables called *M*. The backstepping synthesis of extended machine model has led to a new observer, the observer is called *M*-type observer. Dependence on the estimated angular speed can be determined in three different ways. These different ways affect to the static and dynamic properties of the observer type *M*. The rotor angular speed observer can also estimate the resistance of the stator and rotor windings. The quality of the estimated values were verified by simulation and experimental tests. (**The *M*-type observer backstepping of induction machines with stator and rotor resistance estimation**).

**Słowa kluczowe:** obserwator prędkości, estymacja zmiennych stanu, maszyna indukcyjna klatkowa, metoda kroków wstecz.

**Keywords:** speed observer, state variables estimation, squire-cage induction machine, backstepping method.

doi:10.12915/pe.2014.06.19

### Wstęp

Nowoczesne układy napędowe, które wyposażono w sterowanie wektorowe, posiadają obserwator zmiennych stanu i prędkości kątovej wirnika. Estymator powinien odtwarzać zmiennie stanu maszyny: składowe strumienia wirnika i prądu stojana oraz prędkość kątovej wirnika, z niewielkimi błędami w stanach dynamicznych < 3–5% oraz < 1% w stanie ustalonym.

Metody estymacji zmiennych stanu oraz prędkości można podzielić na kilka grup (nie jest to pełna klasyfikacja). Najbardziej popularnym estymatorem jest obserwator zmiennych stanu oparty na koncepcji Luenbergera [4]. W ostatnich latach pojawiło się wiele opracowań opartych na strukturze rozszerzonego obserwatora Luenbergera m.in. [4]. W [4] przedstawiono obserwator z rozszerzonym modelem, w którym za pomocą integratorów odtwarzano przyjęte sygnały zakłóceń.

Kolejną grupą są estymatory oparte na teorii filtracji Kalmana [1].

Do kolejnej grupy estymatorów można zaliczyć obserwatory, np. [8], oparte o strukturę rozmytą (z ang. *fuzzy logic*) oraz sieci neuronowe. Niektóre z nich stanowią strukturę hybrydową – połączenie metod adaptacyjnych z estymacją neuronową. Następną grupą estymatorów są estymatory adaptacyjne [2]. Metody adaptacyjne jak MRAS (z modelem referencyjnym), umożliwiają implementację estymatora w stosunkowo prosty sposób.

Referat dotyczy propozycji obserwatora zmiennych stanu i prędkości kątovej wirnika, opartego na koncepcji adaptacyjnej za pomocą syntezy kroków wstecz [3]. W [3] zaproponowano rozszerzenie struktury podstawowego estymatora o dodatkowe równania różniczkowe, które po zastosowaniu metody kroków wstecz pozwalają na wyodrębnienie członów korekcyjnych.

Główną zaletą obserwatora otrzymanego po zastosowaniu syntezy kroków wstecz jest nie tylko możliwość estymacji zmiennych stanu i prędkości kątovej jako parametru, ale adaptacyjna estymacja wybranych parametrów modelu silnika. Zmiana prędkości kątovej wirnika w stanach dynamicznych wpływa na estymowane parametry modelu, które pomimo ograniczenia ich wartości nie są zgodne z wartościami rzeczywistymi obiektu. Błędy

estymat prędkości kątovej wirnika, zmiennych stanu oraz parametrów modelu maszyny są sprzężone w jednej strukturze estymatora. Błąd estymowanej prędkości kątovej wirnika powoduje odchylenie estymat wektora stanu oraz estymat parametrów modelu maszyny. W sytuacji odwrotnej odchylenie estymat parametrów macierzy stanu estymatora spowoduje zakłócenie estymacji prędkości kątovej wirnika i estymat wektora stanu. Sprzężenie błędów estymat parametrów modelu, zmiennych stanu oraz prędkości kątovej wirnika może prowadzić do niestabilności estymatora.

Po weryfikacji numerycznej oraz badaniach eksperymentalnych stwierdzono, że estymacja grupy parametrów modelu oraz zmiennych stanu i prędkości kątovej wirnika jest możliwa dla niewielkiego zakresu zmian prędkości kątovej wirnika oraz momentu obciążenia (około 20% prędkości i momentu obciążenia). Jeżeli prędkość kątovej wirnika będzie odtwarzana w obserwatorze prędkości i wykorzystywana w dodatkowym estymatorze parametrów modelu, to błędy poszczególnych estymat zmiennych stanu lub parametrów powodują zakłócenie procesu estymacji. Bezczujnikowy układ regulacji może być wtedy niestabilny. W takiej sytuacji, zaproponowano wykorzystanie estymatora parametrów modelu obiektu z pomiarem prędkości kątovej wirnika za pomocą czujnika. Obydwa struktury estymatorów funkcjonują niezależnie w układzie regulacji. Odtwarzane parametry modelu, należy filtrować za kilka okresów impulsowania oraz aktualizować wartości parametrów w obserwatorze prędkości kątovej wirnika. Struktura układu regulacji jest przez to bardziej skomplikowana, ale odporna na zmiany parametrów modelu obiektu. Estymowana prędkość kątovej wirnika powinna być wykorzystana w bezczujnikowym układzie regulacji, ponieważ prędkość kątovej wirnika, mierzona czujnikiem pomiarowym, może ulegać zakłóceniom i powodować niestabilność układu regulacji.

### Model matematyczny maszyny indukcyjnej klatkowej

Równania różniczkowe modelu maszyny zapisano w układzie nieruchomym ( $\alpha\beta$ ) [4, 6]:

$$(1) \frac{di_{sa}}{d\tau} = -\frac{R_s L_r^2 + R_r L_m^2}{L_r w_\sigma} i_{sa} + \frac{R_r L_m}{L_r w_\sigma} \psi_{ra} + \omega_r \frac{L_m}{w_\sigma} \psi_{r\beta} + \frac{L_r}{w_\sigma} u_{sa},$$

$$(2) \frac{di_{s\beta}}{d\tau} = -\frac{R_s L_r^2 + R_r L_m^2}{L_r w_\sigma} i_{s\beta} + \frac{R_r L_m}{L_r w_\sigma} \psi_{r\beta} - \omega_r \frac{L_m}{w_\sigma} \psi_{r\alpha} + \frac{L_r}{w_\sigma} u_{s\beta},$$

$$(3) \frac{d\psi_{r\alpha}}{d\tau} = -\frac{R_r}{L_r} \psi_{r\alpha} - \omega_r \psi_{r\beta} + \frac{R_r L_m}{L_r} i_{s\alpha},$$

$$(4) \frac{d\psi_{r\beta}}{d\tau} = -\frac{R_r}{L_r} \psi_{r\beta} + \omega_r \psi_{r\alpha} + \frac{R_r L_m}{L_r} i_{s\beta},$$

$$(5) \frac{d\omega_r}{d\tau} = \frac{L_m}{J L_r} (\psi_{r\alpha} i_{s\beta} - \psi_{r\beta} i_{s\alpha}) - \frac{1}{J} T_L,$$

gdzie:  $i_{s\alpha}$ ,  $i_{s\beta}$  są składowymi wektora prądu stojana,  $\psi_{r\alpha}$ ,  $\psi_{r\beta}$  są składowymi wektora strumienia wirnika,  $u_{s\alpha}$ ,  $u_{s\beta}$  są składowymi wektora napięcia stojana,  $\omega_r$  prędkością kątową wirnika,  $R_r$ ,  $R_s$  są rezystancjami wirnika i stojana,  $L_m$  indukcyjnością główną,  $L_s$ ,  $L_r$  indukcyjnościami skojarzonymi stojana i wirnika.

## Obserwator prędkości kątowej wirnika

### A. Estymator zmiennych stanu maszyny

Postępując zgodnie z procedurą kroków wstecz, szczególnie przedstawioną w [3, 5–7], otrzymano model matematyczny obserwatora, w którym prędkość kątową wirnika potraktowano jako dodatkowy parametr. Obserwator z metody kroków wstecz przedstawiono m.in. w [3, 6–7] i jest to klasyczna postać obserwatora adaptacyjnego, w którym prędkość kątową określono za pomocą mechanizmu adaptacji.

Innym podejściem zaproponowanym m.in. w [4] jest rozszerzenie modelu maszyny (1)–(5) o nowe zmienne. Autor proponuje rozszerzenie modelu maszyny o równania różniczkowe wektora  $\mathbf{M}$ , którego składowe są określone następująco:

$$(6) M_\alpha = \frac{R_r}{L_r} \psi_{r\alpha} + \omega_r \psi_{r\beta},$$

$$(7) M_\beta = -\frac{R_r}{L_r} \psi_{r\beta} + \omega_r \psi_{r\alpha}.$$

Model matematyczny dla wektora  $\mathbf{M}$ , otrzymano różniczkując (6)–(7), przy uwzględnieniu (1)–(4):

$$(8) \frac{dM_\alpha}{d\tau} = -\frac{R_r}{L_r} M_\alpha + \omega_r M_\beta + \frac{R_r L_m}{L_r} \left( \frac{R_r}{L_r} i_{s\alpha} + \omega_r i_{s\beta} \right),$$

$$(9) \frac{dM_\beta}{d\tau} = -\frac{R_r}{L_r} M_\beta - \omega_r M_\alpha - \frac{R_r L_m}{L_r} \left( \frac{R_r}{L_r} i_{s\beta} - \omega_r i_{s\alpha} \right).$$

Rozszerzenie modelu matematycznego o dodatkowe dwa równania pozwala na zaproponowanie obserwatora zmiennych stanu, w którym wydzielono następujące podsystemy:

- podsystem prądowy

$$(10) \frac{d\hat{i}_{s\alpha}}{d\tau} = -\frac{R_s L_r^2 + R_r L_m^2}{L_r w_\sigma} \hat{i}_{s\alpha} + \frac{L_m}{w_\sigma} \hat{M}_\alpha + \frac{L_r}{w_\sigma} u_{s\alpha} + v_\alpha,$$

$$(11) \frac{d\hat{i}_{s\beta}}{d\tau} = -\frac{R_s L_r^2 + R_r L_m^2}{L_r w_\sigma} \hat{i}_{s\beta} - \frac{L_m}{w_\sigma} \hat{M}_\beta + \frac{L_r}{w_\sigma} u_{s\beta} + v_\beta,$$

- podsystem strumieniowy

$$(12) \frac{d\hat{\psi}_{r\alpha}}{d\tau} = -\hat{M}_\alpha + \frac{R_r L_m}{L_r} \hat{i}_{s\alpha} + v_{\psi\alpha},$$

$$(13) \frac{d\hat{\psi}_{r\beta}}{d\tau} = \hat{M}_\beta + \frac{R_r L_m}{L_r} \hat{i}_{s\beta} + v_{\psi\beta},$$

- podsystem M

$$(14) \frac{d\hat{M}_\alpha}{d\tau} = -\frac{R_r}{L_r} \hat{M}_\alpha + \hat{\omega}_r \hat{M}_\beta + \frac{R_r L_m}{L_r} \left( \frac{R_r}{L_r} \hat{i}_{s\alpha} + \hat{\omega}_r \hat{i}_{s\beta} \right) + v_{M\alpha},$$

$$(15) \frac{d\hat{M}_\beta}{d\tau} = -\frac{R_r}{L_r} \hat{M}_\beta - \hat{\omega}_r \hat{M}_\alpha - \frac{R_r L_m}{L_r} \left( \frac{R_r}{L_r} \hat{i}_{s\beta} - \hat{\omega}_r \hat{i}_{s\alpha} \right) + v_{M\beta}.$$

Zgodnie z metodą kroków wstecz zaproponowaną w [3] oraz rozwijaną przez autora w [6–7] składowe wektora prądu traktowane są jako wielkości wyjściowe z obserwatora, natomiast  $v_{\alpha,\beta}$  jako wejścia stabilizujące. Ze względu na rozszerzoną postać estymatora, w każdym z podsystemów, zaproponowano wyodrębnienie dodatkowych wielkości stabilizujących obserwator. W obserwatorze (10)–(15) można wyróżnić trzy podsystemy: prądowy (10)–(11), strumieniowy (12)–(13) oraz podsystem  $M$  (14)–(15). W podsystemie prądowym wielkościami stabilizującymi są  $v_{\alpha,\beta}$ , które zostaną określone przez mechanizm kroków wstecz. W podsystemie strumieniowym wielkościami sterującymi będą  $v_{\psi\alpha,\beta}$ . W podsystemie  $M$  wielkościami stabilizującymi są  $v_{M\alpha,\beta}$ .

Zakładając że składowe wektora prądu stojana są mierzone można określić następujący model błędów obserwatora:

$$(16) \frac{d\tilde{i}_{s\alpha}}{d\tau} = \frac{L_m}{w_\sigma} \tilde{M}_\alpha + v_\alpha,$$

$$(17) \frac{d\tilde{i}_{s\beta}}{d\tau} = -\frac{L_m}{w_\sigma} \tilde{M}_\beta + v_\beta,$$

$$(18) \frac{d\tilde{\psi}_{r\alpha}}{d\tau} = -\tilde{M}_\alpha + v_{\psi\alpha},$$

$$(19) \frac{d\tilde{\psi}_{r\beta}}{d\tau} = \tilde{M}_\beta + v_{\psi\beta},$$

$$(20) \frac{d\tilde{M}_\alpha}{d\tau} = -\frac{R_r}{L_r} \tilde{M}_\alpha + \hat{\omega}_r \tilde{M}_\beta + \tilde{\omega}_r (\hat{M}_\beta - \tilde{M}_\beta) + \frac{R_r L_m}{L_r} \tilde{\omega}_r \tilde{i}_{s\beta} + v_{M\alpha},$$

$$(21) \frac{d\tilde{M}_\beta}{d\tau} = -\frac{R_r}{L_r} \tilde{M}_\beta - \hat{\omega}_r \tilde{M}_\alpha - \tilde{\omega}_r (\hat{M}_\alpha - \tilde{M}_\alpha) + \frac{R_r L_m}{L_r} \tilde{\omega}_r \tilde{i}_{s\alpha} + v_{M\beta},$$

gdzie:

$$\tilde{i}_{s\alpha,\beta} = \hat{i}_{s\alpha,\beta} - i_{s\alpha,\beta}, \quad \tilde{\psi}_{r\alpha,\beta} = \hat{\psi}_{r\alpha,\beta} - \psi_{r\alpha,\beta},$$

$$\tilde{M}_{\alpha,\beta} = \hat{M}_{\alpha,\beta} - M_{\alpha,\beta}, \quad \tilde{\omega}_r = \hat{\omega}_r - \omega_r.$$

Podobnie jak w [3, 6–7] zastosowano metodę kroków wstecz. Wykorzystano dodatkowe integratory całkujące błąd składowych wektora prądu stojana.

Integratory mają postać:

$$(22) \frac{d\tilde{\zeta}_\alpha}{d\tau} = \tilde{i}_{s\alpha},$$

$$(23) \frac{d\tilde{\zeta}_\beta}{d\tau} = \tilde{i}_{s\beta}.$$

Dodając i odejmując do (22)–(23) funkcje stabilizujące otrzymano:

$$(24) \frac{d\tilde{\zeta}_\alpha}{d\tau} = \tilde{i}_{s\alpha} - \sigma_\alpha + \sigma_\alpha,$$

$$(25) \frac{d\tilde{\zeta}_\beta}{d\tau} = \tilde{i}_{s\beta} - \sigma_\beta + \sigma_\beta,$$

gdzie:

$$(26) \sigma_\alpha = -c_\alpha \tilde{\zeta}_\alpha, \quad \sigma_\beta = -c_\beta \tilde{\zeta}_\beta.$$

Błąd pomiędzy składowymi wektora błędu prądu stojana, a wielkościami stabilizującymi określono następująco:

$$(27) z_\alpha = \tilde{i}_{s\alpha} + c_\alpha \tilde{\zeta}_\alpha,$$

$$(28) z_\beta = \tilde{i}_{s\beta} + c_\beta \tilde{\zeta}_\beta.$$

Wykorzystując (26)–(28), zależności (24)–(25) można przekształcić do następującej postaci:

$$(29) \quad \frac{d\tilde{\zeta}_\alpha}{d\tau} = z_\alpha - c_\alpha \tilde{\zeta}_\alpha, \quad (30) \quad \frac{d\tilde{\zeta}_\beta}{d\tau} = z_\beta - c_\beta \tilde{\zeta}_\beta.$$

Obliczając pochodne błędu „z” otrzymano:

$$(31) \quad \dot{z}_\alpha = \frac{L_m}{w_\sigma} \tilde{M}_\alpha + c_\alpha \tilde{i}_{s\alpha} + v_\alpha$$

$$(32) \quad \dot{z}_\beta = -\frac{L_m}{w_\sigma} \tilde{M}_\beta + c_\beta \tilde{i}_{s\beta} + v_\beta.$$

W celu określenia członów stabilizujących obserwator należy wybrać odpowiednią funkcję Lapunowa. Funkcję Lapunowa określono następująco:

$$(33) \quad V(\tilde{\zeta}_\alpha, \tilde{\zeta}_\beta, z_\alpha, z_\beta, \tilde{\psi}_\alpha, \tilde{\psi}_\beta, \tilde{M}_\alpha, \tilde{M}_\beta) = \frac{1}{2}(\tilde{\zeta}_\alpha^2 + \tilde{\zeta}_\beta^2 + z_\alpha^2 + z_\beta^2 + \tilde{\psi}_\alpha^2 + \tilde{\psi}_\beta^2 + \tilde{M}_\alpha^2 + \tilde{M}_\beta^2).$$

Aby zapewnić asymptotyczną stabilność należy spełnić warunek:

$$(34) \quad \dot{V}(\tilde{\zeta}_\alpha, \tilde{\zeta}_\beta, z_\alpha, z_\beta, \tilde{\psi}_\alpha, \tilde{\psi}_\beta, \tilde{M}_\alpha, \tilde{M}_\beta) \leq 0.$$

Różniczkując (33) otrzymano:

$$(35) \quad \begin{aligned} \dot{V} = & -c_\alpha \tilde{\zeta}_\alpha^2 - c_\beta \tilde{\zeta}_\beta^2 - c_\alpha z_\alpha^2 - c_\beta z_\beta^2 + z_\alpha \left( \frac{L_m}{w_\sigma} \tilde{M}_\alpha + c_\alpha \tilde{i}_{s\alpha} + v_\alpha \right) + \\ & + z_\beta \left( -\frac{L_m}{w_\sigma} \tilde{M}_\beta + c_\beta \tilde{i}_{s\beta} + v_\beta \right) + \tilde{M}_\alpha \left( -\frac{R_r}{L_r} \tilde{M}_\alpha + \hat{\omega}_r \tilde{M}_\beta + \tilde{\omega}_r \hat{M}_\beta + \right. \\ & \left. - \tilde{\omega}_r \tilde{M}_\beta + \frac{R_r L_m}{L_r} \tilde{\omega}_r \tilde{i}_{s\beta} + v_{M\alpha} \right) + \tilde{\psi}_{r\alpha} \left( -\tilde{M}_\alpha + v_{\psi\alpha} \right) + \tilde{M}_\beta \left( -\frac{R_r}{L_r} \tilde{M}_\beta + \right. \\ & \left. - \tilde{\omega}_r \tilde{M}_\alpha - \tilde{\omega}_r \hat{M}_\alpha + \tilde{\omega}_r \tilde{M}_\alpha + \frac{R_r L_m}{L_r} \tilde{\omega}_r \tilde{i}_{s\alpha} + v_{M\beta} \right) + \tilde{\psi}_{r\beta} \left( \tilde{M}_\beta + v_{\psi\beta} \right) \end{aligned}$$

Warunek (34) implikuje człony  $v_{\alpha,\beta}$  stabilizujące podsystem prądowy:

$$(36) \quad v_\alpha = -c_\alpha \tilde{i}_{s\alpha} - c_\beta z_\alpha - \tilde{\zeta}_\alpha,$$

$$(37) \quad v_\beta = -c_\beta \tilde{i}_{s\beta} - c_\alpha z_\beta - \tilde{\zeta}_\beta,$$

oraz człony  $v_{\psi\alpha,\beta}$  stabilizujące podsystem strumieniowy:

$$(38) \quad v_{\psi\alpha} = \tilde{M}_\alpha,$$

$$(39) \quad v_{\psi\beta} = -\tilde{M}_\beta.$$

Po uwzględnieniu powyższych zależności pochodną można przekształcić do następującej formy:

$$(40) \quad \begin{aligned} \dot{V} = & -\frac{R_r}{L_r} (\tilde{M}_\alpha^2 + \tilde{M}_\beta^2) + \tilde{M}_\alpha \left( z_\alpha \frac{L_m}{w_\sigma} + v_{M\alpha} \right) + \tilde{M}_\beta \left( -z_\beta \frac{L_m}{w_\sigma} + v_{M\beta} \right) + \\ & + \tilde{M}_\alpha \left( \tilde{\omega}_r \hat{M}_\beta + \frac{R_r L_m}{L_r} \tilde{\omega}_r \tilde{i}_{s\beta} \right) + \tilde{M}_\beta \left( -\tilde{\omega}_r \hat{M}_\alpha + \frac{R_r L_m}{L_r} \tilde{\omega}_r \tilde{i}_{s\alpha} \right) \leq 0 \end{aligned}$$

Z (40) można określić wielkości stabilizujące estymator w podsystemie M:

$$(41) \quad v_{M\alpha} = -z_\alpha \frac{L_m}{w_\sigma}, \quad (42) \quad v_{M\beta} = z_\beta \frac{L_m}{w_\sigma}.$$

Model (10)–(15) oraz zależności (29)–(30) oraz (38)–(39) i (41)–(42) stanowią obserwator typu M maszyny indukcyjnej klatkowej.

### B. Adaptacyjna metoda odtwarzania prędkości kątowej wirnika

W obserwatorze prędkość kątowa wirnika jest traktowana jako estymowany parametr, w związku z tym do funkcji Lapunowa należy dodać człon:

$$(43) \quad V(\tilde{\omega}_r) = \frac{1}{2\gamma} \tilde{\omega}_r^2,$$

którego pochodna jest określona zależnością:

$$(44) \quad \dot{V}(\tilde{\omega}_r) = \frac{1}{\gamma} \tilde{\omega}_r \dot{\tilde{\omega}}_r.$$

Formuła (44) przyjmuje następującą postać:

$$(45) \quad \dot{V} = \tilde{\omega}_r \left( \begin{aligned} & \tilde{M}_\alpha \left( \hat{M}_\beta + \frac{R_r L_m}{L_r} \tilde{i}_{s\beta} \right) + \\ & - \tilde{M}_\beta \left( \hat{M}_\alpha - \frac{R_r L_m}{L_r} \tilde{i}_{s\alpha} \right) + \frac{1}{\gamma} \tilde{\omega}_r \dot{\tilde{\omega}}_r \end{aligned} \right) \leq 0.$$

Z (45) prędkość kątową wirnika można wyznaczyć następująco:

$$(46) \quad \dot{\tilde{\omega}}_r = \gamma \left( \tilde{M}_\beta \left( \hat{M}_\alpha - \frac{R_r L_m}{L_r} \tilde{i}_{s\alpha} \right) - \tilde{M}_\alpha \left( \hat{M}_\beta + \frac{R_r L_m}{L_r} \tilde{i}_{s\beta} \right) \right).$$

Przedstawiona metoda estymacji prędkości kątowej wirnika jest metodą adaptacyjną. Wartość prędkości kątowej wirnika jest wyznaczana adaptacyjnie na zasadzie przestrajania kolejnych podsystemów estymatora. Ze względu na to należy wybrać możliwie jak największe wzmocnienie  $\gamma \gg 1$ , ponieważ estymator musi sprowadzić błędy estymacji do zera. Jeżeli wzmocnienie  $\gamma < 1$  to występują oscylacje estymowanych wielkości, co może prowadzić do niestabilności obserwatora.

Błędy zmiennych M są określone zależnościami:

$$(47) \quad \tilde{M}_\alpha = \frac{R_r}{L_r} \hat{\psi}_{r\alpha} + \hat{\omega}_r \hat{\psi}_{r\beta} - \hat{M}_\alpha,$$

$$(48) \quad \tilde{M}_\beta = -\frac{R_r}{L_r} \hat{\psi}_{r\beta} + \hat{\omega}_r \hat{\psi}_{r\alpha} - \hat{M}_\beta.$$

Błędy estymacji  $\tilde{M}_{\alpha,\beta}$  muszą przyjmować wartości  $\tilde{M}_{\alpha,\beta} \approx 0$  przy  $\lim_{\tau \rightarrow \tau_1} \tilde{M}_{\alpha,\beta} \approx 0$ , dla  $\gamma \gg 0$ , gdzie  $\tau_1$  jest czasem po którym  $\tilde{M}_{\alpha,\beta} \approx 0$ .

### C. Nieadaptacyjna metoda odtwarzania prędkości kątowej wirnika

W obserwatorze typu M możliwe jest odtwarzanie prędkości kątowej wirnika na kilka sposobów. Powyżej pokazano metodę adaptacyjną. Innym sposobem określenia wartości prędkości kątowej wirnika jest metoda nieadaptacyjna. Odpowiednio przekształcając zależności (6)–(7) można określić prędkość kątową wirnika maszyny indukcyjnej klatkowej, zgodnie z formułą:

$$(49) \quad \hat{\omega}_{rr} = \frac{\hat{M}_\alpha \hat{\psi}_{r\beta} + \hat{M}_\beta \hat{\psi}_{r\alpha}}{\hat{\psi}_{r\alpha}^2 + \hat{\psi}_{r\beta}^2}.$$

Metoda nieadaptacyjna wydaje się być lepszą metodą określenia wartości prędkości kątowej wirnika, ponieważ nie wymagane jest całkowanie dodatkowego członu tak jak w (46) oraz adaptacyjne przestrajanie obserwatora.

### D. Trzecia metoda odtwarzania prędkości kątowej wirnika

Przedstawione dwa sposoby określenia wartości prędkości kątowej wirnika można zastosować w trzecim sposobie. Trzeci sposób polega na określeniu błędu pomiędzy prędkością wyznaczaną z (49) nieadaptacyjnie, a prędkością kątową wyznaczaną adaptacyjnie (46). Błąd ten wprowadzono do formuły (45) oraz na nowo określono równanie różniczkowe estymowanej prędkości kątowej wirnika.

Błąd estymowanych prędkości określono następująco:

$$(50) \quad \tilde{\omega}_{rr} = \hat{\omega}_r - \hat{\omega}_{rr},$$

gdzie:  $\hat{\omega}_{rr}$  – prędkość estymowana z (49).

Jeżeli powyżej zdefiniowany błąd prędkości uwzględnimy w formule (45) to wtedy przyjmuje ona postać:

$$(51) \quad \dot{V} = -\gamma_1 \tilde{\omega}_{rr}^2 + \tilde{\omega}_r \left( \begin{aligned} & \tilde{M}_\alpha \left( \hat{M}_\beta + \frac{R_r L_m}{L_r} \hat{i}_{s\beta} \right) + \\ & - \tilde{M}_\beta \left( \hat{M}_\alpha - \frac{R_r L_m}{L_r} \hat{i}_{s\alpha} \right) + \gamma_1 \tilde{\omega}_{rr} \end{aligned} \right) \leq 0.$$

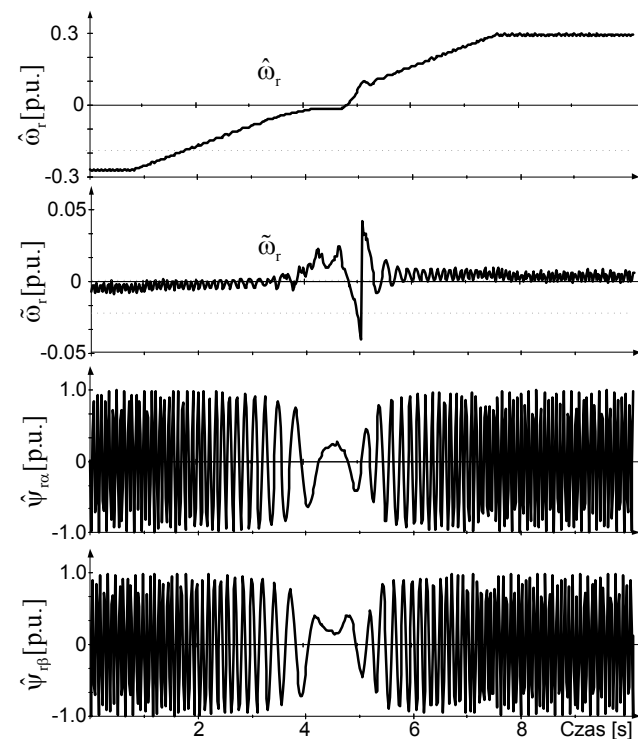
Wartość prędkości kątowej wirnika można wyznaczyć z zależności:

$$(52) \hat{\omega}_r = \gamma \begin{pmatrix} \tilde{M}_\beta (\hat{M}_\alpha - \frac{R_r L_m}{L_r} \hat{i}_{s\alpha}) - \tilde{M}_\alpha (\hat{M}_\beta + \frac{R_r L_m}{L_r} \hat{i}_{s\beta}) + \\ -\gamma_1 \tilde{\omega}_{rr} \end{pmatrix}$$

### Badania eksperymentalne

Badania eksperymentalne zrealizowano na stanowisku laboratoryjnym z maszyną indukcyjną klatkową zasilaną z przekształtnika napięcia. Podstawowe parametry maszyny przedstawiono w Tabeli 1.

Przebiegi wybranych wielkości podczas około 6 s nawrotu maszyny od prędkości -0,3 do 0,3 j.w. Przebiegi zrealizowano w zamkniętym układzie regulacji z obserwatorem typu M, w którym prędkość kątową wyznaczono adaptacyjnie z zależności (46) (brak obciążenia). Na przebiegach widoczne jest „przyklejanie” się prędkości kątowej wirnika do osi czasu przy przejściu przez punkt zero. Skutkuje to 0,05 j.w. błędem prędkości kątowej wirnika. Na rys. 2 przedstawiono przebiegi błędów wybranych wielkości dla nawrotu jak na rys. 1.



Rys. 1. Przebiegi z eksperymentu: estymowanej prędkości kątowej wirnika, błędu prędkości, estymowanych składowych wektora strumienia wirnika podczas nawrotu od -0,3 do 0,3 j.w. Prędkość estymowano za pomocą zależności (46)

Na rys. 3 i 4 przedstawiono przebiegi wybranych wielkości dla nawrotu. Prędkość kątową wirnika estymowano za pomocą adaptacyjnej zależności (52). Podczas przejścia przez zero błąd prędkości oscylował w granicach 0,01 j.w. Ponadto niewidoczne jest zjawisko „przyklejania” prędkości do osi czasu – jak to miało miejsce w poprzednim teście. Na rys. 5 i 6 przedstawiono przebiegi wybranych wielkości dla nawrotu. Prędkość kątową wirnika estymowano za pomocą nieadaptacyjnej zależności (49). Podczas przejścia przez zero błąd prędkości oscylował w granicach 0,03 j.w. Prędkość kątowa wirnika w sposób płynny przechodzi przez zero.

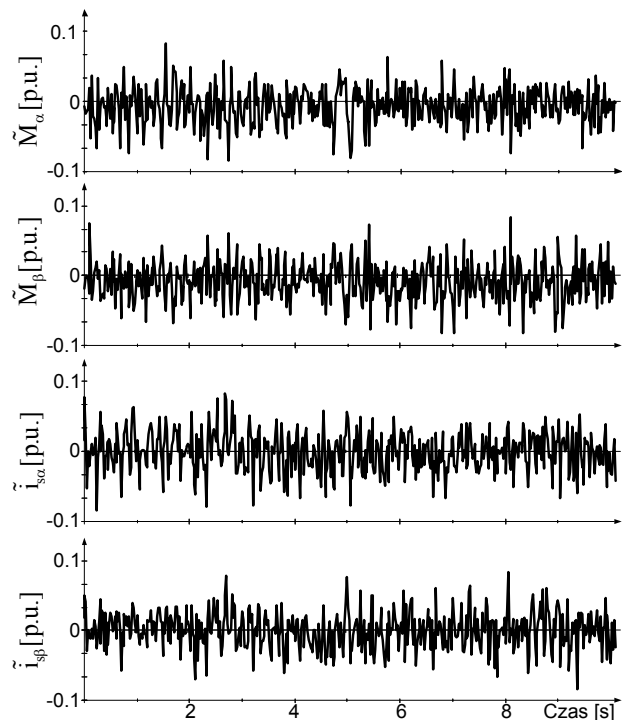
W przeprowadzonych testach zastosowano bezczujnikowy układ regulacji ze zmiennymi multiskalarnymi, które zdefiniowano następująco [4]:

(53)

$$x_{12} = \psi_{r\alpha} \dot{i}_{s\beta} - \psi_{r\beta} \dot{i}_{s\alpha}$$

(54)

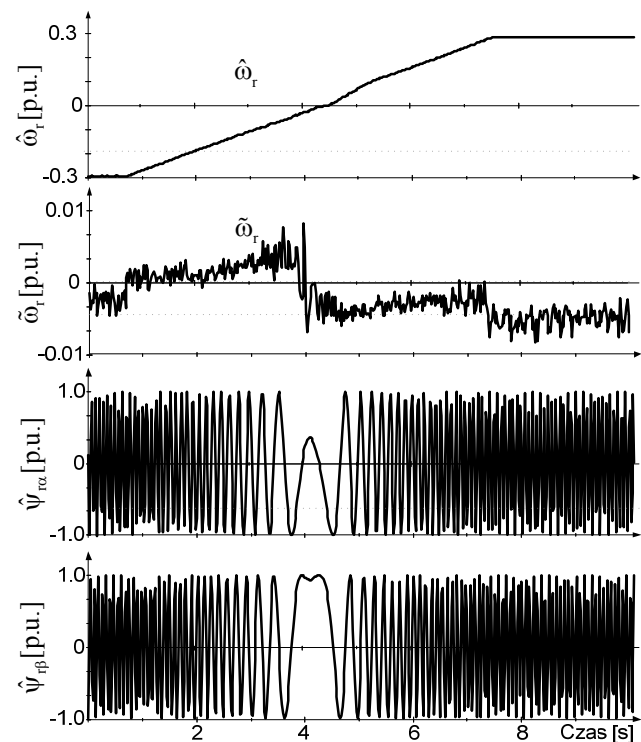
$$x_{21} = \psi_{r\alpha}^2 + \psi_{r\beta}^2$$



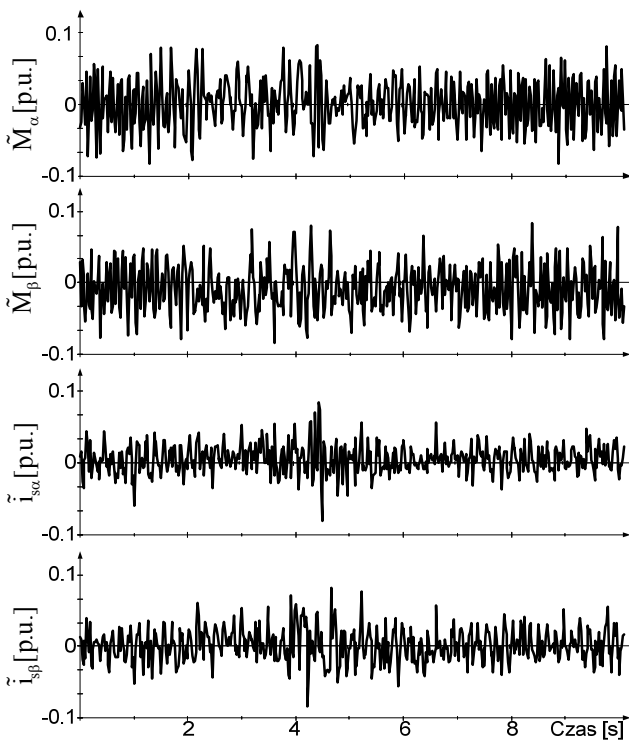
Rys. 2. Przebiegi z eksperymentu: błędów estymat wektora  $M$  oraz błędów wektora prądu stojana podczas nawrotu od -0,3 do 0,3 j.w. Prędkość estymowano za pomocą zależności (46)

Tabela 1.

$P_n=5,5$ kW, $n_n=1500$ obr/min, $U_n=400$ V, $I_n=11$ A
$R_s=0,055$ j.w., $R_r=0,045$ j.w.,
$L_m=1,95$ j.w., $L_{s,r}=2,05$ j.w.

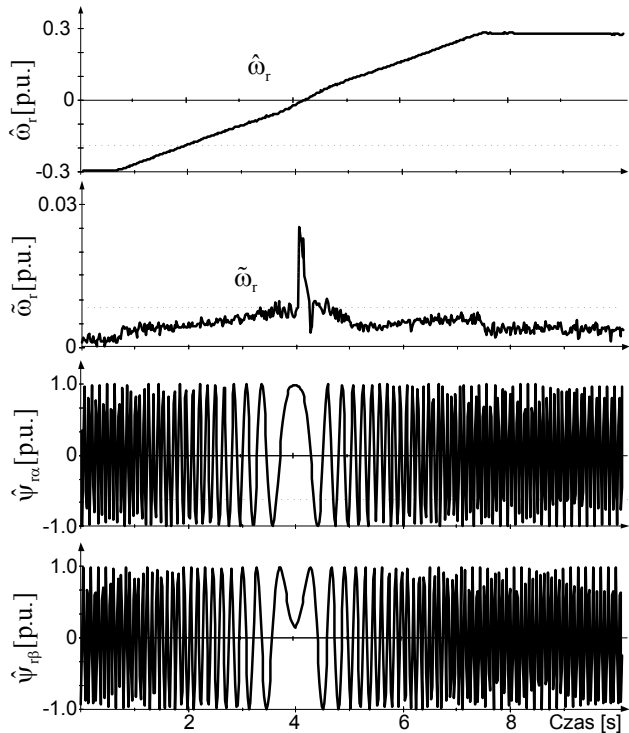


Rys. 3. Przebiegi z eksperymentu: estymowanej prędkości kątowej wirnika, błędu prędkości, estymowanych składowych wektora strumienia wirnika podczas nawrotu od -0,3 do 0,3 j.w. Prędkość estymowano za pomocą zależności (52)

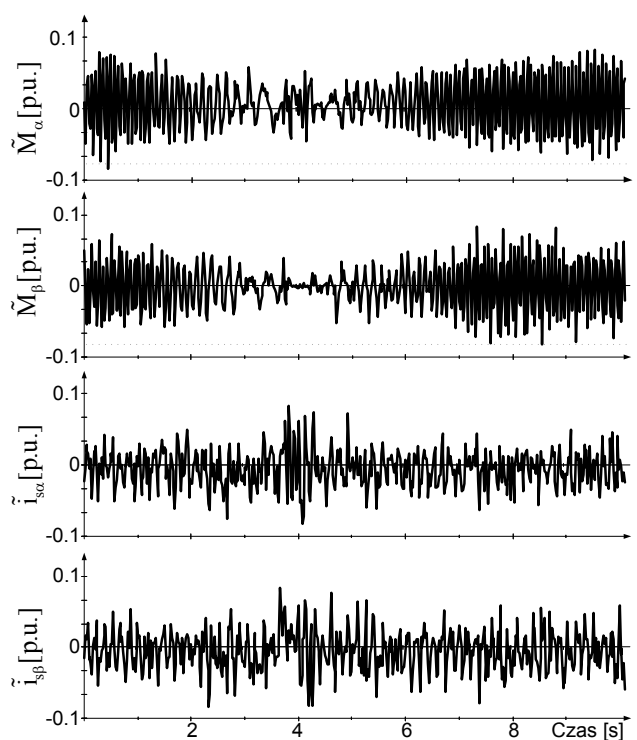


Rys. 4. Przebiegi z eksperymentu: błędów estymat wektora  $M$  oraz błędów wektora prądu stojana podczas nawrotu od  $-0,3$  do  $0,3$  j.w. Prędkość estymowano za pomocą zależności (52)

W zależności (52) występują parametry modelu maszyny, jednakże przy mało precyzyjnym ich określeniu, odtwarzana prędkość kątowna wirnika może mieć charakter oscylacyjny. Na rysunku 7 pokazano przebiegi zmiennych multiskalarnych podczas skokowej zmiany momentu obciążenia od  $0,1$  do  $0,6$  j.w.

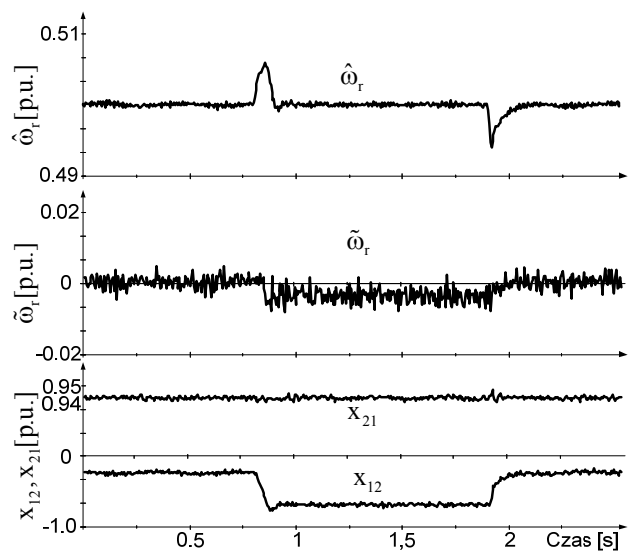


Rys. 5. Przebiegi z eksperymentu: estymowanej prędkości kątownej wirnika, błędu prędkości, estymowanych składowych wektora strumienia wirnika podczas nawrotu od  $-0,3$  do  $0,3$  j.w. Prędkość estymowano za pomocą zależności (49)



Rys. 6. Przebiegi z eksperymentu: błędów estymat wektora  $M$  oraz błędów wektora prądu stojana podczas nawrotu od  $-0,3$  do  $0,3$  j.w. Prędkość estymowano za pomocą zależności (49)

Estymatory prędkości z zależności (49) i (52) wykazują podobne właściwości podczas nawrotu od prędkości  $-0,3$  do  $0,3$  j.w. W (52) występują dodatkowe człony, które powodują zmniejszenie błędu estymowanej prędkości kątowej wirnika podczas przejścia przez zero.



Rys. 7. Przebiegi estymowanej prędkości kątownej wirnika, błędu estymaty prędkości, zmiennych multiskalarnych  $x_{12}$ ,  $x_{21}$  (53)–(54). W  $0,7$  s zadano moment obciążenia  $0,6$  j.w., a w chwili  $1,8$  s zmniejszono moment obciążenia do  $0$  j.w.

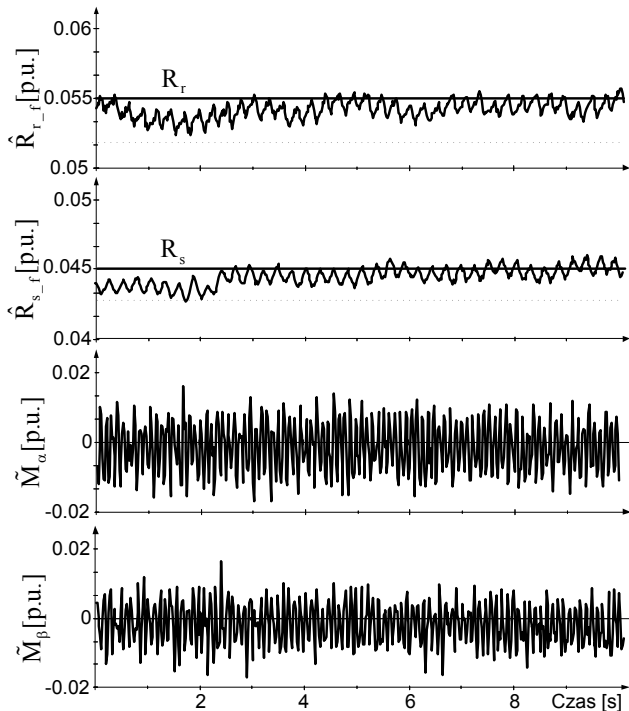
Poniżej pokazano metodę estymacji rezystancji stojana oraz nową propozycję estymacji rezystancji wirnika.

Estymacja rezystancji uzwojeń stojana i wirnika

Postępując zgodnie z metodą [3, 6–7] rezystancję uzwojenia stojana można określić z następującej formuły:

$$(55) \quad \hat{R}_s = \gamma_2 (z_\alpha \hat{i}_{s\alpha} + z_\beta \hat{i}_{s\beta})$$

Rezystancję uzwojenia wirnika można natomiast określić przy wykorzystaniu zależności (47)–(48).



Rys. 8. Przebiegi estymowanej rezystancji stojana i wirnika oraz błędów estymacji wektora  $M$  (wartości znamionowe w Tabelcy 1) – eksperyment

Podnosząc do kwadratu (47)–(48), a następnie obustronnie sumując i przekształcając, otrzymano formułę z której można uzyskać wartość rezystancji uzwojenia wirnika:

$$(56) \quad \hat{R}_r = L_r \sqrt{\frac{\hat{M}_\alpha^2 + \hat{M}_\beta^2}{x_{21}} - \hat{\omega}_r^2}.$$

W (56) występuje estymowana prędkość kątowna wirnika. Jeżeli (49) podstawić się do (56) wtedy powyższa formuła ma postać:

$$(57) \quad \hat{R}_r = L_r \frac{\hat{M}_\alpha \hat{\psi}_{r\alpha} - \hat{M}_\beta \hat{\psi}_{r\beta}}{x_{21}},$$

zależną od składowych wektora  $M$ , strumienia wirnika oraz indukcyjności wirnika.

Na rys. 8 przedstawiono przebiegi estymowanej rezystancji uzwojeń stojana i wirnika oraz błędów estymacji wektora  $M$  dla zadanej prędkości kątownej wirnika 0,5 j.w. Estymowane parametry modelu wykazują zgodność

z wartościami nominalnymi. Rezystancję wirnika estymowano za pomocą zależności (56).

### Podsumowanie

Zaprezentowany powyżej obserwator prędkości kątownej wirnika typu M pozwala na odtwarzanie prędkości kątownej wirnika na trzy różne sposoby. Metoda adaptacyjna powiązana z nieadaptacyjną jest najbardziej dokładnym sposobem określania wartości prędkości kątownej wirnika. We wszystkich prezentowanych przypadkach błąd odtwarzanej prędkości był mniejszy od 0,03 j.w. w stanie przejściowym oraz od 0,01 j.w. w stanie ustalonym. Sposób adaptacyjny jest najmniej dokładny dla zadanych małych prędkości kątowych wirnika gdyż przy przejściu przez zero osi czasu, estymowana prędkość kątowna „przykleja się” do niej. Pomimo tego dla prędkości powyżej 0,05 j.w. metoda adaptacyjna wykazuje niewielkie błędy odtwarzania prędkości. Główną zaletą obserwatora typu M jest możliwość estymacji rezystancji uzwojeń stojana i wirnika. Jednakże dokładność estymacji jest zależna od błędu estymowanej prędkości oraz wektora strumienia wirnika i wektora  $M$ . Błędy te mogą prowadzić do dryftu estymowanych parametrów i niestabilności estymatora prędkości.

### LITERATURA

- [1] Jafarzadeh S., Lascu C., Fadali M.S., State Estimation of Induction Motor Drives Using the Unscented Kalman Filter, *IEEE Trans. on Industrial Electr.* 59 (2012), n.11
- [2] Orłowska-Kowalska T., Dybkowski M.: Zastosowanie estymatorów typu MRAS do odtwarzania strumienia i prędkości wirnika oraz parametrów uzwojenia stojana w bezczujnikowym napędzie indukcyjnym, *Prace Nauk. Inst. Maszyn, Napędów i Pomiarów Elektrycznych Politechniki Wrocławskiej* 62 (2008)
- [3] Krstić M., Kanellakopoulos I., Kokotović P.: Nonlinear and Adaptive Control Design Wiley-Interscience Publication 1995
- [4] Krzemiński Z.: Observer of induction motor speed based on exact disturbance model, *EPE PESC 2008*
- [5] Kabziński J.: Adaptive backstepping control of a completely unknown permanent magnet motor, *European Power Electronics and Drives Association, EPE 2007*
- [6] Morawiec M.: Zastosowanie obserwatora zmiennych stanu do identyfikacji parametrów maszyny indukcyjnej klatkowej, *Przegląd Elektrotechniczny*, (2011) nr 2
- [7] Morawiec M.: The adaptive backstepping voltage control of permanent magnet synchronous motor supplied by current source inverter, *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, TII, 9 (2012), n.2
- [8] Zhou Q., Shi, P., Xu S., Li H.: Observer-Based Adaptive Neural Network Control for Nonlinear Stochastic Systems With Time Delay, *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 24 (2013), n.1

**Autorzy:** dr inż. Marcin Morawiec, Politechnika Gdańska, Katedra Automatyki Napędu Elektrycznego, [mmorawiec@elv.pg.gda.pl](mailto:mmorawiec@elv.pg.gda.pl)