

## MODEL REFERENCYJNY SIECI TRAKCYJNEJ – KONCEPCJA MODELOWANIA

Paweł KACZMAREK<sup>1</sup>, Krzysztof KARWOWSKI<sup>2</sup>, Marek KUCIŃSKI<sup>3</sup>, Michał MICHNA<sup>4</sup>,  
Jacek SKIBICKI<sup>5</sup>, Andrzej WILK<sup>6</sup>

Politechnika Gdańska Wydział Elektrotechniki i Automatyki, ul. G. Narutowicza 11/12, 80-233 Gdańsk

- |  |   |
|--|---|
| 1. tel. 58 347 20 53, e-mail: pawelkaczygdy@wp.pl      | 2. tel. 58 347 11 58, e-mail: k.karwowski@ely.pg.gda.pl |
| 3. tel. 58 347 11 58, e-mail: marek.kucinski@pg.gda.pl | 4. tel. 58 347 29 79, e-mail: m.michna@ely.pg.gda.pl    |
| 5. tel. 58 347 29 71, e-mail: j.skibicki@ely.pg.gda.pl | 6. tel. 58 347 10 87, e-mail: a.wilk@ely.pg.gda.pl      |
- fax: 58 347 18 02

**Streszczenie:** Górna sieć trakcyjna jest nadal najefektywniejszym sposobem zasilania kolejowych pojazdów elektrycznych. Wzrost prędkości pojazdów zwiększa pobór mocy oraz wymaga zapewnienia prawidłowej współpracy odbieraków prądu z siecią jezdną. Podejmowane są prace obliczeniowe z komputerowym wspomaganie projektowania sieci trakcyjnych. W tej pracy omówiono autorski model matematyczny sieci trakcyjnej w kontekście tzw. modelu referencyjnego oraz sposób wyznaczania jego parametrów. Do opracowania modelu wykorzystano metodę energetyczną Lagrange'a odniesioną do skupionych elementów zachowawczych oraz dyssypatywnych. Przedstawiono obliczenia mające na celu wyznaczenie parametrów obwodowych elementów skupionych. Dokonano porównania wyników symulacji z wybranymi badaniami laboratoryjnymi w celu dalszej weryfikacji założonej koncepcji modelu.

**Słowa kluczowe:** trakcja elektryczna, modelowanie sieci jezdnej.

### 1. WSTĘP

Problematyka odbioru prądu z kolejowej sieci jezdnej za pośrednictwem odbieraka z nakładką stykową jest w ostatnich latach intensywnie rozwijana. Wymaga to rozwiązania szeregu problemów mechanicznych i elektrycznych celem zapewnienia zasilania pojazdów o mocach 5-10 MW i prędkościach do 250 km/h w systemie prądu stałego i nawet powyżej 300 km/h w systemie prądu przemiennego [1, 2].

Niewłaściwie zaprojektowany lub nieprecyzyjnie wyregulowany układ sieć jezdna – odbierak prądu, w niekorzystnych warunkach lokalnych może prowadzić do uszkodzeń sieci lub odbieraka. Analiza tego typu sytuacji awaryjnych przeprowadzona przez koleje SNCF, DB i Trenitalia wykazała 915 uszkodzeń, które spowodowały łącznie 443 tys. minut opóźnień. Łączny koszt nimi spowodowany oszacowano na 443 mln € [3]. Wskazuje to na duże znaczenie rozwiązań konstrukcyjnych sieci i odbieraków oraz rolę systemów diagnostycznych [4], zwłaszcza, że dane te obejmują również pociągi dużej prędkości (TGV, Pendolino) i nowoczesną infrastrukturę. Podobne warunki eksploatacyjne będą występowały na

polskiej sieci kolejowej, biorąc pod uwagę rewitalizacje linii i zakup nowoczesnych pojazdów [1, 2].

Intensywnie rozwijane są komputerowe narzędzia symulacyjne, zwłaszcza do analizy interakcji sieci jezdnej i odbieraków prądu [5]. Walidacja wyników symulacji, uzyskanych z wykorzystaniem określonego modelu dynamicznego i metody numerycznej podlega standaryzacji według PN-EN 50318. Przeprowadzenie takich symulacji wymagane jest przez Techniczną Specyfikację Interoperacyjności podsystemu „Energia”.

Prosty model sieci jezdnej składa się z liny nośnej podtrzymującej za pośrednictwem wieszaków przewód jezdny. W współczesnym ujęciu model liny i przewodu jest zastępowany elementami belek Eulera-Bernoulliego, a wieszak jest modelowany elementem sprężystym z masą [5]. Pozwala to na organizację modelu sieci w układzie tzw. elementów skończonych (FEM). Model odbieraka zazwyczaj opiera się na odpowiednim połączeniu mas zastępczych elementów ruchomych odbieraka za pośrednictwem elementów sprężystych, tłumiących i ciernych.

W dynamicznych analizach trójwymiarowych sieci trakcyjnej autorzy proponują wykorzystać jednak model matematyczny sieci oparty na podziale jej komponentów na elementy skupione zachowawcze i dyssypatywne odpowiednio rozłożone w przestrzeni 3D i połączone ze sobą w mechanicznych węzłach. Równania więzów pomiędzy elementami skupionymi zapewniają sztywność poprzeczną liny nośnej i przewodu jezdnej. Sposób ten był z powodzeniem zastosowany do symulacji statycznej i dynamicznej toru kolejowego [6].

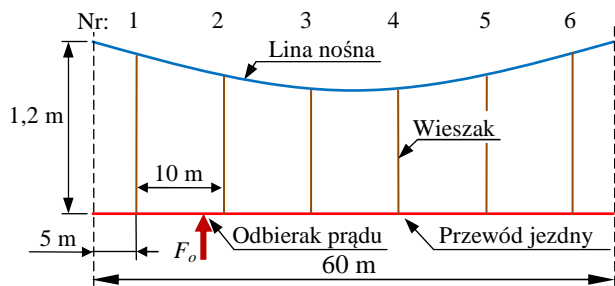
### 2. MODEL REFERENCYJNY SIECI JEZDNEJ

#### 2.1. Założenia modelu referencyjnego

Specyfikacja modelu referencyjnego sieci według PN-EN 50318 definiuje jedynie jego układ geometryczny oraz zbiór wartości parametrów wejściowych i odpowiadający im zbiór wyników dotyczących siły oddziaływania w punkcie styku odbierak – przewód jezdny. Nie jest to zatem model matematyczny, ale wytyczne do jego budowy, które muszą być w nim uwzględnione. Model referencyjny z założenia nie

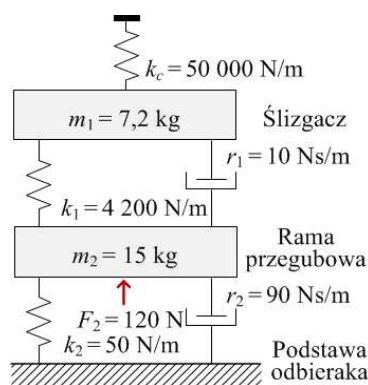
reprezentuje struktury mechanicznej konkretnej sieci. Jego zadaniem jest walidacja dowolnej metody symulacji, zwłaszcza stanów dynamicznych w układzie sieć jezdna – odbieraki prądu. Jeśli testowana metoda symulacji zostanie pozytywnie zweryfikowana na podstawie modelu referencyjnego, to może zostać dopuszczona do użytkowania.

Układ geometryczny sieci referencyjnej składa się z ciągu 10 identycznych przęseł (rys. 1). W skład sieci referencyjnej wchodzi: pojedynczy przewód zasilający, pojedynczy przewód podtrzymujący i zbiór wieszaków. Przewód podtrzymujący jest zamocowany do nieruchomych wsporników i utwierdzony na obu końcach odcinka naprężania.



Rys. 1. Układ geometryczny odcinka sieci referencyjnej na długości rozpiętości przęsła zawieszenia

Odbierak prądu poruszającego się po linii kolejowej pojazd jest modelowany jako dyskretny układ zespołów masa-sprężyna-tłumik (rys. 2).

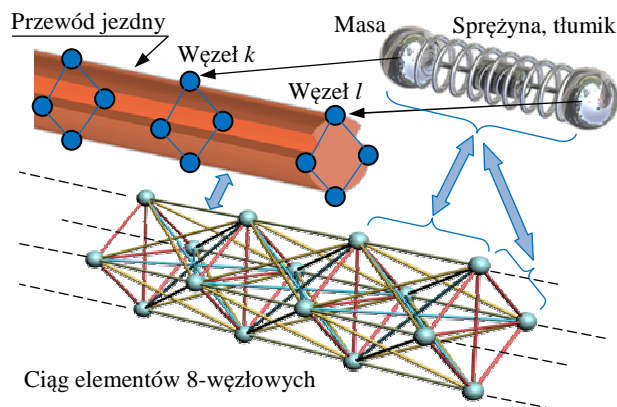


Rys. 2. Model odbieraka prądu

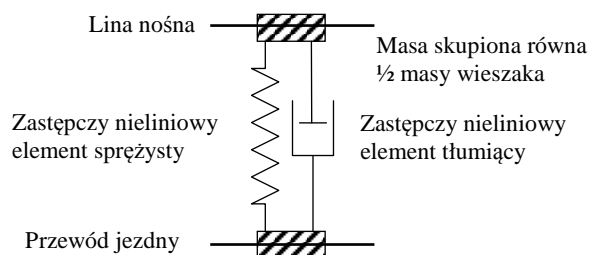
## 2.2. Model matematyczny sieci referencyjnej

Opracowany przez autorów model referencyjny zakłada podział przewodu jezdny i podtrzymującego na zbiór skupionych elementów zachowawczych (kinetycznych i potencjalnych) oraz dyssypatywnych. Koncepcję tego podziału przedstawiono na rys. 3, gdzie przewód reprezentowany jest przez ciąg 8-węzłowych elementów. W poszczególnych węzłach umieszczone są skupione masy. Sąsiadujące ze sobą węzły połączone są za pomocą skupionych sprężyn i tłumików.

Układ ten zapewnia sztywność podłużną i poprzeczną, a rozłożenie węzłów w przekroju poprzecznym przewodu umożliwia symulację np. wpływu zużycia przewodu jezdny. Norma PN-EN 50318 ujmuje wieszak jako bezinercyjny element sprężysty o nieliniowej charakterystyce. W przyjętej koncepcji model wieszaka pokazano na rys. 4.



Rys. 3. Koncepcja podziału przewodu jezdny i podtrzymującego na zbiór skupionych elementów zachowawczych (masy, sprężyny) i elementów dyssypatywnych (tłumiki)



Rys. 4. Model wieszaka

Model matematyczny sformułowany z wykorzystaniem metody energetycznej Lagrange'a [6]. W metodzie tej wymagane jest wyznaczenie koenergii kinetycznych elementów bezwładnościowych, energii potencjalnych elementów sprężystych oraz funkcji dyssypacji Rayleigha elementów dyssypatywnych. Koenergia kinetyczna  $E'_k$  elementu  $a$  w ruchu postępowym wyrażona w jego współrzędnych wynosi

$$E'_{k,a}(\dot{x}_a, \dot{y}_a, \dot{z}_a) = \frac{1}{2} m_a (\dot{x}_a^2 + \dot{y}_a^2 + \dot{z}_a^2) \quad (1)$$

gdzie:  $m_a$  – masa elementu  $a$ ,  $\dot{x}_a, \dot{y}_a, \dot{z}_a$  – składowe jego prędkości odpowiednio w kierunku  $x, y$  i  $z$ .

Energia potencjalna  $E_p$  liniowego elementu sprężystego w ruchu postępowym wyrażona we współrzędnych związanych z elementem  $b$  wynosi

$$E_{p,b}(x_b, y_b, z_b) = \frac{1}{2K_b} \left( (x_b + X_b)^2 + (y_b + Y_b)^2 + (z_b + Z_b)^2 + (-2R_b \sqrt{(x_b + X_b)^2 + (y_b + Y_b)^2 + (z_b + Z_b)^2} + R_b^2) \right) \quad (2)$$

gdzie:  $K_b$  – podatność sprężyny  $b$ ;  $x_b, y_b, z_b$  – składowe odkształcenia odpowiednio w kierunku  $x, y$  i  $z$ ;  $X_b, Y_b$  i  $Z_b$  – składowe wymiarów sprężyny w stanie bez naprężenia odpowiednio w kierunku osi  $x, y$  i  $z$ ;  $R_b$  – długością sprężyny.

Funkcja dyssypacji Rayleigha  $P_m$  liniowego elementu dyssypatywnego w ruchu postępowym wyrażona we współrzędnych związanych z elementem  $c$  wynosi

$$P_{m,c}(\dot{x}_c, \dot{y}_c, \dot{z}_c) = \frac{1}{2} D_c (\dot{x}_c^2 + \dot{y}_c^2 + \dot{z}_c^2) \quad (3)$$

gdzie:  $D_c$  – współczynnik tłumienia kinetycznego elementu  $c$ ,  $\dot{x}_c, \dot{y}_c, \dot{z}_c$  – względne składowe prędkości zacisków tłumika.

Następnie zdefiniowano równanie więzów, które określa relacje pomiędzy współzrędnymi poszczególnych elementów skupionych oraz współzrędnymi uogólnionymi. Ogólna postać funkcji Lagrange'a,  $L(\xi, \dot{\xi})$  we współzrędnym uogólnionych jest następująca

$$L(\xi, \dot{\xi}) = E_k'(\dot{\xi}, \xi) - E_p(\xi), \quad \dot{\xi} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{y}_1 \\ \dot{z}_1 \\ \vdots \\ \dot{x}_n \\ \dot{y}_n \\ \dot{z}_n \end{bmatrix}, \quad \xi = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \\ \vdots \\ x_n \\ y_n \\ z_n \end{bmatrix} \quad (4)$$

gdzie:  $E_k'(\dot{\xi}, \xi)$  – wypadkowa koenergia kinetyczna układu,  $E_p(\xi)$  – wypadkowa energia potencjalna układu,  $\dot{x}_k, \dot{y}_k, \dot{z}_k$  – składowa prędkości węzła  $k$ ,  $x_k, y_k, z_k$  – składowe przemieszczenia węzła  $k$ .

Model matematyczny układu określa równanie Eulera-Lagrange'a, które można zwięźle wyrazić wzorem

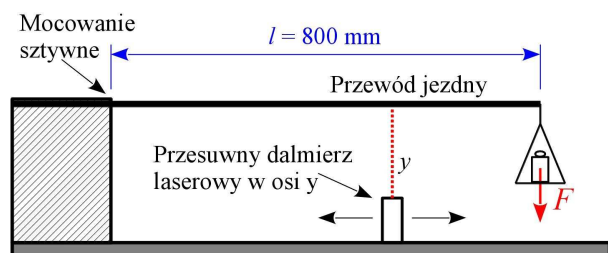
$$\frac{d}{dt} \left[ \frac{\partial L(\xi, \dot{\xi}, t)}{\partial \dot{\xi}_k} \right] - \frac{\partial L(\xi, \dot{\xi}, t)}{\partial \xi_k} + \frac{\partial P_m(\xi)}{\partial \xi_k} = Q_k(t) \quad (5)$$

gdzie:  $P_m(\xi)$  – funkcja dyssypacji Rayleigha,  $Q_k(t)$  – siła uogólniona (zewnętrzna) działająca na węzeł  $k$ .

### 2.3. Identyfikacja parametrów elementów sieci jezdnej

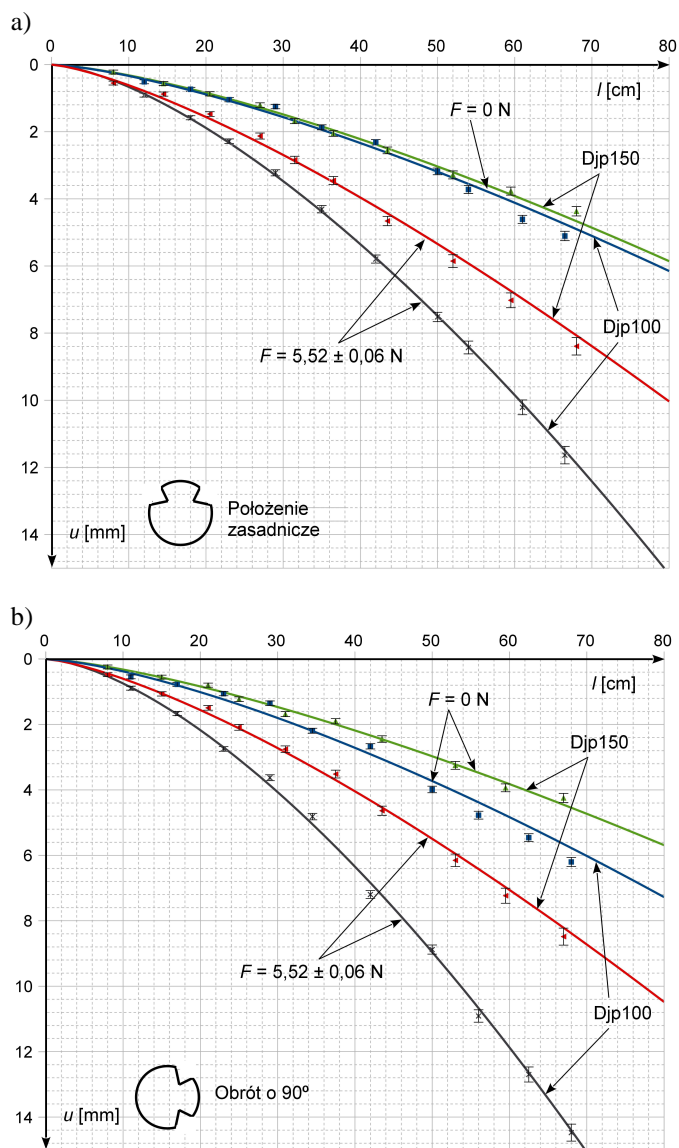
W celu przeprowadzenia symulacji modelu referencyjnego sieci trakcyjnej konieczne jest określenie parametrów mechanicznych poszczególnych jej elementów. Do najważniejszych elementów należą przewody jezdne, lina nośna i wieszaki, gdyż to one bezpośrednio współdziałają z odbierakami prądu.

W celu wyznaczenia podstawowych parametrów mechanicznych odcinki przewodów jezdnych poddano wybranym próbom statycznym i dynamicznym. Odcinki przewodów zbadano na stanowisku, które schematycznie przedstawiono na rys. 5. Przewody utwierdzono jednostronnie. Wykonano pomiary ugięcia przewodu pod własnym ciężarem oraz przy dodatkowej sile wymuszającej  $F$  dla dwóch położzeń: zasadniczego (rys. 6a) i obróconego o  $90^\circ$  (rys. 6b). Pozwoliło to określić wrażliwość parametrów mechanicznych przewodu na podłużne rowki służące do mocowania podwieszek. Badania wykonano dla przewodów Djp100 oraz Djp150.



Rys. 5. Stanowisko do pomiaru ugięcia przewodów jezdnych

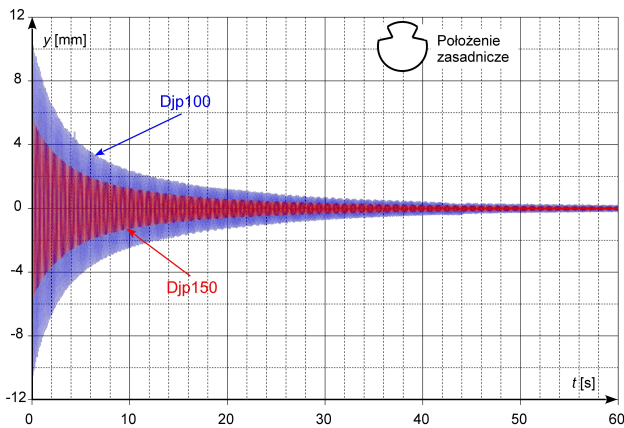
Wyniki pomiarów statycznych przedstawiono na rys. 6. W położeniu zasadniczym ugięcie przewodów pod własnym ciężarem jest praktycznie identyczne dla obu przewodów. Pomiary w położeniu  $90^\circ$  pokazują, że wpływ wycięć w przewodzie na jego sztywność jest zdecydowanie większy dla przewodu Djp100. Decyduje o tym identyczny rozmiar wcięć dla obu typów przewodów.



Rys. 6. Wyniki pomiarów statycznych – ugięcie przewodów w funkcji odległości od punktu zamocowania: a) przewody w położeniu zasadniczym; b) przewody obrócone o  $90^\circ$

Próby dynamiczne polegały na przyłożeniu do swobodnego końca jednostronnie zamocowanego przewodu stałej siły, a następnie skokowym jej zredukowaniu. Wartość siły dla wszystkich prób była jednakowa i wynosiła:  $F = 9,8067 \pm 0,0015$  N. Celem prób było wyznaczenie częstotliwości drgań własnych oraz stopnia ich tłumienia. Przebieg drgań końca pręta przedstawiono na rys. 7.

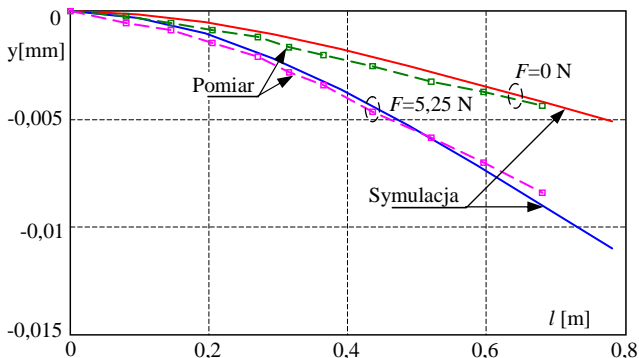
Na podstawie wykonanych pomiarów oraz danych katalogowych przewodów jezdnych określono parametry mechaniczne elementów skupionych, tj. masy węzłowych elementów bezwładnościowych, podatności zastępczych elementów sprężystych oraz współczynniki tłumienia kinetycznego zastępczych tłumików.



Rys. 7. Wyniki pomiarów dynamicznych – przebieg drgań końca przewodu Djp150 i Djp100

### 3. WYNIKI BADAŃ SYMULACYJNYCH

Porównanie wyników symulacji i pomiarów odkształcenia odcinka przewodu jezdnego Djp 150 utwierdzonego jednostronnie pokazano na rys. 8. Wyniki te odnoszą się do przewodu nowego w położeniu zasadniczym. Parametry elementów skupionych modelu przewodu są następujące: masa elementu inercyjnego w węźle  $m = 0,032$  kg, podatność sprężyny zastępczej  $K = 3,5E-05$  m/N, współczynnik tłumienia kinetycznego  $D = 0,038$  Ns/m. Wartość parametru  $K$  jest taka sama dla wszystkich sprężyn w modelu przewodu. Wartość parametru  $D$  jest również stała dla wszystkich tłumików w modelu przewodu.



Rys. 8. Porównanie wyników symulacji i pomiarów odkształcenia odcinka przewodu jezdnego Djp 150 w położeniu zasadniczym utwierdzonego jednostronnie

### 4. WNIOSKI KOŃCOWE

W pracy przedstawiono koncepcję opracowania modelu referencyjnego sieci trakcyjnej z wykorzystaniem skupionych elementów zachowawczych i dyssypatywnych. Model przewodu zasilającego oraz liny nośnej oparty jest na ciągu odpowiednio sprzężonych elementów 8-węzłowych. Zastosowane podejście uwzględnia zmianę wartości parametrów w wyniku zużycia przewodu oraz pozwala symulować interakcję sieci z odbierakami prądu. Wartości parametrów elementów skupionych wyznaczono na podstawie statycznych i dynamicznych badań eksperymentalnych odcinków przewodów.

Aktualnie trwają prace nad rozwojem oprogramowania symulującego występujące elementy sieci, które wprowadzają nieregularności (złączki, izolatory). Dodanie programowego modułu obliczeń elektrycznych (rozmieszczenie podstacji, symulacja napięcia użytecznego) dałoby użyteczne narzędzia projektowania sieci trakcyjnych, zwłaszcza dla kolei dużych prędkości [1, 2].

### 5. BIBLIOGRAFIA

1. Kiessling F., Puschmann R., Schmieder A., Schneider E.: Contact Lines for Electrical Railways: Planning - Design - Implementation - Maintenance. Wiley VCH, 2009. ISBN: 3895783226.
2. Szelaż A., Maciołek T.: A 3 kV DC electric traction system modernisation for increased speed and trains power demand - problems of analysis and synthesis. Przegląd Elektrotechniczny, No 3a, 2013.
3. Tanarro, F., Fuerte, V.: OHMS-real-time analysis of the pantograph-catenary interaction to reduce maintenance costs. (RCM 2011), 5<sup>th</sup> IET Conference on, 2011.
4. Mizan M., Karwowski K., Karkosiński D.: Monitoring odbieraków prądu w warunkach eksploatacyjnych na linii kolejowej. Przegląd Elektrotechniczny, No. 12 (2013).
5. Alberto A., Benet J., Arias E., Cebrian D., Rojo T, Cuartero F.: A high performance tool for the simulation of the dynamic pantograph-catenary interaction. Mathematics and Computers in Simulation, vol. 3(79), Elsevier 2008 pp. 652-667.
6. Koc W., Wilk A.: Investigations of methods to measure longitudinal forces in continuous welded rail tracks using the tamping machine. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit, Vol. 223, No F1, 2009, s. 61-73.

## REFERENCE MODEL OF OVERHEAD CONTACT LINE SYSTEM – CONCEPT OF MODELING

**Key-words:** electric traction, modelling of overhead contact line

Methods of modeling and computer-aided design for overhead catenary are now worldwide widely developed. The paper describes the concept of novel mathematical model of the OCL system. The main objective is to obtain accurate simulation results take into the heterogeneity of the OCL. The model was based on Lagrange energy method. The paper presents the structure of the model and equations describing it, as well as the results of some laboratory measurements that were performed to determine the model parameters of the contact wire. The established concept of the model can be used for preparation of computer tools which will support designers of overhead catenary line.