

## Wykorzystanie metody Neldera-Meada do identyfikacji wartości parametrów niequasi-statycznego modelu małosygnalowego tranzystora MOS

**Streszczenie.** W artykule zaprezentowano wyniki zastosowania metody sympleksu Neldera-Meada do ekstrakcji wartości parametrów niequasi-statycznego modelu małosygnalowego tranzystora MOS. Przedstawiono równoważny elektryczny schemat zastępczy i model matematyczny nowego modelu małosygnalowego MOSFETa dla częstotliwości mikrofalowych. Opisano zaimplementowany algorytm i otrzymane rezultaty badań.

**Abstract.** This paper presents results of practical implementation of the Nelder-Mead simplex method in identifying the parameter values of non-quasi-static small-signal MOS transistor model. Equivalent circuit and mathematical model of a new small-signal MOSFET model for microwave frequencies are performed. The implemented algorithm is described and the results attained are demonstrated. (Implementation of the Nelder-Mead method in identifying the parameter values of non-quasi-static small-signal MOSFET model).

**Słowa kluczowe:** optymalizacja metodą poszukiwań bezpośrednich, metoda Neldera-Meada, identyfikacja wartości parametrów modelu, modele małosygnalowe tranzystora MOS.

**Keywords:** direct search optimization, Nelder-Mead simplex method, model parameters extraction, small-signal MOSFET models.

### Wprowadzenie

Modele małosygnalowe tranzystora MOS, zwłaszcza zaawansowane, zawierają niejednokrotnie kilkadziesiąt parametrów. Znając możliwy zakres zmian wartości parametrów modelu można ograniczyć obszar poszukiwań ich wartości optymalnych, a to z kolei daje możliwość efektywnego zastosowania metod optymalizacji opartych na idei poszukiwań bezpośrednich. Algorytmy te korzystają wyłącznie z wartości funkcji w punktach wielowymiarowej przestrzeni. Celem pracy jest zaprezentowanie wyników wysoce efektywnego wykorzystania metody sympleksu Neldera-Meada do identyfikacji wartości parametrów niequasi-statycznego modelu małosygnalowego tranzystora MOS.

W sekcji 2 zaprezentowano schemat elektryczny i opis matematyczny quasi-dwuwymiarowego niequasi-statycznego modelu małosygnalowego rzeczywistego tranzystora MOS oraz scharakteryzowano specjalne struktury tranzystorów NMOS, które zaprojektowano, wykonano i pomierzono w celu eksperymentalnego zweryfikowania nowego modelu małosygnalowego MOSFETa.

W sekcji 3 opisano zmodyfikowany algorytm Neldera-Meada, który został zaimplementowany w oprogramowaniu Matlab do bezpośredniego poszukiwania optymalnych wartości parametrów niequasi-statycznego modelu małosygnalowego tranzystora MOS.

W sekcji 4 przedstawiono przykładowe wyniki optymalizacji w postaci wyekstrahowanych wartości parametrów modelu oraz porównanie teoretycznych i pomiarowych charakterystyk elementów macierzy admitancyjnej dla wybranego punktu pracy tranzystora.

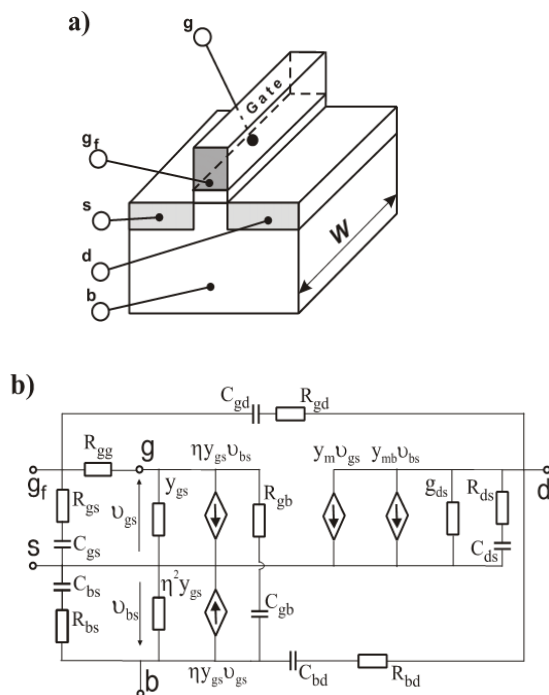
### Małosygnalowy model tranzystora MOS

Tranzystor MOS bez ścieżek przewodzących (bez połączeń) i pól kontaktowych, będący przedmiotem rozważań, pokazano w widoku aksonometrycznym na rysunku 1a, natomiast quasi-dwuwymiarowy niequasi-statyczny model małosygnalowy takiego tranzystora przedstawiono na rysunku 1b.

Małosygnalowy model tzw. tranzystora wewnętrznego w dziedzinie częstotliwości wyprowadzono na podstawie quasi-dwuwymiarowych równań różniczkowych zaproponowanych w [1] zakładając, że obszary bramki, źródła, drenu i podłoża są idealnymi przewodnikami prądu.

Admitancje  $y_{gs}$  i  $\eta^2 y_{gs}$  odzwierciedlają dynamiczne sprzężenie pojemnościowe pomiędzy kanałem a bramką i podłożem. Źródła prądowe o wydajnościach  $\eta y_{gs} \cdot v_{bs}$  i  $\eta y_{gs} \cdot v_{gs}$  zapewniają spełnienie prądowego prawa Kirchhoffa przez tranzystor traktowany jako super-węzeł, albowiem w prezentowanym tu przybliżeniu quasi-dwuwymiarowym przyjęto na przykład, że grubość kanału jest liniową funkcją odległości od źródła.

Węzeł  $g$  na rysunku 1b jest tzw. bramką wewnętrzną tranzystora, a rezystor  $R_{gg}$  reprezentuje straty elektryczne w bramce występujące wskutek skończonej konduktywności obszaru bramki. Przedstawiony w niniejszej pracy model małosygnalowy jest bardziej zaawansowaną modyfikacją modelu z pracy [2].



Rys. 1. a) tranzystor MOS bez ścieżek przewodzących (bez połączeń) i pól kontaktowych; b) elektryczny schemat zastępczy quasi-dwuwymiarowego niequasi-statycznego modelu małosygnalowego rzeczywistego tranzystora MOS bez ścieżek przewodzących i pól kontaktowych

Parametry elementów schematu zastępczego określają następujące równania:

$$(1) Y_{mg} = g_m e^{(\gamma - \gamma_0)L} \frac{F_D(\gamma)}{F_D(\gamma_0)}$$

$$(2) Y_{mb} = \eta Y_{mg}$$

$$(3) Y_{gs} = \frac{g_m}{1 + \eta} \left[ \frac{F_S(\gamma)}{F_S(\gamma_0)} - e^{(\gamma - \gamma_0)L} \frac{F_D(\gamma)}{F_D(\gamma_0)} \right]$$

$$(4) Y_{bs} = \eta^2 Y_{gs}$$

$$(5) C_{gb} = \frac{g_m \eta L}{(1 + \eta) \mu E_0}$$

$$F_S(\gamma) = \mu(E_0 - \gamma V_t)$$

$$(6) +d_i(1 + \gamma L - e^{\gamma L}) \left( \frac{g_{ds}}{\epsilon_0 \epsilon_s \gamma^2 W X_S} + \frac{j\omega}{\gamma^2 L} \right)$$

w których:

$$\gamma = \frac{1}{2} \left( \frac{E_0}{V_t} - \sqrt{\frac{\sqrt{a^2 + b^2} + a}{2}} - j \sqrt{\frac{\sqrt{a^2 + b^2} - a}{2}} \right)$$

$$\gamma_0 = \frac{1}{2} \left( \frac{E_0}{V_t} - \sqrt{a} \right)$$

$$a = \left( \frac{E_0}{V_t} \right)^2 + \frac{4d_i g_{ds} L}{\mu V_t \epsilon_0 \epsilon_s W X_{ch}}$$

$$\eta = \frac{g_{mb}}{g_m}, \quad b = \frac{4\omega(1 + D_C)}{\mu V_t}$$

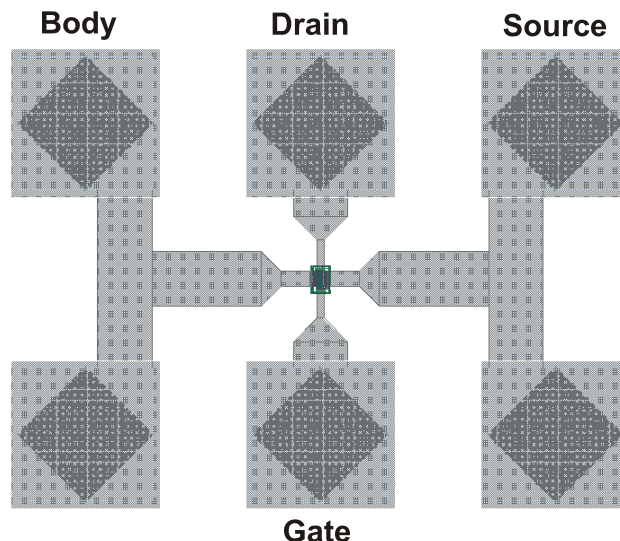
$$X_{ch} = \frac{X_S + X_D}{2}, \quad V_t = 0.0253 [V],$$

$$E_0 = \frac{|V_{DS}|}{L}, \quad S = \frac{X_D}{X_S} \geq 1$$

przy czym  $g_{ds}$ ,  $g_m$  i  $g_{mb}$  są niskoczęstotliwościowymi (quasi-statycznymi) parametrami małosygnałowymi, odpowiednio, konduktancją dren-źródło, transkonduktancją bramki i transkonduktancją podłoża w punkcie pracy tranzystora;  $\omega$ ,  $\mu$  i  $E_0$  oznaczają, odpowiednio, pulsację kołową sygnału oraz ruchliwość nośników i wartość pola podłużnego w kanale tranzystora w punkcie pracy.  $D_C$  jest dynamicznym współczynnikiem sprzężenia pomiędzy kanałem a bramką i podłożem [1];  $X_S$  – grubością kanału przy źródle;  $X_D$  – grubością kanału przy drenie;  $L$  – długością kanału, a  $V_{DS}$  napięciem dren-źródło polaryzującym tranzystor. Parametr  $d_i$  jest bezwymiarowym współczynnikiem, nie większym od jedności, określającym, jaka część zaburzonego (nierównowagowego) ładunku kanału wnosi wkład do przyrostu składowej podłużnej pola elektrycznego w kanale tranzystora.

Zaprezentowany w tej sekcji małosygnałowy model MOSFETA poddano weryfikacji eksperymentalnej, której część doświadczalną przeprowadzono w ramach współpracy z Instytutem Fraunhofera w Erlangen, Niemcy. Z pomocą specjalistów z tegoż Instytutu zaprojektowano specjalne struktury tranzystorów NMOS do pomiarów za pomocą wektorowego analizatora sieciowego firmy Agilent,

ang. *Vector Network Analyzer* (VNA), wyposażonego w sondy koplanarne, ang. *Air Coplanar Probes* (ACPs). Pomiarów dokonano za pomocą aparatury dostępnej we wspomnianym Instytucie. Na rysunku 2 pokazano topografię pól kontaktowych i mikropołączeń badanych tranzystorów MOS. W niniejszej pracy przedstawiamy wyniki badań tranzystorów, które mają topografię pięciopalczystą ( $F = 5$ ),  $W = 50 \mu\text{m}$  i  $L = 1,4 \mu\text{m}$ .



Rys. 2. Topografia pól kontaktowych i mikropołączeń tranzystorów MOS badanych w zakresie częstotliwości mikrofalowych za pomocą wektorowego analizatora sieciowego wyposażonego w mikrosondy koplanarne (Agilent)

W celu poprawnego dokonania deembeddingu [3], niezależnie od badanych tranzystorów, wykonano także struktury pomocnicze (ang. *dummy structures*), które pokazano w pracy [2].

#### Identyfikacja wartości parametrów modelu

Do estymacji wartości parametrów modelu w różnych punktach pracy tranzystora użyta została metoda Nelder-Meada inaczej zwana sympleksową metodą spadku (ang. *downhill simplex method*). Jest to metoda numeryczna wyznaczania ekstremum nieliniowej funkcji wielu zmiennych bez korzystania z pochodnych. Metodologia została opisana w pracy [4].

Algorytm początkowo generuje wektor startowy  $x_0$  w przestrzeni  $n$ -wymiarowej, gdzie  $n$  jest liczbą parametrów modelu, które podlegają optymalizacji. Współrzędne wektora  $x_0$  są początkowymi wartościami parametrów modelu tranzystora MOS. Algorytm następnie tworzy kolejnych  $n$  wektorów  $x_1, \dots, x_n$  wokół  $x_0$ . Wektory  $x_1, \dots, x_n$  tworzone są poprzez zmianę wartości współrzędnych wektora  $x_0$  wg następującej procedury:

$$(6) x_{k,l} = \begin{cases} x_{0,l} & k \neq l \\ x_{0,l} + 0,05 x_{0,l} & k = l \end{cases} \quad (k, l = 1, \dots, n),$$

gdzie:  $k$  – indeks wektora,  $l$  – indeks współrzędnej wektora,  $x_{0,l}$  –  $l$ -ta współrzędna wektora  $x_0$ .

Wektory  $x_0, \dots, x_n$  są współrzędnymi wierzchołków sympleksu  $(n+1)$ -wymiarowego.

Na każdym etapie poszukiwań generowany jest nowy punkt w pobliżu aktualnego sympleksu. Wartość funkcji w nowym punkcie porównywana jest z wartościami funkcji w wierzchołkach aktualnego sympleksu. Jeżeli wartość funkcji w nowym punkcie jest mniejsza, to jeden z aktualnych

wierzchołków jest zastąpiony przez ten punkt, tworząc nowy sympleks.

Algorytm używa czterech możliwych operacji: *odbicie*, *ekspansja*, *kontrakcja* i *zmniejszenie*, z których każda jest skojarzona ze skalarnym parametrem:  $\alpha$  (odbicie),  $\beta$  (ekspansja),  $\gamma$  (kontrakcja) i  $\delta$  (zmniejszenie). Wartości tych parametrów zmodyfikowano w oparciu o usprawniony algorytm Nelder-Meada dla przestrzeni wielowymiarowych [5].

Aby znaleźć optymalne wartości parametrów modelu małosygnałowego tranzystora MOS, algorytm szuka minimalnej wartości funkcji celu. Funkcję celu  $E$  określamy następująco:

$$(7) E = \sum_{c=1}^m \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 w_c \left| Y_{c,i,j}^{model} - Y_{c,i,j}^{pomiar} \right|$$

gdzie:  $c$  – indeks punktu podziału częstotliwości,  $i, j$  – indeksy elementów macierzy admitancyjnej,  $m$  – ilość punktów podziału zakresu częstotliwości,  $w_c$  – współczynnik wagi błędu dla określonego punktu podziału częstotliwości,  $Y_{c,i,j}^{model}(x)$  – symulowane parametry admitancyjne zależne

od indentyfikowanych parametrów,  $Y_{c,i,j}^{pomiar}$  – pomierzone parametry admitancyjne tranzystora MOS.

Do obliczeń numerycznych użyto oprogramowania Matlab. Wbudowaną funkcję optymalizacyjną FMINSEARCH zmodyfikowano o usprawniony algorytm Nelder-Meada przedstawiony w pracy [5]. W celu minimalizacji czasu obliczeń oraz eliminacji możliwości „błądzenia” sympleksu w obszarach, w których parametry modelu małosygnałowego przyjmowałyby wartości niefizyczne (nierealistyczne), zawężono dopuszczalne zakresy zmian wartości parametrów modelu.

## Wyniki i podsumowanie

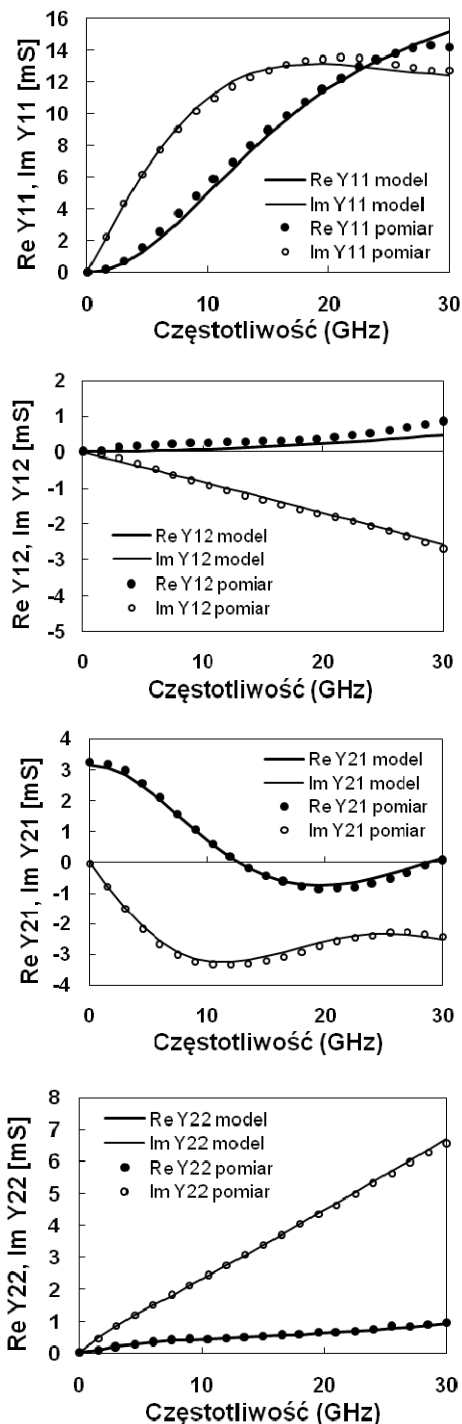
Algorytm opisany w poprzedniej sekcji został użyty z powodzeniem do ekstrakcji wartości parametrów modelu małosygnałowego tranzystora MOS w wielu punktach pracy tranzystora. W celu ułatwienia interpretacji uzyskanych wyników współczynnikiem wagi  $w_c$  nadano wartość jeden dla całego zakresu zmienności wartości wszystkich parametrów modelu tranzystora. Jako kryteria stopu zostały wybrane: odległość pomiędzy wierzchołkami sympleksu ('ToIX') oraz różnica wartości funkcji w 'skrajnych' punktach sympleksu ('ToIFun'). Wartości te zostały ustalone na 0,01. Spełnienie obydwu warunków oznaczało zakończenie procesu optymalizacyjnego. Dalsze zawężenie pasa tolerancji nie wpływało znacząco na zmniejszenie końcowej wartości funkcji celu, a wydłużało jedynie czas optymalizacji.

Przykładowe wartości parametrów modelu wyekstrahowane w wybranym punkcie pracy tranzystora ( $V_{GS} = 1,2 \text{ V}$ ,  $V_{DS} = 3,3 \text{ V}$ ;  $W = 50 \text{ }\mu\text{m}$ ,  $L = 1,4 \text{ }\mu\text{m}$ ) przedstawiono w tabeli 1, natomiast na rysunku 3 zaprezentowano wykresy pomierzonych oraz obliczonych w tym samym punkcie pracy części rzeczywistych i urojonych elementów macierzy admitancyjnej  $Y_{kl}$  w funkcji częstotliwości. Widzimy bardzo dobrą zbieżność wyników teoretycznych i pomiarowych. Średni błąd względny obliczony dla wszystkich charakterystyk z rysunku 3 wynosi 3,4%, natomiast średni błąd względny obliczony dla wszystkich charakterystyk z wyjątkiem charakterystyki  $\text{Re } Y_{12}$  wynosi 1,9%.

Czas obliczeń optymalnych wartości parametrów modelu przedstawionych w tabeli 1 na komputerze wyposażonym w procesor intel i7-4700MQ wynosił 45 s. Algorytm wykonał w tym czasie 748 iteracji wywołując funkcję celu 1109 razy.

Dodać należy, że wartości takich niskoczęstotliwościowych (quasi-statycznych) parametrów małosygnałowych, jak  $g_{ds}$ ,  $g_m$  i  $g_{mb}$  nie podlegały ekstrakcji, lecz były równe wartościom pomierzonym; na przykład dla charakterystyk zaprezentowanych na rysunku 3 wartości tych parametrów są następujące:  $g_{ds} = 36 \text{ }\mu\text{S}$ ,  $g_m = 3,23 \text{ mS}$ ,  $g_{mb} = 0,32 \text{ mS}$ .

Godnym podkreślenia jest fakt, że we wszystkich przeprowadzonych procedurach ekstrakcji wartość pojemności  $C_{gb}$  obliczona wg (5) różniła się zaledwie o  $\pm 2\%$  od wartości wyekstrahowanej.



Rys. 3. Części rzeczywiste i urojone elementów macierzy admitancyjnej  $Y_{kl}$  w funkcji częstotliwości. Porównanie wyników pomiarowych (pomiar) z obliczonymi (model); tranzystor MOS:  $W = 50 \text{ }\mu\text{m}$ ,  $L = 1,4 \text{ }\mu\text{m}$ ;  $V_{DS} = 3,3 \text{ V}$ ,  $V_{GS} = 1,2 \text{ V}$ .

Tabela 1. Wyekstrahowane wartości parametrów modelu w wybranym punkcie pracy ( $V_{DS} = 3,3 \text{ V}$ ,  $V_{GS} = 1,2 \text{ V}$ )

$\mu$ ( $\text{cm}^2/\text{Vs}$ )	$D_C$ (-)	$d_l$ (-)	$S$ (-)	$X_S$ (nm)	$C_{bd}$ (fF)	$C_{bs}$ (fF)	$C_{ds}$ (fF)	$C_{gb}$ (fF)
360	0,39	0,72	1,41	80	19	140	22	4,9

$C_{gd}$ (fF)	$C_{gs}$ (fF)	$R_{bd}$ ( $\Omega$ )	$R_{bs}$ ( $\Omega$ )	$R_{ds}$ ( $\Omega$ )	$R_{gb}$ ( $\Omega$ )	$R_{gd}$ ( $\Omega$ )	$R_{gs}$ ( $\Omega$ )	$R_{gs}$ ( $\Omega$ )
13	138	2400	2500	18	4	2	20	45

W konkluzji możemy stwierdzić, że zaproponowana metoda ekstrakcji wartości parametrów niequasi-statycznego modelu małosygnalowego tranzystora MOS jest wysoce efektywna i daje bardzo dobre wyniki.

#### LITERATURA

[1] Kordalski W., A quasi-2D small-signal MOSFET model – main results, KKE'13, Dąbówko 2014

[2] Kordalski W., Stefański T., Compatible DC and small-signal MOSFET models for radio and microwave frequency simulation, *Proc. of the MIXDES'2005*, Kraków, 315-320

[3] Sischka F., Agilent technologies, IC-CAP characterization & modeling handbook, dostępne na: [http://eesof.tm.agilent.com/docs/iccap2002/iccap\\_md1\\_handbook.html](http://eesof.tm.agilent.com/docs/iccap2002/iccap_md1_handbook.html)

[4] Lagarias J.C., Reeds J.A., Wright M.H., and Wright P.E., Convergence Properties of the Nelder-Mead Simplex Method in Low Dimensions, *SIAM Journal of Optimization*, Vol. 9, No 1, 1998, 112-147

[5] Gao F., Han L., Implementing the Nelder-Mead simplex algorithm with adaptive parameters, *Comput. Optim. Appl.*, DOI 10.1007/s10589-010-9329-3

**Autor:** mgr inż. Damian Trofimowicz, Vector, Dział Badawczo-Rozwojowy, ul. Krzemowa 6, 81-577 Gdynia; dr inż. Wiesław Kordalski, Politechnika Gdańska, Wydział Elektroniki, Informatyki i Telekomunikacji, ul. G. Narutowicza 11/12, 80-233 Gdańsk.