

Projektowanie poszerzeń międzytorzy w aspekcie zmian dopuszczalnych wartości parametrów geometrycznych i kinematycznych

Mirosław Jan Nowakowski



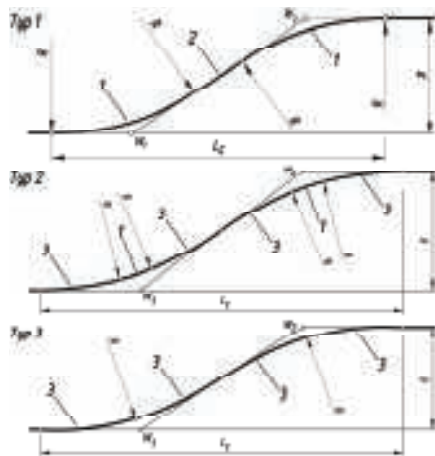
dr inż. Mirosław Jan Nowakowski

Katedra Transportu Szynowego i Mostów, Politechnika Gdańska

nowam@pg.gda.pl

Analizowany układ i sposób jego rozwiązania

Poszerzeniem międzytorza nazywamy zwiększenie rozstawu torów na szlakach lub stacjach [4]. W literaturze krajowej układ ten analizowany jest najczęściej w kontekście zwiększenia rozstawu torów równoległych prostych w planie. Typowe modele matematyczne, za pomocą których można uzyskać takie poszerzenie o wartości p przedstawiono na rysunku 1.



1. Analizowane układy geometryczne poszerzeń międzytorza na prostej. 1 - łuk kołowy o promieniu R [m]; 2 - wstawka prosta o długości w [m]; 3 - krzywa przejściowa o długości L [m]; p - wartość poszerzenia [m]; L_c - całkowita długość poszerzenia [m]

Dla zwięzłości dalszego opisu na rysunku wprowadzono numerację przedstawionych układów geometrycznych. Zgodnie z tą konwencją, analizowane układy tworzą geometrycznie następujące elementy:

Typ 1 - dwa łuki kołowe odwrotne o promieniu R każdy, bez przechyłki, rozdzielone wstawką prostą o długości w ;

Typ 2 - dwa łuki kołowe odwrotne o promieniu R każdy z przechyłką o wartości h i z czterema krzywymi przejściowymi o długości L każda;

Typ 3 - cztery krzywe przejściowe o długości

L każda, bez przechyłki, tworzące dwie odwrotnie skierowane bikrzywe (najczęściej bi-parabole).

W pracach [2, 3, 5] przedstawiono rozwiązanie tych układów uwzględniające ograniczenia wynikające z dopuszczalnych wartości parametrów geometrycznych i kinematycznych.

Pod pojęciem optymalnego poszerzenia międzytorza rozumiemy rozwiązanie, dla którego funkcja celu wyrażona wzorem

$$z = \frac{L_c}{p} \quad (1)$$

w którym:

L_c - całkowita długość poszerzenia [m],

p - wielkość poszerzenia [m],

osiąga wartość minimalną przy spełnieniu określonych ograniczeń kinematycznych i geometrycznych.

Algorytm uzyskania optymalnego poszerzenia międzytorza uwzględniający modele poszerzeń przedstawione na rysunku 1 oraz funkcję celu (1) przedstawiono w pracy [4]. Przypomniano go w pracy [7], proponując równocześnie uproszczony sposób rozwiązania układu typu 2, umożliwiający uzyskanie rozwiązania quasi-optymalnego najdalej w trzeciej iteracji.

Przystępując do obliczeń optymalnego poszerzenia międzytorza projektant dysponuje następującymi parametrami:

- żadaną wartością poszerzenia p [m];
- maksymalną prędkością pociągów V_{\max} [km/h];
- minimalną prędkością pociągów towarowych V_t [km/h];
- dopuszczalną wartością przyspieszenia odśrodkowego a_{dop} [m/s²];
- dopuszczalną wartością przyspieszenia dośrodkowego a_t [m/s²];
- dopuszczalną prędkością przyrostu przyspieszenia ψ_{dop} [m/s³];
- dopuszczalną prędkością podnoszenia się koła na rampie przechyłkowej f_{dop} [mm/s];
- minimalną długością części kołowej łuku k_{\min} [m];
- minimalną długością wstawki prostej między łukami w_{\min} [m];
- minimalną przechyłką na łuku, dopuszczalną ze względów utrzymaniowych h_{\min}^{utr} [mm];
- maksymalną dopuszczalną długością poszerzenia L_c^{\max} [m] (nie zawsze).

Spśród wyżej wymienionych trzy pierwsze parametry stanowią dane, natomiast pozostałe - ograniczenia, które należy uwzględnić projektując poszerzenie.

W praktyce opracowanie projektu optymalnego poszerzenia międzytorza oznacza najczęściej obliczenie całkowitej długości poszerzenia wszystkich trzech typów (wg rysunku 1), a następnie szczegółowe rozwiązanie modelu, dla którego długość L_c jest najmniejsza. Przy danej wartości L_c^{\max} należy dodatkowo sprawdzić, czy zachowany jest warunek $L_c \leq L_c^{\max}$.

Czynnikami pomijanym we wszystkich opracowaniach krajowych i zagranicznych, dotyczących poszerzeń międzytorza na prostej, jest jego wartość p , która jest traktowana wyłącznie matematycznie, jako wartość dana. W praktyce parametr ten może przyjmować różne wartości. Z tego względu możemy wyróżnić:

- poszerzenia o małej wartości (< 1 m), projektowane tam, gdzie na międzytorzu występuje konieczność umieszczenia jakiegokolwiek zabudowy (słupów oświetleniowych lub trakcyjnych, ogrodzeń ochronnych itp.) lub potrzeba zachowania minimalnej długości wstawki prostej między rozjazdami w połączeniach torów (rysunek 2);
- poszerzenia o dużej wartości (kilkukilkunastu metrowe) wykonywane najczęściej z uwagi na konieczność umieszczenia na międzytorzu peronów wyspowych.



2. Poszerzenie o małej wartości na trójmiejskiej linii SKM w torze 501 między przystankami Gdańsk-Wrzeszcz i Gdańsk-Zaspa. Źródło: fotografia własna

Zmiany w obowiązujących przepisach

Przed czerwcem 2014 r. przy projektowaniu poszerzeń międzytorzy obowiązywały wartości parametrów geometrycznych i kinematycznych zawarte w rozporządzeniu [8] oraz warunkach [11]. W przepisach tych, z uwagi na trudności w wykonaniu i utrzymaniu poszerzeń, wprowadzono dla tych układów odrębne wartości niektórych parametrów kinematycznych i geometrycznych.

Tab. 1. Wartości parametrów geometrycznych i kinematycznych obowiązujące przy projektowaniu poszerzeń międzytorzy do czerwca 2014 r. Źródło: [8, 11]

Parametr	Wartość dla warunków terenowych	
	dogodnych	trudnych
Przechyłka minimalna $h_{\min}^{\text{utr}} [\text{mm}]$	35	
Minimalna wstawka prosta $w_{\min} [\text{m}]$	$V_{\max}/1,8$	$V_{\max}/2,5$
Minimalna długość łuku $k_{\min} [\text{m}]$	$\max(V_{\max}/2,5; 30)$	
Dop. przyspieszenie odśrodkowe $a_{\text{dop}} [\text{m/s}^2]$	0,30	0,45
Dop. przyspieszenie dośrodkowe $a_t [\text{m/s}^2]$	0,20 – 0,60	
Dop. przyrost przyspieszenia $\psi_{\text{dop}} [\text{m/s}^2]$	0,30	0,50
Dop. prędk. podnoszenia koła $f_{\text{dop}} [\text{mm/s}]$	28	35

Tab. 2. Wartości parametrów geometrycznych i kinematycznych obowiązujące obecnie przy projektowaniu poszerzeń międzytorzy. Źródło: [6, 9]

Parametr	Wartość dla warunków terenowych	
	dogodnych	trudnych
Przechyłka minimalna $h_{\min}^{\text{utr}} [\text{mm}]$	20	
Minimalna wstawka prosta $w_{\min} [\text{m}]$	$\max(V_{\max}/2,5; 20)$	$\max(V_{\max}/3; 30)$
Minimalna długość łuku $k_{\min} [\text{m}]$	$\max(V_{\max}/2,5; 30)$	
Dop. przyspieszenie odśrodkowe $a_{\text{dop}} [\text{m/s}^2]$	0,65	0,85
Dop. przyspieszenie dośrodkowe $a_t [\text{m/s}^2]$	0,20 – 0,58	0,32 – 0,72
Dop. przyrost przyspieszenia $\psi_{\text{dop}} [\text{m/s}^2]$	0,30	0,50
Dop. prędk. podnoszenia koła $f_{\text{dop}} [\text{mm/s}]$	28	50

Przedstawiono je w tabeli 1.

Rok 2014 przyniósł istotne dla projektantów modyfikacje tych wartości. Zapoczątkowała je zmiana rozporządzenia [8] w postaci nowelizacji [9]. Wprowadziła ona nowe dopuszczalne wartości parametrów kinematycznych. Przede wszystkim poszerzenia międzytorza zrównano z pozostałymi układami geometrycznymi, likwidując odrębne dla nich, niższe od ogólnie stosowanych, wartości dopuszczalnego przyspieszenia a_{dop} i dopuszczalnego przyrostu przyspieszenia ψ_{dop} . Ponadto nowe wartości parametrów kinematycznych są wyższe od dotychczas ogólnie obowiązujących, z jednym ważnym wyjątkiem - dopuszczalny przyrost przyspieszenia ψ_{dop} wynosi teraz 0,3 m/s² w dogodnych warunkach terenowych i 0,5 m/s² w warunkach trudnych. Ma to istotne znaczenie przy modernizacji linii kolejowych, gdyż zawęża znacznie przedział między minimalną długością krzywej przejściowej ze względu na przyrost przyspieszenia L_{\min}^{ψ} , a minimalną długością rampy przechyłkowej L_{\min}^f . Dotychczas powszechną praktyką przy modernizacji linii było wprowadzanie $f_{\text{dop}}=35$ mm/s, co w wielu wypadkach pozwalało ograniczyć zakres koniecznych wydłużeń krzywych przejściowych. Obecnie takie postępowanie często prowadzi do sytuacji, gdy $L_{\min}^{\psi} < L_{\min}^f$, czyli o długości krzywej przejściowej decyduje dopuszczalny przyrost przyspieszenia.

W roku 2015 opublikowano warunki [6], zawierające zmiany wprowadzone zarządzeniem Nr 8/2015 Zarządu PKP PLK S.A.

z dnia 24 marca 2015 r. Wprowadzają one zalecenie ustalania parametrów układu geometrycznego toru w procesie optymalizacji wielowariantowej. Optymalizacja ta powinna być prowadzona iteracyjnie, z zastosowaniem różnych wartości wybranych parametrów kinematycznych i geometrycznych. Dotychczasowy podział tych parametrów na stosowane w dogodnych oraz trudnych warunkach terenowych zastąpiono podziałem na:

- zawężone wartości dopuszczalne (P1), które należy stosować na pierwszym etapie ustalania parametrów układu geometrycznego toru;
- normalne wartości dopuszczalne (P2), które należy stosować po wykazaniu, że stosowanie parametrów (P1) jest nieuzasadnione ekonomicznie lub niemożliwe z uwagi na ograniczenia terenowe;
- rozszerzone wartości dopuszczalne (P3), które mogą być stosowane jedynie w wyjątkowych sytuacjach i po spełnieniu szeregu warunków szczegółowo wymienionych w [6].

Warunki [6] zawierają przedstawione wyżej klasy wartości dopuszczalnych dla utrzymanej przechyłki maksymalnej i minimalnej, dopuszczalnego przyspieszenia odśrodkowego (dla najszybszego pociągu) i dopuszczalnego przyspieszenia dośrodkowego (dla najwolniejszego pociągu). Ponadto nie definiują wprost dopuszczalnych wartości prędkości podnoszenia się koła po szynie f_{dop} [mm/s], wprowadzając zamiast tego - co

jest często spotykane w przepisach i literaturze zagranicznej - dopuszczalne pochylenie ramp przechyłkowych i_{dop} [mm/m]. Parametry te można stosować zamiennie, gdyż prędkość f podnoszenia się koła na rampie przechyłkowej można także wyrazić w funkcji pochylenia rampy i [5]. Na podstawie zależności

$$f = \frac{dh}{dt} = \frac{dh}{dL} \cdot \frac{dL}{dt}$$

oraz po uwzględnieniu, że na rampach prostoliniowych

$$\frac{dh}{dL} = i, \quad \frac{dL}{dt} = v$$

można napisać, że

$$f = i \cdot v \quad (2)$$

skąd po wyrażeniu prędkości V w [km/h] otrzymujemy wzór

$$i = \frac{3,6}{v}$$

W znowelizowanych warunkach [6] - podobnie jak w rozporządzeniu [9] - poszerzenia międzytorza są w kontekście parametrów kinematycznych traktowane na równi z innymi układami geometrycznymi toru.

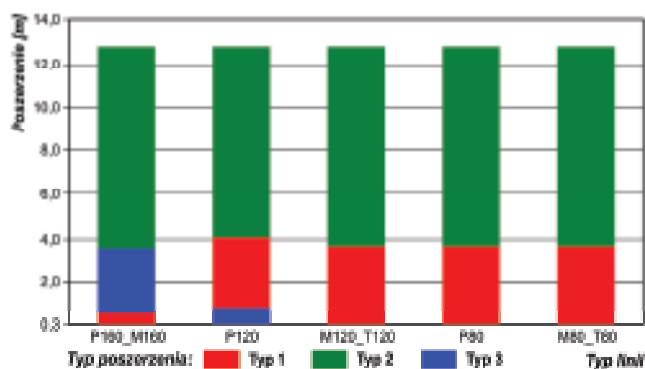
Trzy zakresy wartości dopuszczalnych wprowadzone w [6] stanowią istotne novum w stosunku do stosowanych dotychczas, i nadal obowiązujących w [9], dwóch zakresów - przeznaczonych do stosowania w warunkach dogodnych i trudnych. Dla ujednolicenia analizy porównawczej poszerzeń międzytorzy obliczanych na podstawie parametrów starych (wymienionych w [8] i [11]) i parametrów nowych (wprowadzonych przez [9] i [6]) przyjęto, że parametry przedstawione w [6] jako zawężone będą traktowane jak przeznaczone do stosowania w warunkach dogodnych, a parametry normalne - jako przeznaczone do stosowania w warunkach trudnych. Spośród parametrów i_{dop} oraz f_{dop} do analizy wybrano drugi z wymienionych. Uwzględniono tu powszechność jego występowania w literaturze krajowej i praktyce inżynierskiej oraz fakt, że posługiwanie się podanymi w [6] wartościami i_{dop} prowadzi do uzyskania długości krzywych przejściowych nie większych niż wynikających z korzystania z f_{dop} zdefiniowanych w [9].

Obowiązujące według nowych przepisów wartości parametrów geometrycznych i kinematycznych, wykorzystane w analizie porównawczej całkowitych długości poszerzeń, przedstawiono w tabeli 2.

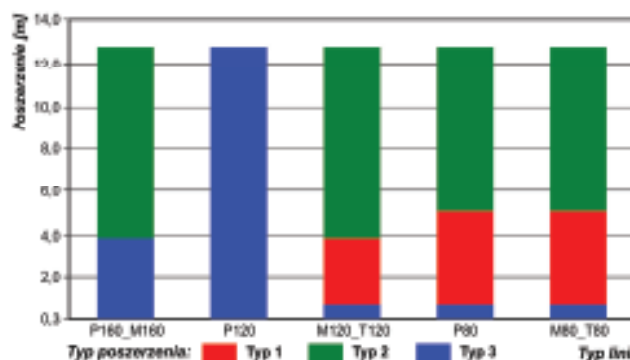
Wpływ zmiany wartości parametrów dopuszczalnych na długości poszerzeń międzytorzy

Dla wartości parametrów geometrycznych i kinematycznych przedstawionych

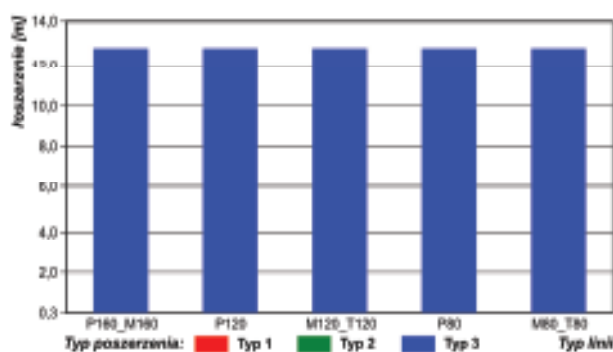




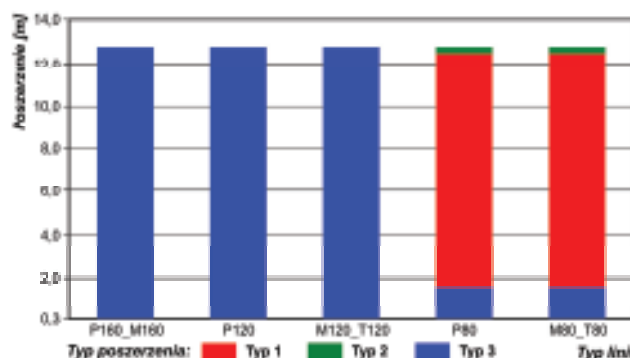
3. Poszerzenia o najmniejszej długości dla dogodnych warunków terenowych według starych przepisów. Źródło: opracowanie własne



4. Poszerzenia o najmniejszej długości dla trudnych warunków terenowych według starych przepisów. Źródło: opracowanie własne



5. Poszerzenia o najmniejszej długości dla dogodnych warunków terenowych według nowych. Źródło: opracowanie własne



6. Poszerzenia o najmniejszej długości dla trudnych warunków terenowych według nowych przepisów. Źródło: opracowanie własne

w tabelach 1 i 2 przeprowadzono analizę porównawczą, mającą na celu sprawdzenie zakresu stosowania wymienionych na wstępie trzech typów poszerzeń z uwzględnieniem minimalnej wartości funkcji celu zdefiniowanej wzorem (1). Wykorzystano algorytm przedstawiony w [7], co w praktyce oznacza znalezienie dla każdego zestawu danych typu poszerzenia charakteryzującego się najmniejszą długością całkowitą L_c . Przeanalizowano rozwiązania dla zakresu poszerzeń $p \in <0,30; 13,00>$ m ze stopniowaniem obliczeń co 0,10 m. Obliczenia wykonano dla typów linii i prędkości pociągów przedstawionych w tabeli 3, uwzględniając przeznaczenie linii typu P120 oraz P80 wyłącznie dla ruchu towarowego. Następnie obliczenia powtórzono, nie różnicując dla warunków trudnych i łatwych nowe wartości przyspieszeń a_{dop} i a_t (czyli pomijając zalecenia zawarte w [6]).

W analizie pominięto linie typów P250, P200 i M200, gdyż dla prędkości $V > 160$ km/h

Tab. 3. Prędkości maksymalne pociągów pasażerskich V_{max} i minimalne pociągów towarowych V_t przyjęte dla analizowanych typów linii. Źródło: opracowanie własne na podstawie [10]

Typ linii	V_{max} [km/h]	V_t [km/h]
P160 / M160	160	80
P120	120	-
M120 / T120	120	80
P80	80	-
M80 / T80	80	60

przepisy nie dopuszczają budowy peronów przy torach głównych zasadniczych. Ponadto dla tych typów linii poszukiwanie poszerzenia optymalnego jest niecelowe, gdyż rozwiązanie typu 1 daje wartości poprawne matematycznie, ale bez jakiegokolwiek praktycznego znaczenia (np. dla linii P200 $R_{min}=28600$ m), a dla układu typu 2 nie istnieją rozwiązania poprawne geometrycznie. Pominięto także linię typu T40, na której jedynym sensownym modelem poszerzenia jest układ typu 1 (dwa łuki odwrotne ze wstawką prostą).

Analiza linii typów P120 i P80, przeznaczonych wyłącznie dla ruchu pasażerskiego, wymagała modyfikacji algorytmu obliczania promienia minimalnego R_{min} dla poszerzenia typu 2. Na liniach tych, zgodnie z [10], prędkość powinna być przyjmowana jako jednokowa dla wszystkich pociągów, co eliminuje konieczność analizy przyspieszenia dośrodkowego a_t . Dlatego dla poszerzenia typu 2 wyznaczenie promienia minimalnego R_{min} oraz odpowiadającej mu przechyłki h , należy w pierwszej iteracji rozpocząć od wzorów:

$$R_{min} = \begin{cases} \frac{V_{max}^2}{12,96 \cdot (a_{dop} + 0,00654 \cdot 150)} & \text{dla linii P120 i P80,} \\ \frac{V_{max}^2 - V_t^2}{12,96 \cdot (a_{dop} + a_t)} & \text{dla pozostałych linii,} \end{cases}$$

$$h = \begin{cases} 150 & \text{dla linii P120 i P80,} \\ \frac{V_{max}^2 \cdot a_t + V_t^2 \cdot a_{dop}}{0,00654 \cdot (V_{max}^2 - V_t^2)} & \text{dla pozostałych linii.} \end{cases}$$

Wyniki analizy przedstawiono na rysunkach 3 – 6. Jak widać, nowe wartości parametrów kinematycznych i geometrycznych praktycznie zakwestionowały przydatność poszerzenia międzytorza typu 2, tj. wykonanego za pomocą dwóch łuków odwrotnych z krzywymi przejściowymi i z przechyłką, które wcześniej w wielu wypadkach charakteryzowało się najmniejszą długością całkowitą L_c . Jednocześnie dla dogodnych warunków terenowych rywalizację jednoznacznie wygrywa najkorzystniejsze ze względów dynamicznych poszerzenie wykonane za pomocą dwóch parabolicznych łuków odwrotnych (czterech krzywych przejściowych) bez przechyłki. Identyczne wyniki uzyskano stosując dla dogodnych jak trudnych warunków terenowych jednolite wartości przyspieszeń a_{dop} i a_t zawarte w [9].

Na wynik optymalizacji nie ma także wpływu różnicowanie wartości a_t (zależnego od obciążenia linii) dla poszerzenia typu 2. Parametr ten ma wpływ jedynie na początkową wartość R_{min} , uzyskiwaną w 1-szej iteracji, dla której w całym przebadanym zakresie danych długość części kołowej łuku $k < 0$, tzn. uzyskuje się układ geometrycznie sprzeczny. Zwiększanie promienia w kolejnych krokach iteracji nie zależy od tego parametru. Wart odnotowania jest także fakt, że wprowadzona

zmiana parametrów kinematycznych spowodowała, że dla poszerzenia tego typu znacznie zawężił się obszar istniejących rozwiązań. Zwiększenie wartości a_{dop} przy jednoczesnym zmniejszeniu ψ_{dop} zmniejszyło możliwość zwiększenia promienia R w drugim kroku iteracji, co w efekcie powoduje uzyskiwanie także na tym etapie rozwiązań geometrycznie sprzecznych. Przy obliczeniach prowadzonych według starych przepisów, w badanym zakresie danych taka sytuacja nie wystąpiła nigdy.

Wpływ nowych wartości parametrów na całkowitą długość wybranego typu poszerzenia nie jest jednoznaczny. Dla małych wartości poszerzeń można zaobserwować zmniejszenie długości poszerzenia średnio o ok. 26%, natomiast dla poszerzeń większych - zwiększenie ich długości (o ok. 12% dla $p = 13,00$ m).

Praktyka projektowa

W praktyce projektowej powszechne jest stosowanie poszerzenia typu 1 lub nawet jego modyfikacji, pozbawionej wstawki prostej. Wynika to przede wszystkim z faktu, że w większości programów wspomagających projektowanie linii kolejowych istnieją gotowe moduły do projektowania łuków odwrotnych, natomiast zastosowanie innych modeli poszerzeń wymaga od projektanta większego nakładu twórczej pracy [7].

Pomijając opisywanie wielokrotnie aspekt niekorzystnych oddziaływań dynamicznych między taborem a torem na łukach odwrotnych bez krzywych przejściowych, przeprowadzono analizę wydłużenia poszerzenia wynikającego z zastosowania obligatoryjnie przyjętego modelu poszerzenia typu 1, bez uwzględnienia minimalizacji funkcji celu (1). Stwierdzono, że procentowe wydłużenie układu wynosi w dogodnych warunkach terenowych średnio:

- 56% na liniach typu P160 i M160;
- 35% na liniach typu P120, M120 i T120;
- 11% na liniach typu P80, M80 i T80.

Szczegółowe zestawienie różnic ΔL_c między poszerzeniami typu 1 i 3 dla poszczególnych typów linii w zakresie wartości $p \in <1,00; 13,00>$ m przedstawiono na rysunku 7. Na wykresie nie uwzględniono różnic dla poszerzeń w zakresie wartości $p \in <0,30; 0,90>$ m, gdyż dla poszerzenia typu 1 występuje wtedy konieczność dodatkowego zwiększenia promienia łuku R (dla $R=R_{min}$ nie jest zachowana

minimalna długość części kołowej łuku), co prowadzi do dalszego wydłużenia układu.

Bardziej wymowne jest przedstawienie przeanalizowanych różnic w liczbach bezwzględnych. Przykładowo zastosowanie modelu poszerzenia typu 1 zamiast typu 3 na linii P120 w dogodnych warunkach terenowych spowoduje:

- dla poszerzenia o wartości $p = 1,00$ m - wykonanie układu o długości 164,630 m zamiast 118,319 m, a więc niepotrzebne wydłużenie całego układu o 46,311 m;
- dla poszerzenia o wartości $p = 13,00$ m - wykonanie układu o długości 569,680 m zamiast 426,483 m, tj. zawyżenie długości układu o 143,197 m.

Takie niepotrzebne stosowanie układów dłuższych zamiast układów o długości optymalnej (lecz wymagających większego nakładu pracy projektanta) może w określonych sytuacjach prowadzić do dodatkowego zwiększenia kosztów budowy lub modernizacji linii, wynikających z prowadzenia prac na większej długości toru lub zwiększenia zajętości terenu pod układ torowy.

Wnioski

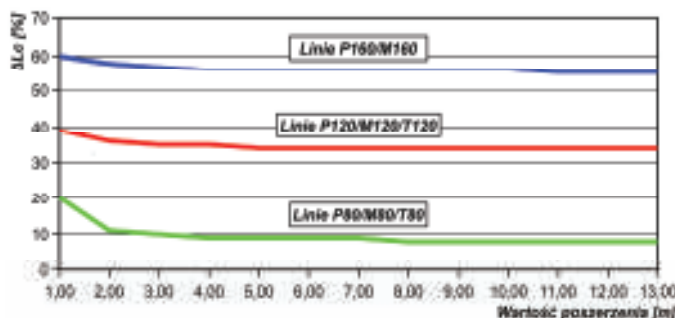
1. Zastosowanie w algorytmie wyboru optymalnego modelu poszerzenia międzytorza przedstawionego w [7] nowych wartości dopuszczalnych parametrów geometrycznych i kinematycznych, wprowadzonych w latach 2014–2015 przepisami [6, 9] w praktyce eliminuje stosowanie modelu poszerzenia wykonanego za pomocą dwóch łuków odwrotnych z krzywymi przejściowymi i przechyłką. Jest to korzystne, gdyż model ten jest najbardziej złożony obliczeniowo oraz najtrudniejszy w wykonaniu i utrzymaniu (zwłaszcza w części środkowej, wymagającej odmiennego kształtowania ramp przechyłkowych).
2. Dogodne warunki terenowe jednoznacznie preferują poszerzenie wykonane za pomocą dwóch odwrotnych łuków parabolicznych bez przechyłki (w literaturze często określanego jako „cztery krzywe przejściowe bez przechyłki”). Jest to model najkorzystniejszy z uwagi na oddziaływania dynamiczne występujące w pudle wagonu podczas przejazdu przez układ. Z uwagi na brak przechyłki oznacza się

dodatkowo łaćwością utrzymania, co także przed rokiem 2014 predestynowało go do stosowania na liniach o dużym obciążeniu ruchem pociągów towarowych [1, 5].

3. Znaczne różnice między długością poszerzeń typu 3 a nagminnie nadużywanym w praktyce projektowej poszerzeniem typu 1, a także znacznie lepsza współpraca taboru z torem przy przejeździe przez układ typu 3, powinny zobligować inwestorów do umieszczania w specyfikacjach przetargowych wymogu projektowania optymalnego poszerzenia międzytorza. Przedstawione wyniki badań pozwalają na przeprowadzenie analizy dla dwóch typów poszerzeń (1 i 3), z pominięciem typu 2. Dla projektów, w których stosowane są wartości parametrów dla dogodnych warunków terenowych, należy obliczować wykonawców do projektowania poszerzeń typu 3. ◀

Materiały źródłowe

- [1] Bałuch H.: Wyznaczanie przechyłki z uwzględnieniem prędkości pociągów towarowych. Przegląd Kolejowy Drogowy, nr 3, 1976.
- [2] Bałuch H.: Optymalizacja poszerzeń międzytorza. Drogi Kolejowe, nr 5–6, 1980.
- [3] Bałuch H.: Poszerzenia międzytorza wykonywane za pomocą krzywych przejściowych. Drogi Kolejowe, nr 7–8, 1980.
- [4] Bałuch H.: Wybór optymalnego poszerzenia międzytorza. Praca COBiRTK, nr 3102/12, Warszawa, 1982.
- [5] Bałuch H.: Optymalizacja układów geometrycznych toru. WKiŁ, Warszawa, 1983.
- [6] Id-1 (D-1) warunki techniczne utrzymania nawierzchni na liniach kolejowych. tekst ujednolicony. PKP PLK S.A., Warszawa, 2015.
- [7] Nowakowski M. J.: Modelowanie poszerzeń międzytorza. Przegląd Komunikacyjny, nr 11-12, 2009.
- [8] Rozporządzenie Ministra Transportu i Gospodarki Morskiej z dnia 10 września 1998 r. w sprawie warunków technicznych, jakim powinny odpowiadać budowle kolejowe i ich usytuowanie. Dziennik Ustaw 1998 nr 151 poz. 987.
- [9] Rozporządzenie Ministra Infrastruktury i Rozwoju z dnia 5 czerwca 2014 r. zmieniające rozporządzenie w sprawie warunków technicznych, jakim powinny odpowiadać budowle kolejowe i ich usytuowanie. Dziennik Ustaw 2014 poz. 867.
- [10] Standardy techniczne. Szczegółowe warunki techniczne dla modernizacji lub budowy linii kolejowych do prędkości $V_{max} \leq 200$ km/h (dla taboru konwencjonalnego) / 250 km/h (dla taboru z wychylnym pudłem). Tom X. Skrzyżowania w poziomie szyn oraz drogi równoległe. PKP PLK S.A., Warszawa, 2009.
- [11] Warunki techniczne utrzymania nawierzchni na liniach kolejowych Id-1. PKP PLK S.A., Warszawa, 2005



7. Różnica całkowitych długości poszerzeń wykonanych według typu 1 i 3 dla dogodnych warunków terenowych i wartości parametrów przedstawionych w tabeli 2. Źródło: opracowanie własne