

# Metoda określania maksymalnej prędkości jazdy na łukach, dostosowana do specyfiki tras tramwajowych

Jacek SZMAGLIŃSKI<sup>1</sup>

## Streszczenie

W artykule uzasadniono potrzebę obliczenia maksymalnej prędkości pojazdu tramwajowego na wybranych odcinkach trasy. Określono jakie wartości są niezbędne do wykonania obliczeń trakcyjnych. Dostosowano metodę do danych pochodzących z Mobilnych Pomiarów Satelitarnych. Porównano wyniki z algorytmami przeznaczonymi do zastosowań kolejowych. Analizy wykazały, że przy zastosowaniu proponowanego algorytmu, jest możliwe bardziej precyzyjne, niż w przypadku algorytmów kolejowych, określenie prędkości maksymalnych w układach geometrycznych z krótkimi krzywymi przejściowymi.

**Słowa kluczowe:** tor tramwajowy, układ geometryczny, obliczenia trakcyjne

## 1. Wstęp

Z uwagi na konieczność projektowania tras tramwajowych w sąsiedztwie istniejącej zwartej zabudowy, bardzo często stosuje się niewielkie promienie łuków i bardzo krótkie krzywe przejściowe. Czasami wręcz rezygnuje się z wykonywania krzywych przejściowych, co wydaje się być słuszne, gdyż prosty układ geometryczny łatwiej jest wpisać w ograniczoną szerokość pasa drogowego. Może się jednak okazać, że to samo rozwiązanie, nie wpływające na atrakcyjność środka transportu w jednym punkcie, zastosowane w innym miejscu, może znacznie ograniczać jego możliwości. Dlatego niezbędne są narzędzia umożliwiające przeprowadzenie oceny stworzonych wariantów. Jednym z kryteriów pozwalających na dobór wariantu optymalnego, jest czas podróży, który można oszacować na podstawie obliczeń trakcyjnych. Pozwalają one obliczyć teoretyczny czas jazdy, określić prędkość normatywną oraz oszacować straty czasu występujące podczas przejazdów rzeczywistych na istniejących trasach tramwajowych [10]. Mogą również wskazywać potrzebę przebudowy układu geometrycznego, gdyż w szczególnych przypadkach niewielka zmiana geometrii może znacząco skrócić czas podróży.

Do wykonania uproszczonych obliczeń trakcyjnych [12, 15] są niezbędne następujące dane: długość odcinka  $S$ , prędkość maksymalna na odcinku  $V$  oraz parametry związane z dynamiką jazdy tramwaju. Na poprawnie utrzymanym torze prostym można założyć,

że prędkość przejazdu nie jest niczym ograniczana i może być przyjmowana jako maksymalna prędkość wagonu tramwajowego. Na odcinkach krzywoliniowych pojawiają się jednak ograniczenia związane z występowaniem niezrównoważonych przyspieszeń bocznych, które wpływają na komfort przejazdu pasażerów.

Podczas pomiarów istniejącego stanu z wykorzystaniem rozwijanej przez interdyscyplinarny zespół Politechniki Gdańskiej i Akademii Morskiej metody Mobilnych Pomiarów satelitarnych, są określane następujące parametry geometryczne trasy w płaszczyźnie poziomej: długość odcinka prostego  $S$ , kąt zwrotu trasy  $\gamma$ , promień łuku poziomego  $R$  oraz długość krzywej przejściowej  $L$  [8, 9]. Obecnie prowadzone badania (z uwagi na umieszczenie pojedynczej anteny w osi toru) nie pozwalają na określenie przechyłki. Założono, że pożądaną sytuacją jest uniknięcie przemieszczania osi toru w celu podniesienia prędkości na danym układzie geometrycznym. W związku z tym jest możliwe przeprojektowanie układu geometrycznego do wyższych prędkości eksploatacyjnych jedynie przez projekt przechyłki na łukach i rampach przechyłkowych. Na podstawie takiej analizy jest możliwa ocena potencjalnych możliwości modernizacyjnych. Algorytm prezentowany w artykule przedstawia metodę określenia najwyższej, możliwej do osiągnięcia prędkości dla danego układu geometrycznego w planie sytuacyjnym. Wykazano, że dla rozważań nad tą prędkością, pomiar przechyłki nie jest potrzebny.

<sup>1</sup> Mgr inż.; Politechnika Gdańska, Katedra Transportu Szynowego; e-mail: jacszmag@pg.gda.pl.

## 2. Opis stosowanych metod

W celu określenia prędkości drogowych na liniach kolejowych stosowane są podejścia ściśle (analityczne) i przybliżone (iteracyjne). Metody kolejowe zakładają występowanie przypadków szczególnych, w tym taboru z wychylnym nadwoziem. W artykule skupiono się na rozważaniach dotyczących klasycznego wagonu, w celu jak najlepszego porównania z taborom tramwajowym. Przykładem podejścia analitycznego, jest zaproponowana metoda wyznaczenia prędkości granicznej [7]. W tej metodzie prędkość obliczana jest z następującej zależności:

$$V_{MAX} = 3,6 \cdot \sqrt{a_{dop} \cdot k_1 + g \cdot \frac{h_{max}}{s} \cdot k_2} \cdot \sqrt{R} \quad (1)$$

gdzie:

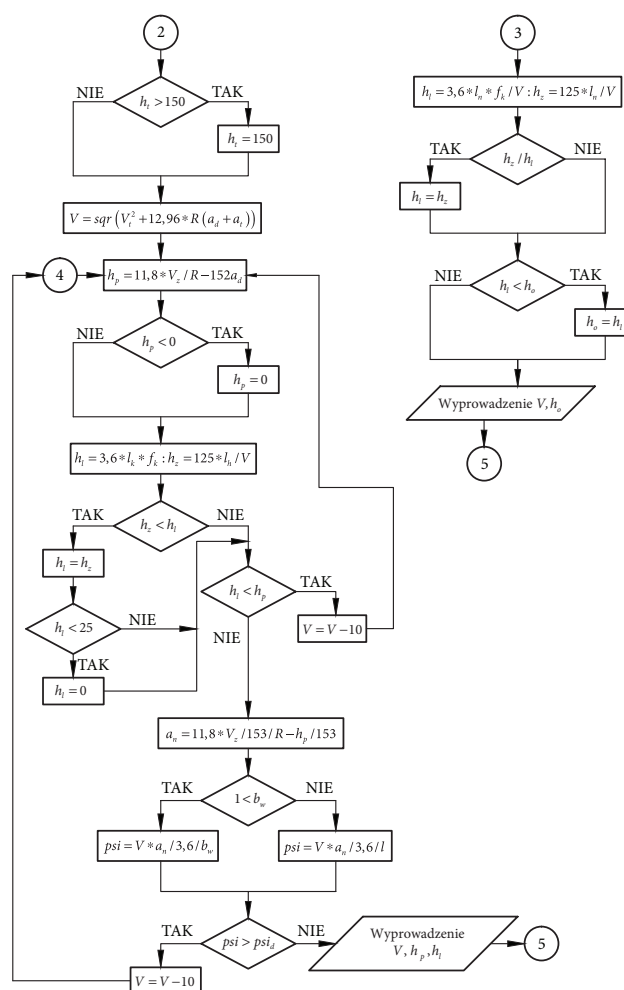
- $V_{MAX}$  – prędkość maksymalna [km/h],
- $R$  – promień łuku kołowego [m],
- $a_{dop}$  – dopuszczalne przyspieszenie niezrównoważone na łuku [m/s<sup>2</sup>],
- $h_{max}$  – maksymalna przechyłka na łuku 150 mm,
- $g$  – przyspieszenie ziemskie 9,81 m/s<sup>2</sup>,
- $s$  – rozstaw osi toków szynowych 1500 mm,
- $k_1, k_2$  – współczynniki redukcyjne.

Algorytm opisuje sposób obliczania współczynników redukcyjnych, które wyrównują prędkości na poszczególnych elementach układu krzywa przejściowa – łuk kołowy – krzywa przejściowa. Współczynniki przyjmują wartości z przedziału  $< 0; 1 >$ . Dzięki takiemu podejściu automatycznie otrzymuje się wartość przechyłki projektowej, która wynosi:

$$h_p = k_2 \cdot h_{max} \quad (2)$$

Jedyną trudnością obliczeniową podczas znajdowania współczynników redukcyjnych, polega na pracy na zbiorze liczb zespolonych, co może powodować problemy przy korzystaniu z typowych arkuszy kalkulacyjnych.

Przykładem podejścia iteracyjnego może być program DIMO [1, 3]. Dzięki znacznie prostszym zależnościom, algorytm jest możliwy do oprogramowania w arkuszu kalkulacyjnym. Działanie programu polega na obliczeniu maksymalnej prędkości jazdy na łuku kołowym i sprawdzeniu, czy na całym układzie spełnione są warunki kinematyczne. W razie niespełnienia któregoś z warunków, przyjmuje się prędkość zmniejszoną o określoną wartość i po raz kolejny wykonuje obliczenia aż do chwili, gdy wszystkie warunki zostaną spełnione (rys. 1). W kolejnym kroku podawany jest zakres dopuszczalnej przechyłki dla podanej prędkości. Optymalizacja obliczonego układu następuje przez ingerencję użytkownika – manualne wpisanie prędkości i przechyłki, dla których ponownie liczone i sprawdzane są warunki kinematyczne.



Rys. 1. Przykład schematu blokowego programu DIMO, moduł liczący maksymalną prędkość pociągów pasażerskich [4]

Fig. 1: Flowchart of DIMO program, the module of passenger trains maximum velocity [4]

Dokładność wyniku podawanego automatycznie przez DIMO, jest uzależniona od wartości, o którą zmniejszana jest prędkość w toku szukania wartości spełniającej założenia. Dostępny program oferuje skok o 10 km/h. Jest to podejście podyktowane kolejową sygnalizacją prędkości, umożliwiającą podanie na wskaźniku W8 pełnych dziesiątek. W przypadku tramwajów i znacznie mniejszych prędkości, występują znaki BT-1 zaokrąglające prędkość do 5 km/h. Dodatkowym utrudnieniem przy analizie tras tramwajowych, jest konieczność wpisania prędkości pociągów towarowych, na podstawie której liczona jest prędkość maksymalna. Na potrzeby analiz określono prędkość  $V_1$ , jako prędkość tramwaju wolnobieżnego, przyjmując 30 km/h.

Podczas próby dostosowania tych metod do specyfiki tras tramwajowych oraz możliwych do uzyskania danych, określono potrzebę stworzenia nowego narzędzia,

umożliwiającego ocenę maksymalnej prędkości przejazdu. Założono stworzenie algorytmu pozwalającego w sposób analityczny wyznaczyć maksymalną prędkość jazdy i odpowiadającą jej przechyłkę.

### 3. Opis algorytmu krótkich krzywych przejściowych (KKP)

#### 3.1. Założenia

Do celów analizy prędkości maksymalnej na układzie geometrycznym wykorzystano podstawowe zależności wyprowadzone dla krzywej przejściowej o liniowym przyroście krzywizny oraz prostoliniowej rampie przechyłkowej [2]. Celem rozważań było opracowanie metody, w której obliczenie maksymalnej prędkości było uzależnione wyłącznie od znajomości następujących parametrów geometrycznych i kinematycznych:

- promień łuku kołowego ( $R$ ) [m],
- długość krzywej przejściowej ( $L$ ) [m],
- maksymalnego przyspieszenia niezrównoważonego ( $a_{dop}$ ) [ $m/s^2$ ],
- maksymalnego przyrostu przyspieszenia niezrównoważonego przy przejściu z prostej w łuk ( $\psi_{dop}$ ) [ $m/s^3$ ],
- dopuszczalnej prędkości podnoszenia się koła po szynie na rampie przechyłkowej ( $f_{dop}$ ) [mm/s].

Założono, że w przypadku braku krzywej przejściowej (na łukach tramwajowych przepisy [17] dopuszczają niewykonywanie krzywych w przypadku promienia zasadniczego większego niż 100 m) przyspieszenie będzie się zmieniać liniowo na długości bazy sztywnej wagonu [16]. W przypadku klasycznych tramwajów znormalizowanych 13 N, 102 N, 105 N [14], odległość między czopami skreту wynosi około 6 m i taką wartość przyjęto jako minimalną długość krzywej przejściowej w omawianym algorytmie. Założono, że celem rozważań jest określenie maksymalnej możliwej do określenia prędkości dla krzywych przejściowych, na których parametrem decydującym o prędkości jest przyrost przyspieszenia niezrównoważonego. W celu uproszczenia, w artykule nazwano takie krzywe krótkimi, krzywe na których parametrem decydującym o prędkości jest parametr podnoszenia się koła po szynie nazwano normalnymi, a te których długość nie wpływa na Prędkość – długimi.

#### 3.2. Wyprowadzenia wzorów

Podstawowym ograniczeniem prędkości na łuku jest promień i związane z nim przyspieszenie niezrównoważone, które nie może przekroczyć wartości do-

puszczalnej. Maksymalną dopuszczalną prędkość wyznacza się dla największej przechyłki [6].

$$V_0 = V_{max}^R = 3,6 \cdot \sqrt{R \cdot \left( a_{dop} + g \cdot \frac{h}{s} \right)} = 3,6 \cdot \sqrt{R \cdot (a_{dop} + 0,981)} \quad \text{dla } h = h_{max} = 150 \text{ mm} \quad (3)$$

Jednak możliwość osiągnięcia maksymalnej prędkości w układzie łuk – krzywa przejściowa – prosta, wymaga sprawdzenia warunków na przyrost przyspieszenia niezrównoważonego na krzywej przejściowej oraz prędkości podnoszenia się koła po szynie na rampie przechyłkowej. Aby spełnić wymagania, długość krzywej przejściowej nie może być mniejsza niż wartości określone wzorami (4–6).

$$L_{min}^{\psi} = \frac{V \cdot a_{dop}}{3,6 \cdot \psi_{dop}} \quad \text{dla } h > 0 \quad (4)$$

$$\text{lub } L_{min}^{\psi} = 0,0214 \cdot \frac{V^3}{R \cdot \psi_{dop}} \quad \text{dla } h = 0, \quad (5)$$

$$L_{min}^f = \frac{V \cdot h}{3,6 \cdot f_{dop}} \quad (6)$$

Założono, że długość istniejącej krzywej przejściowej jest znana. Aby policzyć maksymalną prędkość z uwagi na przyrost przyspieszenia niezrównoważonego, należy przekształcić wzory 4–5 z uwagi na  $V$ . W celu uproszczenia wzorów podstawiono zależność:

$$m = 3,6 \cdot f_{dop} \quad (7)$$

Otrzymano:

$$V_1 = \frac{3,6 \cdot L \cdot \psi_{dop}}{a_{dop}} \quad \text{dla } h > 0 \quad (8)$$

$$\text{oraz } V_2 = \sqrt[3]{46,7 \cdot \psi_{dop} \cdot L \cdot R} \quad \text{dla } h = 0. \quad (9)$$

Ze względu na prędkość podnoszenia się koła po szynie, długość krzywej przejściowej jest zależna od przechyłki toru, która nie jest określana w toku badań. Przy znanej długości krzywej, prędkość jest odwrotnie proporcjonalna do przechyłki. W celu określenia jej maksymalnej wartości, należy określić minimalną przechyłkę na łuku, która wynosi:

$$h_{min} = \frac{11,8 \cdot V^2}{R} - 153 \cdot a_{dop} \quad (10)$$

Po podstawieniu otrzymano:

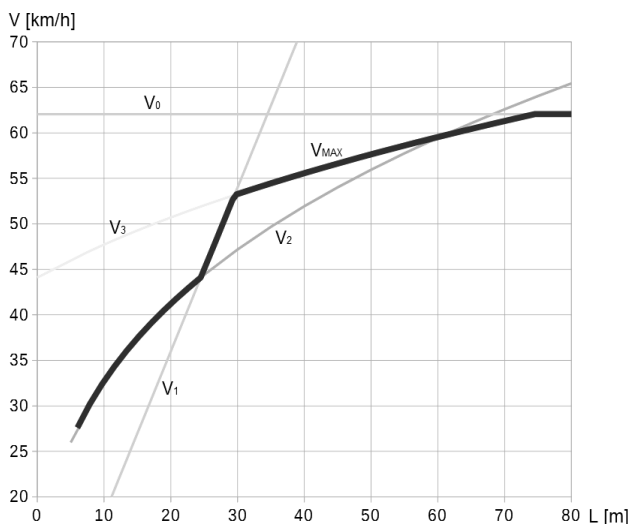
$$L_{min}^f = \frac{V \cdot \left( \frac{11,8 \cdot V^2}{R} - 153 \cdot a_{dop} \right)}{m} \quad (11)$$

Wzór przekształcony z uwagi na  $V$ :

$$\frac{11,8}{R} \cdot V_3^3 - 153 \cdot a_{dop} \cdot V_3 - L \cdot m = 0. \quad (12)$$

Rozwiązanie nierówności sześcienniej przedstawiono na końcu, aby nie zaciemniać toku rozumowania. Na obecnym etapie założono, że  $V_3$  jest już wyznaczone. Znając prędkości  $V_0 - V_3$  można narysować wykres obrazujący zmienność prędkości wraz z wydłużaniem krzywej przejściowej (rys. 2). Obliczenia przykładowe przeprowadzono przy założeniach:

$$\begin{aligned} R &= 150 \text{ m}, \\ a_{dop} &= 1,0 \text{ m/s}^2, \\ \psi_{dop} &= 0,5 \text{ m/s}^3, \\ f_{dop} &= 34,7 \text{ mm/s}. \end{aligned}$$



Rys. 2. Wykres zmienności prędkości w zależności od długości krzywej przejściowej

Fig. 2: Graph of variation in velocity depending on the length of transition curve

Na rysunku 2 widać przecinające się krzywe prędkości  $V_0 - V_3$ . Aby wyznaczyć wykres prędkości maksymalnej, należy określić zakres stosowności poszczególnych wartości.  $V_1$  może być przyjęta jako rozwiązanie poprawne, jeżeli  $h_{min} \leq 0$ . Dla pozostałych przypadków, należy przyjmować łuk z przechyłką. Przy mniejszych prędkościach decydującym parametrem będzie przyrost przyspieszenia na krzywej przejściowej z rampą przechyłkową, a przy większych wartość przyspieszenia na części kołowej łuku. Niezależnie od długości krzywej, prędkość nie może przekroczyć wartości  $V_0$ . Rozumowanie sprowadza się do sprawdzenia zależności

$$V_{MAX} = \min \begin{pmatrix} \max \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} \\ V_3 \\ V_0 \end{pmatrix}. \quad (13)$$

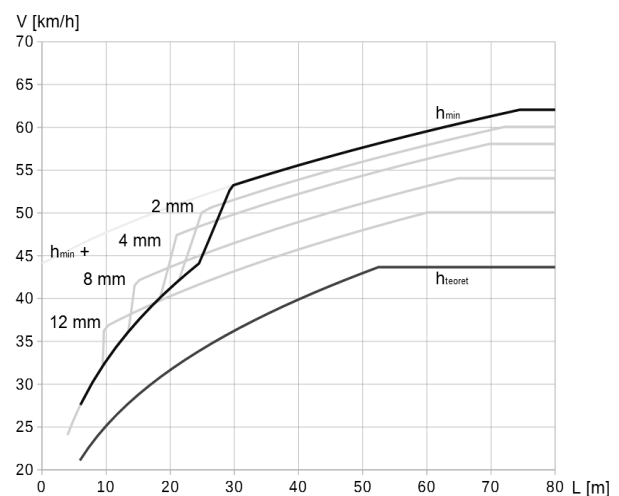
Po dalszych analizach dochodzi się jednak do wniosku, że tak prosto postawiona zależność nie wyczerpuje przypadków szczególnych. Przechyłka teoretyczna (ekwiwalentna) zapewnia równoważenie przyspieszeń dośrodkowych i odśrodkowych [11]. Rozważmy przypadek, w którym projektowana przechyłka na łuku  $h_p$  ma wartość większą niż wynika z obliczeń  $h_{min}$ , jednak nadal jest mniejsza od przechyłki teoretycznej  $h_t$ . W takim przypadku na części kołowej łuku przyspieszenie niezrównoważone będzie zmniejszone przez przechyłkę do wartości mniejszej od  $a_{dop}$ .

$$a = \frac{V^2}{12,96 \cdot R} - \frac{h_p}{153}. \quad (14)$$

Zmniejszy się również szybkość przyrostu przyspieszenia na długości krzywej przejściowej. W takim przypadku jej minimalna długość będzie wynosić:

$$L_{min}^{\psi} = \frac{V \cdot \left( \frac{11,8 \cdot V^2}{R} - h_p \right)}{550,8 \cdot \psi_{dop}} \quad L_{min}^f = \frac{V \cdot h_p}{3,6 \cdot f_{dop}} \quad (15,16)$$

Na rysunku 3 widać, że przy pewnych długościach krzywych przejściowych i powiązanych z nimi wartościach przechyłki występuje wyraźne zwiększenie prędkości.



Rys. 3. Wykres zmienności prędkości w zależności od długości krzywej przejściowej, w zależności od przechyłki

Fig. 3. Graph of variation in velocity depending on the length of transition curve, according to the superelevation

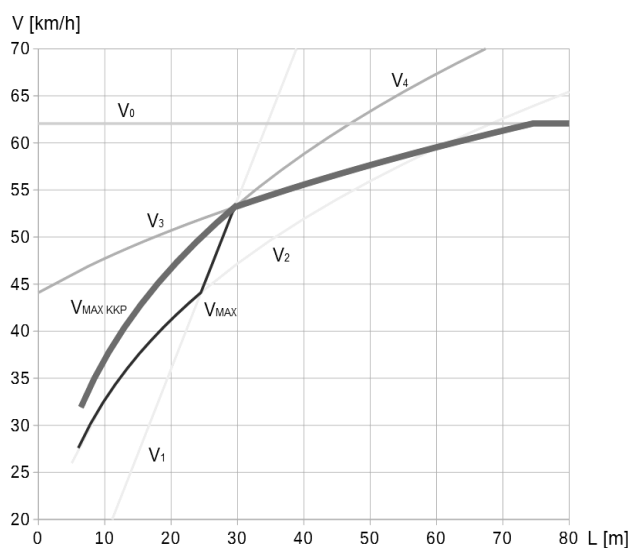
Z uwagi na zaobserwowany regularny kształt poszerzonej przestrzeni spełniającej założenia projektowe, postanowiono znaleźć ogólną zależność opisującą punkt przecięcia wykresu. W tym celu przekształcono wzór 16 z uwagi na  $h_p$  i obliczoną maksymalną wartość przechyłki projektowej przy danej prędkości podstawiono do wzoru 15. Wyznaczono wzór opisujący równanie prędkości, przy której na krzywej przejściowej przyrost przyspieszenia i prędkość podnoszenia się koła po szynie są równe wartościom dopuszczalnym:

$$V_4 = 3 \sqrt{\frac{R \cdot L}{11,8} \cdot (m + 550,8 \cdot \psi_{dop})}. \quad (17)$$

Dzięki takiemu podejściu znacznie uprasza się algorytm wyznaczania prędkości maksymalnej:

$$V_{MAX} = \min \begin{pmatrix} V_3 \\ V_4 \\ V_0 \end{pmatrix}. \quad (18)$$

Na rysunku 4 pokazano pełną możliwość zwiększenia prędkości przy zastosowaniu przedstawionego algorytmu. Pozwala on na określenie maksymalnego potencjału układu geometrycznego, przy założeniu możliwości dowolnego kształtowania przechyłki, bez ingerencji w położenie osi toru. W celu ułatwienia opisu, podejście nazwano algorytmem Krótkich Krzywych Przejściowych.



Rys. 4. Wykres zmienności prędkości w zależności od długości krzywej przejściowej, policzony według algorytmu KKP

Fig. 4. Graph of variation in velocity depending on the length of transition curve, calculated with the KKP algorithm

Dla tak obliczonej prędkości istnieje tylko jedna wartość przechyłki na łuku, spełniająca parametry kinematyczne.

$$h = \frac{m \cdot L}{V_{MAX}}. \quad (19)$$

Na liniach tramwajowych poruszają się zwykle pojazdy nieznacznie tylko różniące się między sobą masą oraz parametrami kinematycznymi. Można więc założyć, że każdy pojazd będzie w stanie osiągnąć zbliżoną prędkość przejazdu. W sytuacji, w której doszłoby do regularnej obsługi wagonami wolnobieżnymi, wśród wagonów szybkobieżnych należy określić minimalną prędkość przejazdu, związaną z występowaniem przechyłki na łuku.

$$V_{MIN} = \sqrt{\frac{(h - 153 \cdot a_{wdop}) \cdot R}{11,8}} = \sqrt{\frac{\left(\frac{m \cdot L}{V_{MAX}} - 153 \cdot a_{wdop}\right) \cdot R}{11,8}} \quad (20)$$

gdzie:

$a_{wdop}$  – dopuszczalne przyspieszenie nierównoważone działające do wewnątrz łuku [m/s<sup>2</sup>].

### 3.3 Rozwiązanie równania sześciennego

Rozwiązanie uporządkowanego równania sześciennego (12), pozwalającego wyznaczyć prędkość  $V_3$  można określić wykorzystując wzory Cardana [5]. Zauważono, że równanie można przedstawić w formie zredukowanej, co znacznie upraszcza dalszy tok rozumowania:

$$V^3 - \frac{153 \cdot a_p \cdot R}{11,8} \cdot V - \frac{L \cdot m \cdot R}{11,8} = 0. \quad (21)$$

Aby ustalić liczbę rozwiązań rzeczywistych równania (21) należy sprawdzić znak wyróżnika  $\Delta$ , określonego wzorem:

$$\Delta = \left(\frac{-L \cdot m \cdot R}{23,6}\right)^2 + (-4,322 \cdot a_p \cdot R)^3. \quad (22)$$

$$\text{Jeżeli } \Delta > 0 \quad L > \frac{212,05 \cdot \sqrt{a_p^3 \cdot R}}{m} \quad (23)$$

istnieje jedno rozwiązanie rzeczywiste (jeden pierwiastek rzeczywisty i dwa zespolone).

$$\text{Jeżeli } \Delta < 0 \quad L < \frac{212,05 \cdot \sqrt{a_p^3 \cdot R}}{m} \quad (24)$$

istnieją trzy rozwiązania rzeczywiste (trzy różne pierwiastki rzeczywiste).



$$\text{Jeżeli } \Delta=0 \quad L = \frac{212,05 \cdot \sqrt{a_p^3 \cdot R}}{m} \quad (25)$$

istnieje jedno rozwiązanie rzeczywiste (jeden trzykrotny pierwiastek rzeczywisty).

Pierwiastki oblicza się korzystając z zależności (26, 27, 28).

Dla projektowych założeń torów tramwajowych, tj: promień łuków ponad 18 m, długości krzywych przejściowych 6–80 m i znanych, dodatnich parametrów kinematycznych określono, że  $V_{3,2}$  i  $V_{3,3}$  przedstawiają albo rozwiązania zespolone, albo ujemne. Dlatego przy założeniu szukanej nieujemnej prędkości, tylko  $V_{3,1}$  może być traktowane jako poprawne rozwiązanie. Znacznie upraszcza to analizę, gdyż można przyjąć, że niezależnie od znaku wyróżnika  $\Delta$

$$V_3 = V_{3,1} \quad (29)$$

#### 4. Porównanie metod

W celu porównania metod przedstawionych w artykule, napisano program obliczeniowy w środowisku Scilab (rys. 5) [13]. Założono ocenę łuku kołowego o promieniu 150 m z dwiema symetrycznymi krzywymi przejściowymi o długościach stopniowanych co 1 m. Dla każdej długości liczone maksymalną prędkość oraz odpowiadającą jej przechyłkę.

```
for i=1:size(L,'r') do
  vJ4(i,1)=(R*L(i,1)/11.8*(m+550.8*psi))^(1/3)
  vJ3(i,1)=(L(i,1)*m*R/23.6+sqrt((-L(i,1)*m*R/23.6)^2+
  vJ0(i,1)=vmaxR
```

Rys. 5. Fragment kodu wykorzystanego w obliczeniach  
Fig. 5: Fragment of source code

$$V_{3,1} = \sqrt[3]{\frac{L \cdot m \cdot R}{23,6} + \sqrt{\left(\frac{-L \cdot m \cdot R}{23,6}\right)^2 + (-4,322 \cdot a_p \cdot R)^3}} + \sqrt[3]{\frac{L \cdot m \cdot R}{23,6} - \sqrt{\left(\frac{-L \cdot m \cdot R}{23,6}\right)^2 + (-4,322 \cdot a_p \cdot R)^3}} \quad (26)$$

$$V_{3,2} = \sqrt[3]{\frac{L \cdot m \cdot R}{23,6} + \sqrt{\left(\frac{-L \cdot m \cdot R}{23,6}\right)^2 + (-4,322 \cdot a_p \cdot R)^3}} \cdot \left(-\frac{1}{2} + \frac{i}{2}\right) \cdot \sqrt{3} + \dots$$

$$\dots + \sqrt[3]{\frac{L \cdot m \cdot R}{23,6} - \sqrt{\left(\frac{-L \cdot m \cdot R}{23,6}\right)^2 + (-4,322 \cdot a_p \cdot R)^3}} \cdot \left(-\frac{1}{2} - \frac{i}{2}\right) \cdot \sqrt{3}, \quad (27)$$

$$V_{3,3} = \sqrt[3]{\frac{L \cdot m \cdot R}{23,6} + \sqrt{\left(\frac{-L \cdot m \cdot R}{23,6}\right)^2 + (-4,322 \cdot a_p \cdot R)^3}} \cdot \left(-\frac{1}{2} - \frac{i}{2}\right) \cdot \sqrt{3} + \dots$$

$$\dots + \sqrt[3]{\frac{L \cdot m \cdot R}{23,6} - \sqrt{\left(\frac{-L \cdot m \cdot R}{23,6}\right)^2 + (-4,322 \cdot a_p \cdot R)^3}} \cdot \left(-\frac{1}{2} + \frac{i}{2}\right) \cdot \sqrt{3}. \quad (28)$$

W przypadku analizy programem DIMO z uwagi na dużą czasochłonność oraz skokowe przyrosty prędkości, zdecydowano się na analizę układów z rozrzedzeniem stopniowania długości krzywej przejściowej do 4 m. Następnie wykonano obliczenia maksymalnej prędkości. W miejscu zmiany prędkości wprowadzono zagęszczenie stopniowania do 1 m (rys. 6) i powtórzono cykl obliczeniowy. Obliczoną prędkość i przechyłkę zapisano jako macierz wyników, którą wczytano programem porównującym.

Charakterystyka odcinka							
Linia	Tramwaj					Tor	1
Szlak	Porównanie						
Dane przygotował	Jacek Szmagliński				Data	24.06.2014	

Wprowadzanie łuków							
Nr łuku	Kilometr		L1	R	L2	Rodzaj łuku	Lh
	od	do					
7						prosty	

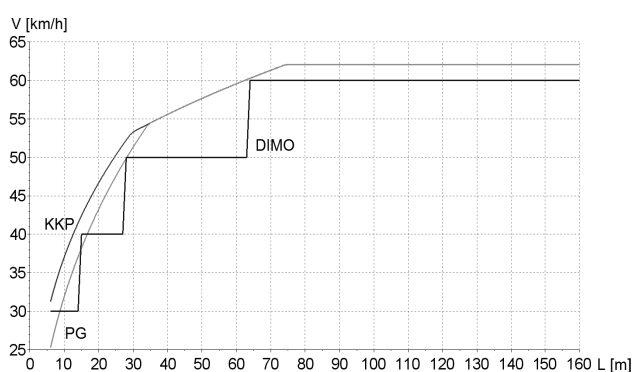
Lista danych							
Nr łuku	Kilometr		L1	R	L2	Rodzaj łuku	Lh
	od	do					
1	2	3	6	150	6	prosty	6
2	3	4	10	150	10	prosty	10
3	4	5	14	150	14	prosty	14
4	5	6	15	150	15	prosty	15
5	6	7	16	150	16	prosty	16
6	7	8	17	150	17	prosty	17
7	8	9	18	150	18	prosty	18
8	9	10	22	150	22	prosty	22
9	9	10	26	150	26	prosty	26

Rys. 6. Okno wprowadzania danych programu DIMO

Fig. 6. Input Window of DIMO program

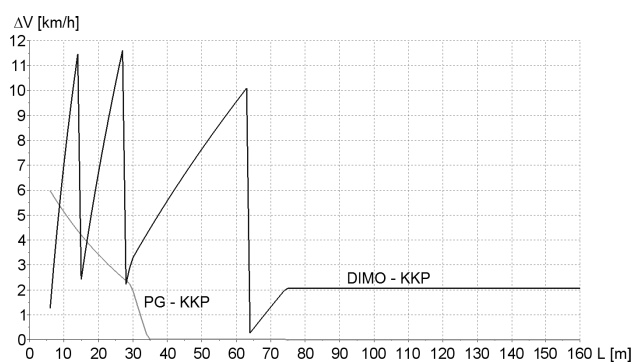
Na początku porównano ze sobą wyniki obliczeń maksymalnej prędkości jazdy (rys. 7). Dzięki zauważonej i opisanej wzorem 17 zależności, osiągnięto niewielki przyrost dopuszczalnej prędkości przy małej długości krzywej przejściowej względem algorytmu wyznaczania prędkości granicznej. Algorytm programu

DIMO z uwagi na duże skokowe zmiany prędkości nie daje możliwości pełnej oceny układu tramwajowego. Szczególnie duże różnice w wynikach można zauważyć przy krzywej o długości 14 m. Opisany algorytm Krótkich Krzywych Przejściowych (KKP) określa prędkość (przy zaokrągleniu w dół do 5 km/h) na 40 km/h, algorytm prędkości granicznej (PG) na 35 km/h, program DIMO podaje 30 km/h. Różnica prędkości wynosi 12,5% oraz 25%. Przy większych długościach krzywych przejściowych różnice maleją, występują skokowe wzrosty spowodowane założeniami algorytmu DIMO (rys. 8).



Rys. 7. Wykres zależności maksymalnej możliwej do osiągnięcia prędkości przy zadanej długości krzywej przejściowej

Fig. 7: Graph of the maximum possible velocity at a predetermined length of transition curve

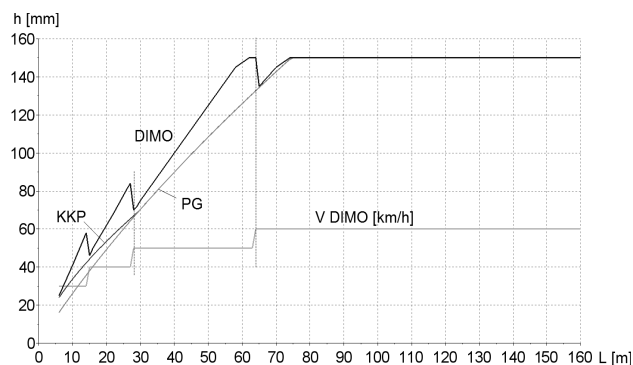


Rys. 8. Wykres różnic prędkości liczonych przez poszczególne algorytmy względem KKP

Fig. 8: Graph of differences in velocity calculated with various algorithms

Przyczyną różnic może być odmienne podejście do kształtowania przechyłki na łuku. W przypadku algorytmu Krótkich Krzywych Przejściowych przechyłka pokazana na rysunku 9 jest jedyną możliwą wartością do wykonania dla danej prędkości maksymalnej. W przypadku algorytmu Prędkości Granicznej, na krótkich krzywych przejściowych, przechyłka jest mniejsza od maksymalnej możliwej do wykonania

(z uwagi na brak rozróżnienia krótkich i normalnych krzywych przejściowych). Powoduje to zmniejszenie dopuszczalnej prędkości. Algorytm DIMO dobiera maksymalną przechyłkę dopuszczalną dla obliczonej wcześniej prędkości. Z uwagi na skokowy przyrost prędkości, wykres przechyłki maksymalnej ma nieregularny kształt. Przy długich krzywych przejściowych wykresy pokrywają się.



Rys. 9. Wykres zmienności przechyłki odpowiadającej zadanej długości krzywej przejściowej

Fig. 9: Graph of variation in superelevation corresponding to predetermined length of transition curve

## 6. Wnioski

Opisany algorytm KKP pozwala na pełne wykorzystanie istniejącego układu geometrycznego, w celu określenia maksymalnej prędkości jazdy. Różnice w stosunku do dotychczasowych metod dotyczą krótkich krzywych przejściowych, które najczęściej występują w torach tramwajowych.

Różnice pomiędzy algorytmami analitycznymi a iteracyjnym są spowodowane zbyt małym skokiem prędkości założonym w programie DIMO. Jeżeli program liczyłby co 1 lub 5 km/h, aż do spełnienia warunków, wyniki byłyby znacznie bardziej zbliżone.

W toku dalszych badań, algorytm KKP będzie wykorzystany do określenia prędkości normatywnych na liniach tramwajowych, pomierzonych metodą Mobilnych Pomiarów Satelitarnych i określenia strat czasu podczas ruchu rozkładowego.

Analizę przeprowadzono dla punktu materialnego, związanego bezpośrednio z osią toru. Przyspieszenia działające na pasażera mogą być znacznie większe z uwagi na możliwość nałożenia się drgań masy odprężynowanej na kolejne nierówności toru. Analiza dynamiczna może pozwolić na lepsze dopasowanie założeń początkowych, dotyczących dopuszczalnych parametrów kinematycznych, do rzeczywistości lub określenie strat czasu z uwagi na jazdę po torze zdeformowanym.

## Literatura

1. Bałuch H., Bałuch M.: *Determinanty prędkości pociągów – układ geometryczny i wady toru*, CNTK, Warszawa 2010.
2. Bałuch H., Bałuch M.: *Układy geometryczne toru i ich deformacje*, KOW Warszawa 2010.
3. Bałuch M.: *Możliwości zwiększenia prędkości na linii Warszawa – Gdańsk w wyniku wprowadzenia pociągów z wychylnym pudłem*, IX Krajowa Konferencja Naukowo-Techniczna, Drogi Kolejowe, Kraków 5–7.11.1997.
4. Bałuch M., Oczykowski A.: *System doradczy zmian układu geometrycznego modernizowanych linii kolejowych*, CNTK, Warszawa 1995.
5. Bronstein I.N., Siemiendajew K.A., Musiol G., Mühligh H.: *Nowoczesne kompendium matematyki*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2004.
6. Koc W.: *Elementy teorii projektowania układów torowych*, Wydawnictwo Politechniki Gdańskiej, Gdańsk 2004.
7. Koc W.: *Graniczne prędkości jazdy taboru z wychylnymi nadwoziami na łukach linii kolejowych*, Problemy Kolejnictwa, zeszyt 124, 1997.
8. Koc W., Chrostowski P.: *Ocena odcinków prostych trasy kolejowej na podstawie pomiarów satelitarnych*. Przegląd Komunikacyjny 2011, nr 9–10.
9. Koc W., Chrostowski P.: *Tworzenie poligonu kierunków głównych trasy kolejowej z wykorzystaniem pomiarów GPS*, Zeszyty Naukowo-Techniczne Stowarzyszenia Inżynierów i Techników Komunikacji, oddział w Krakowie, nr 96 (zeszyt 158), Kraków 2011.
10. Krych A.: *Modelowanie i symulacja ruchu tramwajów w projektach ITS*, Zeszyty Naukowo-Techniczne Stowarzyszenia Inżynierów i Techników Komunikacji, oddział w Krakowie, nr 90 (zeszyt 148), Kraków 2009.
11. Massel A.: *Projektowanie linii i stacji kolejowych*, Kolejowa Oficyna Wydawnicza, Warszawa 2010.
12. Nowosielski L.: *Organizacja przewozów kolejowych*, Kolejowa Oficyna Wydawnicza, Warszawa 1999.
13. *Open source software for numerical computation*, Scilab Enterprises 2014, dostęp: 25 czerwca 2014, dostępny na: <http://www.scilab.org>.
14. Podoski J.: *Tramwaj szybki – projektowanie i eksploatacja*, Wydawnictwo Komunikacji i Łączności, Warszawa 1983.
15. Szmagliński J.: *Analiza odcinków generujących straty czasu w transporcie tramwajowym*, Przegląd Komunikacyjny, 6/2015.
16. *Warunki techniczne utrzymania nawierzchni na liniach kolejowych Id-1*, PKP PLK, Warszawa 2005.
17. *Wytyczne techniczne projektowania budowy i utrzymania torów tramwajowych*, Ministerstwo Administracji, Gospodarki Terenowej i Ochrony Środowiska, Warszawa 1983.



## The Method for Determining Maximum Speed on Curves, Adapted to the Tram Routes Specificities

### Summary

The article identified the necessity of calculating maximum tram riding speed on selected parts of the route. The values necessary for traction calculation were determined. The method was adopted to data available from the Mobile Satellite Measurements. Results were compared with algorithms dedicated for railway lines. It was proved that the proposed algorithm is more precise than the one created for railway route designing especially for the case of counting the maximum velocity of geometrical layout with short transition curves.

**Keywords:** tram tracks, geometric layout, traction calculation

## Метод определения максимальной скорости движения по кривой приспособлен к специфике трамвайных маршрутов

### Резюме

В следующей статье определена нужда вычисления скорости с которой максимально может двигаться трамвайная подвижная единица на избранных участках маршрута. Определены величины необходимые для проведения тяговых вычислений. Метод был приспособлен к доступным данным полученным благодаря мобильным спутниковым измерениям. Результаты сравнено с алгоритмами применяемыми в железнодорожных вычислениях. Проведенные анализы показали что при использовании предлагаемого алгоритма возможно более точное чем в случае железнодорожных алгоритмов, определение максимальных скоростей в геометрической системе с короткими переходными кривыми.

**Ключевые слова:** трамвайный путь, геометрическая система, тяговые вычисления

