

# Wydłużanie krzywej przejściowej w analitycznej metodzie projektowania

## Extending the transition curve in the analytical design method



**Władysław Koc**

Prof. dr hab. inż.

Politechnika Gdańska, Wydział  
Inżynierii Lądowej i Środowiska

kocwl@pg.gda.pl

**Streszczenie:** W pracy przedstawiono problematykę wydłużania krzywych przejściowych, wykorzystując do tego celu analityczną metodę projektowania. Podstawę analizy stanowiły obliczenia numeryczne przeprowadzone dla szerokiego zestawu parametrów charakteryzujących standardowy układ geometryczny. Po sformułowaniu odpowiednich zależności teoretycznych rozpatrzono kwestie znaczenia wielkości promienia łuku kołowego i kąta zwrotu trasy na uzyskane efekty omawianego procesu. Stwierdzono, że wydłużenie krzywych przejściowych nie musi powodować dużych przesunięć poprzecznych istniejącego toru na znacznej długości. Należy tylko w odpowiedni sposób zmniejszyć promień łuku kołowego.

**Słowa kluczowe:** Tor kolejowy; Układ geometryczny; Wydłużanie krzywych przejściowych; Analiza rzędnych poziomych

**Abstract:** The paper presents the problem of extending the transition curves, using for this purpose an analytical design method. The basis for the analysis of numerical calculations were carried out for a wide set of parameters characterizing the geometric standard. After the formulation of appropriate depending on theoretical issues examined the importance of the size of the radius of the arc and the angle of the return route to the obtained results of this process. It was found that extending the transition curves must not cause large lateral movements, the existing track at considerable length. It is only necessary in a suitable way to reduce the radius of the arc.

**Keywords:** Railway track; Geometrical arrangement; Lengthening transition curves; Analysis ordinate horizontal

Typowym problemem występującym przy modernizacji linii kolejowych jest konieczność wydłużania krzywych przejściowych. Bardzo często na wybudowanych w dawnych latach liniach promienie łuków kołowych pozwalają na podniesienie prędkości jazdy pociągów poprzez zwiększenie przechyłki, jednak za krótkie okazują się wówczas rampy przechyłkowe. Konieczność wydłużenia rampy przechyłkowej oznacza zarazem wydłużenie krzywej przejściowej, ciągnące za sobą poziome przesunięcia położenia łuku kołowego. Przesunięcia te mogą w konsekwencji oznaczać potrzebę przebudowy podtorza. Dlatego też należy dążyć do utrzymania niezbędnych przesunięć poprzecznych toru w określonych granicach.

W swojej fundamentalnej pracy [1] H. Bałuch poświęcił osobny rozdział optymalizacji wydłużania krzywych przejściowych. Przedstawił w nim w

sposób szczegółowy dwa sposoby wydłużania omawianych krzywych: jeden polegający na odchyleniu stycznej do łuku i drugi poprzez zmniejszenie zasadniczego promienia łuku. O ile pierwszy sposób może wzbudzać pewne wątpliwości [4], o tyle drugi niewątpliwie posiada swoje uzasadnienie. Wymienione metody projektowania krzywych przejściowych znalazły zastosowanie w systemie diagnostyki przedmodernizacyjnej DIMO [2, 3].

Rozwiązania przedstawione w pracy [1] zostały uzyskane w sposób tradycyjny – w układzie współrzędnych pojedynczej krzywej przejściowej, w którym oś odciętych jest wyznaczona przez przyległy odcinek prostej trasy. Występują w nich obowiązujące wówczas założenia upraszczające [8] i nie jest uwzględniany kąt zwrotu trasy  $\alpha$ . Nowe możliwości w zakresie określania skuteczności procesu wydłużania krzy-

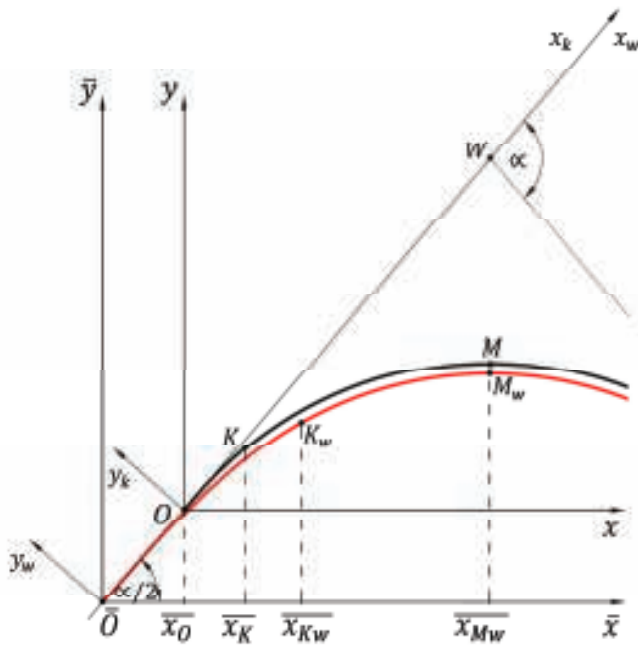
wych przejściowych stwarza analityczna metoda projektowania [5, 6, 7]. W niniejszej pracy zostaną przedstawione rezultaty obliczeń numerycznych przeprowadzonych – przy wykorzystaniu algorytmów wymienionej metody – dla szerokiego zestawu parametrów charakteryzujących standardowy układ geometryczny.

### Założenia ogólne

Zakładamy rozpatrywanie przypadku standardowego, obejmującego układ geometryczny składający się z łuku kołowego i dwóch krzywych przejściowych tego samego rodzaju i o tej samej długości. Z uwagi na występującą symetrię wystarczy wziąć pod uwagę tylko jedną połowę układu.

Dane projektowe są następujące:

$\alpha$  – kąt zwrotu kierunków głównych trasy,



1. Schemat ilustrujący proces wydłużania krzywej przejściowej

- $R$  – promień łuku kołowego w pierwotnym układzie geometrycznym,
- $l_k$  – długości krzywych przejściowych (określonego rodzaju) w pierwotnym układzie geometrycznym,
- $l_w$  – długości wydłużonych krzywych przejściowych (określonego rodzaju),
- $R_w$  – promień łuku kołowego w układzie geometrycznym z wydłużonymi krzywymi przejściowymi.

Długość  $l_R$  łuku kołowego stanowi wartość wynikową, zamykającą zaprojektowany układ geometryczny.

Proces wydłużania krzywej przejściowej ilustruje schemat przedstawiony na rysunku 1. Istniejąca krzywa przejściowa, biegnąca od punktu  $O$  do punktu  $K$ , jest zlokalizowana w układzie współrzędnych  $x, y$ . Żeby ją wydłużyć, należy przesunąć jej punkt początkowy w lewo, wzdłuż linii kierunku głównego trasy. Początek wydłużonej krzywej przejściowej  $\bar{O}$  wyznacza położenie jej układu współrzędnych  $\bar{x}, \bar{y}$ .

Istniejąca krzywa przejściowa łączy się z łukiem kołowym w punkcie  $K$ , z zachowaniem warunku styczności. Wydłużona krzywa przejściowa łączy się stycznie z łukiem kołowym w punkcie  $K_w$ . Pomiędzy obiema krzywymi występuje różnica rzędnych poziomych. Wartość tej różnicy w rejonie końcowym, tj. pomiędzy punktami  $M$  i  $M_w$ , można zmniejszyć poprzez zmianę promienia

łuku kołowego (wraz z ewentualną zmianą rodzaju krzywej przejściowej).

## Opis analityczny układu geometrycznego

Analiza problemu wydłużania krzywych przejściowych zostanie przeprowadzona z wykorzystaniem analitycznej metody projektowania. Odpowiednie zależności teoretyczne dla rozpatrywanego przypadku zostały przedstawione w pracy [51].

*Pierwotny układ geometryczny w układzie współrzędnych  $x, y$*

Istniejąca krzywa przejściowa w układzie współrzędnych  $x, y$  jest opisana następującymi równaniami parametrycznymi:

$$x_1(l) = x_k(l) \cos \frac{\alpha}{2} - y_k(l) \sin \frac{\alpha}{2} \quad (1)$$

$$y_1(l) = x_k(l) \sin \frac{\alpha}{2} + y_k(l) \cos \frac{\alpha}{2} \quad (2)$$

gdzie parametr  $l \in \langle 0, l_k \rangle$  zaś  $x_k(l), y_k(l)$  – równania krzywej w pomocniczym układzie współrzędnych  $x_k, y_k$  (rys. 1). W przypadku krzywej przejściowej w postaci klotoidy

$$x_k(l) = l - \frac{l^5}{40 R^2 l_k^2} + \frac{l^9}{3456 R^4 l_k^4} \dots$$

$$y_k(l) = -\frac{l^3}{6 R l_k} + \frac{l^7}{336 R^3 l_k^3} - \frac{l^{11}}{42240 R^5 l_k^5} \dots$$

Nachylenie stycznej na końcu pierwotnej krzywej przejściowej, tj. w punkcie  $K(x_k, y_k)$  wynosi

$$s_K = \tan \left( -\frac{l_k}{2R} + \frac{\alpha}{2} \right) \quad (3)$$

zaś współrzędne tego punktu wyznacza się z równań (1), (2) dla  $l = l_k$ .

Z uwagi na symetrię układu geometrycznego, w połowie pierwotnego łuku kołowego, tj. w punkcie  $M$ , nachylenie stycznej  $s_M = 0$ , a współrzędne tego punktu są następujące:

$$x_M = x_K + \frac{s_K}{(1+s_K^2)^{\frac{1}{2}}} R \quad (4)$$

$$y_M = y_K + \left[ 1 - \frac{1}{(1+s_K^2)^{\frac{1}{2}}} \right] R \quad (5)$$

*Układ geometryczny z wydłużonymi krzywymi przejściowymi w układzie współrzędnych  $\bar{x}, \bar{y}$ .*

Wydłużona krzywa przejściowa jest opisana w układzie współrzędnych  $\bar{x}, \bar{y}$  równaniami parametrycznymi:

$$\bar{x}_2(l) = x_w(l) \cos \frac{\alpha}{2} - y_w(l) \sin \frac{\alpha}{2} \quad (6)$$

$$\bar{y}_2(l) = x_w(l) \sin \frac{\alpha}{2} + y_w(l) \cos \frac{\alpha}{2} \quad (7)$$

gdzie parametr  $l \in \langle 0, l_w \rangle$ ,  $x_w(l), y_w(l)$  – równania krzywej w pomocniczym układzie współrzędnych  $x_w, y_w$  (rys. 1). Nachylenie stycznej na końcu wydłużonej krzywej przejściowej, tj. w punkcie  $K_w(\bar{x}_{K_w}, \bar{y}_{K_w})$  wynosi

$$s_{K_w} = \tan \left( -\frac{l_w}{2R} + \frac{\alpha}{2} \right) \quad (8)$$

a współrzędne tego punktu wyznacza się z równań (6), (7) dla  $l = l_w$ . Podobnie jak w przypadku punktu

$M$ , w połowie łuku kołowego z wydłużonymi krzywymi przejściowymi, tj. w punkcie  $M_w$  nachylenie stycznej  $s_{Mw} = 0$ ; współrzędne tego punktu są następujące:

$$\overline{x_{Mw}} = \overline{x_{Kw}} + \frac{\overline{s_{Kw}}}{(1+\overline{s_{Kw}}^2)^{\frac{1}{2}}} R \quad (9)$$

$$\overline{y_{Mw}} = \overline{y_{Kw}} + \left[ 1 - \frac{1}{(1+\overline{s_{Kw}}^2)^{\frac{1}{2}}} \right] R \quad (10)$$

## Określenie różnic rzędnych poziomych

Analiza procesu wydłużania krzywych przejściowych polegać będzie na ocenie różnic rzędnych poziomych istniejącego układu geometrycznego i układu zmodyfikowanego. Ponieważ cała procedura odbywać się będzie w układzie współrzędnych  $\overline{x}$ ,  $\overline{y}$ , należy określić położenie istniejącej krzywej przejściowej w tymże układzie. Początek istniejącej krzywej przejściowej posiada w układzie współrzędnych  $\overline{x}$ ,  $\overline{y}$  następujące współrzędne:

$$\overline{x_0} = \overline{x_{Mw}} - x_M \quad (11)$$

$$\overline{y_0} = (\overline{x_{Mw}} - x_M) \tan \frac{\alpha}{2} \quad (12)$$

Współrzędne środka istniejącego łuku kołowego są następujące:

$$\overline{x_M} = \overline{x_{Mw}} \quad (13)$$

$$\overline{y_M} = y_M + (\overline{x_{Mw}} - x_M) \tan \frac{\alpha}{2} \quad (14)$$

Różnica rzędnych poziomych środka łuku kołowego pomiędzy układem istniejącym i układem z wydłużonymi krzywymi przejściowymi wynosi

$$\Delta y_M = \overline{y_M} - \overline{y_{Mw}} \quad (15)$$

Wartość  $\Delta y_M$  stanowi orientacyjny wskaźnik wielkości przesunięć poprzecznych istniejącego układu geometrycznego. Jednak aby uzyskać pełny obraz sytuacji, należy wyznaczyć różnice rzędnych na całej długości układu, tj. dla  $\overline{x} \in \langle 0, \overline{x_{Mw}} \rangle$ . W układzie współrzędnych  $\overline{x}$ ,  $\overline{y}$  równania parametryczne pierwotnej krzywej przejściowej

oznaczamy jako  $\overline{x}_1(l)$  i  $\overline{y}_1(l)$ . Są one następujące:

$$\overline{x}_1(l) = \overline{x_0} + x_1(l),$$

$$\overline{y}_1(l) = \overline{y_0} + y_1(l),$$

$$l \in \langle 0, l_k \rangle \quad (16)$$

Sposób postępowania jest zróżnicowany dla czterech przedziałów odciętej  $\overline{x}$ :  $\overline{x} \in \langle 0, \overline{x_0} \rangle$ ,  $\overline{x} \in \langle \overline{x_0}, \overline{x_K} \rangle$ ,  $\overline{x} \in \langle \overline{x_K}, \overline{x_{Kw}} \rangle$  oraz  $\overline{x} \in \langle \overline{x_{Kw}}, \overline{x_{Mw}} \rangle$ . W przedziale  $\overline{x} \in \langle 0, \overline{x_0} \rangle$  wykorzystujemy współrzędne punktów krzywej przejściowej  $\overline{x}_2(l)$  i  $\overline{y}_2(l)$  należących do tego przedziału i wyznaczamy różnicę

$$\Delta y^{(1)} = \overline{x}_2(l) \tan \frac{\alpha}{2} - \overline{y}_2(l) \quad (17)$$

W przedziale  $\overline{x} \in \langle \overline{x_0}, \overline{x_K} \rangle$  na drodze interpolacji wyznaczamy rzędne istniejącej krzywej przejściowej  $\overline{y}_1^{int}$  dla odciętych  $\overline{x}_2(l)$  należących do tego przedziału. Różnica rzędnych wynosi

$$\Delta y^{(2)} = \overline{y}_1^{int} - \overline{y}_2(l) \quad (18)$$

W przedziale  $\overline{x} \in \langle \overline{x_K}, \overline{x_{Kw}} \rangle$  oblicza się różnicę pomiędzy rzędnymi pierwotnego łuku kołowego wyznaczonymi dla odciętych  $\overline{x}_2(l)$  należących do tego przedziału i rzędnymi wydłużonej krzywej przejściowej.

$$\Delta y^{(3)} = \overline{y_{LK1}}[\overline{x}_2(l)] - \overline{y}_2(l) \quad (19)$$

Równanie pierwotnego łuku kołowego jest następujące:

$$\overline{y_{LK1}}(\overline{x}) = \overline{y_K} + [R^2 - (\overline{x_M} - \overline{x})^2]^{\frac{1}{2}} - [R^2 - (\overline{x_M} - \overline{x_K})^2]^{\frac{1}{2}} \quad (20)$$

W przedziale  $\overline{x} \in \langle \overline{x_{Kw}}, \overline{x_{Mw}} \rangle$  różnica rzędnych dotyczy położenia łuku pierwotnego i łuku przesuniętego na skutek wydłużenia krzywych przejściowych.

$$\Delta y^{(4)} = \overline{y_{LK1}}(\overline{x}) - \overline{y_{LK2}}(\overline{x}) \quad (21)$$

Równanie przesuniętego łuku kołowego

jest następujące:

$$\overline{y_{LK2}}(\overline{x}) = \overline{y_{Kw}} + [R^2 - (\overline{x_{Mw}} - \overline{x})^2]^{\frac{1}{2}} - [R^2 - (\overline{x_{Mw}} - \overline{x_{Kw}})^2]^{\frac{1}{2}} \quad (22)$$

## Wprowadzenie zmiany promienia łuku kołowego

Podane w punktach powyżej zależności teoretyczne dotyczyły sytuacji, kiedy podczas wydłużania krzywych przejściowych zostaje zachowana wartość promienia łuku  $R$ . Istnieje jednak również możliwość zmiany promienia łuku kołowego.

Wprowadzenie promienia  $R_w$  powoduje zmianę równań parametrycznych  $x_w(l)$  i  $y_w(l)$  w układzie geometrycznym z wydłużoną krzywą przejściową. W konsekwencji ulegają zmianie również równania  $\overline{x}_2(l)$  i  $\overline{y}_2(l)$  oraz współrzędne punktów  $K_w$  i  $M_w$ . Nachylenie stycznej na końcu wydłużonej krzywej przejściowej wówczas wynosi

$$\overline{s_{Kw}} = \tan \left( -\frac{l_w}{2R_w} + \frac{\alpha}{2} \right) \quad (23)$$

Oczywiście, zmiana promienia łuku kołowego oznacza również konieczność wprowadzenia korekty w równaniu (22).

## Analiza problemu dla różnych promieni łuku kołowego

W tab. 1 zestawiono analizowane przypadki układów geometrycznych. Zażądano podniesienie prędkości jazdy pociągów o 20 km/h na każdym z tych układów, uzyskane w wyniku wydłużenia krzywych przejściowych.

Rozpatrzmy najpierw przypadek  $R = 500$  m przy kącie zwrotu trasy  $\alpha = 450$ . W tab. 2 przedstawiono charakterystyczne wartości dla tego układu geometrycznego. Podano w niej również odpowiednie wartości uzyskane po zmniejszeniu promienia łuku kołowego do  $R = 489$  m, 488 m i 486 m.

Przy zachowaniu istniejącego promienia łuku kołowego  $R = 500$  m różnica rzędnych w środku układu geometrycznego wynosi  $\Delta y_M = 0,856$  m.

Tab. 1. Analizowane przypadki układów geometrycznych

Promień łuku kołowego $R$ [m]		Przechyłka na łuku $h$ [mm]	Długość krzywej przejściowej $l$ [m]	Prędkość jazdy pociągów $v$ [km/h]
500	Stan istniejący	80	70	80
	Po modernizacji	120	120	100
800	Stan istniejący	90	90	100
	Po modernizacji	90	110	120
1500	Stan istniejący	50	70	140
	Po modernizacji	80	130	160

Jednak pełne rozeznanie sytuacji daje dopiero określenie różnic rzędnych istniejącego układu geometrycznego i układu zmodyfikowanego na całej długości. Do tego celu wykorzystano wzory (17), (18), (19) i (21). Odpowiedni wykres przedstawiono na rysunku 2. Jak widać, różnice rzędnych narastają łagodnie w przedziale  $\bar{x} \in \langle 0, \bar{x}_0 \rangle$ , a potem – w przedziale  $\bar{x} \in \langle \bar{x}_0, \bar{x}_k \rangle$ , – następuje ich gwałtowny przyrost.

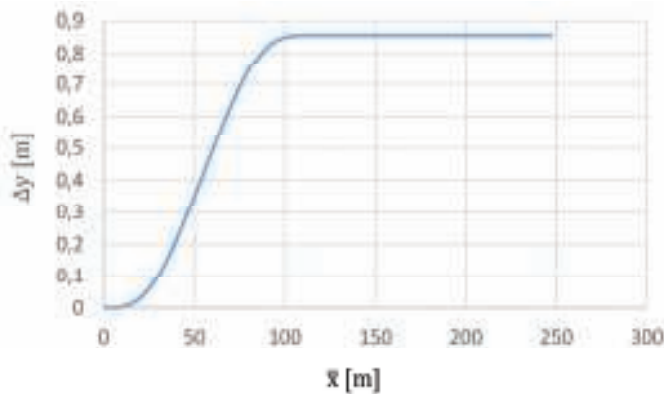
W kolejnym przedziale  $\bar{x} \in \langle \bar{x}_k, \bar{x}_{kw} \rangle$  odbywa się łagodne przejście do stałej różnicy charakteryzującej rejon przesuniętego – w wyniku wydłużenia krzywych przejściowych – łuku kołowego. Różnica ta jest nie tylko stosunkowo duża, lecz występuje na znacznej długości, wyraźnie przekraczającej połowę długości całego układu geometrycznego.

Na tej podstawie można wysnuć

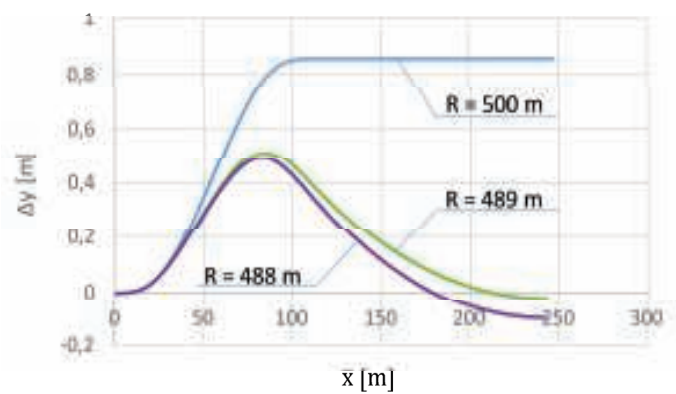
wniosek, że wydłużanie krzywych przejściowych przy zachowaniu istniejącego promienia łuku kołowego nie jest rozwiązaniem korzystnym i promień ten powinien ulec zmianie, a ściślej mówiąc – zmniejszeniu. Kwestią podstawową staje się w tej sytuacji określenie stopnia tego zmniejszenia.

Zmniejszając stopniowo istniejący promień łuku kołowego  $R = 500$  m uzyskiwano coraz mniejsze wartości wskaźnika  $\Delta y_M$ . Najmniejsze charakteryzowały promienie łuków poziomych wyszczególnione w tab. 2. Pełny obraz sytuacji dają wykresy różnic rzędnych przedstawione na rysunku 3.

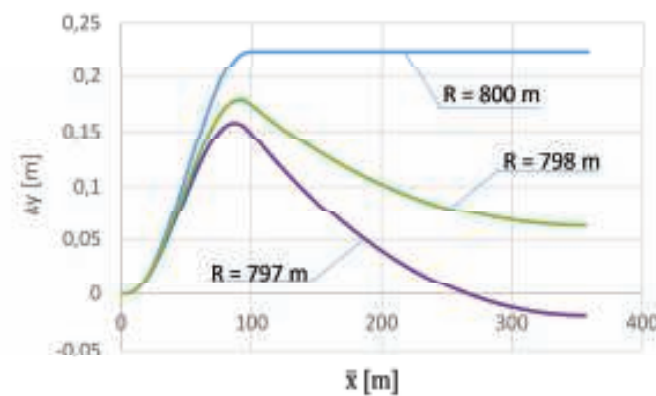
Z rysunku 3 jednoznacznie wynika, że zmniejszenie promienia łuku kołowego nie tylko wyraźnie zmniejsza – występującą lokalnie w rejonie końca istniejącej krzywej przejściowej



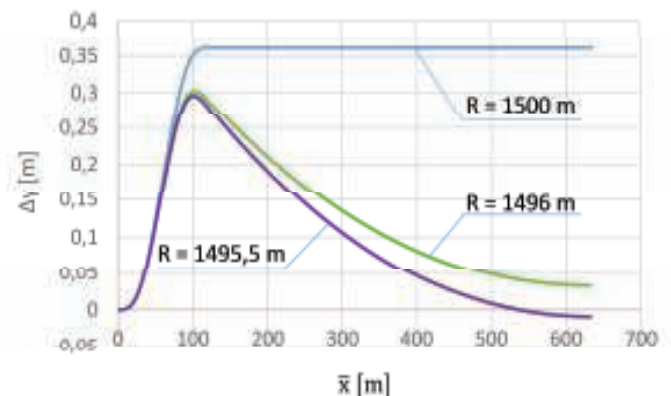
2. Wykres różnic rzędnych na długości zmodyfikowanego układu geometrycznego dla  $R = 500$  m,  $l_k = 70$  m,  $l_w = 120$  m i  $a = 45^\circ$



3. Wykresy różnic rzędnych na długości zmodyfikowanego układu geometrycznego dla  $R = 500$  m, 489 m i 488 m,  $l_k = 70$  m,  $l_w = 120$  m ( $a = 45^\circ$ )



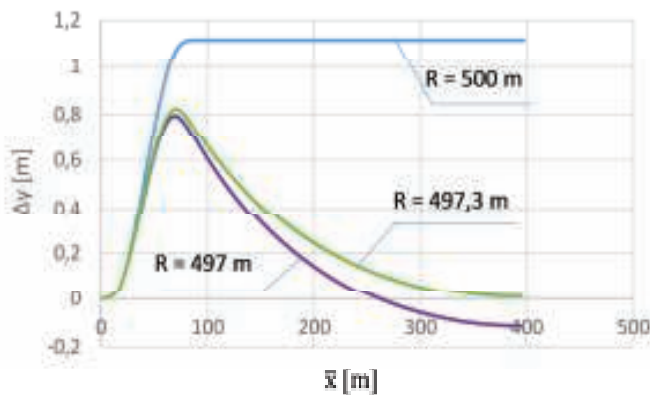
4. Wykresy różnic rzędnych na długości zmodyfikowanego układu geometrycznego dla  $R = 800$  m, 798 m i 797 m,  $l_k = 90$  m,  $l_w = 110$  m ( $a = 45^\circ$ )



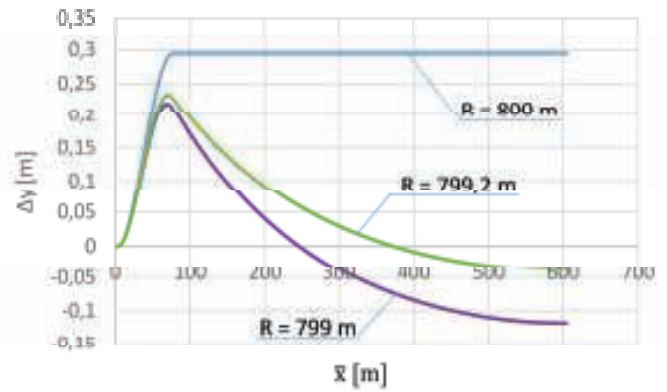
5. Wykresy różnic rzędnych na długości zmodyfikowanego układu geometrycznego dla  $R = 1500$  m, 1496 m i 1495,5 m,  $l_k = 70$  m,  $l_w = 130$  m ( $a = 45^\circ$ )

Tab. 2. Wartości charakterystyczne dla wybranych układów geometrycznych przy  $a = 45^\circ$

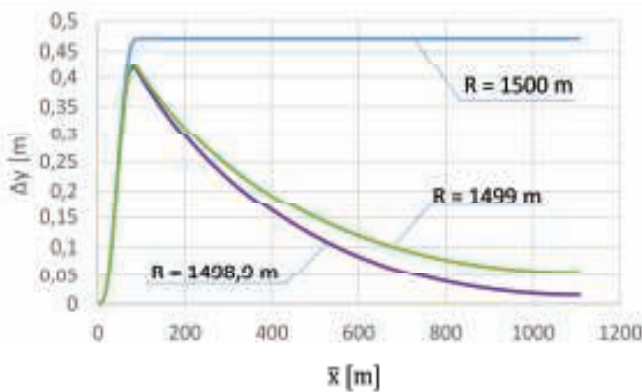
$R$ [m]	$\bar{X}_0$ [m]	$\bar{Y}_0$ [m]	$\bar{X}_k$ [m]	$\bar{Y}_k$ [m]	$\bar{X}_{kw}$ [m]	$\bar{Y}_{kw}$ [m]	$\bar{X}_{Mw}$ [m]	$\bar{Y}_{Mw}$ [m]	$\Delta y_M$ [m]
500	23,378	9,684	88,643	34,950	112,541	41,426	247,207	59,902	0,856
489	19,178	7,944	84,443	33,210	112,575	41,323	243,006	59,039	-0,021
488	18,796	7,786	84,061	33,052	112,578	41,314	242,625	58,961	-0,101
486	18,033	7,469	83,297	32,736	112,584	41,295	241,861	58,804	-0,260



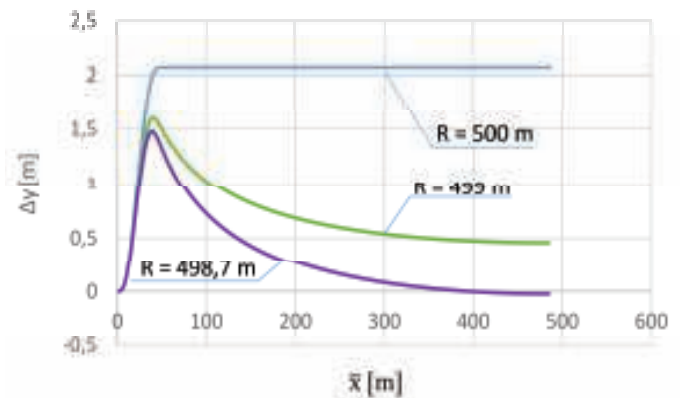
6. Wykresy różnic rzędnych na długości zmodyfikowanego układu geometrycznego dla  $R = 500$  m, 497 m i 497,3 m,  $l_k = 70$  m,  $l_w = 120$  m ( $\alpha = 90^\circ$ )



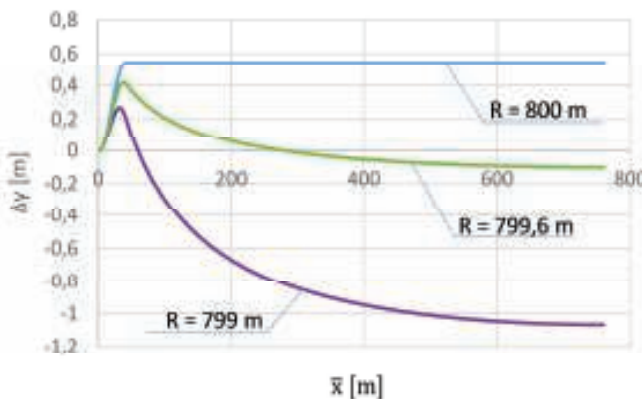
7. Wykresy różnic rzędnych na długości zmodyfikowanego układu geometrycznego dla  $R = 800$  m, 799 m i 799,2 m,  $l_k = 90$  m,  $l_w = 110$  m ( $\alpha = 90^\circ$ )



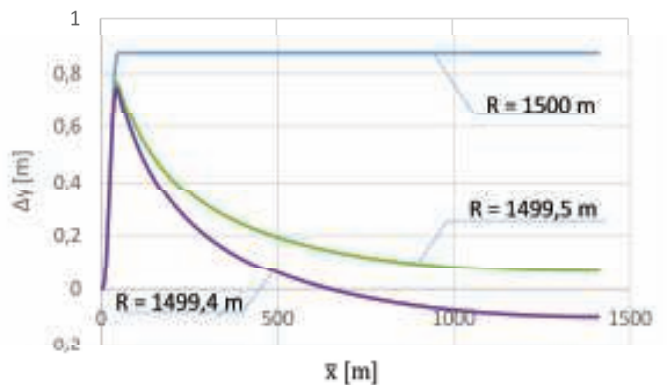
8. Wykresy różnic rzędnych na długości zmodyfikowanego układu geometrycznego dla  $R = 1500$  m, 1499 m i 1498,9 m,  $l_k = 70$  m,  $l_w = 130$  m ( $\alpha = 90^\circ$ )



9. Wykresy różnic rzędnych na długości zmodyfikowanego układu geometrycznego dla  $R = 500$  m, 499 m i 498,7 m,  $l_k = 70$  m,  $l_w = 120$  m ( $\alpha = 135^\circ$ )



10. Wykresy różnic rzędnych na długości zmodyfikowanego układu geometrycznego dla  $R = 800$  m, 799 m i 799,6 m,  $l_k = 90$  m,  $l_w = 110$  m ( $\alpha = 135^\circ$ )



11. Wykresy różnic rzędnych na długości zmodyfikowanego układu geometrycznego dla  $R = 1500$  m, 1499,5 m i 1499,4 m,  $l_k = 70$  m,  $l_w = 130$  m ( $\alpha = 135^\circ$ )

Tab. 3. Wartości charakterystyczne dla różnych kątów zwrotu trasy  $\alpha$

$\alpha$ [stop]	$R$ [m]	$\Delta y_{max}$ [m]	$\Delta y_M$ [m]	$R$ [m]	$\Delta y_{max}$ [m]	$\Delta y_M$ [m]	$R$ [m]	$\Delta y_{max}$ [m]	$\Delta y_M$ [m]
45	500	0,856	0,856	800	0,225	0,225	1500	0,361	0,361
	489	0,515	-0,021	798	0,179	0,062	1496	0,302	0,033
	488	0,488	-0,101	797	0,158	-0,019	1495,5	0,300	-0,009
90	500	1,119	1,119	800	0,295	0,295	1500	0,471	0,471
	497	0,793	-0,114	799	0,220	-0,119	1499	0,423	0,058
	497,3	0,821	0,010	799,2	0,234	-0,034	1498,9	0,418	0,016
135	500	2,067	2,067	800	0,544	0,544	1500	0,871	0,871
	499	1,600	0,460	799	0,266	-1,067	1499,5	0,767	0,065
	498,7	1,478	-0,022	799,6	0,417	-0,100	1499,4	0,748	-0,096



– maksymalną wartość niezbędnego przesunięcia poprzecznego, ale przede wszystkim radykalnie redukuje przesunięcie samego łuku kołowego. Jako najbardziej korzystny należy uznać wariant z wykorzystaniem promienia  $R = 489$  m, wymagającego nieco większych przesunięć w rejonie końca istniejącej krzywej przejściowej niż ma to miejsce dla  $R = 488$  m, charakteryzującego się jednak mniejszymi przesunięciami na długości łuku kołowego.

W sposób analogiczny zostały rozpatrzone pozostałe przypadki układów geometrycznych z tab. 1 dla kąta zwrotu  $\alpha = 45^\circ$ . Na rysunkach 4 i 5 przedstawiono rezultaty przeprowadzonej analizy.

Z rysunków 4 i 5 wynika, że dla większych promieni łuków kołowych wartość niezbędnego przesunięcia poziomego – przy zachowaniu istniejącego promienia – może być mniejsza niż ma to miejsce na rysunku 2. Zmniejszenie promienia łuku radykalnie poprawia sytuację. Należy zauważyć, że wraz ze wzrostem promienia wielkość tego zmniejszenia staje się – procentowo – coraz mniejsza. W rozpatrywanych przykładach wynosi ona 2,2% dla  $R = 500$  m, 0,375% dla  $R = 800$  m i 0,267% dla  $R = 1500$  m. Jak widać, są to wartości bardzo małe.

## Analiza wpływu kąta zwrotu trasy

W przeprowadzonej w poprzednim punkcie analizie rozpatrywano przypadek stosunkowo niewielkiego kąta zwrotu trasy  $\alpha = 45^\circ$ . Na obecnym etapie rozważań podjęto kwestię wpływu wartości kąta zwrotu trasy na uzyskiwane rozwiązania geometryczne. Na rysunkach 6 ÷ 11 przedstawiono analogiczne jak poprzednio wykresy różnic rzędnych dla  $\alpha = 90^\circ$  i  $\alpha = 135^\circ$ .

Z przedstawionych wykresów oraz danych liczbowych w tab. 3 wynika, że nawet znaczne wydłużenie krzywych przejściowych, np. z 70 m do 120 m, nie musi wcale wymagać aż tak dużych przesunięć poprzecznych całego układu geometrycznego, jak się powszechnie sądzi (w większości przedstawionych przykładów  $\Delta y < 1$  m). Dla danego kąta zwrotu trasy  $\alpha$  wartości  $\Delta y$

maleją wraz ze wzrostem promienia łuku kołowego  $R$ , a zwiększenie  $a$  powoduje wzrost  $\Delta y$ .

Zachowanie istniejącego promienia  $R$  przy wydłużaniu krzywych przejściowych nie jest rozwiązaniem korzystnym, gdyż wówczas wartości  $\Delta y$  narastają gwałtownie na długości krzywej przejściowej, by na łuku kołowym przyjmując wartość ustaloną.

Zmniejszenie istniejącego promienia  $R$  w sposób radykalny zmniejsza wartości  $\Delta y$  na łuku kołowym. W jego rejonie środkowym można nawet uniknąć konieczności przesunięć toru. Maksymalne wartości  $\Delta y$  występują lokalnie w rejonie końca istniejącej krzywej przejściowej lub na przylegającym odcinku wydłużonej krzywej przejściowej. Są one w każdym przypadku mniejsze niż ustalone  $\Delta y$  na łuku kołowym w przypadku zachowania jego promienia.

Wymagane zmniejszenie promienia łuku kołowego okazuje się zaskakująco nieduże – procentowo coraz mniejsze wraz ze wzrostem  $R$ . Dla małych kątów  $\alpha$  są to pojedyncze metry, zaś dla dużych  $\alpha$  zmniejszenie  $R$  wynosić może zaledwie kilkadziesiąt centymetrów.

## Wnioski

Analityczna metoda projektowania pozwoliła spojrzeć na problem wydłużania krzywych przejściowych z nieco innej perspektywy. Niektóre spostrzeżenia mogą się przy tym wydać dość zaskakujące i odbiegające od obowiązujących powszechnie opinii. Jak się okazuje, wydłużenie krzywych przejściowych nie musi powodować dużych przesunięć poprzecznych istniejącego toru na znacznej długości. Należy tylko w odpowiedni sposób zmniejszyć promień łuku kołowego.

Dzięki zmniejszeniu promienia łuku kołowego następuje radykalne zmniejszenie koniecznych przesunięć poprzecznych toru, a w rejonie środkowym łuku staje się możliwe ich całkowite wyeliminowanie. Należy zauważyć, że wymagane zmniejszenie promienia łuku kołowego ogranicza się do niewielkiego zakresu – są to pojedyncze metry lub zaledwie dziesiątki

centymetrów. Wartości przesunięć maleją wraz ze wzrostem promienia łuku kołowego, a rosną w miarę zwiększania się kąta zwrotu trasy.

Przedstawione w pracy zależności teoretyczne umożliwiają przeprowadzenia analizy dla symetrycznego układu geometrycznego. Przy występowaniu zróżnicowanych długości krzywych przejściowych tok postępowania należy nieco zmodyfikować, jednak – jak należy sądzić – zasadnicze wnioski sformułowane w niniejszej pracy i tak zostaną zachowane. ◀

## Materiały źródłowe

- [1] Bałuch H.: Optymalizacja układów geometrycznych toru. WKŁ, Warszawa 1983.
- [2] Bałuch H., Bałuch M.: Determinanty prędkości pociągów – układ geometryczny i wady toru. Instytut Kolejnictwa, Warszawa 2010.
- [3] Bałuch H., Bałuch M.: Układy geometryczne toru i ich deformacje. PKP Polskie Linie Kolejowe S.A., Warszawa 2010.
- [4] Koc W.: Analiza dynamiczna wydłużania krzywych przejściowych przy odchyleniu stycznicy do łuku. Zesz. Nauk. Pol. Gdańskiej 1991, nr 459, seria Budownictwo Lądowe XLVI.
- [5] Koc W.: Metoda projektowania rejonu zmiany kierunku trasy kolejowej. Problemy Kolejnictwa 2011, zeszyt 152.
- [6] Koc W.: Projektowanie łuków koszowych dostosowane do pomiarów satelitarnych. Prace Naukowe Politechniki Warszawskiej, seria Transport, z. 98, 2013.
- [7] Koc W.: Projektowanie rejonu zmiany kierunku trasy kolejowej w zapisie matematycznym. Przegląd Komunikacyjny 2012, nr 7-8.
- [8] Koc W.: Zasadność utrzymywania założeń upraszczających w projektowaniu układów geometrycznych toru. Infrastruktura Transportu 2014, nr 3.