

Dobór wzmacnień całkującego obserwatora strumieni magnetycznych silnika indukcyjnego metodą zmiany bazy

Streszczenie. W artykule opisano zastosowanie zmodyfikowanego obserwatora całkującego do odtwarzania strumieni magnetycznych silnika indukcyjnego. Wzmocnienia obserwatora dobrano metodą zmiany bazy, rozszerzoną o transformację diadyczną i parametryzację. Przedstawiono również wyniki badań laboratoryjnych obserwatora pracującego w multiskalarnym układzie sterowania.

Abstract. The paper describes application of the modified integral observer to reconstruction of induction motor magnetic fluxes. The gains of the observer were selected with the base transformation method enhanced by a dyadic transformation and parameterization. Experimental results are presented as well, obtained for the observer operating in multiscalar control system. (**Selection of gains of the integral observer of induction motor magnetic fluxes with the base transformation method**).

Słowa kluczowe: obserwator Luenbergera, silnik indukcyjny, metoda zmiany bazy.

Keywords: Luenberger observer, induction motor, base transformation method.

Wstęp

Zagadnienie odtwarzania elektromagnetycznych zmiennych stanu i prędkości kątowej silnika indukcyjnego jest istotne z punktu widzenia jakości sterowania pracą tego silnika. Stosowane w tym celu są między innymi różnego rodzaju obserwatory [1,2]

Zmodyfikowany obserwator całkujący [3], w stosunku do klasycznego obserwatora proporcjonalnego [2], charakteryzuje się zwiększoną odpornością na zakłócenia. Zastosowanie obserwatora tego typu do odtwarzania strumieni magnetycznych silnika indukcyjnego jest jednak trudniejsze, ze względu na brak tak prostej metody doboru wzmacnień jak w przypadku obserwatora proporcjonalnego [2]. Wzmocnienia obserwatora całkującego należy więc wyznaczać ogólnymi metodami, znanymi z teorii sterowania, takimi jak metoda wzoru Ackera [4], czy zastosowana w tym przypadku metoda zmiany bazy [4,5]. Wspólną wadą tych metod jest możliwość ich zastosowania tylko do systemów dynamicznych o jednym wyjściu. Problem ten można rozwiązać stosując transformację diadyczną [6].

Spis oznaczeń

Indeksy numeracyjne macierzy i wektorów (pisane kursywą): $G_{w \times k}$ – macierz G o w wierszach i k kolumnach; $G^{(w,k)}$ – element macierzy G leżący w w -tym wierszu i k -tej kolumnie; $g^{(m)}$ – m -ty element wektora g , domyślnie wszystkie wektory są wektorami kolumnowymi; $G^{(w)}$, $G^{[k]}$ – w -ty wiersz i k -ta kolumna macierzy G ; I_m , $0_{w \times k}$ – macierz jednostkowa rzędu m i macierz zerowa o w wierszach i k kolumnach. Indeksy opisowe, będące częścią nazwy zmiennej (pisane antykwą): a_α , a_β – składowe wektora fazowego wyrażone w prostokątnym, nieruchomym układzie współrzędnych α - β ; a_s , a_r – wielkości związane odpowiednio z uzwojeniami stojana i wirnika silnika; a_d – wielkość po transformacji diadycznej; a_t – wielkość po transformacji bazy; a_o – wielkość modelu matematycznego obserwatora; a_{zad} – wartość zadana. Zmienne modelu matematycznego silnika w wielkościach względnych (p.u.), rzeczywiste, zmienne w czasie: ω – elektryczna prędkość kątowa wirnika; u , i , ψ – napięcie uzwojenia, prąd uzwojenia, strumień magnetyczny sprzężony z uzwojeniem; x_{12} , x_{21} – multiskalarnie zmienne stanu silnika indukcyjnego [7,8]; m_e – moment elektromagnetyczny silnika. Wielkości modeli matematycznych w przestrzeni stanu: x , u , y – wektory stanu, wymuszeń i odpowiedzi silnika, o wymiarach odpowiednio n , p i q ; A , B , C , K – odpowiednio macierze

stanu, wejścia, wyjścia systemu obserwowanego oraz wzmacnień obserwatora; T – macierz transformacji bazy; \hat{a} („daszek” nad zmienną) – wielkość odtwarzana w obserwatorze; λ – wektor wartości własnych; \dot{a} (kropka nad zmienną) – pochodna względem czasu t wyrażonego w wielkościach względnych p.u. Funkcje: $\text{diag}(g)$: $g_{m \times 1} \rightarrow G_{m \times m}$, G – macierz diagonalna o rozłożonych na głównej przekątnej elementach wektora g ; $\text{eig}(G)$: $G_{m \times m} \rightarrow g_{m \times 1}$, g – wektor wartości własnych macierzy G ; $\text{poly}(G)$: $G_{m \times m} \rightarrow g_{(m+1) \times 1}$, g – wektor współczynników wielomianu charakterystycznego macierzy G ; $\text{rank}(G)$: $G_{w \times k} \rightarrow m$, m – rząd macierzy G .

Modele matematyczne silnika i obserwatora

Silnik indukcyjny jako liniowy system dynamiczny można opisać macierzowymi równaniami stanu i wyjścia [2,9]:

$$(1) \quad \dot{x} = Ax + Bu, \quad y = Cx,$$

gdzie wartości elementów macierzy A , B i C są zależne od stałych w czasie parametrów silnika, a w przypadku macierzy A , dodatkowo od prędkości kątowej ω . Wektory stanu, wymuszeń i odpowiedzi przyjmują postaci:

$$(2) \quad x = [\psi_{sa} \quad \psi_{s\beta} \quad \psi_{ra} \quad \psi_{r\beta}]^T, \quad u = \begin{bmatrix} u_{sa} \\ u_{s\beta} \end{bmatrix}, \quad y = \begin{bmatrix} i_{sa} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix}.$$

Do odtwarzania zmiennych stanu tak zdefiniowanego systemu można zastosować zmodyfikowany obserwator całkujący opisany równaniami stanu i wyjścia [3]:

$$(3) \quad \dot{x}_o = A_o x_o + B_o u + K \left(C_{o1} x_o - \int_0^t y d\tau \right), \quad \hat{x} = C_{o2} x_o,$$

gdzie kolejne macierze przyjmują postaci:

$$(4) \quad A_o = \begin{bmatrix} A & 0_{n \times q} \\ C & -\omega_c I_q \end{bmatrix}, \quad B_o = \begin{bmatrix} B \\ 0_{q \times p} \end{bmatrix},$$

$$(5) \quad C_{o1} = [0_{q \times n} \quad I_q], \quad C_{o2} = [I_n \quad 0_{n \times q}].$$

Opisany równaniami (3) obserwator został zaproponowany w pracy [3], gdzie udowodniono, że wykazuje on większą odporność na zakłócenia niż klasyczny obserwator proporcjonalny [2]. Dodatkowo, w praktycznej realizacji, w celu uniknięcia kumulacji

składowej stałej, należy występującą w równaniu (3) całkę zastąpić inercją [10,11]. Taka modyfikacja ma wpływ na właściwości dynamiczne obserwatora i skutkuje pojawieniem się w macierzy blokowej A_o (4) podmacierzy $-\omega_c I_q$, gdzie ω_c jest parametrem związanym ze stałą czasową wprowadzonej inercji [11].

Dobór wzmacnień obserwatora

Dobór wzmacnień obserwatora polega na wyznaczeniu wartości elementów macierzy K , parametrycznie zależnych od prędkości kątowej ω , takich, aby wartości własne (bieguny) obserwatora były równe zadany ($\lambda_o = \lambda_{zad}$) [12]. Dodatkowo, w celu zwiększenia odporności obserwatora na zakłócenia i odchyłki parametrów silnika, można minimalizować wartość wskaźnika wzmacnienia obserwatora $\|K\|_w$. Wskaźnik wzmacnienia jest wielkością wprowadzoną przez autorów [13], zdefiniowaną jako:

$$(6) \quad \|K\|_w = \frac{1}{n+q} \sum_{i=1}^{n+q} \sqrt{\sum_{j=1}^q (K^{(i,j)})^2}.$$

Sposób postępowania jest następujący. W pierwszym kroku należy poddać model matematyczny obserwatora (3)-(5) transformacji diadycznej. Transformacja ta zmienia wewnętrzny opis obserwatora, sprowadzając go do przypadku o jednowymiarowym wyjściu, co pozwala na zastosowanie w kolejnym kroku metody zmiany bazy. Transformacja diadyczna nie zmienia zewnętrznego opisu obserwatora, więc nadal wykorzystuje on do korekty błędów odtwarzania wszystkie dostępne sygnały wyjściowe systemu obserwowanego (1). Dodatkowo, w trakcie transformacji diadycznej wprowadzany jest drugi, pomocniczy parametr κ (oprócz odziedziczonego po modelu matematycznym silnika parametru ω).

W drugim kroku, model matematyczny obserwatora jest poddawany transformacji bazy, dzięki czemu uzyskuje postać kanoniczną obserwowalną Brunowskiego-Luenbergera, która umożliwia łatwą korektę biegunów i wyznaczenie wzmacnień obserwatora. Po dokonaniu korekty biegunów, w celu wyznaczenia postaci macierzy wzmacnień $K(\kappa)$, należy najpierw wykonać odwrotną transformację bazy, a następnie odwrotną transformację diadyczną.

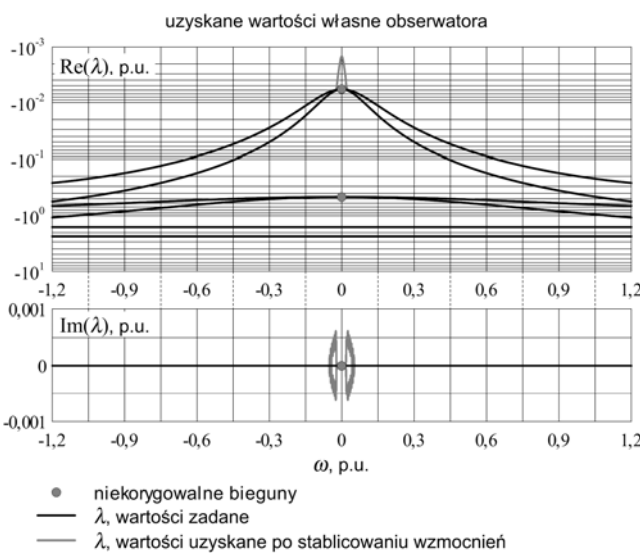
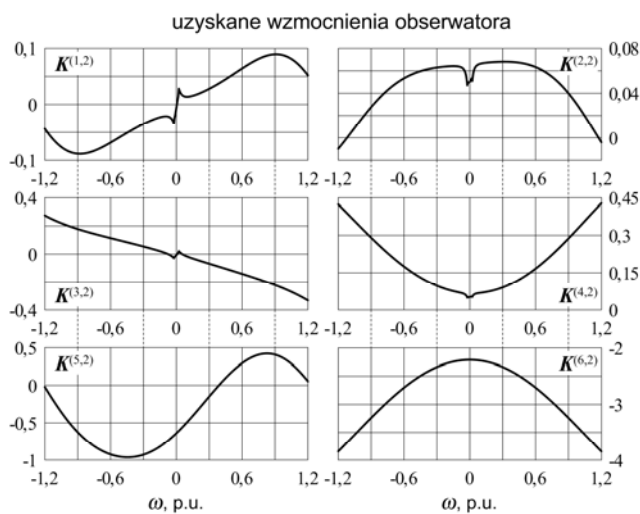
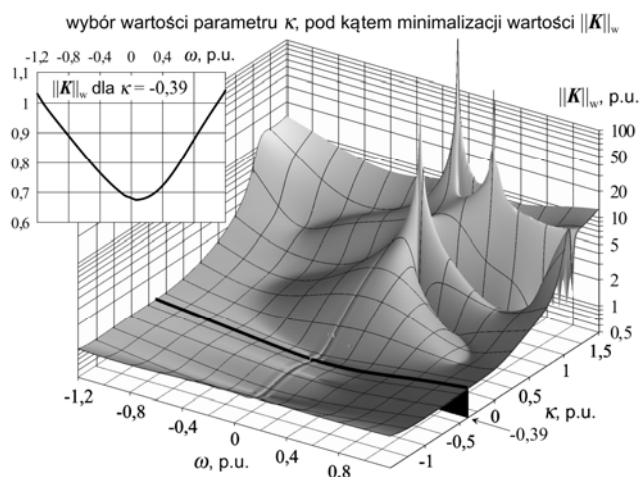
Należy zauważyć, że położenie skorygowanych biegunów na płaszczyźnie zespolonej nie zależy od wartości parametru κ , pomimo iż zależą od niej wartości wzmacnień. W ostatnim kroku należy tak dobrać wartość parametru κ , aby wartość wskaźnika wzmacnienia (6) była jak najmniejsza (rys. 1).

Ze względu na znaczny stopień złożoności obliczeń, dodatkowo komplikowany przez parametryzację, zaproponowany tok postępowania wymaga zastosowania programu komputerowego wspomagającego obliczenia symboliczne (w przeprowadzonych badaniach zastosowano program Mathcad). Obliczenia można przeprowadzić również w sposób numeryczny. W takim przypadku, zamiast metody zmiany bazy, lepiej jest zastosować bardziej stabilną numerycznie metodę Söylemeza-Munro [6,13], również opartą na transformacji diadycznej i zapewniającą możliwość parametryzacji.

Transformacja diadyczna

Macierz wzmacnień obserwatora należy rozłożyć na diady, czyli iloczyny kolejnych jej kolumn i wierszy macierzy jednostkowej:

$$(7) \quad K = \sum_{i=1}^q K^{[i]} (I_q)^{[i]}.$$



Rys.1. Właściwości obserwatora całkującego uzyskane w wyniku doboru wzmacnień metodą zmiany bazy

Następnie, należy wybrać jedną, j -tą diadę, której wartości elementów będą niewiadomymi i zostaną wyznaczone w dalszym toku postępowania. Wartości elementów pozostałych diad należy założyć, dodatkowo elementzależniac je od parametru κ . W ten sposób uzyskuje się macierz i kolumnowy wektor wzmacnień, $K_d(\kappa)$ i $k_d(\kappa)$, odpowiednio o znanych i nieznanach wartościach elementów:

$$(8) \quad \mathbf{K}_d(\kappa) = \sum_{i=1, i \neq j}^q \mathbf{K}(\kappa)^{[i]} (\mathbf{I}_q)^{[i]} , \quad \mathbf{k}_d(\kappa) = \mathbf{K}(\kappa)^{[j]} .$$

Korekcyjne sprzężenie zwrotne poprzez macierz $\mathbf{K}_d(\kappa)$, o znanych wzmocnieniach, można pogrupować z macierzą stanu \mathbf{A}_o , tworząc nowy opis wewnętrzny obserwatora po transformacji diadycznej:

$$(9) \quad \mathbf{A}_{od}(\kappa) = \mathbf{A}_o + \mathbf{K}_d(\kappa) \mathbf{C}_{o1} , \quad \mathbf{C}_{od} = (\mathbf{I}_q)^{[j]} \mathbf{C}_{o1} .$$

Transformacja odwrotna polega na odtworzeniu macierzy wzmocnień sprzed transformacji:

$$(10) \quad \mathbf{K}(\kappa) = \mathbf{K}_d(\kappa) + \mathbf{k}_d(\kappa) (\mathbf{I}_q)^{[j]} .$$

Należy zauważyć, że transformacja diadyczna zachowuje właściwości dynamiczne obserwatora. Na podstawie równań (7)-(10) można wykazać że:

$$(11) \quad \lambda_o = \text{eig}(\mathbf{A}_o + \mathbf{K}(\kappa) \mathbf{C}_{o1}) = \text{eig}(\mathbf{A}_{od}(\kappa) + \mathbf{k}_d(\kappa) \mathbf{C}_{od}) .$$

Transformacja diadyczna może mieć wpływ na możliwość korekcji biegunów obserwatora [4]. Może zaistnieć przypadek, w którym położenie części biegunów obserwatora na płaszczyźnie zespolonej będzie zależę tylko i wyłącznie od wartości elementów macierzy \mathbf{A}_o i $\mathbf{K}_d(\kappa)$ i nie od $\mathbf{k}_d(\kappa)$. Takie bieguny dalej będą nazywane niekorygowalnymi. W rozpatrywanym przypadku obserwatora silnika indukcyjnego, niekorygowalne bieguny występują dla zerowej prędkości kątowej ω . Jest to konsekwencja faktu, iż dla $\omega = 0$ równania modelu silnika w osiach α i β są wzajemnie odsprężone. Kolejny, i -ty biegun obserwatora ($i \in [1, n+q]$) jest niekorygowalny, gdy spełniona jest nierówność [4]:

$$(12) \quad \text{rank} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{od}(\kappa) - \lambda_d(\kappa)^{(i)} \mathbf{I}_{n+q} \\ \mathbf{C}_{od} \end{bmatrix} < n + q ,$$

gdzie:

$$(13) \quad \lambda_d(\kappa) = \text{eig}(\mathbf{A}_{od}(\kappa)) .$$

Po przeprowadzeniu transformacji diadycznej należy zidentyfikować niekorygowalne bieguny obserwatora i sprawdzić, czy ich wartości gwarantują stabilność i poprawną pracę obserwatora w rozpatrywanym przedziale wartości parametru κ . W przeciwnym przypadku należy zmienić założoną postać macierzy $\mathbf{K}_d(\kappa)$. Następnie, bieguny niekorygowalne dla $\omega = 0$ należy włączyć do wektora zadanych wartości własnych obserwatora λ_{zad} (rys. 1). Inną metodę rozwiązania problemu występowania niekorygowalnych biegunów zaproponowano w pracy [14].

Transformacja bazy

Kanoniczna postać obserwowalna Brunowskiego-Luenbergera macierzy stanu i wyjścia obserwatora po transformacji diadycznej a przed ostateczną korektą biegunów, jest opisana parą macierzy blokowych:

$$(14) \quad \mathbf{A}_{odt}(\kappa) = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{1 \times (n+q-1)} & -\mathbf{a}(\kappa) \\ \mathbf{I}_{n+q-1} & \mathbf{0} \end{bmatrix} , \quad \mathbf{C}_{odt} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{1 \times (n+q-1)} & 1 \end{bmatrix} ,$$

gdzie $\mathbf{a}(\kappa)$ jest wektorem współczynników wielomianu charakterystycznego macierzy $\mathbf{A}_{od}(\kappa)$, pomniejszonym o ostatni element o numerze $n+q+1$, odpowiadający współczynnikowi składnika najwyższego stopnia wielomianu, który zawsze ma wartość 1:

$$(15) \quad \mathbf{a}(\kappa) : \mathbf{a}(\kappa)^{(m)} = \text{poly}(\mathbf{A}_{od}(\kappa))^{(m)} , \quad m \in \langle 1; n+q \rangle .$$

Macierze (14) są wynikiem następującej transformacji:

$$(16) \quad \mathbf{A}_{odt}(\kappa) = \mathbf{T}(\kappa)^{-1} \mathbf{A}_{od}(\kappa) \mathbf{T}(\kappa) , \quad \mathbf{C}_{odt} = \mathbf{C}_{od} \mathbf{T}(\kappa) .$$

Istnieje wiele sposobów wyznaczania macierzy transformacji bazy $\mathbf{T}(\kappa)$. Zagadnienie to jest opisane w podręcznikach z dziedziny teorii sterowania jak i rachunku macierzowego. Metodę wykorzystaną przez autorów opisano w pracy [15]. Wartości biegunów obserwatora po ostatecznej korekcie są określane przez macierz:

$$(17) \quad \mathbf{A}_{odt}(\kappa) + \mathbf{k}_{dt}(\kappa) \mathbf{C}_{odt} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{1 \times (n+q-1)} \\ \mathbf{I}_{n+q-1} \end{bmatrix} - \mathbf{a}(\kappa) ,$$

gdzie $\mathbf{a}(\kappa)$ jest pomniejszonym o ostatni element wektorem współczynników wielomianu charakterystycznego obserwatora, o wartościach własnych równych wartościom zadanych, zawartym w wektorze λ_{zad} :

$$(18) \quad \mathbf{a}(\kappa) : \mathbf{a}(\kappa)^{(m)} = \text{poly}(\text{diag}(\lambda_{zad}(\kappa)))^{(m)} , \quad m \in \langle 1; n+q \rangle .$$

Zależność wektora zadanych wartości własnych λ_{zad} od parametru κ jest konsekwencją włączenia do λ_{zad} zidentyfikowanych niekorygowalnych biegunów.

Z porównania struktur macierzy stanu i wyjścia obserwatora przed (14) i po (17) ostatecznej korekcie biegunów wynika, że wartości elementów poszukiwanego wektora wzmocnień $\mathbf{k}_{dt}(\kappa)$ obserwatora w postaci kanonicznej można obliczyć wprost jako różnice wartości współczynników wielomianów charakterystycznych:

$$(19) \quad \mathbf{k}_{dt}(\kappa) = \mathbf{a}(\kappa) - \mathbf{a}(\kappa) .$$

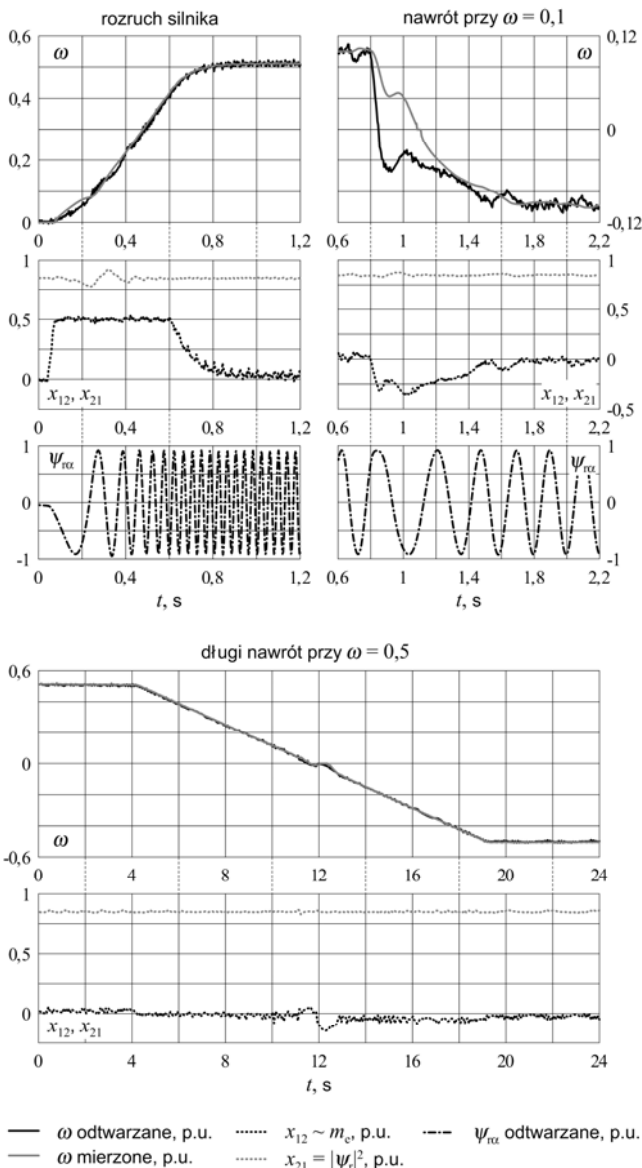
Wyznaczanie wzmocnień jako różnicy współczynników wielomianów charakterystycznych jest istotą metody zmiany bazy i celem obydwu wcześniej wykonanych transformacji. Po wyznaczeniu wzmocnień obserwatora, należy powrócić do postaci sprzed transformacji bazy, wykonując transformację odwrotną:

$$(20) \quad \mathbf{k}_d(\kappa) = \mathbf{T}(\kappa) \mathbf{k}_{dt}(\kappa) .$$

Praktyczna realizacja obserwatora

Wyznaczone wzmocnienia obserwatora mają wartości stałe (wchodzące w skład podmacierzy \mathbf{K}_d) oraz zależne od prędkości kątowej (wchodzące w skład podmacierzy \mathbf{k}_d). Zależne od prędkości kątowej wzmocnienia uzyskane dla rozpatrywanego obserwatora całkującego strumieni magnetycznych silnika indukcyjnego przedstawiono na rysunku 1. Uzyskane wartości wzmocnień zostały w postaci tablicy umieszczone w pamięci procesora sygnałowego realizującego obserwator w praktyce.

Otrzymany obserwator, dodatkowo wyposażony w mechanizm odtwarzania prędkości kątowej opisany w pracy [2], poddano badaniom laboratoryjnym w multiskalarnym układzie sterowania silnika indukcyjnego o mocy 5,5 kW. Na rysunku 2 przedstawiono zarejestrowane w trakcie badań przebiegi mierzony i odtwarzanej w obserwatorze prędkości kątowej (układ sterowania działał w pętli sprzężenia zwrotnego od prędkości odtwarzanej); multiskalarnych zmiennych stanu x_{12} i x_{21} , proporcjonalnych odpowiednio do momentu elektromagnetycznego silnika i kwadratu modułu strumienia wirnika oraz odtwarzanego strumienia magnetycznego wirnika w osi α .



Rys.2. Wyniki badań laboratoryjnych

Podsumowanie i wnioski

Stosowanie do odtwarzania zmiennych stanu silnika indukcyjnego obserwatorów o innych sprzężeniach zwrotnych niż proporcjonalne wymaga zastosowania ogólnych metod doboru wzmacnień, wymagających rozwiązania problemów z wielowymiarowością sygnału korekcyjnego i korygowalnością biegunów. Zaproponowane przez autorów rozszerzenie klasycznej metody zmiany bazy o transformację diadyczną i parametryzację umożliwiło rozwiązanie obydwu problemów. Ponadto uzyskano możliwość uwzględnienia dodatkowego kryterium doboru, opartego na wprowadzonym wskaźniku wzmacnienia. Przy wykorzystaniu zaproponowanej metody dokonano syntezy obserwatora zapewniającego poprawną pracę układu sterowania.

Autorzy: dr inż. Tadeusz Białoń, Politechnika Śląska, Instytut Elektrotechniki i Informatyki, ul. Akademicka 10a, 44-101 Gliwice, E-mail: tadeusz.bialon@polsl.pl; dr inż. Arkadiusz Lewicki, Politechnika Gdańska, Katedra Automatyki Napędu Elektrycznego, ul. Sobieskiego 7, 80-216 Gdańsk, E-mail: alewicki@ely.pg.gda.pl; dr inż. Roman Niestrój, Politechnika Śląska, Instytut Elektrotechniki i Informatyki, ul. Akademicka 10a, 44-101 Gliwice, E-mail: roman.niestroj@polsl.pl; prof. zw. dr hab. inż. Marian Pasko, Politechnika Śląska, Instytut Elektrotechniki i Informatyki, ul. Akademicka 10, 44-101 Gliwice, E-mail: marian.pasko@polsl.pl.

LITERATURA

- [1] Krzemiński Z., Obserwatory prędkości dla bezczujnikowego sterowania maszynami prądu przemiennego, *Przegląd Elektrotechniczny*, 90 (2014), nr 5, 1-7
- [2] Kubota H., Matsuse K., Nakano T., DSP-based speed adaptive flux observer of induction motor, *IEEE Trans. on Ind. Appl.*, 27 (1993), n.2, 344-348
- [3] Busawon K. K., Kabore P., Disturbance attenuation using proportional integral observers, *International Journal of Control*, 74 (2001), n.6, 618-627
- [4] Coreless M., Introduction to dynamic systems, *Purdue University*, West Lafayette (2011)
- [5] Astrovskii A. I., Gaishun I. V., Canonical Forms of Linear Nonstationary Observation Systems with Quasidifferentiable Coefficients with Respect to various Transformation Groups, *Differential Equations*, 47 (2011), n.2, 254-263
- [6] Munro N., Symbolic methods in control system analysis and design, *Institution of Electrical Engineers*, London (1999)
- [7] Krzemiński Z., Lewicki A., Włas M., Properties of sensorless control systems based on multiscalar models of the induction motor, *COMPEL*, 25 (2006), n.1, 195-206
- [8] Morawiec M., Guzinski J., Sensorless control system of an induction machine with the Z-type backstepping observer, *IEEE 23rd International Symposium on Industrial Electronics (ISIE)*, (2014), 896-901
- [9] Orłowska-Kowalska T., Obserwatory zmiennych stanu i parametrów w układach sterowania silników indukcyjnych klatkowych, Wyd. Politechniki Wrocławskiej, Wrocław (1990)
- [10] Hu J., Wu B., New Integration Algorithms for Estimating Motor Flux over a Wide Speed Range, *IEEE Trans. on Power Electronics*, 13 (1998), n. 5, 969-977
- [11] Białoń T., Pasko M., Stabilność obserwatorów o nieproporcjonalnych sprzężeniach zwrotnych na przykładzie obserwatorów strumieni magnetycznych silnika indukcyjnego, *Kwartalnik „Elektryka”, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej*, 226-227 (2013), nr 2-3, 23-32
- [12] Białoń T., Lewicki A., Pasko M., Niestrój R., Parameter selection of an adaptive PI state observer for an induction motor, *Bulletin of the Polish Academy of Sciences, Technical Sciences*, 61 (2013), n.3, 599-603
- [13] Białoń T., Pasko M., Analityczny dobór parametrów całkującego obserwatora zmiennych stanu silnika indukcyjnego, *Przegląd Elektrotechniczny*, 82 (2006), nr 12, 31-36
- [14] Białoń T., Lewicki A., Pasko M., Niestrój R., Dwie metody doboru wzmacnień obserwatora PI strumieni magnetycznych silnika indukcyjnego, *XI Konferencja Naukowa Sterowanie w Energoelektronice i Napędzie Elektrycznym „SENE 2013”, Łódź*, (20-22.11.2013)
- [15] Białoń T., Lewicki A., Pasko M., Zastosowanie metody zmiany bazy do doboru wzmacnień obserwatora strumieni magnetycznych silnika indukcyjnego, *Kwartalnik „Elektryka”, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej*, (2014), nr 4, 117-132