

## Stabilność adaptacyjnych obserwatorów zmiennych stanu silnika indukcyjnego o wzmacnieniach dobieranych optymalizacyjnie

**Streszczenie.** W artykule opisano zagadnienia doboru wzmacnień i stabilności adaptacyjnego obserwatora proporcjonalnego, odtwarzającego w bezczujnikowych układach sterowania strumień magnetyczny stojana lub wirnika oraz prędkość silnika indukcyjnego. Macierz wzmacnień obserwatora dobrano algorytmem genetycznym. Analizę stabilności wykonano dla liniowej aproksymacji obserwatora. Wykazano, że obserwator adaptacyjny jest stabilny asymptotycznie, jeżeli silnik pracuje z poślizgiem większym od poślizgu granicznego, wyznaczonego dla tego obserwatora.

**Abstract.** This paper presents problems related to the design and the stability of adaptive proportional observer which is used for estimation of stator or rotor magnetic flux and the motor speed in sensorless control systems of induction motor. The gain matrix of the observer was chosen by genetic algorithm. Stability analysis was performed for the linear approximation of the observer. It has been shown that the adaptive proportional observer is asymptotically stable if the motor runs at slip larger than the boundary slip determined for the observer. (The stability of adaptive observers of induction motor state variables with gain matrix chosen by optimization).

**Słowa kluczowe:** obserwator proporcjonalny, bezczujnikowy układ sterowania, analiza stabilności, silnik indukcyjny.

**Keywords:** proportional observer, sensorless control system, stability analysis, induction motor.

### Wstęp

W bezczujnikowym układzie sterowania silnika indukcyjnego wykorzystuje się układ odtwarzania strumienia magnetycznego stojana lub wirnika i prędkości silnika [1,2,3,4]. Rolę taką może pełnić adaptacyjny obserwator proporcjonalny [1,4,5] o relatywnie prostej budowie i łatwy w implementacji. W procesie syntezy tego obserwatora najpierw kształtuje się jego „wewnętrzne”, korekcyjne sprzężenie zwrotne, poprzez dobór elementów macierzy sprzężenia zwrotnego (wzmocnień), metodami opracowanymi dla obserwatora bez adaptacji, np. analitycznymi opisanymi w [1,4,7], analityczną metodą lokowania biegunów [5,6] lub metodami optymalizacyjnymi [4,7]. Metody te zapewniają stabilność obserwatora bez adaptacji. Następnie, zazwyczaj eksperymentalnie, dobiera się parametry mechanizmu adaptacyjnego. Taka dwuetapowa synteza obserwatora adaptacyjnego jest powszechnie akceptowana i prezentowana w literaturze przedmiotu, między innymi w pracach [5,13-21] oraz w pracach tam cytowanych. W większości z cytowanych prac wykorzystano metodę, za twórcę której uznawany jest Kubota a obserwator, którego syntezę przeprowadzono tą metodą, bywa nazywany obserwatorem Kuboty.

Fakt, że obserwator bez adaptacji jest stabilny nie oznacza niestety, że będzie on stabilny również jako adaptacyjny, po wyposażeniu go w pętlę sprzężenia zwrotnego poprzez mechanizm adaptacyjny. Dlatego należy wykonać badanie stabilności obserwatora adaptacyjnego. Adaptacyjny obserwator proporcjonalny jest obiektem dynamicznym nieliniowym, więc badanie jego stabilności metodami przeznaczonymi dla układów liniowych wykonuje się po linearyzacji jego równań [3,8,9].

W artykule przedstawiono analizę stabilności pierwszą metodą Lapunowa, wykonaną dla liniowej aproksymacji

równań obserwatora adaptacyjnego, którego wzmacnienia dobrano algorytmem genetycznym. Ponadto wskazano prostą, bazującą na dobranych wzmacnieniach, metodę sprawdzenia, czy obserwator bez adaptacji będzie stabilny w wersji adaptacyjnej w pożądanym obszarze pracy silnika. Wnioski potwierdzono w badaniach symulacyjnych i laboratoryjnych bezczujnikowego układu sterowania.

Zależności przedstawione w niniejszym artykule dotyczą wielkości bezwzględnych. Wielkości względne na wykresach oznaczono symbolem ( $r$ ) w indeksie dolnym. Wielkości wektorowe zapisane są w prostokątnym układzie współrzędnych  $x$ - $y$ , wirującym z dowolną prędkością  $\omega_x$  lub  $d$ - $q$ , wirującym z prędkością synchroniczną  $\omega_s$ . Daszek ( $\cdot$ ) nad symbolem oznacza, że wielkość jest odtwarzana w obserwatorze. Kropka nad symbolem oznacza pochodną wielkości względem czasu  $t$ . Oznaczenie [ $w \times k$ ] w indeksie dolnym przy symbolu macierzy oznacza jej rozmiar:  $w$  jest liczbą wierszy,  $k$  jest liczbą kolumn. Dla uproszczenia zapisu, badane układy odtwarzania o jednakowej budowie ale różnych macierzach wzmacnień, dobranych w procesie syntezy, nazywane są różnymi obserwatorami. Choć opisane są identycznymi równaniami, to charakteryzują się odmiennymi właściwościami dynamicznymi.

### Równania modelu silnika i obserwatora adaptacyjnego

Silnik indukcyjny jest opisany w układzie  $x$ - $y$ , za pomocą równania stanu i równań wyjścia [1,3,4]:

$$(1) \quad \dot{x} = A(\omega_r, \omega_x)x + Bu_s,$$

$$(2) \quad i_s = C_1x, \quad \psi_r = C_2x, \quad \psi_s = C_3x,$$

gdzie:  $u_s$ ,  $i_s$  – wektory składowych napięcia i prądu uzwojenia stojana,  $x$  – wektor zmiennych stanu,  $\psi_r$ ,  $\psi_s$  –

wektory składowych strumieni magnetycznych sprzężonych z uzwojeniami odpowiednio: wirnika, stojana. Elementy macierzy  $A$ ,  $B$ ,  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  są zależne od parametrów modelu silnika a w przypadku macierzy  $A$  dodatkowo zależą od elektrycznej prędkości wirnika  $\omega_r$  i prędkości  $\omega_x$  [1,3,4]. Wektory w równaniach (1) i (2) mają postaci:

$$(3) \quad \mathbf{x} = [i_{sx} \quad i_{sy} \quad \psi_{rx} \quad \psi_{ry}]^T,$$

$$(4) \quad \mathbf{u}_s = \begin{bmatrix} u_{sx} \\ u_{sy} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{i}_s = \begin{bmatrix} i_{sx} \\ i_{sy} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\psi}_r = \begin{bmatrix} \psi_{rx} \\ \psi_{ry} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\psi}_s = \begin{bmatrix} \psi_{sx} \\ \psi_{sy} \end{bmatrix}.$$

Część elektromechaniczna modelu silnika jest opisana następującymi równaniami:

$$(5) \quad \dot{\omega}_r = \frac{p_b}{J_m} (m_e - m_m), \quad m_e = -p_b \frac{L_m}{L_r} \mathbf{x}^T \mathbf{C}_1^T \mathbf{H} \mathbf{x},$$

$$(6) \quad \mathbf{H} = [\mathbf{0}_{[2 \times 2]} \quad -\mathbf{J}], \quad \mathbf{J} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

gdzie:  $m_e$  – moment elektromagnetyczny silnika,  $m_m$  – mechaniczny moment obciążenia,  $p_b$  – liczba par biegunów,  $J_m$  – moment bezwładności wirnika,  $L_m$ ,  $L_r$  – parametry modelu silnika.

Do odtwarzania elektromagnetycznych zmiennych stanu i prędkości silnika indukcyjnego stosuje się adaptacyjny obserwator proporcjonalny (nazywany dalej skrótnie obserwatorem adaptacyjnym), opisany równaniami:

$$(7) \quad \dot{\hat{\mathbf{x}}} = \mathbf{F}(\hat{\omega}_r, \omega_x) \hat{\mathbf{x}} + \mathbf{B} \mathbf{u}_s - \mathbf{K}(\hat{\omega}_r) \mathbf{i}_s,$$

$$(8) \quad \dot{\hat{\omega}}_r = K_p \varepsilon + K_I \int \varepsilon dt,$$

gdzie sygnał przestrajania prędkości  $\varepsilon$  ma postać:

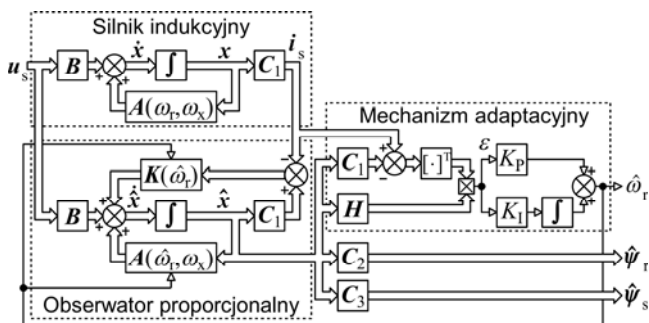
$$(9) \quad \varepsilon = (\mathbf{i}_s^T - \hat{\mathbf{x}}^T \mathbf{C}_1^T) \mathbf{H} \hat{\mathbf{x}} = (i_{sx} - \hat{i}_{sx}) \hat{\psi}_{ry} - (i_{sy} - \hat{i}_{sy}) \hat{\psi}_{rx}$$

a macierze  $\mathbf{F}$  i  $\mathbf{K}$  w równaniu (7) mają postaci:

$$(10) \quad \mathbf{F}(\hat{\omega}_r, \omega_x) = \mathbf{A}(\hat{\omega}_r, \omega_x) + \mathbf{K}(\hat{\omega}_r) \mathbf{C}_1,$$

$$(11) \quad \mathbf{K}(\hat{\omega}_r) = \begin{bmatrix} k_{11} \mathbf{I} - \hat{\omega}_r k_{12} \mathbf{J} \\ k_{31} \mathbf{I} - \hat{\omega}_r k_{32} \mathbf{J} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ze względu na to, że:  $k_{22} = k_{11}$ ,  $k_{42} = k_{31}$ ,  $k_{21} = -k_{12}$ ,  $k_{41} = -k_{32}$ , dobór elementów macierzy wzmacnień  $\mathbf{K}$  sprowadza się do doboru współczynników  $k_{11}$ ,  $k_{12}$ ,  $k_{31}$ ,  $k_{32}$ . Schemat blokowy obserwatora adaptacyjnego przedstawiono na rysunku 1.



Rys. 1. Schemat blokowy obserwatora adaptacyjnego

Obserwator adaptacyjny jest nieliniowym, ze względu na postać równań (7) i (9), obiektem dynamicznym piątego rzędu. Na jego właściwości dynamiczne wpływa dobór macierzy  $\mathbf{K}$  i parametrów:  $K_p$ ,  $K_I$ .

## Dobór wzmacnień obserwatora

Elementy macierzy  $\mathbf{K}$  można dobrać, traktując w równaniach (7), (10) i (11) odtwarzaną prędkość silnika jako wolno zmienną wielkość wejściową obserwatora bez adaptacji i pomijając mechanizm adaptacyjny. Dobierając wzmacnienia obserwatora metodami optymalizacyjnymi, minimalizuje się funkcję celu  $F_c$  o postaci:

$$(12) \quad F_c = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^n F_i(\omega_{ij}),$$

pozwalającą na jednoczesne uwzględnienie wielu kryteriów, za które odpowiedzialne są składniki  $F_i$  tej funkcji, obliczane dla  $n$  wartości prędkości  $\omega_x$  z założonego zakresu. Składniki  $F_i$  przyjmują wartości nieujemne, więc minimalna wartość funkcji  $F_c$  wynosi zero. Składnik  $F_1$  odpowiada za stabilność obserwatora bez adaptacji. Przyjmuje on wartość większą od zera, gdy przynajmniej jedna z czterech wartości własnej  $\lambda_{odq}$  ( $q \in \langle 1,4 \rangle$ ) macierzy  $\mathbf{F}$  ma nieujemną część rzeczywistą. Składnik  $F_2$  zapewnia pożądane stałe czasowe tłumienia, przyjmując wartość tym większą, im bardziej część rzeczywista dominującej  $\lambda_{odq}$  różni się od wartości zadanej  $\lambda_{od(zad)}$ . Składnik  $F_3$  minimalizuje częstotliwości drgań własnych, przyjmując wartość tym większą, im bardziej różne od zera są części urojone  $\lambda_{odq}$ . Składnik  $F_4$  zapewnia odporność na zmiany parametrów modelu silnika oraz na zakłócenia. Przyjmuje on wartość tym większą, im większa jest wartość wskaźnika wzmacnienia  $K_w$  [4] macierzy  $\mathbf{K}$ , który po uwzględnieniu równania (11) ma postać:

$$(13) \quad K_w(\omega_r) = \frac{1}{2} \left( \sqrt{k_{11}^2 + \omega_r^2 k_{12}^2} + \sqrt{k_{31}^2 + \omega_r^2 k_{32}^2} \right).$$

Do minimalizacji funkcji celu  $F_c$  zastosowano algorytm genetyczny, który szczegółowo opisano w pracach [4,7].

## Stabilność obserwatora adaptacyjnego

Pierwsza metoda Lapunowa zastosowana do układów dynamicznych nieliniowych umożliwia badanie stabilności lokalnej w wybranym, ustalonym punkcie pracy, w którym wyznaczono liniową aproksymację układu nieliniowego [10].

Badanie stabilności układów odtwarzania o budowie podobnej do opisywanego obserwatora adaptacyjnego przedstawiono w pracach [3,8,9]. Badanie to realizuje się w następujących etapach: transformacja równań obserwatora do układu d-q, linearyzacja równań obserwatora w ustalonym punkcie pracy, zapisanie równań liniowej aproksymacji obserwatora adaptacyjnego (lub jego błędu odtwarzania) w przestrzeni stanu lub w postaci transmitancji macierzowej, wyznaczenie parametrów ustalonego punktu pracy silnika i obserwatora, wyznaczenie biegunów (wartości własnych macierzy stanu, pierwiastków równania charakterystycznego) liniowej aproksymacji obserwatora adaptacyjnego, analiza położenia biegunów zgodnie z pierwszą metodą Lapunowa.

Błąd odtwarzania obserwatora adaptacyjnego jest zdefiniowany jako:

$$(14) \quad \delta \mathbf{x}_\Delta = \mathbf{x}_\Delta - \hat{\mathbf{x}}_\Delta,$$

gdzie  $\mathbf{x}_\Delta$  jest wektorem zmiennych stanu o postaci:

$$(15) \quad \mathbf{x}_\Delta = [\Delta i_{sd} \quad \Delta i_{sq} \quad \Delta \psi_{rd} \quad \Delta \psi_{rq} \quad \Delta \omega_r]^T.$$

Symbol  $\Delta$  oznacza małą zmianę wielkości w otoczeniu ustalonego punktu pracy. Po linearyzacji równań (1), (5), (7) i (9), uwzględnieniu równania (14), pominięciu zmian parametrów modelu silnika i pominięciu zakłóceń, co pozwala przyjąć, że:

$$(16) \quad \delta \mathbf{x}_{\Delta 0} = 0,$$

otrzymuje się równanie w układzie d-q błędu odtwarzania liniowej aproksymacji obserwatora adaptacyjnego o postaci:

$$(17) \quad \delta \dot{\mathbf{x}}_{\Delta} = \mathbf{F}_{\Delta}(\omega_{r0}, \omega_s) \delta \mathbf{x}_{\Delta} + \mathbf{B}_{\delta} \mathbf{u}_{\delta},$$

gdzie indeks dolny „0” oznacza wartość wielkości w ustalonym punkcie pracy. Macierz stanu  $\mathbf{F}_{\Delta}$  ma postać:

$$(18) \quad \mathbf{F}_{\Delta}(\omega_{r0}, \omega_s) = \dots = \begin{bmatrix} [\mathbf{F}(\omega_{r0}, \omega_s)]_{[4 \times 4]} & [\mathbf{E}_{40}]_{[4 \times 1]} \\ [K_p \mathbf{E}_{10} \mathbf{F}(\omega_{r0}, \omega_s) + K_I \mathbf{E}_{10}]_{[1 \times 4]} & [K_p \mathbf{E}_{10} \mathbf{E}_{40}]_{[1 \times 1]} \end{bmatrix},$$

$$(19) \quad \mathbf{E}_{10} = -\mathbf{x}_0^T \mathbf{H}^T \mathbf{C}_1, \quad \mathbf{E}_{40} = \mathbf{L} \mathbf{x}_0, \quad \mathbf{L} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{[2 \times 2]} & a \mathbf{J} \\ \mathbf{0}_{[2 \times 2]} & \mathbf{J} \end{bmatrix},$$

gdzie  $a$  jest parametrem modelu silnika. Postaci macierzy wejścia  $\mathbf{B}_{\delta}$  i wektora wymuszeń  $\mathbf{u}_{\delta}$  nie są tutaj istotne (są takie jak podane w pracy [9]).

Wielomian charakterystyczny liniowej aproksymacji obserwatora adaptacyjnego ma następującą postać:

$$(20) \quad M(s) = s^5 + m_4 s^4 + m_3 s^3 + m_2 s^2 + m_1 s + m_0 = \dots = \det(s \mathbf{I}_{[5 \times 5]} - \mathbf{F}_{\Delta}(\omega_{r0}, \omega_s)),$$

gdzie  $\det(\cdot)$  oblicza wyznacznik macierzy a  $s$  jest operatorem Laplace'a. Współczynniki wielomianu  $M(s)$  zależą od: kwadratu modułu wektora strumienia silnika w ustalonym punkcie pracy, parametrów mechanizmu adaptacyjnego, prędkości silnika i prędkości synchronicznej w ustalonym punkcie pracy (poślizgu  $s_{\omega}$ ), parametrów modelu silnika oraz wzmożeń obserwatora. Współczynniki te można użyć do analizy stabilności według kryterium Hurwitza [10]. Wyciąganie wniosków ogólnych o stabilności obserwatora na podstawie tego kryterium jest trudne lub nawet niemożliwe, ze względu na skomplikowaną postać tych współczynników. Można jednak poddać analizie wyrażenie na współczynnik  $m_0$  i uzyskać zależność na poślizgu graniczny  $s_{\omega gr}$ . Po przekroczeniu przez silnik tego poślizgu  $m_0$  ma wartość niedodatnią, niezależnie od parametrów  $K_p$ ,  $K_I$  oraz od  $\underline{\omega}_{r0}$ . Poślizg graniczny ma postać:

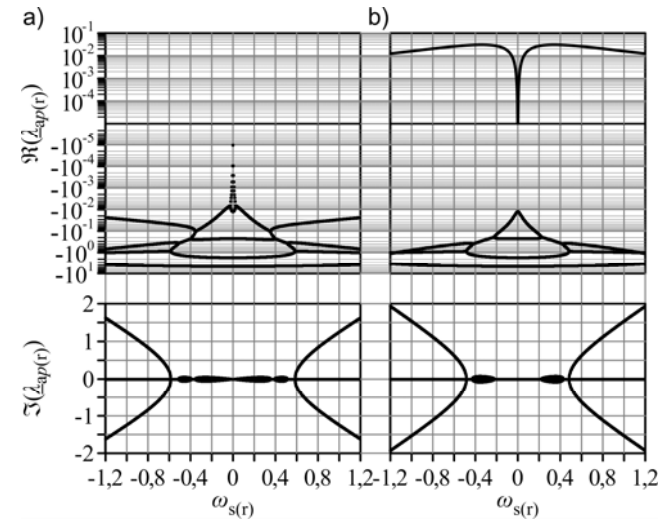
$$(21) \quad s_{\omega gr} = 1 - \dots \frac{c(cR_s + bR_r + k_{11})}{c(k_{11} - ak_{31}) + R_r(a^2 - bc)(k_{12} - ak_{32}) + c^2 R_s}.$$

Z równania (21) wynika, że  $s_{\omega gr}$  zależy wyłącznie od stałych współczynników  $k_{11}$ ,  $k_{12}$ ,  $k_{31}$ ,  $k_{32}$ , dobieranych algorytmem genetycznym i parametrów modelu silnika. Obserwator adaptacyjny nie jest stabilny asymptotycznie dla poślizgu  $s_{\omega} \leq s_{\omega gr}$ . Dla poślizgu  $s_{\omega} > s_{\omega gr}$  o stabilności asymptotycznej obserwatora decydują pozostałe warunki, wynikające z kryterium Hurwitza, które trzeba badać numerycznie w założonym obszarze pracy.

Bieguny  $\underline{\lambda}_{ap}$  ( $p \in (1,5)$ ) liniowej aproksymacji obserwatora adaptacyjnego są pierwiastkami równania  $M(s) = 0$ , które rozwiązuje się numerycznie. Liczba biegunów wynika ze stopnia wielomianu  $M(s)$ . Na rysunku 2 przedstawiono przykładowe wyniki obliczeń biegunów obserwatora adaptacyjnego w szerokim zakresie zmian pulsacji stojana  $\omega_s$ , przy stałej wartości poślizgu  $s_{\omega} = s_{\omega gr} + 0,1$  (rys.2a) i  $s_{\omega} = s_{\omega gr} - 0,1$  (rys.2b) oraz dla stałych wartości  $\underline{\omega}_{r0}$ ,  $K_p$ ,  $K_I$ .

Z rysunku 2 wynika, że dla  $s_{\omega} > s_{\omega gr}$  obserwator adaptacyjny jest asymptotycznie stabilny w całym zakresie zmian  $\omega_s$ , ponieważ wszystkie bieguny mają ujemne części

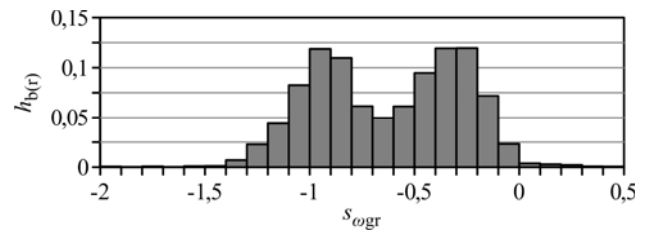
rzeczywiste. Dla dla  $s_{\omega} < s_{\omega gr}$  obserwator jest niestabilny (widoczny jest biegun o dodatniej części rzeczywistej).



Rys.2. Przykładowe wyniki obliczeń biegunów adaptacyjnego obserwatora proporcjonalnego dla: a)  $s_{\omega} > s_{\omega gr}$ , b)  $s_{\omega} < s_{\omega gr}$

### Badania obserwatorów adaptacyjnych

Do badań dobrano algorytmem genetycznym około 5 tysięcy obserwatorów. Ze względu na stochastyczny charakter algorytmu genetycznego oraz na dokonywane zmiany wartości  $\lambda_{od(zad)}$  i zmiany obszaru poszukiwań, każdy z dobranych obserwatorów ma inne wzmożenia i inne właściwości. Uzyskane wartości poślizgu granicznego mieszczą się w przedziale od -2 do 0,45. Histogram wartości  $s_{\omega gr}$  przedstawiono na rysunku 3.



Rys.3. Histogram uzyskanych wartości poślizgu granicznego.

Z rysunku 3 wynika, że większość wartości  $s_{\omega gr}$  leży w zakresie pracy generatorowej ale znaczna część tych wartości jest bliska zero. Obserwatory o ujemnych wartościach  $s_{\omega gr}$  mogą pracować jako adaptacyjne lecz gdy  $s_{\omega gr}$  jest bliski zero, to obserwator adaptacyjny może utracić stabilność, gdy silnik przejdzie w zakres pracy generatorowej (w stanie dynamicznym układu sterowania, np. podczas nawrotu). Dla części obserwatorów wartość  $s_{\omega gr}$  leży w zakresie pracy silnikowej więc nie nadają się one do pracy jako adaptacyjne.

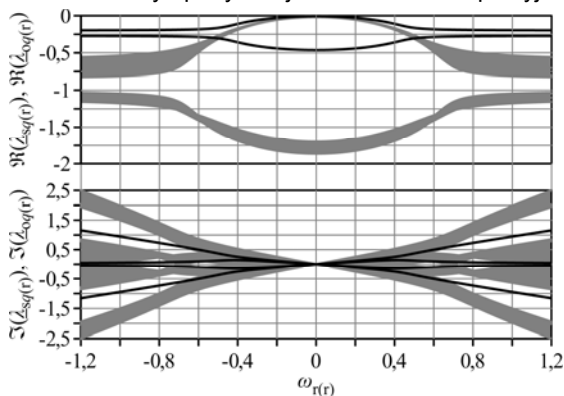
Do dalszych badań wybrano cztery obserwatory o prawie równych, średnich wartościach części rzeczywistej dominującej wartości własnej  $\underline{\lambda}_{od}$  i bliskich średnich wartościach wskaźnika  $K_w$  (wartości średnie obliczone przy zmianach  $\omega_t$ ) ale o różnych wartościach  $s_{\omega gr}$  (tabela 1).

Tabela 1. Parametry obserwatorów wybranych do badań

Numer obserwatora	Średnia $\Re(\underline{\lambda}_{od(r)})$	Średnia $K_w$	Wartość $s_{\omega gr}$
1	-1,42	0,26	0,207
2	-1,39	0,21	-0,095
3	-1,39	0,19	-0,585
4	-1,42	0,19	-1,893

Na rysunku 4 przedstawiono wartości własne  $\lambda_{sq}$  macierzy  $F$  dla wybranych obserwatorów bez adaptacji (mieszczą się w szarych obszarach). Dla porównania przedstawiono również wartości własne  $\lambda_{sq}$  macierzy  $A$  w modelu silnika. Dla tych wybranych obserwatorów, pracujących jako adaptacyjne, wykonano analizę stabilności dla  $s_{\omega} > s_{ogr}$ , w kilkudziesięciu tysiącach ustalonych punktów pracy o różnych wartościach  $\omega_{t0}$ ,  $\omega_s$ ,  $|\underline{u}_{t0}|$  i przy zmianach parametrów  $K_p$ ,  $K_I$ . Wyniki analizy zamieszczono w tabeli 2. Zauważono, że czym mniejszy (bardziej ujemny) jest poślizg graniczny obserwatora, tym mniejsza jest liczba punktów, w których obserwator był niestabilny. Tego spostrzeżenia nie można jednak potwierdzić analitycznie.

Biorąc pod uwagę wyniki z tabeli 2 oraz fakt, że niestabilność obserwatora ujawniała się w punktach pracy praktycznie nieosiągalnych w układzie sterowania, można stwierdzić, że praca silnika z poślizgiem większym od granicznego jest warunkiem koniecznym i wystarczającym stabilności asymptotycznej obserwatora adaptacyjnego.



Rys.4. Wartości własne macierzy  $A$  w modelu silnika (czarna linia) i macierzy  $F$  dla wybranych obserwatorów (w szarych obszarach)

Tabela 2. Wyniki analizy stabilności obserwatorów adaptacyjnych

Numer obserwatora	Procentowa liczba punktów pracy dla $s_{\omega} > s_{ogr}$ , w których stwierdzono niestabilność
1	0,266%
2	0,091%
3	0,044%
4	0%

Badania symulacyjne wykonano w wybranych układach bezczujnikowego sterowania silnika indukcyjnego (sterowania skalarnego, bezpośredniego sterowania momentem, sterowania połowo zorientowanego) w różnych stanach dynamicznych i różnych stanach obciążenia silnika. Badania laboratoryjne wykonano w bezczujnikowym układzie multiskalarnego sterowania silnika indukcyjnego, który opisano m.in. w pracach [11,12]. Przejście silnika w zakres pracy generatorowej uzyskiwano podczas nawrotu (przy dużym momencie bezwładności). Wykorzystano układ sterowania silnika klatkowego o mocy 3 kW, w którym, zamiast układów odtwarzania opisanych w pracach [11,12], zastosowano obserwator adaptacyjny. Celem badań było potwierdzenie wniosków dotyczących poślizgu granicznego oraz sprawdzenie reakcji układu sterowania na utratę stabilności przez obserwator. Wybrane wyniki badań symulacyjnych przedstawiono na rysunku 5. Wielkość  $\omega_{t(zad)}$  jest prędkością zadaną dla układu sterowania a  $\delta_{\hat{\omega}_t}$  jest względnym błędem odtwarzania prędkości silnika, odniesionym do prędkości silnika (wyliczonej w modelu lub mierzonej w badaniach laboratoryjnych).

W badaniach symulacyjnych pominięto zmiany parametrów modelu silnika i zakłócenia, żeby wyeliminować inne przyczyny powstawania błędów regulacji i odtwarzania niż te, wynikające z właściwości dynamicznych obserwatora

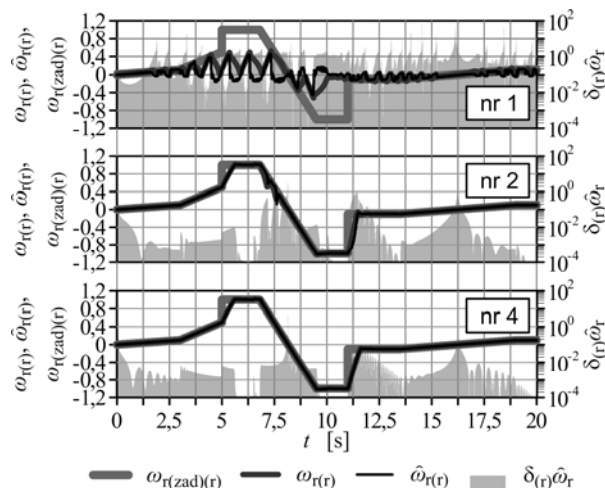
adaptacyjnego. Parametry regulatorów w układzie sterowania dobrano eksperymentalnie, kierując się jakością regulacji w układzie z pomiarem prędkości.

Gdy w układzie sterowania pracował obserwator adaptacyjny nr 1, to jakość regulacji i odtwarzania prędkości silnika była bardzo zła. Przebieg prędkości silnika nie odwzorowuje przebiegu prędkości zadanej a układ sterowania nie spełnia swojej funkcji. Spowodowane jest to niestabilnością obserwatora adaptacyjnego o dodatnim poślizgu granicznym. W przypadku obserwatora nr 2 jakość regulacji i odtwarzania prędkości jest zdecydowanie lepsza lecz gdy silnik wchodzi w zakres pracy generatorowej (na początku nawrotu), to błędy regulacji i odtwarzania rosną. Spowodowane jest to utratą stabilności przez obserwator o ujemnym ale bliskim zero poślizgu granicznym. W obu opisanych przypadkach układ sterowania nie utracił stabilności a w przypadku obserwatora nr 2 stosunkowo szybko odzyskał pełną funkcjonalność. Obserwator nr 4 nie utracił stabilności (ze względu na poślizg graniczny bliski -2) a układ sterowania pracował poprawnie. Dla obserwatora nr 3 zauważono niewielkie pogorszenie jakości w stosunku do obserwatora nr 4 (przebiegi zostały pominięte na rysunku 5 ze względu na niezauważalne różnice). Należy podkreślić, że w badaniach układu sterowania z pomiarem prędkości silnika, wszystkie wybrane obserwatory (pracujące bez adaptacji, odtwarzające tylko strumień wirnika) oferowały podobną, dobrą jakość odtwarzania, co jest efektem spełnienia kryteriów określonych przez funkcję celu.

W pozostałych układach sterowania, badanych za pomocą symulacji, charakter zjawisk był podobny do opisanych powyżej (dlatego, że stabilność obserwatora nie zależy od tego, do jakiego układu sterowania został zastosowany a układ sterowania, w którym obserwator był niestabilny zawsze pracował nieprawidłowo).

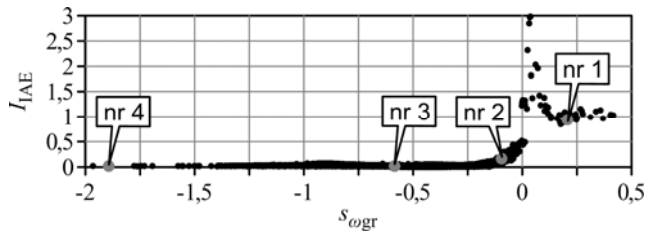
Dodatkowo dla warunków pracy jak na rysunku 5, przebadano wszystkie dobrane obserwatory, wyznaczając całkowity błąd odtwarzania prędkości, określony zależnością:

$$(22) \quad I_{IAE} = \int_0^{\tau} |\hat{\omega}_t - \omega_t| dt.$$



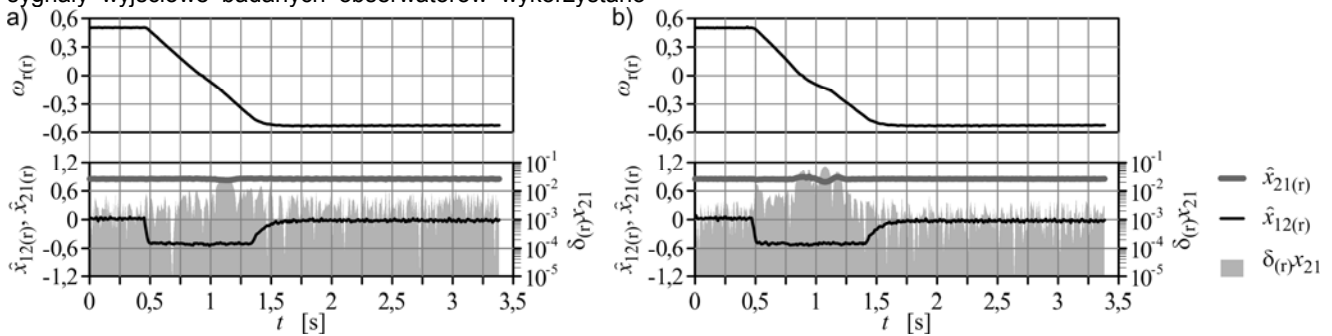
Rys.5. Wybrane wyniki badań symulacyjnych bezczujnikowego, multiskalarnego układu sterowania silnika indukcyjnego, wyposażonego w obserwator adaptacyjny odpowiednio: nr 1, 2, 4

Na rysunku 6 przedstawiono korelację wartości  $I_{IAE}$ , wyznaczonych dla wszystkich dobranych obserwatorów i obliczonego dla nich poślizgu granicznego. Zaznaczono wartości  $I_{IAE}$  dla wybranych obserwatorów. Stwierdzono, że wartości  $I_{IAE}$  rosną, gdy poślizg graniczny jest bliski zero i są największe dla dodatnich poślizgów granicznych. Wnioski te są zbieżne z analizą sytuacji z rysunku 5.

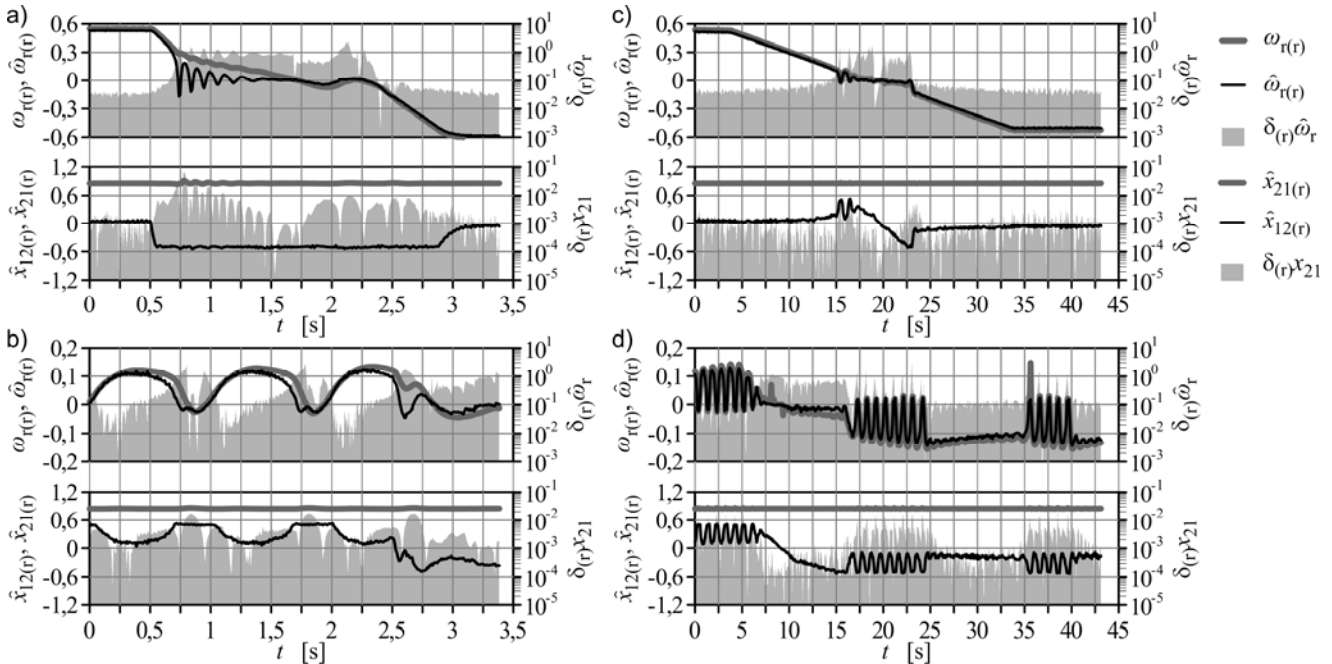


Rys.6. Korelacja wartości całkowitego błędu odtwarzania prędkości silnika i poślizgu granicznego dla około 5 tysięcy obserwatorów

We wstępnych badaniach laboratoryjnych, w których sygnały wyjściowe badanych obserwatorów nie były wykorzystywane jako sprzężenia zwrotne w układzie sterowania, stwierdzono, że obserwator nr 1 pracujący jako adaptacyjny, jest niestabilny w zakresie pracy silnikowej więc pominięto go w badaniach układu bezczujnikowego. Wybrane wyniki badań laboratoryjnych, podczas których sygnały wyjściowe badanych obserwatorów wykorzystano



Rys.7. Wyniki badań laboratoryjnych multiskalarnego układu sterowania silnika indukcyjnego, pracującego z pomiarem prędkości silnika i obserwatorem odtwarzającym strumień wirnika, uzyskane przy skokowej zmianie  $\omega_{(zad)(t)}$  od 0,5 do -0,5 dla obserwatora: a) nr 1, b) nr 4



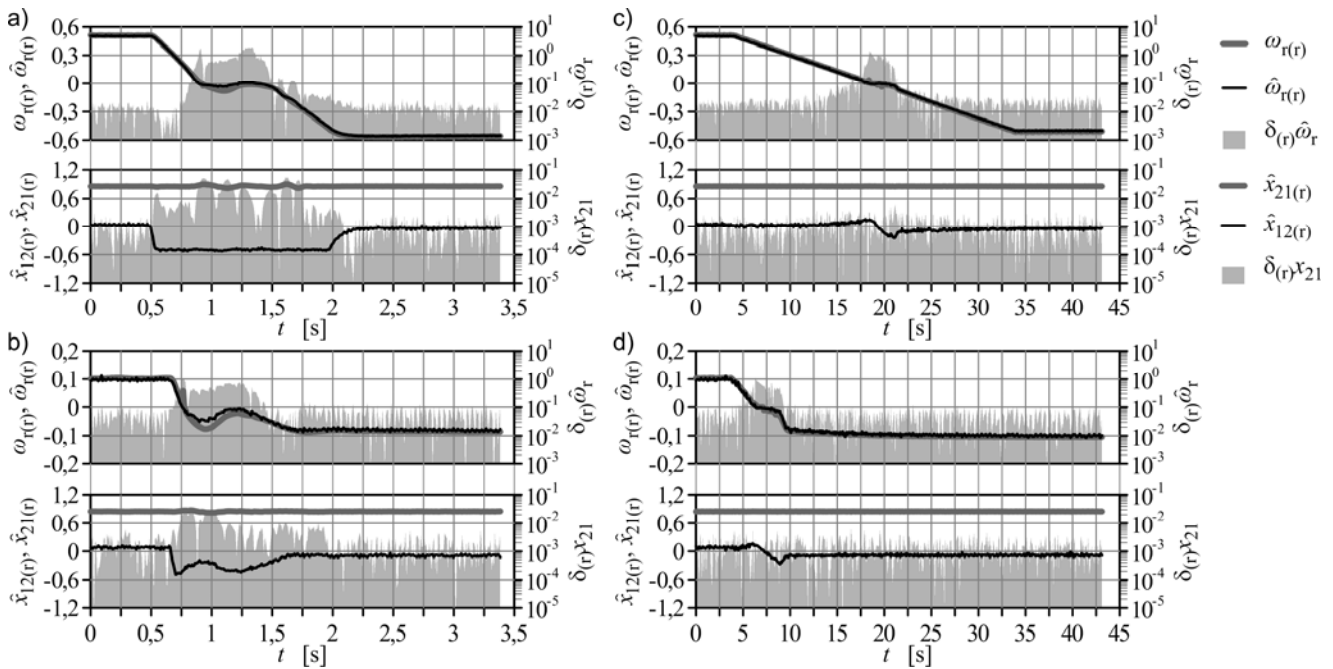
Rys.8. Wyniki badań laboratoryjnych bezczujnikowego, multiskalarnego układu sterowania silnika indukcyjnego z obserwatorem adaptacyjnym, uzyskane przy skokowej (a,b) i powolnej (c,d) zmianie  $\omega_{(zad)(t)}$  od 0,5 do -0,5 (a,c) i od 0,1 do -0,1 (b,d) dla obserwatora nr 2

Jakość regulacji i odtwarzania jest najlepsza dla obserwatora nr 4 a najgorsza dla obserwatora nr 2, co ma związek z wartościami poślizgu granicznego z tabeli 1. Podczas nawrotu (szczególnie przy skokowej zmianie prędkości zadanej) silnik wchodził w zakres pracy generatorowej a obserwator nr 2 i 3 o poślizgu granicznym bliskim zero tracił stabilność. Objawiało się to zwiększonymi błędami regulacji i odtwarzania. Układ sterowania nie utracił

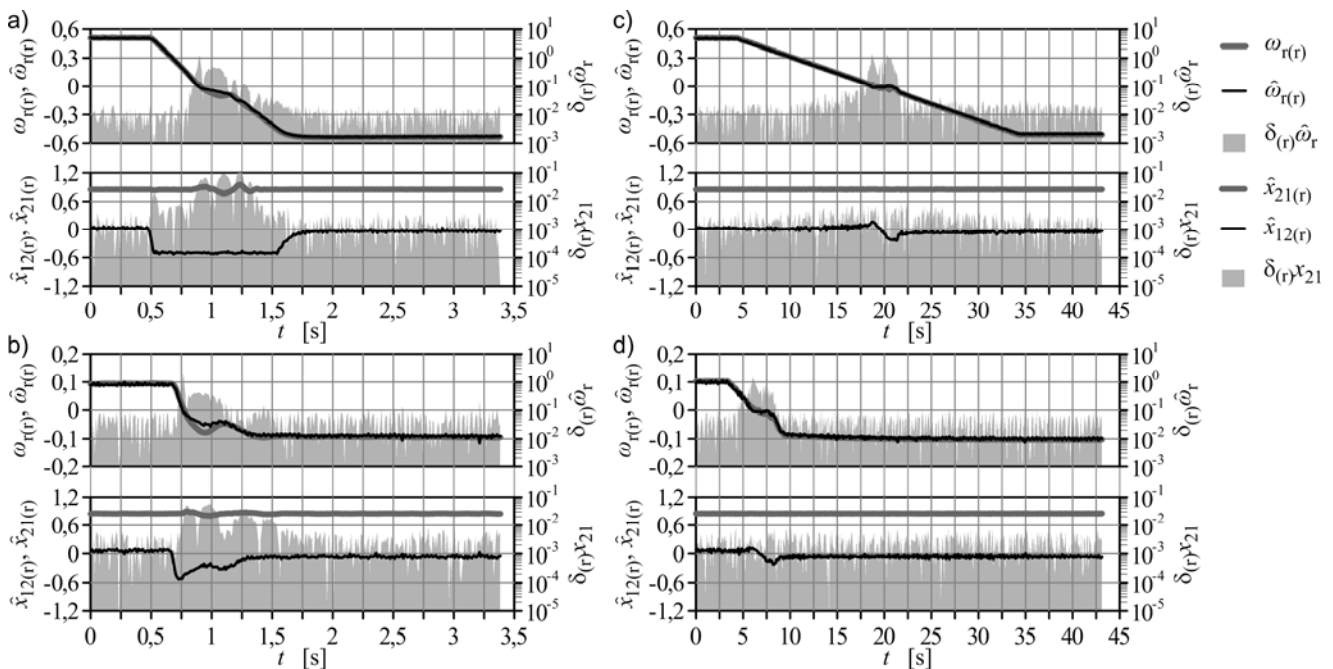
jako sprzężenia zwrotne w układzie sterowania, przedstawiono na rysunkach od 7 do 10, na których zmienna  $x_{12}$  jest proporcjonalna do momentu elektromagnetycznego silnika, zmienna  $x_{21}$  jest równa kwadratowi modułu wektora strumienia wirnika a  $\delta x_{21}$  jest względnym błędem regulacji zmiennej  $x_{21}$ .

Na rysunku 7 przedstawiono reakcję układu z pomiarem prędkości na skokową zmianę prędkości zadanej dla obserwatorów nr 1 (rys.7a, rys.7b) i nr 4 (rys.7c, rys.7d) pracujących bez adaptacji. Widać, że jakość regulacji jest relatywnie dobra w obu przypadkach. Obserwatory pracują stabilnie i poprawnie, ponieważ spełniają wymagania określone przez funkcję celu.

Na rysunkach od 8 do 10 przedstawiono reakcje bezczujnikowego układu sterowania na skokową i powolną zmianę prędkości zadanej dla obserwatorów nr 2, 3 i 4 pracujących jako adaptacyjne.



Rys.9. Wyniki badań laboratoryjnych bezczujnikowego, multiskalarnego układu sterowania silnika indukcyjnego z obserwatorem adaptacyjnym, uzyskane przy skokowej (a,b) i powolnej (c,d) zmianie  $\omega_{r(zad)(t)}$  od 0,5 do -0,5 (a,c) i od 0,1 do -0,1 (b,d) dla obserwatora nr 3



Rys.10. Wyniki badań laboratoryjnych bezczujnikowego, multiskalarnego układu sterowania silnika indukcyjnego z obserwatorem adaptacyjnym, uzyskane przy skokowej (a,b) i powolnej (c,d) zmianie  $\omega_{r(zad)(t)}$  od 0,5 do -0,5 (a,c) i od 0,1 do -0,1 (b,d) dla obserwatora nr 4

### Wnioski i uwagi końcowe

W wyniku analizy stabilności adaptacyjnego obserwatora proporcjonalnego otrzymano równanie (21), definiujące poślizg graniczny obserwatora, który jest zależny od parametrów modelu silnika i stałych współczynników, dobranej w procesie optymalizacji.

W badaniach wykazano, że obserwator adaptacyjny jest stabilny, gdy obserwowany silnik indukcyjny pracuje z poślizgiem większym od granicznego.

Poślizg graniczny może być wykorzystany do zdefiniowania nowego kryterium w funkcji celu dla algorytmu optymalizacyjnego. Spowoduje to odrzucenie tych obserwatorów, których poślizg graniczny jest dodatni lub nie spełnia wymagań dla pracy generatorowej silnika.

Stosując podobną analizę, poślizg graniczny można wyznaczyć również dla obserwatorów o wzmacnieniach dobranej analitycznie (np. metodami z prac [5,6,9]). Wzmocnienia opisanego obserwatora nie wymagają tablicowania, które jest konieczne w przypadku niektórych obserwatorów w pracach [4,6,9], więc jest on łatwy w implementacji, podobnie jak obserwator opisany w pracy [5] lecz może mieć od niego lepsze właściwości dynamiczne. Gdyby obserwator z pracy [5] miał stałe czasowe tłumienia jak opisane obserwatory, jego poślizg graniczny byłby dodatni (więc byłby niestabilny w zakresie pracy silnikowej). Gdyby ten obserwator miał poślizg graniczny jak opisany obserwator nr 4, to jego stałe czasowe byłyby dłuższe od stałych czasowych modelu silnika, co zaprzeczałoby idei stosowania obserwatorów.

Ze względu na skomplikowane postaci zależności, opracowano metody i modele symulacyjne do weryfikacji poprawności wyznaczenia liniowej aproksymacji obserwatora adaptacyjnego, jego opisu za pomocą transmitancji macierzowej oraz równania błędu odtwarzania obserwatora, podobne do opisanych w pracach [3,9].

W przeprowadzonej analizie stabilności pominięto zmiany parametrów modelu silnika, co pozwoliło na wyciągnięcie wniosków o znaczeniu ogólnym, dotyczących poślizgu granicznego. Takie uproszczone podejście do analizy stabilności jest powszechne i przedstawione w literaturze przedmiotu (między innymi w cytowanych powyżej pracach). Po uwzględnieniu w analizie zmian parametrów modelu silnika przestaje obowiązywać równanie (16) oraz wszystkie zależności uzyskane przy założeniu prawdziwości tego równania. W szczególności nie można analitycznie wyznaczać parametrów ustalonego punktu pracy obserwatora a postaci macierzy  $E_{10}$  i  $E_{40}$  w równaniach (19) oraz postaci współczynników wielomianu  $M(s)$  w równaniu (20) znacznie się komplikują. Odchyłki parametrów modelu silnika mają wpływ na położenie biegunów obserwatora adaptacyjnego na płaszczyźnie zespolonej ze względu na zależność tego położenia od parametrów ustalonego punktu pracy silnika. Autorską metodę analizy błędów odtwarzania oraz właściwości dynamicznych układów odtwarzania zmiennych stanu z uwzględnieniem odchyłek parametrów modelu silnika zaproponowano i szczegółowo opisano w pracach [3, 8].

**Autorzy:** dr inż. Roman Niestrój, Politechnika Śląska, Instytut Elektrotechniki i Informatyki, ul. Akademicka 10a, 44-100 Gliwice, E-mail: roman.niestroj@polsl.pl; dr hab. inż. Arkadiusz Lewicki, Politechnika Gdańska, Katedra Automatyki Napędu Elektrycznego, ul. Sobieskiego 7, 80-216 Gdańsk, E-mail: arkadiusz.lewicki@pg.gda.pl; dr inż. Tadeusz Białoń, Politechnika Śląska, Instytut Elektrotechniki i Informatyki, ul. Akademicka 10a, 44-100 Gliwice, E-mail: tadeusz.bialon@polsl.pl; prof. dr hab. inż. Marian Pasko, Politechnika Śląska, Instytut Elektrotechniki i Informatyki, ul. Akademicka 10a, 44-100 Gliwice, E-mail: marian.pasko@polsl.pl

#### LITERATURA

- [1] Orłowska-Kowalska T., Bezczujnikowe układy napędowe z silnikami indukcyjnymi, Oficyna Wyd. Pol. Wrocławskiej (2003)
- [2] Vas P., Sensorless Vector And Direct Torque Control, Oxford University Press (1998)
- [3] Niestrój R., Analiza porównawcza wybranych układów odtwarzania zmiennych stanu i momentu elektromagnetycznego silnika indukcyjnego, Rozprawa doktorska. Politechnika Śląska (2011)
- [4] Białoń T., Zastosowanie obserwatorów Luenbergera do odtwarzania zmiennych stanu silnika indukcyjnego, Rozprawa doktorska. Politechnika Śląska (2010)

- [5] Kubota H., Matsuse K., Nakano T., DSP-based speed adaptive flux observer of induction motor, *IEEE Trans. on Ind. Appl.*, 27 (1993), n.2, 344-348
- [6] Niestrój R., Białoń T., Pasko M., Synteza proporcjonalnego obserwatora zmiennych stanu silnika indukcyjnego analityczną metodą lokowania biegunów, *Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej „Elektryka”*, 234 (2015), nr 2, 2-21
- [7] Białoń T., Lewicki A., Niestrój R., Pasko M., Porównanie dwóch metod doboru parametrów proporcjonalnego obserwatora zmiennych stanu silnika indukcyjnego, pracującego w roli modelu przestrzajanego estymatora typu MRAS, *Przegląd Elektrotechniczny*, 88 (2012), nr 4b, 13-16
- [8] Niestrój R., Białoń T., Pasko M., Stability analysis of the MRAS-type estimator taking into account parameter changes of the model of the induction motor, *Przegląd Elektrotechniczny*, 87 (2011), nr 3, 301-305
- [9] Niestrój R., Białoń T., Pasko M., Analiza wybranych właściwości dynamicznych adaptacyjnego obserwatora proporcjonalnego zmiennych stanu silnika indukcyjnego, *Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej „Elektryka”*, 235 (2015), nr 3, 7-28
- [10] Kaczorek T., Teoria układów regulacji automatycznej. WNT, Warszawa (1977)
- [11] Krzemiński Z., Cyfrowe sterowanie maszynami asynchronicznymi, Wydawnictwo Politechniki Gdańskiej (2001)
- [12] Morawiec M., Guzinski J., Sensorless control system of an induction machine with the Z-type backstepping observer, *IEEE 23rd Intern. Symposium on Ind. Electr.* (2014), 896-901
- [13] Kubota H., Matsuse K., Nakano T., Field oriented induction motor drives without speed sensor based on adaptive flux observer and disturbance torque compensation, *Int. Conf. on Ind. Electr., Control and Instrument. IECON* (1991), 1855-1860
- [14] Kubota H., Matsuse K., Speed sensorless field oriented control of induction machines using flux observer, *Int. Conf. on Ind. Electr., Control and Instrument. IECON* (1994), 1611-1615
- [15] Kubota H., Matsuse K., Nakano T., New adaptive flux observer of induction motor for wide speed range motor drives, *16th Conf. of IEEE Ind. Electr. Soc. IECON* (1990), 921-926
- [16] Kubota K., Sato I., Tamura Y., Matsuse K., Ohta H., Hori Y., Regenerating-mode low-speed operation of sensorless induction motor drive with adaptive observer, *IEEE Trans. on Ind. Appl.*, 38 (2002), n.4, 1081-1086
- [17] Yang G., Chin T., Adaptive-Speed Identification Scheme for a Vector-Controlled Speed Sensorless Inverter-Induction Motor Drive, *IEEE Trans. on Ind. Appl.*, 29 (1993), n.4, 820-825
- [18] Hinkkanen M., Flux Estimators for Speed-Sensorless Induction Motor Drives, Thesis, Helsinki University of Technology (2004)
- [19] Maes J., Melkebeek J., Speed-Sensorless Direct Torque Control of Induction Motors Using an Adaptive Flux Observer, *IEEE Trans. on Ind. Appl.*, 36 (2000), n.3, 778-785
- [20] Griva G., Profumo F. i inni, General Adaptation Law for MRAS High Performance Sensorless Induction Motor Drives. *IEEE 32nd Power Electr. Spec. Conf. PESC* (2001), 1197-1202
- [21] Damiano A., Gatto G., Marongiu I., An adaptive rotor flux observer for direct field oriented induction motor drives, *Int. J. of Adapt. Control and Signal Process.* (2000), n.14, 275-296