

## PRZYKŁADY PRAKTYCZNE ZASTOSOWANIA METOD NUMERYCZNYCH W ANALIZIE TRAKCYJNEGO UKŁADU ENERGETYCZNEGO

Mikołaj BARTŁOMIEJCZYK

Politechnika Gdańska, Wydział Elektrotechniki i Automatyki  
tel.: 58 347 14 16 e-mail: mikołaj.bartłomiejczyk@pg.gda.pl

**Streszczenie:** Cechą charakterystyczną układu zasilania komunikacji trolejbusowej jest jego losowa natura spowodowana przez kongestię ruchu drogowego. Fakt ten predestynuje statystyczne i numeryczne metody dla celów analizy trakcyjnego układu zasilania. W artykule zaprezentowano 3 metody analizy trolejbusowego systemu energetycznego: symulację układu zasilania za pomocą metody Monte Carlo, analizę potencjału rekuperacji energii hamowania za pomocą statystycznej analizy danych oraz ocenę układu zasilania przy użyciu Wielokryterialnej Analizy Porównawczej - metody Data Envelopment Analysis (DEA).

**Słowa kluczowe:** Trakcja elektryczna, układ zasilania, analiza danych, MCDM, DEA.

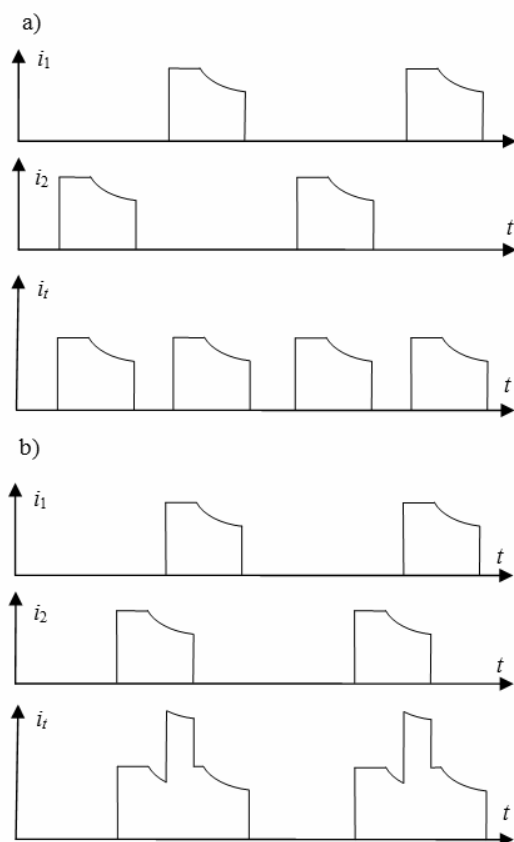
### 1. WSTĘP

Trolejbus, w przeciwieństwie do publicznych środków transportu szynowego, w większości przypadków korzysta z dróg publicznych. Efektem czego narażony jest na wpływ kongestii ruchu drogowego, związanej z wpływem ruchu innych użytkowników dróg. skutkuje to nierównomiernym ruchem pojazdów i związanym z tym nierównomiernym charakterem obciążenia układu zasilania. Zachowanie systemu zasilania elektroenergetycznego ma więc losowy charakter i do jego analizy powinny być stosowane metody stochastyczne [1].

Wpływ kongestii ruchu drogowego na obciążenie układu zasilania ilustruje rys. 1, gdzie przedstawiono prąd pobierany przez dwa pojazdy znajdujące się na jednym odcinku zasilania. Podczas regularnego ruchu pojazdów, przy prawidłowo ułożonym rozkładzie jazdy ruszanie pojazdów odbywa się naprzemiennie (a). W związku z tym, pobór prądu z odcinka zasilania także ma regularny charakter. Wystąpienie opóźnień w ruchu trolejbusów może zaburzyć tę równomierność, spowodować opóźnienie rozruchu i zmianę prądu pojazdu. W efekcie może dojść do równoczesnego rozruchu pojazdów, co skutkuje wzrostem maksymalnej wartości prądu obciążenia sieci trakcyjnej (b). Sytuacje takie mają stochastyczny charakter i są złożone dla analizy symulacyjnej. Popularne metody symulacyjne są oparte na zależnościach analitycznych lub symulacji w dziedzinie czasu, efektem czego trudne jest uwzględnienie czynników losowych. Alternatywą są metody statystyczne. Pozwalają one na odwzorowanie stochastycznej natury miejskich układów zasilania.

### 2. ANALIZA TROLEJBUSOWEGO UKŁADU ZASILANIA

Trolejbusy są pojazdami bezszynowymi zasilanymi z napowietrznej, dwuprzewodowej sieci trakcyjnej za pomocą podstacji trakcyjnych. Podstacje trakcyjne są zasilane z publicznej sieci średniego napięcia. Po obniżeniu i wyprostowaniu napięcia, energia trakcyjna jest rozdzielana i dostarczana do poszczególnych odcinków zasilania za pomocą zasilaczy [2]. Podstacje trakcyjne są rozmieszczone w odległościach 2 – 5 km, długość zasilacza wynosi 0,5 – 3 km.



Rys. 1. Przykład możliwego wpływu kongestii ruchu drogowego na obciążenie trakcyjnego układu zasilania a) regularny ruch pojazdów b) zakłócony ruch pojazdów,  $i_1$ ,  $i_2$  – prądy pojazdów,  $i_t$  – prąd obciążenia odcinka zasilania

## 2.1. Metoda Monte Carlo

W licznych przypadkach rozwiązanie zagadnienia obliczeniowego jest oparte na algorytmie (ciągu działań), za pomocą którego znajdowana jest szukana wielkość  $f$  dokładnie lub z zadaniem błędem [1]. Jeśli  $f_1, f_2, \dots, f_n$  oznaczają wyniki odpowiadające kolejnym akumulacjom działań algorytmu, to:

$$f = \lim_{n \rightarrow \infty} f_n \quad (1)$$

Ze względu na skończoną liczbę operacji proces obliczeniowy jest przerywany po osiągnięciu określonej liczby kroków. Jest to proces ściśle zdeterminowany: każdy algorytm obliczeniowy doprowadzi do uzyskania identycznego wyniku [1].

Istnieją problemy, dla których skonstruowanie takiego algorytmu jest bardzo skomplikowane. Wówczas zagadnienie modyfikuje się wykorzystując prawa wielkich liczb teorii prawdopodobieństwa. Oceny  $f_1, f_2, \dots, f_n$  szukanej zmiennej  $f_n$  uzyskuje się na podstawie analizy stochastycznej związanej z wynikami pewnych wielokrotnych prób losowych. W tym przypadku zmienna losowa  $f_n$  musi być zbieżna stochastycznie do szukanej zmiennej  $f$ , tj. dla dowolnego  $\varepsilon > 0$  zachodzi zależność:

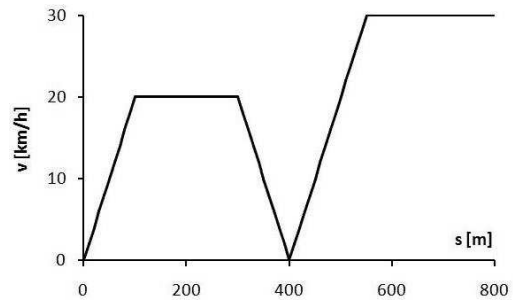
$$\lim_{n \rightarrow \infty} P(|f - f_n| < \varepsilon) = 1 \quad (2)$$

gdzie:  $P$  oznacza prawdopodobieństwo wystąpienia danego zdarzenia. Wybór zmiennej  $f$  zależy od charakteru danego problemu. W wielu przypadkach szukaną zmienną  $f$  rozpatruje się jako wystąpienie pewnego zdarzenia losowego. Taki proces obliczeniowy jest niezdeterminowany, gdyż określają go wyniki prób losowych [1].

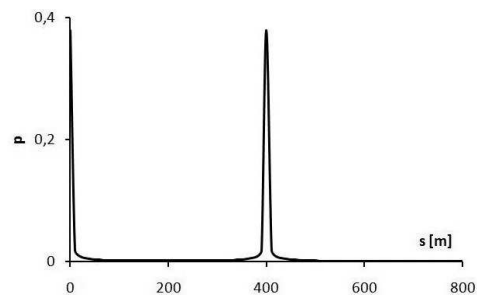
Monte Carlo nie ogranicza się jedynie do procesów stochastycznych. Pierwotnie metoda ta została opracowana do analizy zagadnień matematycznych, takich jak rozwiązywanie układów równań, odwracanie macierzy, obliczanie całek wielowymiarowych, wyznaczanie rozwinięć dziesiętnych liczby  $\pi$ . Modelowanym układem stochastycznym może być system elektrotrakcyjny. W takim przypadku za dane wejściowe należy uważać estymatory położenia oraz prądy pojazdów a zdarzeniem losowym jest rozptył prądów w systemie elektrotrakcyjnym. Wielkościami wyjściowymi są rozkłady gęstości prawdopodobieństwa prądów i napięć w układzie zasilania.

## 2.2. Symulacja układu zasilania

Model symulacyjny oparty jest na następujących danych wejściowych: rozkładach jazdy, profilach prędkości trolejbusów (zależność pomiędzy oczekiwaną prędkością i położeniem pojazdu) oraz charakterystykach trakcyjnych trolejbusów. Na bazie rozkładów jazdy i danych o opóźnieniach wyznaczany jest histogram prawdopodobieństwa liczby pojazdów znajdujących się równocześnie na odcinku zasilania. Profil prędkości (rys. 2) jest podstawą dla wyznaczania gęstości prawdopodobieństwa położenia pojazdu wzdłuż odcinka zasilania (rys. 3).



Rys. 2. Przykładowy profil prędkości,  $s$  – położenie,  $v$  – oczekiwana prędkość pojazdu



Rys. 3. Przykładowy rozkład gęstości prawdopodobieństwa  $p(s)$  położenia pojazdu.

Prawdopodobieństwo  $P(s_1, s_2)$  znalezienia się pojazdu pomiędzy punktami o współrzędnych  $s_1$  i  $s_2$  jest proporcjonalne do czasu przejazdu pomiędzy tymi punktami:

$$P(s_1, s_2) = k \cdot \frac{s_2 - s_1}{v_{sr}} \quad (3)$$

gdzie:  $v_{sr}$  – średnia prędkość jazdy na drodze pomiędzy punktami  $s_1$  i  $s_2$ ;  $k$  – współczynnik proporcjonalności. Prawdopodobieństwo to jest równe całce z gęstości prawdopodobieństwa  $p(s)$ :

$$P(s_1, s_2) = \int_{s_1}^{s_2} p(s) ds \quad (4)$$

oznaczając różnicę  $s_2 - s_1$  jako  $\Delta s$  można napisać:

$$P(0, \Delta s) = k \cdot \frac{\Delta s}{v'_{sr}} = \int_0^{\Delta s} p(s) ds \quad (5)$$

przy  $\Delta s \rightarrow 0$  równanie to przybiera postać:

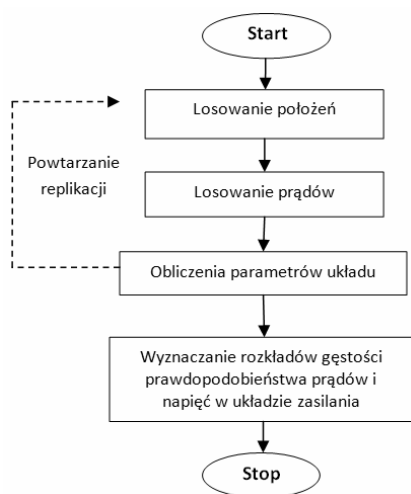
$$p(s) = k \cdot \frac{1}{v(s)} \quad (6)$$

co oznacza, że gęstość prawdopodobieństwa znalezienia się pojazdu w danym miejscu jest odwrotnie proporcjonalna do jego prędkości [1].

Podstawowa część modelu symulacyjnego (rys. 4) składa się z następujących części:

1. wyznaczania liczby pojazdów znajdujących się na odcinku zasilania na podstawie rozkładów jazdy i informacji o opóźnieniach ruchu,
2. wyznaczania położenia pojazdów na podstawie rozkładu gęstości prawdopodobieństwa położenia,

3. wyznaczania prądów pojazdów na podstawie charakterystyk trakcyjnych oraz stanu pracy układu napędowego,
4. obliczeń rozptyłu energii w układzie zasilania.

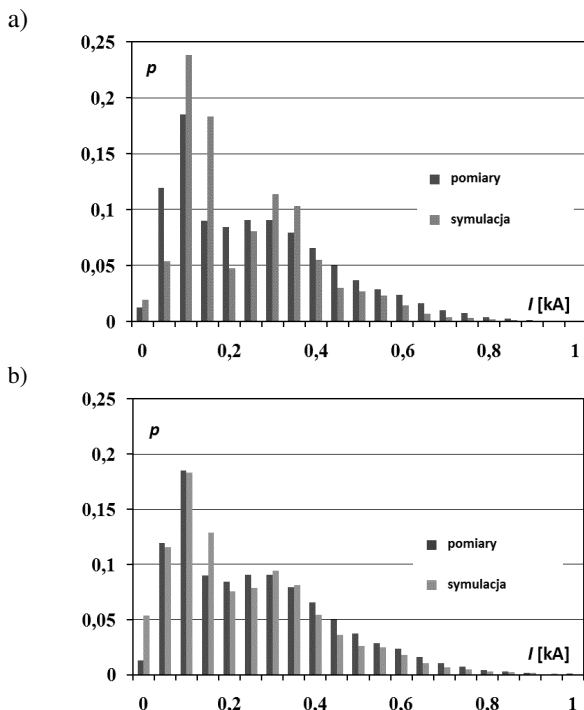


Rys. 4. Schemat modelu symulacyjnego

Cykl jest powtarzany wielokrotnie, czego wynikiem jest rozkład gęstości prawdopodobieństwa wystąpienia danych obciążenia prądów i napięć w układzie zasilania. Stan pracy pojazdu jest określany na podstawie pochodnej prędkości  $dv/dt$ , która determinuje fazy rozruchu, jazdy, hamowania.

### 2.3. Weryfikacja metody Monte Carlo

Obliczenia symulacyjne zostały przeprowadzone w programie Scicos/Scilab.



Rys. 5. Histogramy prądu obciążenia zasilacza, symulacja wykonana dla ruchu regularnego (a) oraz z uwzględnieniem kongestii (b)

Rys. 5 przedstawia porównanie histogramów prądu zasilacza uzyskanego na podstawie pomiarów z obliczeniami symulacyjnymi wykonanymi przy założeniu punktualnego kursowania pojazdów (a) oraz uwzględnieniu kongestii ruchu drogowego (b). Pomiary prądu zasilacza wykonano z

rozdzielczością jednosekundową przez czas 12 godzin. Model symulacyjny oparto o obowiązujące rozkłady jazdy trolejbusów oraz histogram opóźnień ruchu sporządzony na podstawie danych z kontroli punktualności ruchu przeprowadzanych przez ZKM Gdynia. Opóźnienia ruchu odwzorowują kongestię ruchu drogowego. W modelu symulacyjnym przyjęto kursowanie pojazdów Solaris Trollino 12 M z napędem falownikowym. W tabeli 1 przedstawione jest porównanie wartości liczbowych obciążenia zasilacza.

Tabela 1. Pomiary wyników pomiarów i analizy symulacyjnej prądu obciążenia badanego odcinka zasilania

	Pomiary	Symulacja	
		Ruch regularny	Ruch zakłócony
Wartość średnia	236 A	209 A	208 A
Wartość maksymalna	1075 A	911 A	1090 A

Wyniki przedstawione na rys. 5 oraz w tabeli 1 pokazują wpływ kongestii ruchu drogowego na prace układu zasilania i wskazują na konieczność jej uwzględnienia w modelowaniu układu elektrotrakcyjnego. Nieregularność ruchu pojazdów powoduje wzrost maksymalnej wartości prądu obciążenia sieci trakcyjnej, co ma istotne znaczenie z punktu widzenia spadków napięcia w układzie zasilania oraz doboru nastaw zabezpieczeń. Symulacja układu zasilania bez uwzględnienia kongestii ruchu drogowego (rys. 5a) niesie ze sobą powstanie większego błędu wyznaczenia wartości maksymalnej prądu obciążenia zasilacza niż symulacja przeprowadzona z jej uwzględnieniem (rys. 5b). Przedstawiony model symulacyjny umożliwia uwzględnienie kongestii [3].

### 3. ANALIZA POTENCJAŁU REKUPERACJI

Każda maszyna elektryczna może być scharakteryzowana zdolnością do dwukierunkowego przepływu energii. W przypadku silników trakcyjnych oznacza to zdolność do rekuperacji energii hamowania, czyli zamianę energii kinetycznej pojazdu w elektryczną podczas której wytwarzany jest moment hamujący [2].

W klasycznym układzie zasilania rekuperowana energia może być zużyta tylko przez inny pojazd znajdujący się w obszarze zasilania podstacji [7]. Jednak w licznych sytuacjach w obszarze zasilania podstacji nie ma innego pojazdu mogącego przyjąć tę energię. Wówczas rozpraszana jest ona w rezystorach hamowania pojazdu. Rezultatem jest niewykorzystanie rekuperacji energii hamowania. W celu uniknięcia takiej sytuacji, mogą być zainstalowane układy zasobnikowe gromadzące energię. Instalacja takich systemów wiąże się ze znacznymi nakładami finansowymi, a w związku z tym, musi być poprzedzona analizą stopnia wykorzystania energii rekuperacji. Może być ona zrealizowana za pomocą symulacji pracy układu zasilania, jednak, ze względu na wpływ wielu czynników zewnętrznych o charakterze losowym, taka symulacja jest złożona [1]. Alternatywą jest pomiar wartości energii rozpraszanej w rezystorach hamowania w pojazdach, co wiąże się z przeprowadzeniem skomplikowanych pomiarów [3, 7]. Zaproponowana metoda oparta jest na łatwych do wykonania pomiarach prądu obciążenia podstacji trakcyjnych.

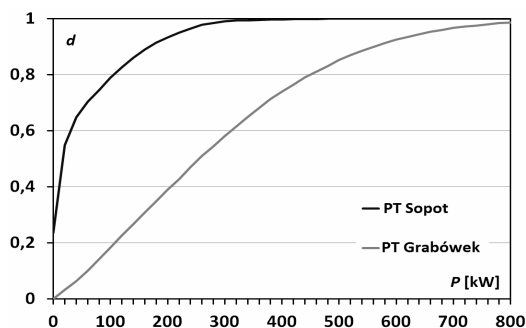
Analizę przeprowadzono w oparciu o badanie pomiarowe zrealizowane w Przedsiębiorstwie Komunikacji Trolejbusowej w Gdyni, na dwóch podstacjach trakcyjnych: PT Grabówek i PT Sopot. PT Grabówek zasila fragment sieci trolejbusowej o znacznej intensywności ruchu (interwał 3 minuty), natomiast PT Sopot zasila linie podmiejską o niewielkim ruchu (interwał 30 minut).

### 3.1. Statystyczna analiza obciążenia podstacji trakcyjnej

Aby możliwy był odzysk energii hamowania konieczne jest zapewnienie odbiorników dla generowanej energii [4]. Klasyczny układ zasilania transportu miejskiego charakteryzuje się jednostronnym zasilaniem sieci trakcyjnej i brakiem zasobników energii. Przy pominięciu strat przesyłowych oznacza to, iż aby możliwe było pełne wykorzystanie energii rekuperacji moc  $P_{PT}$  obciążenia podstacji trakcyjnej musi być większa od mocy  $P_{rek}$  generowanej przez rekuperujące pojazdy znajdujące się w obszarze zasilania danej podstacji. Można to wyrazić relacją:

$$P_{PT} \geq P_{rek} \quad (7)$$

Spełnienie warunku (7) może być analizowane na podstawie przebiegu dystrybuanty obciążenia podstacji trakcyjnej (rys. 6). Wartość  $d$  dystrybuanty odpowiadająca mocy  $P$  oznacza, iż obciążenie podstacji będzie mniejsze niż wartość  $P$  z prawdopodobieństwem  $d$ . Na podstawie warunku (7) można stwierdzić, że rekuperowana moc o wartości  $P$  będzie całkowicie zużyta w układzie zasilania z prawdopodobieństwem  $d$ . Średnia moc hamowania odzyskowego jest na poziomie 100 kW [7], więc w przypadku PT Grabówek 80% energii hamowania będzie całkowicie zużyte, a w PT Sopot będzie to 20%.



Rys. 6. Dystrybuanta  $d$  obciążenia  $P$  podstacji PT Sopot i PT Grabówek

Jeśli warunek (7) nie jest spełniony, jedynie część generowanej mocy o wartości równej aktualnemu obciążeniu podstacji  $P_{PT}$  będzie wykorzystana. Pozostała część mocy zostanie wytracona w rezystorach hamowania. Potencjał wykorzystania energii rekuperacji można określić na podstawie przebiegu  $P_{PT}(t)$  obciążenia podstacji trakcyjnej. Zdefiniowana zostanie funkcja  $e(P_{rek})$ , która wyraża stosunek energii rekuperacji  $E_{ogr}$  możliwej absorpcji przy ograniczonej mocy  $P_{PT}$  obciążenia podstacji do całkowitej energii  $E_{rek}$  możliwej do wygenerowania przez źródło o mocy  $P_{rek}$ :

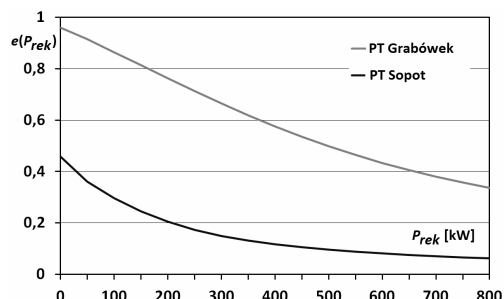
$$e(P_{rek}) = \frac{E_{ogr}}{E_{rek}} \quad (8)$$

gdzie  $E_{rek}$  i  $E_{ogr}$  oznaczają energię możliwą do absorpcji i całkowitą energię do wytworzenia w czasie  $T$ .

$$e(P_{rek}) = \frac{\int_0^T P_{ogr}(P_{rek}, t) dt}{P_{rek} \cdot T} \quad (9)$$

gdzie  $P_{ogr}(P_{rek}, t)$  wyraża ograniczenie absorpcji generowanej energii do poziomu mocy  $P_{PT}$  obciążenia podstacji:

$$P_{ogr} = \begin{cases} P_{rek} < P_{PT} \rightarrow P_{Ch} = P_{rek} \\ P_{rek} \geq P_{PT} \rightarrow P_{Ch} = P_{PT} \end{cases} \quad (10)$$



Rys. 7. Porównanie funkcji  $e(P_{gen})$  dla PT Grabówek i PT Sopot.

Rysunek 7 przedstawia wykres stopnia wykorzystania rekuperowanej energii w funkcji mocy rekuperacji. Przy założeniu mocy rekuperacji 100 kW w przypadku PT Grabówek może zostać wykorzystane 80 – 90% energii rekuperacji. Dla PT Sopot, ze względu na znacznie mniejszą intensywność ruchu, wykorzystanie rekuperacji jest na poziomie 20 – 30%.

## 4. WIELOKRYTERIALNA OCENA UKŁADU ZASILANIA SIECI TROLEJBUSOWEJ

W licznych sytuacjach występuje konieczność oceny złożonego układu, opisanego wieloma, niezwiązanymi ze sobą wskaźnikami. W związku z tym wprowadza się pojęcia wskaźnika syntetycznego, który wyraża w sposób ujednoczony właściwości układu i umożliwia wykonanie porównania. Takim układem może być system energetyczny traktacji miejskiej, który jest opisany wieloma czynnikami. Każdy odcinek zasilania charakteryzuje się następującymi zasadniczymi parametrami: interwałem ruchu  $\Delta t$ , prędkością komunikacyjną  $v$ , średnią i maksymalną wartością prądu obciążania zasilacza  $I_{av}$ , oraz  $I_{max}$ , a także długością odcinka zasilania  $l$ . Dla celów porównawczych poszczególnych odcinków zasilania wybrano Metodą Obwiedni Danych – Data Envelopmen Analysis (DEA).

### 4.1. Data Envelopment Analysis

Model DEA oparty jest o analizę efektywności ekonomicznej, wyrażonej jako stosunek ważonej sumy wyjść do ważonej sumy wejść:

$$\text{Efektywnosc} = \frac{\text{wazona} - \text{suma} - \text{wyjsc}}{\text{wazona} - \text{suma} - \text{wejsc}} \quad (11)$$

W modelu DEA porównywanych jest  $n$  jednostek ( $j=1, 2, \dots, n$ ), z których każda jest opisana za pomocą  $i$  parametrów wejściowych  $x_i$  oraz  $r$  parametrów wyjściowych  $y_r$ . Wyznaczanie wskaźnika syntetycznego polega na wyznaczeniu zestawu wag poszczególnych zmiennych  $x_i$  oraz  $y_r$  aby spełnione były zależności:

$$\max h_0(u, v) = \frac{\sum_r u_r y_{r0}}{\sum_i v_i x_{i0}} \quad (12)$$



$$s.t. \sum_{j=1}^n u_r y_{rj} \leq 1, j = 1, 2, \dots, n \quad (13)$$

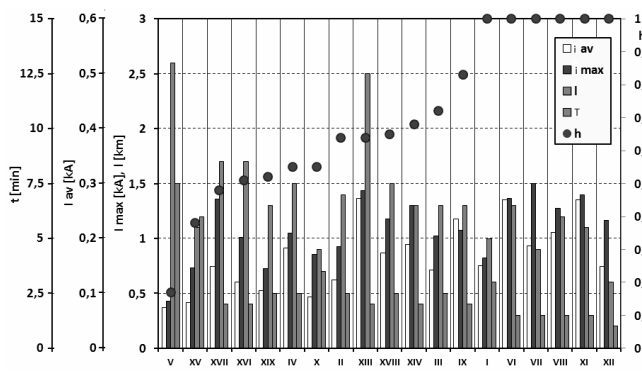
$$u_r, v_i \geq 0, \text{ dla każdego } i \text{ oraz } r \quad (14)$$

gdzie  $h$  jest wartością wskaźnika syntetycznego. Mówiąc innymi słowy, metoda DEA opiera się na programowaniu liniowym, którego zadaniem jest wybór najlepszych (mających maksymalne wartości) zastawów wag parametrów wejściowych i wyjściowych.

#### 4.2. Analiza układu zasilania

Jako wartości wejściowe charakteryzujące system elektrotrakcyjny zostały przyjęte parametry ruchowe systemu transportowego w obszarze poszczególnych odcinków zasilania: interwał ruchu  $T$  oraz długość odcinka  $l$ . Wartości elektryczne, średnia i maksymalna wartość prądu obciążania  $i_{av}$  oraz  $i_{max}$  są parametrami wyjściowymi. Wartość wskaźnika syntetycznego  $h$  wyznaczona za pomocą metody DEA wyraża informację jak intensywne jest obciążenie elektryczne każdego odcinka zasilania w stosunku do intensywności ruchu pojazdów. Większa wartość wskaźnika  $h$  odpowiada większej wartości obciążenia w stosunku do intensywności ruchu, co oznacza większą kongestię ruchu drogowego. Metoda ta może być użyta do oceny kongestii ruchu drogowego.

Wyniki obliczeń przedstawiono na rys.8. Największa wartość wskaźnika syntetycznego występuje dla odcinków I, VI, VII, VIII, XI, XII. Wynik ten może być wyjaśniony na podstawie obserwacji ruchu drogowego. Odcinki VI, VII, VIII są zlokalizowane na ulicy Morskiej, będącej jedną z głównych arterii komunikacyjnych miasta. Odcinki XI, XII są zlokalizowane w ścisłym centrum miasta. Z drugiej strony, odcinek V znajduje się na obrzeżach miasta w dzielnicy peryferyjnej (Pustki Ciskowskie).



Rys. 8. Porównanie wyników analizy wielokryterialnej odcinków zasilania

## 5. PODSUMOWANIE

Zaprezentowane użycie metod numerycznych w analizie układu zasilania sieci trakcyjnej oparte jest na wieloletnim doświadczeniu praktycznym autora, związanym z gdyńską siecią trolejbusową. Numeryczne, statystyczne metody umożliwiają uwzględnienie losowych czynników występujących w ruchu miejskim i mających znaczny wpływ na pracę układu zasilania [5-7].

Metoda Monte Carlo umożliwia symulację układu zasilania z uwzględnieniem czynników losowych. Przedstawiona metoda oceny potencjału hamowania odzyskowego pozwala na uproszczoną analizę układu zasilania z punktu widzenia instalacji zasobników superkondensatorowych lub innych urządzeń zwiększających efektywność odzysku energii. Natomiast zaprezentowana metoda oceny układu zasilania przy pomocy wielokryterialnej analizy decyzyjnej umożliwia ocenę stanu układu elektroenergetycznego na cele audytu technicznego bądź energetycznego.

## 6. BIBLIOGRAFIA

1. Hamacek, S., Bartłomiejczyk, M., Hrbac, R. Misak, S. Styskała, V.: Energy recovery effectiveness in trolleybus transport. *Electric Power Systems Research* 112, 1–11 (2014)
2. Jarzbowicz L.: Indirect measurement of motor current derivatives in PMSM sensorless drives. *Elektronika ir Elektrotechnika*, vol. 20, no 7, pp. 23–26 (2014)
3. Bartłomiejczyk, M., Połom, M.: Spatial Aspects of Tram and Trolleybus Supply System. In: 8th International Scientific Symposium on Electrical Power Engineering (ELEKTROENERGETIKA), 2015, Technical Univ Kosice. pp. 223-227 (2015)
4. Judek, S., Skibicki, J.: Wyznaczanie parametrów elektrycznych trakcyjnego układu zasilania dla złożonych warunków ruchu przy wykorzystaniu programu pspice. *Przegląd Elektrotechniczny*, no. 12, pp. 270-273 (2009)
5. Bartłomiejczyk, M., Połom, M., Styskała, V.: Benchmark of the traffic congestion in electrical transport by means of multi criteria decision analysis. *Przegląd Elektrotechniczny*. no 11, pp.248-252 (2013)
6. Czucha J., Karwowski K., Mizan M., Pazdro P.: Efektywność odzysku energii hamowania elektrodynamicznego w komunikacji miejskiej. *Przegląd Elektrotechniczny* 2004, Vol. 80, no. 10, pp. 1016-1019
7. Bartłomiejczyk M.: Uproszczona metoda oceny potencjału rekuperacji energii w trakcji miejskiej, *Zeszyty Naukowe Wydziału Elektrotechniki i Automatyki Politechniki Gdańskiej*, nr 47 (2015), s.23-26

## THE PRACTICAL EXAMPLE OF NUMERICAL METHODS APPLICATION IN THE CALCULATIONS OF TRACTION SUPPLY SYSTEMS

A characteristic feature of trolleybus transport is the random nature of traffic caused by congestion. It predestinates statistical and numerical methods for the analysis of trolleybus energy system. There are presented 3 methods of trolleybus traction system analysis: simulation of supply system based on Monte Carlo method, analysis of energy recovery potential based on statistical data analysis and benchmark of trolleybus supply system by one of Multiple Criteria Data Analysis - Data Envelopment Analysis (DEA) method. Paper refers to the author's practical experience with exploitation, analysis and calculation of trolleybus energetic systems. The emphasis is put on practical aspect of application of numerical methods in engineers work.

**Keywords:** Electric traction, supply system, data analysis, MCDA, DEA.

