

# Wyznaczanie optymalnej krzywizny toru zwrotnego w rozjazdach dla kolei dużych prędkości na podstawie analizy dynamicznej

## Determination of the optimal curvature of the turnout diverging track for HSR using dynamic analysis



**Władysław Koc**

Prof. dr hab. inż.

Politechnika Gdańska, Katedra  
Transportu Szynowego i Mostów

kocwl@pg.gda.pl



**Katarzyna Palikowska**

Dr inż.

Politechnika Gdańska, Katedra  
Transportu Szynowego i Mostów

katpalik@pg.gda.pl

**Streszczenie:** W artykule została przedstawiona analityczna metoda wyznaczania krzywizny toru zwrotnego rozjazdu kolejowego posiadającego na swojej długości odcinki zmiennej krzywizny. Taki rozjazd jest dedykowany w głównym stopniu kolejom dużych prędkości. Rozpatrzone dwa odrębne przypadki obejmujące liniowy przebieg krzywizny oraz przebieg nieliniowy, w postaci wielomianowej. Uzyskane rozwiązania problemu pozwalają na przyjmowanie dowolnych wartości krzywizny na początku i na końcu układu geometrycznego. Skoncentrowano się na wyjaśnieniu podstawowej i dotąd niewyjaśnionej kwestii, jaki rodzaj odcinków zmiennej krzywizny jest najkorzystniejszy z punktu widzenia wymagań eksploatacyjnych. W tym celu została przeprowadzona analiza dynamiczna kilkunastu wybranych, miarodajnych przypadków. Wskazano na celowość weryfikacji występującego w praktyce wykonawczej stosowania tzw. „odcinków kłotojdy”, z niezerowymi wartościami krzywizny w punktach początkowym i końcowym toru zwrotnego. Wykazano, że najkorzystniejsze właściwości posiada tor zwrotny rozjazdu z nieliniowym przebiegiem krzywizny w strefie początkowej i strefie końcowej oraz zerowymi wartościami krzywizny w punktach skrajnych układu geometrycznego.

**Słowa kluczowe:** Rozjazdy kolejowe; Modelowanie krzywizny; Analiza dynamiczna

**Abstract:** The paper presents an analytical method of identifying the curvature of the turnout diverging track consisting of sections of varying curvature. Such turnout is mainly applied on High Speed Railway. Both linear and nonlinear (polynomial) curvatures of the turnout diverging track are considered in the paper. Obtained solutions enable to assume curvature values at the beginning and end point of the geometrical layout of the turnout. The paper focus on a fundamental and unexplained so far issue connected with selection of the most favourable curvature section from the operational requirements point of view. In order to determine the optimal curvature a dynamic analysis has been carried out on the several representative cases. It has been indicated that, used in railway practice, clothoid sections with nonzero curvatures at the beginning and end points of the turnout should be verified. It has been proved that the turnout with nonlinear curvature reaching zero values at the extreme points of the geometrical layout is the most favourable.

**Keywords:** Railway turnouts; Curvature modelling; Dynamics analysis

W typowym stosowanym ukształtowaniu geometrycznym toru zwrotnego w rozjeździe kolejowym stosuje się pojedynczy łuk kołowy bez krzywych przejściowych. Takie rozwiązanie oznacza tolerowanie miejsc gwałtownej, skokowej zmiany rzędnych wykresu krzywizny na początku i końcu omawianego układu geometrycznego, co skutkuje gwałtownym pojawieniem się znacznych oddziaływań dynamicznych. Powoduje to konieczność ograniczenia prędkości jazdy pociągów na rozjazdach i jest szczególnie niekorzystne na kolejach dużych prędkości. Dlatego też należy poszukiwać nowych rozwiązań geo-

metrycznych, które umożliwią wyeliminowanie tego problemu.

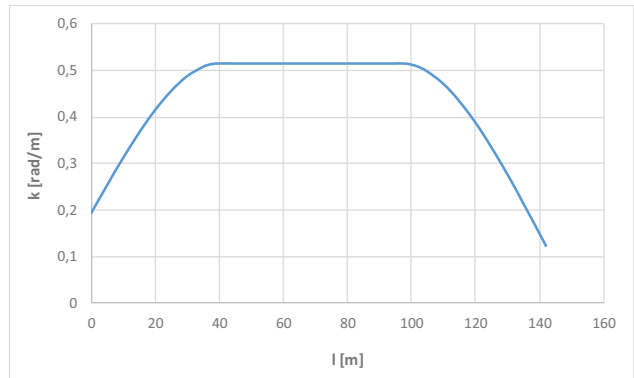
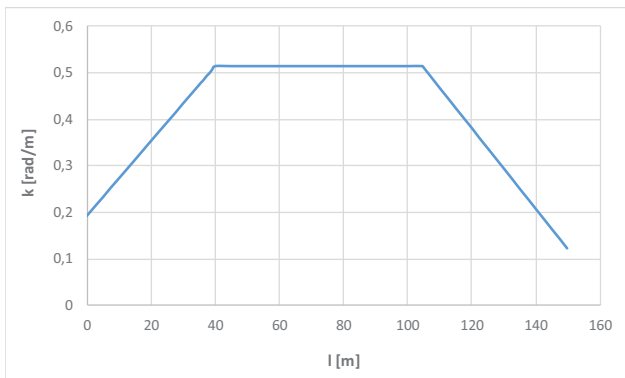
W ostatnim okresie w niektórych krajach, zwłaszcza na kolejach dużych prędkości, dąży się do wyłagodzenia wykresu krzywizny w newralgicznych rejonach. W tym celu wprowadza się tzw. „odcinki kłotojdy” po obu stronach łuku kołowego, na których krzywizna zmienia się w sposób liniowy, często jednak nie osiągając w punktach skrajnych wartości zerowych [9, 10, 11]. W rozjeździe z odcinkami krzywizny liniowej długość toru zwrotnego zostaje podzielona na trzy strefy (rys. 1):

- strefę początkową o długości  $l_1$ ,

posiadającą krzywiznę narastającą w sposób liniowy,

- strefę środkową o długości  $l_2$ , posiadającą krzywiznę ustaloną,
- strefę końcową o długości  $l_3$ , o krzywiznie malejącej w sposób liniowy.

Oczywiście, możliwe są tutaj różne warianty, związane z wartościami krzywizny oraz długościami poszczególnych stref. Ponadto przebieg krzywizny pokazany na rysunku 1 nie jest rozwiązaniem idealnym. Warto by jeszcze rozpatrzyć możliwości wyłagodzenia (tj. likwidacji załomów na wykresie krzywizny) rejonów wejścia w łuk kołowy rozjazdu.



1. Wykres krzywizny z odcinkami liniowymi na długości toru zwrotnego rozjazdu ( $R_1=16000\text{ m}$ ,  $l_1=40\text{ m}$ ,  $R_2=6000\text{ m}$ ,  $l_2=64,584\text{ m}$ ,  $l_3=45\text{ m}$ ,  $R_3=25000\text{ m}$ )

2. Wykres krzywizny z odcinkami nieliniowymi dla  $C=1,5$  na długości toru zwrotnego rozjazdu ( $R_1=16000\text{ m}$ ,  $l_1=40\text{ m}$ ,  $R_2=6000\text{ m}$ ,  $l_2=57,184\text{ m}$ ,  $l_3=45\text{ m}$ ,  $R_3=25000\text{ m}$ )

Jak widać, każdy tor zwrotny rozjazdu z odcinkami zmiennej krzywizny jest opisany za pomocą 6 parametrów. Jeśli nawet uwzględnimy warunki ograniczające wynikające z zadanego skosu rozjazdu i wartości rzędnej końcowej, to i tak liczba możliwych wariantów okazuje się bardzo duża. W pracy [5] podjęto próbę wstępnej oceny wybranych przypadków geometrycznych z wykorzystaniem analizy dynamicznej. Teraz postanowiono podejść do problemu w sposób metodyczny i określić najkorzystniejszą z punktu widzenia dynamiki krzywiznę toru zwrotnego w rozjeździe kolejowym.

Modelowanie krzywizny na długości toru zwrotnego rozjazdu pozwala stworzyć jej zapis analityczny w postaci funkcji  $k(l)$ , gdzie parametr  $l$  określa położenie danego punktu na długości krzywej. W niniejszej pracy zostały wyznaczone odpowiednie równania analityczne zarówno dla przypadków już stosowanych odcinków krzywizny liniowej, jak również dla zaproponowanych odcinków nieliniowych (w postaci wielomianowej). Umożliwiło to przeprowadzenie analizy dynamicznej wybranych wariantów i na jej podstawie wskazanie najkorzystniejszego rozwiązania geometrycznego.

## Zastosowanie odcinków krzywizny liniowej

W strefie początkowej toru zwrotnego rozjazdu krzywiznę  $k(l)$  opisuje równanie [3]

$$k(l) = k_1 + \frac{k_2 - k_1}{l_1} l \quad (1)$$

W strefie łuku kołowego, tj. dla  $l \in \langle l_1, l_1 + l_2 \rangle$ , występuje stała krzywizna  $k(l) = k_2$ . W strefie końcowej rozjazdu równanie krzywizny jest następujące:

$$k(l) = k_2 - \frac{k_3 - k_2}{l_3} (l_1 + l_2) + \frac{k_3 - k_2}{l_3} l \quad (2)$$

Wartość kąta nachylenia stycznej na końcu rozjazdu wynosi

$$\theta(l_1 + l_2 + l_3) = \frac{k_1 + k_2}{2} l_1 + k_2 l_2 + \frac{k_2 + k_3}{2} l_3 \quad (3)$$

Na tej podstawie możemy wyznaczyć skos rozjazdu  $\frac{1}{n}$ . Wartość  $n$  wynosi

$$n = \frac{1}{\tan \theta(l_1 + l_2 + l_3)} \quad (4)$$

## Zastosowanie odcinków krzywizny nieliniowej

W strefie początkowej toru zwrotnego rozjazdu, po wprowadzeniu współczynnika liczbowego  $C \geq 0$ , otrzymujemy

$$k(l) = k_1 + \frac{C}{l_1} (k_2 - k_1) l - \frac{2C - 3}{l_1^2} (k_2 - k_1) l^2 + \frac{C - 2}{l_1^3} (k_2 - k_1) l^3. \quad (5)$$

Uzyskanie poprawnego rozwiązania wymaga przyjęcia odpowiedniej wartości parametru  $C$ . Funkcja krzywizny  $k(l)$  w rozpatrywanej strefie musi bowiem być funkcją monotoniczną, rosnącą dla  $l > 0$ . Jak wykazano, parametr  $C$  musi przyjmować wartości

z przedziału  $C \in \langle 1, 5; 3 \rangle$ . Z uwagi na relację długości krzywej parametrycznej do długości krzywej o krzywiznie liniowej (tj. uogólnionej klotoidy) najkorzystniejszym rozwiązaniem wydaje się być parametryczna krzywa przejściowa  $C = 1,5$ . Funkcja  $k(l)$  przyjmuje dla niej postać:

$$k(l) = k_1 + \frac{3}{2l_1} (k_2 - k_1) l - \frac{1}{2l_1^3} (k_2 - k_1) l^3 \quad (6)$$

Tak jak w przypadku stosowania odcinków krzywizny liniowej, w strefie łuku kołowego, tj. dla  $l \in \langle l_1, l_1 + l_2 \rangle$ , występuje stała krzywizna  $k(l) = k_2$ . W strefie końcowej rozjazdu (dla  $C = 1,5$ ) równanie krzywizny jest następujące:

$$k(l) = c_1 + c_2 l + c_3 l^2 + c_4 l^3 \quad (7)$$

gdzie

$$c_1 = k_2 + \left[ \frac{3}{2l_1^2} (l_1 + l_2)^2 + \frac{1}{2l_1^3} (l_1 + l_2)^3 \right] (k_3 - k_2)$$

$$c_2 = - \left[ \frac{3}{l_1^3} (l_1 + l_2) + \frac{3}{2l_1^3} (l_1 + l_2)^2 \right] (k_3 - k_2)$$

$$c_3 = \left[ \frac{3}{2l_1^2} + \frac{3}{2l_1^3} (l_1 + l_2) \right] (k_3 - k_2)$$

$$c_4 = - \frac{1}{2l_1^3} (k_3 - k_2)$$

Kąt nachylenia stycznej na końcu rozjazdu, dla  $l = l_1 + l_2 + l_3$ , jest opisany następującym wzorem:

$$\theta(l_1 + l_2 + l_3) = \frac{3k_1 + 5k_2}{8} l_1 + k_2 l_2 + \frac{3k_3 + 5k_2}{8} l_3 \quad (8)$$

Na rysunku 2 przedstawiono wykres krzywizny  $k(l)$  dla  $C = 1,5$  na długo-

ści toru zwrotnego rozjazdu posiadającego odcinki krzywizny nieliniowej oraz charakterystyki liczbowe odpowiadające przykładowemu rozjazdowi pokazanemu na rysunku 1.

## Wybór wariantów do analizy dynamicznej

Celem analizy dynamicznej było porównanie przyspieszeń poprzecznych występujących na wybranych rozjazdach. Aby zapewnić miarodajność takiej analizy przyjęto następujące założenia:

- obowiązuje jednakowy skos rozjazdu  $1 : n$ , przy czym  $n = 50$ ,
- wartości stałej krzywizny  $k_2$  są w porównywanych przypadkach takie same,
- wartości zmiennej krzywizny  $k_1$  i  $k_3$  są sobie równe, przy czym w porównywanych przypadkach ulegają one zmianie i wynoszą  $0,75k_2$ ,  $0,5k_2$ ,  $0,25k_2$  i  $0$ ,
- długości strefy początkowej  $l_1$  i strefy końcowej  $l_3$  są sobie równe (przy spełnieniu odpowiednich warunków kinematycznych),
- długość łuku kołowego  $l_2$  zamyka dany układ geometryczny, zapewniając uzyskanie zadanego skosu rozjazdu.

Analizie dynamicznej poddano w sumie 13 przypadków przedstawionych w tabelicy 1. Zgodnie z obowiązującymi przepisami wartości dopuszczalne parametrów kinematycznych wynoszą: przyspieszenia na łuku kołowym  $a_{dop} = 0.6$  m/s<sup>2</sup>, a przyrostu przyspieszenia w strefie zmiennej krzywizny  $\psi_{dop} = 0.5$  m/s<sup>3</sup>. Długość  $l_2$  wynika z zależności (3) dla krzywizny liniowej i (8) dla krzywizny nieliniowej. Odpowiedni wzór dla krzywizny liniowej ma postać

$$l_2 = \frac{1}{k_2} \left[ \theta(l_1 + l_2 + l_3) - \frac{k_1 + k_2}{2} l_1 - \frac{k_2 + k_3}{2} l_3 \right] \quad (9)$$

a dla krzywizny nieliniowej

$$l_2 = \frac{1}{k_2} \left[ \theta(l_1 + l_2 + l_3) - \frac{3k_1 + 5k_2}{8} l_1 - \frac{3k_3 + 5k_2}{8} l_3 \right] \quad (10)$$

Na łuku kołowym bez krzywych przejściowych (Przypadek 1 z tabelicy 1)

Tab. 1. Zestawienie parametrów geometrycznych dla wybranych rozjazdów o skosie 1:50.

	Krzywizna	$k_1$ [rad/m]	$l_1$ [m]	$k_2$ [rad/m]	$l_2$ [m]	$l_3$ [m]	$k_3$ [rad/m]	$L$ [m]
1	stała	0	0	1/6000	119,984	0	0	119,984
2	liniowa	1/8000	15	1/6000	93,734	15	1/8000	123,734
3		1/12000	29	1/6000	76,484	29	1/12000	134,484
4		1/24000	43	1/6000	66,234	43	1/24000	152,234
5		0	58	1/6000	61,984	58	0	177,984
6	nieliniowa $\psi \leq 1,5\psi_{dop}$	1/8000	15	1/6000	92,797	15	1/8000	122,797
7		1/12000	29	1/6000	72,859	29	1/12000	130,859
8		1/24000	43	1/6000	58,172	43	1/24000	144,172
9	nieliniowa $\psi \leq \psi_{dop}$	0	58	1/6000	47,484	58	0	163,484
10		1/8000	22	1/6000	80,109	22	1/8000	124,109
11		1/12000	43	1/6000	50,109	43	1/12000	136,109
12	nieliniowa $\psi \leq \psi_{dop}$	1/24000	65	1/6000	26,547	65	1/24000	156,547
13		0	86	1/6000	12,484	86	0	184,484

zmiana przyspieszenia odbywa się liniowo na długości bazy sztywnej wagonu  $l_b$ . W strefie początkowej (i końcowej) zawierającej krzywiznę liniową (Przypadki 2 ÷ 5) wartość  $\psi$  jest stała na długości. W przypadku występowania krzywizny nieliniowej (wielomianowej) wartość  $\psi$  jest zmienna na długości. Dla Przypadków 6 ÷ 9 obowiązuje warunek:

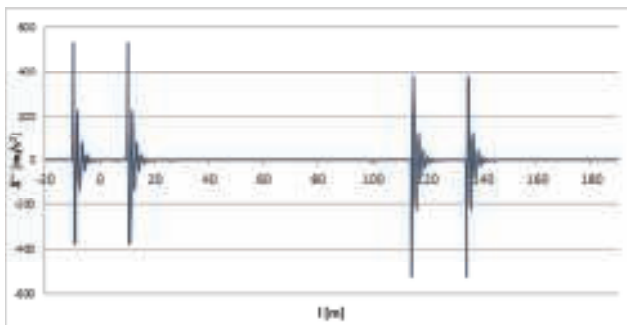
$$\psi_{\max} = \max \left[ \left( \frac{V}{3,6} \right)^3 \left( \frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right) \frac{3}{2l_1} - \left( \frac{V}{3,6} \right)^3 \left( \frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right) \frac{3}{2l_1^3} l^2 \right] \leq 1,5\psi_{dop}$$

Zwiększenie o 50% normatywnej wartości dopuszczalnej  $\psi_{dop}$  wynika z tego, że wartość  $\psi_{\max}$  występuje tylko w jednym punkcie (dla  $l = 0$ ), a następnie maleje, osiągając na końcu odcinka (dla  $l = l_1$ ) wartość zerową. Jeśli jednak dla odcinków krzywizny nieliniowej chcemy zachować wartość  $\psi_{dop}$ , wówczas musimy zwiększyć o 50% długość  $l_1$ . Taka właśnie sytuacja jest rozpatrywana w Przypadkach 10 ÷ 13.

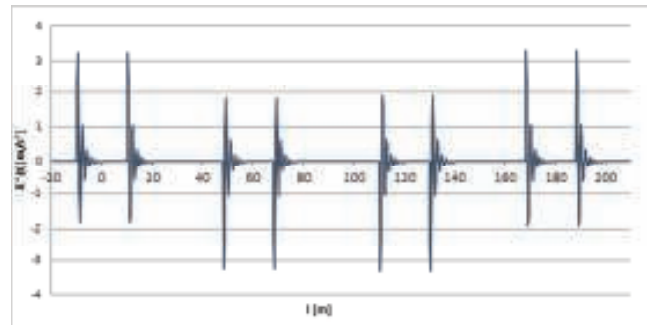
Celem wprowadzenia kryterium dynamicznego było przeprowadzenie analizy porównawczej różnych układów geometrycznych toru zwrotnego rozjazdu pod kątem wpływu ich kształtu na wielkość występujących oddziaływań poprzecznych w układzie tor – pojazd szynowy. Podstawowym problemem stosowania złożonych modeli matematycznych

w modelowaniu dynamiki takiego układu jest interpretacja uzyskanych wyników, zwłaszcza w odniesieniu do toru kolejowego. W pracach [1, 7, 12] operuje się rozbudowanymi modelami pojazdów szynowych, dążąc do możliwie wiernego odzwierciedlenia rzeczywistości. Złożone postaci równań ruchu wymagają określenia na drodze eksperymentalnej parametrów konkretnych typów pojazdów: mas i momentów bezwładności, charakterystyk sprężystych, charakterystyk tłumienia. W pracy [12] przedmiotem analizy jest wagon dwuosioowy oraz dwa rodzaje wózków o 18 lub 16 stopniach swobody. Model opisuje elastyczność pionową i poziomą toru, zakładając stałą sztywność i parametry tłumienia. W pracy [7] do analizy komfortu jazdy pasażera wykorzystano model pojazdu szynowego o 46 stopniach swobody i model nawierzchni o 1 stopniu swobody (przemieszczenia w kierunku poprzecznym do osi toru), co sprawiło, że cechy pojazdu wyraźnie dominują nad wpływem kształtu geometrycznego toru. Dlatego też w niniejszej pracy pominięto aspekty konstrukcyjne samego pojazdu szynowego [8].

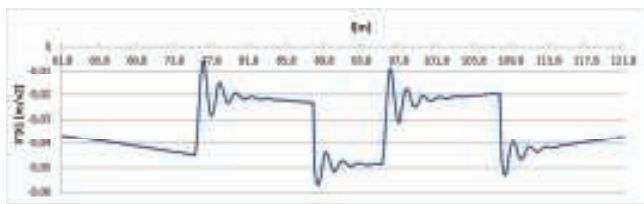
Do oceny oddziaływań dynamicznych został przyjęty uproszczony model pojazdu szynowego, który zdał egzamin we wcześniejszych pracach poświęconych analizie wpływu układu geometrycznego toru na wielkość oddziaływań [2, 4, 6]. Zastosowany model



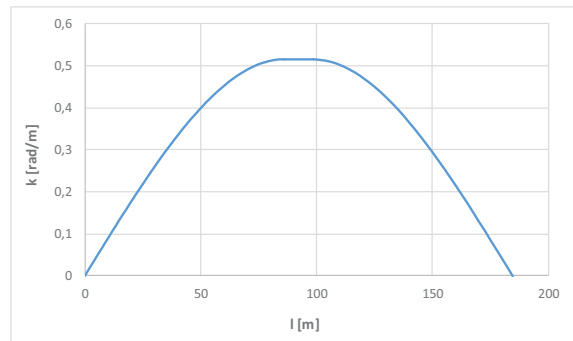
3. Wykresy przyspieszeń ruchu drgającego  $\ddot{X}(l)$  dla Przypadku 2 (odcinki krzywizny liniowej,  $k_1 = k_3 = 1/8000$  rad/m)



4. Wykresy przyspieszeń ruchu drgającego  $\ddot{X}(l)$  dla Przypadku 5 (odcinki krzywizny liniowej,  $k_1 = k_3 = 0$ )



5. Wykresy przyspieszeń ruchu drgającego  $\ddot{X}(l)$  w strefie środkowej dla Przypadku 13 (odcinki krzywizny nieliniowej,  $k_1 = k_3 = 0$ )



6. Wykres krzywizny z odcinkami nieliniowymi na długości toru zwrotnego rozjazdu ( $k_1 = 0, l_1 = 86$  m,  $k_2 = 1/6000$  rad/m,  $l_2 = 12,484$  m,  $l_3 = 86$  m,  $k_3 = 0$ )

dynamyczny uwzględnia długość bazy sztywnej wagonu (w danym przypadku  $l_b = 20$  m). Sprawia to, że następuje pewne wyłagodzenie wykresu przyspieszeń  $a(l)$  wymuszających drgania poprzeczne, które zostają zredukowane do wartości  $a_{kor}(l)$ . Zestawienie analizowanych przyspieszeń dla rozpatrywanych przypadków zawiera tablica 2.

Rozwiązaniem problemu jest funkcja  $X(t)$ , przedstawiająca odchylenie pojazdu w kierunku poprzecznym pod wpływem działania siły  $P(t) = m \cdot a(t)$ . Funkcja  $X(t)$  stanowi wypadkową składowej statycznej oraz drgań układu. Z punktu widzenia oceny dynamiki istotne jest rozpatrzenie przyspieszeń w ruchu drgającym  $a_v = \ddot{X}(t)$ . Jako kryteria oceny przyjęto największą amplitudę przyspieszeń w ruchu drgającym  $|\max \ddot{X}|$  oraz zmodyfikowany wskaźnik

$$w_a = \int_{l_0}^{l_0+l_k} |\ddot{X}(t)| dl \quad (11)$$

gdzie:  $l_0$  – punkt wjazdu wózka pojazdu szynowego na punkt charakterystyczny,

$l_k$  – długość przyjętego odcinka potrzebnego do wytlumienia drgań.

## Wyniki przeprowadzonej analizy

W tablicy 3 zestawiono obliczone wartości wskaźnika  $w_a$  oraz największej amplitudy  $\max \ddot{X}$  dla wszystkich rozpatrywanych przypadków. Otrzymane wykresy przyspieszeń ruchu drgającego  $\ddot{X}(l)$  dla wybranych przypadków z odcinkami krzywizny liniowej przedstawiono na rysunkach 3 i 4.

Z tablicy 3 wykresów przyspieszeń ruchu drgającego na rysunkach 3 i 4 jednoznacznie wynika, że w przypadku zastosowania odcinków krzywizny liniowej decydującą rolę odgrywają krzywizny skrajne  $k_1$  i  $k_3$ . Wraz ze spadkiem tych wartości maleją amplitudy drgań w rejonach: początkowym i końcowym, by dla  $k_1 = k_3 = 0$  przyjąć wartości bardzo małe (rys. 4). Podobne wartości jak dla tego przypadku występują również w rejonie początkowym i końcowym łuku kołowego i – jak wynika z tablicy 3 – dotyczy to wszystkich rozpatrywanych przypadków.

W przypadku zastosowania odcinków krzywizny nieliniowej wykresy przyspieszeń ruchu drgającego w

rejonach skrajnych toru zwrotnego rozjazdu mają zbliżony przebieg do wykresów przedstawionych na rysunkach 3 i 4. Istotna różnica ujawnia się jednak w rejonie początkowym i końcowym łuku kołowego (rys. 5 oraz tab. 3).

Jak widać, zastosowanie odcinków krzywizny nieliniowej w praktyce redukuje do zera oddziaływanie dynamiczne w strefie środkowej i dotyczy to wszystkich przyjętych wartości  $k_1$  i  $k_3$ . Zdecydowanie najkorzystniejsza sytuacja występuje dla  $k_1 = k_3 = 0$ , gdy w strefach skrajnych przyspieszenia ruchu drgającego są najmniejsze. Żeby jednak uzyskać tam podobne wartości jak dla odcinków liniowych, należy zachować taką samą wartość przyrostu przyspieszenia  $\psi_{dop}$  (Przypadki 10 ÷ 13). Oznacza to konieczność zwiększenia o 50% długości odcinków krzywizny nieliniowej w porównaniu do odcinków liniowych.

Biorąc pod uwagę wszystkie uwarunkowania, zdecydowanie najkorzystniejszym rozwiązaniem okazuje się Przypadek 13, z odcinkami krzywizny nieliniowej, zerową krzywizną na początku i końcu rozjazdu oraz zacho-

Tab. 2. Przyspieszenia  $a(l)$  [m/s<sup>2</sup>] w poszczególnych strefach dla rozpatrywanych rozjazdów

	Strefa początkowa	Strefa środkowa	Strefa końcowa
1		$a(l) = 0,25567$ $l \in \langle 0; 119,984 \rangle$	
2	$a(l) = 0,38580247 + 0,0085734l$ $l \in \langle 0; 15,00 \rangle$	$a(l) = 0,51440329$ $l \in \langle 15,00; 108,734 \rangle$	$a(l) = 1,446622 - 0,00857339l$ $l \in \langle 108,734; 123,734 \rangle$
3	$a(l) = 0,25720165 + 0,008869l$ $l \in \langle 0; 29,00 \rangle$	$a(l) = 0,51440329$ $l \in \langle 29,00; 105,484 \rangle$	$a(l) = 1,44994324 - 0,008869l$ $l \in \langle 105,484; 134,484 \rangle$
4	$a(l) = 0,1286008 + 0,008972l$ $l \in \langle 0; 43,00 \rangle$	$a(l) = 0,51440329$ $l \in \langle 43,00; 109,234 \rangle$	$a(l) = 1,49446717 - 0,00897215l$ $l \in \langle 109,234; 152,234 \rangle$
5	$a(l) = 0,008869022l$ $l \in \langle 0; 58,00 \rangle$	$a(l) = 0,51440329$ $l \in \langle 58,00; 119,984 \rangle$	$a(l) = 1,578544061 - 0,00886902l$ $l \in \langle 119,984; 177,984 \rangle$
6	$a(l) = 0,385802 + 0,012860082l$ $-1,9052 \cdot 10^{-5} l^3$ $l \in \langle 0; 15,00 \rangle$	$a(l) = 0,51440329$ $l \in \langle 15,00; 107,797 \rangle$	$a(l) = -33,31296033 + 0,84899995l$ $-0,00701858l^2 + 1,9052 \cdot 10^{-5} l^3$ $l \in \langle 107,797; 122,797 \rangle$
7	$a(l) = 0,257202 + 0,013303533l$ $-5,2729 \cdot 10^{-6} l^3$ $l \in \langle 0; 29,00 \rangle$	$a(l) = 0,51440329$ $l \in \langle 29,00; 101,859 \rangle$	$a(l) = -9,817640935 + 0,25757725l$ $-0,00207002l^2 + 5,2729 \cdot 10^{-6} l^3$ $l \in \langle 101,859; 130,859 \rangle$
8	$a(l) = 0,12860082 + 0,013458226l$ $-2,42622 \cdot 10^{-6} l^3$ $l \in \langle 0; 43,00 \rangle$	$a(l) = 0,51440329$ $l \in \langle 43,00; 101,172 \rangle$	$a(l) = -5,20173599 + 0,13783265l$ $-0,00104938l^2 + 2,42622 \cdot 10^{-6} l^3$ $l \in \langle 101,172; 144,172 \rangle$
9	$a(l) = 0,13303533l$ $-1,31823 \cdot 10^{-6} l^3$ $l \in \langle 0; 58,00 \rangle$	$a(l) = 0,51440329$ $l \in \langle 58,00; 105,484 \rangle$	$a(l) = -3,584992901 + 0,09239319l$ $-0,00064653l^2 + 1,31823 \cdot 10^{-6} l^3$ $l \in \langle 105,484; 163,484 \rangle$
10	$a(l) = 0,385802 + 0,008768238l$ $-6,03873 \cdot 10^{-6} l^3$ $l \in \langle 0; 22,00 \rangle$	$a(l) = 0,51440329$ $l \in \langle 22,00; 102,109 \rangle$	$a(l) = -10,06995958 + 0,27027629l$ $-0,00224838l^2 + 6,03873 \cdot 10^{-6} l^3$ $l \in \langle 102,109; 124,109 \rangle$
11	$a(l) = 0,257202 + 0,00897215l$ $-1,61748 \cdot 10^{-6} l^3$ $l \in \langle 0; 43,00 \rangle$	$a(l) = 0,51440329$ $l \in \langle 43,00; 93,109 \rangle$	$a(l) = -2,60009332 + 0,08092239l$ $-0,00066046l^2 + 1,61748 \cdot 10^{-6} l^3$ $l \in \langle 93,109; 136,109 \rangle$
12	$a(l) = 0,12860082 + 0,008903134l$ $-7,02417 \cdot 10^{-7} l^3$ $l \in \langle 0; 65,00 \rangle$	$a(l) = 0,51440329$ $l \in \langle 65,00; 91,547 \rangle$	$a(l) = -1,172456697 + 0,04273918l$ $-0,00032988l^2 + 7,02417 \cdot 10^{-7} l^3$ $l \in \langle 91,547; 156,547 \rangle$
13	$a(l) = 0,0897215$ $-4,04369 \cdot 10^{-7} l^3$ $l \in \langle 0; 86,00 \rangle$	$a(l) = 0,51440329$ $l \in \langle 86,00; 98,484 \rangle$	$a(l) = -0,883733908 + 0,0323152l$ $-0,0002238l^2 + 4,04369 \cdot 10^{-7} l^3$ $l \in \langle 98,484; 184,484 \rangle$

waniem obowiązującej wartości dopuszczalnej przyrostu przyspieszenia. Na rysunku 6 przedstawiono wykres krzywizny na długości toru zwrotnego rozjazdu dla tego przypadku.

## Podsumowanie

W torze zwrotnym typowego rozjazdu kolejowego (zwykajnego) stosuje się pojedynczy łuk kołowy bez krzywyc

przejściowych. Wskutek tego występują miejsca gwałtownej, skokowej zmiany rzędnych wykresu krzywizny na początku i końcu rozjazdu. W ostatnim okresie w niektórych krajach, zwłaszcza



Tab. 3. Zestawienie obliczone wartości wskaźnika  $w_a$  oraz największej amplitudy  $\max \ddot{X}$

Przypadek	Rejon oddziaływań							
	$k_1$		$k_1 - k_2$		$k_2 - k_3$		$k_3$	
	$w_a$ [m2/s2]	$ \max \ddot{X} $ [m/s2]	$w_a$ [m2/s2]	$ \max \ddot{X} $ [m/s2]	$w_a$ [m2/s2]	$ \max \ddot{X} $ [m/s2]	$w_a$ [m2/s2]	$ \max \ddot{X} $ [m/s2]
1	216,9	174,4	0	0	0	0	216,9	174,4
2	659,9	531,8	4,44	3,12	4,37	3,38	660,8	526,4
3	440,3	355,4	4,02	3,23	3,9	2,9	439,5	351,6
4	178,9	220,6	3,27	4,21	3,13	4,06	174,5	219,1
5	4,22	3,23	4,21	3,23	4,25	3,29	4,28	3,29
6	660,7	533,02	0,46	0,26	0,17	0,16	653,6	522,35
7	440,8	356,64	0,15	0,06	0,22	0,04	434,6	346,84
8	221,2	180,19	0,18	0,04	0,56	0,48	199,2	157,50
9	6,38	4,85	0,08	0,03	0,08	0,03	7,67	5,86
10	659,9	531,9	0,02	0,05	0,16	0,09	647,5	523,7
11	440,3	355,5	0,07	0,03	0,07	0,03	436,7	349,4
12	220,7	178,9	0,06	0,02	0,09	0,04	214,77	171,1
13	4,28	3,27	0,05	0,008	0,05	0,008	5,08	3,93

na kolejach dużych prędkości, dąży się do wygładzenia wykresu krzywizny w tych rejonach, wprowadzając tzw. „odcinki klotoidy” po obu stronach łuku kołowego, na których krzywizna zmienia się w sposób liniowy.

W niniejszej pracy została przedstawiona analityczna metoda rozwiązania problemu, mająca charakter ogólny i pełny. Zostały wyznaczone odpowiednie równania zarówno dla przypadków występowania odcinków krzywizny liniowej, jak również dla zaproponowanych odcinków nieliniowych (w postaci wielomianowej). Podane zależności teoretyczne obejmują - odrębnie - obydwie podstawowe warianty rozkładu krzywizny (liniowy i nieliniowy) i mają charakter uniwersalny, m. in. pozwalają na przyjmowanie dowolnych wartości krzywizny na początku i na końcu układu geometrycznego.

Starannie dobrane przypadki geometryczne zostały poddane analizie porównawczej pod kątem określenia wpływu ich kształtu na wielkość występujących oddziaływań poprzecznych w układzie tor – pojazd szynowy, przy wykorzystaniu odpowiedniego modelu dynamicznego. Do oceny oddziaływań dynamicznych został przyjęty uproszczony model pojazdu szynowego o jednym stopniu swobody, składający się z masy, sprężyny

i tłumika oraz uwzględniający długość bazy sztywnej wagonu, który zdał egzamin we wcześniejszych pracach poświęconych analizie wpływu układu geometrycznego toru na wielkość oddziaływań.

W wyniku przeprowadzonej analizy dynamicznej wykazano, że najkorzystniejsze właściwości posiada tor zwrotny rozjazdu z nieliniowym przebiegiem krzywizny w strefie początkowej i strefie końcowej oraz zerowymi wartościami krzywizny w punktach skrajnych układu geometrycznego, przy odpowiednim wydłużeniu odcinków nieliniowej krzywizny w porównaniu do odcinków liniowych dla zachowania takiej samej wartości dopuszczalnej przyrostu przyspieszenia. Jednocześnie nasunęła się wątpliwość, czy ma swoje uzasadnienie występujące w praktyce wykonawczej stosowanie tzw. „odcinków klotoidy” z niezerowymi wartościami krzywizny w punktach początkowym i końcowym toru zwrotnego. ◀

## Materiały źródłowe

[1] Chudzikiewicz A., Drożdżiel J., Kisilowski J., Żochowski A. Modelowanie i analiza dynamiki układu mechanicznego tor – pojazd. Warszawa: PWN 1982.

- [2] Koc W.: Analiza dynamiczna wydłużania krzywych przejściowych przy odchyleniu stycznicy do łuku. Zesz. Nauk. Pol. Gdańskiej 1991, nr 459, seria Budownictwo Lądowe XLVI, s. 77-103.
- [3] Koc W. Analytical method of modelling the geometric system of communication route. Mathematical Problems in Engineering, 2014, Article ID 679817.
- [4] Koc W.: Krzywe przejściowe z nieliniowymi rampami przechyłkowymi w warunkach eksploatacyjnych PKP. Zesz. Nauk. Pol. Gdańskiej, 1990, nr 462, seria Budownictwo Lądowe XLVII, s. 3-129.
- [5] Koc W., Palikowska K. Dynamic analysis of the turnout diverging track for HSR with variable curvature sections. World Journal of Engineering and Technology, 2017, vol. 5, pp. 42-57.
- [6] Koc W., Palikowska K. Intelligent modelling of the railway track layouts using dynamic criteria. International Conference of Modelling and Management in Transportation, Poznań - Kraków 1999, vol.1, pp. 245-250.
- [7] Kufver B. Optimization of clothoid lengths – simulations of dynamic vehicle reactions on horizontal curves with track irregularities. Conference Papers of The Third International Conference RAILWAY ENGINEERING 2000, London, UK.
- [8] Marczewski R., Podemski J. Wagon kolejowe. Odsprężynowanie. Warszawa: WKŁ 1978.
- [9] Parsons Brinckerhoff for the California High-Speed Rail Authority. Technical Memorandum: Alignment design standards for high-speed train operation, 2009.
- [10] Ping W. Design of High-Speed Railway Turnouts. Theory and Applications. Elsevier Science & Technology, Oxford, United Kingdom, 2015.
- [11] Weizhu F. Major technical characteristics of High-Speed turnout in France. Journal of Railway Engineering Society, 2009, no. 9, pp. 18-35.
- [12] Zboński K. Numerical studies on railway vehicle response to transition curves with regard to their different shape. Archives of Civil Engineering, 1998, vol. XLIV, iss. 2, pp. 151-181.