

## BADANIA EKSPERYMENTALNE I SYMULACYJNE DYNAMIKI MODELOWEGO ODCINKA SIECI TRAKCYJNEJ

Andrzej WILK<sup>1</sup>, Mirosław MIZAN<sup>2</sup>, Paweł KACZMAREK<sup>3</sup>, Krzysztof KARWOWSKI<sup>4</sup>, Jacek SKIBICKI<sup>5</sup>

Politechnika Gdańska, Wydział Elektrotechniki i Automatyki

1. tel.: 58 3471087, e-mail: andrzej.wilk@pg.edu.pl
2. tel.: 58 3471502, e-mail: miroslaw.mizan@pg.edu.pl
3. tel.: 58 3472534, e-mail: pawel.kaczmarek@pkpenergetyka.pl
4. tel.: 58 3471158, e-mail: krzysztof.karwowski@pg.edu.pl
5. tel.: 58 3472971, e-mail: jacek.skibicki@pg.edu.pl

**Streszczenie:** W pracy przedstawiono główne założenia i strukturę opracowanego modelu matematycznego odcinka kolejowej górnej sieci trakcyjnej, opartego na metodzie energetycznej Lagrange'a. W celu wyznaczenia wybranych parametrów modelu, jak również dla oceny stopnia zgodności odwzorowania przez utworzony program symulacyjny stanów statycznych i dynamicznych sieci zbudowano laboratoryjny model odcinka sieci jezdnej z użyciem rzeczywistych jej elementów – przewody jezdne, lina nośna, wieszaki. Przeprowadzono szereg badań, w których rejestrowano drgania przewodów jezdnych i liny nośnej, przy zróżnicowanej sile naciągu oraz przy różnych sposobach wzbudzenia drgań. W oparciu o przeprowadzone analizy wyznaczono parametry modelu matematycznego i określono własności dynamiczne sieci jezdnej.

**Słowa kluczowe:** sieć trakcyjna, modelowanie matematyczne, parametryzacja modelu, analiza harmoniczna drgań.

### 1. WSTĘP

Głównymi czynnikami wpływającymi na ciągłość zasilania pojazdów w zelektryfikowanym transporcie szynowym są stan techniczny sieci trakcyjnej i jej właściwa współpraca z odbierakami prądu eksploatowanych pojazdów. Dla oceny jakości tej współpracy tworzy się komputerowe programy symulacyjne w oparciu o różne metody modelowania sieci i odbieraków – syntetyczny przegląd i porównanie stosowanych modeli zawarto m.in. w pracach [1, 2]. Aktualnie dominującą pozycję zajmują rozwiązania, w których przewód jezdny i lina nośna są modelowane jako zespół naprężonych belek Eulera-Bernoulliego o ciągłym rozkładzie masy z wykorzystaniem metody elementów skończonych, wieszaki reprezentowane są przez nieliniowe elementy sprężysto-tłumiące, zaś dla odbieraka stosuje się model dyskretny o kilku – najczęściej trzech – skupionych masach zastępczych połączonych elementami sprężysto-tłumiącymi [3-6]. Z reguły modele te są dedykowane wyznaczeniu przebiegu siły stykowej [3, 4], przy czym przeprowadzane symulacje mogą służyć także analizie bardziej złożonych zjawisk, jak np. wyznaczaniu interakcji z siecią kilku pantografów w pojeździe przy dużych prędkościach jazdy [5] lub wspomaganie działania układu sterującego pneumatycznym siłownikiem napędu odbieraka w systemie tzw. aktywnego pantografu [6]. Należy jednak podkreślić, że praktycznie wszystkie opisywane w literaturze modele zawierają szereg różnych

założeń upraszczających, co powoduje, że uzyskiwane wyniki symulacji podlegają ograniczeniom, np. w pracach [3-6] mimo zaawansowanych modeli numerycznych nie uwzględnia się przemieszczeń poprzecznych przewodów jezdnych, uznając je za mało znaczące w stosunku do przemieszczeń pionowych. Warto zauważyć, że powstające często w trakcie eksploatacji nierównomierności lub wyżłobienia powierzchni nakładek ślizgowych odbieraków prądu mogą powodować takie przemieszczenia – ich analiza oparta o model sieci uwzględniający drgania przewodów w płaszczyźnie poziomej może ułatwić rozpoznanie tego typu niewłaściwych stanów technicznych odbieraka.

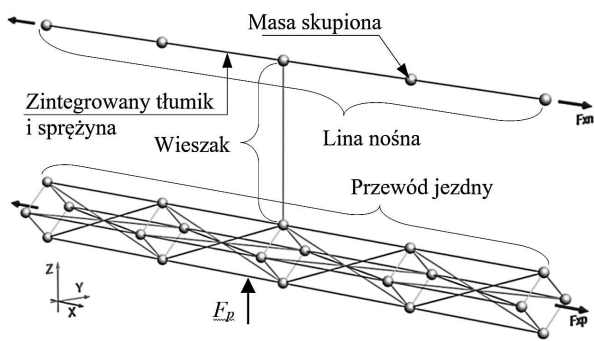
W pracy przedstawiono założenia i wybrane problemy konstrukcji autorskiego modelu matematycznego odcinka górnej sieci trakcyjnej, szczególnie dedykowanego analizie jej stanów dynamicznych. Modelowanie oparto na metodzie energetycznej Lagrange'a. Modele elementów sieci trakcyjnej składają się z szeregu skupionych zastępczych elementów zachowawczych i dyssypatywnych. Parametry bezwładnościowych elementów zachowawczych zostały wyznaczone na drodze teoretycznej. Dla wyznaczenia pozostałych parametrów modelu, jak również dla oceny stopnia zgodności odwzorowania przez opracowany program symulacyjny różnych stanów statycznych i dynamicznych sieci, zbudowano w laboratorium model fizyczny odcinka sieci jezdnej z użyciem rzeczywistych jej elementów – przewodów jezdnych, liny nośnej, wieszaków. Przeprowadzono szereg badań, w których rejestrowano drgania przewodów jezdnych i liny nośnej w różnych konfiguracjach geometrycznych zawieszenia tych elementów, przy zróżnicowanej sile naciągu oraz przy różnych sposobach wzbudzenia drgań. W oparciu o te analizy wyznaczono parametry modelu.

### 2. MODEL MATEMATYCZNY ODCINKA SIECI

Do badań symulacyjnych przyjęto model o parametrach dyskretnych zbudowany ze skupionych elementów bezwładnościowych, sprężystych i dyssypatywnych rozmieszczonych odpowiednio w przestrzeni 3D. Istnieje szereg szczegółowych rozwiązań modelu dyskretnego sieci w zależności od liczby węzłów i ich połączeń uwzględniających sprzężenia mechaniczne w systemie

górnej sieci trakcyjnej. Podział sieci na elementy dyskretne dotyczy takich obiektów jak: przewód jezdny, wieszaki i lina nośna (rys. 1). Inne elementy konstrukcyjne sieci, jak układ podwieszenia, układ naprężający itp. mogą być traktowane jak dodatkowe układy dyskretne lub odpowiednio zdefiniowane za pomocą warunków brzegowych.

W modelu tym lina nośna (jako struna) rozciągnięta w stanie stacjonarnym siłą  $F_{xn}$  jest zbiorem skupionych mas połączonych za pośrednictwem zastępczych sprężyn i tłumików. Przewód jezdny rozciągnięty w stanie stacjonarnym siłą  $F_{xp}$  jest ciągiem 8 węzłowych elementów o strukturze połączeń opisanej w [7]. Pomiędzy liną nośną a przewodem zasilającym istnieje sprzężenie za pomocą wieszaków o nieliniowej reakcji, zależnej od kierunku siły. Rozkład mas skupionych w linii i przewodzie zależy od wymagań, jakie są stawiane względem dokładności modelu.



Rys. 1. Fragment modelu dyskretnego górnej sieci trakcyjnej

W każdym węzle  $k$  można sformułować równanie równowagi sił. Jeżeli założyć, że węzeł  $k$  ma połączenia za pomocą sprężyn i tłumików z  $N$  węzłami o indeksach  $k+1, k+2, \dots, k+N$ , to szczegółowa postać równania sił odpowiednio dla składowej  $x, y$  i  $z$  jest następująca:

$$\begin{aligned}
 m_k \ddot{x}_k &= F_{x_k}(t) - \sum_{n=1}^N \frac{x_k - x_{k+n}}{K_{k,k+n}} \left( 1 - \frac{R_p(k, k+n)}{R_k(k, k+n)} \right) - \sum_{n=1}^N D_{k,k+n} (\dot{x}_k - \dot{x}_{k+n}) \\
 m_k \ddot{y}_k &= F_{y_k}(t) - \sum_{n=1}^N \frac{y_k - y_{k+n}}{K_{k,k+n}} \left( 1 - \frac{R_p(k, k+n)}{R_k(k, k+n)} \right) - \sum_{n=1}^N D_{k,k+n} (\dot{y}_k - \dot{y}_{k+n}) \\
 m_k \ddot{z}_k &= F_{z_k}(t) - \sum_{n=1}^N \frac{z_k - z_{k+n}}{K_{k,k+n}} \left( 1 - \frac{R_p(k, k+n)}{R_k(k, k+n)} \right) - \sum_{n=1}^N D_{k,k+n} (\dot{z}_k - \dot{z}_{k+n})
 \end{aligned} \quad (1)$$

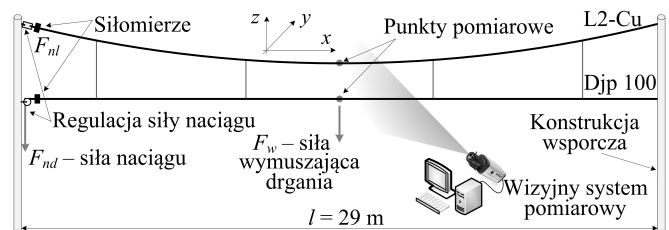
gdzie:  $m_k$  – masa,  $\ddot{x}_k, \ddot{y}_k, \ddot{z}_k$  – przyspieszenia,  $\dot{x}_k, \dot{y}_k, \dot{z}_k$  – prędkości,  $x_k, y_k, z_k$  – przemieszczenia – odpowiednio dla  $k$ -tego węzła,  $F_{x_k}(t), F_{y_k}(t), F_{z_k}(t)$  – składowe siły zewnętrznych działających na  $k$ -ty węzeł,  $K_{k, k+n}$  – podatność sprężyny pomiędzy węzłem  $k$  i  $k+n$ ,  $D_{k, k+n}$  – współczynnik tłumienia wiskotycznego pomiędzy węzłem  $k$  i  $k+n$ ,  $R_p(k, k+n)$  – długość sprężyny w stanie bez naprężenia pomiędzy węzłem  $k$  i  $k+n$ ,  $R_k(k, k+n)$  – długość sprężyny w stanie dynamicznym lub ustalonym pomiędzy węzłem  $k$  i  $k+n$ , gdy na układ działają wymuszenia zewnętrzne.

Wyrażenia po lewej stronie równania (1) są siłami dynamicznymi wynikającymi z bezwładności elementów sieci. Pierwsze wyrażenia po prawej stronie równania (1) są siłami zewnętrznymi działającymi na węzeł (siły grawitacji lub siły z jakimi odbierak działa na przewód). Drugie wyrażenia w (1), to siły oddziaływania sprężyn połączonych w węzle  $k$ . Trzecie wyrażenia (1), to siły oddziaływania tłumików wiskotycznych połączonych w węzle  $k$ .

Zastosowany sposób modelowania przewodu jezdnego ułatwia – w stosunku do modeli powszechnie opisywanych w literaturze – dołączenie dodatkowych elementów dyskretnych np. izolatora sekcyjnego, uwzględnienie lokalnych anomalii np. miejscowego zużycia przewodu lub jego obrotu względem osi, co ma szczególne znaczenie w aspekcie wykorzystania modelu w diagnostyce technicznej.

### 3. BADANIA LABORATORYJNE PARAMETRÓW MECHANICZNYCH ODCINKA SIECI JEZDNEJ

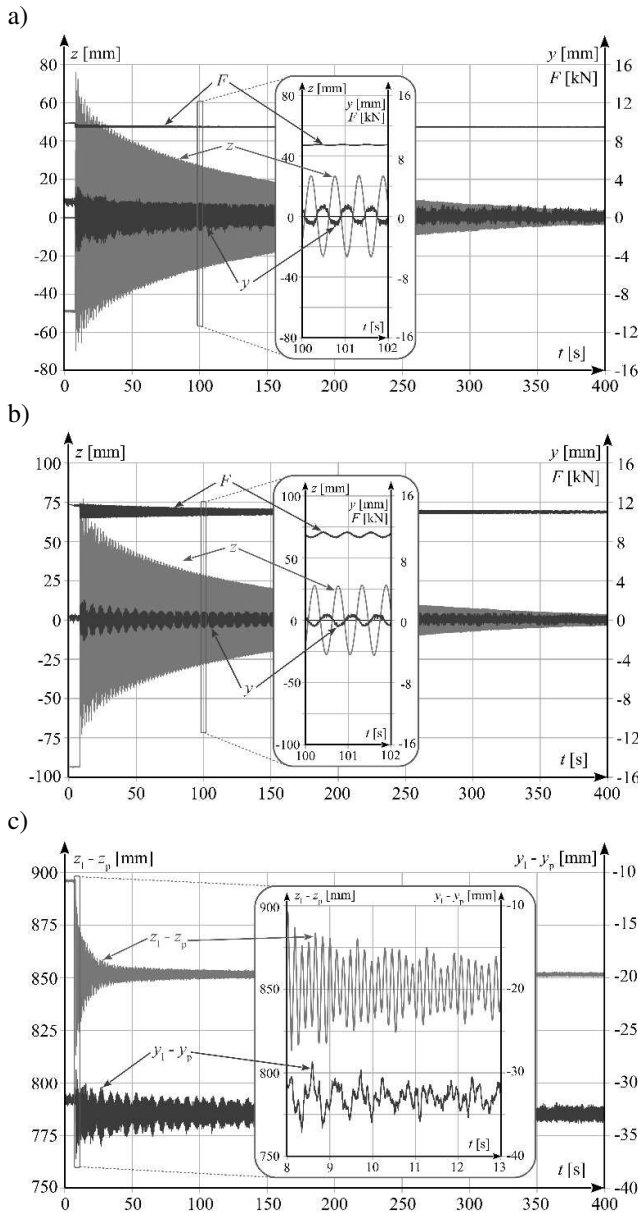
W celu wyznaczenia parametrów mechanicznych poszczególnych podzespołów modelowego odcinka sieci trakcyjnej – drutu jezdnego, liny nośnej, jak i kompletnej struktury przy możliwej zmianie konfiguracji geometrycznej oraz naciągów mechanicznych zbudowano stanowisko laboratoryjne, którego szkic przedstawiono na rysunku 2. Stanowisko składa się z jednego krótkiego przęsła podwieszenia sieci o długości 29 m, zbudowanego z typowych elementów stosowanych na sieciach PKP.



Rys. 2. Schemat stanowiska pomiarowego

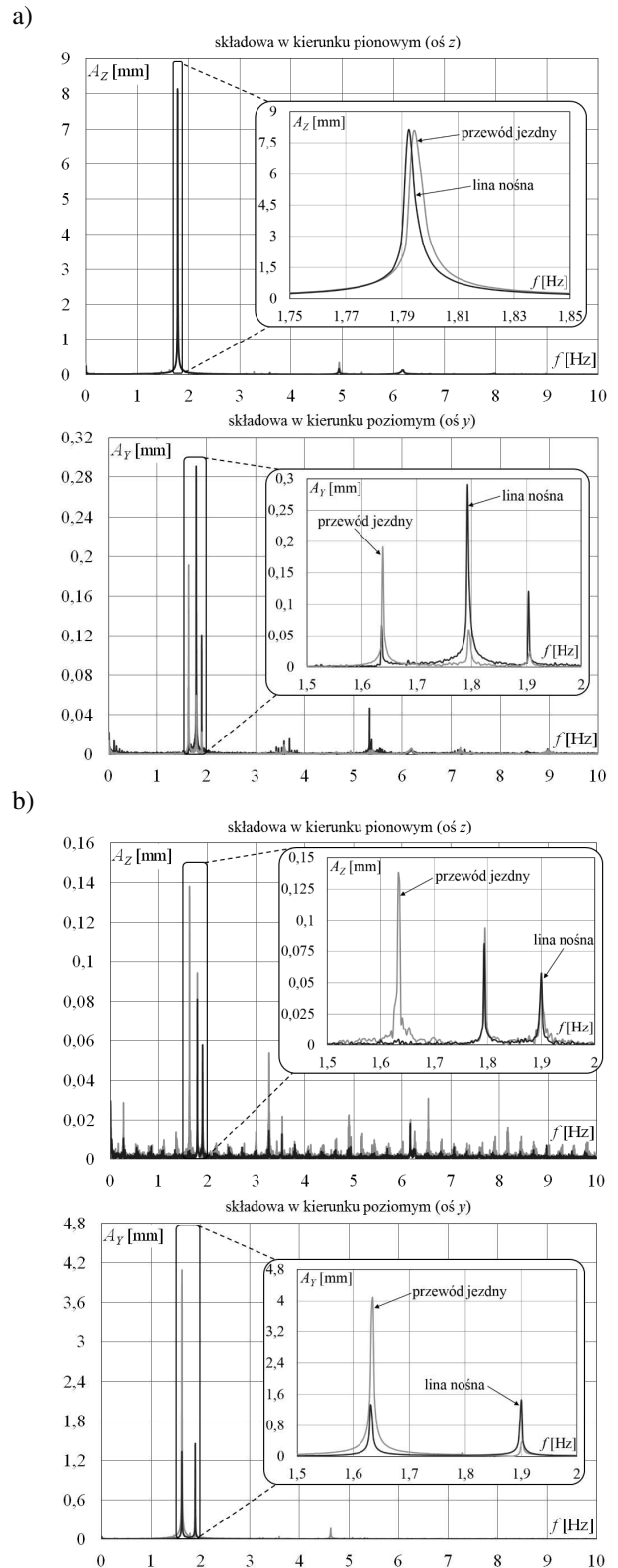
Przeprowadzone badania są kontynuacją prac, których wyniki prezentowane były w [7], dokonano jednak istotnych zmian w modelu laboratoryjnym sieci. Dodano linę nośną i wieszaki – dzięki temu możliwa jest walidacja modelu matematycznego sieci, zawierającego te elementy, w szczególności sprawdzenie czy prawidłowo odwzorowuje on ich wzajemne oddziaływania dynamiczne. Zmieniono sposób zamocowania przewodu do konstrukcji wsporczych tak, aby uzyskać bardziej zbliżone warunki kinematyczne w stosunku do sieci rzeczywistej – w modelu matematycznym wymaga to modyfikacji warunków brzegowych; ponadto znacznie zwiększono długość przęsła.

Pomiary drgań sieci w wybranych punktach pomiarowych wykonywano przy wykorzystaniu wizyjnej techniki pomiarowej na podstawie utworzonego algorytmu przetwarzania zarejestrowanego obrazu [8]; do weryfikacji pomiarów korzystano też z dalmierzy laserowych. Sieć pobudzano do drgań poprzez skokowe odciążanie zawieszono ciężaru  $F_w$ . Rejestrowano także przebiegi sił naciągu liny nośnej  $F_{nl}$  i drutu jezdnego  $F_{nd}$  za pomocą czujników tensometrycznych. Na rysunku 3 przedstawiono przykładowe wyniki zarejestrowanych drgań, jakie uzyskano dla kompletnego przęsła sieci jednoprzewodowej przy skokowym wymuszeniu odciążającym w osi  $z$  o wartości  $F_w \approx 200$  N przyłożonym do przewodu jezdnego. W oparciu o obserwację przebiegów drgań przewodu jezdnego i liny nośnej można stwierdzić, że częstotliwość drgań obu elementów jest zbliżona do około 2 Hz oraz, że drgają one praktycznie w sposób zsynchronizowany. Wykres przemieszczeń liny względem przewodu (rys. 3c) wskazuje jednak na pewną różnicę częstotliwości drgań.



Rys. 3. Przebiegi przemieszczenia w punkcie pomiarowym dla sieci jednoprzewodowej w osi poziomej  $y$  i pionowej  $z$ : a) liny nośnej; b) przewodu jezdnego; c) liny względem przewodu jezdnego

Amplitudowe charakterystyki widmowe przemieszczeń przewodu jezdnego i liny nośnej w osi pionowej, uzyskane z wykorzystaniem dyskretnej transformaty Fouriera DFT, które przedstawiono na rysunku 4a, wskazują, że drgania pionowe obydwu elementów mają częstotliwość 1,79 Hz i sinusoidalny charakter. Z widma drgań w osi poziomej wynika, że przewód jezdny ma nieco niższą częstotliwość drgań w tym kierunku 1,63 Hz, co jest efektem specyficznego kształtu jego przekroju poprzecznego i potwierdza wyniki uzyskane w poprzednich badaniach [7]. Oscylacje liny nośnej mają charakter drgań wymuszonych, gdzie siła wymuszenia pochodzi od pionowych drgań przewodu jezdnego i jest przenoszona poprzez wieszaki, ale widoczna jest także składowa swobodna o częstotliwości 1,9 Hz, wynikająca z drgań własnych liny, co skutkuje zniekształceniami przebiegu. Przemieszczenia obydwu elementów sieci mają charakter drgań sprzężonych, co szczególnie widać w widmach drgań uzyskanych po pobudzeniu przewodu jezdnego siłą w kierunku poziomym (rys. 4b). Ich analiza wskazuje, że częstotliwość drgań własnych liny nośnej 1,9 Hz jest niezależna od ich kierunku.

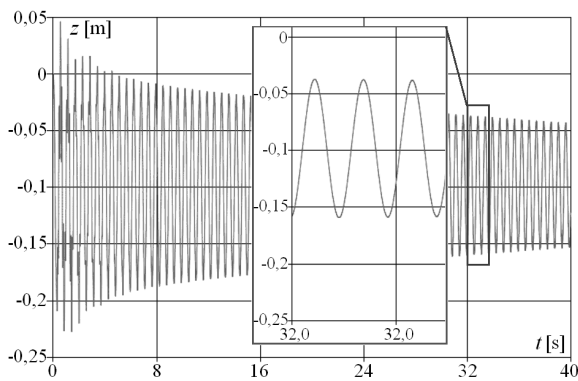


Rys. 4. Widma amplitudowe składowych drgań w osi pionowej  $z$  i poziomej  $y$  dla przewodu jezdnego i liny nośnej przy sile pobudzenia przyłożonej w kierunku: a) pionowym; b) poziomym

#### 4. BADANIA SYMULACYJNE SIECI TRAKCYJNEJ

Wartości parametrów modelu są specyficzne dla przyjętej metody modelowania matematycznego i z tego względu zazwyczaj nieznane. Najlepsze uwarunkowanie do wyznaczania tych parametrów to badania eksperymentalne pojedynczych elementów sieci trakcyjnej. Przedstawione poniżej wyniki badań symulacyjnych dotyczą jedynie pojedynczego przewodu jezdnego rozciągniętego na

długości przęsła podwieszenia. Na rys. 5 pokazano wyniki symulacji przemieszczenia składowej z przewodu jezdnego w punkcie pomiarowym położonym w połowie jego długości.



Rys. 5. Wyniki symulacji przebiegu drgań przewodu jezdnego

Warunki brzegowe symulacji to połączenie typu sferycznego końców przewodu – zero stopni swobody w ruchu postępowym, 3 stopnie swobody w ruchu obrotowym. Warunki początkowe symulacji, to naprężony siłą 10 kN idealnie prostoliniowy przewód o zerowym przemieszczeniu i zerowej prędkości węzłów. W chwili początkowej przewód jest poddany skokowej sile grawitacji w kierunku osi z. Na podstawie porównania wyników symulacji z wynikami pomiaru stwierdzono, że częstotliwość drgań podstawowej harmonicznej  $f_p=1,73$  Hz występuje przy podatności  $K_p=2,5E-7$  m/N. Ustalono ponadto, że przy wartości kinetycznego współczynnika tłumienia  $D_p=2,0$  Ns/m występuje taka sama dynamika tłumienia drgań pomiędzy wynikami symulacji i eksperymentu. Zagadnienie doboru parametrów tarcia wiskotycznego i suchego jest jednak bardziej złożone, gdyż wyniki eksperymentów wskazują, że są one nieliniowe. Zagadnienie to jest obecnie szczegółowo analizowane – wyniki będą publikowane w dalszych pracach. Obliczenia symulacyjne wykonano w opracowanym programie komputerowym napisanym w środowisku Microsoft Visual Studio w języku C#.

## 5. PODSUMOWANIE

W pracy przedstawiono wyniki badań laboratoryjnych drgań przewodów jezdnych sieci, które umożliwiają dobór

parametrów i weryfikację tworzono autorskiego modelu sieci trakcyjnej, opartego na metodzie energetycznej Lagrange'a. Przeprowadzone symulacje wskazują, że tworzony model sieci dobrze odwzorowuje jej stany dynamiczne, w szczególności częstotliwości drgań swobodnych. Kontynuowane są prace nad poszerzeniem oprogramowania o modele kolejnych elementów infrastruktury sieciowej. Celem jest opracowanie programu, który mógłby być wykorzystany w procedurach certyfikacyjnych, oraz pomocniczo w systemach monitoringu i diagnostyki i w procesie projektowania sieci trakcyjnych, zwłaszcza dla kolei dużych prędkości.

## 6. BIBLIOGRAFIA

1. Kia S., Bartolini F., Mpanda-Mabwe A., Ceschi R.: Pantograph-catenary interaction model comparison. IECON 2010 - 36th Annual Conference on IEEE Industrial Electronics Society, Glendale AZ, 2010.
2. Kumaniecka A.: Metody analizy drgań układów dyskretno-ciągłych i ich zastosowanie do problemów transportu szynowego. Monografia 352, seria Mechanika, Pol. Krak. 2007.
3. Cho Y.H.: Numerical simulation of the dynamic responses of railway overhead contact lines to a moving pantograph, considering a nonlinear dropper. Journal of Sound and Vibration, no. 315, 2008, s. 433-454.
4. Rauter F.G., Pombo J., Ambrósio J., Chalansonnet J., Bobillot A., Pereira M.S.: Contact model for the pantograph-catenary interaction. Journal of System Design and Dynamics, vol. 1, no. 3, 2007, s. 447-457.
5. Pombo J., Ambrósio J.: Environmental and track perturbations on multiple pantograph interaction with catenaries in high-speed trains. Computers and Structures, no. 124, 2013, s. 88-101.
6. Massat J.-P., Laurent C., Bianchi J.-P., Balmès E.: Pantograph catenary dynamic optimization based on advanced multibody and finite element co-simulation tools. Vehicle System Dynamics, vol. 52, Supplement, 2014, s.338-354.
7. Wilk A., Mizan M., Karwowski K., Kaczmarek P.: Analiza drgań przewodów jezdnych sieci trakcyjnej w aspekcie oceny jej stanu technicznego. Zesz. Nauk. Wydz. Elektrotechniki i Automatyki PG nr 51 (2016), s. 209-212.
8. Skibicki J.: Metody pomiaru drgań górnej sieci jezdnej. Przegląd Elektrotechniczny. Nr 7/2016, s. 146-150.

## EXPERIMENTAL TESTING AND SIMULATION OF LABORATORY-MODEL DYNAMICS OF TRACTION NETWORK SECTION

The paper presents the main assumptions and structure of the developed mathematical model of the traction overhead contact line, based on the Lagrange energy method. In order to determine the selected model parameters as well as to assess the accuracy of the created simulation program in modelling the network's static and dynamic states, a laboratory physical model of the traction network's one section of suspension was constructed using the real elements – messenger wire, contact wire and droppers. A number of studies have been carried out in which vibrations of the contact and messenger wires are recorded, at different tension forces, at different place, direction and force of excitation, at different point of measurement. Measurements were made using a fast camera and laser displacement meters. Using discrete Fourier transformation, the coupled character of vibrations of the messenger wire and contact wire was confirmed and the frequency of oscillation was determined. The comparison of results obtained by experiments and by a series of simulations allowed for accurate parameter selecting of the mathematical model. The created model is prospectively dedicated to the certification tests of newly constructed and rebuilt sections of the overhead catenary, and to support the diagnostic and monitoring overhead contact line.

**Keywords:** traction network, mathematical modeling, model parameterization, harmonic analysis.