

## ANALITYCZNE PODEJŚCIE DO PROBLEMATYKI ŁUKOWANIA ROZJAZDÓW KOLEJOWYCH<sup>1</sup>

Władysław KOC

Politechnika Gdańska, Wydział Inżynierii Lądowej i Środowiska

W pracy nawiązano do książki Władysława Rzepki pt. „Rozjazdy łukowe w planie i profilu”, będącej od ponad 60 lat w naszym kraju podstawowym opracowaniem traktującym o problematyce rozjazdów łukowych. Wskazano, że zawarta tam teoria została dostosowana do ówczesnych możliwości obliczeniowych. Jak się wydaje, podstawową wadę przedstawionych rozwiązań stanowi niejednoznaczność przyjęcia układu odniesienia. W niniejszej pracy przedstawiono analityczne podejście do zagadnienia, a przyjęty układ współrzędnych powiązано z położeniem początkowym łukowanego rozjazdu. Rozpatrzono trzy możliwe warianty łukowania rozjazdu, wyznaczając odpowiednie uniwersalne zależności matematyczne. Opisują one współrzędne końców toru zasadniczego i toru zwrotnego, wartość promienia łuku kołowego w torze zwrotnym oraz równania obydwu torów. Zastosowany zapis analityczny stwarza również znacznie większe możliwości aplikacyjne w konkretnych zastosowaniach.

Słowa kluczowe: rozjazdy kolejowe, łukowanie rozjazdów, zapis analityczny.

### 1. WPROWADZENIE

W Polsce od ponad 60 lat podstawowym, powszechnie uznanym opracowaniem traktującym o problematyce rozjazdów łukowych jest książka Władysława Rzepki pt. „Rozjazdy łukowe w planie i profilu” [9]. Jest to w istocie dzieło wyjątkowe, podejmujące poruszany problem w sposób kompleksowy, z analizą bardzo dużej liczby występujących przypadków. Każda sytuacja posiada swój schemat geometryczny, który stanowi podstawę do wyznaczania odpowiedniego zapisu symbolicznego. Na szczególne uznanie zasługuje to, że W. Rzepka, będąc inżynierem zatrudnionym w Ministerstwie Komunikacji, podjął trud napisania książki o złożonej tematyce, która przez kilkadziesiąt lat spełniała przypisaną jej rolę.

Należy zauważyć, że pojawiające się w naszym kraju w następnych latach prace, które zawierały elementy poruszanego zagadnienia, nie wносиły już w zasadzie nic nowego, lecz traktowały pozycję [9] jako wzorcową i tylko się na nią powoływały. Odnosi się to zarówno do ostatniego wydania książki [6], jak również – przykładowo – pracy [11] z 2015 roku. Nie oznacza to oczywiście, że w innych

---

<sup>1</sup> DOI 10.21008/j.1897-4007.2017.25.13

krajach problematyka łukowania rozjazdów jest zaniedbywana. O jej aktualności świadczyć może chociażby opracowany w 2016 roku odpowiedni program komputerowy [5].

Omawiana książka [9] porusza między innymi następujące zagadnienia:

- metodykę łukowania rozjazdu,
- połączenie toru prostego z torem w łuku za pomocą rozjazdu łukowego,
- połączenia torów łukowych rozjazdami łukowymi,
- połączenie rozjazdów łukowych z łukowymi skrzyżowaniami torów i krzyżowymi rozjazdami łukowymi,
- podwójne połączenia torów łukowych,
- rozjazdy łukowe z krzyżownicami prostymi,
- rozjazdy łukowe na krzywych przejściowych,
- rozjazdy łukowe układane w torach z przechyłką.

Obszerność opracowania, w którym poddano analizie wiele różnorodnych przypadków, skłania do postawienia pytania, w jakim zakresie jego autor wykorzystał własne przemyślenia, a w jakim skorzystał z rozwiązań innych autorów. Po upływie tylu lat nie otrzyma się już na nie odpowiedzi, jednak – jak należy sądzić na podstawie załączonych tam pozycji bibliograficznych – został tutaj przedstawiony aktualny ówczesny stan wiedzy, będący w dużej mierze wytworem osiągnięć z lat 30. i 40. XX wieku. Autor podaje pewne konkretne niemieckojęzyczne prace [1, 2, 3, 4, 7, 10] i jednocześnie wskazuje na nieokreślone artykuły w *Bahningenieur*, *Eisenbahnbau*, *Eisenbahn* i *Organ für die Fortschritte des Eisenbahnwesens*.

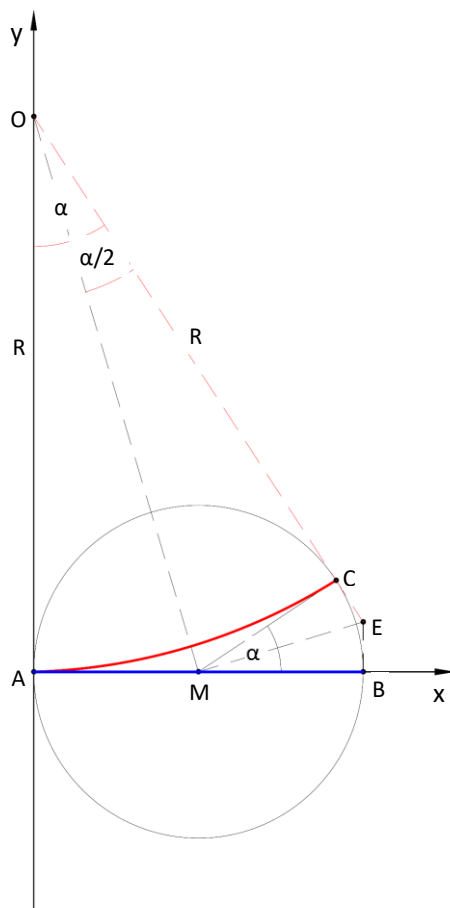
W tym wszystkim wyłania się jedna, charakterystyczna prawidłowość. Odpowiednie zależności teoretyczne są wyznaczane na podstawie schematów geometrycznych, przy wykorzystaniu ich podstawowych właściwości (okręgi, trójkąty prostokątne, podobieństwa trójkątów). W uzyskanych wzorach unika się jednak stosowania funkcji trygonometrycznych. W związku z tym nasuwa się nieodparty wniosek, że cała opracowana teoria została dostosowana do ówczesnych możliwości obliczeniowych, kiedy to podstawowe operacje wykonywało się za pomocą arytmetru mechanicznego lub na suwaku logarytmicznym.

Konieczność znajdowania możliwie jak najprostszych zależności teoretycznych zaburzała jednak przejrzystość przeprowadzania całego toku postępowania. Czytając książkę odnosi się wrażenie, że jest ona niepotrzebnie komplikowana i wszystko można było zrobić znacznie prościej. Składa się to na powszechnie panującą opinię, że książka W. Rzepki – aczkolwiek bardzo wartościowa – jest mało przystępna dla czytelnika i może niektórych wręcz zniechęcać. Być może to właśnie powodowało, że problematyka łukowania rozjazdów przez ostatnich kilkadziesiąt lat nie stanowiła przedmiotu zainteresowania w badaniach naukowych, mimo że w zakresie możliwości obliczeniowych nastąpił w tym okresie ogromny postęp.



## 2. ANALITYCZNE PODEJŚCIE DO ZAGADNIENIA

Jak się wydaje, podstawową wadę rozwiązań przedstawionych w opracowaniu [9] stanowi niejednoznaczność przyjęcia układu odniesienia. Układy współrzędnych są najczęściej powiązane ze środkiem odpowiedniego łuku kołowego, którego położenie w procesie obliczeniowym może ulegać zmianie wraz ze zmianą wartości parametrów geometrycznych. W związku z tym położenie określonego punktu nie wynika z zależności funkcyjnej  $y(x)$ , lecz jest wyznaczane indywidualnie i potem ewentualnie korygowane. Nie operuje się również równaniami łuku kołowego; do jego tyczenia wyznacza się jedynie współrzędne punktów: początkowego i końcowego i między nimi – metodami geodezyjnymi – wytycza łuk o zadanym promieniu.



Rys. 1. Schemat rozjazdu zwyczajnego przed rozpoczęciem jego łukowania

Przy analitycznym podejściu do zagadnienia kwestię podstawową stanowi przyjęcie odpowiedniego, ustalonego układu współrzędnych. Można to zrobić w bardzo prosty sposób. Jedynym punktem, który podczas łukowania rozjazdu (zwyčajnego) nie zmienia swojego położenia, jest początek łukowanego rozjazdu. On właśnie stanowić musi początek przyjętego układu współrzędnych. Osie układu współrzędnych będą określone przez położenie początkowe łukowanego rozjazdu (rys. 1).

W rozjeździe o skosie  $1:n$  i promieniu  $R$  łuku kołowego w torze zwrotnym kąt rozjazdu wynosi:

$$\alpha = \operatorname{atan} \frac{1}{n}, \quad (1)$$

a wartość stycznej rozjazdu:

$$t = \overline{AM} = \overline{MB} = \overline{MC} = R \tan \frac{\alpha}{2}. \quad (2)$$

Współrzędne końca toru zwrotnego, który jest zlokalizowany na kole prowadzącym rozjazdu, są następujące:

$$x_K = t(1 + \cos \alpha), \quad y_K = t \sin \alpha,$$

a równanie toru zwrotnego:

$$y = R - \sqrt{R^2 - x^2}, \quad x \in \langle 0, x_K \rangle. \quad (3)$$

Podczas łukowania wartości  $\alpha$ ,  $t$  i  $\overline{BC}$  pozostają takie same jak w rozjeździe podstawowym. Zatem trójkąt skosu rozjazdu  $MBC$  pozostaje niezmienny (podobnie jak punkt  $A$ ), lecz zmienia się jego położenie (zostaje obrócony wokół punktu  $M$ ). Końce toru zasadniczego i toru zwrotnego muszą się znajdować na kole prowadzącym rozjazdu, którego środek pokrywa się ze środkiem łukowanego rozjazdu podstawowego (tj. w punkcie  $M$  – rys. 1).

### 3. WARIANTY ŁUKOWANIA ROZJAZDU

Ogólnie rzecz biorąc należy rozpatrzeć trzy warianty łukowania rozjazdu:

- łukowanie jednostronne, w którym łuk toru zasadniczego o promieniu  $R_1$  jest zgodny z łukiem toru zwrotnego w rozjeździe podstawowym o promieniu  $R$  (wariant I – rys. 2),
- łukowanie dwustronne, w którym łuk toru zasadniczego jest skierowany przeciwnie względem łuku toru zwrotnego w rozjeździe podstawowym, przy czym występuje warunek  $R_1 > R$  (wariant II – rys. 4),
- łukowanie jednostronne, w którym łuk toru zasadniczego jest skierowany przeciwnie względem łuku toru zwrotnego w rozjeździe podstawowym, przy czym występuje warunek  $R_1 < R$  (wariant III – rys. 6).

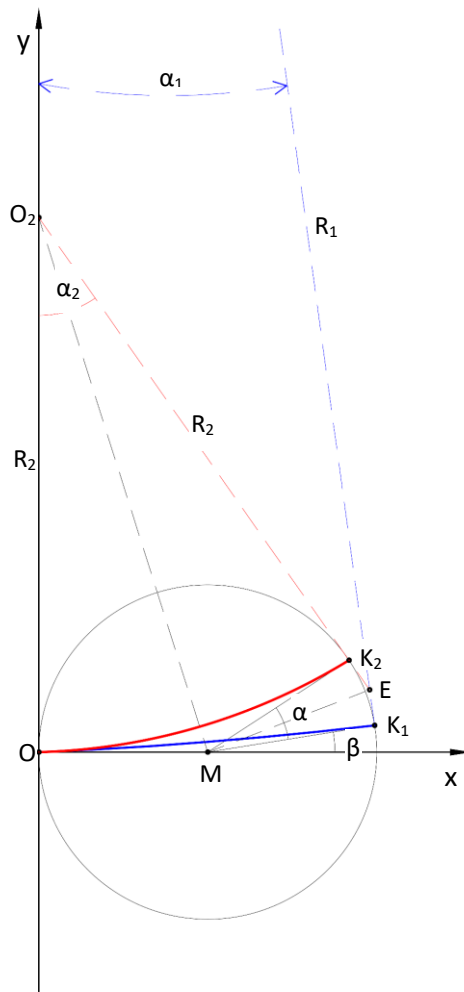
W każdym wariantcie łukowania rozjazdu przyjęto następujący tok postępowania:

- wyznaczenie współrzędnych końca toru zasadniczego (punktu  $K_1$ ),



- wyznaczenie współrzędnych końca toru zwrotnego (punktu  $K_2$ ),
- wyznaczenie promienia łuku  $R_2$  toru zwrotnego rozjazdu,
- wyznaczenie równań obydwu torów.

### 3.1. Łukowanie rozjazdu – Wariant I



Rys. 2. Schemat łukowania rozjazdu zwyczajnego w wariantcie I

W wariantcie I łukowania rozjazdu łuk toru zasadniczego jest zgodny z łukiem toru zwrotnego w rozjeździe podstawowym (rys. 2). Kąt środkowy łuku toru zasadniczego wynika z zależności:

$$t = R_1 \tan \frac{\alpha_1}{2}.$$

Wynika stąd, że:

$$\alpha_1 = 2 \operatorname{atan} \frac{t}{R_1}, \quad (4)$$

przy czym wartość  $t$  wynika z zależności (2).

Punkt  $K_1$  leży na prostej o równaniu:

$$y = R_1 - \cot \alpha_1 x,$$

w odległości  $R_1$  od środka łuku  $O_1(0, R_1)$ . Otrzymuje się układ równań:

$$\begin{cases} y_{K1} = R_1 - \cot \alpha_1 x_{K1} \\ (x_{K1} - x_{O1})^2 + (y_{K1} - y_{O1})^2 = R_1^2 \end{cases} \quad (5)$$

Z układu równań (5) wyznacza się współrzędne punktu  $K_1$ :

$$x_{K1} = \frac{R_1}{\sqrt{1 + (\cot \alpha_1)^2}}, \quad (6)$$

$$y_{K1} = \left[ 1 - \frac{\cot \alpha_1}{\sqrt{1 + (\cot \alpha_1)^2}} \right] R_1. \quad (7)$$

Przy określaniu współrzędnych punktu  $K_2$  uwzględnia się, że kąt  $\beta = \alpha_1$  (rys. 2). Punkt  $K_2$  leży na prostej o równaniu:

$$y = \tan(\alpha + \beta) (x - t),$$

w odległości  $t$  od punktu  $M(t, 0)$ . Otrzymuje się układ równań:

$$\begin{cases} y_{K2} = \tan(\alpha + \beta) (x_{K2} - t) \\ (x_{K2} - x_M)^2 + (y_{K2} - y_M)^2 = t^2 \end{cases} \quad (8)$$

z którego są wyznaczane współrzędne punktu  $K_2$ :

$$x_{K2} = t + \frac{t}{\sqrt{1 + [\tan(\alpha + \beta)]^2}}, \quad (9)$$

$$y_{K2} = \frac{\tan(\alpha + \beta)}{\sqrt{1 + [\tan(\alpha + \beta)]^2}} t. \quad (10)$$

Do wyznaczenia promienia łuku  $R_2$  toru zwrotnego rozjazdu wykorzystuje się fakt, że punkt  $K_2$  (którego współrzędne są już znane) leży w odległości  $R_2$  od środka łuku  $O_2(0, R_2)$ . Otrzymuje się równanie:

$$(x_{K2} - x_{O2})^2 + (y_{K2} - y_{O2})^2 = R_2^2,$$

z którego wynika, że:

$$R_2 = \frac{x_{K2}^2 + y_{K2}^2}{2 y_{K2}}. \quad (11)$$

Można teraz zapisać równania obydwu torów:



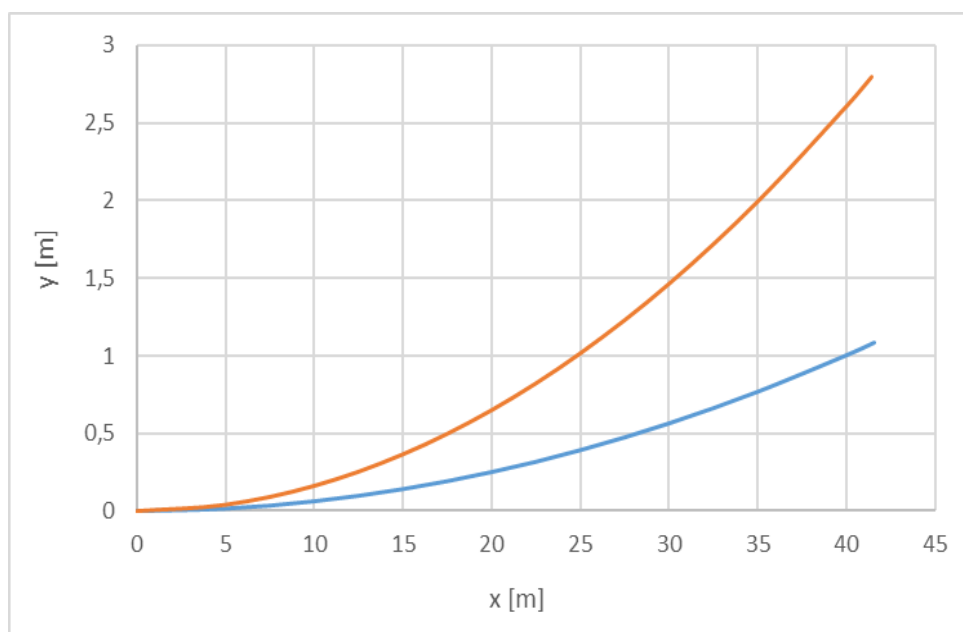
– tor zasadniczy:

$$y = R_1 - \sqrt{R_1^2 - x^2}, x \in \langle 0, x_{K1} \rangle, \quad (12)$$

– tor zwrotny

$$y = R_2 - \sqrt{R_2^2 - x^2}, x \in \langle 0, x_{K2} \rangle. \quad (13)$$

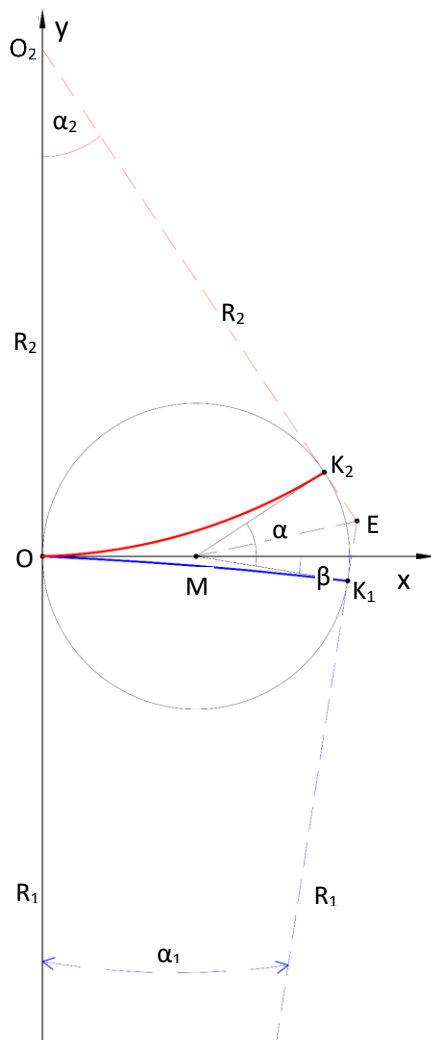
Na rysunku 3 pokazano przykładowe wykresy rzędnych poziomych toru zasadniczego i toru zwrotnego dla wariantu I łukowania rozjazdu 1 : 12 – 500.



Rys. 3. Wykresy rzędnych poziomych toru zasadniczego i toru zwrotnego dla wariantu I łukowania rozjazdu 1 : 12 – 500 ( $R_1 = 800$  m,  $R_2 = 307,360$  m) – w skali skażonej

### 3.2. Łukowanie rozjazdu – Wariant II

W wariancie II łukowania rozjazdu łuk toru zasadniczego jest skierowany przeciwnie względem łuku toru zwrotnego w rozjeździe podstawowym, przy czym występuje warunek  $R_1 > R$  (rys. 4).



Rys. 4. Schemat łukowania rozjazdu zwyczajnego w wariancie II

Tak jak w wariancie I, kąt środkowy łuku toru zasadniczego wynika z zależności (4). Punkt  $K_1$  leży na prostej o równaniu:

$$y = -R_1 + \cot \alpha_1 x$$

w odległości  $R_1$  od środka łuku  $O_1(0, -R_1)$ . Otrzymuje się zatem układ równań:

$$\begin{cases} y_{K1} = -R_1 + \cot \alpha_1 x_{K1} \\ (x_{K1} - x_{O1})^2 + (y_{K1} + y_{O1})^2 = R_1^2 \end{cases} \quad (14)$$





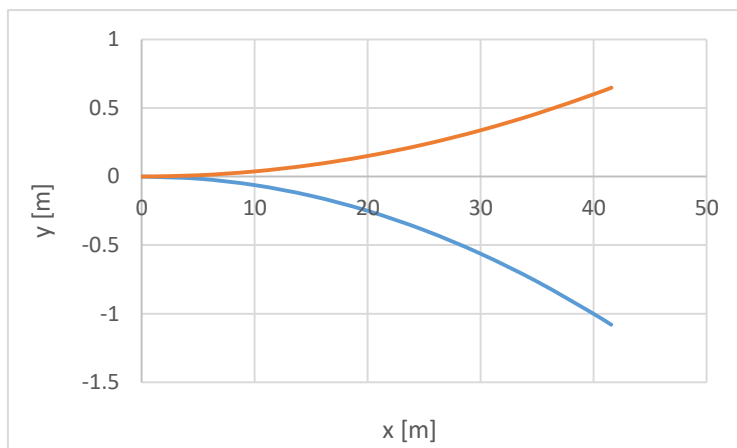
z którego wyznacza się współrzędne punktu  $K_1$ . Jak się okazuje, odcięta  $x_{K1}$  wynika z równania (6), natomiast rzędna  $y_{K1}$  z zależności:

$$y_{K1} = - \left[ 1 - \frac{\cot \alpha_1}{\sqrt{1 + (\cot \alpha_1)^2}} \right] R_1. \quad (15)$$

Współrzędne punktu  $K_2$  określają – tak jak w wariancie I – wzory (9) i (10), przy czym kąt  $\beta = -\alpha_1$  (rys. 4). Promień łuku  $R_2$  toru zwrotnego rozjazdu wyznacza się ze wzoru (11), równanie toru zasadniczego jest następujące:

$$y = -R_1 + \sqrt{R_1^2 - x^2}, \quad x \in \langle 0, x_{K1} \rangle, \quad (16)$$

zaś równanie toru zwrotnego ma postać równania (13). Na rysunku 5 pokazano przykładowe wykresy rzędnych poziomych toru zasadniczego i toru zwrotnego dla wariantu II łukowania rozjazdu 1 : 12 – 500 przy  $R_1 > R$ .



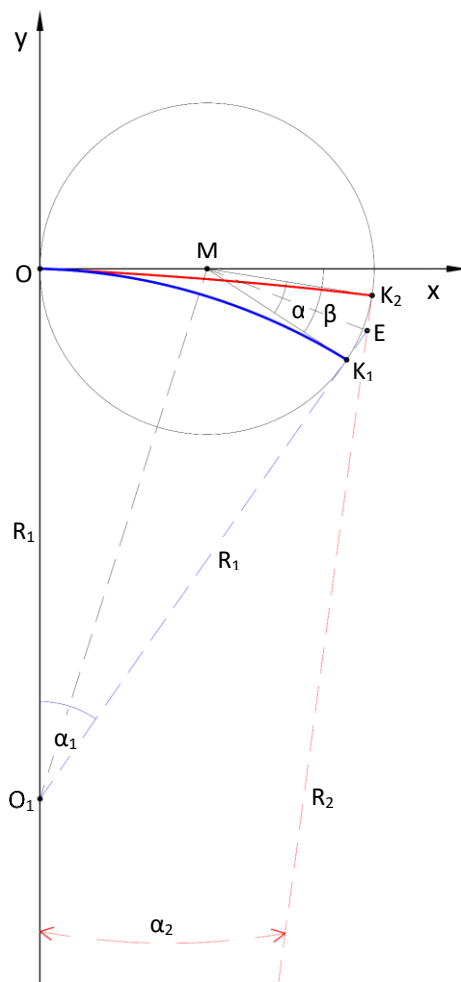
Rys. 5. Wykresy rzędnych poziomych toru zasadniczego i toru zwrotnego dla wariantu II łukowania rozjazdu 1 : 12 – 500 ( $R_1 = 800$  m,  $R_2 = 1334,775$  m) – w skali skażonej

### 3.3. Łukowanie rozjazdu – Wariant III

W wariancie III łukowania rozjazdu łuk toru zasadniczego jest skierowany przeciwnie względem łuku toru zwrotnego w rozjeździe podstawowym, przy czym występuje warunek  $R_1 < R$  (rys. 6).

Podobnie jak w poprzednich wariantach kąt środkowy łuku toru zasadniczego wynika z zależności (4). Łatwo również wykazać, że współrzędne punktu  $K_1$  są takie same jak w wariancie II, czyli określone wzorami (6) i (15).





Rys. 6. Schemat łukowania rozjazdu zwyczajnego w wariantcie III

Współrzędne punktu  $K_2$  określają – tak jak w wariantach I i II – wzory (10) i (11), przy czym kąt  $\beta = -\alpha_1$ . Ponieważ  $y_{K2} < 0$ , promień łuku  $R_2$  toru zwrotnego rozjazdu wynika z równania:

$$(x_{K2} - x_{O2})^2 + (-y_{K2} - y_{O2})^2 = R_2^2,$$

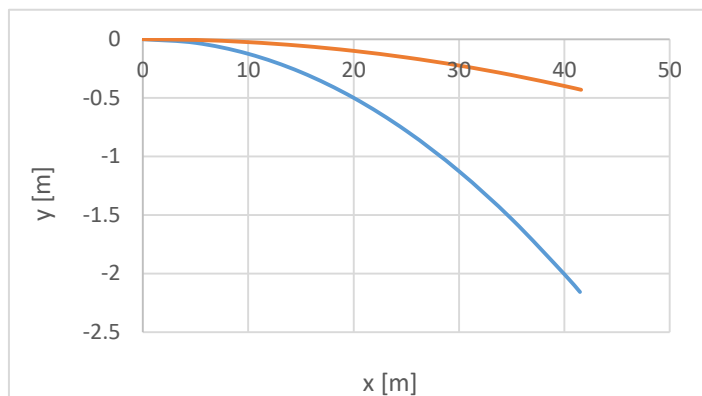
z którego wynika, że:

$$R_2 = -\frac{x_{K2}^2 + y_{K2}^2}{2 y_{K2}}. \quad (17)$$

Równanie toru zasadniczego ma postać równania (16), a toru zwrotnego:

$$y = -R_2 + \sqrt{R_2^2 - x^2}, x \in \langle 0, x_{K2} \rangle \quad (18)$$

Na rysunku 7 pokazano przykładowe wykresy rzędnych poziomych toru zasadniczego i toru zwrotnego dla wariantu III łukowania rozjazdu 1 : 12 – 500 przy  $R_1 < R$ .



Rys. 7. Wykresy rzędnych poziomych toru zasadniczego i toru zwrotnego dla wariantu III łukowania rozjazdu 1 : 12 – 500 ( $R_1=400$  m,  $R_2 = 2004,325$  m) – w skali skażonej

### 3.4. Zestawienie wzorów obliczeniowych

Z przedstawionej analizy łukowania rozjazdów wynika, że w wariantach II i III obowiązuje większość wzorów wyznaczonych dla wariantu I, a występujące różnice polegają na zmianie znaku w niektórych wyrażeniach. Istnieje zatem możliwość zapisania uniwersalnych równań obejmujących wszystkie rozpatrywane warianty.

– wartości podstawowe:

$$\alpha = \operatorname{atan} \frac{1}{n}, t = R \tan \frac{\alpha}{2}, \alpha_1 = 2 \operatorname{atan} \frac{t}{R_1},$$

– współrzędne punktu  $K_1$ :

$$x_{K1} = \frac{R_1}{\sqrt{1+(\cot \alpha_1)^2}},$$

$$y_{K1} = \pm \left[ 1 - \frac{\cot \alpha_1}{\sqrt{1+(\cot \alpha_1)^2}} \right] R_1, (+) \text{ wariant I, } (-) \text{ warianty II, III,}$$

– współrzędne punktu  $K_2$ :

$$x_{K2} = t + \frac{t}{\sqrt{1+[\tan(\alpha+\beta)]^2}},$$

$$y_{K2} = \frac{\tan(\alpha+\beta)}{\sqrt{1+[\tan(\alpha+\beta)]^2}} t,$$

$$\beta = \pm \alpha_1, (+) \text{ wariant I, } (-) \text{ warianty II, III,}$$

- promień łuku  $R_2$  w torze zwrotnym rozjazdu łukowego:

$$R_2 = \pm \frac{x_{K2}^2 + y_{K2}^2}{2 y_{K2}}, (+) \text{ warianty I, II, } (-) \text{ wariant III}$$

- równanie toru zasadniczego rozjazdu łukowego:

$$y = \pm \left( R_1 - \sqrt{R_1^2 - x^2} \right), x \in \langle 0, x_{K1} \rangle, (+) \text{ w. I, } (-) \text{ w. II, III}$$

- równanie toru zwrotnego rozjazdu łukowego

$$y = \pm \left( R_2 - \sqrt{R_2^2 - x^2} \right), x \in \langle 0, x_{K2} \rangle, (+) \text{ w. I, II, } (-) \text{ w. III}$$

Przedstawiona teoria łukowania rozjazdów jest niewątpliwie bardziej przejrzysta niż odpowiednia procedura zawarta w książce [9]. Zastosowany zapis analityczny stwarza znacznie większe możliwości aplikacyjne w konkretnych zastosowaniach.

#### 4. PRÓBA WERYFIKACJI

Jak się okazuje, istnieje możliwość weryfikacji przedstawionej metody łukowania rozjazdów. W opracowaniu [9] został wyprowadzony wzór na promień łuku  $R_2$  w torze zwrotnym rozjazdu łukowego, którego wielkość jest zależna od promienia  $R_1$  toru zasadniczego i promienia  $R$  rozjazdu zwyczajnego. Wzór ten ma następująca postać:

$$R_2 = \frac{R R_1 \pm t^2}{R \mp R_1}. \quad (19)$$

Wzór (19) sprawia pewne trudności interpretacyjne i zapewne z tego powodu w przytoczonych dalej przykładach obliczeniowych autor pracy [9] korzysta ze wzoru uproszczonego:

$$R_2 = \frac{R R_1}{R \mp R_1}, \quad (20)$$

uzasadniając to mało istotnym wpływem składnika  $t^2$ , który jest znacznie mniejszy od składnika  $R R_1$ . Co ciekawe, wzór (20) obowiązuje w przepisach brytyjskich do dnia dzisiejszego [8].

Jeśli przyjmie się założenie, że wartości  $R$  i  $R_1$  są dodatnie, to wzór (19) obejmuje wariant I, dla którego:

$$R_2 = \frac{R R_1 - t^2}{R + R_1}. \quad (21)$$

oraz wariant III, gdzie:

$$R_2 = \frac{R R_1 + t^2}{R - R_1}, \quad (22)$$



nie obejmuje natomiast wariantu II, dla którego wzór został – jak się wydaje – źle wyprowadzony; powinno być:

$$R_2 = -\frac{R R_1 + t^2}{R - R_1}. \quad (23)$$

Przedstawionych trudności można jednak uniknąć, przyjmując następującą umowę znaków dla występujących promieni łuków (w przyjętym w niniejszej pracy układzie współrzędnych):

+ $(R)$  przy dodatniej rzędnej środka łuku kołowego (w wariantach I i II),

- $(R)$  przy ujemnej rzędnej środka łuku kołowego (w wariantach III).

Przy takim założeniu stosowanie wzoru (21), obowiązującego dla wariantu I, można będzie rozszerzyć na wszystkie rozpatrywane warianty łukowania rozjazdu.

Na tej podstawie można zweryfikować zgodność promienia  $R_2$  określonego metodą analityczną z odpowiadającą wartością wyznaczoną wzorem (21). Przyjmujemy rozjazd podstawowy 1 : 12 – 500, dla którego  $\alpha = 0,083141$  rad oraz  $t = 20,797$  m. W wyniku przeprowadzonych obliczeń otrzymuje się podane poniżej wartości  $R_2$ , przy czym w metodzie analitycznej są one dodatnie, natomiast zastosowanie wzoru (21) wymaga przyjęcia odpowiedniej umowy znaków.

– Wariant I:  $R_1 = 800$  m (rys. 3)

▪ w metodzie analitycznej:

$$\alpha_1 = 0,051982 \text{ rad}, x_{K1} = 41,566 \text{ m}, y_{K1} = 1,081 \text{ m}, \beta = 0,051982 \text{ rad},$$

$$x_{K2} = 41,405 \text{ m}, y_{K2} = 2,802 \text{ m}, R_2 = \frac{41,405^2 + 2,802^2}{2 \cdot 2,802} = 307,360 \text{ m},$$

▪ przy wykorzystaniu wzoru (21):

$$R_2 = \frac{500 \cdot 800 - 20,797^2}{500 + 800} = 307,360 \text{ m};$$

– Wariant II:  $R_1 = 800$  m (rys. 5)

▪ w metodzie analitycznej:

$$\alpha_1 = 0,051982 \text{ rad}, x_{K1} = 41,566 \text{ m}, y_{K1} = -1,081 \text{ m}, \beta = -0,051982 \text{ rad},$$

$$x_{K2} = 41,584 \text{ m}, y_{K2} = 0,648 \text{ m}, R_2 = \frac{41,584^2 + 0,648^2}{2 \cdot 0,648} = 1334,775 \text{ m},$$

▪ przy wykorzystaniu wzoru (21):

$$R_2 = \frac{500 \cdot (-800) - 20,797^2}{500 + (-800)} = 1334,775 \text{ m};$$

– Wariant III:  $R_1 = 400$  m (rys. 7):

▪ w metodzie analitycznej:

$$\alpha_1 = 0,103893 \text{ rad}, x_{K1} = 41,482 \text{ m}, y_{K1} = -2,157 \text{ m}, \beta = -0,103893 \text{ rad},$$



$$x_{K2} = 41,590 \text{ m}, y_{K2} = -0,432 \text{ m}, R_2 = \frac{41,590^2 + 0,432^2}{2 \cdot 0,432} = 2004,325 \text{ m},$$

- przy wykorzystaniu wzoru (21):

$$R_2 = \frac{500 \cdot (-400) - 20,797^2}{500 + (-400)} = -2004,325 \text{ m}.$$

Wobec uzyskania pełnej zgodności obliczeń można powiedzieć, że nastąpiła wzajemna weryfikacja porównywanych rozwiązań w zakresie promienia  $R_2$  toru zwrotnego rozjazdu łukowego. Jednak sama znajomość tego promienia nie wystarcza. Potrzebne są współrzędne końców obydwu torów, co pozwoli na analityczny zapis odpowiednich równań wraz z podaniem zakresu ich stosowalności. Metoda zaprezentowana w pracy [9] takich możliwości nie zapewnia.

## 5. PODSUMOWANIE

Od ponad 60 lat podstawowym, powszechnie uznanym opracowaniem traktującym o problematyce rozjazdów łukowych jest w naszym kraju książka Władysława Rzepki pt. „Rozjazdy łukowe w planie i profilu”. Jest to w istocie dzieło wyjątkowe, podejmujące poruszany problem w sposób kompleksowy, z analizą bardzo dużej liczby występujących przypadków. Pojawiające się w następnych latach nieliczne prace, które zawierały elementy poruszanego zagadnienia, nie wносиły już w zasadzie nic nowego, lecz traktowały wymienioną książkę jako wzorcową i tylko się na nią powoływały.

Jak należy sądzić na podstawie załączonych pozycji bibliograficznych, w książce W. Rzepki został przedstawiony aktualny ówczesny stan wiedzy, będący w dużej mierze wytworem osiągnięć niemieckich z lat 30. i 40. XX wieku. Ponadto nasuwa się nieodparty wniosek, że cała opracowana teoria została dostosowana do ówczesnych możliwości obliczeniowych. Konieczność znajdowania możliwie jak najprostszyc zależności teoretycznych zaburzała jednak przejrzystość przeprowadzania całego toku postępowania. Czytając książkę odnosi się wrażenie, że jest ona niepotrzebnie komplikowana i wszystko można było zrobić znacznie prościej.

Jak się wydaje, podstawową wadę rozwiązań przedstawionych w omawianym opracowaniu stanowi niejednoznaczność przyjęcia układu odniesienia. W niniejszej pracy przedstawiono analityczne podejście do zagadnienia, przy którym kwestię podstawową stanowi przyjęcie odpowiedniego, ustalonego układu współrzędnych. Układ ten powiązано z położeniem początkowym łukowanego rozjazdu. Rozpatrzono trzy możliwe warianty łukowania rozjazdu, wyznaczając uniwersalne zależności matematyczne obejmujące wszystkie rozpatrywane warianty. Opisują one współrzędne końców toru zasadniczego i toru zwrotnego, wartość promienia łuku toru zwrotnego oraz równania obydwu torów. Stanowi to znaczne rozszerzenie teorii łukowania rozjazdów w stosunku do przedstawionej w książce W. Rzepki.



Zastosowany zapis analityczny stwarza również znacznie większe możliwości aplikacyjne w konkretnych zastosowaniach.

Do sprawdzenia poprawności uzyskanych zależności teoretycznych wykorzystano wywodzący się z klasycznej teorii wzór na wartość promienia łuku toru zwrotnego, poddając ten wzór odpowiedniej interpretacji. Wobec uzyskania pełnej zgodności obliczeń można powiedzieć, że nastąpiła w tym zakresie wzajemna weryfikacja porównywanych rozwiązań.

## LITERATURA

- [1] Deutsche Reichsbahn: Das Einrechnen von Bogenweichen und Bogenkreuzungsweichen. Leipzig 1943.
- [2] Elsners Taschenbuch für den bautechnischen Eisenbahndienst, 14, 1942.
- [3] Elsners Taschenbuch für den bautechnischen Eisenbahndienst, 26, 1954.
- [4] Hartmann: Reichsbahnweichen und Reichsbahnabzweigungen. Berlin 1940.
- [5] Honner D.: Guide to using the curved turnout & crossover template designer by David Honner © 2016. ([http://www.proto87.com/media/CTnCTD/Guide\\_to\\_CTnCT\\_designer.pdf](http://www.proto87.com/media/CTnCTD/Guide_to_CTnCT_designer.pdf)).
- [6] Łaczyński J.: Rozjazdy kolejowe. WKiŁ, Warszawa 1976.
- [7] Niemann W.: Merkbuch für das Entwerfen und Abstecken von Gleisen und Weichen. Leipzig 1953.
- [8] NR/L2/TRK/2049: ISSUE 12 – Track Design Handbook. Network Rail.
- [9] Rzepka W.: Rozjazdy łukowe w planie i profilu. WKiŁ, Warszawa 1966.
- [10] Schramm G.: Der Gleisbogen. Seine geometrische und bauliche Gestaltung. Darmstadt 1958.
- [11] Wojtczak R.: Konstrukcja geometryczna rozjazdów stosowanych na sieci Network Rail w Wielkiej Brytanii. Przegląd Komunikacyjny, Rocznik 70, Nr 7, s. 8-10, 2015.

## ANALYTICAL APPROACH TO CURVING OF THE TURNOUTS

### Summary

The paper refers to the book of Władysław Rzepka entitled “Curved turnouts in plan and profile” which has been the main reference book in the curved turnouts area for 60 years in our country. It is indicated, that the turnout theory in the mentioned book has been adjusted to former computational capabilities. It seems, that a basic defect of the presented solutions is an ambiguous reference coordinate system. In this paper an analytical approach to curved turnouts is presented with assumed coordinate system connected with an initial layout of the curved turnout. Three possible variants of curving turnout are considered and appropriate universal mathematical dependencies are determined. They describe coordinates of both ends of main and reverse tracks, a reverse track circular arc radius and equations of both tracks. The analytical notation, presented in the paper, offers wider application prospects.

Keywords: railway turnouts, curving of the turnouts, analytical record.



Dane autora:

Prof. dr hab. inż. Władysław Koc

Politechnika Gdańska, Wydział Inżynierii Lądowej i Środowiska

Katedra Transportu Szynowego i Mostów

e-mail: [wladyslaw.koc@pg.gda.pl](mailto:wladyslaw.koc@pg.gda.pl)

telefon: +48 58 347 1026