

## IDENTYFIKACJA WŁASNOŚCI DYNAMICZNYCH CIĘGIEN JAKO ELEMENT DIAGNOSTYKI WYBRANYCH KONSTRUKCJI MOSTOWYCH<sup>1</sup>

Krzysztof ŻÓŁTOWSKI, Mikołaj BINCZYK, Przemysław KALITOWSKI  
Politechnika Gdańska

W artykule przedstawiono własne doświadczenia związane z oceną siły napięcia cięgien w mostach. Szczególną uwagę poświęcono zewnętrznym cięgom sprężającym w mostach żelbetowych. Przeprowadzono dyskusję dotyczącą wpływu błędów pomiarowych w ocenie sprężenia kabla określonej na podstawie identyfikacji częstości własnych.

Słowa kluczowe: cięgna, pomiar siły, błąd pomiaru, drgania własne, parametry modalne.

### 1. WPROWADZENIE

Współczesne standardy utrzymania i eksploatacji mostów wprowadzają wymóg kontroli konstrukcji w czasie. Jednocześnie z uwagi na różnorodność twórczą a także w wyniku potrzeb i wymogów pojawiło się dużo obiektów wyposażonych w cięgna swobodne. Wyróżnić tu trzeba trzy zasadnicze grupy:

- przęsła powieszono i extradosed,
- przęsła łukowe,
- przęsła ze sprężeniem zewnętrznym.

We wszystkich wymienionych powyżej typach konstrukcji cięgna stanowią fundamentalny element nośny, od którego praktycznie zależy bezpieczeństwo i funkcjonalność obiektu. Tak więc cięgna w naturalny sposób powinny stać się przedmiotem zainteresowania służb utrzymaniowych.

Istnieje wiele technik pomiaru sił w cięgnach. Można je podzielić na trzy zasadnicze grupy:

- pomiar geometrii ( np.: pomiar strzałki ugięcia),
- pomiar poprzez celowe wymuszenie
- pomiar siły (pomiar odkształceń bezpośrednio na cięgnie lub pośrednio za pomocą siłomierza),
- identyfikacja cech dynamicznych (częstości i postaci własne).

---

<sup>1</sup> DOI 10.21008/j.1897-4007.2018.26.17

Szczególnie atrakcyjnym sposobem na określenie sił w cięgnie swobodnym jest metoda pośrednia bazująca na identyfikacji cech dynamicznych tego cięgna. Klasyczne rozwiązanie problemu własnego cięgna wg [1] przedstawiono poniżej (1). Kompleksowe omówienie problematyki zawarto również w [2].

$$\omega_1 = \pi \cdot \sqrt{\frac{F}{p \cdot L^2} \cdot \left(1 + \frac{E \cdot S \cdot f^2}{2 \cdot F \cdot L^2}\right)} \quad (1)$$

$$f = \frac{4 \cdot p \cdot g \cdot L^2 \cdot \cos(\alpha)}{\pi^3 \cdot F}$$

gdzie:

- $F$  [N] – siła normalna w cięgnie,
- $p$  [kg/m] – liniowa gęstość masy,
- $L$  [m] – długość cięgna,
- $E$  [MPa] – moduł sprężystości cięgna,
- $S$  [m<sup>2</sup>] – przekrój nośny cięgna,
- $f$  [m] – strzałka ugięcia cięgna.

Wykorzystując formułę (1) oraz model numeryczny MES autorzy przeprowadzili badania dużej grupy obiektów mostowych o konstrukcji podwieszanej i łukowej. Wykorzystanie parametrów własnych do oceny siły napięcia i monitoringu jest obecnie szeroko wykorzystywane w praktyce. Przykłady można znaleźć między innymi w pracach [3–10]

W ramach różnych zleceń technicznych i ekspertyz autorzy określili parametry modalne (a w konsekwencji siłę) cięgien następujących mostów:

- Wiadukt nad linią kolejową w Choszcznie – wiadukt łukowy z wieszakami prętowymi;
- Most Solidarności przez Wisłę w Płocku – most podwieszony z wantami wielosplotowymi produkcji Freyssinet;
- Most Świętokrzyski przez Wisłę w Warszawie – most podwieszony z wantami z drutów równoległych produkcji BBR;
- Most Rędziński przez Odrę we Wrocławiu – most podwieszony z wantami wielosplotowymi produkcji Freyssinet wyposażonymi w dwa rodzaje tłumików;
- Most przez Wisłę pod Kwidzynem – most extradosed z wantami wielosplotowymi i siódlami produkcji VSL;
- Most przez Motławę w Gdańsku – most extradosed z wantami wielosplotowymi produkcji Freyssinet;
- Wiadukt drogowy nad torami PKP w Słupsku – wiadukt łukowy z wieszakami prętowymi;
- Wiadukt kolejowy nad ul. Piłsudskiego w Płocku – wiadukt łukowy z wieszakami prętowymi;



Poza obiektami mostowymi autorzy wykorzystali identyfikację częstości i postaci własnych do określenia sił w konstrukcjach cięgnowych zadanych:

- Narodowy Stadion Rugby w Gdyni – cięgna prętowe;
- Hala widowiskowo – sportowa w Gdyni – cięgna prętowe;
- Stadion Narodowy w Warszawie – liny zamknięte;
- Stadion narodowy w Chorzowie – liny zamknięte;

Dzięki przeprowadzonym badaniom udało się zweryfikować stan napięcia układów cięgnowych wielu konstrukcji. Zarchiwowane dane pozwolą w przyszłości na sprawdzenie ponowne stanu sił wewnętrznych i tym samym ocenę stuk konstrukcji.

## 2. SPRĘŻENIE ZEWNĘTRZNE MOSTÓW ZELBETOWYCH

Ostatnio coraz częściej inwestorzy decydują się z przyczyn ekonomicznych na obiekty sprężone. W wielu przypadkach związane to jest z montażem przez nasuwanie lub ruchome deskowania typu MSS. Wtedy część sprężenia realizuje się jako zewnętrzne wewnątrz przekrojów przęsł. Najczęściej (z pobudek ekonomicznych) są to typowe zakotwienia i sploty przeznaczone dla standardowego sprężenia umieszczone w rurze HDPE i wypełnione zaczynem cementowym (rys. 1). Technika przeciągania (wpychania) splotów odbiega od standardów dla want. Dodatkowo z uwagi na dewiatory sploty w ramach jednej osłony stykają się ze sobą i mogą być poprzepłatane. Zdarza się, że niektóre sploty w pakiecie nie dają się przepchać i są pozostawione jako nienapięte (martwe sploty).

Podsumowując standardy wykonania sprężenia zewnętrznego w konstrukcjach sprężonych znacznie odbiegają od tego co obowiązuje w mostach wantowych i extradosed. A przecież pomiędzy sprężeniem wewnętrznym w skrzynce mostu i zewnętrznym na pylonach (system extradosed) nie ma różnic w charakterze pracy. Co więcej w linach extradosed przyjmuje się wyężenie na poziomie 60% siły zrywającej, a w sprężeniu zewnętrznym ponad 70%.

Wszystko to sprawia, że należałoby lepiej przyglądać jakości sprężenia zewnętrznego w mostach sprężonych. Jednym z parametrów kontrolni sprężenia jest siła napięcia cięgna. Można ją oszacować również za pomocą identyfikacji parametrów modalnych. Tym razem jednak stosowanie formuły (1) nie jest wskazane ponieważ cięgna wypełnione betonem mają sztywność przy zginaniu i efekt tej sztywności znacząco wpływa na wyniki. Dlatego przy określeniu siły napięcia lepiej posługiwać się modelem MES cięgna utwierdzonego na końcach i posiadającego sztywność giętną na całej długości.

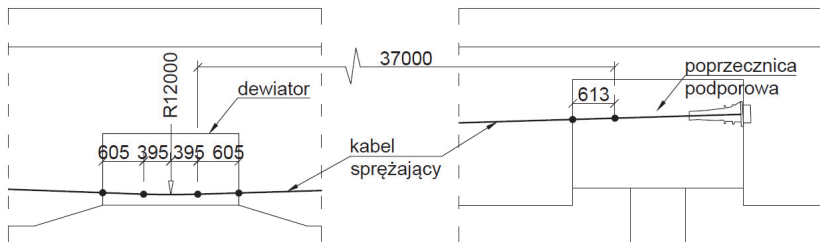




Rys. 1. Sprężenie zewnętrzne w żelbetowym moście sprężonym (fot. P. Kalitowski)

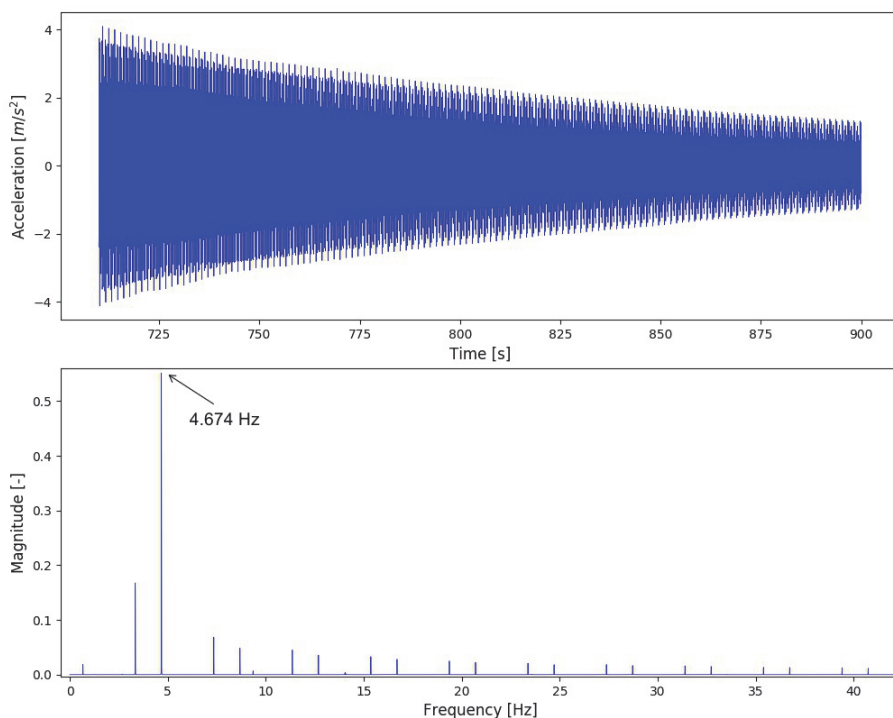
### Ocena siły sprężającej wybranych kabli

Kluczem do określenia siły sprężającej jest identyfikacja częstości drgań własnych cięgna. Badaniom poddano typowe cięgno sprężenia zewnętrznego przęsła mostu (rys.1). Zastosowano systemowe rozwiązanie sprężenia zewnętrznego składające się z 27 splotów siedmiodrutowych  $A_s=150\text{ mm}^2$  umieszczonych w duktach z polietylenu wysokiej gęstości, wypełnionych po napięciu splotów zaczynem cementowym. Całkowita długość badanych cięgien wynosiła 70.30 m. Schemat ułożenia jednego z kabli w przekroju podłużnym pokazano na rys. 2.



Rys. 2. Schemat przebiegu i warunki brzegowe dla kabla przy przejściu przez dewiator i w zakotwieniu

Dla określenia siły w kablu sprężenia zewnętrznego wykorzystano technikę identyfikacji cech dynamicznych. W tym celu dokonano dynamicznego pomiaru odpowiedzi swobodnej kabla po wstępnym wzbudzeniu w środku rozpiętości. W każdym przypadku zarejestrowano sygnał opisujący drgania swobodne w postaci cyfrowej. Po przetworzeniu (filtrowanie) sygnał ten poddano analizie częstotliwościowej za pomocą szybkiego przekształcenia Fouriera (FFT) i na podstawie uzyskanych częstotliwości drgań swobodnych, korzystając z zależności (1) bez uwzględnienia zwisu wyznaczono siłę w cięgnie (rys. 3).



Rys. 3. Sygnał odpowiedzi swobodnej badanego kabla i wynik analizy FFT

Kluczowym elementem w oszacowaniu siły wg (1) jest prawidłowy dobór parametrów masy i długości teoretycznej. Dla cięgien stalowych takich jak liny i pręty charakterystyki te są obarczone zazwyczaj błędem nieistotnym dla technicznej dokładności pomiaru. Nie występuje znaczący rozrzut w gęstości objętościowej stali, a długość cięgna wystarczająco precyzyjnie można określić pomiędzy punktami podparcia w postaci zakotwień sworzniowych, spawanych lub zaciskowych. W przypadku cięgien złożonych ze splotów stalowych, iniektu cementowego i osłonki HDPE z podparciem pokazanym na rys. 2 tak precyzyjne określenie nie jest możliwe. Występują rozrzuty w oszacowaniu masy i długości teoretycznej cięgna.

Ciężar wbudowanej stali sprężającej jest zbadany i poparty certyfikatami dla każdego splotu, dlatego można go uznać za wystarczająco dokładnie określony. Ciężar objętościowy iniektu, według danych przekazanych przez wykonawcę badanego obiektu, waha się najczęściej pomiędzy 19.5, a 20.5  $kN/m^3$ . Osłonka duktu wykonana jest z polietylenu. Mimo możliwej odchyłki w ciężarze objętościowym HDPE, różnica ta w porównaniu do zmiany ciężaru iniektu nie ma realnego wpływu na wyniki. Sumaryczna masa 27-splotowego kabla sprężenia zewnętrznego przy ciężarze iniektu  $\gamma_i=19.5 kN/m^3$  wynosi ok. 44.8  $kg/m$  (rys.4)



Rys. 4. Próbkę służące do określenia masy kabla, iniektu cementowego i osłony HDPE (fot. P. Kalitowski)

Wpływ na masę kabla mogą mieć także „martwe” sploty. Przy długich kablach zdarza się, że w trakcie przepychania sploty ulegają splątaniu i klinują się przed osiągnięciem strefy zakotwienia. Wówczas wykonawca często pozostawia je w rurze z powodu trudności w wyciągnięciu i zastępuje nowymi. Zdarza się, że w jednym pakiecie mogą być nawet trzy „martwe” sploty. **Każdy „martwy” splot podnosi całkowitą masę kabla o ok. 0,875 kg/m.**

W przypadku kabla sprężenia zewnętrznego kolejną trudnością jest określenie długości teoretycznej. Wynika to ze sposobu zamocowania w konstrukcji za pomocą dewiatorów lub zakotwień w poprzecznicach podporowych (rys. 2). W analizowanym przypadku kabel sprężający w obrębie dewiatora na początkowym odcinku 0.605m jest prosty. Następnie ma miejsce jego zakrzywienie. W analizie błędu uznano, że w obrębie dewiatora miejsce podparcia może wahać się od punktu wejścia (lica dewiatora - 0.605 m) do punktu zagięcia kabla. W obrębie poprzecznic podporowych kabel do samego zakotwienia pozostaje prosty, ale punkt podparcia jest nieznan. W rozwiązaniach systemowych stosowane są elementy formujące pozostawiające pustą przestrzeń wokół wejścia kabla w poprzecznicy i co za tym idzie swobodę przemieszczeń. Długość takiego elementu formującego dla kabla 27-splotowego wynosi 0.613 m. Z uwagi na niedoskonałości wykonawcze również przyjęto możliwość zmiany podparcia kabla w przedziale (0; 0.613 m). Podsumowując, długość teoretyczna może wynosić od 35.78 m (długość kabla od lica dewiatora do lica poprzecznic) do 37.00 m.

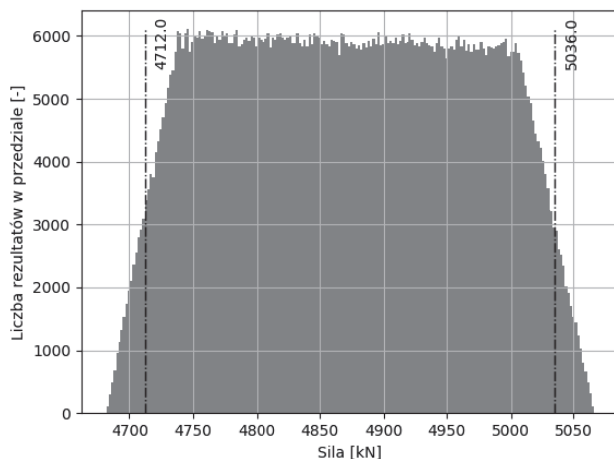
Zależność pomiędzy siłą w ciągnięciu, a częstotliwością drgań własnych w najprostszej postaci (1) bez uwzględnienia strzałki zwisu posiada ograniczenia: uwzględnia masę oraz siłę równomiernie rozłożoną na całej długości ciągną oraz swobodne podparcie na końcach. W rzeczywistości kabel sprężający nie jest na końcach podparty przegubowo. Aby uwzględnić te warunki wykonano belkowy model MES ciągną w środowisku SOFiSTiK. Odzworowano kompozytowy przekrój poprzeczny w celu uwzględnienia sztywności giętnej ciągną oraz jego

ciągaru. Przyjęto długość jako 37m i napięto siłą teoretyczną dla danego cięgna:  $200\text{kN} \times 27 = 5400\text{kN}$ . Założono dwa skrajnie różne przypadki warunków brzegowych: obustronne utwierdzenie i obustronne podparcie przegubowe. Dla każdego z wariantów wykonano analizę modalną i wyznaczono pierwszą częstotliwość drgań własnych. Dla przedmiotowego cięgna wynosiły one:  $f_{u0}=4.777\text{Hz}$  dla obustronnego utwierdzenia i  $f_{p0}=4.686\text{Hz}$  dla obustronnych przegubów (różnica 2%).

Z uwagi na opisane możliwe rozbieżności pomiędzy teoretycznymi, a realnie występującymi charakterystykami kabli sprężenia zewnętrznego wykonano prostą analizę statystyczną. Dokonano losowania zestawów parametrów: masy i długości. Na tym etapie pominięto możliwość wystąpienia błędu w zidentyfikowanej częstotliwości drgań swobodnych. Z uwagi na brak dodatkowych informacji o rozkładzie gęstości prawdopodobieństwa parametrów wykorzystano rozkład jednostajny ciągły.

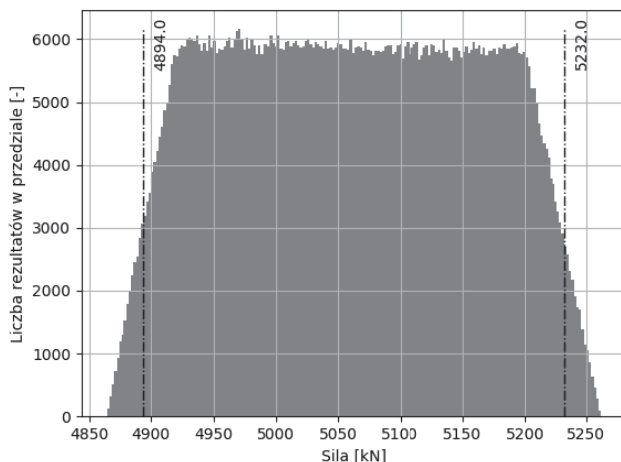
Przyjęto długość  $L[\text{m}] = 35.78 + 1.22 \cdot \text{rnd}(0-1)$   
 masa  $M[\text{kg/m}] = 44.82 + 0.549 \cdot \text{rnd}(0-1)$

Na podstawie wylosowanych danych wyznaczono siłę w cięgnie. Wykonano histogram rozkładu cechy z liczebnością na osi pionowej w dwustu równych przedziałach na osi poziomej. Zakładając jego symetryczną postać wybrano wartość środkową z możliwych rezultatów. Następnie z góry i z dołu nakreślono równoodległe od wartości środkowej granice, tak żeby w przedziale zawierało się 95% wszystkich rezultatów. Liczbę wylosowanych zestawów dobrano w analizie zbieżności. Zwiększano ją do momentu uzyskania w kolejnych iteracjach różnicy mniejszej niż 2% pomiędzy odpowiednimi wartościami środkowymi i granicznymi. W każdej iteracji proces powtarzano kilkakrotnie. Ostatecznie przyjęta próba wyniosła 1000000. Rezultaty przedstawiono na rys. 5.



Rys. 5. Wynik symulacji numerycznej zmienności siły w kablu przy losowym przyjęciu odchyłek masy i długości.

Z przeprowadzonych analiz wynika, że siła sprężająca w badanym kablu z 95% prawdopodobieństwem wynosi: 4712 kN. Analogiczną procedurę powtórzono zwiększając masę kabla o dwa dodatkowe, nienapięte (martwe) sploty. Uzyskano rezultat jak na rys 6. Siła w kablu z dwoma dodatkowymi splotami z 95% prawdopodobieństwem wynosi 4894 kN.



Rys. 6. Wynik symulacji numerycznej zmienności siły w kablu przy losowym przyjęciu odchyłek masy i długości oraz obecności dwóch martwych splotów.

### 3. PODSUMOWANIE

Uzyskane rezultaty wskazują na niedokładne określenie siły w kablu sprężającym. Teoretycznie zakładając, że ciągną napięte jest siłą  $\sim 5400$  kN dokładność pomiarów identyfikacyjnych bazujących na częstości własnej wynosi  $\sim 90\%$ .

Zdecydowanie lepsze rezultaty można by uzyskać dzięki ograniczeniu możliwych odchyłek w długości cięgna przez wymuszeniu utwierdzonych warunków brzegowych w konkretnych miejscach. Dodatkowo należy zawsze sprawdzić czy w trakcie wykonywania sprężenia nie zostały pozostawione „martwe” sploty w duktach.

Pomimo niedoskonałości przedstawiona technika bez dodatkowych modyfikacji może być bez przeszkód używana do badania zmiany siły w czasie. Należy w takim przypadku zwrócić uwagę na utrzymanie pierwotnych warunków brzegowych oparcia kabla w częściach betonowych.





## LITERATURA

1. Irvin M., *Cable Structures*, MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 1981.
2. Caetano E., Cunha A., *Dynamic testing of cable structures*, MATEC Web of Conferences 24:01002, 2015
3. Biliszczuk J., Prabucki P., Pustelnik M., *Wybrane systemy podwieszeń dla małych obiektów mostowych*. IV konferencja „Problemy projektowania, budowy i utrzymania mostów małych” Wrocław, 2–3 grudnia 1999. Dolnośląskie Wydawnictwo Edukacyjne, Wrocław 1999.
4. Biliszczuk J., *Mosty Podwieszane. Projektowanie i realizacja*, ARKADY, 2005
5. Żółtowski K., *Wpływ różnych typów cięgien na właściwości statyczne i dynamiczne przeszła kładki dla pieszych*, Drogi i Mosty, 2/2002.
6. Żółtowski K., Żółtowski P., *Efekty dynamiczne w cięgnach podwieszonych kładek dla pieszych*. V Krajowa Konferencja Naukowo-Techniczna Problemy Projektowania, Budowy oraz Utrzymania Mostów Małych i Średnich Rozpiętości. Red. J. Biliszczuk. Wrocław, 2-3 grudnia 2004 roku, Dolnośląskie Wydawnictwo Edukacyjne, Wrocław 2004, s. 445–450.
7. Żółtowski K., Waśk T., *Cable stayed bridge over Vistula river in Plock. Dynamic analysis and site test*. Bridges: proceedings of the International Conference on Bridges, Dubrovnik, Croatia, May 21-24, 2006, ed. J. Radic, org. Structural Engineering Conferences and Croatian Society of Structural Engineers, Dubrovnik: SECON HDGK, 2006, s. 43–438.
8. Żółtowski K., Drawc M., *Identyfikacja parametrów dynamicznych want mostu Rędziańskiego we Wrocławiu*, Wrocławskie Dni Mostowe : Trwałość Obiektów Mostowych, Wrocław 22–23 listopada 2012/ ed. Politechnika Wroclawska. Wrocław: Dolnośląskie Wydawnictwo Edukacyjne, 2012, s. 261–269.
9. Żółtowski K., *Monitoring konstrukcji mostu podwieszanego i extradosed: Wybrane zagadnienia*.// Mosty, nr 6 (2015), s. 34–38.
10. Żółtowski K., Binczyk M., Kalitowski P., *Niekonwencjonalna metoda korekty siły w wieszaku drogowego wiaduktu łukowego*, Materiały Budowlane, nr, 1 (2016), s. 66–68.

## IDENTIFICATION OF DYNAMIC PROPERTIES OF TENDONS AS AN ELEMENT OF DIAGNOSTICS OF SELECTED BRIDGE CONSTRUCTIONS

### Summary

The paper deals with the authors experiences connected with estimation of force in bridges' tendons. Particular attention was paid to the external postensioning cables in reinforced concrete bridges. Discussion about an influence of measurement errors for assessment of a force, identified through measured eigenfrequency in a tendon is described. Problems with definition of the theoretical length, mass of tendon and boundary conditions are discussed the structure. The described case of prestressing cable failure shows the significance of correct cable duct grouting for protection of cables against corrosion.

