

## Rozjazdy z nieliniową krzywizną toru zwrotnego dla różnych prędkości jazdy pociągów

Władysław KOC<sup>1</sup>

### Streszczenie

W artykule podjęto kwestię kształtowania zmiennej krzywizny w torze zwrotnym rozjazdu kolejowego. Na podstawie przeprowadzonych wcześniej badań dynamicznych, jako model przyjęto rozwiązanie bez łuku kołowego w strefie środkowej, składające się z dwóch stref krzywizny nieliniowej o jednakowej długości z zerowymi wartościami krzywizny w punktach skrajnych. Dokonano wyboru najkorzystniejszego pod względem warunków kinematycznych rodzaju krzywizny. Przedstawiono analityczny zapis krzywizny i kąta nachylenia stycznej na długości toru zwrotnego oraz współrzędnych kartezjańskich tego toru. Uzyskane zależności teoretyczne poddano weryfikacji obliczeniowej. Wykorzystano je do wyznaczenia parametrów geometrycznych kilku rozjazdów o nieliniowej krzywiznie toru zwrotnego dla przyjętych prędkości jazdy pociągów na tym torze. Kierowano się przy tym kryterium minimalizacji długości całego rozjazdu przy zadanej rzędnej końcowej jego toru zwrotnego.

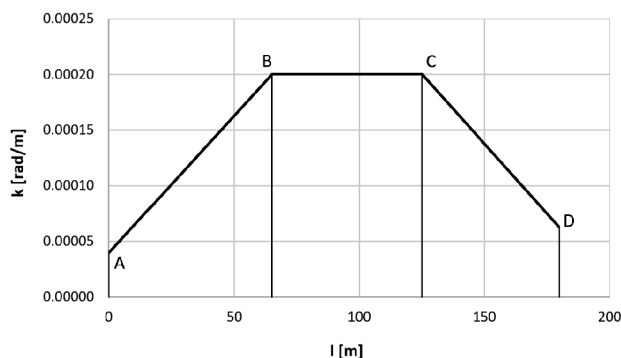
**Słowa kluczowe:** rozjazdy kolejowe, tor zwrotny, modelowanie krzywizny

### 1. Wprowadzenie

Problematyka rozjazdów kolejowych jest poruszana w wielu publikacjach [1–5, 7, 15, 18, 20–21], w szczególności odnoszących się do kolei dużych prędkości [6, 17, 22–23]. Konstrukcja rozjazdu ulega ciągłym modyfikacjom, jednak nadal w typowym ukształtowaniu geometrycznym toru zwrotnego w rozjeździe zwyczajnym stosuje się pojedynczy łuk kołowy bez krzywych przejściowych. Takie rozwiązanie nie jest stosowane na szlakach kolejowych i oznacza konieczność ograniczenia prędkości jazdy pociągów. Wynika to z występowania miejsc gwałtownej, skokowej zmiany rzędnych wykresu krzywizny na początku i końcu rozjazdu. W ostatnim okresie w niektórych krajach, w szczególności na kolejach dużych prędkości, dąży się do wyłagodzenia wykresu krzywizny w tych rejonach. Uzyskuje się to przez wprowadzenie tzw. „odcinków kłotoidy” po obu stronach łuku kołowego, na których krzywizna zmienia się w sposób liniowy, często jednak nie osiągając w punktach skrajnych wartości zerowych [17, 19, 22–23], jak zostało to pokazane na rysunku 1. Analiza teoretyczna dla tego przypadku została przeprowadzona w pracy [9]. Alternatywnym rozwiązaniem jest zaproponowane w pracy [12] zastosowanie odcinków krzywizny nieliniowej (rys. 2).

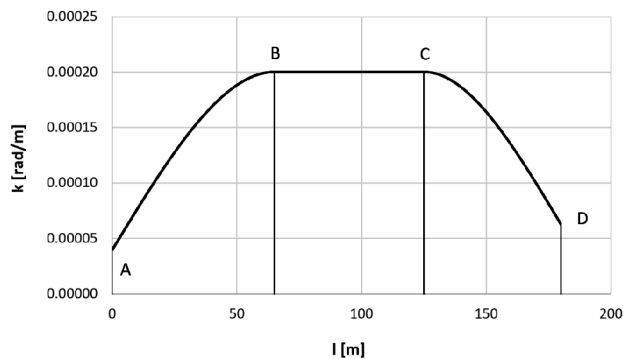
Długość toru zwrotnego rozjazdu zostaje podzielona na trzy strefy:

- strefę początkową o długości  $l_1$ , posiadającą krzywiznę zmieniającą się od wartości  $k_1$  (w punkcie A) do wartości  $k_2$  (w punkcie B),
- strefę środkową o długości  $l_2$ , posiadającą krzywiznę ustaloną o wartości  $k_2$  (pomiędzy punktami B i C),
- strefę końcową o długości  $l_3$ , posiadającą krzywiznę zmieniającą się od wartości  $k_2$  (w punkcie C) do wartości  $k_3$  (w punkcie D).



Rys. 1. Przykładowy wykres krzywizny w torze zwrotnym rozjazdu z odcinkami liniowymi ( $R_1 = 16\ 000$  m,  $l_1 = 55$  m,  $R_2 = 6000$  m,  $l_2 = 60$  m,  $l_3 = 65$  m,  $R_3 = 25\ 000$  m) [opracowanie własne]

<sup>1</sup> Prof. dr hab. inż.; Politechnika Gdańska, Katedra Transportu Szynowego i Mostów; e-mail: kocwl@pg.edu.pl.

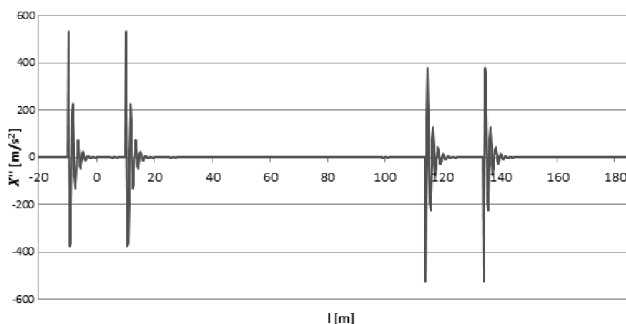


Rys. 2. Przykładowy wykres krzywizny w torze zwrotnym rozjazdu z odcinkami nieliniowymi ( $R_1 = 16\ 000\text{ m}$ ,  $l_1 = 55\text{ m}$ ,  $R_2 = 6000\text{ m}$ ,  $l_2 = 60\text{ m}$ ,  $l_3 = 65\text{ m}$ ,  $R_3 = 25\ 000\text{ m}$ ) [opracowanie własne]

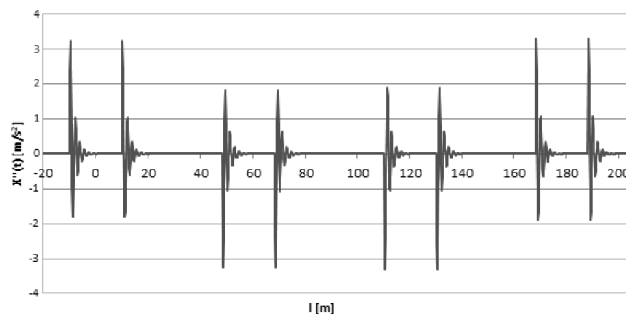
Parametry kinematyczne określają wartość promienia łuku kołowego (czyli krzywiznę  $k_2$ ) i długości odcinków o zmiennej krzywiznie dla zadanej prędkości jazdy pociągów. Oczywiście, możliwe są różne warianty rozwiązań, związane z wartościami krzywizny oraz długościami poszczególnych stref. Umożliwia to również dowolne kształtowanie skosu rozjazdu i jego rzędnej końcowej [11].

## 2. Poszukiwanie najkorzystniejszego rozwiązania

W tym miejscu narzuca się jednak kluczowe pytanie, jaki zestaw wartości charakteryzujących rozpatrywany rozjazd, tj.  $k_1$ ,  $k_2$  i  $k_3$  oraz  $l_1$ ,  $l_2$  i  $l_3$ , jest w danej sytuacji najkorzystniejszy. Liczbę możliwych wariantów w znacznym stopniu zawęży analiza dynamiczna przedstawiona w pracach [13, 14]. Rozpatrzono w niej kilkanaście przypadków zastosowania odcinków krzywizny liniowej i nieliniowej, przy czym dla krzywizny nieliniowej przyjęto warunek zachowania dopuszczalnej wartości przyrostu przyspieszenia oraz zwiększenia tej wartości o 50%. Na rysunkach 3 i 4 pokazano przykładowe wykresy ruchu drgającego  $X(l)$  dla zastosowanych w torze zwrotnym rozjazdu odcinków krzywizny liniowej, przy niezerowych i zerowych wartościach krzywizny w punktach początkowym i końcowym.

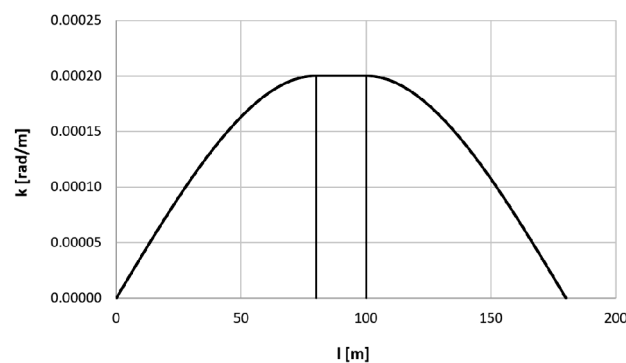


Rys. 3. Wykresy przyspieszeń ruchu drgającego  $X(l)$  dla przypadku odcinków krzywizny liniowej oraz wartości  $k_1 = k_3 = 1/8000\text{ rad/m}$  [14]



Rys. 4. Wykresy przyspieszeń ruchu drgającego  $X(l)$  dla przypadku odcinków krzywizny liniowej oraz wartości  $k_1 = k_3 = 0$  [14]

Rysunki pokazują, że przyjęcie zerowych wartości krzywizny w punkcie początkowym i punkcie końcowym daje nieporównywalnie mniejsze wartości oddziaływań dynamicznych. Wniosek ten w pełni potwierdza się dla odcinków krzywizny nieliniowej, przy czym otrzymuje się tutaj zdecydowanie mniejsze wartości  $X(l)$ . Najkorzystniejszym rozwiązaniem, tj. charakteryzującym się najmniejszymi wartościami oddziaływań dynamicznych (przyspieszeń), okazał się przypadek z odcinkami krzywizny nieliniowej o jednakowej długości, zerową krzywizną na początku i na końcu rozjazdu oraz z zachowaniem obowiązującej wartości dopuszczalnej przyrostu przyspieszenia. Na rysunku 5 przedstawiono wykres krzywizny na długości toru zwrotnego rozjazdu dla tego właśnie przypadku.



Rys. 5. Korzystny wykres krzywizny w torze zwrotnym rozjazdu z odcinkami nieliniowymi ( $k_1 = 0$ ,  $l_1 = 86\text{ m}$ ,  $k_2 = 1/6000\text{ rad/m}$ ,  $l_2 = 12,484\text{ m}$ ,  $l_3 = 86\text{ m}$ ,  $k_3 = 0$ ) [opracowanie własne]

W porównaniu do wykresów modelowych na rysunkach 1 i 2 liczba wielkości sterujących zmniejszyła się o połowę. Można też zmodyfikować podział długości toru zwrotnego rozjazdu na poszczególne strefy:

- strefę początkową o długości  $l_1$  i krzywiznie zmieniającej się nieliniowo od zera do wartości  $k = 1/R$ ,
- strefę środkową o długości  $l_2$  i krzywiznie ustalonej o wartości  $k = 1/R$ ,
- strefę końcową o długości  $l_3 = l_1$  i krzywiznie zmieniającej się nieliniowo od wartości  $k = 1/R$  do zera.

Ideowy rozkład krzywizny pokazany na rysunku 5 stanowił przedmiot szczegółowej analizy przeprowadzonej w pracy [10]. Wykazała ona, że:

- zwiększanie promienia  $R$  powoduje możliwość zmniejszenia długości odcinków krzywizny nieliniowej i w konsekwencji skrócenie całego rozjazdu, a także zmniejszenie jego rzędnej końcowej oraz skosu  $1:n$  (czyli zwiększenie wartości  $n$ ),
- po przyjęciu dużych wartości  $R$ , wprowadzona – niezbyt długa – strefa środkowa, może się okazać korzystnym rozwiązaniem; jej zastosowanie daje mniejszą długość całkowitą rozjazdu (oczywiście nie można patrzeć na tę kwestię abstrahując od wymaganej rzędnej końcowej toru zwrotnego),
- uzyskanie założonej rzędnej końcowej przy wprowadzeniu strefy środkowej (tj. odcinka łuku kołowego) powoduje w każdym przypadku wydłużenie całego rozjazdu w stosunku do wariantów pozbawionych tej strefy; dlatego też preferowanie takiego rozwiązania nie wydaje się celowe.
- możliwość skorygowania skosu rozjazdu przez uzyskanie wielkości  $n$  jako liczby całkowitej okazuje się kwestią bardziej złożoną z uwagi na występowanie mniejszej liczby zmiennych parametrów, którymi można by manipulować; w większości przypadków staje się to możliwe dopiero po wyeliminowaniu strefy środkowej i przyjęciu nieco większej rzędnej końcowej.

Kierując się tymi uwagami, za najkorzystniejsze rozwiązanie przyjęto przypadek pozbawiony strefy łuku kołowego (tj.  $l_2 = 0$ ). Jednocześnie należało wprowadzić oznaczenie  $l_1 = l_3 = l_k$ .

### 3. Analityczne rozwiązanie problemu

Modelowanie krzywizny na długości toru zwrotnego rozjazdu umożliwia jej zapis analityczny w postaci funkcji  $k(l)$ , gdzie parametr  $l$  określa położenie danego punktu na długości krzywej. Równania współrzędnych szukanego połączenia można zapisać w postaci parametrycznej [8]:

$$x(l) = \int \cos \Theta(l) dl, \quad (1)$$

$$y(l) = \int \sin \Theta(l) dl. \quad (2)$$

Funkcję kąta nachylenia stycznej  $\Theta(l)$  określa się na podstawie wzoru:

$$\Theta(l) = \int k(l) dl, \quad (3)$$

#### 3.1. Rozwiązanie problemu dla strefy początkowej

Zastosowanie odcinków krzywizny nieliniowej oznacza, że w strefie początkowej, dla  $l \in \langle 0, l_k \rangle$  obowiązują następujące warunki brzegowe:

$$\begin{cases} k(0) = 0 & k(l_k) = k \\ k'(0) = C \frac{k}{l_k} & k'(l_k) = 0 \end{cases} \quad (4)$$

i równanie różniczkowe

$$k^{(4)}(l) = 0, \quad (5)$$

przy czym współczynnik liczbowy  $C \geq 0$ .

W wyniku rozwiązania problemu różniczkowego (4), (5) otrzymujemy następujące równanie parametryczne:

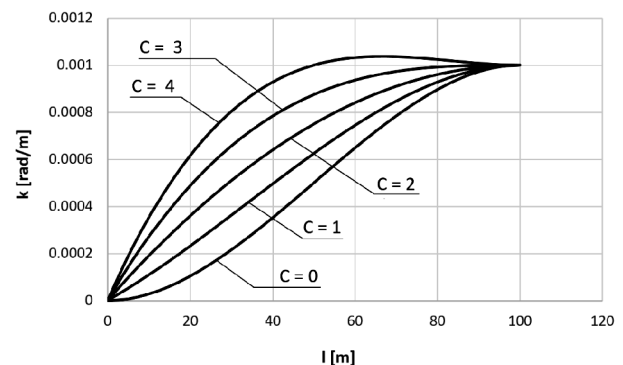
$$k(l) = k \left( \frac{C}{l_k} l - \frac{2C-3}{l_k^2} l^2 + \frac{C-2}{l_k^3} l^3 \right), \quad (6)$$

a funkcja kąta nachylenia stycznej  $\Theta(l)$  jest opisana zależnością:

$$\Theta(l) = k \left( \frac{C}{2l_k} l^2 - \frac{2C-3}{3l_k^2} l^3 + \frac{C-2}{4l_k^3} l^4 \right). \quad (7)$$

Na końcu strefy początkowej  $\Theta(l_k) = \frac{6+C}{12} k l_k$ .

Na rysunku 6 pokazano przykładowe wykresy krzywizny na długości dla wybranych wartości współczynnika  $C$ . Jak widać, monotoniczny przebieg krzywizny cechują krzywe dla  $C \in \langle 0; 3 \rangle$ . Krzywa dla  $C = 0$  ma najbardziej łagodny przebieg, jednak – podobnie jak w przypadku pozostałych krzywych – spełnienie warunku zachowania dopuszczalnej wartości przyrostu przyspieszenia wymaga jej wydłużenia w stosunku do odpowiadającej krzywej o krzywiznie liniowej.



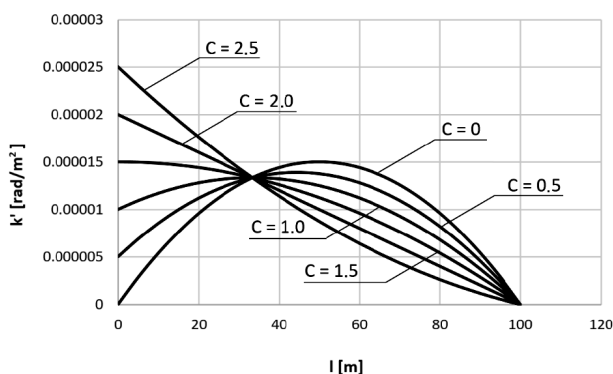
Rys. 6. Przykładowe wykresy krzywizny na długości nowej krzywej przejściowej dla wybranych wartości współczynnika  $C$  ( $R = 1000$  m,  $l_k = 100$  m) [opracowanie własne]

Dokonując wyboru najkorzystniejszej spośród rozpatrywanych krzywych, w pierwszym rzędzie należy jednak kierować się kryterium najmniejszej

wymaganej długości. Długość tę wyznacza – oprócz prędkości jazdy pociągów – dopuszczalna wartość przyrostu przyspieszenia, która jest bezpośrednio związana z pochodną krzywizny:

$$k'(l) = \frac{C}{Rl_k} - \frac{2(2C-3)}{Rl_k^2}l + \frac{3(C-2)}{Rl_k^3}l^2. \quad (8)$$

Rysunek 7 przedstawia wykresy pochodnej krzywizny na długości krzywej przejściowej, dla których  $C \in \langle 0; 2,5 \rangle$ .



Rys. 7. Przykładowe wykresy pochodnej krzywizny na długości nowej krzywej przejściowej dla wybranych wartości współczynnika  $C$  ( $R = 1000$  m,  $l_k = 100$  m) [opracowanie własne]

Pochodna  $k'(l)$  opisana równaniem (8) zmienia się na długości, zatem miarodajna staje się tutaj jej wartość maksymalna. Dla współczynnika  $C \in \langle 0; 1,5 \rangle$  wartość  $\max k'(l) = k'(l_0)$ , przy czym położenie  $l_0$  punktu, w którym występuje maksimum funkcji  $k'(l)$ , wyznacza się z warunku:

$$k''(l) = -\frac{2(2C-3)}{Rl_k^2} + \frac{6(C-2)}{Rl_k^3}l_0 = 0,$$

z którego wynika, że:

$$l_0 = \frac{2C-3}{3(C-2)}l_k. \quad (9)$$

Określona wzorem (9) wartość  $l_0$  podstawiona do równania (8) wyznacza maksimum funkcji  $k'(l)$ :

$$\max k'(l) = \left[ C - \frac{(2C-3)^2}{3(C-2)} \right] \frac{1}{Rl_k}. \quad (10)$$

Dla  $C > 1,5$  wyznaczona za pomocą wzoru (10) wartość  $l_0$  nie spełnia warunków zadania (otrzymuje się  $l_0 > l_k$  lub wyznaczone  $l_0$  odnosi się do minimum funkcji). Ponieważ jednak  $k'(l)$  przyjmuje największą wartość w punkcie początkowym, zatem wartość  $\max k'(l) = k'(0)$ .

Stopień niezbędnego wydłużenia szukanej krzywej przejściowej względem odpowiadającej bazowej kłoidy, związany z koniecznością zachowania dopuszczalnej wartości przyrostu przyspieszenia, określa stosunek wartości przyrostu przyspieszenia, określa stosunek wartości  $\max k'(l)$  do pochodnej  $k'(l)_{\min}$  występującej na krzywiznie liniowej, która jest wartością stałą opisaną wzorem:

$$k'(l)_{\min} = \frac{1}{Rl_k}. \quad (11)$$

Dla  $C = 0$ , wartość  $\max k'(l) / k'(l)_{\min} = 3/2$ , zatem z uwagi na dopuszczalną wartość przyrostu przyspieszenia, długość krzywej przejściowej musi być o 50% większa niż dla krzywizny liniowej. Natomiast dla  $C = 1$  obowiązuje  $\max k'(l) / k'(l)_{\min} = 4/3$ , co oznacza, że długość tej krzywej musi być większa od długości kłoidy tylko o 1/3. Z przeprowadzonej analizy wynika, że najkorzystniejszym rozwiązaniem jest przyjęcie współczynnika  $C = 1$ . Prowadzi to do następujących równań funkcji  $k(l)$  i  $\Theta(l)$ :

$$k(l) = k \left( \frac{1}{l_k}l + \frac{1}{l_k^2}l^2 - \frac{1}{l_k^3}l^3 \right), \quad (12)$$

$$\Theta(l) = k \left( \frac{1}{2l_k}l^2 + \frac{1}{3l_k^2}l^3 - \frac{1}{4l_k^3}l^4 \right). \quad (13)$$

Funkcja  $\Theta(l)$  umożliwia wyznaczenie równań parametrycznych  $x(l)$  i  $y(l)$  dla tej strefy poprzez wykorzystanie zależności (1) i (2). Do rozwinięcia funkcji  $\cos \Theta(l)$  i  $\sin \Theta(l)$  w szereg Maclaurina, wykorzystano program Maxima [16], a następnie scałkowano poszczególne wyrazy.

$$x(l) = l - \frac{k^2}{40l_k^2}l^5 - \frac{k^2}{36l_k^3}l^6 + \frac{5k^2}{504l_k^4}l^7 + \frac{k^2}{96l_k^5}l^8 + \left( \frac{k^4}{3456l_k^4} - \frac{3k^2}{864l_k^6} \right) l^9, \quad (14)$$

$$y(l) = \frac{k}{6l_k}l^3 + \frac{k}{12l_k^2}l^4 - \frac{k}{20l_k^3}l^5 - \frac{k^3}{336l_k^3}l^7 - \frac{k^3}{192l_k^4}l^8 + \frac{k^3}{2592l_k^5}l^9. \quad (15)$$

Na końcu strefy kąt nachylenia stycznej  $\Theta(l_k) = \frac{7}{12}kl_k$ .

### 3.2. Rozwiązanie problemu dla strefy końcowej

W strefie końcowej, dla:

$$\begin{cases} k(l_k) = k & k(2l_k) = 0 \\ k'(l_k) = 0 & k'(2l_k) = -C \frac{k}{l_k} \end{cases} \quad (16)$$

i równanie różniczkowe (5). Rozwiązanie problemu różniczkowego (5), (16) jest następujące:

$$k(l) = k \left( 2C - 4 + \frac{12 - 5C}{l_k} l - \frac{9 - 4C}{l_k^2} l^2 + \frac{2 - C}{l_k^3} l^3 \right). \quad (17)$$

Równanie kąta nachylenia stycznej ma postać:

$$\Theta(l) = k \left[ \frac{2 - C}{2} l_k + (2C - 4)l + \frac{12 - 5C}{2l_k} l^2 - \frac{9 - 4C}{3l_k^2} l^3 + \frac{2 - C}{4l_k^3} l^4 \right]. \quad (18)$$

Na końcu krzywej wartość kąta  $\Theta(l)$  wynosi:

$$\Theta(2l_k) = \frac{6 + C}{6} k l_k.$$

Dla przyjętego współczynnika  $C = 1$  równania  $k(l)$  i  $\Theta(l)$  są następujące:

$$k(l) = k \left( -2 + \frac{7}{l_k} l - \frac{5}{l_k^2} l^2 + \frac{1}{l_k^3} l^3 \right), \quad (19)$$

$$\Theta(l) = k \left( \frac{1}{2} l_k - 2l + \frac{7}{2l_k} l^2 - \frac{5}{3l_k^2} l^3 + \frac{1}{4l_k^3} l^4 \right). \quad (20)$$

Na końcu krzywej wartość kąta nachylenia stycznej wynosi:

$$\Theta(2l_k) = \frac{7}{6} k l_k.$$

Po rozwinięciu funkcji  $\cos \Theta(l)$  i  $\sin \Theta(l)$  w szereg Taylora z wykorzystaniem programu Maxima [16] i scałkowaniu poszczególnych wyrazów otrzymuje się równania parametryczne:

$$\begin{aligned} x(l) = & x(l_k) + \cos \Theta(l_k)(l - l_k) - \frac{k}{2} \sin \Theta(l_k)(l - l_k)^2 - \\ & + \frac{k^2}{6} \cos \Theta(l_k)(l - l_k)^3 + \frac{k^3}{24} \sin \Theta(l_k)(l - l_k)^4 + \\ & + \frac{k^4}{120} \cos \Theta(l_k)(l - l_k)^5, \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} y(l) = & y(l_k) + \sin \Theta(l_k)(l - l_k) + \frac{k}{2} \cos \Theta(l_k)(l - l_k)^2 - \\ & + \frac{k^2}{6} \sin \Theta(l_k)(l - l_k)^3 + \\ & - \frac{k^3}{24} \cos \Theta(l_k)(l - l_k)^4 + \frac{k^4}{120} \sin \Theta(l_k)(l - l_k)^5, \end{aligned} \quad (22)$$

Obowiązuje przy tym podstawowa dla rozjazdu zależność:

$$\tan \Theta(2l_k) = \frac{1}{n}. \quad (23)$$

#### 4. Zakres prowadzonej analizy

Przedstawione zależności teoretyczne będą podane weryfikacji obliczeniowej – posłużą wyznaczeniu parametrów geometrycznych kilku rozjazdów o zmiennej krzywiznie toru zwrotnego dla przyjętych prędkości jazdy pociągów  $V_{zwr} = 40, 80$  i  $120$  km/h na tym torze. Jeśli uwzględni się, powszechnie przyjmowane założenie, że prędkość pociągu na torze zwrotnym rozjazdu wynosi połowę prędkości na szlaku (czyli na torze zasadniczym), ostatnia podana wartość dotyczy kolei dużych prędkości. Zakłada się, że rozjazdy te są przewidziane do połączenia torów równoległych o rozstawie 4 m (bez wstawki prostej), zatem rzędna końcowa ich toru zwrotnego wyniesie 2 m.

Dla założonej prędkości jazdy pociągów, wyznacza się minimalne wartości parametrów występujących w torze zwrotnym rozjazdu kolejowego: promienia łuku kołowego  $R$  w środku układu oraz długości  $l_k$  odcinków zmiennej krzywizny. Są one limitowane dopuszczalnymi wartościami odpowiednich parametrów kinematycznych. Minimalny promień łuku kołowego w części środkowej oblicza się za pomocą wzoru:

$$R_{\min} = \left( \frac{V}{3.6} \right)^2 \frac{1}{a_{dop}}, \quad (24)$$

gdzie:  $a_{dop}$  oznacza dopuszczalną wartość niezerównoważonego przyspieszenia.

Na długości odcinków krzywizny nieliniowej (dla współczynnika  $C = 1$ ), przy uwzględnieniu równania (8), występuje przyspieszenie poprzeczne  $a(l)$  opisane wzorem:

$$a(l) = \left( \frac{V}{3.6} \right)^2 k \left( \frac{1}{l_k} l + \frac{1}{l_k^2} l^2 + \frac{1}{l_k^3} l^3 \right). \quad (25)$$

Wartość przyrostu przyspieszenia  $\psi = \frac{V}{3.6} \frac{d}{dl} a(l)$  jest zmienna na długości, zatem obowiązuje warunek:

$$\psi_{\max} = \max \left[ \left( \frac{V}{3.6} \right)^3 k \left( \frac{1}{l_k} + \frac{2}{l_k^2} l + \frac{3}{l_k^3} l^2 \right) \right] \leq \psi_{dop}$$

gdzie:  $\psi_{dop}$  oznacza dopuszczalną wartość przyrostu przyspieszenia.

Z przeprowadzonej w punkcie 3.1 analizy wynika, że w przypadku rozpatrywanej krzywej, wartość  $\psi_{\max}$  występuje w punkcie  $l_0 = l_k / 3$ ; tak więc ostatecznie powinno być:

$$\psi_{\max} = \frac{4}{3} \left( \frac{V}{3.6} \right)^3 \frac{k}{l_k} \leq \psi_{dop}.$$

Wzór na minimalną długość odcinków krzywizny nieliniowej jest następujący:

$$\min l_k = \frac{4}{3} \left( \frac{V}{3.6} \right)^3 \frac{k}{\psi_{dop}} \quad (26)$$

Po wyznaczeniu współrzędnych końca toru zwrotnego  $x(2l_k)$  i  $y(2l_k)$  oraz kąta nachylenia stycznej  $\Theta(2l_k)$  możliwe jest określenie położenia środka rozjazdu oraz długości jego toru zasadniczego. Środek rozjazdu leży na osi toru zasadniczego w odległości:

$$x_o = x(2l_k) - \frac{y(2l_k)}{\tan \Theta(2l_k)}, \quad (27)$$

od początku rozjazdu, natomiast długość toru zasadniczego wynosi:

$$l_{zas} = x_o + \frac{y(2l_k)}{\sin \Theta(2l_k)}. \quad (28)$$

## 5. Wyznaczenie parametrów geometrycznych

Zbiorcze zestawienie parametrów geometrycznych toru zwrotnego rozjazdów dla wybranych prędkości jazdy

pociągów, podczas iteracyjnego dochodzenia do rzędnej końcowej 2 m, przedstawiono w tabelicy 1. Parametr  $l_{zwr}$  oznacza długość toru zwrotnego rozjazdu ( $l_{zwr} = 2 l_k$ ).

### 5.1. Rozjazd dla prędkości $V_{zwr} = 40$ km/h

Dla założonej prędkości jazdy pociągów  $V_{zwr} = 40$  km/h, przyjmując dopuszczalną wartość przyspieszenia niezrównoważonego  $a_{dop} = 0,85$  m/s<sup>2</sup>, na podstawie wzoru (24) otrzymuje się wartość  $R_{min} = 145,243$  m. Ponieważ jest to wartość bardzo mała, stwarzająca problemy z wpisywaniem się taboru w tor, w dalszych obliczeniach przyjmuje się jako wyjściowy promień łuku kołowego  $R = 350$  m.

Przyjmując dopuszczalną wartość przyspieszenia  $\psi_{dop} = 0,3$  m/s<sup>3</sup> (jak dla pojedynczych krzywych przejściowych o krzywiznie liniowej), na podstawie wzoru (26) otrzymuje się warunek, że min.  $l_k = 17,419$  m. W przeprowadzonych obliczeniach przyjmuje się jako wyjściowe długości odcinków nieliniowej krzywizny  $l_k = 18$  m.

Dla przyjętych  $R = 350$  m i  $l_k = 18$  m otrzymuje się rozjazd o długości 36,004 m, skosie 1:16,64666 i rzędnej końcowej toru zwrotnego równej 1,187 m. Tak więc rzędna końcowa odbiega od wymaganej wartości 2 m. W sposób iteracyjny dochodzi się do promienia  $R = 290$  m i odpowiadającej długości  $l_k = 21$  m, dla których rzędna końcowa wynosi 1,949 m. Zachowując promień  $R = 290$  m, koryguje się dalej (czyli zwiększa)

Tabela 1

Zestawienie wartości charakterystycznych generowanych wariantów dla wybranych prędkości jazdy pociągów podczas iteracyjnego dochodzenia do rzędnej końcowej 2 m

$V_{zwr}$ [km/h]	$R$ [m]	$l_k$ [m]	$l_{zwr}$ [m]	$l_{zas}$ [m]	$\Theta(l_{zwr})$ [rad]	$n$	$x(l_{zwr})$ [m]	$y(l_{zwr})$ [m]
40	350	18	36	36,004	0,06000	6,64666	35,968	1,187
	290	21	42	42,009	0,08448	11,80856	41,927	1,949
	290	21,27	42,54	42,550	0,08557	11,65794	42,464	1,9998
	290	21,28	42,56	42,570	0,08561	11,65244	42,484	2,0017
	<b>290</b>	<b>21,271</b>	<b>42,542</b>	<b>42,552</b>	<b>0,08578</b>	<b>11,65739</b>	<b>42,466</b>	<b>2,00002</b>
	290	21,272	42,544	42,554	0,08558	11,65684	42,468	2,00021
80	600	82	164	164,129	0,15944	6,21854	162,985	14,327
	1200	41	82	82,004	0,03986	25,07382	81,968	1,797
	1200	43,25	86,50	86,505	0,04207	23,76798	86,463	1,9999
	1200	43,26	86,52	86,525	0,04206	23,76248	86,483	2,0009
	<b>1200</b>	<b>43,251</b>	<b>86,502</b>	<b>86,507</b>	<b>0,04205</b>	<b>23,76743</b>	<b>86,465</b>	<b>2,00002</b>
	1200	43,252	86,504	86,507	0,04208	23,76688	86,467	2,00011
120	1500	110	220	220,050	0,08556	11,65978	219,607	10,341
	2600	64	128	128,003	0,02872	34,81186	127,974	2,021
	2700	61	122	122,003	0,02636	37,93032	121,979	1,768
	2650	63	126	126,003	0,02774	36,04518	125,976	1,922
	2650	64,26	128,52	128,523	0,02829	35,33804	128,495	1,9995
	2650	64,27	128,54	128,543	0,02830	35,33254	128,515	2,0001
	2650	64,267	128,534	128,537	0,02829	35,33419	128,509	1,99994
	<b>2650</b>	<b>64,268</b>	<b>128,536</b>	<b>128,539</b>	<b>0,02829</b>	<b>35,33364</b>	<b>128,511</b>	<b>2,00002</b>
	2650	64,269	128,538	128,541	0,02829	35,33309	128,513	2,00006

[Opracowanie własne].



wartość  $l_k$  i na końcu uzyskuje się wymaganą rzędną końcową. Przyjęty ostatecznie układ geometryczny toru zwrotnego rozjazdu ma promień  $R = 290$  m i długości odcinków zmiennej krzywizny  $l_k = 21,271$  m. Skos rozjazdu wynosi 1:11,65739, długość toru zasadniczego 42,542 m.

### 5.2. Rozjazd dla prędkości $V_{zwr} = 80$ km/h

Dla założonej prędkości jazdy pociągów  $V_{zwr} = 80$  km/h na podstawie wzoru (24) otrzymuje się wartość  $R_{min} = 580,973$  m i jako wyjściowy w przeprowadzonych dalej obliczeniach przyjęto promień łuku kołowego  $R = 600$  m. Na podstawie wzoru (26) otrzymano warunek, że min.  $l_k = 81,288$  m; można przyjąć jako wyjściowe długości odcinków nieliniowej krzywizny  $l_k = 82$  m.

Dla przyjętych jako wyjściowe wartości  $R = 600$  m i  $l_k = 82$  m otrzymuje się rozjazd o długości 164,129 m, skosie 1:6,21854 oraz rzędnej końcowej toru zwrotnego równej 14,327 m. Tak więc rzędna końcowa znacznie odbiega od wymaganej wartości 2 m. Jak się okazuje, podstawowym sposobem jej zmniejszenia jest zwiększenie promienia  $R$ . Jest to okoliczność bardzo korzystna, która jednocześnie stwarza możliwość zmniejszenia długości odcinków zmiennej krzywizny, zgodnie z warunkiem (26). W sposób iteracyjny dochodzi się do promienia  $R = 1200$  m i odpowiadającej długości  $l_k = 41$  m, dla których rzędna końcowa wynosi 1,797 m. Aby uzyskać zwiększenie tej rzędnej, zachowując promień  $R = 1200$  m, koryguje się dalej (czyli zwiększa) wartość  $l_k$ , w wyniku czego uzyskuje się wymaganą rzędną końcową. Przyjęty ostatecznie układ geometryczny toru zwrotnego rozjazdu ma promień  $R = 1200$  m i długości odcinków zmiennej krzywizny  $l_k = 43,251$  m. Skos rozjazdu wynosi 1:23,76743, a długość toru zasadniczego 86,507 m.

### 5.3. Rozjazd dla prędkości $V_{zwr} = 120$ km/h

Dla prędkości jazdy pociągów  $V = 120$  km/h na podstawie wzoru (24) otrzymuje się wartość  $R_{min} = 1307,19$  m i jako wyjściowy w dalszych obliczeniach przyjmuje promień łuku kołowego  $R = 1500$  m. Jednocześnie, na podstawie wzoru (26), otrzymuje się warunek, że min.  $l_k = 109,739$  m; i przyjmuje jako wyjściowe długości odcinków nieliniowej krzywizny  $l_k = 110$  m.

Dla przyjętych jako wyjściowe wartości  $R = 1500$  m i  $l_k = 110$  m otrzymuje się rozjazd o długości 220,05 m, skosie 1:11,65978 oraz rzędnej końcowej toru zwrotnego równej 10,341 m. Ponieważ rzędna końcowa znacznie odbiega od wymaganej wartości 2 m, należy ją zmniejszyć przez zwiększenie promienia  $R$ . Prowadzi to do zmniejszenia długości odcinków nieliniowej krzywizny, zgodnie z warunkiem (26). W sposób iteracyjny dochodzi się do promienia  $R \in \langle 2600; 2700 \rangle$  m i odpowiadającej długości  $l_k \in \langle 61; 64 \rangle$  m, dla których rzędna końcowa  $y(l_{zwr}) \in \langle 1,768; 2,021 \rangle$  m. Aby uzyskać wymaganą rzędną końcową, przyjęto promień  $R = 2650$  m, dla którego odpowiadająca wartość  $l_k = 63$  m, a rzędna końcowa wynosi 1,922 m. Wymaganą rzędną końcową uzyskuje się przez korygowanie (czyli zwiększanie) wartości  $l_k$ . Przyjęty ostatecznie układ geometryczny toru zwrotnego rozjazdu ma promień  $R = 2650$  m i długości odcinków zmiennej krzywizny  $l_k = 64,268$  m. Skos rozjazdu wynosi 1:35,33364, a długość toru zasadniczego 128,539 m.

### 5.4. Zestawienie wyznaczonych rozwiązań

W tabelicy 2 przedstawiono zestawienie wartości charakterystycznych wyznaczonych rozjazdów dla prędkości  $V_{zwr} = 40, 80$  i  $120$  km/h z rzędną końcową 2 m. Na rysunku 8 pokazano zbiorcze wykresy krzywizny na długości toru zwrotnego poszczególnych rozjazdów, a na rysunku 9 wykresy rzędnych poziomych. Na skutek skażenia skali na rysunku 9, styczne poprowadzone z końca toru zwrotnego przecinają ten tor na długości, co oczywiście nie może mieć miejsca w rzeczywistości.

## 6. Próba praktycznej weryfikacji

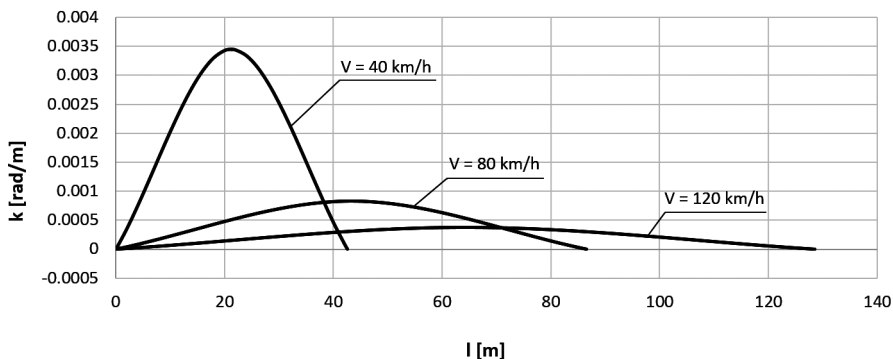
Przedstawiona koncepcja ukształtowania toru zwrotnego rozjazdu stanowi zupełnie nowe rozwiązanie, które nigdzie nie znalazło jeszcze praktycznego zastosowania. Koncepcja ta jest zatem pewną propozycją, którą należy promować, aby w przyszłości mogła ona zostać sprawdzona. Podstawową zaletą rozwiązania jest wyeliminowanie rejonów gwałtownej zmiany krzywizny na początku i na końcu toru zwrotnego rozjazdu. Wynika to jednoznacznie z przyjętych założeń przy wyznaczaniu równań krzywizny. Ponieważ jednak opisywany rozjazd jeszcze nie istnieje, nie ma możliwości poddania go

Tabela 2

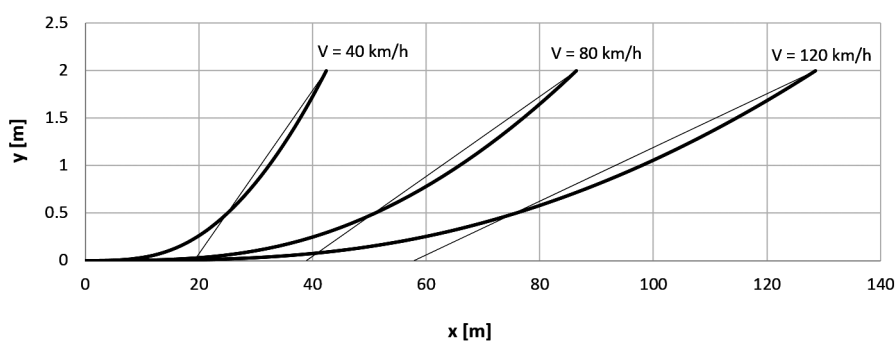
Zestawienie wartości charakterystycznych wyznaczonych rozjazdów dla prędkości  $V_{zwr} = 40, 80$  i  $120$  km/h mających rzędną końcową 2 m

$V_{zwr}$ [km/h]	$R$ [m]	$l_{zwr}$ [m]	$l_{zas}$ [m]	$\Theta(l_{zwr})$ [rad]	$n$	$x(l_{zwr})$ [m]	$y(l_{zwr})$ [m]
40	290	42,542	42,552	0,08578	11,65739	42,466	2,000
80	1200	86,502	86,507	0,04205	23,76743	86,465	2,000
120	2650	128,536	128,539	0,02829	35,33364	128,511	2,000

[Opracowanie własne].



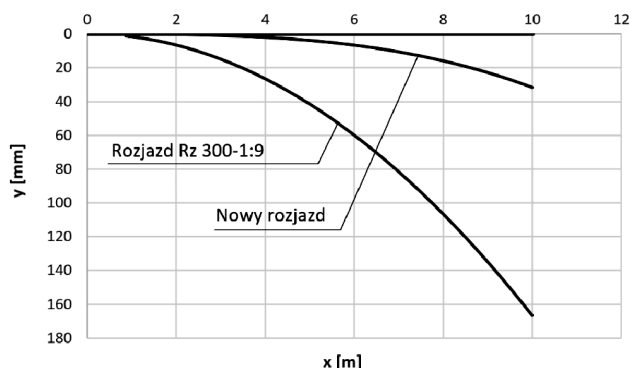
Rys. 8. Wykresy krzywizny na długości toru zwrotnego rozpatrywanych rozjazdów [opracowanie własne]



Rys. 9. Wykresy rzędnych poziomych toru zwrotnego rozpatrywanych rozjazdów [opracowanie własne]

ocenie z konstrukcyjnego punktu widzenia, pod kątem niezawodności eksploatacyjnej [3]. Można co najwyżej podjąć próbę analizy położenia iglic w początkowej strefie nabiegania kół pojazdu szynowego.

Na rysunku 10 przedstawiono schemat położenia iglicy łukowej i opornicy w przykładowym rozjeździe posiadającym zmienną krzywiznę toru zwrotnego oraz w rozjeździe tradycyjnym, z torem zwrotnym w postaci łuku kołowego. Obydwa rozjazdy umożliwiają przejazd z prędkością  $V_{zwr} = 40$  km/h, przy czym parametry geometryczne pierwszego z nich podano w tabelicy 2 (przy promieniu  $R = 290$  m), drugi zaś to standardowy rozjazd Rz 300-1:9.



Rys. 10. Schemat położenia iglicy łukowej i opornicy w przykładowym rozjeździe z wygładzoną krzywizną toru zwrotnego i rozjeździe tradycyjnym (w skali skażonej) [opracowanie własne]

Jak widać, różnica między rozjazdami jest oczywista i zgodna z oczekiwaniami. W rozjeździe z wygła-

dzoną krzywizną toru zwrotnego strefa przylegania iglicy do opornicy jest wydłużona, a rzędne poziome narastają w sposób łagodny. Powinno się to przełożyć na korzystniejsze wpisywanie się kół taboru w tor, czyli mniejsze oddziaływania dynamiczne, spokojniejszą jazdę i powolniejszy proces zużycia szyn w torze zwrotnym. Te stwierdzenia wynikają z przesłanek logicznych i powinny się sprawdzić w warunkach rzeczywistych. Weryfikacja praktycznych zalet układu powinna polegać na obserwacjach przebiegu zużycia szyn w torze zwrotnym tak ukształtowanych rozjazdów.

## 7. Podsumowanie

W torze zwrotnym typowego rozjazdu kolejowego (zwyčajnego) stosuje się pojedynczy łuk kołowy bez krzywych przejściowych. Wskutek tego występują miejsca gwałtownej, skokowej zmiany rzędnych wykresu krzywizny na początku i końcu rozjazdu. Ostatnio, w niektórych krajach, dążąc do wygładzenia wykresu krzywizny w tych rejonach, wprowadza się tzw. „odcinki kłotojdy” po obu stronach łuku kołowego, na których krzywizna zmienia się w sposób liniowy.

W wyniku przeprowadzonej w pracach [11, 12] analizy dynamicznej wykazano, że najkorzystniejsze właściwości ma tor zwrotny rozjazdu z nieliniowym przebiegiem krzywizny w strefie początkowej i strefie końcowej oraz zerowymi wartościami krzywizny w punktach skrajnych układu geometrycznego. Jednocześnie nasunęła się wątpliwość, czy ma swoje



uzasadnienie, występujące w praktyce wykonawczej, stosowanie tzw. „odcinków kłotojdy” z niezerowymi wartościami krzywizny w punktach początkowym i końcowym toru zwrotnego.

W artykule przedstawiono analityczną metodę rozwiązania problemu, mającą ogólny i pełny charakter. Jako modelowe przyjęto rozwiązanie, nie mające w strefie środkowej łuku kołowego, lecz składające się z dwóch stref krzywizny nieliniowej o jednakowej długości, z zerowymi wartościami krzywizny w punktach skrajnych. Dokonano wyboru najkorzystniejszego rodzaju krzywizny z punktu widzenia warunków kinematycznych. Przedstawiono analityczny zapis krzywizny i kąta nachylenia stycznej na długości toru zwrotnego rozjazdu oraz współrzędnych kartezjańskich tego toru.

Uzyskane teoretyczne zależności poddano weryfikacji obliczeniowej. Wykorzystano je do wyznaczenia parametrów geometrycznych kilku rozjazdów o zmiennej krzywiznie toru zwrotnego dla przyjętych prędkości jazdy pociągów na torze zwrotnym  $V_{zwr} = 40, 80$  i  $120$  km/h. Rozjazdy te są przewidziane do połączenia torów równoległych o rozstawie  $4$  m (bez wstawki prostej). Kierowano się przy tym kryterium minimalizacji długości całego rozjazdu przy zadanej rzędnej końcowej jego toru zwrotnego.

## Literatura

- Alfi S., Bruni S.: *Mathematical modelling of train-turnout interaction*, Vehicle System Dynamics, no. 5/2009, Taylor & Francis, pp. 551–574.
- Bałuch H.: *Optymalizacja układu geometrycznego rozjazdów przeznaczonych do dużego natężenia przewozów i dużych szybkości pociągów*, Problemy Kolejnictwa, tom 12, nr 44/1968.
- Bałuch H., Bałuch M.: *Eksplatacyjne metody zwiększania trwałości rozjazdów kolejowych*, Centrum Naukowo-Techniczne Kolejnictwa, Warszawa 2009.
- Bałuch M.: *Oddziaływania pojazdów szynowych w poszczególnych strefach rozjazdów*, Zeszyty Naukowo-Techniczne SITK RP w Krakowie, z. 124/2005.
- Bugarin M.R., García Díaz-de-Villegas J.M.: *Improvements in railway switches*, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Rail and Rapid Transit, no. 4/2002, SAGE Publishing, pp. 275–286.
- Bugarin M., Orro A., Novales M.: *Geometry of high speed turnouts*, Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board, no. 2261/2011, National Research Council (U.S.), pp. 64–72.
- Esveld C.: *Modern railway track*, second ed., MRT-Productions, Zaltbommel 2001.
- Koc W.: *Analytical method of modelling the geometric system of communication route*, Mathematical Problems in Engineering, vol. 2014, Hindawi, Article ID 679817.
- Koc W.: *Kształtowanie toru zwrotnego rozjazdu z odcinkami krzywizny liniowej*, Problemy Kolejnictwa, z. 174/2017, Warszawa, s. 39–46.
- Koc W.: *Optimum shape of turnout diverging track with segments of variable curvature*, Journal of Transportation Engineering, Part A: Systems, vol. 145, no. 1/2019, ASCE, 04018077.
- Koc W.: *Shaping of the turnout diverging track with variable curvature sections*, International Journal of Rail Transportation, no. 4/2017, Taylor & Francis, pp. 229–249.
- Koc W.: *Zastosowanie odcinków nieliniowej krzywizny w torze zwrotnym rozjazdu kolejowego*, Przegląd Komunikacyjny, nr 7/2017, SITK RP, s. 27–31.
- Koc W., Palikowska K.: *Dynamic analysis of the turnout diverging track for HSR with variable curvature sections*, World Journal of Engineering and Technology, vol. 5/2017, Scientific Research, pp. 42–57.
- Koc W., Palikowska K.: *Wyznaczanie optymalnej krzywizny toru zwrotnego w rozjazdach dla kolei dużych prędkości na podstawie analizy dynamicznej*, Przegląd Komunikacyjny, nr 10/2017, SITK RP, s. 2–7.
- Lichtberger B.: *Track Compendium. Formation, Permanent Way, Maintenance, Economics*, Eurailpress Tetzlaff-Hestra GmbH & Co., Hamburg 2005.
- Maxima, a Computer Algebra System [online], dostępny na <http://maksima.sourceforge.net> [dostęp: 28 marca 2018].
- Ping W.: *Design of high-speed railway turnouts. Theory and Applications*. Elsevier Science & Technology, Oxford 2015.
- Ping W., Xueyi L.: *Computing theories and design methods of CWR turnout*, Southwest Jiaotong University Press, Chengdu 2007.
- Plank B.: *Linie dużych prędkości realizowane przez VAE*, Prezentacja firmy Voestalpine GmbH, 2007.
- Prasad A.: *Turnout design: higher diverging speed in the same footprint*, Proceedings of the AREMA 2011 Annual Conference, September 18–21, 2011, Minneapolis, USA.
- Sadeghi J., Masnabadi A., Mazraeh A.: *Correlations among railway track geometry, safety and speeds*, Proceedings of the Institution of Civil Engineers – Transport, no. 4/2016, ICE Publishing, pp. 219–229.
- Technical Memorandum: *Alignment design standards for high-speed train operation*, Prepared by Parsons Brinckerhoff for the California High-Speed Rail Authority, USA, 2009.
- Weizhu F.: *Major technical characteristics of high-speed turnout in France*, Journal of Railway Engineering Society, no. 9/2009, China Association for Science and Technology, pp. 18–35.