



**POLITECHNIKA  
GDAŃSKA**

WYDZIAŁ ELEKTRONIKI,  
TELEKOMUNIKACJI I INFORMATYKI



Imię i nazwisko autora rozprawy: Maciej Kraszewski  
Dyscyplina naukowa: Elektronika

## ROZPRAWA DOKTORSKA

Tytuł rozprawy w języku polskim: Zastosowanie czasowo-częstotliwościowej analizy sygnałów do poprawy właściwości metrologicznych systemów optycznej tomografii koherentnej.

Tytuł rozprawy w języku angielskim: Application of time-frequency signal analysis for improvement of metrological properties of optical coherence tomography systems.

Promotor  <i>podpis</i>	Drugi promotor  <i>podpis</i>
dr hab. inż. Jerzy Pluciński prof. nadzw. PG	
Promotor pomocniczy  <i>podpis</i>	Kopromotor  <i>podpis</i>
dr inż. Marcin Strąkowski	

Gdańsk, rok 2019



## STRESZCZENIE ROZPRAWY

Optyczna tomografia koherentna (OCT) jest metodą obrazowania wewnętrznej struktury obiektów rozpraszających promieniowanie optyczne. Metoda ta wykorzystuje interferometrię niskokoherentną do pomiaru czasu przelotu promieniowania wstecznie rozproszonego od elementów struktury obrazowanego obiektu z rozdzielczością w zakresie od jednego do kilkunastu mikrometrów. Rozprawa dotyczy dwóch rozszerzeń metody OCT. Pierwsze z nich – polaryzacyjna optyczna tomografia koherentna (PS-OCT) pozwala na pomiar stanu polaryzacji promieniowania, co z kolei umożliwia pomiar dwójłomności badanego obiektu. Drugie – spektroskopowa optyczna tomografia koherentna (S-OCT) wykorzystuje czasowo-częstotliwościową analizę sygnału interferencyjnego do jednoczesnego pomiaru czasu przelotu i widmowej gęstości mocy promieniowania. Wykorzystując analizy numeryczne i wyniki eksperymentalne, autor rozprawy pokazuje, że właściwe wykorzystanie techniki S-OCT pozwala na obserwację w obrazie obecności struktur o grubościach mniejszych niż pozwala na to wyłącznie klasyczne przetwarzanie sygnału interferencyjnego. Ponadto, analizując skany OCT warstw polimerowych i ciekłokrystalicznych autor pokazuje, że połączenie metod PS-OCT i S-OCT pozwala na pomiar dwójłomności warstw, wprowadzających między promieniowanie o dwóch ortogonalnych stanach polaryzacji bardzo duże kąty retardacji fazowej (większe niż  $180^\circ$ ), co nie jest możliwe przy wykorzystaniu wyłącznie metody PS-OCT.



# Wykaz oznaczeń

*	– sprzężenie zespolone
$\otimes$	– splot kołowy
BW	– szerokość widma promieniowania
$c$	– prędkość światła w próżni
$c.c.$	– liczba zespolona sprzężona do poprzedniego składnika sumy
$d$	– grubość struktury cienkowarstwowej
DFT	– dyskretna transformacja Fouriera
$DFT^{-1}$	– odwrotna dyskretna transformacja Fouriera
DF	– parametr określający rozdzielczość metody OCT
$g_r$	– zespolony stopień koherencji w metodzie FD-OCT
$E$	– natężenie pola elektrycznego
$f$	– częstotliwość
$f_s$	– częstotliwość próbkowania
FT	– transformacja Fouriera
$FT^{-1}$	– odwrotna transformacja Fouriera
$I$	– natężenie fali elektromagnetycznej
$\mathbf{J}$	– wektor Jonesa
$k$	– liczba falowa
$k_0$	– najmniejsza wartość liczby falowej analizowanego widma
$l_c$	– długość drogi koherencji
$m$	– indeks próbki sygnału

$M$	– macierz Jonesa
$n$	– indeks próbki sygnału
$n_e$	– współczynnik załamania dla promienia nadzwyczajnego
$n_o$	– współczynnik załamania dla promienia zwyczajnego
$r$	– współczynnik odbicia światła
$r_r$	– współczynnik odbicia zwierciadła w torze referencyjnym interferometru
$s$	– skan OCT w dziedzinie czasu
$S$	– widmowa gęstość mocy promieniowania
$SO_2$	– stopień utlenowania krwi
STFT	– krótkoczasowa transformacja Fouriera
tHb	– koncentracja hemoglobiny we krwi
$w$	– funkcja okna w dziedzinie czasu
$W$	– funkcja okna w dziedzinie częstotliwości
$z$	– długość drogi optycznej
$z_0$	– najmniejsza długość drogi optycznej w skanie OCT
$\Delta n$	– dwójłomność
$\Delta k$	– rozdzielczość próbkowania widma promieniowania
$\Delta z$	– rozdzielczość próbkowania długości drogi optycznej
$\gamma$	– zawinięty kąt retardacji fazowej
$\gamma_r$	– zespolony stopień koherencji
$\Gamma$	– kąt retardacji fazowej
$\eta_0$	– impedancja falowa próżni
$\phi$	– faza zespolonego sygnału harmonicznego
$\mu_a$	– współczynnik absorpcji
$\theta$	– kąt orientacji szybkiej osi optycznej
$\Omega$	– pulsacja unormowana



# Spis treści

<b>1</b>	<b>Wstęp</b>	<b>7</b>
1.1	Pomiar dwójłomności materiałów transparentnych . . . . .	8
1.2	Badanie struktur cienkowarstwowych . . . . .	12
1.3	Konwencja oznaczeń . . . . .	13
1.4	Definicja długości drogi koherencji źródła promieniowania optycznego . .	15
<b>2</b>	<b>Cel i tezy pracy</b>	<b>17</b>
<b>3</b>	<b>Wprowadzenie do optycznej tomografii koherentnej</b>	<b>19</b>
3.1	OCT pracujące w dziedzinie czasu . . . . .	20
3.1.1	Rola zespolonego stopnia koherencji wzajemnej . . . . .	23
3.1.2	Analiza obwiedni funkcji zespolonego stopnia koherencji wzajemnej	23
3.2	OCT pracujące w dziedzinie częstotliwości . . . . .	24
3.2.1	Opis teoretyczny działania systemów FD-OCT . . . . .	24
3.2.2	Techniczne realizacje systemów FD-OCT . . . . .	27
3.3	OCT z analizą stanu polaryzacji (PS-OCT) . . . . .	27
3.4	Rozdzielczość podłużna systemów OCT . . . . .	31
3.4.1	Długość drogi koherencji . . . . .	31
3.4.2	Związek między zakresem dynamiki a rozdzielczością podłużną skanów OCT . . . . .	32
3.4.3	Definicja rozdzielczości podłużnej systemów OCT . . . . .	35
3.4.4	Ilościowe pomiary grubości . . . . .	36
3.4.5	Porównanie estymatorów . . . . .	40
3.4.6	Uwagi . . . . .	42
3.5	Podsumowanie . . . . .	43

<b>4</b>	<b>Czasowo-częstotliwościowa analiza sygnału w optycznej tomografii koherentnej</b>	<b>45</b>
4.1	Wstęp do czasowo-częstotliwościowej analizy sygnału w optycznej tomografii koherentnej . . . . .	46
4.1.1	Krótkoczasowa transformacja Fouriera . . . . .	47
4.1.2	Równoważność analizy w dziedzinie czasu i częstotliwości . . . . .	49
4.2	Zastosowania czasowo-częstotliwościowej analizy sygnałów w optycznej tomografii koherentnej . . . . .	50
4.3	Podsumowanie . . . . .	52
<b>5</b>	<b>Algorytmy cyfrowego przetwarzania sygnału w optycznej tomografii koherentnej</b>	<b>53</b>
5.1	Interpolacja widm interferencyjnych . . . . .	56
5.1.1	Algorytmy interpolacyjne . . . . .	57
5.1.2	Algorytm niejednorodnego splotu . . . . .	62
5.2	Podpróbkiwanie widm interferencyjnych . . . . .	64
5.2.1	Interpolacja dolnoprzepustowa . . . . .	69
5.2.2	Interpolacja pasmowoprzepustowa . . . . .	70
5.3	Korekcja dyspersji . . . . .	73
5.4	Analiza częstotliwościowa . . . . .	74
5.5	Podsumowanie . . . . .	75
<b>6</b>	<b>Algorytmy cyfrowego przetwarzania sygnału w spektroskopowej optycznej tomografii koherentnej</b>	<b>77</b>
6.1	Klasyczne metody analizy czasowo-częstotliwościowej . . . . .	78
6.1.1	Opis przykładu numerycznego . . . . .	79
6.1.2	Krótkoczasowa transformata Fouriera . . . . .	80
6.1.3	Transformata Wignera-Ville'a . . . . .	83
6.1.4	Transformata falkowa . . . . .	85
6.1.5	Podsumowanie . . . . .	86
6.2	Dobór funkcji okna . . . . .	87
6.2.1	Studium teoretyczne: pomiar widma absorpcji hemoglobiny . . . . .	87
6.3	Przyspieszenie procesu obliczeń . . . . .	92
6.4	Rekursywna analiza w dziedzinie czasu . . . . .	94





6.5	Podsumowanie . . . . .	102
<b>7</b>	<b>Nowe zastosowania czasowo-częstotliwościowej analizy sygnałów w optycznej tomografii koherentnej</b>	<b>103</b>
7.1	Badanie struktur cienkowarstwowych . . . . .	104
7.1.1	Zastosowania interferometrii w badaniu struktur cienkowarstwowych . . . . .	104
7.1.2	Obrazowanie zmian grubości struktur cienkowarstwowych za pomocą metody S-OCT . . . . .	106
7.1.3	Ilościowa ocena grubości struktur cienkowarstwowych . . . . .	110
7.2	Pomiary dwójłomności . . . . .	112
7.2.1	Zjawisko dwójłomności . . . . .	112
7.2.2	Niejednoznaczność określenia kąta retardacji fazowej . . . . .	113
7.2.3	Rozwiązanie problemu niejednoznaczności kąta retardacji za pomocą analizy spektroskopowej . . . . .	116
7.2.4	Analiza numeryczna widma kąta retardacji fazowej . . . . .	120
7.2.5	Porównanie metody analizy widma kąta retardacji z metodą referencyjną . . . . .	131
7.2.6	Numeryczna analiza widm retardacji fazowej uzyskanych za pomocą metody PS-OCT . . . . .	136
<b>8</b>	<b>Podsumowanie</b>	<b>139</b>



# Rozdział 1

## Wstęp

Optyczna tomografia koherentna (OCT, ang. optical coherence tomography) jest metodą obrazowania struktur wewnętrznych szerokiej klasy obiektów [1, 2]. Głównymi zaletami OCT są: wysoka rozdzielczość obrazowania (od jednego do kilkunastu mikrometrów) [3]) oraz nieniszczący charakter tej metody.

Pierwszym i do tej pory najważniejszym obszarem zastosowań OCT jest okulistyka [1]. Ponadto wciąż pojawia się wiele badań na temat zastosowań w innych dziedzinach medycyny, takich jak np. gastrologia [4–6], dermatologia [7–9] czy stomatologia [10–12].

Oprócz aplikacji biomedycznych, OCT stosowane jest również do nieinwazyjnego obrazowania obiektów technicznych i wyrobów przemysłowych. Jako przykłady można tutaj wymienić badanie struktur i defektów w wyrobach ceramicznych [13], pomiar grubości pokryć farmaceutyków [14–16] czy analizę jakości wykonania soczewek [2, 17]. Osobną grupą niemedycznych zastosowań optycznej tomografii koherentnej jest konserwacja zabytków m.in. obrazów czy pergaminów [18].

W celu zwiększenia możliwości pomiarowych systemów OCT zaproponowano szereg rozszerzeń tej metody, które znalazły zastosowanie w tzw. funkcjonalnych systemach OCT. Systemy te, oprócz struktury wewnętrznej obiektu, umożliwiają określenie innych jego parametrów poprzez pomiar dodatkowych wielkości fizycznych. Funkcjonalne systemy OCT można podzielić na dwie grupy: systemów OCT wymagających modyfikacji aparatury pomiarowej stosowanej w tradycyjnej metodzie OCT oraz systemów OCT opartych wyłącznie na dodatkowej analizie sygnału interferencyjnego.

Do pierwszej grupy należą m.in. systemy OCT z analizą stanu polaryzacji promieniowania optycznego (PS-OCT, ang. polarization-sensitive OCT), umożliwiające m.in. badanie naprężeń pojawiających się w materiałach polimerowych czy defektów

w urządzeniach opartych o materiały ciekłokrystaliczne [19, 20]. Ponadto do grupy tej można zaliczyć np. systemy OCT termoelastyczne [21, 22] czy tzw. optyczną elastografię koherentną (OCE, ang. optical coherence elastography) [23, 24].

Do drugiej grupy systemów, wymagających jedynie dodatkowej analizy sygnału interferencyjnego, należą m.in. systemy OCT dopplerowskie oraz z analizą wariancji spekli wykorzystywane do pomiaru prędkości przepływów występujących w badanym obiekcie [25] czy spektroskopowe systemy OCT (S-OCT, ang. spectroscopic OCT) umożliwiające analizę widma promieniowania rozproszonego w konkretnym miejscu wewnątrz obiektu [26–34].

Badania przedstawione w rozprawie dotyczą dwóch typów funkcjonalnych systemów OCT: systemów z analizą stanu polaryzacji (PS-OCT) oraz systemów spektroskopowych OCT (S-OCT). Samym przedmiotem rozprawy jest poprawa możliwości metrologicznych systemów OCT w dwóch obszarach zastosowań:

1. pomiarów dwójłomności obiektów wykonanych z materiałów transparentnych, dotyczących przede wszystkim materiałów polimerowych oraz ciekłokrystalicznych,
2. badań struktur cienkowarstwowych.

## 1.1 Pomiar dwójłomności materiałów transparentnych

W badaniu materiałów polimerowych ważną rolę odgrywa tzw. efekt elastoptyczny [35–37]. Polega on na indukowaniu się w tych materiałach dwójłomności pod wpływem obecnych w nich naprężeń wewnętrznych. Pomiar indukowanej dwójłomności daje możliwość generowania map tychże naprężeń. Dokonuje się go zwykle poprzez analizę stanu polaryzacji promieniowania optycznego transmitowanego przez badany obiekt, np. umieszczając go między dwoma polaryzatorami. Analiza stanu polaryzacji promieniowania pozwala na określenie tzw. kąta retardacji fazowej, czyli różnicy faz między falami o dwóch ortogonalnych stanach polaryzacji liniowej, która pojawi się po przejściu przez warstwę materiału dwójłomnego. Niestety, w metodzie tej kąt retardacji fazowej możliwy jest do jednoznacznego określenia jedynie w zakresie od  $0^\circ$  do  $180^\circ$ . Fakt ten powoduje szereg trudności m.in. uniemożliwia stwierdzenie, czy w danym kierunku naprężenia wewnątrz obiektu rosną czy maleją (choć widać wciąż możliwe jest określenie wartości bezwzględnej zmian naprężeń).

Problem ten rozwiązuje się za pomocą oświetlenia obiektu światłem białym. Kąt retardacji fazowej zależy od długości fali światła, dlatego analiza widmowa stanu polaryzacji transmitowanego przez dwójłomny ośrodek światła pozwala na jednoznaczne określenie kąta retardacji. Stosuje się do tego np. tablice Michela-Levy'ego, które wiążą tzw. rząd retardacji z barwą światła transmitowanego przez obiekt umieszczony między dwoma polaryzatorami.

Systemy PS-OCT stanowią atrakcyjne narzędzie do pomiarów elastooptycznych. Oprócz możliwości badania występujących w badanym obiekcie naprężeń (za pomocą analizy stanu polaryzacji), systemy PS-OCT umożliwiają także jednoczesne, trójwymiarowe obrazowanie jego struktury wewnętrznej. Pozwala to na uzyskanie informacji o grubości warstwy polimerowej nawet wtedy, gdy jest ona przesłaniana przez kilka warstw znajdujących się powyżej. Taka sytuacja znacznie utrudnia pomiary elastooptyczne innymi metodami [38]. Zastosowanie systemów PS-OCT w tego typu badaniach wymaga jednak rozwiązania problemu niejednoznaczności wyznaczania kąta retardacji fazowej.

Wyjątek stanowią obiekty zawierające w swojej strukturze dużą liczbę centrów rozpraszających promieniowanie optyczne. Badanie polaryzacji promieniowania rozproszonego od dwóch blisko położonych centrów rozpraszających pozwala bowiem na określenie zmian kąta retardacji w funkcji głębokości wewnątrz obiektu. Znajomość tej zmiany pozwala na bezpośrednie wyznaczenie dwójłomności. Klasyczny pomiar elastooptyczny (bez wykorzystania systemów PS-OCT) tego typu rozpraszających obiektów (np. poprzez umieszczenie ich między dwoma polaryzatorami) nie jest możliwy. Istnieje możliwość rozwiązania tego problemu poprzez nałożenie na obiekt warstwy przejrzystego, nierozpraszającego pokrycia wykazującego efekt elastooptyczny, jednak metoda PS-OCT wydaje się być korzystniejsza ze względu na możliwość pomiaru właściwości badanego obiektu w sposób bezpośredni.

Niestety, stosowane dotychczas w metodzie PS-OCT techniki przetwarzania danych nie umożliwiają jednoznacznego określenia kąta retardacji fazowej dla obiektów transparentnych. Możliwe jest rozwiązanie tego problemu, wykorzystując fakt, że systemy OCT wymagają szerokopasmowych źródeł światła. Stwarza to możliwość analizy stanu polaryzacji światła w funkcji długości fali. Jest to rozwiązanie analogiczne do tych stosowanych obecnie w pomiarach elastooptycznych (np. przy użyciu tablic Michela-Levy'ego [39]). Wprowadzenie tego rozwiązania wymaga jednak nowych metod ana-



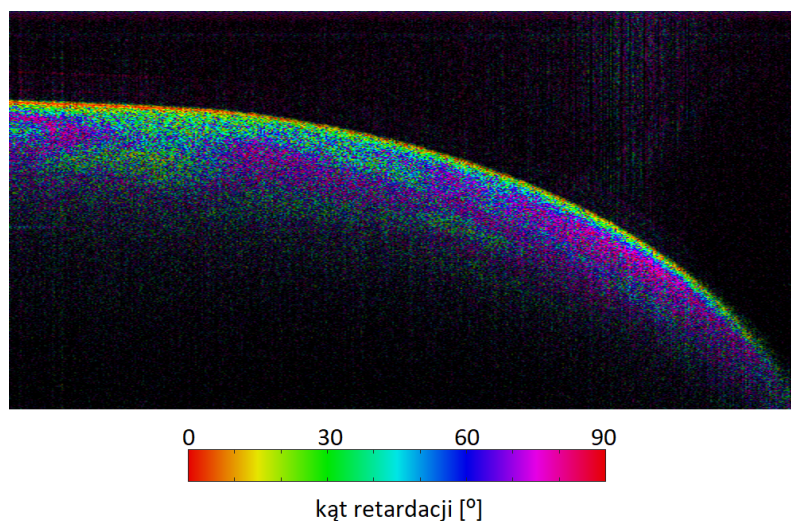
lizy sygnałów interferencyjnych rejestrowanych w systemach OCT. Opracowanie i weryfikacji tych metod stanowi jeden z dwóch głównych elementów rozprawy. Przeprowadzone prace badawcze pokazują, że proponowana koncepcja pozwala na konstrukcję uniwersalnego systemu pomiarowego do badań elastooptycznych. System taki umożliwiłby jednoczesną analizę struktury oraz naprężeń w obiektach polimerowych wykonanych zarówno z materiałów rozpraszających, jak i transparentnych.

Przedstawiony problem niejednoznaczności kąta retardacji fazowej dotyczy nie tylko materiałów polimerowych. Innym przykładem materiałów dwójłomnych stosowanych w optyce i optoelektronice są ciekłe kryształy. Materiały ciekłokrystaliczne charakteryzują się często bardzo silną dwójłomnością – obecnie możliwe jest osiągnięcie różnic współczynników załamania z zakresu od 0,3 do 0,5 [40]. Powoduje to, że kąt retardacji fazowej przekraczający  $180^\circ$  może być wprowadzony przez warstwę materiału o grubości zaledwie kilku lub kilkunastu mikrometrów. W przypadku materiałów ciekłokrystalicznych istotną rolę odgrywa nie tylko duża wartość możliwych do osiągnięcia dwójłomności, ale także możliwość sterowania orientacją cząsteczek ciekłego kryształu za pomocą pola elektrycznego. Stwarza to możliwość sterowania efektywną dwójłomnością wykonanego z materiałów ciekłokrystalicznych przyrządu [41].

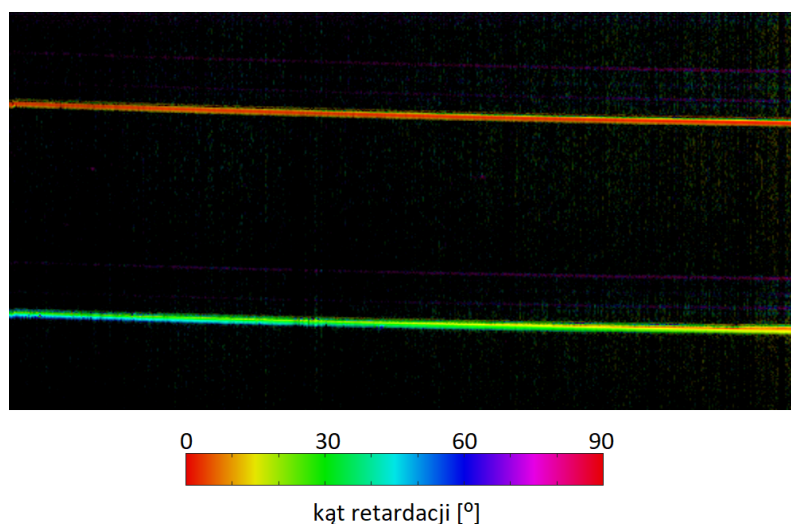
Zastosowanie metody PS-OCT daje możliwość m.in. badania jednorodności orientacji materiału oraz jego reakcji na zewnętrzne pole elektryczne. Możliwość jednoznacznego wyznaczenia kąta retardacji fazowej ma zasadnicze znaczenie w tego typu badaniach. Dotychczas problem niejednoznaczności rozwiązywano np. poprzez pomiar dwójłomności komórki ciekłokrystalicznej wysterowanej napięciem wystarczająco dużym, aby wywołać spadek kąta retardacji poniżej  $180^\circ$ . Następnie kolejne pomiary były dokonywane przy stopniowo zmniejszonym napięciu wysterowania, tak aby zmiany kąta retardacji mogły być możliwe do jednoznacznego wyznaczenia [42]. Procedura ta jest jednak długotrwała i wymaga prawidłowego dobrania kroku zmian napięcia wysterowania komórki.

W rozprawie przedstawiono metodę pomiaru efektywnej dwójłomności komórki ciekłokrystalicznej za pomocą metody PS-OCT ze spektralną analizą stanu polaryzacji światła. Metoda ta umożliwia jednoznaczny pomiar dla dwójłomności zmieniających się ponad dziesięciokrotnie, bez konieczności wcześniejszego określenia rzędu kąta retardacji fazowej.





**Rys. 1.1.** Skan PS-OCT silnie rozpraszającego materiału dwójłomnego. Wprowadzany przez materiał kąt retardacji fazowej zakodowano za pomocą barwy obrazu. Na skanie widoczne są periodyczne zmiany stanu polaryzacji światła w miarę jego wnikania w głąb materiału. Pomiar kąta retardacji ograniczony jest do wartości  $90^\circ$  – wartości większe ulegają okresowemu „zawinięciu”. Pomimo tego, ze względu na dostępność informacji o świetle rozproszonym z każdej fragmentu materiału, możliwe jest jednoznaczne określenie wartości kąta retardacji.



**Rys. 1.2.** Skan PS-OCT transparentnego materiału dwójłomnego. Światło ulega rozproszeniu jedynie od dolnego i górnej granicy materiału. Stan polaryzacji światła zmienia się periodycznie w miarę jego wnikania w głąb materiału, jednak brak centrów rozpraszających powoduje, że informacja o stanie polaryzacji światła jest dostępna jedynie na granicach materiału. Z tego powodu nie jest możliwe określenie rzeczywistej wartości kąta retardacji fazowej.

## 1.2 Badanie struktur cienkowarstwowych

Drugim obszarem zastosowań optycznej tomografii koherentnej, któremu poświęcona jest rozprawa, są badania struktur cienkowarstwowych. Jako struktury cienkowarstwowe rozumie się tutaj warstwy o grubościach niemożliwych do zmierzenia na klasycznym obrazie OCT, a więc dla typowych komercyjnych systemów OCT, o grubościach nieprzekraczających kilku do kilkunastu mikrometrów. Struktury cienkowarstwowe wykorzystuje się szeroko w optyce np. jako powłoki antyrefleksyjne lub warstwy falowodowe. Innym przykładem zastosowań struktur cienkowarstwowych mogą być sensoryczne warstwy diamentowe wykonywane np. w Katedrze Metrologii i Optoelektroniki Politechniki Gdańskiej [43, 44].

Struktury cienkowarstwowe wykonywane są z materiałów dielektrycznych, półprzewodnikowych oraz przewodzących. Ze względu na niewielką głębokość wnika-  
nia promieniowania optycznego do wnętrza materiałów przewodzących, w obszarze zainteresowań przedstawionych dalej badań znajdować się będą jedynie warstwy dielektryczne i półprzewodnikowe.

Istotnym, a często i kluczowym parametrem struktur cienkowarstwowych jest ich grubość oraz jednorodność. Najdokładniejszymi metodami oceny tych parametrów są: mikroskopia elektronowa, profilometria (optyczna bądź stykowa) oraz elipsometria. Mikroskopia elektronowa umożliwia pomiar grubości warstwy z dokładnością rzędu pojedynczych nanometrów, wymaga jednak specjalnego przygotowania badanej próbki, co zwykle wiąże się z jej zniszczeniem. Metody profilometryczne pozwalają na nieniszczący pomiar grubości warstwy również z nanometrową dokładnością, jednak określenie tej grubości wymaga bezpośredniego dostępu do podłoża, na którym została ona wykonana, w pobliżu miejsca, w którym dokonywany jest pomiar. Niestety, w wielu zastosowaniach wymagana jest ciągłość warstwy, a dostęp do podłoża nie jest możliwy. Spośród wymienionych metod, nieniszczący pomiar grubości warstw ciągłych z nanometrową dokładnością umożliwiają wyłącznie metody elipsometryczne.

OCT stanowi potencjalnie atrakcyjne narzędzie do badania grubości i jednorodności struktur cienkowarstwowych. Zastosowanie interferometrii niskokoherentnej do odseparowania światła pochodzącego wyłącznie z określonej głębokości wewnątrz badanego obiektu sprawia, że możliwe jest badanie nie tylko cienkiej warstwy znajdującej się na powierzchni obiektu, ale także, jeżeli znajduje się ona pod powierzchnią, jak



również innych elementów jego struktury.

Niestety, wiele struktur cienkowarstwowych wykorzystywanych w praktyce posiada grubości mniejsze niż rozdzielczość podłużna systemów OCT. Sprawia to, że ocena ich grubości nie jest możliwa do przeprowadzenia z wykorzystaniem standardowego przetwarzania sygnałów w systemach OCT, czyli badania odległości między maksimami obwiedni interferogramu w dziedzinie czasu. Okazuje się jednak, że analiza interferogramów w dziedzinie częstotliwości pozwala na znacznie łatwiejszą obserwację efektów interferencyjnych związanych z właściwościami cienkich warstw. Jednocześnie analiza interferogramów w dziedzinie czasu pozwala na wydzielenie z całego sygnału części odpowiadających konkretnym obszarom badanej próbki, zachowując możliwości obrazowania podpowierzchniowego, jaką oferuje metoda OCT.

Wyniki doświadczeń zaprezentowane w rozprawie wskazują na to, że możliwa jest analiza warstw o grubościach nawet pięciokrotnie mniejszych niż długość drogi koherencji źródła światła. Należy również podkreślić, że wartość ta dotyczy bezwzględ- nego pomiaru grubości. Obserwacja zmian sygnału interferencyjnego w różnych punktach warstwy pozwala bowiem na pomiar zmian grubości warstwy z rozdzielczością submikrometrową.

### 1.3 Konwencja oznaczeń

W dalszej części rozprawy skany OCT są określane jako sygnały w dziedzinie częstotliwości lub sygnały w dziedzinie czasu. Za sygnały w dziedzinie częstotliwości uważa się tutaj widma interferencyjne bezpośrednio mierzone za pomocą spektrometru bądź pojedynczego detektora – w przypadku systemów OCT z laserem przestrajalnym (SS-OCT, ang. swept-source OCT). Za sygnał w dziedzinie czasu uważa się zwykle transformatę Fouriera sygnału w dziedzinie częstotliwości. Wyjątkiem jest krótki fragment rozprawy poświęcony działaniu systemów TD-OCT (ang. time-domain OCT), gdzie przez sygnał w dziedzinie czasu uważa się sygnał z fotodetektora uzyskiwany bezpośrednio w interferometrze.

Sygnały w dziedzinie częstotliwości będą zwykle przedstawiane jako funkcje liczby falowej (oznaczanej literą  $k$  i proporcjonalnej do częstotliwości fali elektromagnetycznej), zaś sygnały w dziedzinie czasu jako funkcje długości drogi optycznej (oznaczanej literą  $z$  i proporcjonalnej do czasu przelotu fali).

Kluczową rolę w rozprawie odgrywają algorytmy cyfrowego przetwarzania sygnału. Z tego powodu przyjęto w niej konwencję oznaczeń stosowaną w tej właśnie dziedzinie. W szczególności przyjęta konwencja ma za zadanie ułatwić: (i) odróżnienie sygnału interferencyjnego w dziedzinie czasu od sygnału w dziedzinie częstotliwości oraz (ii) odróżnienie sygnału dyskretnego od sygnału ciągłego. Ten sam sygnał analizowany w dziedzinach czasu i częstotliwości oznaczany jest klasycznie poprzez stosowanie małej lub wielkiej litery. Sygnał w dziedzinie czasu oznaczany jest małą literą, zaś sygnał w dziedzinie częstotliwości – wielką literą. W związku z tym w pracy przyjęto oznaczenia:

- $s(z)$  dla sygnału OCT w dziedzinie czasu,
- $S(k)$  dla sygnału OCT w dziedzinie częstotliwości.

Powyższe oznaczenia dotyczą sygnałów ciągłych. Ich spróbkowane wersje oznaczane są w sposób przyjęty w tekstach dotyczących cyfrowego przetwarzania sygnału tj. poprzez zamianę ciągłych zmiennych  $z$  i  $k$  na indeksy próbek  $m$  i  $n$  oraz zawarcie argumentu funkcji w nawiasie kwadratowym. Tak więc:

- $s[m]$  oznacza spróbkowany sygnał OCT w dziedzinie czasu,
- $S[n]$  oznacza spróbkowany sygnał OCT w dziedzinie częstotliwości.

Zachodzą przy tym zależności:

$$s[m] = s(z_0 + m\Delta z), \quad (1.1)$$

$$S[n] = S(k_0 + n\Delta k), \quad (1.2)$$

gdzie  $z_0$  i  $k_0$  są odpowiednio wartościami różnicy długości dróg optycznych i liczby falowej odpowiadające pierwszej próbce spróbkowanego sygnału, a  $\Delta z$  i  $\Delta k$  są okresami próbkowania.

W tzw. spektroskopowej optycznej tomografii koherentnej interferogramy rozważa się jako funkcje zarówno czasu jak i częstotliwości. W tej sytuacji sygnał OCT zapisywany jest wielką literą jako funkcja dwóch zmiennych, z których pierwsza oznacza różnicę długości dróg optycznych, a druga liczbę falową. Oznaczenia te mają więc postać:

- $S(z, k)$  dla sygnałów ciągłych,
- $S[m, n]$  dla sygnałów spróbkowanych.

## 1.4 Definicja długości drogi koherencji źródła promieniowania optycznego

Ze względu na popularność systemów OCT wykorzystujących lasery przestrajalne – SS-OCT należy jasno określić, co rozumie się przez długość drogi koherencji źródła promieniowania optycznego, której dotyczy druga z zaprezentowanych w pracy tez. W systemach OCT pracujących w dziedzinie częstotliwości, a wykorzystujących diody superluminescencyjne lub źródła typu supercontinuum, długość drogi koherencji promieniowania zawiera się zwykle w zakresie od kilku do kilkunastu mikrometrów. Systemy SS-OCT wykorzystują lasery przestrajalne o długości drogi koherencji rzędu pojedynczych centymetrów, a efekt zastosowania źródła szerokopasmowego, o małej długości drogi koherencji, jest uzyskiwany poprzez ciągłą w czasie zmianę środkowej długości fali lasera. Druga z tez rozprawy dotyczy długości drogi koherencji wynikającej z szerokości widma możliwego do uzyskania poprzez przestrajanie lasera, a nie z szerokości linii lasera, gdy nie jest on przestrajany. Tak rozumiana długość drogi koherencji określa bowiem podłużną zdolność rozdzielczą obrazu OCT. Kiedy w rozprawie mowa jest o długości drogi koherencji źródła promieniowania należy ją rozumieć w podany sposób, chyba że w tekście wyraźnie zaznaczono użycie innej definicji.



## Rozdział 2

# Cel i tezy pracy

Celem pracy jest rozwiązanie dwóch problemów technicznych, występujących w optycznej tomografii koherentnej (OCT). Są to:

1. Umożliwienie jednoznacznego pomiaru kąta retardacji fazowej wprowadzanej przez transparentne ośrodki dwójłomne. Obecnie pomiary kąta retardacji możliwe są do wykonania za pomocą systemów OCT z analizą stanu polaryzacji światła (PS-OCT), ale jedynie dla wartości kąta retardacji nieprzekraczających  $90^\circ$ .
2. Umożliwienie badania struktur cienkowarstwowych o grubościach mniejszych od długości drogi koherencji zastosowanego w systemie OCT źródła światła. Kiedy grubość warstwy jest mniejsza niż rozdzielczość podłużna systemu OCT, badania takie są niemożliwe do przeprowadzenia jedynie na drodze analizy standardowych obrazów OCT.

Zaproponowane w rozprawie rozwiązania tych problemów oparte są o czasowo-częstotliwościową analizę sygnału interferencyjnego. W standardowym obrazowaniu OCT rozważa się jedynie interferogramy w dziedzinie czasu, które bezpośrednio odwzorowują strukturę wewnętrzną badanego obiektu. Jednoczesne badanie interferogramów w dziedzinie czasu i częstotliwości (lub liczby falowej) umożliwi określenie widma światła rozproszonego od konkretnego miejsca tej struktury. Podejście to nosi nazwę czasowo - częstotliwościowej analizy sygnału.

Czasowo-częstotliwościowa analiza sygnału znalazła już wcześniej zastosowanie w optycznej tomografii koherentnej, głównie jako metoda poprawy kontrastu. Szczegółowy przegląd literatury w tym zakresie przedstawiono w rozdziale 4. W rozpra-



wie wykazano, że zastosowanie tej techniki może doprowadzić do rozwiązania przedstawionych problemów technicznych. W tym celu zweryfikowano tezy pracy:

- 1. Zastosowanie czasowo-częstotliwościowej analizy sygnału w systemach polaryzacyjnej, optycznej tomografii koherentnej (PS-OCT) umożliwi bezpośredni pomiar bezwzględnych wartości kąta retardacji silnie dwójłomnych ośrodków.*
- 2. Zastosowanie czasowo-częstotliwościowej analizy sygnału w systemach OCT pozwoli na badanie właściwości struktur warstwowych o grubościach mniejszych od długości drogi koherencji zastosowanego źródła promieniowania optycznego.*

## Rozdział 3

# Wprowadzenie do optycznej tomografii koherentnej

Rozdział ten stanowi wprowadzenie do zasad działania systemów optycznej tomografii koherentnej. Wprowadzono w nim notację matematyczną stosowaną w dalszej części pracy oraz przedstawiono problemy techniczne związane z metodą OCT, których rozwiązanie stanowi główną jej tematykę.

Pierwsze dwa podrozdziały poświęcone są zasadom działania systemów OCT pracujących w dziedzinie czasu (TD-OCT, ang. time-domain OCT) oraz w dziedzinie częstotliwości (FD-OCT, ang. frequency-domain OCT). Systemy TD-OCT, jako znacznie wolniejsze od systemów FD-OCT, stosowane są obecnie rzadko. Jednakże jednym z głównych problemów rozprawy jest analiza czasowo-częstotliwościowa skanów OCT, która polega na jednoczesnej analizie interferogramów w dziedzinie czasu oraz częstotliwości. Wprowadzenie do zasady działania systemów TD-OCT jest więc tutaj zasadne.

W kolejnym podrozdziale wyjaśniono zasadę działania systemów OCT z analizą stanu polaryzacji (PS-OCT, ang. polarization-sensitive OCT). Systemy te umożliwiają uzyskanie dodatkowych informacji o obrazowanych obiektach dzięki możliwości pomiaru stanu polaryzacji rozproszonego wstecznie światła. W pracy położono nacisk przede wszystkim na możliwość wykorzystania tych systemów do pomiarów dwójłomności różnych klas materiałów.

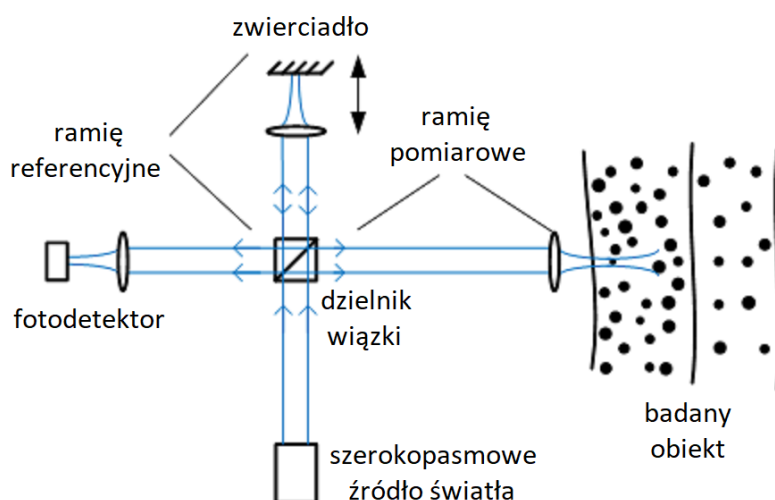
W ostatnim podrozdziale przedstawiono pojęcie rozdzielczości podłużnej systemów OCT oraz zarys koncepcji wykorzystania czasowo-częstotliwościowej analizy sygnałów do badania obiektów o grubościach mniejszych niż klasycznie definiowana



rozdzielczość podłużna zastosowanego systemu OCT.

### 3.1 OCT pracujące w dziedzinie czasu

Zasada działania OCT jest analogiczna do zasady działania ultrasonografii [1]. Struktura wewnętrzna badanego obiektu jest obrazowana poprzez pomiar natężenia i czasu przelotu promieniowania wstecznie rozproszonego od poszczególnych elementów tej struktury. Samych pomiarów dokonuje się za pomocą optycznej interferometrii niskokoherentnej. W związku z tym podstawowym elementem każdego systemu OCT jest układ interferometru, np. w konfiguracji Michelsona (rys. 3.1).



Rys. 3.1. Podstawowy układ systemu OCT pracującego w dziedzinie czasu.

W konfiguracji tej promieniowanie z szerokopasmowego źródła kierowane jest do dwóch ramion interferometru za pomocą dzielnika wiązki. W płaszczyźnie detektora dochodzi do interferencji promieniowania odbitego od zwierciadła w ramieniu referencyjnym oraz promieniowania wstecznie rozproszonego od centrów rozpraszających wewnątrz badanej próbki. Przez centrum rozpraszające uważa się tutaj każdą nieciągłość współczynnika załamania światła prowadzącą do jego rozpraszania, a więc zarówno niewielkich rozmiarów cząstki, jak i granice pomiędzy ciągłymi fragmentami próbki o różnych wartościach współczynnika załamania.

Natężenie pola elektrycznego fali docierającej do detektora z ramienia referencyjnego można opisać zależnością:

$$E_r = \frac{1}{2} r_r E_{\text{inc}} \left( t - \frac{z}{c} \right), \quad (3.1)$$



gdzie  $E_{\text{inc}}$  jest natężeniem pola elektromagnetycznego fali ze źródła światła,  $r_r$  – współczynnikiem odbicia zwierciadła w torze referencyjnym interferometru,  $t$  – czasem, zaś  $z$  – długością drogi optycznej jaką światło pokonuje w ramieniu pomiarowym.

Natężenie pola elektrycznego fali dochodzącej do detektora z ramienia pomiarowego zapisać można jako sumę składników pochodzących od poszczególnych centrów rozpraszających:

$$E_s = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N_i} r_i E_{\text{inc}} \left( t - \frac{z_i}{c} \right), \quad (3.2)$$

gdzie indeks  $i$  oznacza numer centrum rozpraszającego,  $N_i$  – liczbę wszystkich centrów na drodze wiązki światła,  $z_i$  – długość drogi optycznej jaką pokonuje światło rozproszone od  $i$ -tego centrum rozpraszającego zanim dotrze do detektora, zaś  $r_i$  – „potencjał rozpraszania”  $i$ -tego centrum rozpraszającego.<sup>1</sup>

Natężenie światła na detektorze jest równe:

$$s(z) = \frac{\eta_0}{2} \langle |E_r(z) + E_s|^2 \rangle, \quad (3.3)$$

gdzie  $\eta_0$  oznacza impedancję falową próżni, a symbol  $\langle \rangle$  – operację uśredniania po czasie.

W systemach TD-OCT skanowanie obiektu odbywa się poprzez przesuw zwierciadła w ramieniu referencyjnym interferometru. W równaniu (3.3) podkreślono to poprzez zapisanie natężenia światła na detektorze  $s(z)$  jako funkcji długości drogi optycznej promienia w tym ramieniu.

Rozwinięcie równania (3.3) prowadzi do równania:

$$s(z) = I_r + I_s + 2 \sum_{i=1}^{N_i} \sqrt{I_{si} I_r} \text{Re}(\gamma_{ri}(z - z_i)), \quad (3.4)$$

gdzie  $I_r$  jest całkowitym natężeniem światła odbitego od zwierciadła w ramieniu referencyjnym,  $I_s$  jest całkowitym natężeniem światła rozproszonego wstecznie od badanego obiektu,  $I_{si}$  jest natężeniem światła rozproszonego od  $i$ -tego centrum rozpraszającego, a  $\gamma_{ri}$  jest zespolonym stopniem koherencji wzajemnej pomiędzy światłem z ramienia referencyjnego a światłem rozproszonym wstecznie od  $i$ -tego centrum rozpraszającego [46].

<sup>1</sup>Jeżeli rozpraszanie zachodzi na granicy dwóch warstw materiałów o różnych współczynnikach załamania, to  $r_i$  należy utożsamiać ze współczynnikiem odbicia światła od tej granicy. Jeżeli rozpraszanie zachodzi na niewielkiej cząstce rozpraszającej, to  $r_i$  należy rozumieć jako stosunek natężenia pola elektrycznego fali padającej na cząstkę, do natężenia pola elektrycznego fali rozproszonej w kierunku układu detekcji systemu OCT. Pominięto tu możliwość przesunięcia fazowego innego niż  $\pi$  między falą padającą a falą rozproszoną.

Pierwsze dwa składniki w równaniu (3.4) nie zależą od pozycji zwierciadła referencyjnego i nie zmieniają się podczas procesu skanowania. Trzeci składnik opisuje użyteczny sygnał interferencyjny niosący informację o strukturze wewnętrznej badanego obiektu.

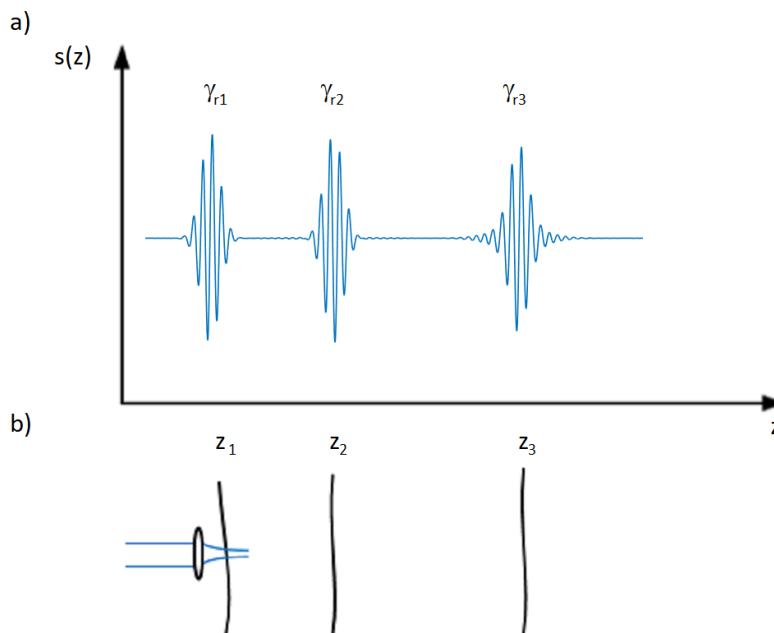
Funkcje zespolonego stopnia koherencji wzajemnej –  $\gamma_{ri}(z)$  są na mocy teorii Wienera-Khintchine'a bezpośrednio związane z wzajemną widmową gęstością mocy interferujących wiązek –  $S_{ri}(k)$  [46]:

$$\sqrt{I_r I_s} \gamma_{ri}(z) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{ri}(k) e^{-jkz} dk. \quad (3.5)$$

W przypadku braku utraty spójności przestrzennej funkcje wzajemnej widmowej gęstości mocy są dane równaniem [46]:

$$S_{ri}(k) = \sqrt{S_r(k) S_{si}(k)}, \quad (3.6)$$

gdzie  $S_r(k)$  i  $S_{si}(k)$  są funkcjami widmowej gęstości mocy wiązek światła odpowiednio z ramienia referencyjnego i rozproszonej wstecznie od  $i$ -tego centrum rozpraszającego.



**Rys. 3.2.** Przykładowy A-skan TD-OCT struktury dwuwarstwowej: a) sygnał interferencyjny  $s(z)$ , b) schemat rozważanej struktury.

Związki (3.5) i (3.6) wiążą ze sobą sygnał interferencyjny w dziedzinie czasu z widmem interferujących wiązek, przez co odgrywają zasadniczą rolę w dalszej części

rozprawy. Równanie (3.4) opisuje A-skan pochodzący z systemu TD-OCT. Przykładowa funkcja  $s(z)$  dla obiektu zawierającego trzy centra rozpraszające przedstawia rys. 3.2.

### 3.1.1 Rola zespolonego stopnia koherencji wzajemnej

Funkcje zespolonego stopnia koherencji wzajemnej –  $\gamma_{ri}(z)$  ogywiają ważną rolę w obrazowaniu OCT, ponieważ ich szerokości określają rozdzielczość podłużną uzyskiwanych obrazów. Zgodnie z równaniem (3.5) oraz właściwościami transformaty Fouriera szerokość funkcji  $\gamma_{ri}(z)$  zależy bezpośrednio od widma światła zastosowanego w konkretnym systemie OCT [47] (bardziej szczegółowa dyskusja rozdzielczości podłużnej obrazów OCT jest przedstawiona w sekcji 3.4).

W większości opracowań poświęconych metodzie OCT zakłada się, że obwiednia amplitudy wszystkich funkcji  $\gamma_{ri}(z)$  ma taki sam kształt. Założenie to jest prawdziwe, jeżeli widmowa gęstość mocy światła rozproszonego wstecznie od wszystkich centrów rozpraszających ma ten sam przebieg w funkcji liczby falowej (tzn. wszystkie funkcje  $S_{si}(k)$  są sobie równe z dokładnością do stałego czynnika). Tematyką rozprawy jest poprawa możliwości metrologicznych systemów OCT z wykorzystaniem zmian w widmie promieniowania wstecznie rozproszonego od badanego obiektu. Założenie o jednakowym kształcie wszystkich funkcji  $\gamma_{ri}(z)$  nie może więc być tutaj poczynione. Widmo promieniowania wstecznie rozproszonego od określonego centrum rozpraszającego może być odtworzone ze skanu OCT poprzez obliczenie odwrotnej transformaty Fouriera konkretnej funkcji  $\gamma_{ri}(z)$  i przeprowadzenie prostych operacji algebraicznych. Widmo to może być następnie użyte do pozyskania dodatkowych informacji na temat badanego obiektu [26]. W rzeczywistości bowiem funkcje  $\gamma_{ri}(z)$  mogą zawierać ważne, spektroskopowe informacje na temat struktury badanego obiektu.

### 3.1.2 Analiza obwiedni funkcji zespolonego stopnia koherencji wzajemnej

Sygnał interferencyjny tworzący skany OCT i opisany równaniem (3.4) składa się z serii „pików” odpowiadających kolejnym centrom rozpraszającym. Piki te charakteryzują się harmonicznymi modulacjami, które zmniejszają czytelność obrazu. z tego powodu to nie części rzeczywiste zespolonego stopnia koherencji wzajemnej ( $\text{Re}(\gamma_{ri}(z))$ ), ale ich moduły ( $|\gamma_{ri}(z)|$ ) są zwykle prezentowane na wynikowym obrazie OCT, co wymaga przeprowadzenia demodulacji obwiedni interferogramów.

Obwiednia funkcji  $\gamma_{ri}(z)$  może być łatwo wyznaczona ze jej części rzeczywistej za pomocą transformaty Hilberta [48]. Jeżeli tylko sąsiednie piki na skanie OCT nie zachodzą na siebie (czyli odległości między centrami rozpraszającymi są większe

niż rozdzielczość podłużna systemu) to, obwiednia sygnału interferencyjnego  $s(z)$  po usunięciu składowej stałej jest równa sumie obwiedni poszczególnych jego składników:

$$|s(z)| = \sum_{i=1}^{N_i} |\gamma_{ri}(z - z_i)|. \quad (3.7)$$

Jednym z celów rozprawy jest badanie struktur o grubościach mniejszych niż rozdzielczość systemu OCT. W takim przypadku należy uwzględnić fakt, że obwiednia sumy dwóch sąsiednich pików nie jest sumą obwiedni każdego pików osobno:

$$|\gamma_{ri1}(z - z_{i1}) + \gamma_{ri2}(z - z_{i2})| \neq |\gamma_{ri1}(z - z_{i1})| + |\gamma_{ri2}(z - z_{i2})|, \quad (3.8)$$

gdzie  $i_1$  i  $i_2$  oznaczają indeksy dwóch nakładających się na siebie pików.

Efekt opisany nierównością (3.8) może prowadzić do błędów w pomiarze grubości struktur cienkowarstwowych wykonanych za pomocą metody OCT, jeżeli grubość ta jest wyznaczana jedynie na podstawie różnicy odległości między maksimami natężenia promieniowania wstecznie rozproszonego w funkcji położenia. Problem ten omówiono szerzej w sekcji 3.4.

## 3.2 OCT pracujące w dziedzinie częstotliwości

W systemach TD-OCT dokonywany jest pomiar całkowitego natężenia światła interferującego na detektorze, a funkcja  $s(z)$  jest uzyskiwana poprzez skanowanie pozycji zwierciadła w torze referencyjnym interferometru. Prędkość ruchu zwierciadła, nawet przy użyciu szybkich piezoaktuatorów, jest czynnikiem ograniczającym całkowitą szybkość działania systemu. Z tego powodu opracowana została alternatywna technika – optyczna tomografia koherentna w dziedzinie częstotliwości – FD-OCT [1].

### 3.2.1 Opis teoretyczny działania systemów FD-OCT

W systemach FD-OCT fotodetektor zastąpiony jest przez spektrometr, który dokonuje pomiaru gęstości widmowej mocy interferującego światła zamiast jego całkowitego natężenia. Funkcja  $s(z)$  może być obliczona jako transformata Fouriera ze zmierzonego widma  $S(k)$ . Podstawowy schematu systemu FD-OCT jest przedstawiony na rys. 3.3.

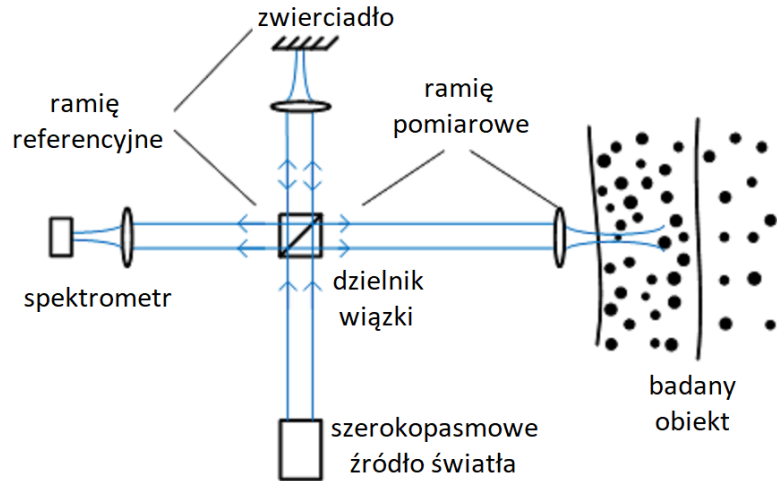
W teoretycznym opisie działania systemów FD-OCT natężenia pola elektrycznego fal z dwóch ramion interferometru są rozpatrywane jako funkcje liczby faliowej:

$$E_r(k) \propto \sqrt{S_r(k)} e^{jkz} + \text{c.c.}, \quad (3.9)$$



$$E_s(k) \propto \sum_{i=1}^{N_i} \sqrt{S_{si}(k)} e^{jkz_i} + \text{c.c.}, \quad (3.10)$$

gdzie symbol c.c. oznacza liczbę zespoloną sprzężoną do poprzedzającego ją składnika sumy.



**Rys. 3.3.** Podstawowy układ systemu FD-OCT. Od systemu TD-OCT odróżnia go użycie spektrometru w torze detekcji oraz brak układu szybkiego skanowania zwierciadła w ramieniu referencyjnym.

Gęstość widmowa mocy światła w płaszczyźnie detektora jest dana przez zależność:

$$S(k) = \frac{\eta_0}{2} \langle |E_r(k) + E_s(k)|^2 \rangle. \quad (3.11)$$

Równanie (3.11) prowadzi do wyniku:

$$S(k) = S_r(k) + S_s(k) + \sqrt{S_r(k)} \sum_{i=1}^{N_i} \sqrt{S_{si}(k)} \cos(k(z - z_i)) + \sum_{j=1}^{N_i} \sum_{i=1, j \neq i}^{N_i} \sqrt{S_{si}(k) S_{sj}(k)} \cos(k(z_i - z_j)). \quad (3.12)$$

Pierwsze dwa składniki w równaniu (3.12) są równe widmowym gęstościom mocy wiązek światła z obu ramion interferometru i tworzą wolnozmienną składową sygnału interferencyjnego niezawierającą informacji o strukturze badanego obiektu. Czwartym składnikiem równania (3.12) to tzw. składowe autokorelacji wywołane przez interferencje między światłem rozproszonym na różnych centrach rozpraszających:

$$(\text{składowe autokorelacji}) = \sum_{j=1}^{N_i} \sum_{i=1, j \neq i}^{N_i} \sqrt{S_{si}(k) S_{sj}(k)} \cos(k(z_i - z_j)). \quad (3.13)$$

Ponieważ składowe autokorelacji są funkcjami zmodulowanymi harmoniczne, po obliczeniu transformaty Fouriera sygnału  $S(k)$  pojawiają się one jako widoczne w obrazie OCT piki. Wartości bezwzględne różnic długości dróg optycznych  $|z_i - z_j|$  są jednak zwykle niewielkie i składowe autokorelacji znajdują się w transformacie Fouriera blisko składowej stałej. Dzięki temu można je łatwo oddzielić od pozostałych składowych, tworzących użyteczny obraz.

W dalszej analizie równanie (3.12) zostanie uproszczone do postaci:

$$S(k) = (DC_{FD}) + (\text{składowe autokorelacji}) + \sqrt{S_r(k)} \sum_{i=1}^{N_i} \sqrt{S_{s_i}(k)} \cos(k(z_r - z_i)), \quad (3.14)$$

gdzie zmienna  $z$  została zamieniona na  $z_r$  dla podkreślenia faktu, że w przeciwieństwie do systemów TD-OCT, pozycja zwierciadła w torze referencyjnym nie jest tożsama z głębokością na A-skanie OCT.

W praktyce widmo światła zostaje próbkowane do postaci sygnału cyfrowego:

$$S[n] = S(k_0 + n\Delta k), \quad (3.15)$$

gdzie  $k_0$  jest wartością najmniejszej liczby falowej zmierzonego widma, a  $\Delta k$  jest rozdzielczością próbkowania.

Pojedynczy A-skan jest uzyskiwany jako transformata Fouriera sygnału  $S[n]$ . Pomijając składową stałą i składowe autokorelacji, prowadzi to do próbkowanego sygnału w dziedzinie czasu:

$$s[m] = \text{DFT}\{S[n]\} = \sum_{n=0}^{N-1} S[n] e^{-j\frac{2\pi}{N}mn} = \sum_{i=1}^N g_{ri}[m \pm (z_r - z_i)/\Delta z], \quad (3.16)$$

gdzie  $N$  jest całkowitą liczbą próbek zmierzonego widma promieniowania, a  $\Delta z$  – rozdzielczością wynikowego A-skanu.

Rozdzielczości próbkowania widma  $\Delta k$  i głębokości  $\Delta z$  są ze sobą związane zależnością:

$$\Delta z = \frac{2\pi}{N\Delta k}. \quad (3.17)$$

Różnica dróg optycznych odpowiadająca próbce  $m$  jest równa  $z = m\Delta z$ .

Równanie (3.16) opisujące A-skan w systemie FD-OCT ma postać podobną do równania (3.4) opisującego A-skan w systemie TD-OCT z kilkoma wyjątkami. Istotną różnicą jest fakt, że w obrazach uzyskanych z systemu FD-OCT każdemu centrum rozpraszającemu odpowiadają dwa piki na głębokościach  $\pm(z_r - z_i)$ . Zjawisko to powoduje, że na skanach FD-OCT występuje dodatkowych obraz, zwany obrazem lustrzanym,

który może pogorszyć czytelność tych skanów. Obraz lustrzany może być usunięty za pomocą tzw. algorytmów wieloramkowych [49]. Wymagają one jednak zebrania dodatkowych skanów oraz modyfikacji sprzętowych systemu OCT. Interesującą alternatywą jest algorytm DEFR, który pozwala na usunięcie obrazów lustrzanych, wykorzystując zjawisko dyspersji i niewymagający dodatkowej modyfikacji sprzętowej opracowanego systemu [50].

Zespolone funkcje koherencji wzajemnej  $g_{ri}[m]$  w skanach FD-OCT są co modułu proporcjonalne do spróbkowanych funkcji koherencji wzajemnej ze skanów TD-OCT:

$$|g_{ri}[m]| \propto |\gamma_{ri}(m\Delta z)|. \quad (3.18)$$

### 3.2.2 Techniczne realizacje systemów FD-OCT

Systemy FD-OCT można podzielić na dwa typy: systemy OCT spektralne (SD-OCT, ang. spectral-domain OCT) i systemy OCT ze źródłem przestrajalnym (SS-OCT, ang. swept-source OCT). W systemach SD-OCT wykorzystuje się szerokopasmowe źródła światła takie jak diody superluminescencyjne lub źródła typu supercontinuum. Jako układ detekcji stosowany jest wówczas spektrometr wykorzystujący siatkę dyfrakcyjną i matrycę detektorów (np. linijkę CCD). W systemach SS-OCT źródłem promieniowania jest laser przestrajalny, zaś w układzie detekcji zastosowany jest punktowy fotodetektor. Pomiar widma interferującego promieniowania dokonywany jest poprzez próbkowanie sygnału w trakcie przestrajania długości fali lasera.

Zaletą systemów SD-OCT jest możliwość wykorzystania źródeł promieniowania o bardzo dużej szerokości widmowej, co daje możliwość osiągnięcia bardzo dobrej podłużnej rozdzielczości obrazowania. Systemy te posiadają jednak kilka wad w stosunku do systemów SS-OCT. Jedną z nich jest bardziej kosztowny i trudniejszy w konstrukcji układ detekcji. W systemach SS-OCT nie ma potrzeby stosowania spektrometru opartego o matrycę detektorów, wystarcza jedynie pojedyncza fotodioda. Upraszcza to układ i daje możliwość łatwego zastosowania detekcji zrównoważonej, która poprawia stosunek sygnału do szumu, a przez to zwiększa zakres dynamiki wynikowego obrazu.

## 3.3 OCT z analizą stanu polaryzacji (PS-OCT)

Jednym z rozszerzeń funkcjonalnych optycznej tomografii koherentnej jest OCT z analizą stanu polaryzacji (PS-OCT, ang. polarization-sensitive optical coherence tomo-

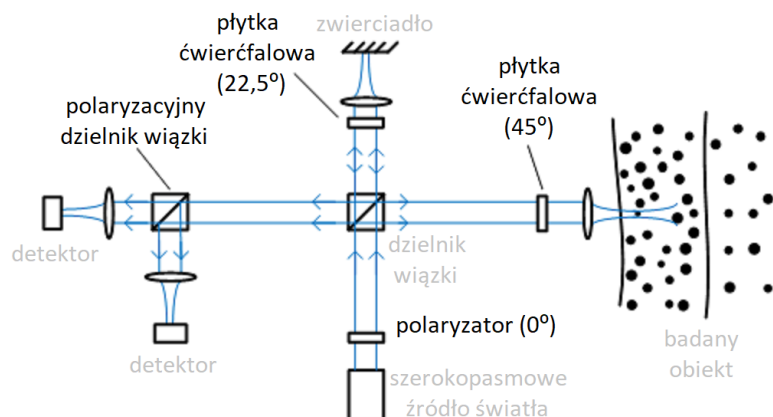
graphy). Pod nazwą tą kryje się szereg różnych metod które łączą wykorzystanie stanu polaryzacji promieniowania wstecznie rozproszonego jako źródła dodatkowych informacji lub kontrastu w obrazach tomograficznych. W literaturze naukowej można spotkać się z badaniami dotyczącymi następujących zastosowań PS-OCT:

- mapowanie naprężeń występujących w materiałach polimerowych [19],
- analiza działania przyrządów bazujących na ciekłych kryształach [20],
- detekcja defektów w obiektach wykonanych z materiałów kompozytowych [51],
- diagnostyka patologicznych zmian w oku [52] i skórze [53].

Podstawową konfigurację systemu PS-OCT przedstawia rys. 3.4. W porównaniu ze standardowymi systemami OCT systemy PS-OCT posiadają dodatkowo:

- polaryzator umieszczony za źródłem promieniowania zapewniający obecność fali o polaryzacji liniowej pod ustalonym kątem (oś polaryzatora przyjmuje się za kąt  $0^\circ$ ),
- płytkę ćwierćfalową umieszczoną pod kątem  $22,5^\circ$  umieszczoną w ramieniu referencyjnym interferometru, zapewniającą polaryzację fali pod kątem  $45^\circ$ , a przez to jednakową amplitudę fali o polaryzacji wertykalnej ( $90^\circ$ ) oraz horyzontalnej ( $0^\circ$ ),
- płytkę ćwierćfalową umieszczoną pod kątem  $45^\circ$  umieszczoną w ramieniu pomiarowym, zapewniającą oświetlenie badanego obiektu falą o polaryzacji kołowej (polaryzacja kołowa uniezależnia zmianę stanu polaryzacji fali od obrotu obiektu wokół osi wyznaczającej kierunek propagacji fali),
- polaryzacyjny dzielnik wiązki umieszczony w torze detekcji, kierujący falę o polaryzacjach wertykalnej i horyzontalnej do osobnych detektorów.





Rys. 3.4. Podstawowa konfiguracja systemu PS-OCT.

Przedstawiona na rys. 3.4 konfiguracja systemu PS-OCT umożliwia określenie kąta retardacji fazowej oraz orientacji osi optycznej materiałów dwójłomnych umieszczonych w ramieniu pomiarowym interferometru. Istnieją również bardziej zaawansowane konfiguracje, umożliwiające pomiar dichroizmu czy nawet pełnej macierzy Muellera obiektu [1]. Z punktu widzenia zastosowań, w tym tych rozważanych w rozprawie, najistotniejszą rolę odgrywa pomiar kąta retardacji fazowej. Poniżej przedstawiona jest metodyka tego pomiaru wraz z wyprowadzeniem najważniejszych formuł matematycznych. Do ich wyprowadzenia posłużono się formalizmem Jonesa.

Unormowany wektor Jonesa fali docierającej do płytki ćwierćfalowej w torze pomiarowym wynosi:

$$\mathbf{J}_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (3.19)$$

Do obiektu wiązka światła dociera po przejściu przez płytkę ćwierćfalową o macierzy Jonesa:

$$\mathbf{M}_q = \frac{\sqrt{2}}{2} \begin{bmatrix} 1 & -j \\ -j & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.20)$$

Obiekt dwójłomny znajdujący się w ramieniu pomiarowych wprowadza kąt retardacji fazowej  $\Gamma$ . Efekt ten można opisać macierzą Jonesa:

$$\mathbf{M}_o = \begin{bmatrix} \sin^2 \theta + \cos^2 \theta e^{-j\Gamma} & \cos \theta \sin \theta (e^{-j\Gamma} - 1) \\ \cos \theta \sin \theta (e^{-j\Gamma} - 1) & \cos^2 \theta + \sin^2 \theta e^{-j\Gamma} \end{bmatrix}, \quad (3.21)$$

gdzie  $\Gamma$  oznacza kąt retardacji fazowej, a  $\theta$  – kąt orientacji osi szybkiej obiektu w stosunku do osi wejściowego polaryzatora.

Zaniedbując straty energii oraz stały czynnik fazowy, wektor Jonesa opisujący falę po dwukrotnym przejściu przez tor pomiarowy jest równy

$$\mathbf{J}_1 = M_q M_o M_r M_o M_q \mathbf{J}_0 = \begin{bmatrix} \sin \Gamma \\ \cos \Gamma \exp(j2\theta) \end{bmatrix}, \quad (3.22)$$

gdzie

$$M_r = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}. \quad (3.23)$$

Po przejściu przez polaryzacyjny dzielnik wiązki do układu detekcji docierają więc dwie odseparowane od siebie wiązki o amplitudach proporcjonalnych do wartości  $\cos \Gamma$  i  $\sin \Gamma$  oraz fazach różniących się o  $2\theta$ . Ponieważ z toru referencyjnego do obu detektorów docierają wiązki o równych amplitudach, w wyniku transformacji Fouriera widm interferencyjnych z tych detektorów uzyskuje się dwa skany OCT, w których natężenia pików będą do siebie pozostawać w stosunku  $\cos \Gamma / \sin \Gamma$ .

Tak więc dysponując skanami OCT w dziedzinie czasu dla polaryzacji wertykalnej:  $s_v(z)$  oraz horyzontalnej:  $s_h(z)$ , możliwe jest obliczenie kąta retardacji fazowej wprowadzonego podczas penetracji obiektu przez falę do głębokości  $z$  jako [54]:

$$\gamma(z) = \arctan \left( \frac{|s_h(z)|}{|s_v(z)|} \right). \quad (3.24)$$

Zmierzona w ten sposób wartość kąta retardacji  $\gamma$  odpowiada wartości rzeczywistej  $\Gamma$  jedynie dla wartości  $\Gamma < \pi/2$ . Stwarza to problem niejednoznaczności pomiaru w przypadku, w którym różnica kątów retardacji między dwoma następującymi po sobie centrami rozpraszającymi przekroczy wartość  $\pi/2$ . Sytuacja taka ma często miejsce podczas badań obiektów wykonanych z materiałów ciekłokrystalicznych lub nierozpraszających światła polimerów.

Rozwiązania problemu niejednoznaczności pomiaru kąta retardacji w badaniach tego typu materiałów metodą OCT dotyczy pierwsza teza rozprawy. Autor zaproponował wykorzystanie do tego celu czasowo-częstotliwościowej analizy skanów OCT, która pozwala na pomiar zmian kąta retardacji w funkcji długości fali lub liczby falowej. Zapewnia to uzyskanie więcej informacji niż opisana wyżej metoda pomiarowa oparta na równaniu (3.24). Szczegółowy opis proponowanej metody jest przedmiotem podrozdziału 7.2.

### 3.4 Rozdzielczość podłużna systemów OCT

Poniższy podrozdział dotyczy problemu rozdzielczości podłużnej (tj. rozdzielczości wzdłuż osi  $z$ ) skanów OCT. Stanowi on również wstęp do zagadnienia pomiaru struktur cienkowarstwowych, do którego odnosi się druga teza rozprawy. W systemach OCT możliwy jest oddzielny dobór rozdzielczości podłużnej (zależnej od szerokości widmowej zastosowanego źródła światła) oraz poprzecznej (zależnej od apertury numerycznej zastosowanego w systemie obiektywu), przez co wielkości te nie są ze sobą bezpośrednio związane. W dalszej części rozprawy przez pojęcie rozdzielczości systemów OCT rozumie się rozdzielczość podłużną, chyba że w tekście wyraźnie zaznaczono inaczej.

#### 3.4.1 Długość drogi koherencji

Rozdzielczość podłużna obrazów OCT zależy od szerokości pojedynczego piksu interferencyjnego w A-skaniu w dziedzinie czasu ( $s(z)$ ), który stanowi transformatę Fouriera wzajemnej gęstości widmowej mocy interferujących ze sobą wiązek światła (równanie (3.5)). W związku z tym rozdzielczość systemu jest odwrotnie proporcjonalna do szerokości widmowej zastosowanego źródła światła, zgodnie z własnością transformacji Fouriera:

$$x(at) = \frac{1}{a} X\left(\frac{k}{a}\right), \quad (3.25)$$

gdzie  $x(t)$  i  $X(k)$  stanowią parę sprzężonych ze sobą transformat Fouriera.

Rozdzielczość skanów OCT może być zdefiniowana jako długość drogi koherencji źródła światła, zależna bezpośrednio od jego gęstości widmowej mocy [45]:

$$l_c = \int_{-\infty}^{\infty} |\gamma(z)|^2 dz = \frac{\int_0^{\infty} S^2(k) dk}{\left[ \int_0^{\infty} S(k) dk \right]^2}. \quad (3.26)$$

Dla źródeł o widmie gaussowskim  $S(k) \propto \exp(-(k - k_0)^2/(\sigma_k)^2)$  zależność (3.26) prowadzi do zależności [1]:

$$l_c = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sigma_k} \approx \frac{1,25}{\sigma_k}. \quad (3.27)$$

Zależność (3.26) nie stanowi jednak ogólnie przyjętej definicji. Np. w klasycznym podręczniku do optycznej tomografii koherentnej Izatt i Chroma definiują długość drogi spójności jako szerokość połówkową (FWHM, ang. full width at half ma-

ximum) zespolonego stopnia koherencji  $|\gamma(z)|$  [1]. Dla źródeł o widmie gaussowskim definicja ta daje wartość różną od tej wynikającej z zależności (3.27):

$$l_c = \frac{2\sqrt{\ln 2}}{\sigma_k} \approx \frac{1,67}{\sigma_k}. \quad (3.28)$$

Jednym z celów rozprawy jest zaproponowanie metod pozwalających na badanie właściwości obiektów o grubościach mniejszych niż rozdzielczość systemu OCT. Dla oceny stopnia realizacji tego celu konieczne jest przyjęcie jednoznacznej definicji tej rozdzielczości. Autor proponuje zastosowanie dwóch różnych kryteriów. Pierwsze z nich dotyczy możliwości wizualnego rozróżnienia dwóch bliskich sobie centrów rozpraszających w obrazie OCT. Zgodnie z tym kryterium, rozdzielczość obrazu będzie równa minimalnej odległości pomiędzy dwoma centrami rozpraszającymi, dla której widoczne będą one na obrazie jako dwa punkty (lub linie).

Drugie, silniejsze kryterium dotyczy możliwości przeprowadzenia ilościowego pomiaru odległości pomiędzy dwoma centrami rozpraszającymi (np. pomiaru grubości struktur cienkowarstwowych). Do spełnienia tego kryterium nie wystarczy możliwość wizualnego rozróżnienia dwóch centrów rozpraszających. Konieczne jest jeszcze określenie zadaną dokładnością odległości między nimi. Problemowi temu poświęcony jest podrozdział 3.4.4.

### 3.4.2 Związek między zakresem dynamiki a rozdzielczością podłużną skanów OCT

W systemach TD-OCT kształt pików w A-skaniu zależy od zespolonego stopnia koherencji  $\gamma(z)$ , który jest transformatą Fouriera widmowej gęstości mocy źródła światła –  $S(k)$ . Jedną z ważnych właściwości transformacji Fouriera jest fakt, że gwałtowne obcięcie sygnału powoduje pojawienie się tzw. listków bocznych w jego transformacie Fouriera. Z tego powodu w systemach OCT preferowane są źródła o gładko zanikającym widmie. W szczególności gaussowski kształt funkcji widmowej gęstości mocy jest postrzegany jako optymalny, ponieważ minimalizuje on iloczyn szerokości widma światła i jego długości drogi koherencji (zdefiniowanych jako odchylenia standardowe liczby falowej i różnicy dróg optycznych).

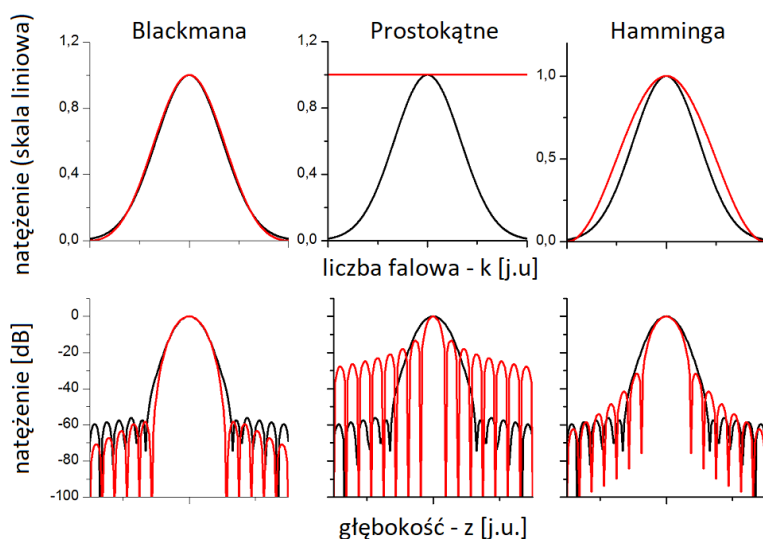
W systemach FD-OCT gęstość widmowa mocy interferujących wiązek światła jest mierzona bezpośrednio, zaś skan OCT w dziedzinie czasu otrzymuje się numerycznie jako jej transformatę Fouriera. W takiej sytuacji nie ma możliwości pomiaru całego widma światła i nawet jeżeli źródło charakteryzuje się widmem gaussowskim,

to po pomiarze zostanie ono obcięte do pewnego zakresu. Z tego powodu transformacja Fouriera zmierzonego interferogramu będzie się charakteryzować listkami bocznymi o poziomie tym większym, im gwałtowniejsze będzie ograniczenia widma mierzonego promieniowania.

Listki boczne można ograniczyć w sposób numeryczny poprzez wymnożenie zmierzonych interferogramów z funkcją okna zanikającą łagodnie na krańcach zakresu pomiarowego. Pozwala to na ustalenie kompromisu między zakresem dynamiki skanu OCT (ograniczonym przez poziom listków bocznych) i jego rozdzielczością (ograniczoną przez szerokość listka głównego).

Rys. 3.5 przedstawia porównanie różnych obwiedni interferogramów w dziedzinie liczby falowej i odpowiadających im kształtów pików skanie OCT w dziedzinie czasu. Na rysunku porównano ze sobą funkcję Gaussa ograniczoną do zakresu trzech odchyłeń standardowych z trzema typami obwiedni: prostokątną, oknem Blackmana oraz oknem Hamminga (definicje okien Blackmana i Hamminga można znaleźć np. w pracy [55]).

Porównanie ze sobą różnych typów obwiedni widma światła prowadzi do dwóch wniosków. Po pierwsze, szerokość głównego listka pików w obrazach OCT (a zatem i rozdzielczość tych obrazów) odpowiadająca prostokątnej obwiedni widma światła jest trzy razy mniejsza niż ta odpowiadająca obwiedni gaussowskiej czy oknu Blackmana. Wadą obwiedni prostokątnej jest z kolei wysoki poziom listków bocznych, które ograniczają zakres dynamiki obrazu do około 20 dB.



**Rys. 3.5.** Przykładowe funkcje okna stosowane przy obliczaniu transformaty Fouriera. Okna o wybranych kształtach (linia czerwona) porównano z oknem gaussowskim (linia czarna) pod kątem szerokości listka głównego i poziomu listków bocznych ich transformat Fouriera.

Drugi wniosek mówi, że funkcja Gaussa nie jest rozwiązaniem optymalnym zarówno z punktu widzenia rozdzielczości jak i zakresu dynamiki obrazu OCT. Podobną (choć wciąż nieco lepszą) rozdzielczość jak przycięta funkcja Gaussa zapewnia okno Blackmana, które jednocześnie charakteryzuje się niższym poziomem listków bocznych. Rozdzielczość lepszą od tej zapewnianej przez funkcję Gaussa można uzyskać, stosując okno Hamminga, co odbywa się jednak kosztem wyższego poziomu listków bocznych.

Zdaniem autora fakt, że obwiednia gaussowska jest powszechnie uważana za rozwiązanie optymalne wynika z dwóch przyczyn. Po pierwsze powszechnie znane jest twierdzenie, że transformata Fouriera funkcji Gaussa (również będąca funkcją Gaussa) nie posiada żadnych listków bocznych. Jednakże w systemach FD-OCT nie ma możliwości pomiaru całej, nie obciętej do pewnego zakresu funkcji Gaussa, a więc obecność listków bocznych jest nieunikniona. Po drugie, znaną właściwością funkcji Gaussa jest fakt, że ze wszystkich możliwych funkcji posiada on najmniejszy iloczyn „czasu trwania” oraz „szerokości widmowej”. Jednakże właściwość ta jest spełniona dla „czasu trwania” i „szerokości widmowej” zdefiniowanych jako odchyłeń standardowych rozkładu sygnału w dziedzinach odpowiednio czasu i częstotliwości [56]. Tego typu definicja nie musi być zawsze najodpowiedniejsza dla oceny rozdzielczości obrazów OCT.



### 3.4.3 Definicja rozdzielczości podłużnej systemów OCT

W niniejszym podrozdziale wprowadzona jest definicja rozdzielczości podłużnej systemów OCT stosowana w dalszej części pracy. Ze względu na uniezależnienie tej definicji od konkretnej realizacji systemu OCT oparta będzie ona o pojęcie unormowanej pulsacji interferogramu spróbkowanego w dziedzinie widma.

Unormowana pulsacja spróbkowanego sygnału jest zdefiniowana jako [55]:

$$\Omega = 2\pi \frac{f}{f_s}, \quad (3.29)$$

gdzie  $f$  jest częstotliwością występującą w sygnale niespróbkowanym, a  $f_s$  – częstotliwością próbkowania.

W interferogramie  $S_D(k)$  w systemach FD-OCT modulacje wywołane interferencją fal o różnicy dróg optycznych równej  $z$  posiadają unormowaną pulsację:

$$\Omega = \Delta k z. \quad (3.30)$$

Ten sam interferogram spróbkowany z innym okresem  $\Delta k$  będzie się charakteryzował inną pulsacją unormowaną przy tej samej rozdzielczości skanu OCT. Z tego względu bardziej użyteczny jest iloczyn pulsacji unormowanej  $\Omega$  i całkowitej liczby próbek sygnału  $N$ , który to iloczyn nie zależy od częstotliwości próbkowania widma, a jedynie od jego szerokości. Rozdzielczość systemu OCT może być zatem określona przez różnicę tych iloczynów dla dwóch różnych pulsacji  $\Omega_1$  i  $\Omega_2$ . Wprowadzić zatem można parametr DF zdefiniowany jako:

$$DF = (\Omega_1 - \Omega_2)N. \quad (3.31)$$

Zachodzi równość:

$$DF = \Delta k \Delta z N, \quad (3.32)$$

gdzie  $\Delta z$  jest różnicą dróg optycznych odpowiadającą dwóm pikom w skanie OCT.

Parametr DF może być wykorzystany do zdefiniowania rozdzielczości systemów OCT:

$$\Delta z = \frac{DF}{BW}, \quad (3.33)$$

gdzie  $BW = \Delta k \cdot N$  jest całkowitym zakresem liczby falowej w interferogramie  $S_D(k)$ .

Określenie minimalnej wartości parametru  $DF = DF_{\min}$  pozwalającego na rozseparowanie dwóch pików w obrazie OCT i zmierzenie różnicy odpowiadających im długości dróg optycznych pozwala na zdefiniowanie rozdzielczości podłużnej systemu.

Ze względu na fakt, że światło pokonuje ramię pomiarowe interferometru dwukrotnie, rozdzielczość ta będzie dana wzorem:

$$d = \frac{\Delta z}{2} = \frac{DF_{\min}}{2BW}. \quad (3.34)$$

Parametr  $DF_{\min}$  umożliwia więc wyznaczenie rozdzielczości interferometrii nieskoherentnej w dziedzinie widma. Jego wartość jest więc uniwersalna dla wszystkich możliwych systemów OCT. Po określeniu uniwersalnej wartości  $DF_{\min}$ , rozdzielczość konkretnego systemu FD-OCT może być obliczona na podstawie wzoru 3.34 zawierającego szerokość widma stosowanego w systemie źródła światła.

Powyższe rozważania zakładają możliwość swobodnego, numerycznego kształtowania obwiedni zmierzonego sygnału interferencyjnego. W praktyce może to być trudne do wykonania ze względu na zmiany widma światła propagującego się wewnątrz badanego obiektu (np. na skutek absorpcji) bądź konieczność zachowania odpowiednio stosunku sygnału do szumu (może ona uniemożliwić numeryczne wzmocnienie tych części widma, w których stosunek ten jest mały).

Tak więc podaną tutaj definicję rozdzielczości należy traktować jako potencjalnie najlepszą rozdzielczość możliwą do uzyskania w systemach FD-OCT. W kolejnym podrozdziale wyznaczona zostanie wartość parametru  $DF_{\min}$  dla tradycyjnego pomiaru grubości za pomocą obrazów OCT (tj. pomiaru odległości między maksimami dwóch pików interferencyjnych w dziedzinie czasu). Ponadto wykazane zostanie, że analiza sygnału interferencyjnego bezpośrednio w dziedzinie widma pozwala na uzyskanie mniejszej wartości  $DF_{\min}$ , a przez to i lepszej rozdzielczości pomiaru.

#### 3.4.4 Ilościowe pomiary grubości

Pomijając składową stałą i składowe autokorelacji, sygnał interferometryczny pochodzący od dwóch blisko siebie położonych, rozpraszających światło warstw ma postać (por. równanie (3.12)):

$$S(k) = S_0(k)(\cos(kz) + \cos(k(z + \Delta z))), \quad (3.35)$$

gdzie  $z$  jest różnicą długości dróg optycznych pokonanych przez światło w torze referencyjnym interferometru, a światłem w torze pomiarowym, rozproszony od pierwszej warstwy, zaś  $\Delta z$  – długością drogi optycznej, jaką pokonuje światło rozproszone od warstwy drugiej, względem warstwy pierwszej. Dodatkowo założono, że światło rozproszone od obu warstw ma taką samą widmową gęstość mocy, przez co obie składowe harmoniczne w równaniu (3.35) mają taką samą obwiednię  $S_0(k)$ .



Podstawiając do równania (3.35) równanie  $k = k_0 + n\Delta k$ , otrzymuje się postać spróbkowanego sygnału interferencyjnego:

$$S[n] = S_0[n] (\cos(z(k_0 + \Delta kn)) + \cos((z + \Delta z)(k_0 + \Delta kn))). \quad (3.36)$$

Równanie (3.36) można sprowadzić do postaci, która ukrywa parametry konkretnego systemu OCT, tj.:

$$S[n] = S_0[n] (\cos(\Omega(n + n_0)) + \cos((\Omega + \Delta\Omega)(n + n_0))), \quad (3.37)$$

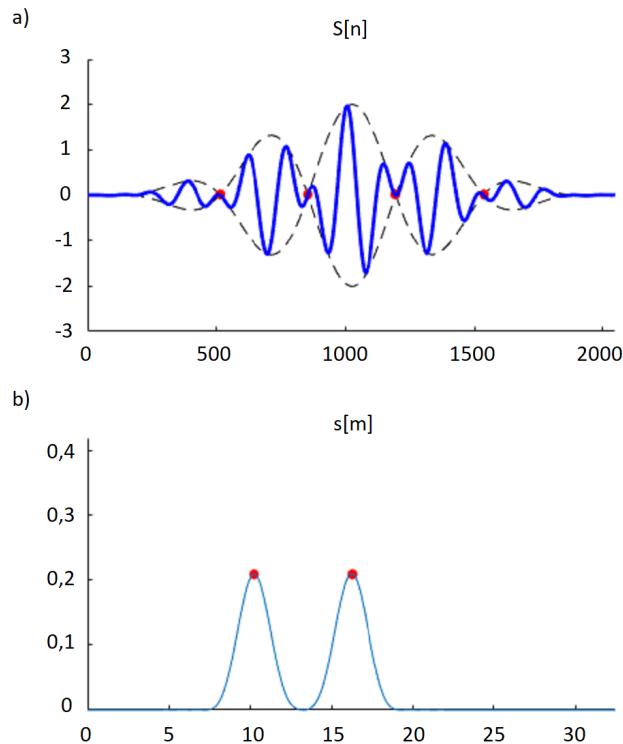
gdzie  $\Omega = z\Delta k$ ,  $\Delta\Omega = \Delta z \Delta k$ , a  $n_0 = k_0/\Delta k$ .

Problem ilościowego pomiaru grubości struktur cienkowarstwowych za pomocą metody OCT (i ogólnie optycznej interferometrii niskokoherentnej) sprowadza się do problemu pomiaru różnicy dwóch bliskich sobie pulsacji obecnych w sygnale cyfrowym. W dalszych rozważaniach sygnał taki zostanie zamodelowany jako suma dwóch jednakowych, wolnozmiennych składników, zmodulowanych sygnałami harmonicznymi o zbliżonych pulsacjach opisana równaniem (3.37).

W celu określenia różnicy pulsacji  $\Delta\Omega$  można posłużyć się zarówno sygnałem  $S[n]$ , jak i jego dyskretną transformacją Fouriera  $s[m]$ . Dalej wprowadzone zostaną dwa estymatory różnicy pulsacji: estymator w dziedzinie częstotliwości oraz estymator w dziedzinie czasu.<sup>2</sup> W szczególności omówiona zostanie przewaga estymatora w dziedzinie częstotliwości nad estymatorem w dziedzinie czasu, istotna z punktu widzenia pierwszej tezy rozprawy.

---

<sup>2</sup>Określenia „w dziedzinie czasu” oraz „w dziedzinie częstotliwości” mogą być nieco mylące. Zwykle za sygnał w dziedzinie czasu uznaje się bezpośrednio mierzony sygnał cyfrowy, a za sygnał w dziedzinie częstotliwości – jego transformatę Fouriera. W kontekście systemów FD-OCT przyjęło się odwrotne nazewnictwo. Bezpośrednio mierzone jest widmo światła nazywane sygnałem w dziedzinie częstotliwości, jego transformatę Fouriera nazywa się sygnałem w dziedzinie czasu. Autor posługuje się w rozprawie konwencją z literatury poświęconej systemom OCT, a więc za sygnał w dziedzinie częstotliwości uznaje się spróbkowane widmo  $S[n]$ , zaś za sygnał w dziedzinie czasu jego transformatę Fouriera –  $s[m]$ .



**Rys. 3.6.** Ilustracja estymatorów różnicy pulsacji w dziedzinie częstotliwości (a) i w dziedzinie czasu (b).

### Estymator w dziedzinie częstotliwości

Pierwszym krokiem estymacji różnicy pulsacji w dziedzinie częstotliwości jest wykorzystanie dyskretnej transformacji Hilberta do wyznaczenia sygnału analitycznego odpowiadającego sygnałowi  $S[n]$ . Przy założeniu, że obwiednia sygnału –  $S_0[n]$  jest wolnozmienna, sygnał analityczny dany jest równaniem:

$$S_a[n] = S_0[n] (\exp(j\Omega(n + n_0)) + \exp(j(\Omega + \Delta\Omega)(n + n_0))). \quad (3.38)$$

Moduł zespolonego sygnału  $S_a[n]$  wynosi wtedy:

$$|S_a[n]| = |S_0[n]| (1 + \cos(\Delta\Omega(n + n_0))). \quad (3.39)$$

Przyjmuje on wartość równą zero, gdy spełniony jest warunek:

$$\Delta\Omega(n + n_0) = \pi + 2\pi M, \quad (3.40)$$

gdzie  $M$  przyjmuje wartości kolejnych liczb całkowitych.

Wartość  $n$ , dla którego spełniony jest warunek (3.40) będzie dalej nazywana pozycją minimum interferencyjnego  $M$ -tego rzędu.

Możliwe są trzy przypadki:

1. W sygnale występują conajmniej dwa minima interferencyjne rzędów  $M$  i  $M + 1$  o pozycjach odpowiednio  $n_M$  i  $n_{M+1}$ . W tym przypadku różnica pulsacji jest możliwa do obliczenia zgodnie z równaniem:

$$\Delta\Omega = \frac{2\pi}{n_{M+1} - n_M}. \quad (3.41)$$

Warunkiem wystąpienia tego przypadku jest, aby:

$$\Delta\Omega > \frac{3\pi}{N}, \quad (3.42)$$

lub równoważnie:

$$DF > DF_{\min} = 3\pi. \quad (3.43)$$

2. W sygnale występuje wyłącznie pojedyncze minimum interferencyjne rzędu  $M$ . Wówczas różnica pulsacji może być obliczona jako:

$$\Delta\Omega = \frac{\pi + 2\pi M}{n + n_0}. \quad (3.44)$$

3. W sygnale interferencyjnym nie ma żadnego minimum, co ma miejsce zawsze, gdy:

$$\Delta\Omega < \frac{\pi}{n_0 + N}. \quad (3.45)$$

W najgorszym przypadku, gdy  $n_0 = 0$ , daje to dolne ograniczenie na wartość parametru DF:<sup>3</sup>

$$DF < DF_{\min} = \pi. \quad (3.46)$$

### Estymator w dziedzinie czasu

Estymator w dziedzinie czasu bazuje na transformacie Fouriera sygnału w dziedzinie częstotliwości. Estymator zakłada, że transformata ta składać się będzie z dwóch, dających się od siebie odróżnić, „pików”. Pozycja każdego z pików jest określana jako pozycja lokalnego maksimum modułu sygnału  $|s[m]|$ . Poszukiwana różnica pulsacji jest następnie wyliczana na podstawie różnicy pozycji dwóch pików zgodnie z równaniem:

<sup>3</sup>W rzeczywistym systemie OCT wartość  $n_0 = 0$  oznaczałaby pomiar widma promieniowania od wartości liczby falowej  $k_0 = 0$ , co odpowiada stałemu polu elektrycznemu i jest oczywiście niemożliwe do osiągnięcia. Wyprowadzone zatem dolne ograniczenie możliwego do zmierzenia parametru DF możliwe jest zatem do przekroczenia.

$$\Delta\Omega = \frac{m_1 - m_2}{N}\pi, \quad (3.47)$$

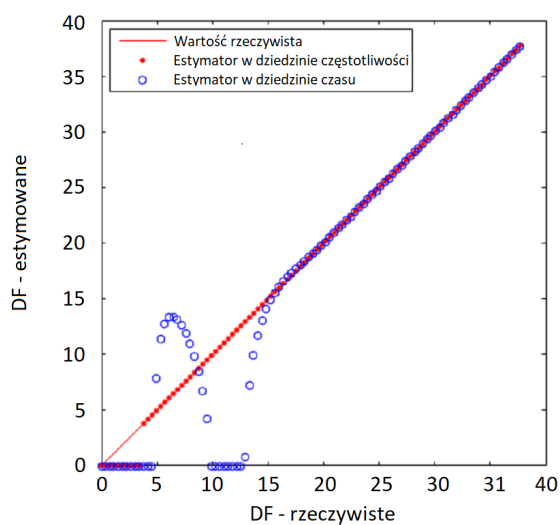
gdzie  $m_1$  i  $m_2$  są pozycjami pików.

### 3.4.5 Porównanie estymatorów

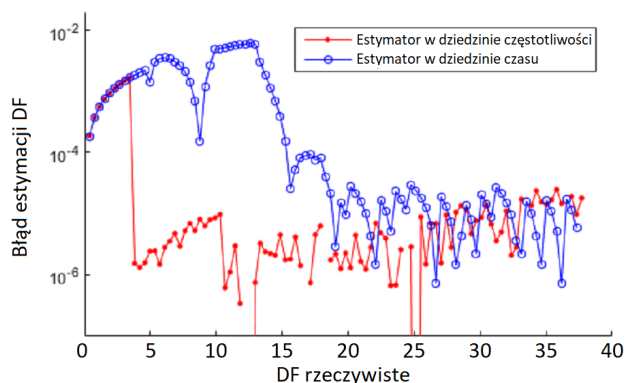
W celu porównania estymatorów różnicy pulsacji w dziedzinie czasu i częstotliwości przeprowadzono następujący eksperyment numeryczny:

1. Wygenerowano zbiór sygnałów o długości  $N = 2048$  próbek, opisanych wzorem (3.37). Wybrano wartość  $n_0 = 0$ , a jako  $S_0[n]$  przyjęto funkcję okna Blackmana. Wartość parametru DF zmieniano od zera do  $12\pi$ .
2. Dla każdego sygnału estymowano wartość parametru DF za pomocą estymatorów w dziedzinie czasu i częstotliwości. W przypadku gdy estymacja była niemożliwa (z powodu braku minimów interferencyjnych w sygnale w dziedzinie częstotliwości lub brak możliwości odseparowania dwóch „pików” w sygnale w dziedzinie czasu), jako estymowaną wartość parametru DF przyjmowano 0.

Wyniki eksperymentów przedstawiają rys. 3.7 i rys. 3.8. W przypadku estymatora w dziedzinie częstotliwości, estymacja możliwa była dla wartości parametru  $DF > 3,5$ . Jest to wartość większa od wartości  $\pi$  wynikającej z analizy przedstawionej w p. 3.4.4, co wynika z faktu zastosowania obwiedni Blackmana, która na skrajach sygnału przyjmuje wartości tak małe, że uniemożliwiają one znalezienie minimum interferencyjnego. Estymacja w dziedzinie czasu możliwa była dla wartości  $DF > 19$  (jako kryterium przyjęto błąd estymacji mniejszy niż  $10^{-5}$ ).



**Rys. 3.7.** Porównanie działania estymatorów różnicy pulsacji w dziedzinie czasu i w dziedzinie częstotliwości.



**Rys. 3.8.** Porównanie działania estymatorów różnicy pulsacji w dziedzinie czasu i w dziedzinie częstotliwości. Błąd estymacji zdefiniowano jako wartość bezwzględną z różnicy wartości parametru DF użytej do wygenerowania sygnału i jej wartości estymowanej.

Na podstawie przeprowadzonego eksperymentu można przyjąć rozdzielczość systemu OCT równą:

$$d = 9,5/BW. \quad (3.48)$$

Powyżej tej wartości możliwe jest nie tylko stwierdzenie obecności dwóch granic struktury cienkowarstwowej w sygnale w dziedzinie czasu, ale również ilościowe zmierzenie grubości tej struktury. Zastosowanie estymatora w dziedzinie częstotliwości pozwala na poprawę rozdzielczości do wartości:

$$d = 1,75/BW. \quad (3.49)$$

Podane wartości mogą oczywiście różnić się nieznacznie dla różnych obwiedni widma interferencyjnego  $S_0(k)$ .

Interesujące jest porównanie otrzymanych wartości z ogólnie przyjętymi oszacowaniami rozdzielczości podłużnej systemów OCT (zależności (3.27) i (3.28)). Zakładając, że szerokość widma  $BW$  jest równa czterem odchyleniom standardowym funkcji Gaussa  $\sigma_k$ , zależności (3.27) i (3.28) dają odpowiednio rozdzielczości:

$$d = l_c = \frac{6}{BW} \quad (3.50)$$

i

$$d = l_c = \frac{6,68}{BW}. \quad (3.51)$$

Otrzymana w przedstawionym eksperymencie rozdzielczość estymatora w dziedzinie częstotliwości jest więc lepsza od nawet bardziej optymistycznej z klasycznych definicji rozdzielczości podłużnej systemów OCT. Należy też zwrócić uwagę na fakt, że klasyczne definicje nie mają na uwadze możliwości dokładnego pomiaru grubości struktur cienkowarstwowych, a jedynie możliwość oddzielenia od siebie dwóch pików w sygnale OCT w dziedzinie czasu. Jak pokazuje zaś rys. 3.7, możliwość oddzielenia dwóch pików nie oznacza zawsze możliwości dokładnego pomiaru grubości.

### 3.4.6 Uwagi

Przeprowadzony eksperyment numeryczny wykazał, że zastosowanie estymatora w dziedzinie częstotliwości pozwala na analizę różnic pulsacji niemożliwych do określenia za pomocą estymatora w dziedzinie czasu. W kontekście systemów OCT przekłada się to na możliwość badania grubości struktur tak cienkich, że uwidaczniają się one tylko jako pojedynczy „pik” na skanie w dziedzinie czasu. Należy jednak zwrócić uwagę na kilka zagadnień związanych z praktycznym zastosowaniem opisanej metody, które nie zostały uwzględnione w eksperymencie.

Po pierwsze, przyjęto wartość  $n_0 = 0$ , co nie odpowiada rzeczywistym systemom OCT. W praktyce, w obecności tylko jednego minimum interferencyjnego w sygnale w dziedzinie częstotliwości (a więc dla  $DF < 3\pi$ ) nie da się jednoznacznie określić jego rzędu  $M$ , a więc bezwzględny pomiar grubości warstwy nie będzie możliwy. Estymator w dziedzinie częstotliwości będzie pozwalał nie tylko na określenie zmian tej grubości w różnych punktach badanej struktury cienkowarstwowej, ale przede wszystkim na stwierdzenie jej obecności, na co nie pozwala estymator w dziedzinie czasu.

Po drugie, w praktyce natężenie światła rozproszonego od obu warstw może

się od siebie różnić. W tej sytuacji estymacja różnicy pulsacji na podstawie lokalizacji minimum interferencyjnego, będzie obciążona błędem systematycznym, wynikającym z faktu, że zmiana obwiedni sygnału  $S_0(k)$  spowoduje przesunięcie minimum jego amplitudy. Błąd ten będzie tym większy, im szybciej zmieniać się będzie funkcja  $S_0(k)$ .

Kolejnym możliwym do zastosowania rodzajem estymacji, nieanalizowanym w rozprawie, jest metoda dopasowania krzywych. W metodzie tej znajduje się takie parametry sygnału (w tym przypadku wartości  $\Delta\Omega$ ), aby zminimalizować błąd średniokwadratowy między zmierzonymi wartościami próbek sygnału a jego wartościami wynikającymi z przyjętego modelu. Metoda ta znajduje zastosowanie np. w elipsometrycznym badaniu struktur cienkowarstwowych. Wymaga ona jednak przyjęcia dokładnego modelu sygnału, w tym np. obwiedni widma  $S_0(k)$ . W pomiarach metodą OCT, w których analizuje się światło rozproszone od centrów rozpraszających znajdujących się głęboko wewnątrz badanego obiektu, obwiednia ta może ulec znacznej modyfikacji np. na skutek zjawiska absorpcji. Efekty te są trudne do przewidzenia, a przez to utrudniają również zastosowanie metody dopasowania krzywych do estymacji grubości cienkich warstw. Ponadto celem naukowym rozprawy nie jest znalezienie optymalnej metody badania tego typu struktur, a wykazanie, że analizowanie sygnału OCT w dziedzinie zarówno czasu, jak i częstotliwości pozwala na badanie struktur o grubościach mniejszych niż pozwala na to wyłącznie analiza w dziedzinie czasu.

### 3.5 Podsumowanie

W powyższym rozdziale przedstawiono zasadę działania optycznej tomografii koherentnej w dziedzinie czasu (TD-OCT) i dziedzinie częstotliwości (FD-OCT). Ponadto opisano podstawowy układ optycznej tomografii koherentnej z analizą stanu polaryzacji wraz z zasadą jego wykorzystania do pomiaru dwójłomności obrazowanych obiektów. Przedstawiono również problem niejednoznaczności takiego pomiaru wynikający z faktu okresowych zmian stanu polaryzacji światła przechodzącego przez materiał dwójłomny.

W rozdziale zaproponowano również nową definicję rozdzielczości podłużnej systemów OCT. Definicję przyjęto na drodze eksperymentów numerycznych uwzględniających możliwość kształtowania obwiedni interferogramu w systemach FD-OCT oraz konieczność nie tylko wizualnego odseparowania dwóch widocznych w obrazie OCT

pików, ale również ilościowego określenia dzielącej ich odległości.

W ostatniej części rozdziału pokazano, że pomiar grubości metodą interferometrii w dziedzinie częstotliwości może umożliwić uzyskanie informacji o grubości struktur ponad trzykrotnie cieńszych niż wynika to z rozdzielczości pomiaru metodą interferometrii w dziedzinie czasu.



## Rozdział 4

# Czasowo-częstotliwościowa analiza sygnału w optycznej tomografii koherentnej

W swojej najbardziej podstawowej wersji OCT wykorzystuje interferometrię niskokoherentną do uzyskania informacji o długości drogi optycznej oraz natężeniu promieniowania wstecznie rozproszonego od elementów badanego obiektu. Pozwala to na generowanie jego jedno-, dwu- i trójwymiarowych obrazów. Analiza wyłącznie długości drogi optycznej i natężenia promieniowania pozwala na pozyskanie również pewnych dodatkowych informacji, takich jak wartość współczynnika rozpraszania czy absorpcji promieniowania wewnątrz obiektu [57–63]. Uzyskanie kolejnych informacji wymaga jednak często pomiaru innych właściwości promieniowania, w tym jego gęstości widmowej mocy. W obrazowaniu OCT pomiar taki jest możliwy przy użyciu czasowo-częstotliwościowej analizy sygnału interferencyjnego.

Poniższy rozdział zawiera krótkie wprowadzenie do czasowo-częstotliwościowej analizy sygnału OCT i przegląd zaprezentowanych do tej pory zastosowań tej metody. Nowe propozycje zastosowań, przedstawione przez autora, są również zarysowane jako część szerszego obszaru badań, ale ich szczegółowe omówienie stanowi tematykę kolejnych rozdziałów.



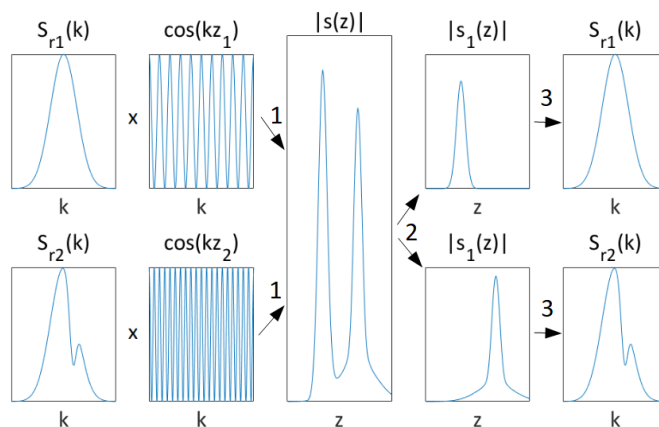
## 4.1 Wstęp do czasowo-częstotliwościowej analizy sygnału w optycznej tomografii koherentnej

Stosowany dalej opis matematyczny czasowo-częstotliwościowej analizy sygnału oparty jest na modelu systemów FD-OCT z pominięciem składowej stałej, składowych autokorelacji oraz obrazu lustrzanego. Skan OCT w wersji ciągłej (tj. funkcja  $s(z)$ ) ma wówczas postać:

$$s(z) = \text{FT}[S(k)] = \sum_{i=1}^{N_i} g_{ri}(z - z_i), \quad (4.1)$$

przy czym założono pozycję zwierciadła w torze referencyjnym  $z_r = 0$ .

Celem analizy czasowo-częstotliwościowej w odniesieniu do optycznej tomografii koherentnej jest odseparowanie funkcji  $g_{ri}(z)$  odpowiadającej konkretnemu centrum rozpraszającemu. Obliczenie odwrotnej transformaty Fouriera odseparowanej funkcji  $g_{ri}(z)$  pozwala na obliczenie funkcji  $S_{ri}(k)$ , niosącej informację o widmie światła rozproszonemu przez to konkretne centrum (rys. 4.1).



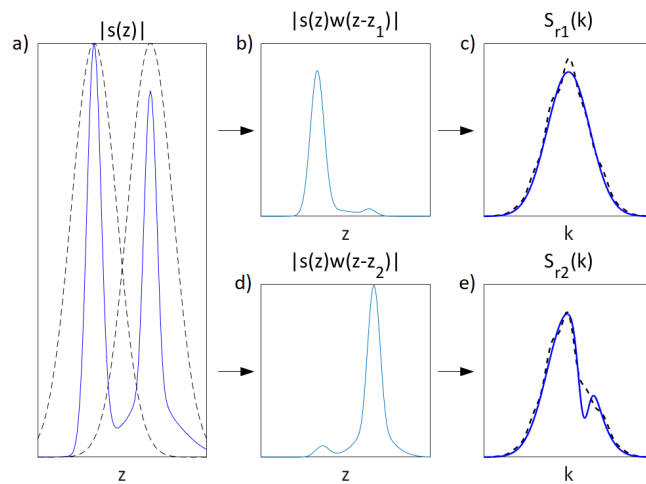
**Rys. 4.1.** Schemat czasowo-częstotliwościowej analizy sygnału OCT. Skan OCT  $s(z)$  zbudowany jest z wielu pików, z których każdy stanowi transformatę Fouriera funkcji wzajemnej widmowej gęstości mocy  $S_{ri}(k)$ , które dzięki zjawisku interferencji zostały zmodulowane przebiegami harmonicznymi o różnych częstotliwościach. Celem analizy czasowo-częstotliwościowej jest odseparowanie od siebie poszczególnych pików i określenie odpowiadających im widm  $S_{ri}(k)$ . Operacja oznaczona jako 1 reprezentuje transformację Fouriera, jako 2 – separację poszczególnych pików występujących w sygnale OCT, zaś jako 3 – odwrotną transformację Fouriera.

Odseparowanie danej funkcji  $g_{ri}(z)$  nie zawsze jest problemem trywialnym, zwłaszcza w sytuacji, w której odległość między sąsiednimi centrami rozpraszającymi jest mniejsza niż długość drogi koherencji zastosowanego w systemie OCT źródła promieniowania a odpowiadające im piki w skanie OCT nakładają się na siebie.

#### 4.1.1 Krótkoczasowa transformacja Fouriera

Podstawowym narzędziem pozwalającym na oszacowanie odseparowanych funkcji wzajemnej widmowej gęstości mocy  $S_{ri}(k)$  jest krótkoczasowa transformacja Fouriera – STFT (ang. short-time Fourier transform). Polega ona na przemnożeniu funkcji  $s(z)$  przez funkcję okna  $w(z - z_i)$  i obliczenie odwrotnej transformacji Fouriera tak uzyskanego iloczynu (rys. 4.2):

$$S_{ri,STFT}(k) = \text{FT}^{-1}\{s(z) \cdot w(z - z_i)\}. \quad (4.2)$$



**Rys. 4.2.** Ilustracja idei metody STFT. Piki na skanie OCT  $s(z)$  są od siebie oddzielone poprzez wymnożenie funkcji  $s(z)$  ((a) – linia ciągła) z przesuniętymi funkcjami okna  $w(z)$  ((a) – linia przerywana). Uzyskane w ten sposób iloczyny ((b) i (d)) poddaje się operacji odwrotnej transformacji Fouriera. Po jej wykonaniu uzyskuje się estymatę funkcji wzajemnej widmowej gęstości mocy  $S_r(k)$  ((c) i (e) – linia przerywana). W przypadku niewłaściwego doboru funkcji okna estymowane w ten sposób widmo może się znacznie różnić od widma właściwego ((c) i (e)– linia ciągła).

STFT pozwala na dokładne obliczenie poszukiwanej wartości  $S_{ri}(k)$  jedynie w specjalnym przypadku, w którym funkcje  $g_{ri}(z - z_i)$  dla sąsiednich centrów rozprasa-

jących nie nakładają się na siebie, a funkcja okna spełnia warunek:

$$w(z - z_i) = 1, \quad (4.3)$$

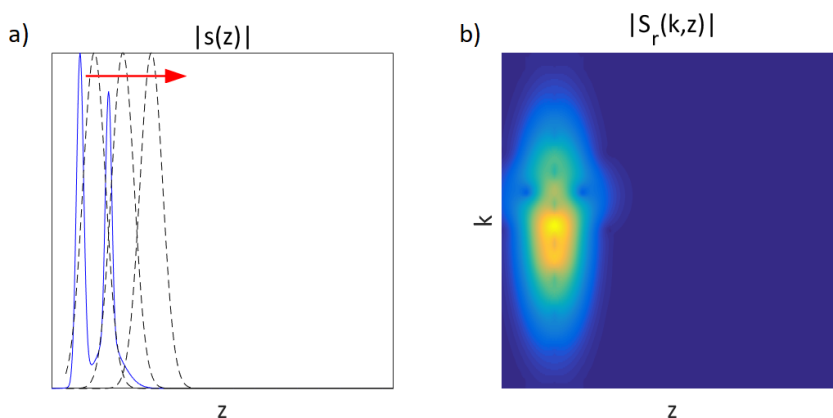
zawsze wtedy, gdy  $|g_{ri}(z - z_i)| > 0$ . Jeżeli wymienione wyżej warunki nie są spełnione pojawiają się błędy estymacji zależne zarówno od skanu OCT  $s(z)$ , jak i wybranej funkcji okna  $w(z - z_i)$ .

W równaniu (4.2) funkcje wzajemnej widmowej gęstości mocy tworzą dyskretny zbiór dla kilku wybranych głębokości  $z_i$ . W niektórych zastosowaniach, takich jak generacja dodatkowego, spektroskopowego kontrastu w obrazie tkanek biologicznych [27], funkcje te są analizowane dla każdego punktu (tj. każdej głębokości) w analizowanym obszarze. W tego typu sytuacji wygodniejsze jest traktowanie krótkoczasowej transformaty Fouriera jako ciągłej, dwuwymiarowej funkcji zmiennych  $z$  i  $k$ :

$$S_{r,STFT}(z, k) = \text{FT}^{-1}\{s(z') \cdot w(z' - z)\}, \quad (4.4)$$

co stanowi powszechnie spotykaną w literaturze definicję STFT. Równania (4.2) i (4.4) spełniają związek:

$$S_{rn,STFT}(k) = S_{r,STFT}(z_n, k). \quad (4.5)$$



**Rys. 4.3.** Ilustracja transformacji STFT. Funkcja okna ((a) – linia przerywana) jest przesuwana wzdłuż osi  $z$  na skanie OCT  $s(z)$  ((a) – linia ciągła). Dla każdej pozycji okna wyliczana jest odwrotna transformacja Fouriera jego iloczynu z funkcją  $s(z)$ . W efekcie powstaje dwuwymiarowa funkcja  $S_r(z, k)$  estymująca funkcje wzajemnej widmowej gęstości mocy światła rozproszonego z dowolnej głębokości wewnątrz badanego obiektu (b).

Przykładowa wizualizacja krótkoczasowej transformaty Fouriera dla pojedynczego A-skanu OCT jest przedstawiona na rys. 4.3. Wizualizacja taka wymaga

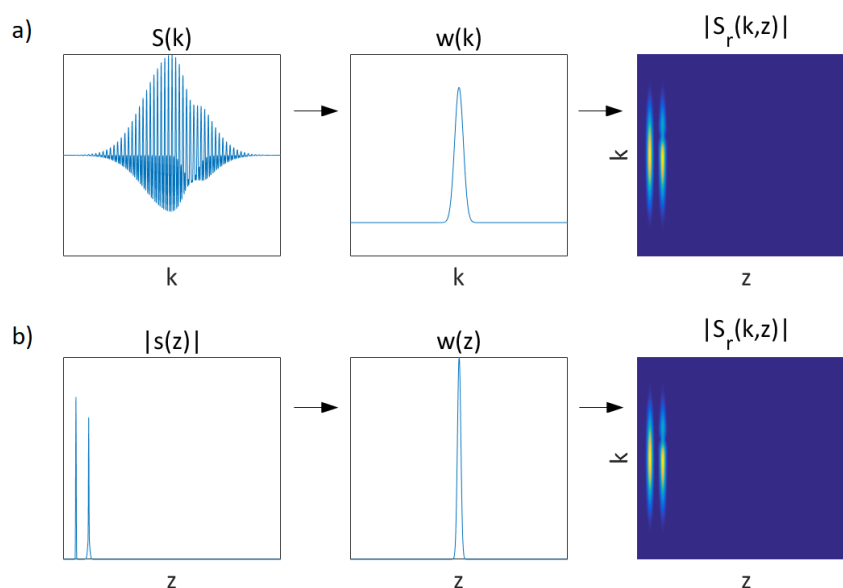
wykreślenia przebiegu funkcji dwóch zmiennych dla każdego A-skanu. W przypadku wizualizacji STFT całego dwuwymiarowego B-skanu wymagana byłaby wizualizacja funkcji trzech zmiennych, zaś w przypadku skanów trójwymiarowych – czterech. Problem ten obchodzi się, obliczając pewne cechy charakterystyczne obliczonej STFT (np. środek ciężkości widma światła dla danego punktu) i kodując je jako barwa na klasycznym skanie dwu- lub trójwymiarowym [26]. Autor rozprawy wykazał, że tego typu wizualizacja może być uzyskana bez konieczności obliczania STFT, co pozwala na znaczne przyspieszenie analizy sygnału interferencyjnego [64]. Problem ten opisany jest szerzej w rozdziale 6.

#### 4.1.2 Równoważność analizy w dziedzinie czasu i częstotliwości

Należy zaznaczyć, że metoda STFT może być również zastosowana bezpośrednio do widma interferencyjnego  $S(k)$  zgodnie z równaniem:

$$S_{r,STFT}(z, k) = FT^{-1}\{S(k') \cdot W(k' - k)\}, \quad (4.6)$$

gdzie  $W(k)$  jest funkcją okna w dziedzinie częstotliwości.



**Rys. 4.4.** Analiza czasowo-częstotliwościowa może być przeprowadzona zarówno na skanie OCT w dziedzinie czasu  $s(z)$  (b) jak i w dziedzinie częstotliwości  $S(k)$  (a). Przy odpowiednim doborze okien wyniki uzyskiwane w obu przypadkach będą matematycznie równoważne.

Jeżeli wykorzystana zostanie funkcja okna spełniająca równanie  $W(k) = FT\{w(z)\}$ , to wyniki uzyskane za pomocą transformacji funkcji  $S(k)$  będą równoważne tym opartym

na transformacji funkcji  $s(z)$  (rys. 4.4). Jednak, jak autor ze współpracownikami wykazali w pracach [64, 65], przeprowadzenie analizy czasowo-częstotliwościowej funkcji  $S(k)$  ma kilka wad w stosunku do jej przeprowadzania na funkcji  $s(z)$ . Problematyka ta jest szerzej opisana w kolejnych rozdziałach.

## 4.2 Zastosowania czasowo-częstotliwościowej analizy sygnałów w optycznej tomografii koherentnej

Zastosowanie czasowo-częstotliwościowej analizy sygnału w OCT jest w literaturze naukowej spotykane pod nazwą spektroskopowej optycznej tomografii koherentnej (S-OCT). Technika ta została niemalże jednocześnie wprowadzona w systemach TD-OCT i SD-OCT [26, 66]. Podstawowym zastosowaniem S-OCT jest zapewnienie dodatkowego źródła kontrastu w generowanych obrazach [26–34]. Ze względu na fakt, że OCT jest metodą bazującą na spójności promieniowania wstecznie rozproszonego od badanej próbki ze światłem w torze referencyjnym, niemożliwe jest w niej zastosowanie np. zjawiska fluorescencji, stanowiącego źródła dodatkowego kontrastu w klasycznej mikroskopii. Technika S-OCT stanowić może pewne rozwiązanie tego problemu, jednakże publikacje naukowe o tej tematyce stanowią stosunkowo niewielką część literatury poświęconej OCT.

Zastosowanie S-OCT jako źródła dodatkowego kontrastu w obrazie nie wymaga zaawansowanych metod analizy widma światła wstecznie rozproszonego. W najprostszym podejściu możliwe jest obliczenie „środką ciężkości” funkcji wzajemnej gęstości widmowej mocy  $S_r(z, k)$ <sup>1</sup> i zakodowania go w obrazie jako jego barwy (ang. hue) w systemie barw HSV [26]. Autor rozprawy wykazał, że w takim przypadku nie jest nawet konieczne zastosowanie krótkoczasowej transformacji Fouriera, a środek ciężkości funkcji  $S_r(k, z)$  może być wyznaczony bezpośrednio na podstawie skanu OCT  $s(z)$ , co znacznie redukuje liczbę koniecznych do przeprowadzenia obliczeń [64].

Kolejnym zastosowaniem OCT jest określenie rozmiaru cząstek rozpraszających obecnych w badanym obiekcie [27, 67–72]. Widmo światła rozproszonego na dużych cząstkach (np. komórkach biologicznych) jest zmodulowane na skutek interferencji i rezonansu światła rozproszonego wielokrotnie w ich wnętrzu. W prostych sytuacjach, ta-

---

<sup>1</sup>Środek ciężkości widma  $S_r(z, k)$  można zdefiniować jako  $\int_{k_{\min}}^{k_{\max}} k S_r(z, k) dk / \int_{k_{\min}}^{k_{\max}} S_r(z, k) dk$ .

kich jak rozpraszanie na cząstkach o symetrii sferycznej, postać tej modulacji może być obliczona analitycznie, np. za pomocą teorii Mie. Nawet dla cząstek o bardziej skomplikowanych kształtach możliwe jest oszacowanie ich rozmiaru, badając częstotliwość podstawową modulacji widma [67]. Wykorzystując technikę S-OCT, częstotliwość ta może być oszacowana na podstawie autokorelacji funkcji  $S_r(k, z)$  dla zadanej głębokości wewnątrz obiektu [27, 68] lub za pomocą bardziej zaawansowanych metod [71].

S-OCT jest również używane w celu obliczenia widm współczynnika absorpcji fragmentów badanych obiektów [28, 73–77]. Widma te mogą zostać użyte jako wspomniane wcześniej źródło dodatkowego kontrastu w obrazie. W takim przypadku możliwe jest wstrzyknięcie do obrazowanej tkanki barwników, np. zieleni indocyjaninowej, której rozkład przestrzenny jest obrazowany za pomocą techniki S-OCT [28]. Innym zastosowaniem analizy widm współczynnika absorpcji jest ilościowe określenie stężenia substancji absorbującej. W szczególności prowadzone były badania dotyczące możliwości zastosowania metody S-OCT do badania stopnia utlenowania krwi poprzez rozkład widma absorpcji na sumę widm dla hemoglobiny utlenowanej i nieutlenowanej [28, 73–75, 77–79]. Autor rozprawy wykazał, że w tego typu zastosowaniu kluczową rolę ogrywa dokładna estymacja funkcji wzajemnej widmowej gęstości mocy światła  $S_r(z, k)$ , która może być uzyskana poprzez staranny dobór zastosowanej w algorytmie STFT funkcji okna. W szczególności, stosowane powszechnie okno gaussowskie nie stanowi optymalnego rozwiązania i powinno być zastąpione oknem o kształcie zbliżonym do prostokątnego [78].

Kolejną, obok pomiaru stopnia utlenowania krwi, potencjalną biomedyczną aplikacją S-OCT jest ocena oparzeń. Metoda rozróżniania na obrazie OCT obszarów oparzonej i nieoparzonej skóry z wykorzystaniem analizy spektroskopowej została zaproponowana przez Mahera i współpracowników [80].

Interesującą propozycją jest również wykorzystanie techniki S-OCT do automatycznej identyfikacji obecnych w obrazie OCT substancji. Kassek i współpracownicy przedstawili metodę automatycznej klasyfikacji różnych substancji z wykorzystaniem pomiaru widm absorpcji oraz algorytmów uczenia maszynowego [81–83].

W ostatnich latach kilka grup zaprezentowało również wstępne badania dotyczące wykorzystania analizy spektroskopowej do analizy nanometrowych zmian w strukturze badanych obiektów, zwłaszcza tkanek biologicznych [84, 85]. Badania te bazują na idei zbliżonej do przedstawionej przez autora metody analizy struktur cien-

kowarstwowych – wykorzystania analizy czasowo-częstotliwościowej do przekroczenia ograniczenia wynikającego ze zdolności rozdzielczej systemu OCT. Różnica polega na fakcie, że prace [84, 85] dotyczą analizy parametrów statystycznych ośrodków nieuporządkowanych, a nie, jak w przypadku niniejszej pracy, grubości regularnych struktur cienkowieńcowych.

Technikę S-OCT można również połączyć z OCT z analizą stanu polaryzacji. Przykładem takiego rozwiązania jest system OCT, który zaprezentował Dubois ze współpracownikami [86]. System ten bazował jednak na generacji osobno obrazów z kontrastem spektroskopowym (S-OCT) i polaryzacyjnym (PS-OCT). Strąkowski i współpracownicy zaprezentowali, że faktyczne połączenie obu technik, tj. analiza stanu polaryzacji światła rozproszonego w funkcji jego długości fali, pozwala poprawić dokładność pomiaru kąta retardacji fazowej wprowadzanej przez ośrodki dwójłomne [87]. Część niniejszej rozprawy dotycząca obrazowania obiektów dwójłomnych stanowi bezpośrednią kontynuację tych badań. Wykazano w niej, że wykorzystanie spektroskopowej analizy polaryzacyjnej w OCT pozwala nie tylko na poprawę dokładności pomiaru kąta retardacji fazowej, ale jest również sposobem na pokonanie ważnego ograniczenia metody PS-OCT polegającego na fakcie, że pozwala ona na jednoznaczny pomiar kąta retardacji jedynie w zakresie od 0 do  $\pi/2$ .

### 4.3 Podsumowanie

W powyższym rozdziale zaprezentowano jedno z rozszerzeń metody OCT – spektroskopową optyczną tomografię koherentną (S-OCT). Omówiono krótko koncepcję czasowo- -częstotliwościowej analizy sygnału interferencyjnego, na której rozszerzenie to się opiera, jak również przedstawiono przegląd jego zastosowań. Poruszona w rozdziale tematyka omówiona jest szerzej w kolejnych rozdziałach. Rozdział 6 zawiera bardziej szczegółową analizę metod czasowo-częstotliwościowej analizy sygnału w kontekście S-OCT, zaś rozdział 7 – opis zastosowania S-OCT do rozwiązania problemów związanych z badaniem struktur cienkowieńcowych oraz pomiarem dwójłomności transparentnych materiałów.



## Rozdział 5

# Algorytmy cyfrowego przetwarzania sygnału w optycznej tomografii koherentnej

W wielu systemach OCT ograniczeniem prędkości skanowania w czasie rzeczywistym nie są możliwości sprzętowe (np. częstotliwość przestrajania lasera w systemach SS-OCT), ale czas potrzebny na przeprowadzenie niezbędnej analizy sygnału interferencyjnego. Przykładowo, w komercyjnym systemie OCT IVS-2000-HR firmy Santec zastosowany jest laser przestrajalny o częstotliwości skanowania równej 20 kHz. Laser ten umożliwia więc wykonywanie B-skanu złożonego z 500 linii z częstotliwością 40 ramek na sekundę [88]. Dodatkowe ograniczenie nakłada zastosowana w systemie karta cyfrowej akwizycji danych PDA 14. Przy obrazowaniu polaryzacyjnym (wymagającym zebrania dwa razy większej liczby danych) i próbkowaniu widma interferencyjnego w 4096 pozycjach ogranicza ona częstotliwość obrazowania do 32 ramek na sekundę. Jest to nadal wartość dużo większa niż faktyczna częstotliwość obrazowania w czasie rzeczywistym zapewniana przez dołączone do systemu oprogramowanie, wynosząca ok. 6-7 klatek na sekundę.<sup>1</sup>

Powyższy przykład pokazuje, że w obrazowaniu OCT ważną rolę odgrywa właściwy dobór i implementacja algorytmów cyfrowego przetwarzania sygnału. Celem tego rozdziału jest omówienie algorytmów cyfrowego przetwarzania sygnału OCT wraz

---

<sup>1</sup>Podana częstotliwość obrazowania wynika z doświadczeń autora pracy na systemie OCT dostępnym w Centrum Zaawansowanych Technologii Pomorze.

z omówieniem nowych rozwiązań algorytmicznych zaproponowanych przez autora.

W metodzie FD-OCT skan OCT w dziedzinie czasu uzyskuje się na drodze transformacji Fouriera interferogramu w dziedzinie widma (zależność (3.16)). W praktyce stwierdzenie to jest jednak dużym uproszczeniem, a osiągnięcie wysokiej jakości obrazu wymaga przeprowadzenia dodatkowych operacji cyfrowego przetwarzania sygnału.

Pierwsza z nich to operacja repróbkiowania. W wielu systemach OCT (zwłaszcza typu SD-OCT) widmo interferencyjne nie jest spróbkowane równomiernie w funkcji liczby falowej. Wyklucza to możliwość wykorzystania do obliczenia transformaty Fouriera algorytmu FFT. Powoduje to konieczność repróbkiowania zmierzonego widma, w celu wyznaczenia wartości jego próbek położonych w równych odstępach na osi liczby falowej.

Kolejnym przedstawionym w rozprawie etapem cyfrowego przetwarzania sygnału OCT jest jego podpróbkiowanie. Według wiedzy autora, etap podpróbkiowania nie został do tej pory rozważony i opisany w literaturze naukowej poświęconej OCT i stanowi oryginalny wkład autora. Celem wprowadzenia podpróbkiowania jest zmniejszenie liczby danych, a przez to czasu potrzebnego na realizację dalszego przetwarzania sygnału OCT. Jest to szczególnie istotne w przypadku skanów *en-face* lub 3D, gdzie ilość danych może sięgnąć kilkudziesięciu gigabajtów dla jednego skanu.

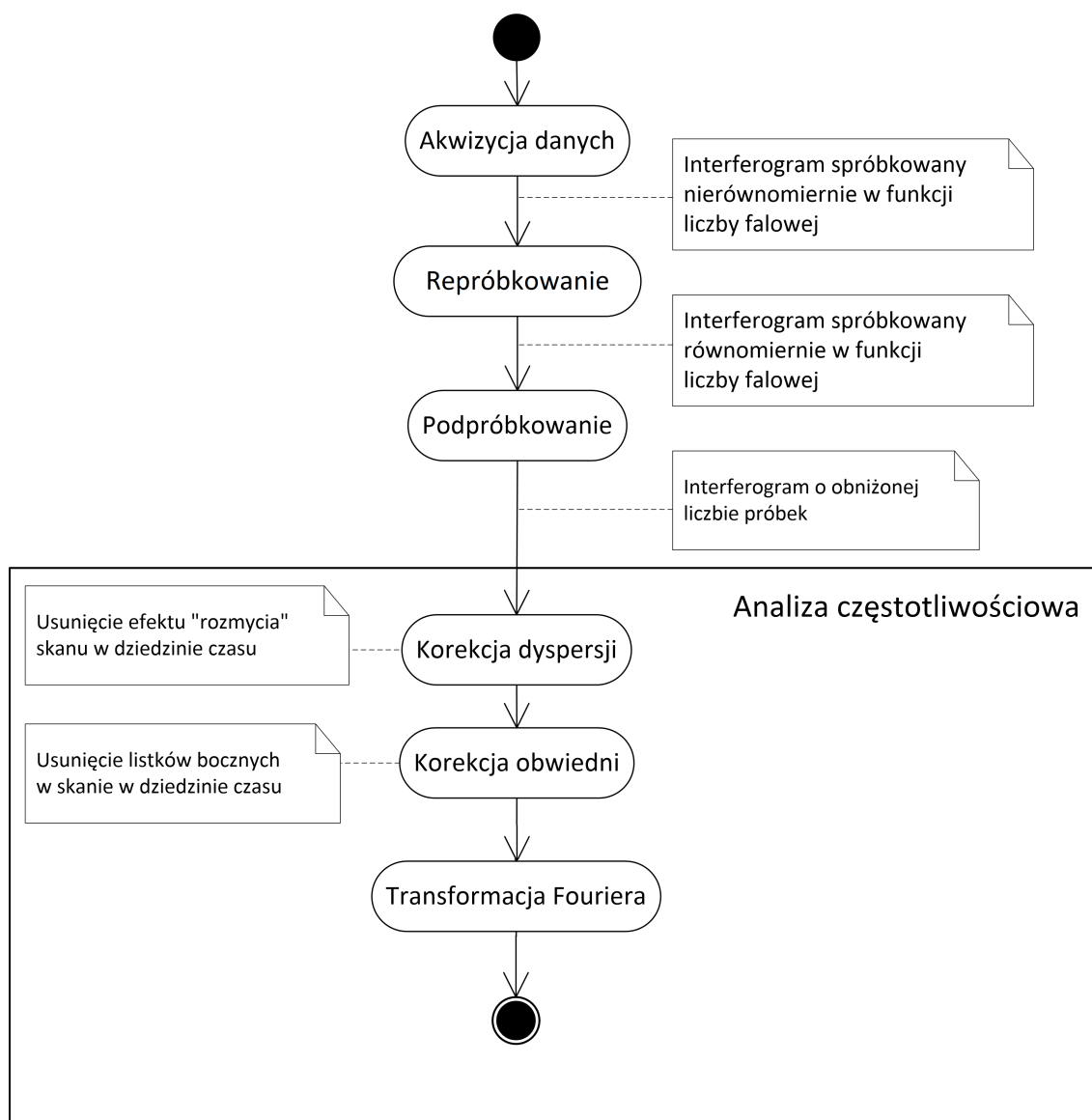
Autor rozprawy opracował również tzw. algorytm repróbkiowania pasmowoprzepustowego, który umożliwia realizację obu etapów: repróbkiowania i podpróbkiowania sygnału OCT w formie jednego cyfrowego filtra o skończonej odpowiedzi impulsowej. Rozwiązanie takie daje dodatkową oszczędność ilości koniecznych do przeprowadzenia obliczeń.

Po wstępnej analizie złożonej z dwóch wspomnianych wyżej etapów możliwa jest do przeprowadzenia analiza częstotliwościowa widma interferencyjnego. Zmiany, jakim podlega sygnał OCT na skutek repróbkiowania, podpróbkiowania oraz analizy częstotliwościowej, przedstawiono na rys. 5.2.

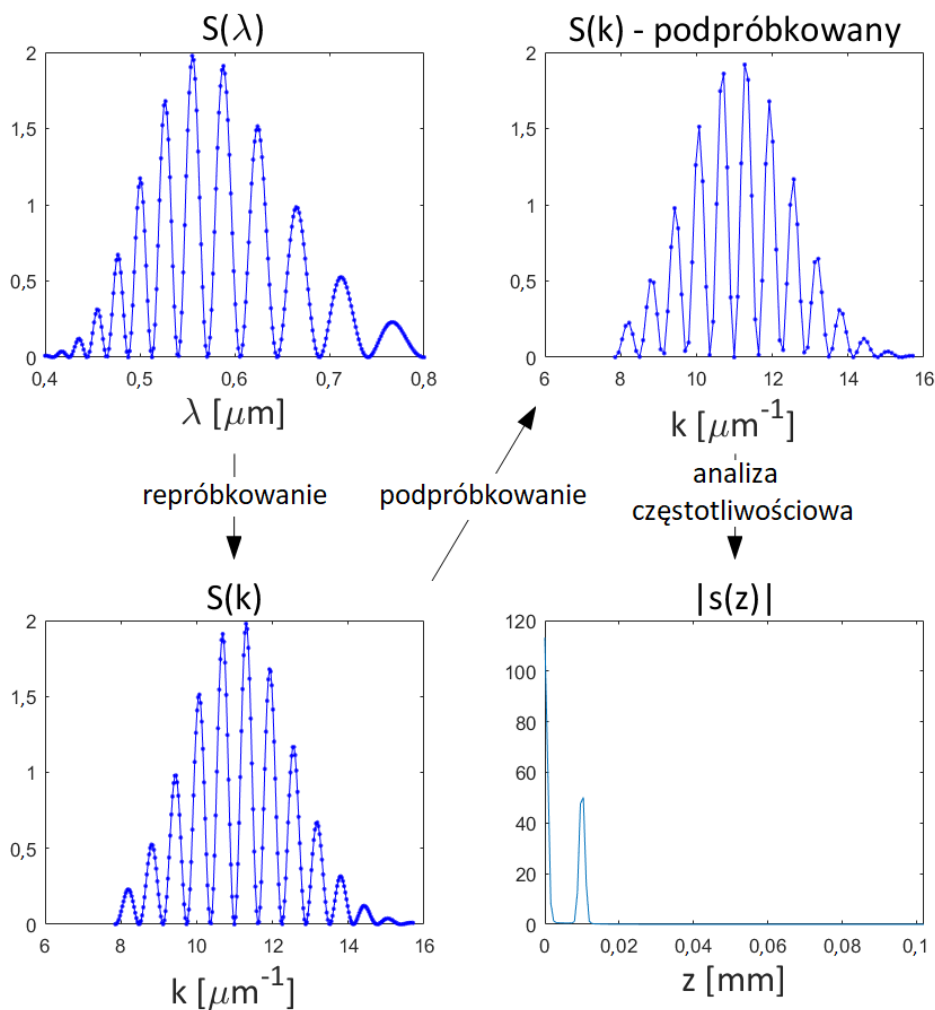
W wielu realizacjach systemów OCT wymagana jest również wstępna korekcja nieliniowych modulacji fazy interferogramu spowodowanych niejednakową dyspersją elementów optycznych w torach pomiarowym i referencyjnym interferometru. Ponadto likwidacja listków bocznych dyskretnej transformaty Fouriera interferogramu może wymagać dodatkowej korekcji obwiedni sygnału.

Schemat całego przedstawionego toru cyfrowego przetwarzania sygnału OCT zawarto, w formie diagramu UML (ang. Unified Modeling Language), na rys. 5.1.

W niniejszym rozdziale przedstawiono dokładniej wymienione wyżej etapy cyfrowego przetwarzania sygnału OCT. W największych szczegółach omówiono oryginalne koncepcje wprowadzone przez autora, tj. podpróbkiwanie sygnału OCT wraz z algorytmem repróbkiwania pasmowoprzestupowego. Rozdział ten nie zawiera omówienia algorytmów czasowo-częstotliwościowej analizy sygnału OCT, które są tematem szczegółowej analizy w rozdziale kolejnym.



Rys. 5.1. Diagram UML przedstawiający tor cyfrowego przetwarzania sygnału OCT.



Rys. 5.2. Ilustracja zmiany interferogramu na drodze kolejnych etapów przetwarzania sygnału OCT.

## 5.1 Interpolacja widm interferencyjnych

Podstawowym algorytmem analizy częstotliwościowej interferogramów w metodzie FD-OCT jest algorytm FFT, umożliwiający wykonanie transformacji Fouriera ze złożonością liniowo-logarytmiczną –  $\Theta(N \log N)$ , a nie kwadratową –  $\Theta(N^2)$ ,<sup>2</sup> jak w przypadku obliczania transformacji Fouriera bezpośrednio na podstawie jej definicji (przez  $N$  oznaczono tu liczbę próbek sygnału) [55]. Zastosowanie algorytmu FFT wymaga jednak, aby interferogram został spróbkowany równomiernie w funkcji liczby falowej. To znaczy, że powinien zostać utworzony sygnał cyfrowy o postaci:

<sup>2</sup>Zastosowano tu tzw. notację asymptotyczną. Funkcja  $f(n)$  należy do zbioru  $\Theta(g(n))$ , jeżeli istnieją takie dodatnie stałe  $c_1$ ,  $c_2$  i  $n_0$ , że dla wszystkich  $n > n_0$  zachodzi:  $0 \leq c_1 g(n) \leq f(n) \leq c_2 g(n)$  [89].

$$S[m] = S(k(m)), \quad (5.1)$$

dla pozycji próbek (na osi  $k$ ) spełniających zależność:

$$k(m) = k_0 + m\Delta k, \quad (5.2)$$

gdzie  $k_0$  jest pozycją zerowej próbki, a  $\Delta k$  odległością między kolejnymi próbkami.

W praktyce, z powodu nieliniowości skanowania laserów przestrajalnych lub konstrukcji spektrometru, pożądane pozycje próbek znajdują się pomiędzy pozycjami zmierzonymi:

$$k_0 + m\Delta k = (1 - d(m))k(m') + d(m)k(m' + 1), \quad (5.3)$$

gdzie  $0 \leq d(m) \leq 1$ , a  $k(m')$  jest wartością liczby falowej próbki o indeksie  $m'$ .

Ponadto zachodzi zależność:  $m' \leq m < m' + 1$ , a wartość  $d(m)$  można obliczyć ze wzoru:

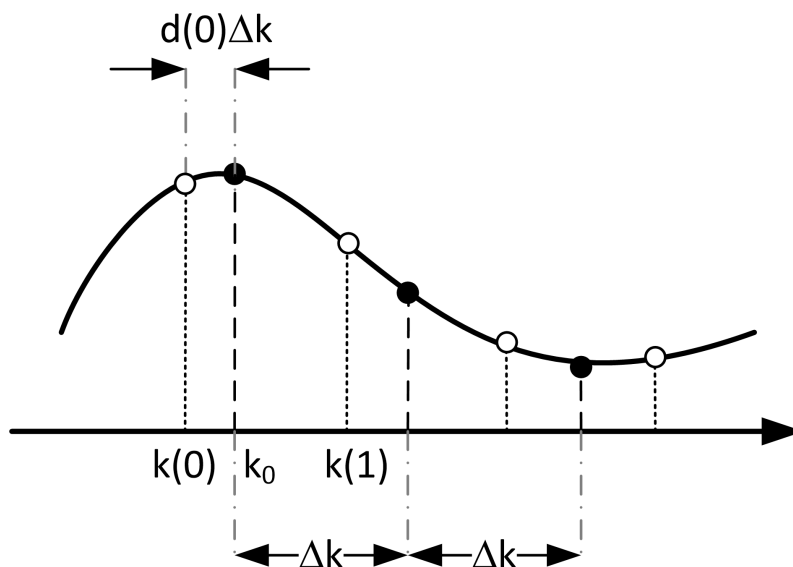
$$d(m) = \frac{k(m) - k(m')}{k(m' + 1) - k(m')}. \quad (5.4)$$

Równanie (5.3) w sposób matematyczny wyraża fakt, że próbka odpowiadająca wartości liczby falowej  $k_0 + m\Delta k$ , a więc próbka o indeksie  $m$  pożądanego, jednorodnie spróbkowanego sygnału, znajduje się pomiędzy próbkami o indeksach  $m'$  i  $m' + 1$  sygnału zmierzonego. Niejednorodne spróbkowanie sygnału powoduje poszerzenie prążków w jego dyskretnej transformacji Fouriera. Poszerzenie to jest tym większe, im większa jest częstotliwość sygnału (por. rys. 5.5). Efekt ten jest widoczny jako pogorszenie rozdzielczości (rozmycie) obrazu OCT.

Należy zaznaczyć, że dostępne są rozwiązania sprzętowe umożliwiające jednorodne próbkowanie widma w systemach z laserami przestrajalnymi [90], a nawet spektrometry o konstrukcji umożliwiającej takie próbkowanie w systemach SD-OCT [91]. Niemniej jednak rozwiązania te dodatkowo komplikują sprzętowo układ, zwiększając jego koszt. Uzyskanie efektu jednorodnego próbkowania kosztem jedynie dodatkowych operacji cyfrowego przetwarzania sygnału, niezwiększających znacznie czasu obliczeń, jest więc nadal pożądane.

### 5.1.1 Algorytmy interpolacyjne

Efekt jednorodnego próbkowania uzyskuje się na drodze interpolacji zmierzonego sygnału tak, aby znając jego wartości w punktach danych równaniem (5.3), wyznaczyć jego wartości w punktach danych równaniem (5.2). Problem ten jest zilustrowany na rys. 5.3.



**Rys. 5.3.** Problem repróbkiwania (interpolacji) sygnału OCT. Widmo spróbkowane nierównomiernie w funkcji liczby falowej (białe punkty) zostaje na drodze interpolacji przekształcone w widmo spróbkowane równomiernie (czarne punkty).

Najprostszym algorytmem interpolacyjnym jest interpolacja liniowa. Niestety zapewnia ona właściwą jakość repróbkiwania jedynie dla sygnałów o częstotliwościach dużo niższych od częstotliwości próbkowania, kiedy to wartość sygnału pomiędzy zmierzonymi próbkami daje się dobrze aproksymować funkcją liniową. W przeciwnym razie proces interpolacji wprowadza dodatkowe błędy do sygnału OCT, które w konsekwencji obniżają jakość uzyskanego obrazu.

Lepszym algorytmem interpolującym jest zastosowanie wielomianów rzędu drugiego lub wyższych. W literaturze poświęconej OCT można się spotkać z zastosowaniem wielomianów sklepanych, czyli tzw. spline'ów. Podejście to poprawia dokładność interpolacji kosztem wydłużenia czasu obliczeń. W przypadku obrazów OCT o dużej dynamice uzyskana przy użyciu spline'ów jakość repróbkiwania jest jednak również niezadowalająca.

Idealną<sup>3</sup> interpolację sygnału cyfrowego można uzyskać za pomocą interpolacji

<sup>3</sup>Przez słowo „idealną” autor rozumie tutaj interpolację pozwalającą na bezbłędne wyznaczenie nowej próbki sygnału. Fakt, że wartość sygnału pomiędzy pozycjami dwóch jego próbek może być odtworzona bezbłędnie może być sprzeczny z intuicją. Jeżeli jednak sygnał (analogowy) spełnia założenie twierdzenia Shanona o próbkowaniu, a więc w jego widmie częstotliwościowym nie występują żadne częstotliwości większe od połowy częstotliwości próbkowania, możliwe jest bezbłędne odtworzenie jego wartości dla liczby falowej  $k$  znajdującej się pomiędzy wartościami odpowiadającymi zmierzonym próbkom. Rozważa-



szeregiem Fouriera. Procedura ta polega na przedstawieniu sygnału jako sumy funkcji trygonometrycznych, których wartości można wyznaczyć dla dowolnego punktu na osi  $k$ , nie tylko w miejscach, w których został spróbkowany. Zgodnie z twierdzeniem o próbkowaniu, wyznaczenie takiego szeregu Fouriera jest możliwe, jeżeli częstotliwość próbkowania była nie mniejsza niż dwukrotność maksymalnej częstotliwości obecnej w widmie częstotliwościowym sygnału.

Procedura interpolacji szeregiem Fouriera związana jest z pewną trudnością obliczeniową. Otóż idealna interpolacja wymaga zastosowania tylu funkcji trygonometrycznych, ile obecnych jest prążków w widmie częstotliwościowym sygnału. Jak wiadomo, w ogólności liczba prążków jest równa liczbie zebranych próbek sygnału. Oznacza to, że interpolacja sygnału o  $N$  próbkach wymaga wyznaczenia i zsumowania wartości  $N$  funkcji trygonometrycznych dla każdej próbki po repróbkiowaniu. Jest więc to algorytm o złożoności obliczeniowej  $\Theta(N^2)$ , co w praktyce uniemożliwia jego zastosowanie.

Rozwiązaniem powyższej trudności jest zastosowanie algorytmu szybkiej transformaty Fouriera oraz techniki uzupełniania zerami (ang. zero-padding). Metoda ta polega na:

- obliczeniu dyskretnej transformaty Fouriera sygnału o liczbie próbek równej  $N$  przy użyciu algorytmu FFT,

$$s[m] = \text{DFT}\{S[n]\}, \quad (5.5)$$

- utworzenia widma o długości  $K$ -krotnie dłuższej, poprzez dodanie do zmierzonego widma  $N(K - 1)$  zer,

$$s_{zp}[m] = \{s[0], s[1], \dots, s[N/2], 0, 0, \dots, 0, 0, s[N/2] + 1, \dots, s[N]\} \quad (5.6)$$

- obliczenie odwrotnej transformaty Fouriera widma wydłużonego

$$S_{us}[n] = \text{DFT}^{-1}\{s_{zp}[m]\}. \quad (5.7)$$

Uzyskuje się w ten sposób sygnał  $S_{us}[n]$ , będący  $K$ -krotnie nadpróbkowaną wersją oryginalnego sygnału  $S[n]$ . Wykorzystanie algorytmu FFT zapewnia złożoność

---

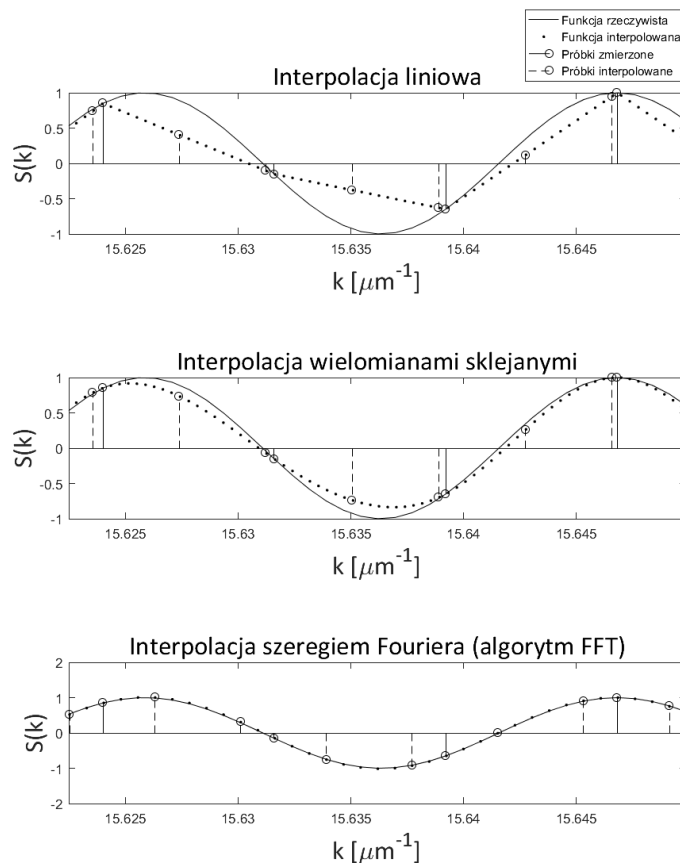
nia te pomijają problem kwantyzacji i skończonej precyzji obliczeń numerycznych. Bardziej szczegółową analizę problemu próbkowania sygnałów analogowych można znaleźć m.in. w pracy [55].

obliczeniową  $\Theta(N \log N)$ , jednak powoduje powstanie nowego problemu. Mianowicie uzyskane dodatkowe próbki sygnału, choć wyznaczone bezbłędnie (pomijając efekty związane z kwantyzacją i skończoną precyzją obliczeń numerycznych), mogą się znajdować jedynie w ściśle określonych pozycjach na osi  $k$ . Konkretnie, pozycje te dzielą odstęp między oryginalnymi próbkami na  $K$  równych odcinków. Zwykle nie są to pozycje dane równaniem (5.2).

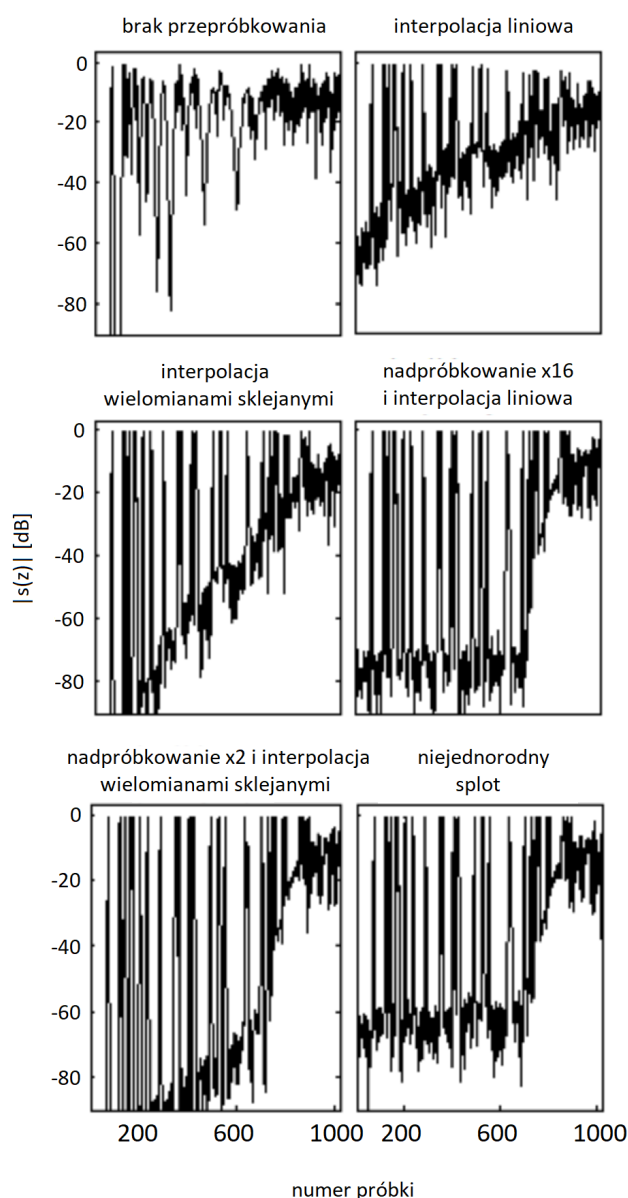
Rozwiązaniem tego problemu, opisywanym w literaturze naukowej poświęconej OCT, jest zastosowanie dodatkowej interpolacji (liniowej lub wielomianami sklejanymi) po nadpróbkowaniu sygnału za pomocą algorytmu FFT [92]. Podejście to zapewnia bardzo dobrą jakość obrazu OCT, wymaga jednak dużego nakładu obliczeń.

Ilustrację działania opisanych algorytmów interpolacyjnych przedstawia rys. 5.4. Porównanie wpływu różnych algorytmów interpolacji na jakość wynikowego skanu OCT przedstawiono na rys. 5.5. Przedstawione rezultaty pokazują, że interpolacja liniowa nie jest w stanie zapewnić poziomu zniekształceń skanu OCT niższego niż  $-60$  dB, nawet dla niskich częstotliwości oryginalnego widma interferencyjnego. Interpolacja wielomianami sklejanymi zapewnia obniżenie poziomu zniekształceń poniżej  $-60$  dB, jednak tylko dla niskich częstotliwości widma interferencyjnego. Zadowalającą jakość skanów OCT można uzyskać, poprzedzając interpolację liniową silnym nadpróbkowaniem za pomocą szeregu Fouriera (algorytm FFT) lub poprzedzając interpolację funkcjami sklejanymi niewielkim nadpróbkowaniem za pomocą szeregu Fouriera. Zaproponowany przez autora algorytm niejednorodnego splotu pozwala na uzyskanie poziomu zniekształceń skanu OCT niższego niż  $-60$  dB w szerokim zakresie częstotliwości widma interferencyjnego, przy stosunkowo niewielkim nakładzie obliczeń.





**Rys. 5.4.** Ilustracja zastosowania różnych algorytmów interpolacyjnych do repróbkowania fragmentu widma interferencyjnego spróbkowanego równomiernie w funkcji długości fali. Algorytmy interpolacji liniowej oraz interpolacji wielomianami sklejanymi nie zapewniają zadowalającego efektu, pozwalają jednak na wyznaczenie przybliżonych wartości sygnału rzeczywistego w dowolnym punkcie na osi liczby falowej. Interpolacja szeregiem Fouriera zapewnia dokładne odtworzenie rzeczywistego sygnału, jednak jej szybka implementacja (algorytm FFT) pozwala na określenie wartości sygnału interpolowanego tylko w określonych punktach (leżących w równych odstępach pomiędzy punktami sygnału oryginalnie zmierzonego).



Rys. 5.5. Porównanie wpływu algorytmu interpolacji na jakość sygnału OCT.

### 5.1.2 Algorytm niejednorodnego splotu

Interpolację szeregiem Fouriera można przedstawić jako proces filtracji cyfrowej. Mianowicie, dla zadanego przesunięcia pozycji próbek widma interferencyjnego, określonego parametrem  $d$  (por. równanie (5.2)), nowe pozycje próbek mogą być wyznaczone za pomocą nierekursywnego filtru cyfrowego zdefiniowanego jako [93]:

$$S(k_{m+d}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} S[m-n] \text{sinc}[\pi(n+d(m))]. \quad (5.8)$$

Granice sumowania, oznaczone w równaniu (5.8) jako  $-\infty$  oraz  $\infty$ , w rzeczy-

wistości obejmują zakres całego spróbkowanego widma. Oznacza to, że wyznaczenie wartości jednej próbki sygnału interpolowanego wymaga wykorzystania każdorazowo wszystkich próbek sygnału oryginalnego. Prowadzi to do algorytmu o złożoności obliczeniowej  $\Theta(N^2)$ , a więc mniej wydajnego niż algorytm FFT.

W praktyce możliwe jest zastąpienie odpowiedzi impulsowej filtru z równania (5.8) przez filtr o liczbie współczynników  $M \ll N$ , gdzie  $N$  oznacza liczbę próbek sygnału oryginalnego:

$$S_r[m] = S(k_{m+d}) = \sum_{n=-\lfloor M/2 \rfloor}^{\lfloor M/2 \rfloor} S[m-n]h[n], \quad (5.9)$$

W najprostszym przypadku filtr  $h[n]$  może być uzyskany poprzez ograniczenie liczby współczynników filtru typu sinc. W kolejnym podrozdziale zostanie pokazane, że bardziej zaawansowany dobór współczynników filtru  $h[n]$  pozwala na przeprowadzenie dodatkowych operacji (np. filtracji pasmowoprzepustowej) na przetwarzanym sygnale.

W systemach OCT przesunięcia interpolowanych próbek (parametr  $d$ ) są różne dla każdej próbki. Oznacza to, że wykorzystanie zależności (5.9) do interpolacji sygnału wymaga zastosowania innego filtru  $h[n]$  dla każdej próbki sygnału interpolowanego. Ponieważ są to filtry nierekursywne, w których próbki sygnałów wyjściowych są wyznaczone niezależnie od siebie, zastosowanie różnych filtrów dla każdej z nich nie zwiększa czasu obliczeń, a wiąże się jedynie ze zwiększonym zużyciem pamięci potrzebnej do przechowania współczynników filtrów. Fakt, że każda próbka sygnału wyjściowego  $S_r[m]$  jest wyznaczona za pomocą innego filtru, zaznaczono w ostatecznej definicji filtru (5.9):

$$S_r[m] = S(k_{m+d}) = \sum_{n=-\lfloor M/2 \rfloor}^{\lfloor M/2 \rfloor} S[m-n]h_m[n], \quad (5.10)$$

gdzie  $h_m[n]$  jest wartością  $n$ -tego współczynnika filtru używanego do wyznaczenia  $m$ -tej próbki sygnału interpolowanego.

Repróbkiwanie sygnału OCT za pomocą filtru (5.10) został przez autora nazwany algorytmem niejednorodnego splotu. Tab. 5.1 przedstawia czas obliczeń potrzebny do uzyskania wyników przedstawionych na rys. 5.5, gdzie jako jednostkę przyjęto czas potrzebny do analizy A-skanu bez repróbkiwania. Obliczenia przeprowadzono w środowisku Matlab na skanie OCT zawierających 2048 próbek. Wykorzystano wbudowane w środowisko Matlab algorytmy FFT oraz algorytm inter-

polacji wielomianami sklejanymi. Wyniki pokazują, że najmniejszy, choć wciąż istotny, narzut na obliczenia nakłada interpolacja liniowa. Jak pokazano na rys. 5.5, nie daje ona jednak zadowalających efektów, a jej efektywne wykorzystanie wymaga silnego nadpróbkowania sygnału, co zwiększa czas obliczeń prawie czterdziestokrotnie w stosunku do analizy bez próbkowania.

Podobny czas jest potrzebny przy wykorzystaniu interpolacji wielomianami sklejanymi. Chociaż sama interpolacja jest kosztowniejsza od interpolacji liniowej, to ze względu na swoją dokładność nie wymaga ona tak silnego nadpróbkowania sygnału. W efekcie już przy dwukrotnym nadpróbkowaniu możliwe jest uzyskanie jakości interpolacji lepszej niż przy interpolacji liniowej i szesnastokrotnym nadpróbkowaniu.

Zaproponowany przez autora algorytm niejednorodnego splotu pozwala uzyskać wyniki zbliżone do interpolacji wielomianami sklejanymi, redukując jednak czas obliczeń ponad czterokrotnie. Stanowi to o atrakcyjności zaproponowanej metody w analizie sygnału OCT.

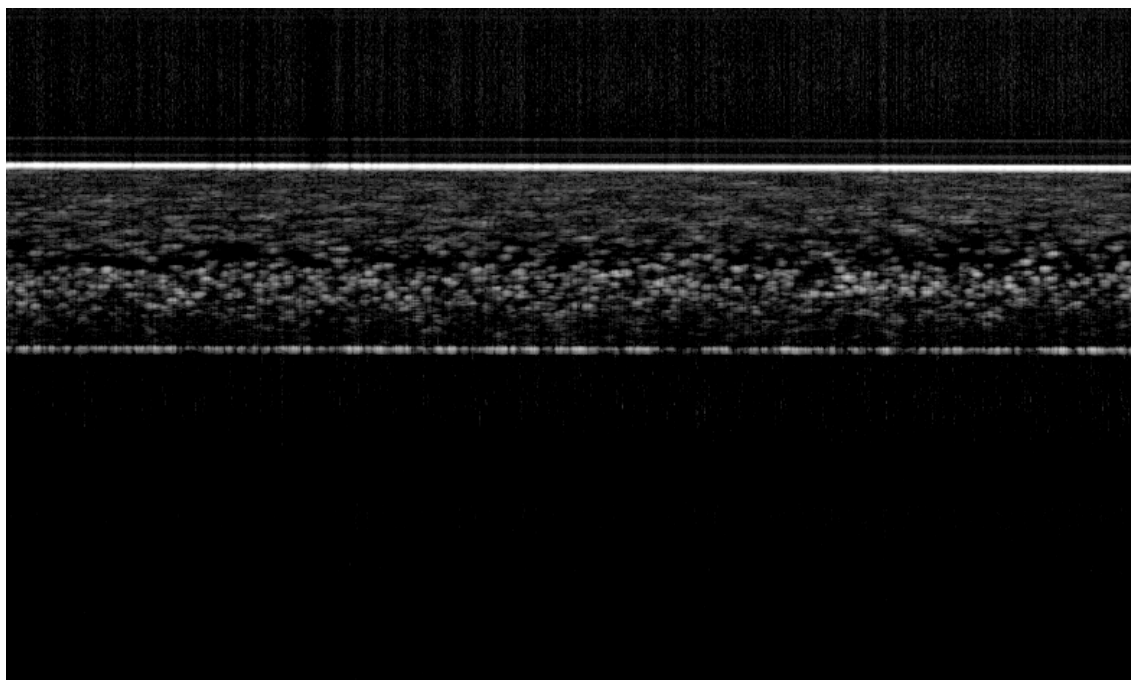
**Tab. 5.1. Czas repróbkowania sygnału OCT**

Algorytm	Czas [j.u.]
Brak repróbkowania	1,00
Interpolacja liniowa	1,4
Interpolacja funkcjami sklejanymi	21,6
Nadpróbkowanie ( $\times 16$ ) i interpolacja liniowa	37,2
Nadpróbkowanie ( $\times 2$ ) i interpolacja funkcjami sklejanymi	35,3
Algorytm niejednorodnego splotu	8,5

## 5.2 Podpróbkowanie widm interferencyjnych

W systemach FD-OCT maksymalna możliwa do zobrazowania różnica długości dróg optycznych w ramionach interferometru jest proporcjonalna do maksymalnej możliwej do zmierzenia częstotliwości modulacji widma interferencyjnego. W związku z tym, zgodnie z twierdzeniem o próbkowaniu, zakres głębokości na obrazie OCT zależy bezpośrednio od częstotliwości próbkowania widma  $S(k)$  (por. równanie (3.17)). W systemach SD-OCT częstotliwość ta zależy od rozdzielczości widmowej spektrometru, zaś w systemach SS-OCT – od częstotliwości próbkowania sygnału elektrycznego

pochoźącego z fotodetektora.



**Rys. 5.6.** Przykładowy skan OCT próbki PMMA wypełnionej nanocząstkami ditlenku tytanu. Zakres głębokości skanu, wynikający z częstotliwości próbkowania sygnału z fotodetektora, jest równy ok. 8 mm, co przewyższa ponad trzykrotnie grubość badanej próbki. Dodatkowo, ze względu na rozbieżność wiązki lasera (o zakresie Rayleigha ok. 200  $\mu\text{m}$ ) jedynie niewielka część próbki jest obrazowana z maksymalną rozdzielczością. Przykład ten pokazuje możliwość obniżenia częstotliwości próbkowania widma interferencyjnego, a przez to zmniejszenie czasu obliczeń.

W wielu zastosowaniach metody OCT zakres możliwej do osiągnięcia głębokości skanowania ograniczona jest przez takie czynniki jak głębokość penetracji światła do wnętrza badanego obiektu, same wymiary podłużne tego obiektu czy głębia ostrości (zakres Rayleigha) zastosowanej wiązki światła. Przykład tego typu ograniczenia zilustrowano na rys. 5.6 przedstawiającym skan OCT warstwy PMMA (polimetakrylanu metylu) wypełnionej nanocząstkami ditlenku tytanu. Skan wykonano systemem SS-OCT z laserem przestrajalnym Santec HSL-2000 o zakresie przestrajania od 1250 nm do 1390 nm i częstotliwości przestrajania 20 kHz. W systemie zastosowano kartę akwizycji danych o częstotliwości próbkowania 200 MHz. Warunki te zapewniają maksymalną głębokość skanu równą ok. 8 mm. Jednocześnie, jak wynika z przedstawionego rysunku, badana próbka zajmuje ok. 30% tego zakresu. Dodatkowo, ze względu na zakres Rayleigha wiązki skanującej rzędu 100  $\mu\text{m}$ , ostry obraz jest możliwy do uzyskania jedynie w niewielkiej części badanej próbki.

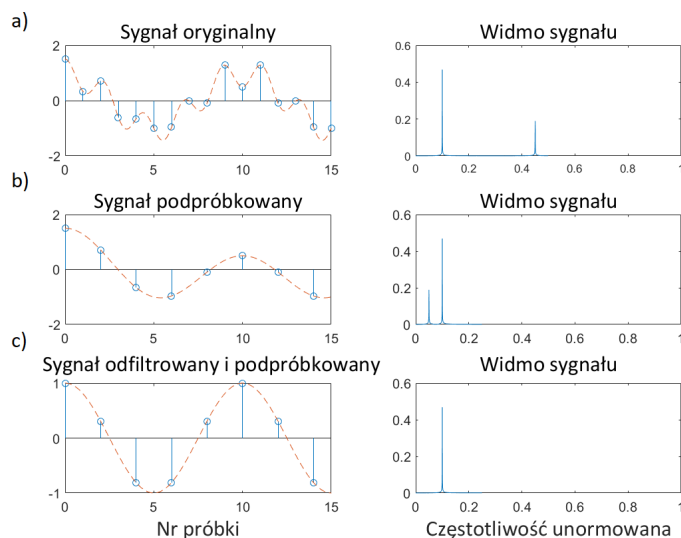
Opisane czynniki powodują, że częstotliwość próbkowania widma interferencyjnego mogłaby zostać wielokrotnie obniżona. Zabieg ten zapewniłby zmniejszenie ilości przetwarzanych danych, a przez to przyspieszenie całego procesu obrazowania. Obniżenie częstotliwości próbkowania sygnału nie jest jednak problemem trywialnym. Jak wiadomo z teorii cyfrowego przetwarzania sygnału, wszystkie obecne w sygnale częstotliwości większe od połowy częstotliwości próbkowania pojawiłyby się jako częstotliwości niższe (tzw. zjawisko aliasingu). W przypadku obrazowania OCT oznacza to, że np. obniżenie częstotliwości próbkowania o połowę spowodowałoby przeniesienie elementów z dolnej połowy obrazu do połowy górnej. Efekt ten znacznie utrudnia interpretację uzyskanego skanu.

Zjawiska aliasingu można uniknąć, przeprowadzając analogową filtrację dolno-przepustową sygnału elektrycznego na wyjściu fotodetektora. Filtracja ta spowodowałaby usunięcie z sygnału wysokich częstotliwości, co w efekcie spowodowałoby usunięcie dolnych części obrazu OCT. Zastosowanie analogowego filtra antyaliasingowego jest jednak zabiegiem problematycznym. Po pierwsze, wiele cyfrowych kart akwizycji danych, jeżeli nawet posiada możliwość konfiguracji częstotliwości próbkowania, to nie posiada możliwości regulacji częstotliwości odcięcia filtra antyaliasingowego. Oznacza to, że w razie konieczności nie istniałaby możliwość wykonania skanu OCT o większym zakresie głębokości. Po drugie, nowoczesne systemy SS-OCT wymagają częstotliwości próbkowania przekraczających 100 MHz. Konstrukcja dobrych filtrów antyaliasingowych dla tak dużych częstotliwości stwarza duże trudności. Powoduje to, że wiele kart akwizycji danych o dużych częstotliwościach próbkowania w ogóle nie posiada filtrów antyaliasingowych.

Rozwiązaniem powyższych problemów jest zastosowanie cyfrowej decymacji (podpróbkowania) widm interferencyjnych spróbkowanych z dużą częstotliwością. Proces ten polega na poddaniu sygnału wstępnej, cyfrowej filtracji dolnoprzepustowej, a następnie usunięciu zbędnych próbek z sygnału. Dopiero tak zmodyfikowany sygnał jest poddawany dalszemu przetwarzaniu. Usunięcie połowy lub więcej próbek widma interferencyjnego znacznie redukuje czas obliczeń koniecznych do uzyskania ostatecznego obrazu OCT. Ma to znaczenie zwłaszcza w przypadku skanów 3D, gdzie ilości przetwarzanych danych mogą przekraczać kilkanaście gigabajtów. Stopień podpróbkowania (tj. stosunek wejściowej do wyjściowej liczby próbek w sygnale) może być ponadto swobodnie kształtowany i dopasowany do konkretnego obiektu. Ideę decy-



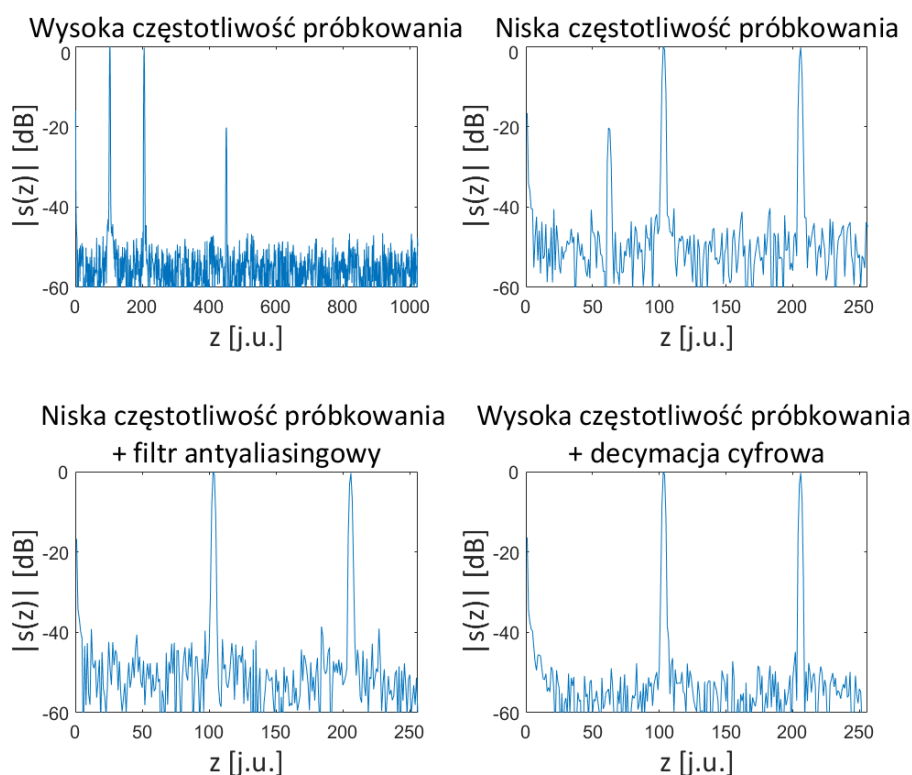
macji cyfrowej przedstawiono na rys. 5.7.



**Rys. 5.7.** Idea cyfrowej decymacji sygnału. Sygnał oryginalny (a) składa się z sygnałów harmonicznym o dwóch różnych częstotliwościach, co widoczne jest w postaci dwóch linii w jego widmie częstotliwościowym. W wyniku podpróbkowania, czyli odrzucenia co drugiej próbki sygnału oryginalnego (b) składowa o dużej częstotliwości ulega przesunięciu na skutek zjawiska aliasingu. Jest to widoczne jako przesunięcie odpowiadającej jej linii w widmie częstotliwościowym. Efekt ten jest niedopuszczalny w przypadku sygnałów OCT, gdyż powoduje zafałszowanie wynikowego obrazu. Rozwiązaniem problemu jest poprzedzenie podpróbkowania sygnału jego cyfrową filtracją dolnoprzepustową (c), która usuwa składowe o częstotliwościach ulegających aliasingowi. W efekcie następuje utrata informacji o części sygnału (odpowiadającej większemu zakresowi głębokości na skanie OCT), jednak część, która pozostaje, nie ulega zafałszowaniu.

Dodatkową zaletą decymacji cyfrowej jest obniżenie szumu kwantyzacji, czyli zniekształceń wprowadzanych przez dyskretyzację wartości, jakie mogą przybierać próbki sygnału cyfrowego. Cyfrowa filtracja dolnoprzepustowa redukująca  $K$ -krotnie pasmo sygnału działa podobnie jak uśrednienie wartości  $K$  sąsiednich próbek (uśrednianie takie jest w rzeczywistości prostą realizacją filtracji dolnoprzepustowej). W efekcie uzyskuje się  $K$  razy więcej poziomów, jakie mogą przyjmować zmierzone próbki, a spowodowane kwantyzacją zakłócenia skanu OCT  $s(z)$  ulegają redukcji o  $20 \log K$  dB. Efekt ten stosowany jest m.in. w konstrukcjach przetworników analogowych-cyfrowych o bardzo dużych rozdzielczościach, gdzie dużą liczbę poziomów kwantyzacji uzyskuje się właśnie poprzez silne nadpróbkowanie i uśrednienie mierzonego sygnału. Podobnie

obniżeniu ulega poziom szumów pochodzących z innych źródeł, np. fotodetektora.



Rys. 5.8. Możliwe podejścia do redukcji liczby próbek sygnału OCT.

Wpływ różnych metod redukcji częstotliwości próbkowania (zmniejszenie częstotliwości próbkowania bez filtracji antyaliasingowej, z filtracją antyaliasingową oraz z zastosowaniem decymacji cyfrowej) na ostateczny skan OCT jest przedstawiony na rys. 5.8. Rysunek przedstawia symulację skanu OCT wytworzonego na podstawie widma interferencyjnego zawierającego trzy częstotliwości i obwiednię typu Blackmana, które to widmo spróbkowano i poddano kwantyzacji powodującej szum na poziomie ok.  $-55$  dB. Ilustracja a) przedstawia skan OCT wytworzony na podstawie widma zmierzzonego z dużą częstotliwością próbkowania (2048 próbek). Ilustracja b) przedstawia skan wytworzony na podstawie tego samego widma, jednak spróbkowanego z częstotliwością czterokrotnie mniejszą (512 próbek). Dwa wysokie piki są wciąż widoczna na skanie, jednak pik trzeci o poziomie  $-20$  dB w wyniku aliasingu znajduje się na niewłaściwej pozycji. Powoduje to trudności w odczytaniu i interpretacji skanu OCT. Ponadto obniżenie częstotliwości próbkowania powoduje wzrost poziomu szumu kwantyzacji. Ilustracja c) przedstawia sygnał OCT wytworzony na podstawie widma poddanego

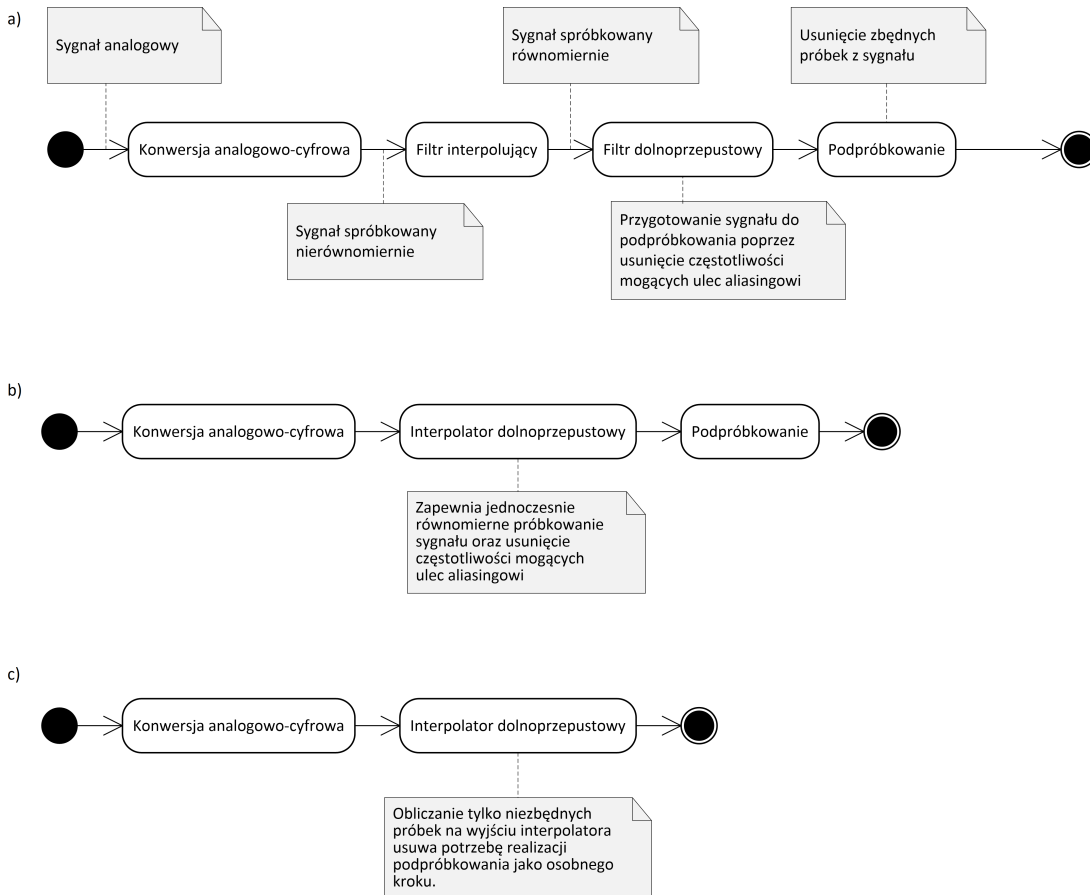


wcześniejszej, analogowej filtracji dolnoprzepustowej, w wyniku której trzeci pik został usunięty ze skanu. Podejście to wymaga jednak dodatkowych nakładów sprzętowych oraz nie rozwiązuje problemu zwiększenia szumu kwantyzacji. Ilustracja d) przedstawia skan uzyskany na podstawie widma spróbkowanego z wysoką częstotliwością, a następnie poddanego cyfrowej filtracji dolnoprzepustowej filtrem FIR o 257 współczynnikach i częstotliwości odcięcia równej 0,25 częstotliwości próbkowania. W wyniku tych operacji udało się zmniejszyć liczbę próbek sygnału, usunąć efekt aliasingu, jak również obniżyć poziom szumu kwantyzacji.

### 5.2.1 Interpolacja dolnoprzepustowa

Rys. 5.9 przedstawia na jednym diagramie opisane w poprzednich podrozdziałach etapy repróbki oraz podpróbki sygnału OCT. Z diagramu tego wynika, że w całym torze cyfrowego przetwarzania sygnału następują bezpośrednio po sobie dwa filtry cyfrowe: filtr interpolatora oraz filtr dolnoprzepustowy (filtr decymatora). z punktu widzenia wydajności obliczeń korzystne jest połączenie obu tych filtrów w jeden filtr interpolatora dolnoprzepustowego. Filtr ten może zapewnić jednocześnie interpolację oraz filtrację dolnoprzepustową sygnału OCT. Rząd filtru realizującego oba te zadania jednocześnie musi być większy zarówno od rzędu filtru interpolatora jak i filtru decymatora, może być jednak mniejszy niż suma rzędów tych dwóch filtrów. Zapewnia to redukcję niezbędnych do przeprowadzenia operacji numerycznych.

Kolejną oszczędność operacji można uzyskać, zauważając, że sygnał na wyjściu interpolatora dolnoprzepustowego jest natychmiast poddawany  $K$ -krotnemu podpróbki. Oznacza to, że  $K - 1$  z każdych  $K$  próbek zostaje odrzuconych. Ponieważ interpolator dolnoprzepustowy jest filtrem nierekursywnym, w którym wartość każdej próbki sygnału wyjściowego jest wyznaczana niezależnie od pozostałych, nie ma w ogóle potrzeby obliczania wartości próbek, które zostają odrzucone na etapie podpróbki. W efekcie dla  $K$ -krotnego podpróbki proces interpolacji sygnału ulega  $K$ -krotnemu skróceniu. Koncepcja ta została przez autora zapożyczona ze znanych rozwiązań cyfrowego przetwarzania sygnałów za pomocą tzw. banków filtrów [55].



**Rys. 5.9.** Zasada algorytmu interpolacji dolnoprzepustowej. Algorytm opiera się na spostrzeżeniu, że w torze przetwarzania sygnału OCT dwa filtry cyfrowe następują bezpośrednio po sobie (a). Połączenie tych filtrów w jeden (b) zapewnia obniżenie liczby koniecznych do wykonania operacji arytmetycznych. W ostatecznej wersji algorytmu (c) filtr interpolatora dolnoprzepustowego służy do wyznaczenia wyłącznie tych próbek, które nie zostaną odrzucone na etapie podpróbkowania.

### 5.2.2 Interpolacja pasmowoprzepustowa

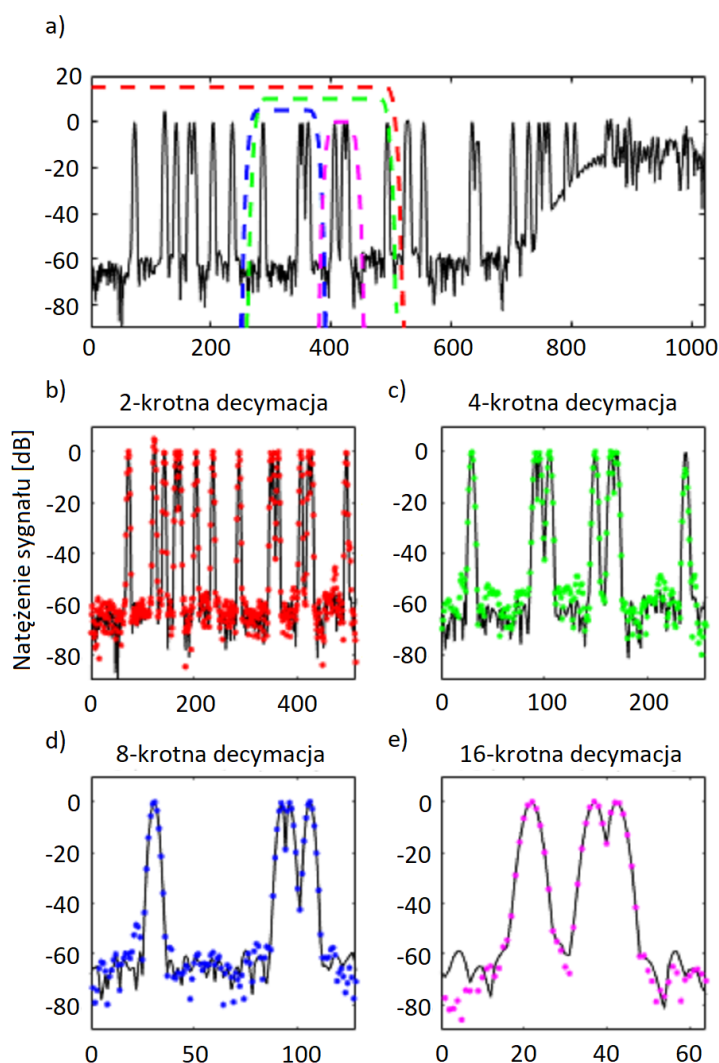
Opisana powyżej procedura interpolacji dolnoprzepustowej pozwala na obniżenie liczby próbek sygnału  $S(k)$  kosztem ograniczenia maksymalnej głębokości skanu. Widoczne jest to np. na rys. 5.8, gdzie czterokrotna decymacja sygnału powoduje ograniczenie maksymalnej głębokości widocznej na skanie do 25% wartości początkowej. Tak więc skan o oryginalnym zakresie różnic dróg optycznych od 0 do  $z_{max}$  w wyniku  $K$ -krotnej decymacji daje skan o zakresie różnicy długości dróg optycznych od 0 do  $z_{max}/K$ . W wielu sytuacjach korzystna byłaby możliwość uzyskania skanu o szerokości również równej  $z_{max}/K$ , niezaczynającego się jednak od różnicy długości dróg optycznych równej 0. Np. w sytuacji przedstawionej na rys. 5.6 część skanu zawierająca

ostro widoczne cząsteczki ditlenku tytanu jest bardzo wąska, jednak znajduje się w głębi badanej próbki. Nie dałoby się jej zawrzeć w podpróbkiowanym skanie OCT w przypadku decymacji większej niż dwukrotna.

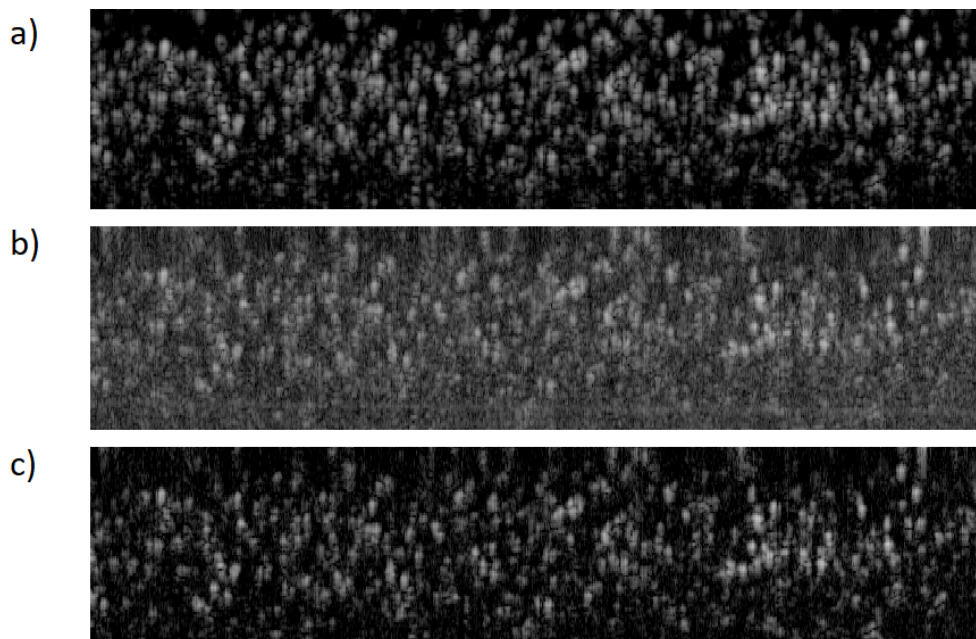
Rozwiązanie tego problemu polegające na mechanicznej zmianie różnicy dróg optycznych w ramionach interferometru jest niezadowalające. Po pierwsze, wymaga ono znacznie więcej czasu niż przeprowadzenie cyfrowego przetwarzania skanu OCT. Po drugie, jeżeli górna część badanej próbki znalazłaby się bliżej interferometru niż zwierciadło w torze referencyjnym (tj. przekroczyłaby górną granicę obrazu), to utworzyłaby ona tzw. obraz lustrzany, który nakładałby się na dolną część próbki, powodując efekt taki sam jak zjawisko aliasingu.

Powyższy problem można rozwiązać, zastępując w procedurze decymacji cyfrowej, filtrację dolnoprzepustową – filtracją pasmowoprzepustową.  $K$ -krotne obniżenie częstotliwości próbkowania sygnału powoduje przeniesienie każdej części skanu o zakresie głębokości od  $Cz_{\max}/K$  do  $(C + 1)z_{\max}/K$  (gdzie  $C$  jest dowolną liczbą całkowitą) do zakresu od 0 do  $z_{\max}/K$ . Tak więc zastosowanie filtru pasmowo-przepustowego o paśmie przenoszenia odpowiadającemu głębokością od  $Cz_{\max}/K$  do  $(C + 1)z_{\max}/K$  pozwala na skonstruowanie skanu OCT zawierającego ten właśnie przedział głębokości.

Powyższe rozważania zilustrowano na rys. 5.10 i 5.11. Rys. 5.10 zawiera wynik symulacji pojedynczego A-skanu OCT poddanego procedurze interpolacji pasmowoprzepustowej, zaś rys. 5.11 wynik wykonania tej operacji na rzeczywistym B-skaniu matrycy polimerowej wypełnionej nanocząstkami dwutlenku tytanu.



**Rys. 5.10.** Przykład interpolacji pasmowoprzepustowej. Rys. (a) przedstawia pełny skan OCT z nałożonymi na niego zakresami poszczególnych filtrów. Jedynie jeden z filtrów obejmuje zakres długości różnicy dróg optycznych zaczynający się od wartości 0. Wynik skanu OCT uzyskany za pomocą tego filtra przedstawiony jest na rys. (b). Pozostałe filtry, których efekty działania przedstawiono na obrazach (c)-(e) obejmują pewne zakresy różnicy dróg optycznych niezaczynające się od zera. Dzięki zastosowaniu metody interpolacji pasmowoprzepustowej, w razie konieczności, możliwe jest uzyskanie skanów OCT o mniejszej liczbie próbek obejmujących wybrany fragment badanego obiektu, bez konieczności mechanicznego przestrajania interferometru oraz bez utraty jakości skanu. Na obrazach (b)-(e) punkty oznaczają skany OCT uzyskane za pomocą algorytmu niejednorodnego splotu, zaś linie – odpowiadające im wycinki oryginalnego skanu OCT.



**Rys. 5.11.** Efekt zjawiska aliasingu na pogorszenie jakości skanu OCT. Rys. (a) przedstawia wycinek całego skanu OCT z rys. 5.6 odpowiadający zakresowi Rayleigha skanującej wiązki światła. Rys. (b) przedstawia ten sam skan po ograniczeniu liczby próbek poprzez ich odrzucenie, bez wcześniejszej filtracji pasmowoprzepustowej. W efekcie szumy znajdujące się w całym widmie częstotliwości interferogramu, na skutek zjawiska aliasingu, zostały przeniesione do badanego fragmentu próbki, powodując degradację obrazu. Rys. (c) przedstawia skan uzyskany poprzez odrzucenie tej samej liczby próbek co skan środkowy, poprzedzonej jednak krokiem filtracji pasmowoprzepustowej. Filtracja ta powoduje usunięcie szumów z nieistotnych zakresów częstotliwości i w konsekwencji chroni skan podpróbkowany przed utratą jakości.

### 5.3 Korekcja dyspersji

Dyspersja elementów użytych w układzie interferometru systemu OCT powoduje zmiany fazy światła w funkcji długości fali. Jeżeli zmiany te będą różne dla dwóch ramion interferometru (np. na skutek zastosowania innego rodzaju elementów optycznych), to do fazy modulacji widma interferencyjnego zostanie dodany dodatkowy czynnik zależny od długości fali. Czynniki ten można rozłożyć na szereg Taylora:

$$\Delta\phi(k) = \Delta\phi_0 + k\Delta\phi_1 + k^2\Delta\phi_2 + \dots \quad (5.11)$$

Człon zerowego rzędu powoduje nieistotne z punktu widzenia obrazowania OCT przesunięcie fazy. Człon liniowy  $k\Delta\phi_1$  powoduje stałą zmianę częstotliwości prążków interferencyjnych, a więc przesunięcie wynikowego obrazu OCT. Człony dru-

giego i wyższych rzędów powodują modulację częstotliwości interferogramu, a przez to pogorszenie rozdzielczości obrazu OCT [94]. Jeżeli człony te nie mogą być usunięte na drodze sprzętowej (poprzez właściwy dobór elementów w obu ramionach interferometru), należy usunąć je na etapie cyfrowego przetwarzania sygnału.

W przypadku systemów TD-OCT usunięcie dyspersji na drodze cyfrowej wymaga złożonej dekonwolucji skanu OCT [95]. W przypadku systemów FD-OCT, gdzie na fazę interferogramu można wpływać bezpośrednio, zagadnienie to jest dużo łatwiejsze. Problem sprowadza się do wymnożenia funkcji  $S(z)$  przez funkcję zespoloną  $\exp(-j\Delta\phi(k))$  [94]. Powoduje to usunięcie zmian fazy spowodowanych dyspersją.

Powyższa metoda działa jedynie dla dodatnich różnic długości dróg optycznych, tj. w sytuacji, gdy światło w torze pomiarowym interferometru pokonuje drogę optyczną dłuższą niż światło w torze referencyjnym. W przeciwnym razie zmiany fazy zachodzą z przeciwnym znakiem i ich usunięcie wymagałoby zastosowania funkcji  $\exp(j\Delta\phi(k))$ . Zastosowanie oryginalnej funkcji  $\exp(-j\Delta\phi(k))$  dla ujemnych różnic dróg optycznych spowoduje dwukrotne powiększenie wpływu dyspersji, a więc dodatkowe rozmycie obrazu OCT. Efekt ten może mieć pozytywne skutki. Np. w pracach [50, 96, 97] zaproponowano interesujący algorytm pozwalający wykorzystać inny wpływ dyspersji na częstotliwości dodatnie i ujemne do usunięcia obrazu lustrzanego w skanie OCT.

## 5.4 Analiza częstotliwościowa

Po wstępnym przetworzeniu widma interferencyjnego, tj. poddaniu go reprób-kowaniu, podprób-kowaniu oraz korekcji dyspersji, możliwe jest przeprowadzenie jego analizy częstotliwościowej. Celem tej operacji jest wyznaczenie skanu OCT w dziedzinie czasu  $s(z)$ . Standardowo wynikowy obraz OCT jest złożony z szeregu modułów takich skanów przedstawionych w skali logarytmicznej, tj. funkcji  $20 \log |s(z)|$ . Podstawowym narzędziem analizy częstotliwościowej w OCT jest szybka transformacja Fouriera – FFT.

W przypadku klasycznego obrazowania OCT analiza częstotliwościowa kończy proces cyfrowego przetwarzania sygnału interferencyjnego, prowadząc do uzyskania nadających się do zinterpretowania przez człowieka obrazów. W wielu sytuacjach stosowane są dodatkowe etapy przetwarzania. W przypadku problemów rozważanych w rozprawie jest to przede wszystkim czasowo-częstotliwościowa analiza uzyskanego skanu OCT w dziedzinie czasu oraz wyznaczanie kąta retardacji fazowej wprowadzanej

przez badany obiekt. Zagadnienia te są dokładniej przedstawione w kolejnych rozdziałach rozprawy.

## 5.5 Podsumowanie

W powyższym rozdziale przedstawiono kolejne etapy cyfrowego przetwarzania sygnału OCT, prowadzące od spróbkowanych widm interferencyjnych do skanów OCT w dziedzinie czasu. Pokazano, że uzyskanie wysokiej jakości obrazowania wymaga dodatkowych etapów przetwarzania sygnału, poprzedzających jego analizę częstotliwościową. Ponadto przedstawiono nowe rozwiązania algorytmiczne wprowadzone przez autora: algorytm niejednorodnego splotu oraz repróbkowanie pasmowoprzepustowe, umożliwiające redukcję ilości obliczeń niezbędnych do uzyskania końcowego obrazu OCT.





## Rozdział 6

# Algorytmy cyfrowego przetwarzania sygnału w spektroskopowej optycznej tomografii koherentnej

Przedstawiona w rozdziale 4 technika spektroskopowej optycznej tomografii koherentnej (S-OCT) wprowadza dodatkowy etap do toru cyfrowego przetwarzania sygnału OCT – analizę czasowo-częstotliwościową. Analiza ta prowadzi zwykle do uzyskania tzw. dystrybucji czasowo-częstotliwościowej sygnału, tj. estymacji rozkładu jego energii w dziedzinach zarówno czasu jak i częstotliwości. W przypadku sygnałów OCT dystrybucje te mają interpretację rozkładu energii światła rozproszonego wstecznie od badanego obiektu w funkcji zarówno pokonanej przez nie drogi optycznej jak i jego liczby falowej.

Literatura naukowa dotycząca spektroskopowej optycznej tomografii koherentnej koncentruje się głównie na problemie ograniczonej rozdzielczości analizy sygnału interferencyjnego oraz doborze takiego typu dystrybucji czasowo-częstotliwościowej (m.in. STFT czy transformacji Wignera-Ville'a), która zapewni obrazowanie najefektywniejsze pod kątem rozdzielczości pomiaru zarówno w funkcji drogi optycznej jak i liczby falowej.

Zdaniem autora ograniczenie dyskusji wyłącznie do tego zagadnienia jest niewystarczające i należy je rozszerzyć o rozważania następujących problemów, dotyczących przede wszystkim dokładności i efektywności obliczeniowej techniki S-OCT:

- Jaki dobór funkcji okna w algorytmach analizy czasowo-częstotliwościowej zapew-



nia jak najdokładniejsze odtworzenie widma światła przy minimalnej utracie rozdzielczości pomiaru w funkcji drogi optycznej?

- Jaki sposób obliczenia dystrybucji czasowo-częstotliwościowej sygnału OCT jest najefektywniejszy pod względem ilości koniecznych do przeprowadzania obliczeń?
- Czy generacja spektroskopowego kontrastu w obrazach OCT w ogóle wymaga obliczania dystrybucji czasowo-częstotliwościowych sygnału interferencyjnego, czy też może być osiągnięta innymi, bardziej wydajnymi obliczeniowo metodami?

Niniejszy rozdział stanowi próbę udzielenia odpowiedzi na powyższe pytania. Rozpoczyna go omówienie trzech metod czasowo-częstotliwościowej analizy sygnału pojawiających się w literaturze naukowej poświęconej S-OCT. Następnie omówiony jest, przy wykorzystaniu przykładowego zagadnienia spektroskopowego pomiaru parametrów krwi, problem doboru funkcji okna w krótkoczasowej transformacie Fouriera. Na koniec przedstawiono metody optymalizacji czasu obliczeń niezbędnych to przeprowadzenia czasowo-częstotliwościowej analizy sygnału OCT wraz z opracowanym przez autora algorytmem rekursywnej analizy w dziedzinie czasu, umożliwiającym wizualizację właściwości widmowych badanego obiektu bez konieczności generowania dystrybucji czasowo - częstotliwościowych sygnału.

## 6.1 Klasyczne metody analizy czasowo-częstotliwościowej

Rozważania metod analizy sygnału w S-OCT dobrze zacząć od omówienia podstawowych dystrybucji czasowo-częstotliwościowych zarówno sygnałów ciągłych, jak i dyskretnych. Najbardziej podstawową z nich – krótkoczasową transformatę Fouriera (STFT) omówiono wstępnie w rozdziale 4. W niniejszym rozdziale wprowadzono bardziej szczegółowy opis matematyczny, a w szczególności definicja STFT sygnałów dyskretnych.

Dalej przedstawione zostaną również dwa inne rodzaje dystrybucji: transformata Wignera-Ville'a oraz transformata falkowa, które należy omówić ze względu na ich obecność w literaturze naukowej poświęconej S-OCT. Zdaniem autora ich użyteczność w spektroskopowej analizie sygnału OCT jest jednak ograniczona. Argumentacja przemawiająca za taką opinią zostanie przedstawiona w dalszej części niniejszego rozdziału.



Każda z omawianych metod analizy czasowo-częstotliwościowej została przedstawiona w kilku odmiennych realizacjach. Po pierwsze, omówione zostały definicje odpowiednich transformat dla sygnałów ciągłych, jako prostszych koncepcyjnie. Następnie przedstawiono definicje transformacji dla sygnałów dyskretnych, stosowanych w praktycznych aplikacjach. Ostatecznie została podkreślona i skomentowana różnica między zastosowaniem danej metody do analizy sygnału OCT w dziedzinie czasu, a jej zastosowaniem do analizy sygnału OCT w dziedzinie częstotliwości.

### 6.1.1 Opis przykładu numerycznego

Działanie omawianych transformat czasowo-częstotliwościowych przedstawiono na przykładzie symulacji skanu OCT obiektu zawierającego w swoim wnętrzu strukturę cienkowarstwową. Przykład ten może służyć jako dodatkowa ilustracja zagadnienia wizualizacji i pomiaru grubości cienkich warstw, przedstawionego w rozdziale 3.

Do celów symulacji wybrano źródło światła o widmie gaussowskim:

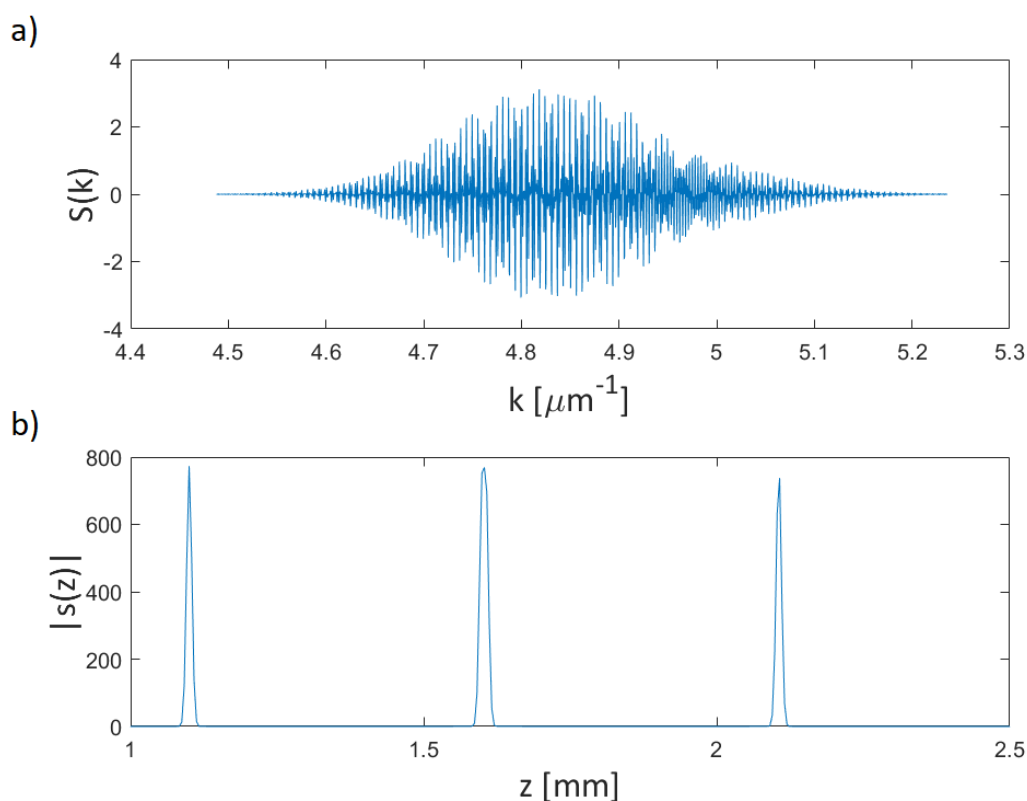
$$S_0(k) = e^{-\frac{(k-k_0)^2}{2\sigma_k^2}}. \quad (6.1)$$

Przyjęto wartości  $k_0 = 4,86 \mu\text{m}^{-1}$ , a  $\sigma_k = 0,11 \mu\text{m}^{-1}$ . Zgodnie z zależnością (3.27) parametry te przekładają się na rozdzielczość obrazowania równą w przybliżeniu  $11 \mu\text{m}$ .

Rozważany obiekt zbudowany jest z dwóch warstw o grubościach  $0,5 \text{ mm}$ , pomiędzy którymi znajduje się warstwa trzecia o grubości  $6 \mu\text{m}$ .<sup>1</sup> Grubość tej warstwy jest więc mniejsza niż rozdzielczość zapewniona przez symulowane źródło światła i nie jest ona widoczna jako dodatkowa linia w skanie OCT. Możliwe do zaobserwowania są jednak efekty związane z interferencją światła między światłem odbitym od przedniej i tylnej powierzchni warstwy. Interferencja ta powoduje wolnozmienną modulację amplitudy światła w torze detekcji, która może być zaobserwowana za pomocą wykreślenia różnego typu dystrybucji czasowo-częstotliwościowych.

---

<sup>1</sup>Podane grubości należy rozumieć jako grubości „optyczne” tj. rzeczywiste grubości warstw pomnożone przez współczynnik załamania materiałów, z których zostały one wykonane.



**Rys. 6.1.** Skan OCT teoretycznej struktury do demonstracji dystrybucji czasowo-częstotliwościowych. Analiza skanu w dziedzinie czasu (b) wskazuje na obecność dwóch warstw o różnych parametrach optycznych. Niewidoczna jest znajdująca się pomiędzy tymi warstwami struktura cienkowarstwowa o grubości  $6\ \mu\text{m}$ . Obecność tej struktury można zaobserwować na skanie w dziedzinie częstotliwości (a). Dla zakresu liczby falowej od  $4,9\ \mu\text{m}^{-1}$  do  $5,1\ \mu\text{m}^{-1}$  widoczna jest wyraźna zmiana w interferogramie wywołana destruktywną interferencją fal odbitych od dwóch granic struktury cienkowarstwowej. Dystrybucje czasowo-częstotliwościowe sygnału OCT pozwalają na przedstawienie w sposób czytelny dla odbiorcy informacji z obu typów skanów OCT.

### 6.1.2 Krótkoczasowa transformata Fouriera

Jak opisano w rozdziale 4, podstawowym algorytmem używanym do czasowo-częstotliwościowej analizy sygnału w optycznej tomografii koherentnej jest krótkoczasowa transformata Fouriera (STFT). Zasadą wyznaczania tej transformaty jest wymnażanie oryginalnego sygnału z przesuwaną funkcją okna, a następnie wyznaczanie transformaty Fouriera otrzymanej w ten sposób serii iloczynów. Rozwijając definicję transformaty Fouriera w równaniu (4.4) otrzymuje się następującą definicję STFT sygnału OCT w dziedzinie czasu:

$$S_{r,STFT}(z, k) = \int_{-\infty}^{\infty} s(\zeta)w(\zeta - z)e^{-jk\zeta}d\zeta, \quad (6.2)$$

gdzie  $w(z)$  jest funkcją okna.

Analizę czasowo-częstotliwościową można przeprowadzić również na bazie interferogramu w dziedzinie widma  $S(k)$ . Odpowiednia definicja ma postać:

$$S_{r,STFT}(z, k) = \int_{-\infty}^{\infty} S(\eta)W(\eta - k)e^{-j\eta z}d\eta, \quad (6.3)$$

gdzie  $W(k)$  jest funkcją okna w dziedzinie widma.

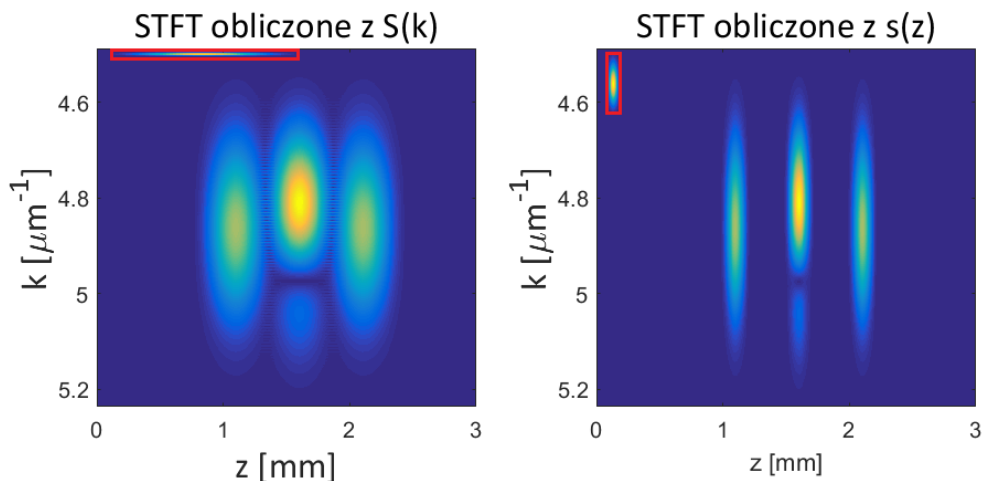
W praktycznej realizacji konieczne jest przeprowadzenie obliczeń na sygnałach dyskretnych. Definicje STFT tego typu sygnałów są dane równaniami [98]:

$$S_{r,STFT}(m, n) = \sum_{m'=0}^{N-1} s(m)w(m' - m)e^{-j2\pi\frac{m'n}{N}} \quad (6.4)$$

$$S_{r,STFT}(m, n) = \sum_{n'=0}^{N-1} S(n')W(n' - n)e^{-j2\pi\frac{mn'}{N}} \quad (6.5)$$

STFT skanu OCT teoretycznej struktury rozważanej w niniejszym rozdziale (rys. 6.1) przedstawiono na rys. 6.2. STFT obliczono, korzystając zarówno z interferogramu w dziedzinie czasu (równanie (6.4)) jak i z interferogramu w dziedzinie widma (równanie (6.5)). W obu przypadkach wykorzystano okno Blackmana o rozmiarze 64 próbek, co odpowiada ok.  $270 \mu\text{m}$  na osi  $z$  oraz ok.  $0,02 \mu\text{m}^{-1}$  na osi  $k$ .

STFT skanu OCT przedstawione na rys. 6.2 pokazują, że skan uzyskany na podstawie interferogramu w dziedzinie czasu zapewnia dużo lepszą rozdzielczość. Wynika to z faktu, że zastosowano stosunkowo wąską funkcję okna (64 próbki z 2048 obecnych w całym A-skaniu). Wykorzystanie takiego okna do analizy sygnału  $s(z)$  zapewnia dużą rozdzielczość w dziedzinie czasu i małą w dziedzinie częstotliwości, zaś wykorzystanie go do analizy sygnału  $S(k)$  – przeciwnie. Jednocześnie obwiednia widma światła wstecznie rozproszonego od poszczególnych centrów rozpraszających charakteryzuje się tylko wolnymi zmianami. Uzyskanie wysokiej rozdzielczości w dziedzinie  $k$  nie jest więc konieczne dla obserwacji tych zmian, i stąd lepszą jakość analizy uzyskuje się korzystając ze skanu  $s(z)$ . Możliwe byłoby zastosowanie dla skanu  $S(k)$  szerszej funkcji okna, co wiązałoby się jednak ze zwiększeniem złożoności obliczeniowej całego procesu obrazowania.



**Rys. 6.2.** STFT tego samego A-skany OCT obliczone na podstawie interferogramów i dziedzinach widma i czasu. W obu przypadkach jako funkcję okna użyto okna Blackmana o rozmiarze 64 próbek. W czerwonych prostokątach przedstawiono rozkład energii funkcji okna w dziedzinach zarówno czasu jak i częstotliwości.

Należy zwrócić uwagę na fakt, że opisana sytuacja (tj. małe wymagania na rozdzielczość analizy w dziedzinie widma i duże na rozdzielczość w dziedzinie czasu) są typowe dla obrazowania S-OCT. W związku z tym korzystniejsze jest zwykle obliczanie STFT na podstawie skanu  $s(z)$ , a nie skanu  $S(k)$ .

### Dygresja na temat szybkości zmian obwiedni widma sygnału interferencyjnego

Warto w tym miejscu zwrócić uwagę na fakt, że sama zasada działania systemów OCT powoduje, iż obwiednia widma światła rozproszonego wstecznie od pojedynczych centrów rozpraszających nie może się charakteryzować bardzo szybkimi zmianami. Gdyby zmiany takie faktycznie występowały, to powodowałyby one duże poszerzenie pików na skanie  $s(z)$  będącym transformacją Fouriera skanu  $S(k)$ . Pojedynczy pik mógłby ulec nawet podziałowi na kilka innych. W takiej sytuacji trudno byłoby odróżnić wpływ modulacji widma spowodowanych interferencją od modulacji spowodowanych np. bardzo wąskimi liniami absorpcyjnymi występującymi w badanym obiekcie.

Typowym przykładem tego problemu jest obrazowanie ośrodków dwójłomnych. Ze względu na fakt, że interferencja światła może zachodzić wyłącznie między falami o tych samych stanach polaryzacji, dwójłomność może wywołać harmoniczną modulację natężenia widma światła w torze pomiarowym interferującego ze światłem z toru referencyjnego. Bez dodatkowych zabiegów (np. zastosowania systemów

PS-OCT) nie ma możliwości stwierdzenia, czy ta harmoniczna modulacja sygnału interferencyjnego zarejestrowanego przez spektrometr jest efektem obecności dodatkowego centrum rozpraszającego, czy też występującej w materiale dwójłomności.

### 6.1.3 Transformata Wignera-Ville'a

Transformatę Wignera-Ville'a (WV) sygnałów ciągłych można zdefiniować jako [55]:

$$|S_{r,WV}(z, k)|^2 = \int_{-\infty}^{\infty} s(z + \frac{\zeta}{2})s^*(z - \frac{\zeta}{2})e^{-jk\zeta}d\zeta, \quad (6.6)$$

gdzie symbolu  $|S_{r,WV}(z, k)|^2$  użyto, aby podkreślić, że transformata ta daje estymacje rozkładu mocy, a nie amplitudy sygnału.

Dla sygnałów dyskretnych odpowiednie równanie ma postać [55]:

$$|S_{r,WV}(m, n)|^2 = \sum_{m'=0}^{N-1} s(m + m')s^*(m - m')e^{-j\frac{4\pi}{N}m'n}, \quad (6.7)$$

gdzie  $N$  jest liczbą próbek analizowanego sygnału.

W praktyce równania (6.6) i (6.7) modyfikuje się, dodając wymnażanie podawanego transformacji sygnału z funkcją okna, analogicznie jak w metodzie STFT. Zapewnia to większą czytelność uzyskanej w ten sposób dystrybucji.

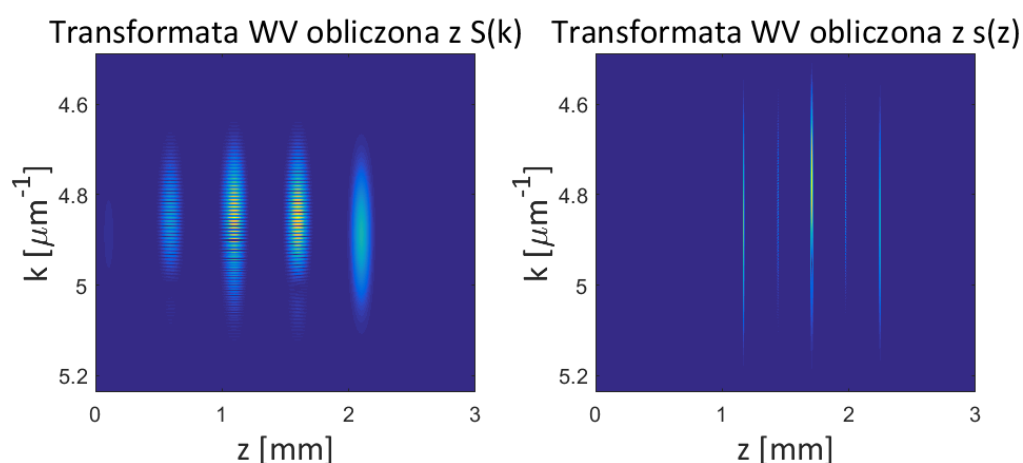
W kilku pracach naukowych poświęconych S-OCT podejmowane były próby wykorzystania w tej technice transformaty WV [31, 77, 99]. Dystrybucja ta charakteryzowała się jednak gorszą dokładnością i czytelnością uzyskiwanych wyników w porównaniu z dystrybucją STFT. Zdaniem autora przyczyna tego problemu leży w błędnym rozumieniu obszaru zastosowań transformaty WV. Mianowicie obszarem tym jest analiza sygnałów o zmieniającej się w czasie częstotliwości. W przypadku sygnałów OCT efekt taki może spowodować nieliniowa zmiana współczynnika załamania światła w funkcji jego liczby falowej powodowana nieskompensowaną dyspersją w dwóch ramionach interferometru. Zwykle konstruktorzy systemów OCT stosują jednak specjalne zabiegi sprzętowe lub programistyczne (por. rozdział 5.3), aby wyeliminować efekty nieskompensowanej dyspersji przed dalszą analizą skanów. Celem zastosowania S-OCT nie jest więc analiza zmiennej częstotliwości, ale obwiedni amplitudy sygnału interferencyjnego.

Powodem, dla którego transformata WV jest stosowana w sygnałach o zmiennej częstotliwości, jest lepsza rozdzielczość w dziedzinach czasu i częstotliwości niż dla transformaty STFT. W szczególnym przypadku sygnału, którego częstotliwość zmienia

się liniowo w funkcji czasu, transformata WV nie wprowadza błędów w pomiarze tej częstotliwości (tj. położenie jej maksimum podąża za liniową modulacją częstotliwości) [55].

Niestety, ze względu na nieliniowość transformaty WV (sygnał  $s(z)$  jest pod całką z równania (6.6) mnożony przez swoje przesunięte w czasie sprzężenie zespolone), pojawiają się w niej tzw. zniekształcenia intermodulacyjne [55]. Objawiają się one tym, że transformata ma obszary o niezerowej energii dla częstotliwości będących sumami i różnicami częstotliwości obecnych z analizowanym sygnałem. Obszary te pojawiają się nawet wtedy, gdy sam sygnał nie ma energii w tych zakresach. Powoduje to zniekształcenie analizowanego sygnału. Jest to efekt wysoce niepożądany w metodzie obrazowania, jaką jest OCT, która charakteryzuje się bardzo wysokim zakresem dynamiki. Zniekształcenie intermodulacyjne pomiędzy częstotliwościami pochodzącymi od dwóch silnych centrów rozpraszających (np. ostrych przejściach między dwoma materiałami) mogą z łatwością posiadać wartości wyższe niż użyteczny sygnał pochodzący od słabych centrów rozpraszających (np. małych cząstek wewnątrz warstwy materiału).

Transformatę WV skanu OCT rozważanej w tym podrozdziale struktury cienkowarstwowej przedstawiono na rys. 6.3. Widoczna jest gorsza czytelność transformacji oraz obecność sygnału dla różnicy długości dróg optycznych, którym nie odpowiada obecność żadnego centrum rozpraszającego.



**Rys. 6.3.** Transformaty WV tego samego A-skany OCT obliczone na podstawie interferogramów i dziedzinach widma i czasu. W obu przypadkach jako funkcję okna użyto okna Blackmana o rozmiarze 256 próbek.



### 6.1.4 Transformata falkowa

Transformacja falkowa jest narzędziem czasowo-częstotliwościowej analizy sygnałów, które z sukcesem zostało zastosowane m.in. do cyfrowego przetwarzania obrazu (np. jego odsumiania, zwiększania wydajności obliczeń czy kompresji [55, 100]). Pojawiły się również próby jego zastosowania w technice S-OCT [99], które nie zakończyły się jednak powszechnym przyjęciem tej metody. Zdaniem autora, podobnie jak w przypadku transformaty WV, główną rolę odgrywa tutaj fakt, że podstawowa właściwość transformaty falkowej nie jest przydatna w analizie spektroskopowej widma światła interferencyjnego.

Transformatę falkową można rozważać jako modyfikację metody STFT, w której funkcję okna skaluje się wraz ze zmianą częstotliwości jądra transformacji całkowitej. Odnosząc to do S-OCT, w dystrybucji STFT jądro przekształcenia całkowitego  $w(z' - z) \exp(jkz')$  można rozbić na skalowalny czynnik harmoniczny  $\exp(jkz')$  i przesuwana (nieskalowalna) funkcję okna  $w(z' - z)$ . W transformacji falkowej jądro przekształcenia w całości skaluje się w funkcji częstotliwości i przesuwa w funkcji czasu, tzn. ma postać  $\gamma(k(z' - z))$ . Prowadzi to do definicji transformaty falkowej:

$$S_{r,f}(z, k) = \sqrt{k} \int_{-\infty}^{\infty} s(z') \gamma(k(z' - z)) dz', \quad (6.8)$$

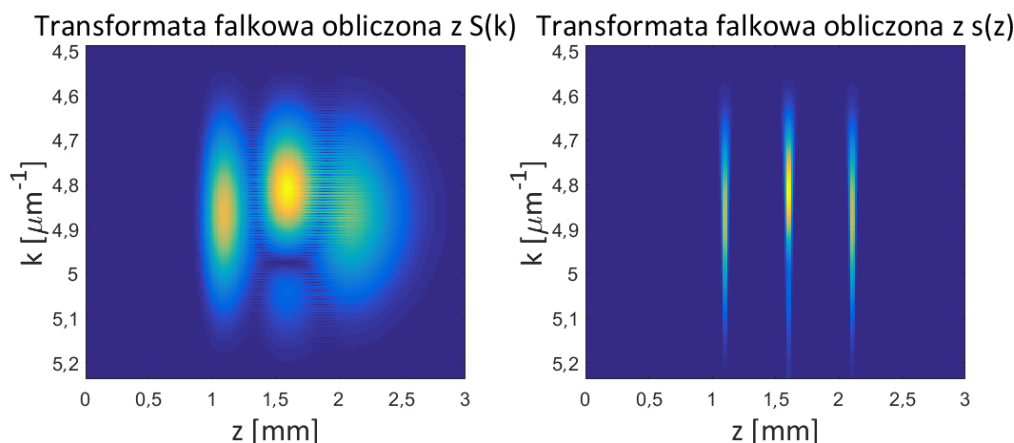
gdzie mnożenie przez  $\sqrt{k}$  ma służyć zachowaniu energii przeskalowanej funkcji okna. Za przykład funkcji okna może służyć zmodulowana harmonicznie funkcja Gaussa:

$$\gamma(kz) = e^{-\sigma k^2 z^2} e^{-jkz}. \quad (6.9)$$

Konsekwencją skalowania całego jądra przekształcenia jest zmienna rozdzielczość analizy w dziedzinach czasu i częstotliwości, tj. sygnały o niskich częstotliwościach są analizowane z dużą rozdzielczością częstotliwościową i małą rozdzielczością czasową, zaś sygnały o częstotliwościach wysokich – przeciwnie. Właściwość ta jest związana z faktem, że w wielu typach sygnałów (np. obrazach) wysokie częstotliwości są związane z silnie zlokalizowanymi, gwałtownymi zmianami sygnału (np. krawędziami w obrazie). Nie jest to prawdą w przypadku sygnału interferencyjnego OCT, który ma raczej charakter sumy przebiegów harmonicznym zmodulowanych wolnozmiennymi obwiedniami.

Zastosowanie transformaty falkowej do spektroskopowej analizy sygnału OCT oznaczałoby, że rozdzielczość analizy w dziedzinie liczby falowej –  $k$  jest bezpośrednio

związana z pozycją badanego centrum rozpraszającego –  $z$ . Autor nie widzi przesłanek, które wskazywałyby na potrzebę zastosowania tego typu rozwiązania. W omawianych w rozprawie problemach wymagania na rozdzielczość analizy spektroskopowej sygnału są stałe, niezależnie od pozycji, jaką zajmuje badane centrum rozpraszające.



**Rys. 6.4.** Transformata falkowa przykładowego A-skanu OCT. Widoczna jest zmiana rozdzielczości analizy czasowo-częstotliwościowej w zależności od różnicy długości dróg optycznych i liczby falowej. Do transformacji użyto falki opisanej równaniem (6.9) dla wartości  $\sigma = 0, 1$ .

Transformatę falkową A-skanu rozważanej w tym podrozdziale struktury cienkowarstwowej przedstawia rys. 6.4. Uzyskane za pomocą transformacji falkowej dystrybucje czasowo-częstotliwościowe sygnału interferencyjnego wyraźnie pokazują charakterystyczną właściwość transformaty falkowej tj. zmienną rozdzielczość analizy sygnału w dziedzinie czasu i częstotliwości. W przypadku transformaty sygnału w dziedzinie widma  $S(k)$  rozdzielczość przestrzenna maleje wraz ze wzrostem różnicy dróg optycznych. Podobnie w przypadku transformaty sygnału w dziedzinie czasu  $s(z)$ , rozdzielczość spektralna analizy maleje dla małych wartości liczby falowej.

### 6.1.5 Podsumowanie

W powyższym podrozdziale przedstawiono trzy metody stosowane do czasowo-częstotliwościowej analizy sygnału OCT obecne w literaturze poświęconej S-OCT. W opinii autora, spośród przedstawionych metod najistotniejsze zastosowanie ma krótkoczasowa transformacja Fouriera (STFT). Opinia ta wynika z problemów związanych z pozostałymi dwoma metodami analizy: zniekształceniami intermodulacyjnymi w przypadku transformacji Wignera-Ville'a oraz niepotrzebną zmianą rozdzielczości analizy w dziedzinach czasu i częstotliwości, charakteryzującymi transformację falkową.

## 6.2 Dobór funkcji okna

Kluczową rolę w rozważaniach nad metodami czasowo-częstotliwościowej analizy sygnałów pełni funkcja okna. Szczególnie istotny jest podkreślany przez wielu autorów fakt wymienności rozdzielczości analizy sygnału w dziedzinach czasu i częstotliwości (np. [101]). Uzyskanie wysokiej rozdzielczości analizy w dziedzinie czasu wymaga zastosowania funkcji wąskiej funkcji okna  $w(z)$ . Taka funkcja posiada jednak szerokie widmo częstotliwościowe, które może ograniczyć rozdzielczość w dziedzinie częstotliwości.

W literaturze naukowej poświęconej metodzie S-OCT, opisywane są w większości zastosowania okien gaussowskich [26, 30, 68, 75, 77, 101]. Brakuje prac zawierających dokładną analizę zastosowania innego typu okien. Celem niniejszego podrozdziału jest uzupełnienie tej luki w dyskusji na temat cyfrowego przetwarzania sygnału OCT.

Autor w oparciu o problem pomiaru widma absorpcji krwi pokazuje, że wyjście poza ograniczenie wynikające w gaussowskiego kształtu okna może przesądzić o sukcesie zastosowania techniki S-OCT w konkretnych zastosowaniach pomiarowych.

### 6.2.1 Studium teoretyczne: pomiar widma absorpcji hemoglobiny

Za studium przypadku pokazujące, jak istotnym zagrożeniem może być właściwy dobór funkcji okna w algorytmie STFT, służyć może przeprowadzona przez autora analiza pomiaru widma absorpcji krwi [78]. Analiza dotyczy zaproponowanej przez Boschaart i współpracowników koncepcji pomiaru stopnia utlenowania krwi. Koncepcja ta polega na wykorzystaniu techniki S-OCT do wyznaczenia widma absorpcji warstwy krwi, a następnie rozbicia tegoż widma na sumę ważoną widm krwi utlenowanej i nieutlenowanej [77], zgodnie z poniższym modelem matematycznym:

$$\mu_a(k) = 0,01[tHb]\{SO_2\mu_{a,HbO_2}(k) + (1 - SO_2)\mu_{a,Hb}(k)\}, \quad (6.10)$$

gdzie  $\mu_a$  jest współczynnikiem absorpcji promieniowania przez krew,  $\mu_{a,HbO_2}$  – współczynnikiem absorpcji promieniowania przez hemoglobinę utlenowaną, a  $\mu_{a,Hb}$  – współczynnikiem absorpcji promieniowania przez hemoglobinę nieutlenowaną, a  $tHb$  (koncentracja hemoglobiny) i  $SO_2$  (stopień utlenowania krwi) stanowią parametry modelu dobierane na podstawie dopasowania równania (6.10) do widma zmierzonego za pomocą czasowo-częstotliwościowej analizy sygnału OCT.

W oryginalnej pracy Boschaart i współpracownicy przeanalizowali różne algorytmy analizy czasowo-częstotliwościowej (m.in. STFT i dystrybucja Wignera-Ville'a).

Przeprowadzone symulacje wykazały, że algorytm STFT zapewnia najlepszą dokładność pomiaru stopnia utlenowania krwi, jednak żaden z algorytmów nie pozwolił na uzyskanie dokładności lepszej niż 20% [77].

Autor zauważył, że tak niska dokładność pomiaru wynika ze zniekształceń zmierzonego widma światła wywołanych wykorzystaniem w algorytmie STFT funkcji okna o kształcie gaussowskim. Wymnożenie sygnału OCT w dziedzinie czasu z tego typu oknem odpowiada filtracji dolnoprzepustowej w dziedzinie widma. Zmierzone widmo światła rozproszonego wstecznie ulega więc w tym przypadku lokalnemu uśrednieniu, co z kolei powoduje zatarcie występujących w nim szczegółów. Problem ten ilustruje rys. 6.5.

W celu określenia, czy zastosowanie innego typu okien pozwoli na poprawę dokładności metody pomiarowej zaproponowanej w pracy [77], autor powtórzył przedstawiony w niej eksperyment numeryczny, stosując jednak algorytm STFT z oknami o trzech kształtach: gaussowskim, prostokątnym oraz prostokątnym wygładzonym (zwanym dalej po prostu oknem wygładzonym) [78].

Okno gaussowskie opisano równaniem:

$$w(z) = \exp(-4 \ln 4z^2 / \Delta z^2). \quad (6.11)$$

zaś okno prostokątne:

$$w(z) = \begin{cases} 1 & \text{jeżeli } |z| < \Delta z, \\ 0 & \text{w przeciwnym razie,} \end{cases} \quad (6.12)$$

gdzie  $\Delta z$  jest szerokością okna.

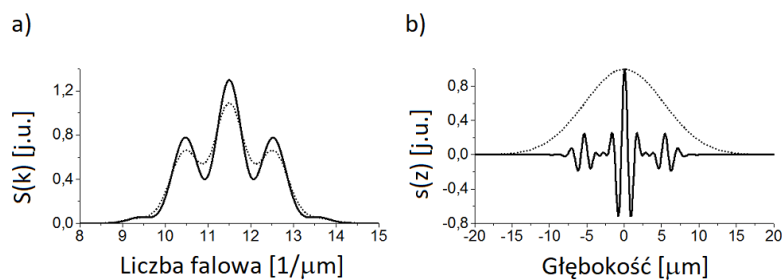
W przeciwieństwie do okna gaussowskiego i prostokątnego, okno wygładzone zdefiniowano nie w dziedzinie czasu, ale w dziedzinie widma i opisano równaniem:

$$W(k) = \frac{\sin(k\Delta z/2)}{kz_{\max}/2} W_s(k), \quad (6.13)$$

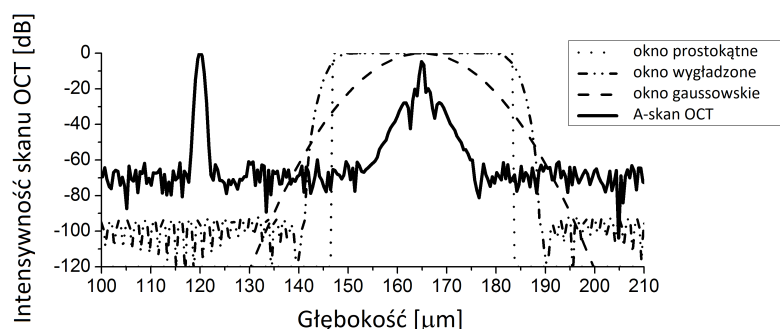
gdzie  $z_{\max}$  jest maksymalną różnicą długości dróg optycznych możliwych do zmierzenia za pomocą metody OCT, a  $W_s(k)$  jest czynnikiem wygładzającym funkcję okna (w przedstawionych wynikach użyto okna Czebyszewa).

Zestawienie zastosowanych okien zarówno w dziedzinie czasu i jak i częstotliwości przedstawiono na rys. 6.7.

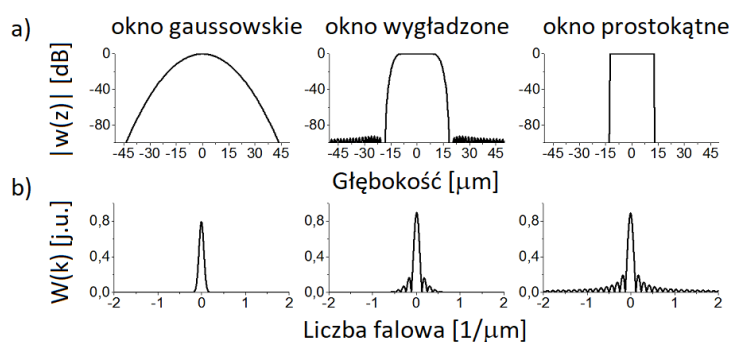




**Rys. 6.5.** (a) Widmo światła rozproszonego wstecznie (linia ciągła) i jego wersja odtworzona z jego transformaty Fouriera wymnożonego przez okno gaussowskie (linia kropkowana). (b) Transformata Fouriera przedstawionego widma (linia ciągła) oraz zastosowane okno gaussowskie (linia kropkowana) [78].



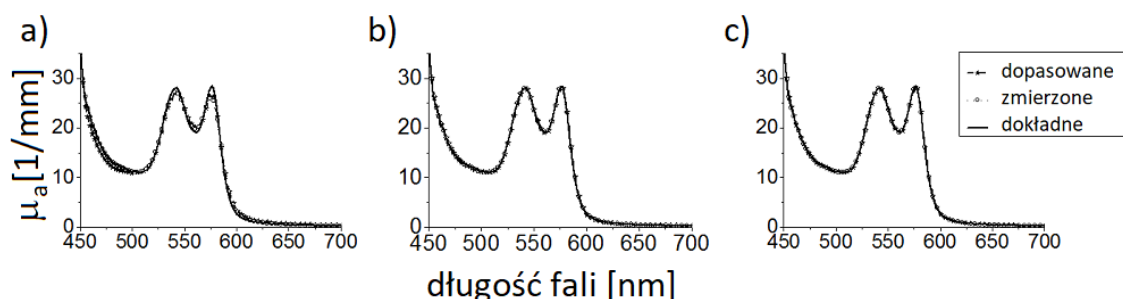
**Rys. 6.6.** Symulacja skanu OCT z różnymi funkcjami okna. Pik na głębokości 120  $\mu\text{m}$  odpowiada pierwszej granicy warstwy krwi, a pik na głębokości 165  $\mu\text{m}$  – drugiej [78].



**Rys. 6.7.** Kształt przeanalizowanych funkcji okna w dziedzinie czasu (a) i częstotliwości (b) [78].

Rys. 6.8 i tab. 6.1 przedstawiają wyniki eksperymentu numerycznego wykonanego przez autora i przedstawione go w pracy [78]. W eksperymencie tym zasy-

mulowano pomiar widma absorpcji warstwy krwi przy wykorzystaniu techniki S-OCT z algorytmem STFT i trzema opisanymi wyżej funkcjami okna (użyto okien przedstawionych na rys. 6.7). Do zmierzonego widma absorpcji, za pomocą metody optymalizacji średniokwadratowej, dopasowano parametry modelu danego równaniem (6.10). Porównując widmo zmierzone i dopasowane można dostrzec wyraźne różnice pojawiające się przy użyciu okna gaussowskiego. Różnice te nie są widoczne podczas użycia pozostałych rodzajów okien. Okna prostokątne i wygładzone prowadziły do bardzo dobrego dopasowania modelu teoretycznego do wyniku symulowanego pomiaru. W efekcie błędy estymacji parametrów krwi uzyskany przy użyciu tych okien były o dwa rzędy wielkości mniejsze niż uzyskane przy użyciu okna gaussowskiego.



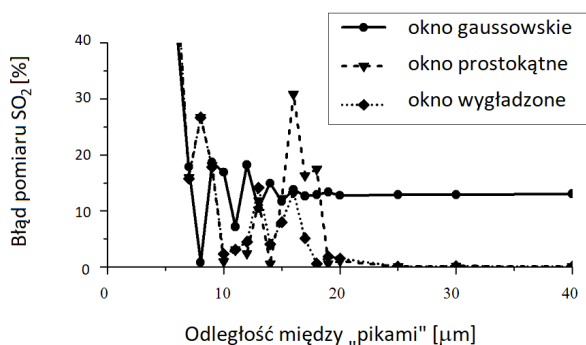
**Rys. 6.8.** Widmo absorpcji krwi odtworzone za pomocą metody S-OCT przy użyciu funkcji okna o kształtach gaussowskim (a), prostokątnym (b) i prostokątnym wygładzonym (c) wraz z widmami dopasowanymi do nich za pomocą optymalizacji nieliniowej [78].

**Tab. 6.1.** Wyniki estymacji parametrów krwi za pomocą metody S-OCT z różnymi funkcjami okna. Do symulacji użyto wartości  $tHb=150$  g/l i  $SO_2 = 85\%$  [78].

Okno	tHb [g/l]	$SO_2$ [%]
gaussowskie	147.0	71.98
okno wygładzone	150.0	84.92
okno prostokątne	150.0	84.93

Dane przedstawione na rys. 6.9 pokazują jak na błąd pomiaru parametru  $SO_2$  miała odległość między dwoma „pikami” w skanie OCT. W oczywisty sposób błędy pojawiały się, gdy odległość ta stawała się mniejsza niż szerokość okna. Rys. 6.10 pokazuje jak na błąd pomiaru wpływała szerokość okna (symulacje przeprowadzono dla przy-

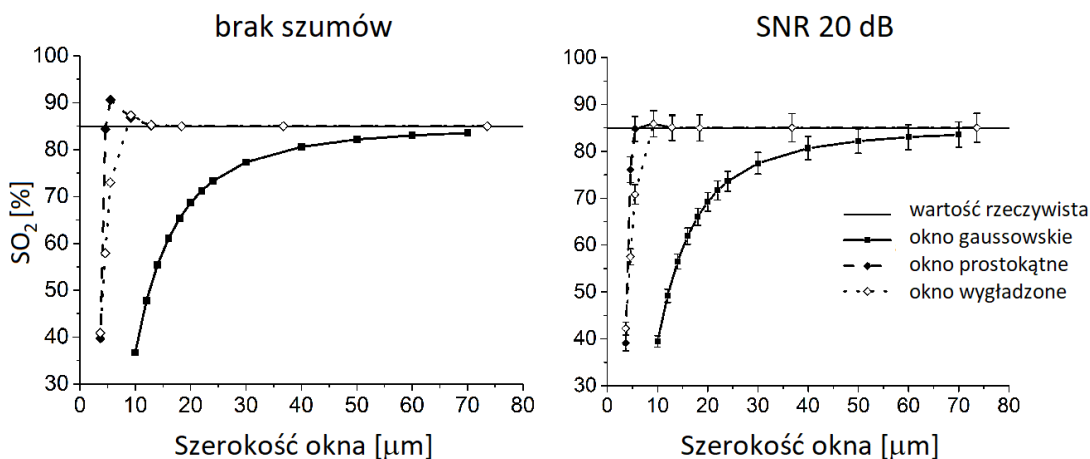
padku pomiaru idealnego oraz obarczonego szumem gaussowskim). Z przeprowadzonych obliczeń wynika, że okno gaussowskie wymaga szerokości około ośmiokrotnie przewyższającej szerokość okna prostokątnego do uzyskania zbliżonej dokładności pomiaru widma światła wstecznie rozproszonego, co oczywiście pogarsza rozdzielczość przestrzenną pomiaru.<sup>2</sup>



**Rys. 6.9.** Błąd estymacji  $SO_2$  dla różnych odległości pików w skanie OCT i różnych rodzajów funkcji okna [78].

Przedstawiona wyżej analiza jest przykładem na to, że zastosowanie do analizy czasowo-częstotliwościowej sygnału OCT wyłącznie okien o kształcie gaussowskim nie zawsze (jeżeli w ogóle) jest podejściem optymalnym. Ograniczenie się wyłącznie do tego typu okien może prowadzić do błędnych wniosków na temat rozdzielczości i dokładności metody S-OCT. Dodatkowo, jak autor pokazuje w podrozdziale 6.3, zastosowanie okna prostokątnego stwarza możliwość znacznego przyspieszenia analizy czasowo-częstotliwościowej skanów OCT.

<sup>2</sup>W pracy [101] Hermann i współpracownicy również stwierdzili, że do dokładnego pomiaru widma światła wstecznie rozproszonego metodą S-OCT wymagane jest okno gaussowskie o szerokości ośmiokrotnie przewyższającej długość drogi koherencji zastosowanego źródła promieniowania. Nie zastosowali oni jednak innego rodzaju okien, które przypominałyby okno prostokątne.



Rys. 6.10. Estymacja saturacji krwi dokonana za pomocą metody S-OCT z funkcjami okien o różnej szerokości. Słupki reprezentują odchylenie standardowe rezultatów z 30 symulacji [78].

### 6.3 Przyspieszenie procesu obliczeń

Prawdopodobnie najpopularniejszym algorytmem obliczania dyskretnej transformaty Fouriera jest algorytm szybkiej transformacji Fouriera (FFT) opracowany przez Cooleya i Tukeya. Dla sygnału o długości  $M$  próbek algorytm ten wymaga  $M/2 \log_2 M$  mnożeń i  $M \log_2 M$  dodawań dwóch liczb zespolonych. Oznacza to konieczność przeprowadzenia  $5M \log_2 M$  operacji arytmetycznych na liczbach rzeczywistych [55]. W przypadku analizy czasowo-częstotliwościowej, dla sygnału o długości  $N$  próbek i oknie o długości  $M$  próbek obliczenie STFT za pomocą serii FFT wymaga zatem  $5MN \log_2 M$  operacji arytmetycznych. Dla uproszczenia dalszych rozważań zakłada się, że czas wykonania operacji mnożenia jest taki sam jak czas wykonania operacji dodawania.

W dalszej części tego podrozdziału analizowany będzie przypadek okna prostokątnego ( $w[m] = 1$  dla  $m \in \{M/2, \dots, M/2 - 1\}$ ). Wówczas wartości funkcji  $S[m, n]$  dla każdej wartości  $m$  są po prostu odwrotnymi transformatami Fouriera nakładających się na siebie fragmentów skanu OCT  $s[m]$ :

$$S[m, n] = \sum_{m'=-M/2}^{M/2-1} s[m + m'] \exp\left(j \frac{2\pi}{M} m' n\right). \quad (6.14)$$



Stosowany będzie dalej równoważny zapis:

$$S_m[n] = \sum_{m'=-M/2}^{M/2-1} s_m[m'] \exp\left(j \frac{2\pi}{M} m'n\right), \quad (6.15)$$

gdzie  $S_m[m] = S[m, n]$  oraz  $s_m[m'] = s[m + m']$ .

Porównując funkcje  $s_m$  i  $s_{m+1}$  użyte do obliczenia widm światła wstecznie rozproszonego dla dwóch sąsiadujących próbek drogi optycznej  $z$  widać, że są one do siebie bardzo podobne. Różnica polega na przesunięciu o jedną próbkę:

$$s_{m+1}[m'] = s_m[m' + 1] \quad (6.16)$$

oraz istnieniu dwóch próbek:  $s_m[-M/2]$  oraz  $s_{m+1}[M/2 - 1]$ , które są obecne tylko w jednej z tych funkcji. Próbkę te mają wartości:

$$s_m[-M/2] = s[m - M/2] \quad (6.17)$$

$$s_{m+1}[M/2 - 1] = s[m + M/2]. \quad (6.18)$$

Wykorzystując powyższe obserwacje, widmo  $S_{m+1}[n]$  może być obliczone na podstawie widma  $S_m[n]$  bez konieczności ponownego obliczania transformaty Fouriera. Zamiast tego wykorzystuje się równanie rekurencyjne [65]:

$$S_{m+1}(n) = [S_m[n] + s[m + M/2] - s[m - M/2]] \exp\left(-j \frac{2\pi}{M} n\right). \quad (6.19)$$

Metoda ta wymaga tylko dwóch dodawań i  $M$  mnożeń liczb zespolonych dla każdej wartości  $m$ . Obliczenie pełnej, dyskretnej transformaty Fouriera konieczne jest tylko dla wartości  $m = 0$ , co można zaniedbać w dalszej analizie ze względu na fakt, że typowy skan OCT składa się z ponad kilkuset próbek, z których zaledwie kilkadziesiąt jest koniecznych do obliczenia widma światła wstecznie rozproszonego (zależy to od szerokości pojedynczego piksu w skanie OCT w dziedzinie czasu). W związku z tym wykorzystanie równania (6.19) w metodzie S-OCT wymaga jedynie  $(5M + 2)N$  operacji arytmetycznych do przeprowadzenia analizy spektroskopowej całego A-skanu.

Jako przykład można przyjąć parametry reprezentatywne dla typowego systemu OCT, tj. wartości  $M$  mieszczące się w granicach między 16 a 32 próbkami. Dla  $M = 16$  liczba operacji do analizy spektroskopowej pojedynczego A-skanu (o rozmiarze  $N$  próbek) wymaga  $320N$  operacji przy wykorzystaniu serii algorytmów FFT (równanie

(6.14)) lub  $82N$  operacji przy wykorzystaniu metody rekurencyjnej (równanie (6.19)). Oznacza to, że metoda rekurencyjna przynosi ok. czterokrotną redukcję czasu potrzebnego do analizy czasowo-częstotliwościowej skanu OCT.

W pracy [65] autor wraz z współpracownikami przedstawił wyniki uzyskane za pomocą opisanego algorytmu zaimplementowanego na procesorze graficznym GPU.

## 6.4 Rekursywna analiza w dziedzinie czasu

Oryginalną koncepcją autora dotyczącą przetwarzania sygnału w spektroskopowej optycznej tomografii koherentnej jest tzw. rekursywna analiza w dziedzinie czasu. (ang. TDR – time domain recursive analysis) [64]. TDR jest metodą obliczeniową służącą do przyspieszenia analizy spektroskopowej obrazu OCT. Opiera się on na następujących obserwacjach:

1. analiza spektroskopowa skanu OCT w dziedzinie czasu jest efektywniejsza obliczeniowo od równoważnej jej analizie w dziedzinie częstotliwości (por. rozdział 6.1.2),
2. analizując dwa sąsiadujące ze sobą fragmenty A-skanu można wykorzystać fakt, że różnią się one od siebie tylko nieznacznie (por. rozdział 6.3),
3. dla analizującego skan S-OCT człowieka czytelniejszy jest nie zbiór dystrybucji czasowo - częstotliwościowych, ale raczej obraz OCT, w którym właściwości widmowe promieniowania są zakodowane w postaci barwy (np. obraz koloruje się w zależności od środka ciężkości modułu STFT dla każdego piksela [26]).

Ostatnia obserwacja oznacza, że w wielu zastosowaniach obliczenie widma promieniowania wstecznie rozproszonego jest jedynie krokiem pośrednim. Widmo to jest ostatecznie używane do określenia jednego lub kilku parametrów, które następnie koduje się za pomocą barwy pikseli w obrazie OCT. Przykładem takiego kodowania może być symulacja działania ludzkiego wzroku, gdzie dla każdego widma oblicza się wartości jego energii w trzech przedziałach długości fali, a następnie koduje je jako składowe czerwoną, zieloną i niebieską (RGB) obrazu.

Poniżej pokazano, że oszacowanie energii widma światła wstecznie rozproszonego w zadanym przedziale długości fali może być dokonane bezpośrednio na podstawie danych ze skanu OCT w dziedzinie czasu, bez konieczności obliczania jego dystrybucji czasowo-częstotliwościowej. Co więcej, możliwe jest zastosowanie rekursywnej

metody obliczeń, podobnej do tej opisanej w rozdziale 6.3, co prowadzi do dodatkowego przyspieszenia obliczeń. Opisana niżej metoda TDR wraz z przedstawionymi przykładami została oryginalnie opublikowana w pracy [64].

Dysponując widmem światła wstecznie rozproszonego odpowiadającego  $m$ -temu pikselowi w A-skaniu:  $S_m[n]$  możliwe jest określenie, jaka część jego energii przypada na określony zakres długości fali, zgodnie z zależnością:

$$I_c[m] = \frac{\sum_{n=0}^{M-1} H_c[n] S_m[n] S_m^*[n]}{\sum_{n=0}^{M-1} S_m[n] S_m^*[n]} = \frac{P_c[m]}{P[m]}, \quad (6.20)$$

gdzie  $H_c[n]$  jest filtrem wycinającym zadany przedział długości fali. W przypadku kodowania widma promieniowania jako składowym RGB obrazu stosowane będą trzy filtry ( $c$  przyjmuje wartości  $r$ ,  $g$  lub  $b$ ), przy czym filtr odpowiadający składowej czerwonej wybierze z sygnału energię skupioną w zakresie fal o największej długości, filtr odpowiadający składowej zielonej – w zakresie fal o długości w pobliżu środka widma, a filtr odpowiadający składowej niebieskiej – w zakresie fal o najmniejszych długościach.

Wartości  $P_c[m]$  i  $P[m]$  są iloczynami skalarnymi dwóch sygnałów. Zgodnie z twierdzeniem Parsewala iloczyny te nie zmieniają się po transformacji Fouriera tych sygnałów:

$$P_c[m] = \sum_{n=0}^{M-1} [h_c[n] \otimes s_m[n]] s_m^*[n], \quad (6.21)$$

$$P[m] = \sum_{n=0}^{M-1} s_m[n] s_m^*[n], \quad (6.22)$$

gdzie  $h_c[n]$  jest dyskretną transformacją Fouriera  $H_c[n]$ ,  $\otimes$  oznacza operację splotu kołowego, zaś

$$s_m[n] = s[m + n] \quad (6.23)$$

jest wyciętym fragmentem skanu OCT w dziedzinie czasu.

Algorytm TDR polega na obliczaniu wartości  $P_c[m]$  oraz  $P[m]$  w sposób rekurencyjny na podstawie obliczonych już wartości  $P_c[m - 1]$  oraz  $P[m - 1]$ , podobnie jak w opisanym w poprzednim podrozdziale algorytmie obliczania STFT. Obliczenie iloczynu skalarnego z równania (6.22) w sposób rekurencyjny umożliwia następująca zależność:

$$P[m] = P[m - 1] - |s[m - 1]|^2 + |s[m + M - 1]|^2. \quad (6.24)$$

Rekurencyjne wyznaczenie sumy z równania (6.21) jest trudniejsze ze względu na obecną w niej operację splotu. W przypadku splotu kołowego wykorzystanie metody rekurencyjnej nie przynosi spodziewanych korzyści obliczeniowych. Możliwe jest jednak zastąpienie w równaniu (6.21) splotu kołowego splotem liniowym. Jest to równoważne uzupełnieniem transformaty STFT z prawej i lewej strony pewną ilością zer zależną od liczby współczynników filtra  $h_c[n]$ . Nie prowadzi to do istotnych zmian w uzyskanym obrazie, co zostanie zaprezentowane na przykładzie w dalszej części tego podrozdziału.

Kolejne próbki splotu obecnego w sumie  $P_c[m]$  mają wartości:

$$\begin{aligned} & h_c[0]s[m] \\ & h_c[0]s[m+1] + h_c[1]s[m] \\ & h_c[0]s[m+2] + h_c[1]s[m+1] + h_c[2]s[m] \\ & \dots \end{aligned} \tag{6.25}$$

Po wymnożeniu ich z sygnałem  $s^*[m]$  uzyskuje się kolejne elementy sumy (6.21):

$$\begin{aligned} & [h_c[0]s[m+1] + h_c[1]s[m]] s^*(m+1 - \Delta m) \\ & [h_c[0]s[m+2] + h_c[1]s[m+1] + h_c[2]s[m]] s^*[m+2 - \Delta m] \\ & \dots \end{aligned} \tag{6.26}$$

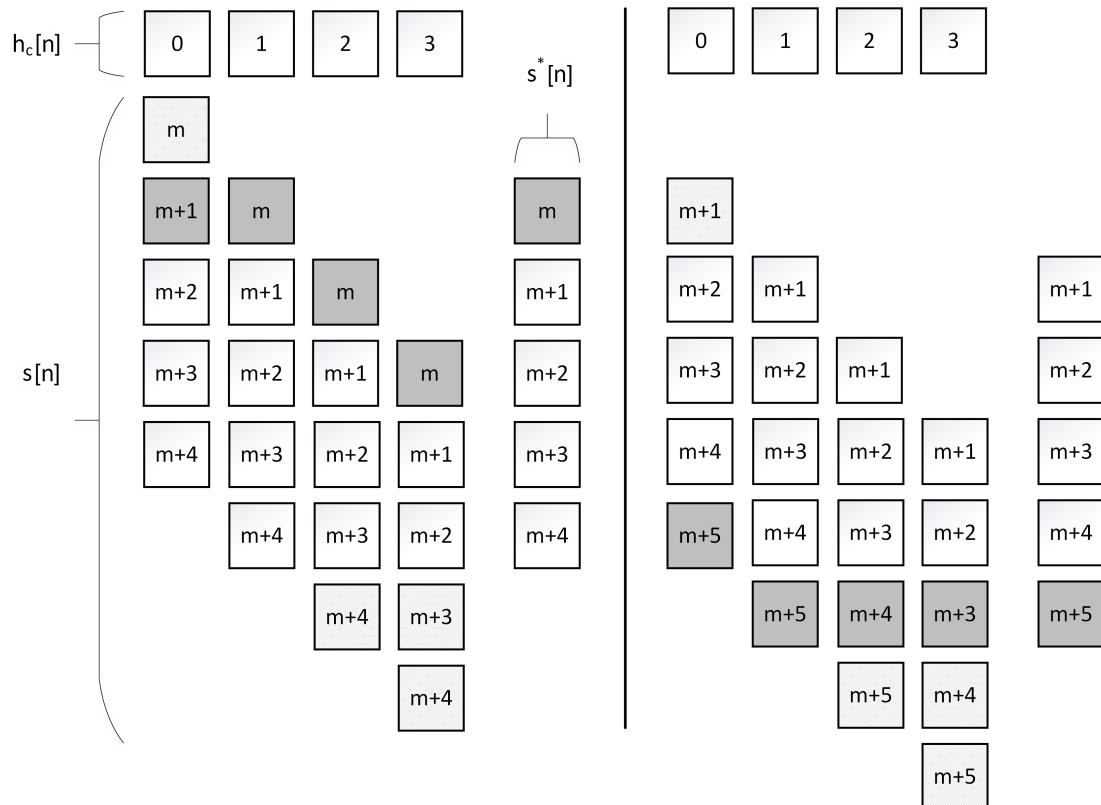
lub, korzystając z zapisu  $M_{k,m} = h_c[k]s[m]s^*[k+m - \Delta m]$ :

$$\begin{aligned} & M_{0,m+1} + M_{1,m} \\ & M_{0,m+2} + M_{1,m+1} + M_{2,m+2} \\ & \dots \end{aligned} \tag{6.27}$$

Okazuje się, że większość elementów  $M_{k,j}$  powtarza się dla sąsiednich wartości indeksu  $m$ . W zilustrowaniu tego pomocne jest przedstawienie sumy (6.21) w sposób graficzny np. jak na rys. 6.11. Przedstawiony tam diagram należy rozumieć następująco:

- Górny wiersz przedstawia próbki odpowiedzi impulsowej filtra  $h_c[n]$ ,
- Kolumna z prawej strony przedstawia próbki wyciętego fragmentu skanu OCT w dziedzinie czasu  $s^*[n]$ ,
- Każdy wiersz z tablicy wewnątrz wykresu przedstawia odwrócony i przesunięty o coraz większą liczbę próbek wycięty skan w dziedzinie czasu  $s[n]$ .

- Kolejne próbki splotu  $[h_c[n] \otimes s_m[n]]$  uzyskuje się poprzez wymnożenie przez siebie elementów  $h_c[n]$  (górny wiersz) i elementów  $s[n]$  odwróconych i przesuniętych o  $k$  próbek ( $k$ -ty wiersz z wewnętrznej części tablicy).
- Wszystkie próbki splotu wymnażane są przez odpowiadające im próbki sygnału  $s^*[n]$  (kolumna z prawej strony).

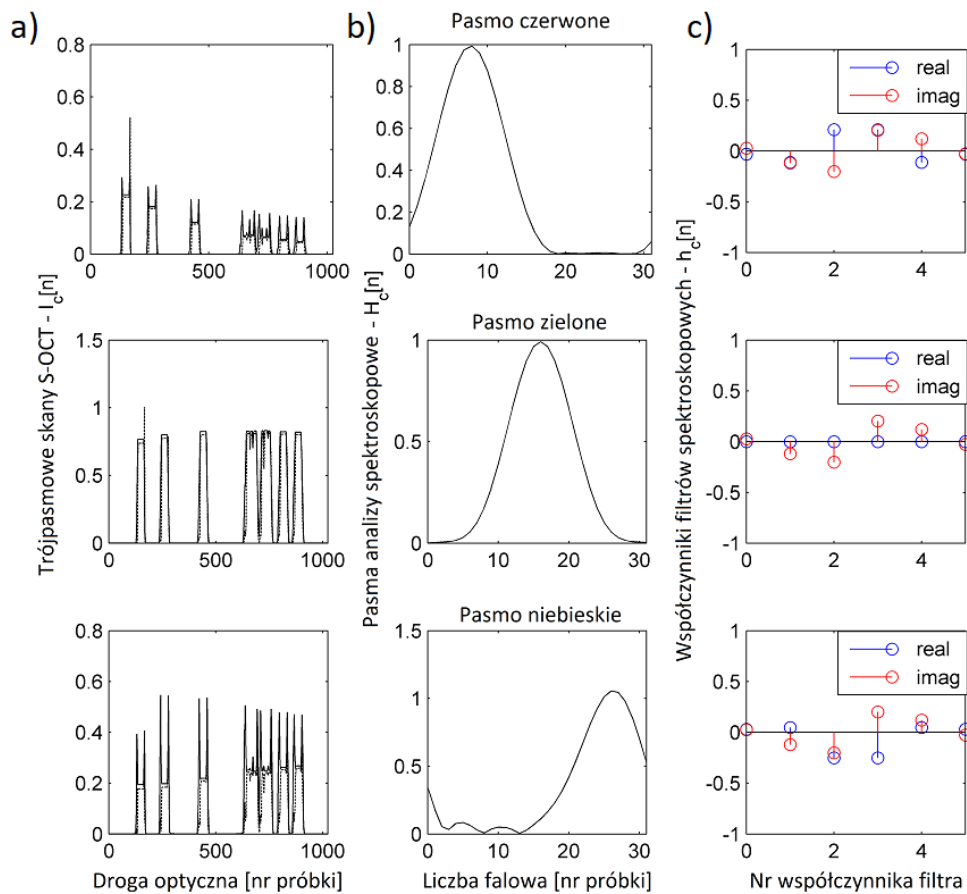


**Rys. 6.11.** Diagram ilustrujący wyprowadzenie wzoru na rekurencyjne obliczenie energii skanu OCT w zadanym zakresie widma.

Rys. 6.11 przedstawia dwa wykresy dla sąsiadujących sobie próbek  $I_c[m]$  o indeksach  $m$  i  $m + 1$ . Zacięniowane prostokąty pokazują wartości iloczynów obecne tylko w jednym z tych wykresów. Z rysunku wynika, że przejście od wartości  $I_c[m]$  do wartości  $I_c[m + 1]$  wymaga odjęcia pewnej części iloczynów (obecnych tylko na wykresie z lewej strony) i dodanie kolejnej (obecnych tylko na wykresie z prawej strony). Skrócenie czasu obliczeń w stosunku do bezpośredniego obliczania całej sumy (6.21) od nowa jest tym większe im więcej współczynników ma filtr  $h_c[n]$ .

W przypadku metody opartej na symulacji działania ludzkiego oka konieczne

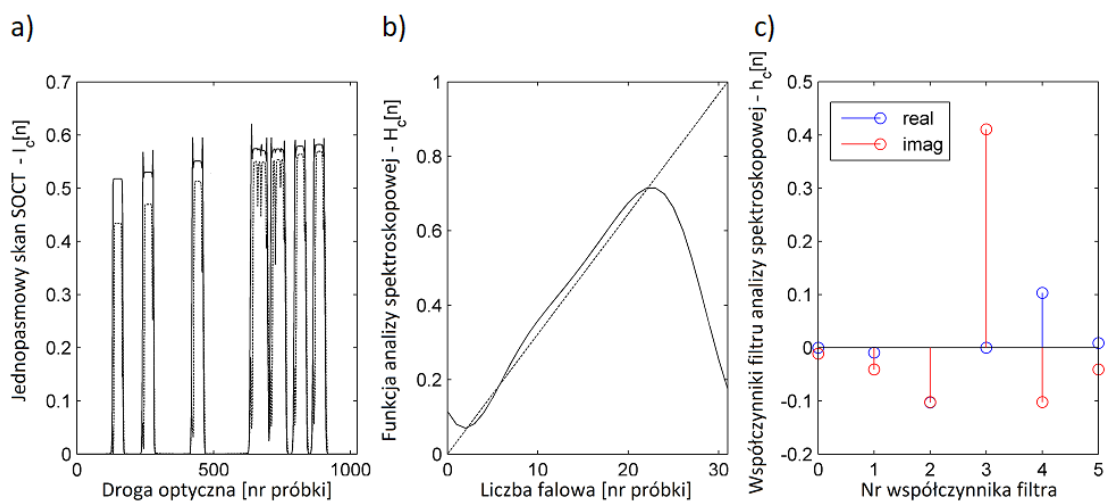
jest wyznacznie trzech sum (6.21), po jednej dla składowych: czerwonej, zielonej i niebieskiej wynikowego obrazu OCT. Każda z tych składowych wyliczona być musi za pomocą innego filtru  $h_c[n]$ . Rys. 6.12 przedstawia przykładowe filtry oraz symulację analizy pojedynczego A-skanu OCT, w którym wraz ze wzrostem głębokości malała energia promieniowania z zakresie fal o największej długości. Składowe RGB skanu obliczone za pomocą algorytmu STFT i bezpośredniego wykorzystania równania (6.20) porównano ze składowymi uzyskanymi za pomocą algorytmu TDR. Zaobserwowano niewielkie różnice, których należało się spodziewać ze względu na zastąpienie splotu kołowego liniowym przy wyprowadzaniu równań algorytmu TDR.



**Rys. 6.12.** a) Porównanie składowych barwnych obrazu S-OCT obliczonych za pomocą transformacji STFT (linia ciągła) i algorytmu TDR (linia przerywana). b) Charakterystyki widmowe filtrów  $H_c[n]$  użytych do wyliczenia składowych barwnych. c) Współczynniki filtrów  $h_c(n)$  w dziedzinie czasu.

Nie zawsze konieczne jest stosowanie trzech pasm widma. Możliwe jest zas-

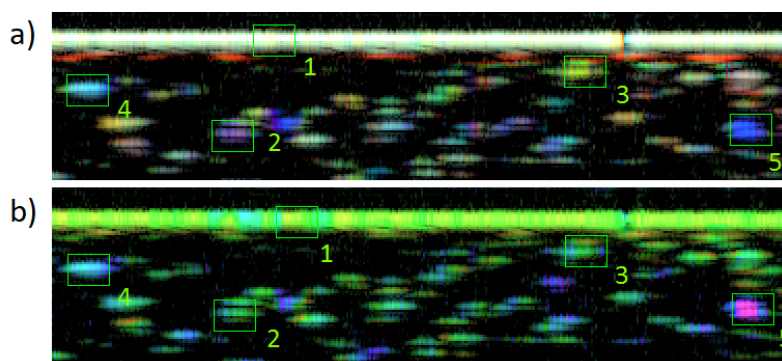
tosowanie filtra, którego transformata Fouriera  $H[m]$  ma w możliwie szerokim zakresie ostro, liniowo (lub prawie liniowo) narastające zbocze. Uzyskana za pomocą takiego filtra wartość sygnału  $I_c[m]$  będzie miała wówczas charakter zbliżony do środka ciężkości widma światła wstecznie rozproszonego. Wartość tą można wówczas zakodować jako barwa (ang. hue) obrazu, korzystając z przestrzeni barw HSV. Przykład takiego filtra przedstawiono na rys. 6.13. W rozdziale 7 rozprawy zaprezentowano dodatkowo zastosowanie wizualizacji z użyciem dwóch pasm do pomiaru dwójłomności materiałów polimerowych.



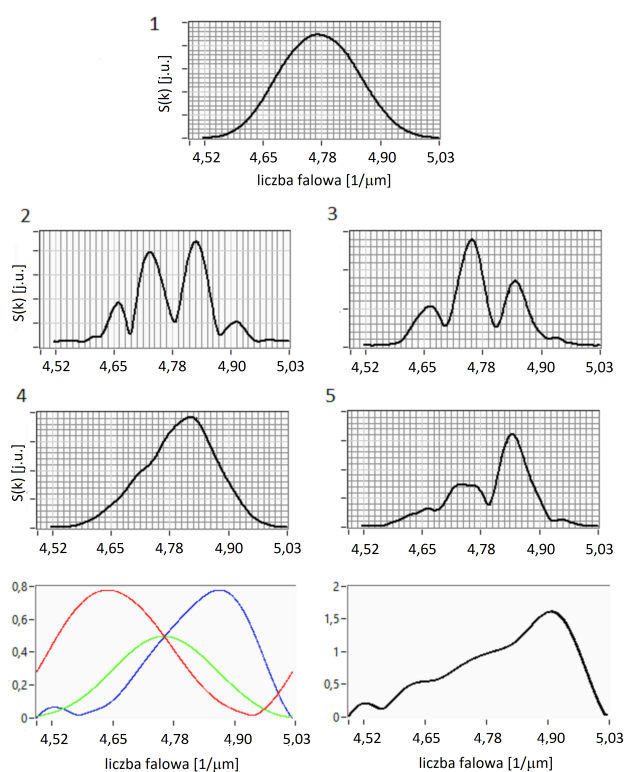
**Rys. 6.13.** a) Porównanie unormowanego środka masy widma światła wstecznie rozproszonego obliczonego za pomocą transformacji STFT (linia ciągła) i algorytmu TDR (linia przerywana). b) Charakterystyka widmowa zastosowanego filtra  $H_c[n]$  użytego do algorytmu TDR (linia ciągła) i filtra obliczającego wartość środka masy widma używanego wraz z transformacją STFT (linia przerywana). c) Współczynniki filtra  $h_c(n)$  w dziedzinie czasu.

Wyniki generacji kontrastu spektroskopowego w tym samym skanie OCT za pomocą metody trzech pasm oraz jednego pasma (metoda środka masy) przedstawiono na rys. 6.14 i 6.15. Rys. 6.14 przedstawia B-skan próbki PMMA domieszkowanej cząsteczkami ditlenku tytanu. W objętości odpowiadającej rozdzielczości przestrzennej zastosowanego systemu OCT znajdować się może wiele cząstek oddalonych od siebie na różne odległości. W zależności od tych odległości zachodzące efekty interferencyjne mają różny wpływ na obserwowane widmo światła wstecznie rozproszonego. Każdą taką grupę cząstek można więc potraktować jako pojedyncze centrum rozpraszające o unikal-

nej charakterystyce widmowej rozproszonego światła. Sprawia to, że tego typu materiał dobrze nadaje się do testowania algorytmu TDR.



**Rys. 6.14.** Obraz S-OCTmatrycy PMMA wypełnionej nanocząstkami ditlenku tytanu w trójpas-mowym (a) i jednopasmowym (b) kontraście spektroskopowym uzyskanymi za pomocą al-gorytmu TDR.



**Rys. 6.15.** Widma światła wstecznie rozproszonego z różnych fragmentów próbki przedstawionej na rys. 6.14. Dolny wiersz prezentuje charakterystyki widmowe filtrów użytych do generacji trój-i jednopasmowego kontrastu barwnego za pomocą metody TDR.



Rys. 6.15 przedstawia widma światła wstecznie rozproszonego z wybranych fragmentów próbki obliczone za pomocą transformacji STFT. Porównanie tych widm z barwą skanów na rys. 6.14 pokazuje, że algorytm TDR generuje kontrast spektroskopowy w obrazie OCT zgodnie z oczekiwanymi rezultatami:

1. Widmo światła z obszaru 1 daje barwę białą w przypadku wizualizacji trójpas-mowej (wynika to z obniżonej amplitudy filtru dla składowej zielonej), zaś w przy-padku wizualizacji jednopasmowej barwę zieloną (środek masy widma przypada mniej więcej w jego środku, a więc wartości 0,5, która po zakodowaniu jako skła-dowa H w przestrzeni barw HSV daje kolor zielony).
2. Wizualizacja jednopasmowa nie pozwala na odróżnienie od siebie widm z ob-szarów 2 i 3, gdyż mają one zbliżoną pozycję środka masy. Wizualizacji trójpas-mowa pozwala łatwo rozróżnić te widma, ponieważ w widmie z obszaru 2 silnie stłumiona jest składowa zielona (co skutkuje barwą fioletową), zaś w widmie z ob-szaru 3 składowe czerwona i niebieska (co skutkuje barwą zieloną).
3. W obszarach 4 i 5 zarówno wizualizacji jedno- jak i trójpas-mowa pozwalają zaobserwować przesunięcie widma w kierunku krótszych długości fali (barwa niebieska i fioletowa).

Zysk z zastosowania algorytmu TDR w stosunku do wykorzystania transfor-macji STFT przedstawiono w tablicach 6.2 oraz 6.3.

**Tab. 6.2.** Złożoność obliczeniowa różnych algorytmów spektroskopowej analizy sygnału OCT w przypadku wizualizacji za pomocą trzech pasm.

Algorytm	$S_m[n]$	$M_{k,m}$	$I_c[m]$	np. $M = 32, N_h = 6$
STFT	$5M \log_2 M$	-	$12M+3$	1187 operacji
Rekursywne STFT	$5M + 2$	-	$12M+3$	547 operacji
TDR	-	$20N_h$	$24N_h + 4$	268 operacji

**Tab. 6.3.** Złożoność obliczeniowa różnych algorytmów spektroskopowej analizy sygnału OCT w przypadku wizualizacji za pomocą jednego pasma.

Algorytm	$S_m[n]$	$M_{k,m}$	$I_c[m]$	np. $M = 32, N_h = 6$
STFT	$5M \log_2 M$	-	$4M+1$	929 operacji
Rekurencyjne STFT	$5M + 2$	-	$4M+1$	289 operacji
TDR	-	$8N_h$	$8N_h + 2$	98 operacji

## 6.5 Podsumowanie

W powyższym rozdziale przedstawiono i przeanalizowano metody numeryczne stosowane w metodzie S-OCT. Metody te służą do przeprowadzenia czasowo-częstotliwościowej analizy sygnału OCT, a przez to określenie widma światła rozproszonego wstecznie od różnych elementów struktury badanego obiektu. Przedstawiono trzy najbardziej znane algorytmy czasowo-częstotliwościowej analizy sygnałów, pokazując, że do celów metody S-OCT najodpowiedniejszym z nich jest krótkoczasowa transformacja Fouriera (STFT). Następnie wykazano kluczową rolę funkcji okna w algorytmie STFT. W szczególności uzasadniono, że okno o kształcie gaussowskim powoduje zniekształcenia mierzonego widma światła i powinno zostać zastąpione oknem prostokątnym. Zastosowanie okna prostokątnego umożliwi ponadto przyspieszenie czasu obliczeń poprzez rekursywne obliczanie STFT oraz użycie opracowanego przez autora algorytmu rekursywnej analizy w dziedzinie czasu (TDR).

## Rozdział 7

# Nowe zastosowania czasowo-częstotliwościowej analizy sygnałów w optycznej tomografii koherentnej

Celem poniższego rozdziału jest przedstawienie koncepcji zastosowania analizy widma światła do rozwiązania problemów przedstawionych w tezach pracy tj. badania struktur o grubościach mniejszych niż długość drogi koherencji stosowanego w systemie OCT światła oraz pomiaru dwójłomności struktur wprowadzających znaczny kąt retardacji fazowej.

Rozdział ten prezentuje główną część nowych koncepcji w obrazowaniu OCT przedstawionych przez autora. Koncentruje się on na zastosowaniach czasowo-częstotliwościowej analizy sygnału OCT, tj. praktycznym wykorzystaniu znajomości widma światła rozproszonego z zadanego miejsca w przestrzeni, a nie na technicznej realizacji tej analizy, tj. metodach pozyskania informacji o przestrzennych rozkładzie widma światła. Metody te wraz z nowymi rozwiązaniami zaproponowanymi przez autora zostały przedstawione w rozdziale 6.

Zaprezentowane w rozdziale skany OCT zostały wykonane systemem PS-OCT wykorzystującym laser przestrajalny Santec HSL-2000 o zakresie długości fal od 1250 nm do 1390 nm. Zgodnie z rozważaniami przedstawionymi w rozdziale 1, zakres przestrajania lasera zapewnia rozdzielczość podłużną systemu równą w przybliżeniu 19  $\mu\text{m}$  (por.



równanie (3.48)).

Dwu- i trójwymiarowe skany OCT badanych struktur zostały wygenerowane z zebranych sygnałów interferometrycznych za pomocą oprogramowania napisanego przez autora przy wykorzystaniu środowiska National Instruments LabVIEW. Przedstawione w rozdziale skany *en-face* zostały wygenerowane z trójwymiarowych skanów OCT za pomocą darmowego pakietu oprogramowania ImageJ [102].

## 7.1 Badanie struktur cienkowarstwowych

Niniejszy podrozdział rozpoczyna krótkie omówienie możliwości wykorzystania interferometrii do analizy struktur cienkowarstwowych na przykładzie dwóch systemów do badania procesu wzrostu cienkich warstw diamentowych, skonstruowanych przez autora i opisanych szczegółowo w pracach [43, 44]. Następnie zaprezentowano propozycję połączenia jednej z omawianych metod – analizy spektralnej światła odbitego od struktury cienkowarstwowej, z optyczną tomografią koherentną. Autor pokazuje, że połączenie to pozwala zarówno na analizę struktur cienkowarstwowych zarówno w sposób jakościowy (obserwacja obecności struktury, jej jednorodności oraz kierunku zmian grubości), jak i ilościowy (pomiar grubości).

### 7.1.1 Zastosowania interferometrii w badaniu struktur cienkowarstwowych

Zastosowanie metod interferometrycznych do badania struktur cienkowarstwowych ma wiele zalet, do których można zaliczyć: bezkontaktowość, możliwość badania grubości warstwy bez jej specjalnej modyfikacji (np. przełamania, jak w przypadku wykorzystania mikroskopii elektronowej, lub wytwarzania nieciągłości, jak w przypadku profilometrii kontaktowej) czy możliwość pomiaru grubości warstwy w trakcie procesu jej wzrostu [43]. Do najprostszych rozwiązań można zaliczyć wykorzystanie interferometrii laserowej pracującej ze światłem monochromatycznym. Przykładem takiego rozwiązania jest system interferometryczny do monitorowania wzrostu cienkich warstw diamentowych wytwarzanych w procesie PA-CVD skonstruowany przez autora [43]. System ten wykorzystywał jako źródło światła diodę laserową emitującą promieniowanie o długości fali 405 nm. Pomiar grubości wytwarzanej warstwy dokonywany był poprzez zliczanie maksimów i minimów współczynnika odbicia światła lasera od cienkiej warstwy diamentu w czasie jej wzrostu.

Zależność tego współczynnika od grubości warstwy można opisać następują-

cym równaniem [43]:

$$R(d) = \frac{R_1 + R_2 + 2\sqrt{R_1 R_2} \cos(2knd \cos \theta)}{1 + R_1 R_2 + 2\sqrt{R_1 R_2} \cos(2knd \cos \theta)}, \quad (7.1)$$

gdzie  $R_1$  oznacza współczynnik odbicia światła od granicy powietrze-warstwa,  $R_2$  – współczynnik odbicia światła od granicy warstwa-podłoże,  $k = 2\pi/\lambda$  – liczbę falową,  $\theta$  – kąt propagacji fali wewnątrz warstwy,  $n$  – współczynnik załamania materiału, z którego wykonano cienką warstwę, a  $d$  – grubość warstwy.

Równanie (7.1) należy zmodyfikować, gdy przy odbiciu od jednej z granic warstwy następuje zmiana fazy światła o  $\pi$  (zjawisko to ma miejsce, gdy światło przechodzi od ośrodka o większym do ośrodka o mniejszym współczynniku załamania). Wówczas przyjmuje ono postać:

$$R(d) = \frac{R_1 + R_2 - 2\sqrt{R_1 R_2} \cos(2k \cos \theta nd)}{1 + R_1 R_2 - 2\sqrt{R_1 R_2} \cos(2knd \cos \theta)}. \quad (7.2)$$

Zaletą omawianego systemu jest możliwość realizacji precyzyjnych pomiarów grubości cienkiej warstwy *in-situ* (tj. w trakcie jej wzrostu) w procesie PA-CVD. Posiada on jednak poważne ograniczenie – ze względu na niejednoznaczność fazy członu interferencyjnego  $\cos(2knd \cos \theta)$  w równaniu (7.1) nie jest możliwy pomiar grubości wytworzonej już warstwy, której wzrost nie był monitorowany podczas procesu technologicznego.

Ograniczenie to możliwe jest do pokonania przy użyciu interferometrii światła białego. Jako przykład może służyć drugi system pomiarowy skonstruowany przez autora i opisany w pracy [44]. System ten oparty był na pomiarze widma światła lampy halogenowej oświetlającej badaną strukturę cienkowarstwową od góry (w kierunku normalnym do jej powierzchni) i odbitego od tejże struktury. Opis matematyczny procesu pomiaru opiera się na równaniu (7.1) zapisanym dla padania normalnego oraz przedstawiającego współczynnik odbicia nie w funkcji grubości warstwy, ale liczby falowej światła:

$$R(k) = \frac{R_1 + R_2 + 2\sqrt{R_1 R_2} \cos(2knd)}{1 + R_1 R_2 + 2\sqrt{R_1 R_2} \cos(2knd)}. \quad (7.3)$$

W procesie pomiaru uzyskuje się widmo światła odbitego od cienkiej warstwy, a po prostych przekształceniach matematycznych również funkcję  $R(k)$ . Do funkcji tej można następnie dopasować parametry modelu opisanego równaniem (7.3). Głównym parametrem jest w tym przypadku grubość warstwy, ale możliwe jest również określenie jej współczynnika załamania i zależnych od niego wartości współczynników odbicia  $R_1$

i  $R_2$ . Stosując bardziej zaawansowane modele, możliwe jest wyznaczenie również takich parametrów jak np. chropowatość warstwy czy jej współczynniki załamania i absorpcji<sup>1</sup> [44].

Opisywana metoda interferometrii światła białego pozwala na badanie grubości warstwy z dokładnością rzędu pojedynczych nanometrów. Jest to rozdzielczość, którą zwykle uznaje się za niedostępną dla systemów OCT, które, co do zasady działania, są również systemami interferometrów światła białego. Jednym z głównych celów rozprawy jest wykazanie, że ograniczenie to nie wynika z możliwości samych systemów OCT, ale raczej zastosowanej w nich metody analizy sygnału bazującej na transformacji Fouriera. Jak pokazano w rozdziale 3, transformacja Fouriera nie jest najlepszą metodą do pomiaru różnicy obecnych w sygnale dwóch, bardzo bliskich sobie częstotliwości. Lepsze efekty można uzyskać analizując sygnał interferencyjny w dziedzinie liczby falowej. Jak wykazano w rozdziale 6 rozprawy, dostęp do takiego sygnału, wydzielonego z całego sygnału OCT, można uzyskać za pomocą metod analizy czasowo-częstotliwościowej. W dalszej części niniejszego rozdziału autor pokazuje zastosowanie tej koncepcji na przykładzie rzeczywistych skanów OCT.

### 7.1.2 Obrazowanie zmian grubości struktur cienkowarstwowych za pomocą metody S-OCT

Zaprezentowany w tym podrozdziale materiał został w większości opublikowany przez autora wraz ze współpracownikami w pracy [104]. Dodatkowo podrozdział zawiera ilustrację nieopublikowanych wcześniej skanów *en-face* przedstawiających za pomocą barwy modulacje widma światła rozproszonego wstecznie od cienkiej warstwy zawartej wewnątrz analizowanego przez system OCT obiektu.

Jako przykładową strukturę cienkowarstwową, służącą do wizualizacji omawianych koncepcji, autor wykorzystał klinową komórkę ciekłokrystaliczną (niewypełnioną ciekłym kryształem). Komórka ta zbudowana jest z dwóch warstw szkła, pomiędzy którymi znajduje się przerwa o zmiennej grubości. Zgodnie ze specyfikacją producenta grubość komórki powinna zmieniać się w zakresie od 9  $\mu\text{m}$  do 12  $\mu\text{m}$ .

B-skan omawianej komórki przedstawiono na rys. 7.1.<sup>2</sup> Rozdzielczość zasto-

---

<sup>1</sup>Bardziej zaawansowaną wersją tej metody, wykorzystującą również analizę stanu polaryzacji światła jest elipsometria pozwalająca na precyzyjne pomiary grubości oraz parametrów optycznych struktur cienkowarstwowych. Szczegółowy opis elipsometrii można znaleźć m.in. w pracy [103].

<sup>2</sup>Zastosowany do przeprowadzenia opisanych eksperymentów system OCT został zaprojektowany do generowania skanów o wymiarach poprzecznych nieprzekraczających kilku milimetrów. Dla lepszej

sowanego systemu OCT (ok.  $19\ \mu\text{m}$ ) nie pozwala na odseparowanie od siebie dwóch granic warstwy powietrza znajdującej się między dwoma warstwami szkła. W efekcie w przedstawionym na rys. 7.1 skanie widoczna jest tylko pojedyncza linia.



**Rys. 7.1.** B-skan OCT klinowej komórki ciekłokrystalicznej. Rozdzielczość podłużna systemu OCT, którym wykonano skan, nie pozwala na obserwację dwóch powierzchni cienkiej warstwy powietrza zawartej między dwoma warstwami szkła. Obie te powierzchnie zlewają się w jedną linię.

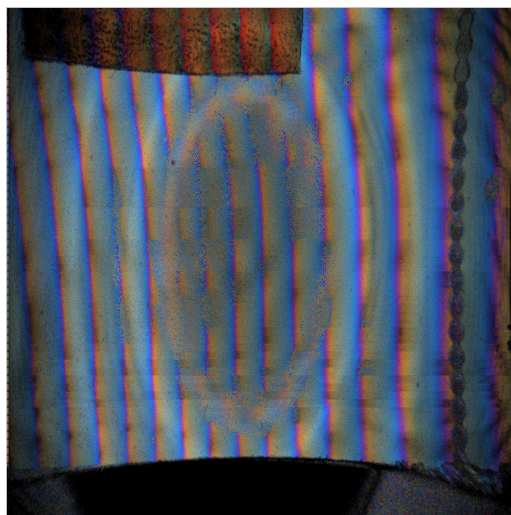


**Rys. 7.2.** B-skan OCT klinowej komórki ciekłokrystalicznej. Do obrazu dodano kontrast barwny otrzymany na drodze analizy czasowo-częstotliwościowej (algorytm TDR). Pomimo tego, że cienka warstwa powietrza między dwoma warstwami szkła jest niewidoczna ze względu na ograniczenie rozdzielczości podłużnej systemu, jej obecność można zaobserwować dzięki modulacji widma promieniowania rozproszonego wstecznie. Modulacje te powodują zmianę barwy generowanej przez algorytm TDR.

Rys. 7.2 przedstawia skan tej samej komórki, w którym do obrazu OCT dodano wynik jego analizy czasowo-częstotliwościowej (spektroskopowej). Za pomocą algorytmu TDR dokonano analizy mocy promieniowania wstecznie rozproszonego w trzech ilustracji możliwości opisywanej metody analizy czasowo-częstotliwościowej autor zdecydował się na zaprezentowanie skanów OCT o większych wymiarach poprzecznych, przekraczających jeden centymetr. Z tego względu w wielu prezentowanych obrazach widoczne są zniekształcenia obrazu analogiczne do dystorsji widocznych w obrazach generowanych przez szerokokątne obiektywy.

zakresach długości fali (zob. rys. 6.15). Moce te dla każdego zakresu zakodowano następnie jako składowe RGB obrazu. W tak przetworzonym skanie OCT wyraźnie widać modulacje widma promieniowania rozproszonego wstecznie od środkowego centrum rozpraszającego. Jednocześnie modulacje te są dużo słabsze w przypadku promieniowania rozproszonego od dolnego centrum rozpraszającego. Oznacza to, że zmiany widma nie są spowodowane absorpcją wewnątrz komórki (wówczas zmiany widoczne dla dolnej linii byłyby podobne do zmian dla linii środkowej), ale właściwościami optycznymi środkowego centrum rozpraszającego. Zjawisko to można wytłumaczyć wpływem interferencji promieniowania odbitego od dolnej i górnej granicy cienkiej warstwy powietrza. Interferencja ta powoduje modulacje widma promieniowania odbitego od cienkiej warstwy jako całości, które są jednak zbyt powolne, aby były widoczne na wykonanym klasyczną metodą skanie OCT. Dodanie analizy spektroskopowej (np. Wykorzystanie algorytmu TDR) pozwala jednak na obserwację tych zmian.

Rys. 7.3 przedstawia skan *en-face* omawianej komórki uzyskany poprzez połączenie serii sąsiadujących ze sobą B-skanów na głębokości odpowiadającej położeniu badanej struktury cienkowarstwowej. Kierunek obserwowanych zmian widma promieniowania rozproszonego wstecznie zgadza się z zakładanym przez producenta komórki kierunkiem zmiany grubości warstwy.

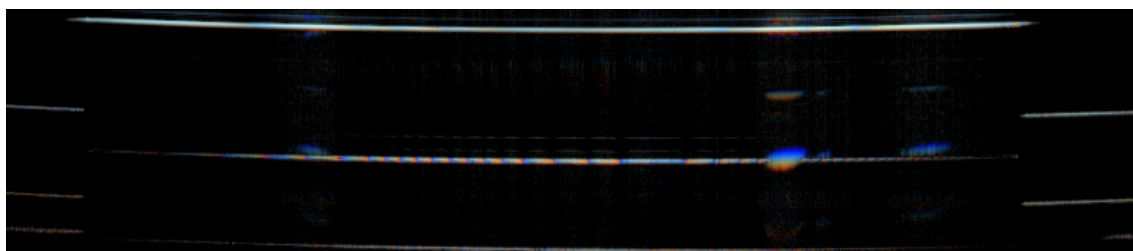


**Rys. 7.3.** Skan *en-face* klinowej komórki ciekłokrystalicznej. Głębokość, na jakiej wykreślono przekrój skanu 3D komórki, odpowiada położeniu cienkiej warstwy powietrza.

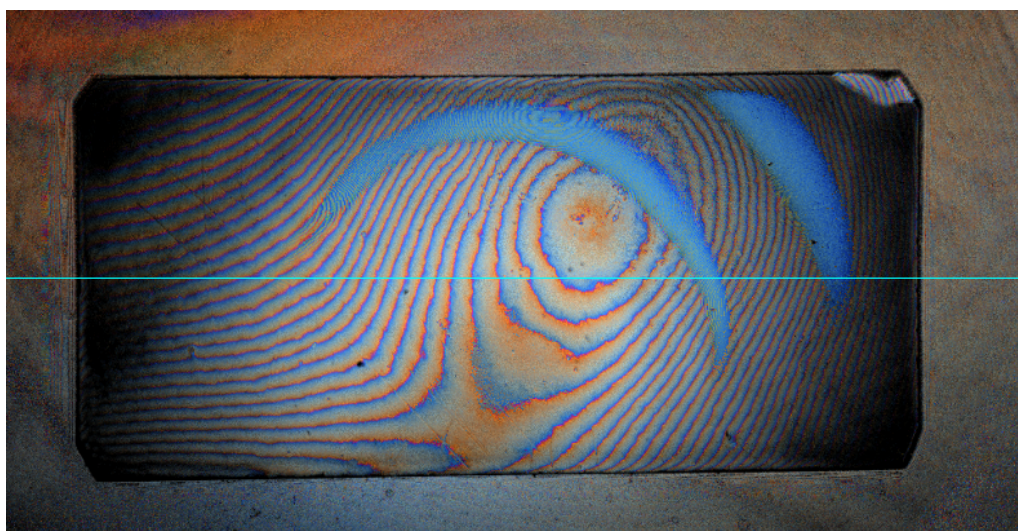
Jako dodatkowy przykład ilustrujący zaproponowaną metodę analizy skanów



OCT na rys. 7.4-7.5 przedstawiono skany OCT cienkiej warstwy diamentu wytworzonej na szklanym podłożu. Tradycyjne obrazowanie OCT nie pozwala na stwierdzenie obecności struktur cienkowarstwowych na dolnej stronie szklanego podłoża. Obrazowanie rozszerzone o analizę czasowo-częstotliwościową pozwala obserwować niezależnie od siebie efekty interferencyjne w warstwie diamentu, pokazując wyraźne różnice jej grubości.



**Rys. 7.4.** B-skan cienkiej warstwy diamentu osadzonej na dwóch stronach szklanego podłoża z barwą uzyskaną za pomocą analizy czasowo-częstotliwościowej sygnału interferencyjnego. Analiza ta ujawnia obecność struktury cienkowarstwowej na dolnej warstwie szklanego podłoża. Należy zwrócić uwagę, że sam natężeniowy (klasyczny) obraz OCT nie pozwoliłby na stwierdzenie obecności struktury cienkowarstwowej. Jest ona jednak możliwa do zaobserwowania po dodaniu do obrazu barwy uzyskanej na drodze czasowo-częstotliwościowej analizy sygnału interferencyjnego.



**Rys. 7.5.** Skan *en-face* będący projekcją dolnej warstwy diamentowej z rys. 7.4. Niebieska linia przedstawia miejsce wykonania B-skanu widocznego na rys. 7.4. Na obrazie widoczne są artefakty w formie błękitnych łuków spowodowane nasyceniem fotodetektora na skutek bardzo silnego odbicia światła od fragmentu analizowanej struktury.

Przedstawione w tym podrozdziale wyniki stanowią eksperymentalne potwierdzenie rozważań z rozdziału 3. Zrealizowane badania pokazują, że zastosowanie czasowo-częstotliwościowej analizy sygnału interferencyjnego pozwala na obserwację i jakościową analizę struktur o grubościach zbyt małych, aby dało się je obserwować na tradycyjnych skanach OCT, uzyskanych wyłącznie w wyniku częstotliwościowej analizy sygnału.

### 7.1.3 Ilościowa ocena grubości struktur cienkowarstwowych

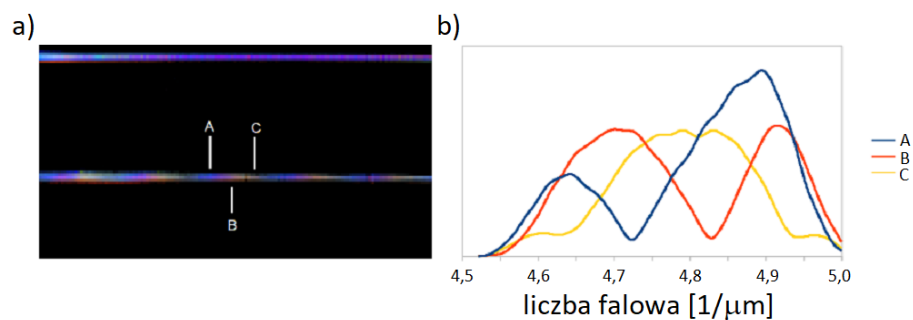
Przykłady przedstawione w poprzednim podrozdziale ilustrują możliwość wykorzystania techniki S-OCT do jakościowej wizualizacji struktur cienkowarstwowych. Pozwala ona na stwierdzenie obecności tego typu struktury oraz pewnych jej charakterystycznych cech, np. kierunku zmian grubości. Celem poniższego podrozdziału jest wykazanie, że metoda S-OCT może być wykorzystana do uzyskania również ilościowych informacji na temat grubości struktury cienkowarstwowej. Przedstawiony poniżej oryginalny eksperyment został opublikowany przez autora i współpracowników w pracy [104].

Pomiar grubości cienkiej warstwy za pomocą metody S-OCT wymaga dokładniejszej analizy widma światła wstecznie rozproszonego niż uzyskanie dodatkowego kontrastu barwnego w obrazie. Jako przykład, na rys. 7.6 przedstawiono widma światła rozproszonego od analizowanej w poprzednim podrozdziale klinowej komórki ciekłokrystalicznej w trzech punktach komórki, uzyskane za pomocą metody STFT. W widmach tych obecny jest wyraźny spadek natężenia światła odbitego od cienkiej warstwy powietrza, wywołany destruktywną interferencją fal odbitych od górnej i dolnej granicy tej warstwy. Z równania (7.2) wynika, że minimum natężenia światła występuje dla wartości liczby falowej spełniających zależność:<sup>3</sup>

$$k = m \frac{\pi}{d}, \quad (7.4)$$

gdzie założono współczynnik załamania warstwy równy 1, a  $m$  oznacza kolejne, nieujemne liczby całkowite.

<sup>3</sup>Założono tu niewielkie wartości współczynnika odbicia światła, co pozwala na zastosowanie przybliżenia:  $1 + R_1 R_2 - 2\sqrt{R_1 R_2} \cos(2knd) \approx 1$ .



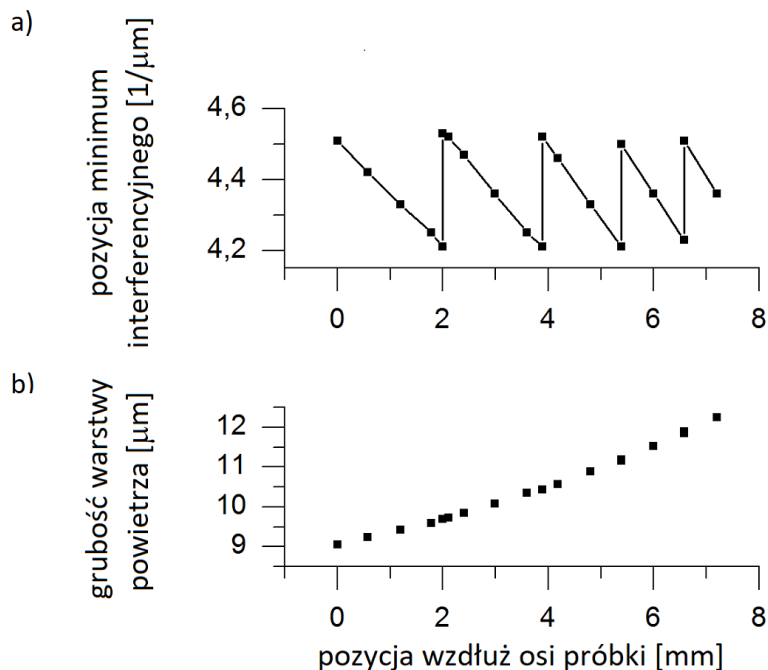
**Rys. 7.6.** B-skan OCT klinowej komórki ciekłokrystalicznej (a). Kontrast barwy został dodany za pomocą algorytmu TDR. Różnica w barwie w stosunku do obrazów z rys. 7.2 i 7.3 wynika z innych parametrów filtrów algorytmu TDR. W punktach oznaczonych literami A, B i C obliczono wartości krótkoczasowej transformaty Fouriera skanu. W zmierzonych widmach (b) widoczne są wyraźne minima interferencyjne, których pozycja na osi liczby falowej pozwala na ilościową analizę grubości cienkiej warstwy powietrza [104].

Znalezienie pozycji pojedynczego minimum natężenia światła rozproszonego wstecznie od struktury cienkowarstwowej nie wystarcza do wyznaczenia jej grubości, ze względu na brak możliwości określenia liczby  $m$  z równania (7.4). Przeważnie skanowany jest jednak większy fragment badanej struktury, w którym możliwe do znalezienia są takie punkty, w których w widmie światła rozproszonego wstecznie obecne będą dwa minima interferencyjne. Punkty te można wykorzystać do wyznaczenia wartości liczby  $m$ . Następnie, zakładając ciągłość zmian grubości warstwy, możliwe jest określenie grubości w pozostałym jej obszarze.

Przykład wykorzystania proponowanej techniki do pomiaru grubości cienkiej warstwy powietrza w pustej komórce klinowej na odcinku o długości ok. 7 mm przedstawiono na rys. 7.7. Wyznaczona grubość komórki pokrywa się z parametrami podawanymi przez producenta.

Opisany eksperyment pokazuje, że zastosowanie zaproponowanej przez autora czasowo-częstotliwościowej analizy sygnału OCT pozwala nie tylko na jakościowe, ale również i ilościowe badania grubości struktur cienkowarstwowych w sytuacjach, w których struktury te nie byłyby w ogóle widoczne na klasycznych obrazach OCT (tj. na obrazach tych ujawniałyby się wyłącznie jako pojedyncze linie).

Przedstawione w tym rozdziale wyniki eksperymentalne (zawierające zarówno jakościowe, jak i ilościowe analizy badanych obiektów) wraz z zawartą w rozdziale 3 analizą teoretyczną **stanowią dowód drugiej tezy rozprawy.**



**Rys. 7.7.** Wynik analizy widm światła rozproszonego od cienkiej warstwy powietrza w badanej klinowej komórce ciekłokrystalicznej. Pozycja pojedynczego minimum interferencyjnego nie pozwala na jednoznaczne obliczenie grubości warstwy. W pewnych punktach warstwy (np. na pozycji 2 mm na rys. (a)) w widmie światła występują dwa minima interferencyjne. Znajomość ich pozycji pozwala określić wartość parametru  $m$  z równania (7.4), a przez to jednoznacznie obliczyć grubość warstwy. Grubość warstwy w pozostałych pozycjach może być następnie wyznaczona poprzez założenie jej ciągłości. Wyznaczony w ten sposób profil grubości (b) odpowiada wartościom podawanym przez producenta komórki [104].

## 7.2 Pomiary dwójłomności

W podrozdziale tym przedstawiono szereg skanów OCT z analizą stanu polaryzacji światła. Do obliczenia kąta retardacji fazowej wprowadzanego przez warstwę materiału dwójłomnego posłużono się metodą opisaną w rozdziale 3.3. Wyznaczony za pomocą równania (3.24) kąt retardacji został zakodowany jako składowa odcienia (hue) w reprezentacji barwy obrazu w przestrzeni HSV.

### 7.2.1 Zjawisko dwójłomności

Dwójłomność jest zjawiskiem polegającym na zależności współczynnika załamania od stanu polaryzacji światła. Ilościowo zjawisko to opisuje parametr również określany terminem *dwójłomność* i zdefiniowany jako różnica współczynników załama-

nia światła dla dwóch ortogonalnych stanów polaryzacji:

$$\Delta n = n_e - n_o, \quad (7.5)$$

gdzie  $\Delta n$  oznacza dwójłomność, a  $n_o$  i  $n_e$  współczynniki załamania odpowiednio zwykłego i nadzwyczajnego promienia światła.

Zjawisko dwójłomności ma ważne znaczenie diagnostyczne. Klasycznym jego zastosowaniem jest pomiar naprężeń w polimerowych elementach metodą tzw. elastooptyki. Metoda ta bazuje na zjawisku indukowania się dwójłomności materiału polimerowego pod wpływem występujących w tym materiale naprężeń. Pomiar dwójłomności pozwala w ten sposób na uzyskanie mapy naprężeń obecnych w badanym obiekcie [35–37].

W literaturze naukowej spotkać też można szereg prac dotyczących zastosowania dwójłomności w diagnostyce medycznej. Wykorzystuje się tutaj fakt, że wiele tkanek (m.in. skóra, mięśnie, ścięgna czy szkliwo zębów) charakteryzuje się dwójłomnością wynikającą z anizotropowej budowy i lokalnego uporządkowania tworzących te tkanki komórek. Patologiczne zmiany w tkankach (np. poparzenia) powodują zaburzenia skutkujące zanikiem ich naturalnej dwójłomności, co może być pomocne w lokalizacji i określeniu stopnia tych zmian [52, 53].

Do innych zastosowań pomiarów dwójłomności można zaliczyć np. identyfikację minerałów. Ponadto występują zastosowania, w których znajomość dwójłomności materiału jest celem samym w sobie, np. opracowywanie i badanie materiałów ciekłokrystalicznych przeznaczonych do produkcji urządzeń optycznych i optoelektronicznych lub badanie właściwości włókien światłowodowych.

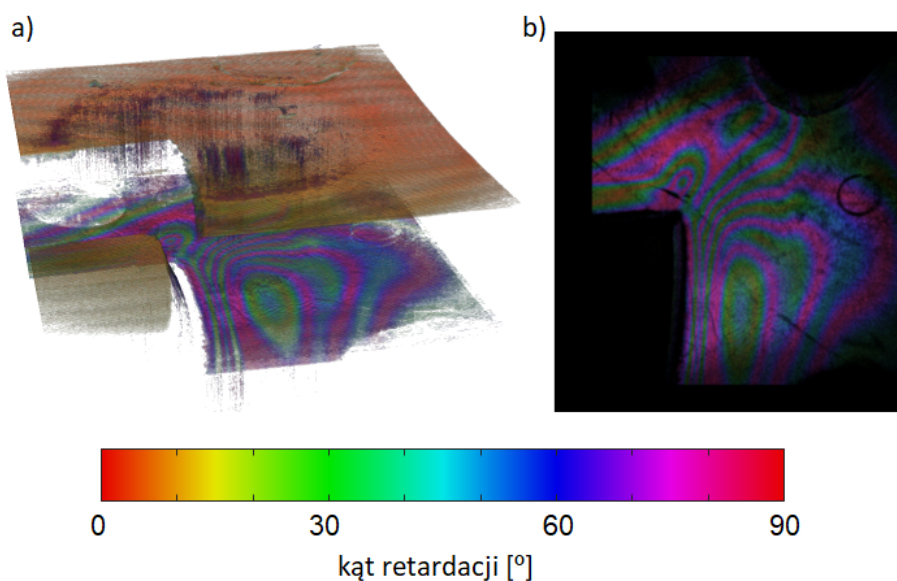
W technice PS-OCT (polarization-sensitive OCT) oraz w wielu innych metodach pomiaru dwójłomności różnicę współczynników załamania światła  $\Delta n$  określa się poprzez badanie stanu polaryzacji światła przechodzącego przez warstwę materiału o znanej grubości. Konkretnie dokonywany jest pomiar kąta retardacji fazowej wprowadzany przez tę warstwę.

### 7.2.2 Niejednoznaczność określenia kąta retardacji fazowej

Jak wspomniano w rozdziale 3.3, kąt retardacji fazowej mierzony za pomocą metody PS-OCT jest możliwy do jednoznacznego określenia jedynie w przedziale wartości od 0 do  $\pi/2$ . Jest to poważne ograniczenie dla zastosowania tej metody m.in. w pomiarach naprężeń polimerowych elementów, które bardzo często wprowadzają kąt retardacji

znacznie większy od  $\pi/2$ .

Problem ten ilustruje przykład skanu PS-OCT polimerowej kształtki przedstawiony na rys. 7.8. Światło rozproszone wstecznie od górnej powierzchni kształtki nie zmienia swojego stanu polaryzacji.<sup>4</sup> Z kolei stan polaryzacji światła docierającego z dolnej powierzchni zmienia się w zależności od położenia wiązki. Zmiany te wywołane są dwójłomnością, a całkowity kąt retardacji zależy od iloczynu naprężeń wewnętrznych oraz grubości warstwy polimeru.



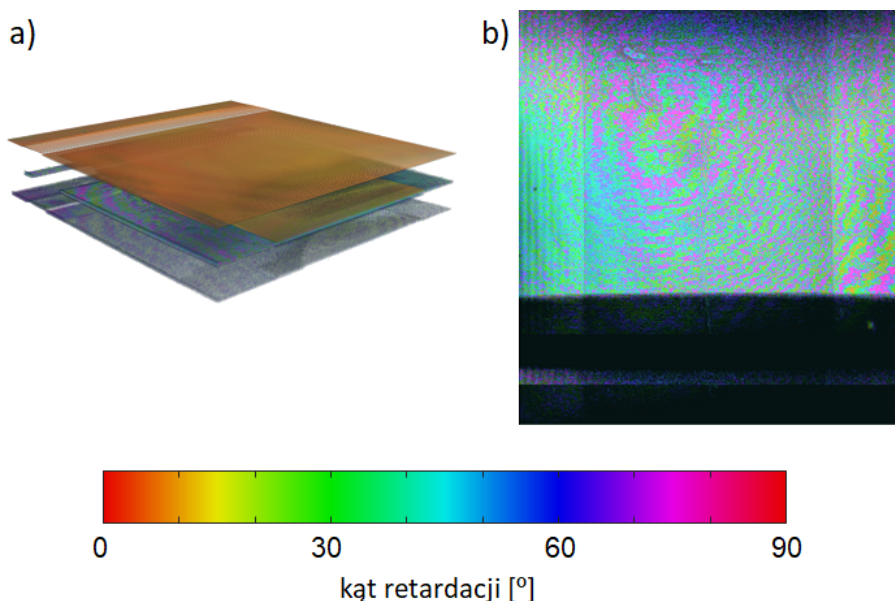
**Rys. 7.8.** a) Trójwymiarowy skan OCT polimerowej kształtki, w której za pomocą barwy zakodowano kąt retardacji fazowej wprowadzany przez warstwę polimeru. Światło rozproszone od górnej powierzchni materiału nie zmienia swojego stanu polaryzacji, co skutkuje wartością kąta retardacji fazowej bliską zeru. W przypadku światła rozproszonego od powierzchni dolnej widoczne są wyraźne zmiany kąta retardacji. b) Skan *en-face* będący projekcją dolnej powierzchni skanu trójwymiarowego.

Uzyskany metodą PS-OCT obraz pozwala na bezpośrednie odtworzenie tzw. izoklin, czyli linii o jednakowej wartości kąta retardacji (a więc i naprężeń wewnętrznych). Niestety, z powodu niejednoznaczności określenia dokładnej wartości kąta retardacji, nie jest możliwe ani obliczenie wartości tych naprężeń, ani określenie

<sup>4</sup>Porównanie obrazu z rys. 7.8 ze skalą kąta retardacji ujawnia, że pomiar dokonany wykorzystanych systemem PS-OCT wskazuje dla światła odbitego od górnej powierzchni wartość kąta retardacji fazowej rzędu pojedynczych stopni zamiast oczekiwanej wartości zerowej. Wynika to konstrukcji samego systemu PS-OCT, która uniemożliwia pomiar bardzo niskich poziomów mocy na jednym z kanałów polaryzacji. Z tego samego powodu na obrazach nie obserwuje się wartości kąta retardacji bliskiej  $90^\circ$ .

zwrotu ich gradientu (tj. odróżnienie wzrostu od spadku naprężeń).

Podobny problem występuje w badaniu właściwości optycznych materiałów ciekłokrystalicznych. Obecnie produkowane są materiały o dwójłomnościach przekraczających wartość 0,3 [40]. Oznacza to, że warstwy materiału o grubościach rzędu pojedynczych mikrometrów są w stanie wprowadzić retardację fazową przekraczającą zakres możliwy do jednoznacznego określenia klasyczną metodą PS-OCT.



**Rys. 7.9.** a) Trójwymiarowy skan OCT warstwy materiału ciekłokrystalicznego o teksturze planarnej, w której za pomocą barwy zakodowano kąt retardacji fazowej wprowadzany przez warstwę ciekłego kryształu. b) Skan *en-face* będący projekcją środkowej powierzchni skanu trójwymiarowego.

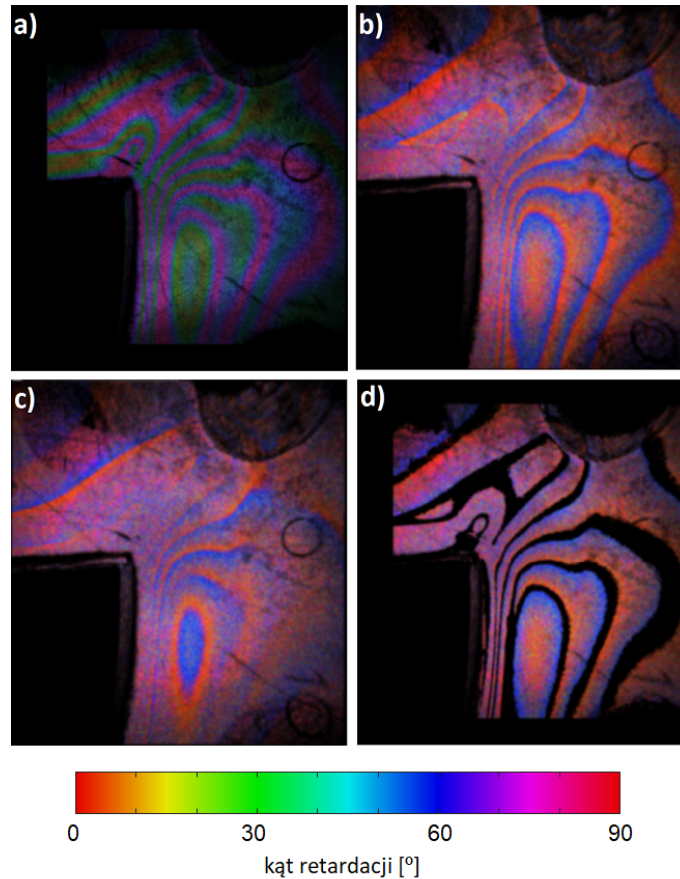
Rys. 7.9 przedstawia przykładowy skan komórki wypełnionej materiałem ciekłokrystalicznym o dużej dwójłomności (materiał oznaczony jako 1825 i opisany w pracy [40]) o teksturze planarnej i grubości  $50\ \mu\text{m}$ ). Na obrazie widoczne są problemy analogiczne do tych występujących w pomiarach elastoptycznych. Niejednorodności wykonania komórki powodują wyraźne różnice kąta retardacji widoczne na obrazie PS-OCT. Wnioskowanie o zakresie tych zmian nie jest jednak możliwe. Podobnie nie da się określić ich kierunku (tj. odróżnić spadku kąta retardacji od jego wzrostu).

### 7.2.3 Rozwiązanie problemu niejednoznaczności kąta retardacji za pomocą analizy spektroskopowej

W poniższym podrozdziale przedstawiono metodę rozwiązania problemu niejednoznaczności kąta retardacji za pomocą czasowo-częstotliwościowej analizy sygnału OCT. Metoda ta polega na analizie natężenia sygnału interferencyjnego w dwóch zakresach widmowych, osobno dla każdego z dwóch stanów polaryzacji światła wstecznie rozproszonego. Jak zostanie wykazane, umożliwi to jednoznaczne określenie kierunku zmian dwójłomności materiału, a przez to i całkowitego kąta retardacji fazowej. Obiektem wykorzystanym do uzyskania przedstawionych wyników jest kształtka polimerowa przedstawiona już wcześniej na rys. 7.8.

Wykorzystując interferogramy z dwóch kanałów polaryzacji systemu PS-OCT, wygenerowano osobne skany OCT badanego obiektu. Skany te zostały następnie przeanalizowane za pomocą algorytmu TDR o dwóch pasmach dzielących dostępne widmo na dwa podzakresy: między 1250 nm a 1320 nm oraz między 1320 nm a 1390 nm. Pasma odpowiadające krótszym długościom fali wykorzystano do wygenerowania składowej niebieskiej obrazu, zaś pasmo odpowiadające większym długościom fali – do wygenerowania składowej czerwonej. Uzyskane obrazy przedstawiono na rys. 7.10. Dla ich łatwiejszego porównania z oryginalnym obrazem PS-OCT, na obraz z kanału o polaryzacji wertykalnej nałożono czarną maskę w obszarach odpowiadających lokalnym maksimum kąta retardacji fazowej (barwa fioletowa na obrazie oryginalnym). Zabieg ten uwidacznia, że obszary lokalnych ekstremów kąta retardacji fazowej w obrazie PS-OCT są z jednej strony otoczone obszarami, w których większość energii sygnału OCT o polaryzacji wertykalnej zawarta jest w falach krótszych, zaś z drugiej – w falach dłuższych. Obszary te zamieniają się rolami dla obrazu OCT uzyskanego ze światła o polaryzacji horyzontalnej.





**Rys. 7.10.** a) Skan PS-OCT dolnej powierzchni kształtki polimerowej pokazujący za pomocą barwy kąt retardacji fazowej obliczony za pomocą równania (3.24). W obrazie tym nie wykorzystano czasowo-częstotliwościowej analizy sygnału interferencyjnego. b) Skan PS-OCT, w którym kolor wygenerowano za pomocą algorytmu TDR ograniczonym do dwóch pasm (dla zwiększenia czytelności pominięto zieloną składową barwną obrazu). Obraz wygenerowany wyłącznie na podstawie promieniowania o polaryzacji wertykalnej. c) Skan analogiczny do przedstawionego na obrazie b) wygenerowany wyłącznie na podstawie promieniowania od polaryzacji horyzontalnej. d) Skan z obrazu b), na który nałożono czarną maskę w miejscach odpowiadającym lokalnym maksimum kąta retardacji fazowej widocznych na obrazie a).

Zjawisko to można łatwo wytłumaczyć zależnością kąta retardacji fazowej od długości fali. Natężenie pola elektrycznego fali docierającej do dwóch kanałów systemu PS-OCT po przejściu (dwukrotnym) przez warstwę ośrodka dwójłomnego jest proporcjonalne do wielkości:

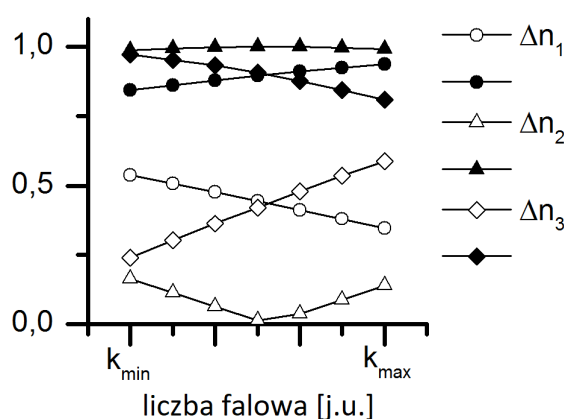
$$E_v(k) = \cos \Gamma(k) = \cos(2k\Delta nd), \quad (7.6)$$

$$E_h(k) = \sin \Gamma(k) = \sin(2k\Delta nd), \quad (7.7)$$

gdzie  $d$  oznacza grubość warstwy materiału, a  $v$  i  $h$  – odpowiednio wertykalny i hory-

zontalny stan polaryzacji.

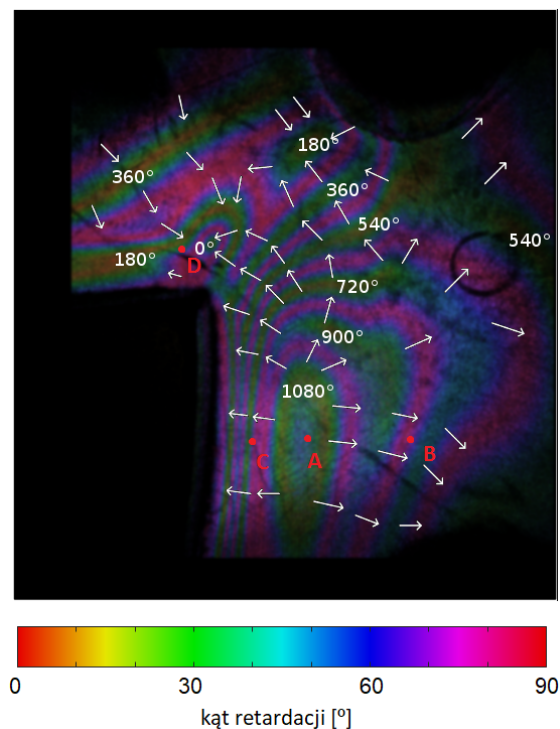
Lokalne maksima kąta retardacji na obrazie obserwuje się, gdy wartość funkcji  $E_v(k) = 0$  w zakresie widma odpowiadającym największej gęstości mocy ze źródła. W przypadku zastosowanego systemu OCT zakres ten znajduje się w pobliżu środkowej długości fali. Rys. 7.11 przedstawia fragment funkcji  $|E_v(k)|$  i  $|E_h(k)|$  dla dwójłomności warstwy odpowiadającej lokalnemu maksimum kąta retardacji. Ponadto na rys. 7.11 wykreślono wartości tych funkcji dla nieco mniejszej i nieco większej wartości dwójłomności.



**Rys. 7.11.** Teoretyczne wartości amplitud napięcia pola elektrycznego dla światła o polaryzacji wertykalnej (puste znaczniki) oraz horyzontalnej (wypełnione znaczniki) dla trzech wartości dwójłomności:  $\Delta n_1 < \Delta n_2 < \Delta n_3$ .

Wykresy przedstawione na rys. 7.11 pokazują, że w pobliżu lokalnego maksimum kąta retardacji wzrost dwójłomności warstwy spowoduje wzrost mocy sygnału o polaryzacji wertykalnej w zakresie fal krótkich i spadek mocy tegoż sygnału w zakresie fal długich. Dla sygnału o polaryzacji horyzontalnej zachodzą zależności przeciwne. Efekt ten można wykorzystać do jednoznacznego określenia kierunku zmian dwójłomności materiału na obrazie PS-OCT. Umożliwia to określenie kąta retardacji w całym obszarze próbki poprzez zsumowanie obserwowanych zmian. Rys. 7.12 przedstawia wynik określenia kąta retardacji za pomocą opisanej metody.

Proponowana metoda wymaga założenia, że globalne minimum kąta retardacji na obrazie jest mniejsze niż  $\pi/2$ . Jego niespełnienie nie odgrywa jednak kluczowej roli, jako że w pomiarach elastooptycznych głównym celem jest pomiar kierunku i zakresu zmian naprężeń w materiale, a nie określenie ich bezwzględnej wartości.

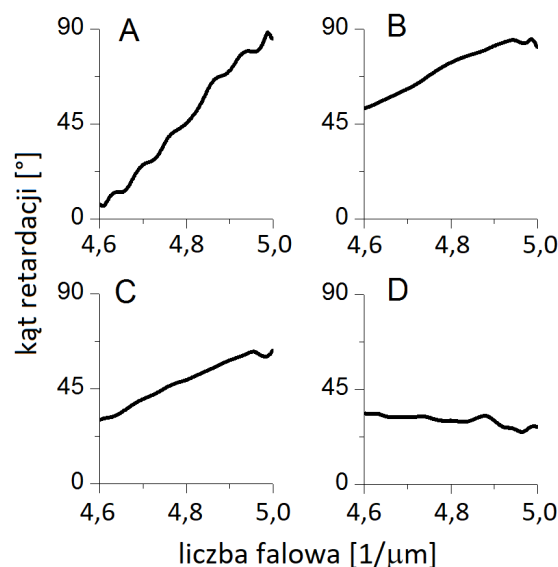


**Rys. 7.12.** Skan PS-OCT kształtki polimerowej z jednoznacznie określonymi zwrotami gradientu kąta retardacji (zaprezentowanego jako białe strzałki). Sumowanie gradientu pozwala na znalezienie pozycji minimalnej i maksymalnej dwójłomności warstwy polimeru. Do wyznaczenia bezwzględnych wartości kąta retardacji posłużono się założeniem, że jej wartość minimalna jest mniejsza od  $\pi/2$ .

W celu kontroli poprawności zaprezentowanej metody dla wybranych punktów obrazu OCT wykreślono widma retardacji fazowej  $\gamma(k)$ . Widma obliczono, korzystając z krótkoczasowej transformacji Fouriera (STFT) sygnału interferencyjnego osobno dla obu kanałów polaryzacji. Następnie za pomocą równania (3.24) obliczono wartość kąta retardacji dla całego analizowanego zakresu liczby falowej. Wyniki przedstawiono na rys. 7.13. Szybkość zmian kąta retardacji w funkcji liczby falowej jest proporcjonalna do dwójłomności badanego obiektu. Badanie nachylenia krzywej będącej wykresem funkcji  $\gamma(k)$  pozwala więc na bezpośrednie wyznaczenie wartości dwójłomności. Wykreślone na rys. 7.13 widma wskazują, że największa dwójłomność materiału występuje w punkcie A, zaś najmniejsza w punkcie D. Dwójłomności w punktach B i C są bliskie sobie i znajdują się pomiędzy skrajnymi wartościami. Potwierdza to wyniki analizy z rys. 7.12.

Przedstawione w podrozdziałach 7.2.3 i 7.2.4 wyniki eksperymentalne dowodzą, że zastosowanie czasowo-częstotliwościowej analizy sygnału OCT pozwala na określenie bezwzględnych wartości kąta retardacji fazowej wprowadzanej przez

warstwę przezroczystego, dwójłomnego materiału poprzez określenie zwrotu gradientu kąta retardacji wzdłuż powierzchni materiału. W kolejnym podrozdziale autor wykazuje, że numeryczna analiza widm  $\gamma(k)$  (por. rys. 7.13) pozwala na bezpośrednie wyznaczenie bezwzględnej wartości kąta retardacji w dowolnym wybranym punkcie na powierzchni materiału dwójłomnego.



Rys. 7.13. Widma kąta retardacji fazowej wprowadzanej przez warstwę materiału polimerowego wyznaczone w punktach A, B, C i D zaznaczonych na rys. 7.12.

#### 7.2.4 Analiza numeryczna widma kąta retardacji fazowej

Analiza widm retardacji fazowej może posłużyć do wyznaczenia wartości dwójłomności bezpośrednio dla dowolnego fragmentu materiału, bez konieczności analizowania całego obrazu OCT. W niniejszym podrozdziale przedstawiona jest opracowana przez autora metoda automatycznej analizy widma retardacji fazowej. Metoda ta wykorzystuje algorytm Particle Swarm Optimization (PSO) stanowiący jedną z heurystycznych metod poszukiwania globalnego minimum funkcji wielu zmiennych.

Przedstawione w tym podrozdziale wyniki pochodzą z oryginalnej pracy opublikowanej przez autora [41]. Przedstawione w niej eksperymenty dotyczyły pomiaru dwójłomności komórek ciekłokrystalicznych za pomocą badania stanu polaryzacji transmitowanego przez nie światła. Ze względu na inną metodę pomiarową wartości kąta retardacji możliwe do bezpośredniego wyznaczenia zawierają się w przedziale od 0 do  $\pi$ , a nie w przedziale od 0 do  $\pi/2$ , jak w systemach PS-OCT. Metoda analizy widm nie traci

jednak na ogólności, a przykład jej zastosowania do pomiarów PS-OCT zaprezentowany jest w kolejnym podrozdziale.

### Opis układu eksperymentalnego i metodyki pomiaru

Rys. 7.14a przedstawia zastosowany w przeprowadzonych eksperymentach układ pomiarowy. Komórka ciekłokrystaliczna o teksturze planarnej i grubości  $50\ \mu\text{m}$ , której dwójłomność miała być wyznaczona, została umieszczona między dwoma polaryzatorami i oświetlona za pomocą szerokopasmowego źródła typu supercontinuum (zastosowano źródło TB-1550 firmy Menlo Systems o zakresie widma od  $1200\ \text{nm}$  do  $1700\ \text{nm}$ ). Po wysterowaniu komórki napięciem z generatora sygnałowego widmo światła transmitowanego przez tak przygotowany układ było mierzone za pomocą analizatora widma (zastosowano analizator MS9740A firmy Anritsu).

Pomiar dwójłomności prezentowaną metodą wymaga zmierzenia dwóch widm: dla polaryzatora L2 ustawionego tak, aby jego oś była równoległa do osi polaryzatora L1, oraz tak, aby była ona do niej prostopadła. Oś polaryzatora L1 ustawiona jest tak, aby znajdowała się ona pod kątem  $45^\circ$  do jednej z osi optycznych komórki ciekłokrystalicznej. Umożliwia to prostszą konstrukcję układu pomiarowego niż w systemie PS-OCT (nie jest wymagana płytka ćwierćfalowa), kosztem jednak konieczności justowania polaryzatorów po zmianie badanej komórki ciekłokrystalicznej.

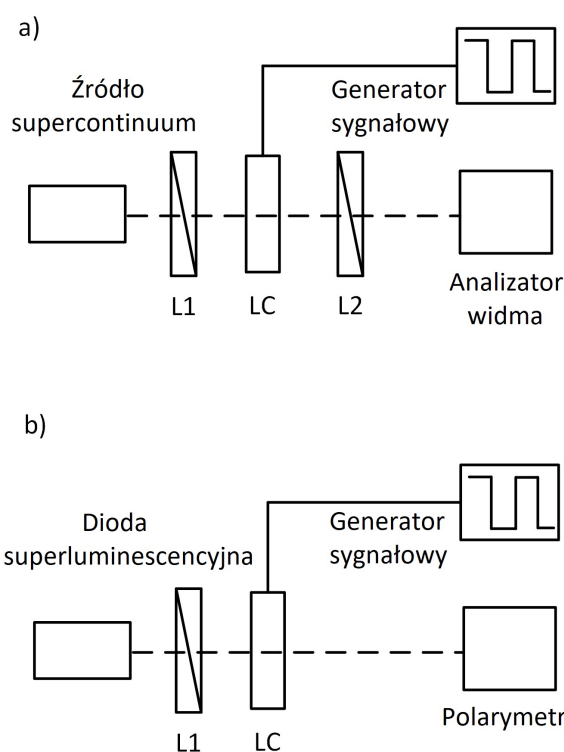
Przeprowadzony eksperyment polegał na wysterowaniu komórki LC sygnałem prostokątnym o częstotliwości  $100\ \text{Hz}$ . Pomiarów efektywnej dwójłomności komórki dokonano dla wartości skutecznych napięcia sterującego zawierających się w przedziale od  $0\ \text{V}$  do  $5\ \text{V}$ . Taki zakres napięć pozwolił na znaczną zmianę efektywnej dwójłomności materiału ciekłokrystalicznego.

W celu weryfikacji proponowanej metody analizy widm retardacji pomiary wykonano również w innym układzie przedstawionym na rys. 7.14b i zwanym dalej układem referencyjnym. Komórkę oświetlono przez polaryzator L1 promieniowaniem z diody superluminescencyjnej o relatywnie wąskim widmie<sup>5</sup> (przeprowadzono eksperymenty z użyciem diody Superlum Broadlighter S1550 o środkowej długości fali  $1560\ \text{nm}$  i szerokości połówkowej widma  $50\ \text{nm}$  oraz z użyciem diody Superlum Broad-

<sup>5</sup>W wielu zastosowaniach, np. interferometrii niskokoherentnej, promieniowanie z diod superluminescencyjnych określa się jako „szerokopasmowe”. W kontekście przeprowadzonego eksperymentu można je uznać za wąskopasmowe, jako że kąt retardacji fazowej nie zmienia się znacznie w całym zakresie widma.

lighter S1300 o środkowej długości fali 1290 nm i szerokości połówkowej 45 nm). Analizator widma oraz polaryzator L2 zastąpiono polarymetrem z rotującą płytką falową (Thorlabs PAX5710).

Układ referencyjny nie pozwala na rozwiązanie problemu niejednoznaczności kąta retardacji fazowej. Z tego względu wartość skuteczną napięcia z generatora dla poszczególnych pomiarów zmieniano w małych krokach, kontrolując jednocześnie stan polaryzacji transmitowanego światła. Kroki zmiany napięcia zostały dobrane tak, aby żaden z nich nie spowodował zmiany kąta retardacji fazowej o więcej niż  $\pi/4$ . Dzięki temu, poprzez zsumowanie wszystkich zaobserwowanych zmian, możliwe było określenie bezwzględnej wartości kąta retardacji.



**Rys. 7.14.** a) Układ do pomiaru kąta retardacji fazowej metodą analizy widmowej. b) Układ referencyjny do weryfikacji proponowanej metody pomiaru [41].

Przedstawiona dalej metoda analizy widm retardacji fazowej wymaga matematycznego modelu opisującego zależność natężenia transmitowanego przez układ optyczny światła w funkcji liczby falowej i efektywnej dwójłomności materiału. W tym celu wyznaczono wektory Jonesa opisujące stan polaryzacji światła transmitowanego w przypadku polaryzatorów L1 i L2 o osiach ustawionych równoległe do siebie:

$$\mathbf{J}_v(k) = \frac{\sqrt{I_0(k)}}{2\sqrt{2}} \left(1 + e^{-j\Gamma(k)}\right) \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (7.8)$$

oraz w przypadku polaryzatorów L1 i L2 o osiach ustawionych prostopadłe do siebie:

$$\mathbf{J}_h(k) = \frac{\sqrt{I_0(k)}}{2\sqrt{2}} \left(1 - e^{-j\Gamma(k)}\right) \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad (7.9)$$

gdzie  $k = 2\pi/\lambda$  oznacza liczbę falową,  $I_0$  jest natężeniem światła padającego na układ, a  $\Gamma$  – kątem retardacji fazowej wprowadzanym przez komórkę LC.

Zmierzone przez analizator widma natężenie światła jest dane przez zależności:

$$I_v(k) = \mathbf{J}_v(k) \cdot \mathbf{J}_v(k)^* = \frac{1}{2} I_0(k) (1 + \cos \Gamma(k)), \quad (7.10)$$

$$I_h(k) = \mathbf{J}_h(k) \cdot \mathbf{J}_h(k)^* = \frac{1}{2} I_0(k) (1 - \cos \Gamma(k)). \quad (7.11)$$

Znajomość widm  $I_v(k)$  oraz  $I_h(k)$  pozwala na bezpośrednie obliczenie kosinusa kąta retardacji:

$$\cos \Gamma(k) = \frac{I_v(k) - I_h(k)}{I_v(k) + I_h(k)}. \quad (7.12)$$

Ze względu na niejednoznaczność funkcji trygonometrycznych, równanie (7.12) pozwala na wyznaczenie jedynie tzw. zawiniętej retardacji fazowej:

$$\gamma(k) = \arccos \left( \frac{I_v(k) - I_h(k)}{I_v(k) + I_h(k)} \right), \quad (7.13)$$

Zawinięta retardacja fazowa wiąże się z rzeczywistą wartością retardacji za pomocą wyrażeń:

$$\gamma(k) = \begin{cases} \Gamma_0 & \text{jeżeli } \Gamma_0 < \pi, \\ 2\pi - \Gamma_0 & \text{jeżeli } \Gamma_0 \geq \pi, \end{cases} \quad (7.14)$$

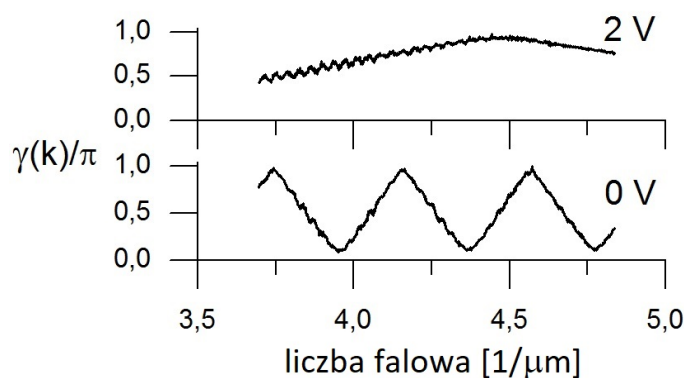
gdzie  $\Gamma_0$  jest związana z wartością kąta retardacji poprzez zależność:

$$\Gamma = \Gamma_0 + 2m\pi, \quad (7.15)$$

przy czym  $\Gamma_0 \in \langle 0, 2\pi \rangle$ , a  $m$  będzie dalej nazywane rzędem retardacji.

Przykłady funkcji  $\gamma(k)$  dla dwóch różnych napięć wysterowania komórki LC przedstawia rys. 7.15.





**Rys. 7.15.** Przebieg zawiniętej retardacji fazowej  $\gamma$  w funkcji liczby falowej promieniowania dla wartości skutecznych napięcia wysterowania komórki ciekłokrystalicznych równych 0 V i 2 V [41].

Analiza funkcji  $\gamma(k)$  umożliwia określenie efektywnej dwójłomności komórki LC. Dwójłomność ta jest związana z kątem retardacji poprzez zależność:

$$\Gamma(k) = kd\Delta n, \quad (7.16)$$

gdzie  $d$  jest znaną grubością warstwy, a  $\Delta n$  jej efektywną dwójłomnością.

Możliwy do bezpośredniego zmierzenia jest jednak wyłącznie zawinięty kąt retardacji dany równaniem (7.14). Fakt ten utrudnia analizę zmierzonych widm. Dokonując analizy w sposób ręczny, możliwe jest wybranie takiego fragmentu widma, w którym funkcja  $\gamma(k)$  jest linią prostą i określenie dwójłomności poprzez pomiar nachylenia tej prostej. Automatyzacja takiego podejścia jest jednak problematyczna ze względu na konieczność wyboru właściwego fragmentu widma, zwłaszcza dla dużych wartości dwójłomności, w których funkcja  $\gamma(k)$  posiada wiele załamań (np. jak na rys. 7.15 dla napięcia 0 V).

Alternatywnym podejściem byłoby wykorzystanie analizy Fouriera i określenie okresu funkcji  $\gamma(k)$ . Metoda ta zadziała jednak poprawnie tylko w przypadku dużych wartości dwójłomności, w których szerokość zmierzonego widma jest większa od przynajmniej kilku okresów zmian kąta retardacji fazowej. Jest to problem analogiczny do problemu rozdzielczości podłużnej systemów OCT omawianego w rozdziale 3.4.4.

W celu opracowania automatycznej metody analizy widm retardacji fazowej, która zadziałałaby zarówno w przypadku małych, jak i dużych wartości kąta retardacji, autor posłużył się podejściem wykorzystującym heurystyczne metody optymalizacji. Polega ono na znalezieniu takiej wartości dwójłomności warstwy, która zapewniłaby mini-



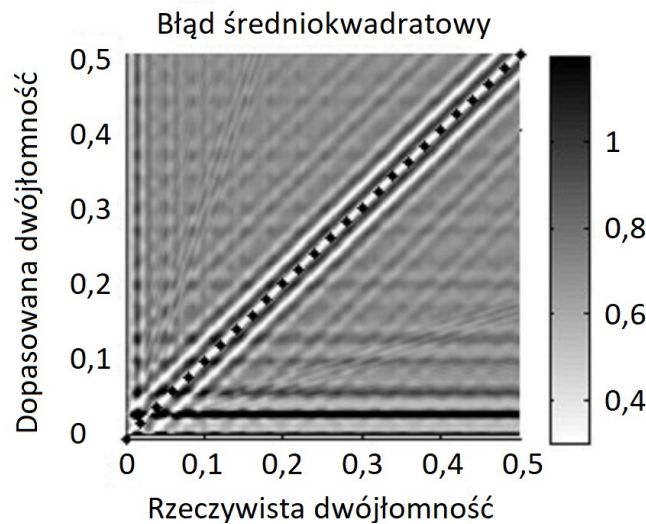
malizację błędu średniokwadratowego między zmierzonym a obliczonym teoretycznie widmem  $\gamma(k)$ . Podobne podejście wykorzystywane jest m.in. w elipsometrii w celu wyznaczenia grubości i współczynnika załamania cienkich warstw.

Błąd średniokwadratowy, który należy zminimalizować, dany jest zależnością:

$$\text{MSE} = \sqrt{\frac{\sum_{m=0}^{M-1} (\gamma_t(k_m) - \gamma(k_m))^2}{\sum_{m=0}^{M-1} \gamma(k_m)^2}}, \quad (7.17)$$

gdzie  $\gamma(k)$  jest zmierzonym widmem retardacji fazowej,  $M$  – liczną próbek analizowanego widma, a  $\gamma_t(k)$  – widmem teoretycznym danym równaniem:

$$\gamma_t(k) = \arccos(\cos kd\Delta n). \quad (7.18)$$



**Rys. 7.16.** Wykres funkcji błędu MSE dla różnych wartości dwójłomności rzeczywistej oraz założonej do obliczenia wartości  $\gamma_t(k)$  z równania (7.18). Czarna kropka wskazuje na globalne minimum błędów odpowiadające różnym wartości dwójłomności [41].

Klasyczne metody optymalizacji, stosowane m.in. w elipsometrii, wykorzystują algorytm gradientowego spadku (przede wszystkim algorytm Levenberga-Marquadta [44, 105]), w których zakłada się pewną początkową wartość poszukiwanego parametru (w tym przypadku  $\Delta n$ ) i modyfikuje się ją, zmierzając w kierunku spadku funkcji błędów.

Wartości funkcji błędów dla rozważanego problemu (przy założeniu idealnego pomiaru) przedstawione są na rys. 7.16. Jak widać, ze względu na znaczną ilość lokalnych minimum, poprawne zadziałanie metody gradientowego spadku i jej pochod-

nych wymaga przyjęcia początkowej wartości  $\Delta n$  bardzo bliskiej wartości rzeczywistej. W przeciwnym razie algorytm może „utknąć” w jednym z lokalnych minimów funkcji błędu, nie stanowiących właściwego rozwiązania rozwiązywanego problemu.

### Wykorzystanie algorytmu PSO

Problem optymalizacji z funkcją błędu o wielu minimach lokalnych możliwy jest do rozwiązania poprzez zastosowanie tzw. algorytmów heurystycznych. Jednym z tego typu algorytmów jest przedstawiony niżej algorytm PSO. Ideą algorytmu jest przeszukiwanie przestrzeni optymalizowanych parametrów poprzez rodzinę „cząstek”. Każda z cząstek charakteryzuje się: położeniem (wektorem poszukiwanych parametrów), prędkością (określającą zmianę położenia w kolejnych krokach algorytmu) oraz najlepszym położeniem w całej historii poszukiwań. Poprzez odpowiednie modyfikowanie wektora prędkości cząstek próbuje się doprowadzić do sytuacji, w której przynajmniej jedna z nich odnajdzie globalne minimum funkcji błędu [41, 106–108].

Wykaz oznaczeń stosowanych w opisie algorytmu przedstawia tab. 7.1.

**Tab. 7.1.** Lista symboli użytych do opisu algorytmu PSO [41]

Parametr	Symbol
Liczba cząstek	$N_p$
Zakres mierzonych wartości dwójłomności	$\Delta n_{\min}, \Delta n_{\max}$
Maksymalna liczba iteracji algorytmu	$K_{\max}$
Próg błędu	$MSE_{\min}$
Maksymalne parametry wag prędkości cząstek	$A_1, A_2, A_3$
Pozycja $i$ -tej cząstki	$\Delta n_i$
Prędkość $i$ -tej cząstki	$v_i$
Najlepsza pozycja znaleziona przez $i$ -tą cząstkę	$\Delta n_{1,i}$
Najmniejszy błąd znaleziony przez $i$ -tą cząstkę	$MSE_{1,i}$
Najlepsza dwójłomność znaleziona przez wszystkie cząstki	$\Delta n_g$
Najmniejszy błąd znaleziony przez wszystkie cząstki	$MSE_g$

Algorytm PSO, zilustrowany na rys. 7.17, składa się z następujących kroków:

1. ustalenie początkowych pozycji cząstek losowo w całym zakresie poszukiwanych

wartości:  $\Delta n_i \in \langle \Delta n_{\min}; \Delta n_{\max} \rangle$ ,

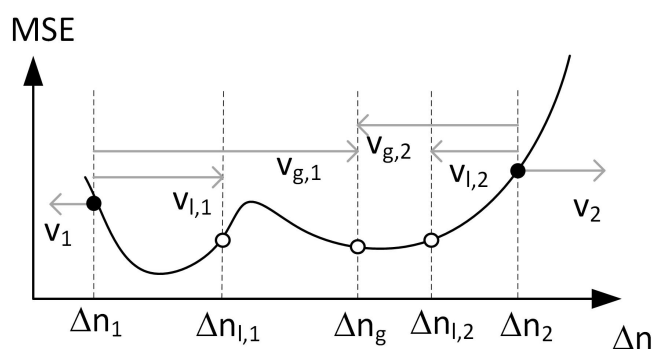
2. obliczenie wartości MSE dla każdej cząstki i ustawienie go jako jej lokalną wartość błędu –  $MSE_{l,i}$ ,
3. znalezienie w zbiorze cząstek najlepszej pozycji  $\Delta n_{gl}$  i odpowiadającej jej minimalnej wartości błędu –  $MSE_g$ ,
4. wylosowanie wartości trzech zmiennych losowych o rozkładzie jednorodnym:  
 $a_1 \in \langle 0; A_1 \rangle$ ,  $a_2 \in \langle 0; A_2 \rangle$ , i  $a_3 \in \langle 0; A_3 \rangle$ ,
5. zmiana prędkości cząstek zgodnie z równaniem:

$$v_i \leftarrow a_1 v_i + a_2 v_{l,i} + a_3 v_{g,i}, \quad (7.19)$$

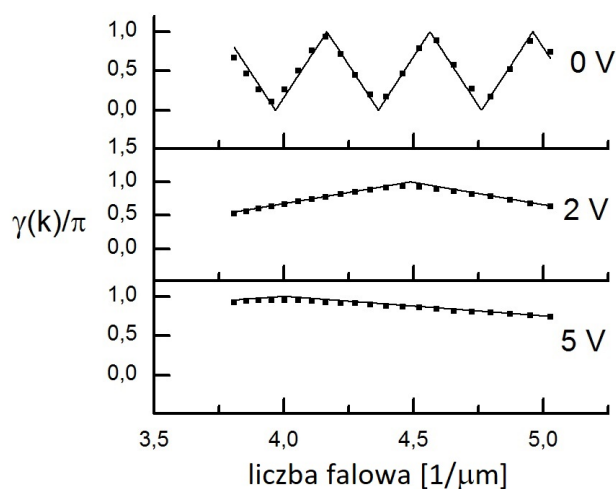
$$v_{l,i} \leftarrow \Delta n_{l,i} - \Delta n_i, \quad (7.20)$$

$$v_{g,i} \leftarrow \Delta n_g - \Delta n_i, \quad (7.21)$$

6. zmiana położenia cząstek  $\Delta n_i \leftarrow \Delta n_i + v_i$ ,
7. w przypadku, w którym któraś z cząstek przekroczy rozważany zakres poszukiwanego parametru ( $\Delta n_i > \Delta n_{\max}$  lub  $\Delta n_i < \Delta n_{\min}$ ), przydzielenie jej losowo nowej pozycji wewnątrz tego zakresu,
8. obliczenie wartości funkcji błędu  $MSE_i$  odpowiadających nowym położeniom cząstek,
9. modyfikacja najlepszych pozycji  $\Delta n_{l,i}$ ,  $\Delta n_g$  i minimalnych błędów  $MSE_{l,i}$  oraz  $MSE_g$ ,
10. zakończenie algorytmu, jeżeli  $MSE_g < MSE_{\min}$  lub została przekroczona maksymalna liczba iteracji; w przeciwnym razie powrót do punktu 5,
11. przyjęcie wartości  $\Delta n_g$  jako zmierzonej wartości dwójłomności materiału.



**Rys. 7.17.** Ilustracja algorytmu PSO. W każdym kroku algorytmu nowa prędkość cząstek 1 i 2 jest obliczana jako średnia ważona ich obecnej prędkości ( $v$ ), różnicy między aktualnym położeniem a najlepszym położeniem znalezionym przez każdą z cząstek z osobna ( $v_i$ ) oraz różnicy między aktualnym położeniem a najlepszym położeniem znalezionym przez cały zbiór cząstek ( $v_g$ ) [41].



**Rys. 7.18.** Wynik działania algorytmu PSO dla trzech napięć wysterowania komórki ciekłokrystalicznej. Czarne znaczniki oznaczają zmierzone wartości zawiniętego kąta retardacji  $\gamma(k)$ , zaś linie – wartości teoretyczne obliczone przy użyciu wyznaczonej przez algorytm PSO dwójłomności. Algorytm zadziałał poprawnie zarówno dla relatywnie dużych (napięcie 0 V), jak i małych (napięcie 5 V) efektywnych dwójłomności warstwy ciekłego kryształu [41].

Przykładowe wyniki działania algorytmu PSO dla różnych wartości efektywnej dwójłomności komórki LC przedstawiono na rys. 7.18. Wynika z nich, że opisany algorytm umożliwia dopasowanie teoretycznego i zmierzonego widma retardacji fazowej zarówno w przypadku niskiej, jak i wysokiej dwójłomności.

## Modelowanie zmian dwójłomności w funkcji długości fali

Przedstawione na rys. 7.18 wyniki dotyczą wykorzystania algorytmu PSO do znalezienia globalnego minimum funkcji jednej zmiennej. W tym przypadku nie jest to efektywna metoda obliczeniowa. Ze względu na niewielką przestrzeń poszukiwanych parametrów wydajniejsze byłoby odpowiednio gęste stabilizowanie wartości błędu jako funkcji dwójłomności materiału i użycie najlepszego znalezionej wyniku jako punktu startowego dla algorytmów gradientowego spadku. W dalszej części tego podrozdziału opisane jest wykorzystanie algorytmu PSO dla przypadku minimalizacji funkcji wielu zmiennych w sytuacji, w której gęste stabilizowanie wszystkich możliwych zbiorów parametrów nie byłoby odpowiednio wydajnym podejściem.

Dwójłomność materiałów ciekłokrystalicznych nie jest stała w funkcji długości fali ale, podobnie jak i współczynnik załamania, charakteryzuje się dyspersją (w pracach [109] i [110] Li ze współpracownikami wykazali, że dwójłomność materiałów ciekłokrystalicznych maleje wraz ze wzrostem długości fali). Wykorzystanie analizy widma światła do pomiaru dwójłomności badanego materiału wymaga odpowiedzi na pytanie, jak dyspersja dwójłomności wpływa na wynik pomiaru. W tym celu przyjęto następujący model matematyczny:

$$\Delta n(k) = \Delta n_0 + a_n \frac{k - k_1}{k_s - k_1} + b_n \frac{(k - k_1)^2}{(k_s - k_1)^2}, \quad (7.22)$$

gdzie  $k_1$  i  $k_s$  są liczbami falowymi odpowiadającymi największej i najmniejszej długości fali w badanym widmie, a liczby  $\Delta n_0$ ,  $a_n$  i  $b_n$  określają wartość i zakres zmian dwójłomności.

Za pomocą algorytmu PSO przeprowadzono wieloparametryczną optymalizację funkcji błędu. Zamiast jednowymiarowej przestrzeni parametru  $\Delta n$  przeszukiwano trójwymiarową przestrzeń parametrów  $\Delta n_0$ ,  $a_n$  oraz  $b_n$ . Rozważono trzy przypadki:

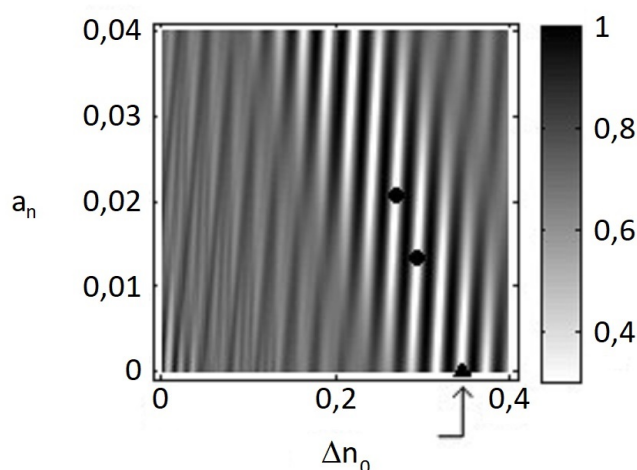
- brak dyspersji ( $a_n = b_n = 0$ ) – przypadek ten sprowadza się do opisanej wyżej optymalizacji jednoparametrycznej,
- dyspersję liniową ( $0 \leq a_n \leq 0,015$ ,  $b_n = 0$ ),
- dyspersję kwadratową ( $0 \leq a_n \leq 0,015$ ,  $0 \leq b_n \leq 0,015$ ).

Dodatkowo na wartości parametrów  $a_n$  i  $b_n$  nałożono warunki:  $|a_n| \leq r_a \Delta n_0$  oraz  $|b_n| \leq r_b \Delta n_0$ , dla  $r_a = r_b = 0,05$ ). Podane wartości dobrano eksperymentalnie tak, aby

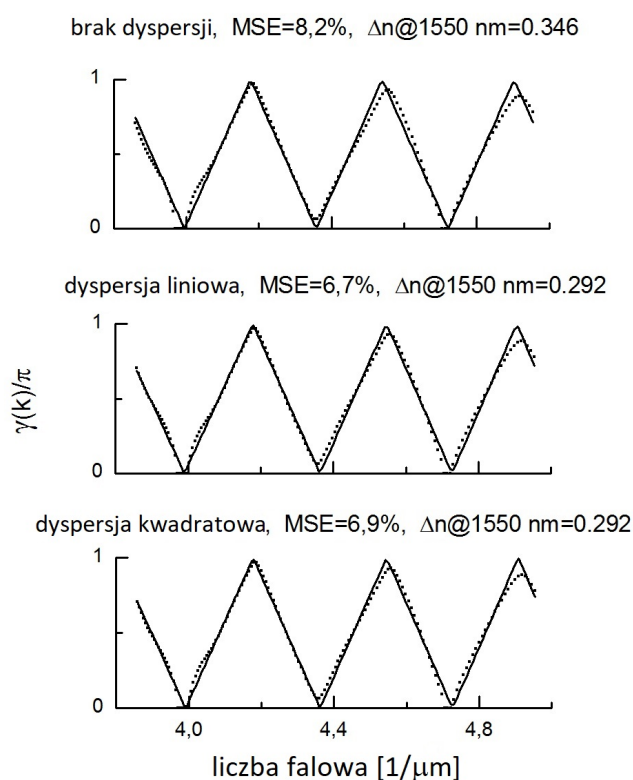
zapewnić jednocześnie niską wartość minimalizowanego błędu średniokwadratowego oraz zbieżność algorytmu PSO.

Wyniki optymalizacji (zmierzone oraz dopasowane widma retardacji fazowej) przedstawione są na rys. 7.20. Wyniki te ujawniają istotną rolę dyspersji dwójłomności w przedstawionej metodzie pomiarowej. Porównanie wartości dwójłomności uzyskanych w każdym z trzech przypadków (braku dyspersji, dyspersji liniowej oraz dyspersji kwadratowej) pokazuje, że bardzo zbliżone widma mogą odpowiadać dwójłomnościom różniącym się nawet o kilkanaście procent. Przykładowo dla długości fali 1550 nm, dla modelu bez dyspersji uzyskano wartość dwójłomności równą 0,346, zaś dla modeli z dyspersją liniową i kwadratową – wartość równą 0,292.

W celu lepszego zilustrowania wpływu zmian dwójłomności w funkcji długości fali na jej pomiar metodą analizy widma kąta retardacji na rys. 7.19 wykreślono wartości błędu średniokwadratowego (MSES) dla przypadku komórki LCysterowanej napięciem 0 V oraz dla modelu dyspersji liniowej przy różnych wartościach optymalizowanych parametrów  $\Delta n_0$  oraz  $a_n$ . Na wykresie widoczny jest szereg minimów lokalnych o zbliżonych do siebie wartościach. Znalezienie minimum globalnego wymaga więc bardziej starannego dobrania parametrów algorytmu PSO niż w przypadku modelu bez dyspersji.



**Rys. 7.19.** Wykres przedstawiający błąd średniokwadratowy minimalizowany przez algorytm PSO jako funkcję dwóch parametrów modelu z liniową dyspersją dwójłomności. Okrągłe znaczniki pokazują wartości parametrów znalezione przez algorytm PSO przy dwóch różnych początkowych pozycjach cząstek. Znacznik trójkątny pokazuje wartość znaną przy założeniu o braku dyspersji dwójłomności [41].



**Rys. 7.20.** Zmierzone widma retardacji fazowej (punkty) i widma teoretyczne obliczone na podstawie parametrów znalezionych przez algorytm PSO (linie) w przypadku założeń o brak dyspersji dwójłomności, dyspersji liniowej oraz dyspersji kwadratowej. Uzyskane wyniki pokazują, że widma, które w analizowanym zakresie liczby falowej są do siebie bardzo zbliżone, mogą odpowiadać innym wartościom dyspersji. Dla ilustracji tego efektu pod każdym wykresem podano wartość dwójłomności obliczonej dla długości fali 1550 nm [41].

### 7.2.5 Porównanie metody analizy widma kąta retardacji z metodą referencyjną

W celu weryfikacji opisanej metody analizy widm retardacji dokonano pomiaru charakterystyk elektrooptycznych (tj. zależności efektywnej dwójłomności od wartości skutecznej napięcia sterującego) badanej komórki LC. Pomiar w układzie referencyjnym został przeprowadzony dla dwóch diod superluminescencyjnych pracujących na długościach fali odpowiednio 1290 nm i 1560 nm. W celu uniknięcia niejednoznaczności pomiaru kąta retardacji pomiar referencyjny rozpoczęto od wartości skutecznej napięcia wysterowania równej 5 V. Zastosowanie tej metody wymagało określenia rzędu retardacji wprowadzanej przez komórkę wysterowaną napięciem 5 V. W celu jego określenia posłużono się następującymi obserwacjami:

- spadkiem obserwowanego kąta retardacji –  $\gamma$  przy obniżaniu napięcia sterującego, oznaczającym nieparzysty numer rzędu retardacji,
- powolonymi zmianami zmierzonego widma transmitowanego światła wykluczającymi możliwość obserwowania trzeciego lub wyższych rzędów retardacji.

Na ich podstawie ustalono, że komórka wystereowana napięciem 5 V wprowadzała retardację fazową pierwszego rzędu.

Napięcie wystereowania komórki było następnie zmniejszane tak, aby obserwowane zmiany kąta retardacji nie przekroczyły wartości  $\pi/4$ . Sumując obserwowane zmiany retardacji zawiniętej ( $\gamma(k)$ ), wyznaczono retardację rzeczywistą ( $\Gamma(k)$ ).

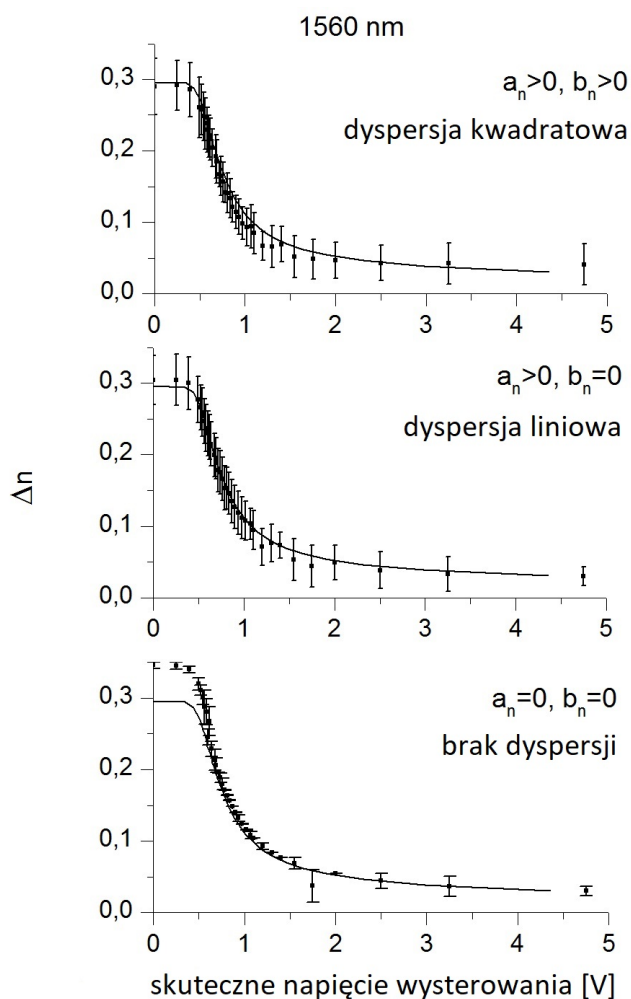
Pomiary referencyjne porównano z pomiarami metodą analizy widmowej, gdzie widma światła transmitowanego przez komórkę LC zmierzono w 250 punktach w zakresie od 1200 nm do 1700 nm. Widma te poddano następnie filtracji dolnoprzepustowej o znormalizowanej częstotliwości odcięcia równej 0,1 częstotliwości próbkowania, a następnie odrzucono skrajne 50 próbek z każdej strony widma. Tak przetworzone widma poddano analizie algorytmem PSO, dopasowując do nich parametry modeli bez dyspersji dwójłomności oraz z dyspersjami: liniową i kwadratową. Współczynniki  $A_1 = 2,5$ ,  $A_2 = 2,5$  i  $A_3 = 1,25$  zostały dobrane eksperymentalnie. Pozostałe parametry algorytmu PSO przedstawiono w tab. 7.2 oraz 7.3. Każdą analizę PSO powtórzono 150 razy dla innego zestawu początkowych położenia cząstek. Następnie wyznaczono następujące parametry statystyczne:

- względne odchylenie standardowe  $\sigma$  wyniku pomiaru dwójłomności,
- względny błąd systematyczny dla całej charakterystyki elektrooptycznej:

$$b = \frac{1}{MN} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \frac{\Delta n_{m,n} - \Delta n_{m,\text{ref}}}{\Delta n_{m,\text{ref}}}, \quad (7.23)$$

gdzie  $m$  indeksuje wartości napięcia wystereowania,  $n$  indeksuje poszczególne powtórzenia algorytmu PSO,  $M$  jest liczbą zmierzonych wartości napięcia,  $N$  – liczbą powtórzeń algorytmu PSO,  $\Delta n_{m,n}$  – rezultatem pomiaru dwójłomności dla  $m$ -tego napięcia wystereowania i  $n$ -tego powtórzenia algorytmu PSO,  $\Delta n_{m,\text{ref}}$  – wynikiem pomiaru referencyjnego dla  $m$ -tego napięcia wystereowania.





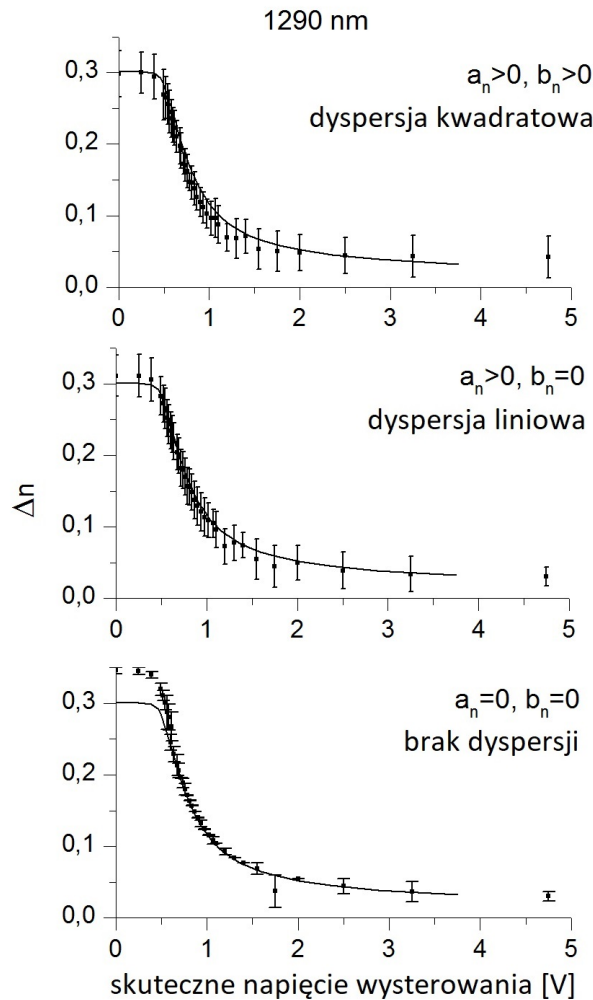
**Rys. 7.21.** Efektywna dwójłomność warstwy ciekłego kryształu jako funkcja wartości skutecznej napięcia wysterowania dla długości fali 1560 nm. Linia ciągła przedstawia wykresy dokonane za pomocą polarymetru, zaś słupki wskazują wartości średnie i odchylenia standardowe z serii pomiarów metodą analizy widma retardacji fazowej [41].

**Tab. 7.2.** Parametry algorytmu PSO i porównanie wyników z pomiarem referencyjnym wykonanym na długości fali 1560 nm [41].

$a_n$	$r_a$	$b_n$	$r_b$	$N_p$	$K_{\max}$	$b$
0	0	0	0	20	20	7,3%
$\leq 0,015$	0,06	0	0	50	20	-3,1%
$\leq 0,015$	0,06	$\leq 0,008$	$= 0,03$	50	50	-6,7%

Na podstawie wyznaczonych parametrów modelu obliczono efektywne dwój-

łomności komórki LC na długościach fali 1290 nm i 1560 nm. Wyniki przedstawiono na wspólnych wykresach z wynikami pomiarów referencyjnych (rys. 7.21 i 7.22) oraz zestawiono w tabelach 7.3 oraz 7.2.



**Rys. 7.22.** Efektywna dwójłomność warstwy ciekłego kryształu jako funkcja wartości skutecznej napięcia wysterowania dla długości fali 1290 nm. Linia ciągła przedstawia wykresy dokonane za pomocą polarymetru, zaś słupki wskazują wartości średnie i odchylenia standardowe z serii pomiarów metodą analizy widma retardacji fazowej [41].

## Wnioski i dyskusja

Zastosowanie metody analizy widma retardacji fazowej za pomocą algorytmu PSO pozwoliło na automatyczny pomiar dwójłomności materiału ciekłokrystalicznego niezależnie od rzędu wprowadzanej przez niego retardacji fazowej. Interesujące okazało się modelowanie zjawiska dyspersji dwójłomności materiału oraz porównanie wyników

**Tab. 7.3.** Parametry algorytmu PSO i porównanie wyników z pomiarem referencyjnym wykonanym na długości fali 1290 nm [41].

$a_n$	$r_a$	$b_n$	$r_b$	$N_p$	$K_{\max}$	$b$
0	0	0	0	20	20	4,2%
$\leq 0,015$	0,06	0	0	50	20	-4,1%
$\leq 0,015$	0,06	$\leq 0,008$	$= 0,03$	50	50	-6,2%

z metodą referencyjną. Najlepszą zgodność obu metod uzyskano dla liniowego modelu dyspersji, z wyjątkiem ekstremalnie dużych wartości dwójłomności, dla których lepszą zgodność zapewnił model kwadratowy. Ponieważ za pomocą modelu kwadratowego możliwe jest modelowanie również dyspersji liniowej, duże błędy zaobserwowane dla tego modelu mogą świadczyć o jednym z dwóch efektów: ze względu na dużą przestrzeń parametrów algorytm PSO nie odnalazł globalnego minimum błędu lub globalne minimum nie odpowiadało właściwej wartości dwójłomności (np. z powodu błędów w pomiarze widma promieniowania transmitowanego przez komórkę). Określenie, który z tych efektów wystąpił, może być tematem dalszych prac badawczych.

Przy założeniu braku dyspersji dwójłomności wyniki analizy widma retardacji fazowej dla dużych wartości dwójłomności odbiegały zauważalnie od wyników uzyskanych metodą referencyjną. Wskazuje to na konieczność modelowania zjawiska dyspersji dwójłomności w pomiarach materiałów o dużych dwójłomnościach metodą analizy widmowej.

Uzyskane wyniki prowadzą do następujących wniosków:

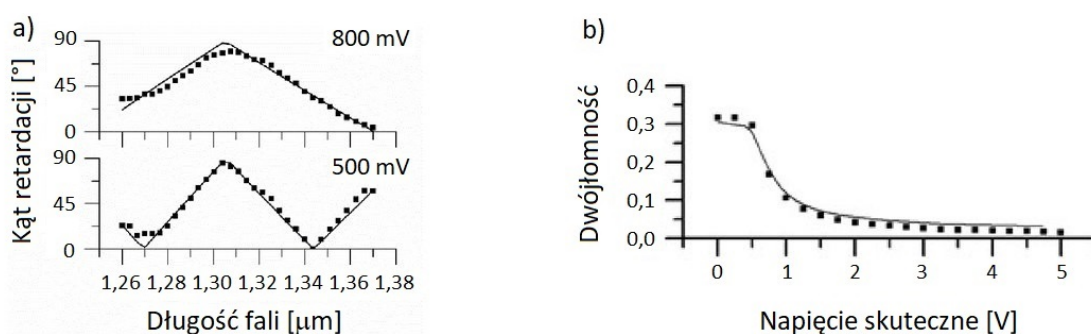
- zaproponowany algorytm analizy widm kąta retardacji pozwala na automatyczne wyznaczenie wartości dwójłomności dla szerokiego zakresu wartości tego parametru,
- właściwe modelowanie dyspersji dwójłomności ma zasadnicze znaczenie dla dokładności jej pomiaru metodą analizy widm kąta retardacji,
- dokładność zaproponowanej metody można oszacować na nieco lepszą niż 10%.



## 7.2.6 Numeryczna analiza widm retardacji fazowej uzyskanych za pomocą metody PS-OCT

Autor przeprowadził pomiar charakterystyki optycznej opisanej w podrozdziale 7.2.4 komórki ciekłokrystalicznej, wykorzystując do tego system PS-OCT. Widma kąta retardacji fazowej określono za pomocą krótkoczasowej transformacji Fouriera (STFT) sygnałów OCT osobno dla pionowego i poziomego stanu polaryzacji promieniowania optycznego w układzie detekcji. Pomiarów dokonano zarówno w sposób bezpośredni poprzez analizę widma kąta retardacji przy użyciu algorytmu PSO oraz w sposób pośredni poprzez stopniowe zmniejszanie napięcia wysterowania komórki i sumowanie obserwowanych zmian kąta retardacji dla środkowej długości fali użytego w systemie PS-OCT lasera (analogicznie do metody referencyjnej opisanej w podrozdziale 7.2.4).

Należy podkreślić pewną różnicę między pomiarem kąta retardacji za pomocą widma transmitowanego światła oraz pomiarem na podstawie czasowo-częstotliwościowej analizy sygnału OCT. Wykorzystanie do analizy sygnału OCT równanie (3.24) powoduje „zawinięcie” kąta retardacji między wartościami 0 i  $\pi/2$ , a nie, jak w przypadku eksperymentów opisanych w podrozdziale 7.2.4, między wartościami 0 a  $\pi$ . Nie ma to zasadniczego wpływu na analizowaną metodę, ale wymaga uwzględnienia poprzez obliczenia błędu średniokwadratowego optymalizowanego przez algorytm PSO.



**Rys. 7.23.** a) Przykładowe widma kąta retardacji fazowej komórki ciekłokrystalicznej zmierzone za pomocą czasowo-częstotliwościowej analizy sygnału PS-OCT dla dwóch różnych wartości napięć wysterowania. b) Charakterystyka elektrooptyczna komórki ciekłokrystalicznej, której dwójłomność mierzona była niezależnie dla każdego napięcia wysterowania za pomocą analizy widma kąta retardacji (punkty) oraz za pomocą metody małych zmian napięcia wysterowania (linia ciągła) [104].



Wyniki pomiarów kątów retardacji przeprowadzonych systemem PS-OCT, opublikowane przez autora i współpracowników w pracy [104], przedstawiono na rys. 7.23.

Przedstawione wyniki pokazują, że zastosowanie czasowo-częstotliwościowej analizy sygnału OCT pozwala na ilościowy pomiar dwójłomności transparentnych warstw zarówno w przypadkach małych (poniżej  $\pi/2$ ), jak i dużych (powyżej  $\pi/2$ ) wartości wprowadzanych przez te ośrodki retardacji fazowych. Przeprowadzenie pomiarów możliwe było nawet dla warstwy materiału ciekłokrystalicznego o dwójłomności zbliżonej do dużej wartości 0,3. Dowodzą zatem one słuszności **pierwszej tezy postawionej w rozprawie.**



## Rozdział 8

# Podsumowanie

Ogólną tematyką niniejszej rozprawy jest czasowo-częstotliwościowa analiza sygnału w optycznej tomografii koherentnej. W rozprawie przedstawiono podstawowe zasady działania systemów OCT z uwzględnieniem systemów z analizą stanu polaryzacji światła (PS-OCT). Omówiono również podstawy działania oraz propozycje zastosowań systemów OCT ze spektroskopową analizą światła rozproszonego wstecznie (S-OCT), bazujących na czasowo-częstotliwościowej analizie sygnału interferencyjnego. W rozprawie najwięcej uwagi poświęcono algorytmom analizy tego sygnału (w tym algorytmom opracowanych przez autora) wykorzystywanym do udowodnienia przedstawionych w rozprawie tez.

Pierwsza z tez dotyczy możliwości jednoznacznego pomiaru kąta retardacji fazowej wprowadzanej przez materiały dwójłomne. Autor, na przykładzie obrazowania materiałów polimerowych, wykazał, że nawet prosta analiza czasowo-częstotliwościowa (dwupasmowy kontrast spektroskopowy) pozwala na jednoznaczne określenie kierunku zmian kąta retardacji fazowej, niezależnie od jego rzędu. Możliwym zastosowaniem tej techniki są elastoptyczne pomiary naprężeń.

Przeprowadzone przez autora eksperymenty z komórkami ciekłokrystalicznymi o kontrolowanej elektrycznie dwójłomności wykazały, że analiza stanu polaryzacji światła w funkcji długości fali umożliwia nie tylko jakościowy, ale też ilościowy pomiar kąta retardacji fazowej. Doświadczenia przeprowadzone na systemie PS-OCT pokazały, że potrzebne do tego typu pomiaru widma kąta retardacji są możliwe do zmierzenia za pomocą systemów PS-OCT, przy wykorzystaniu czasowo-częstotliwościowej analizy sygnału interferencyjnego. Powyższe wyniki dowodzą pierwszej z tez pracy.

Druuga teza dotyczy możliwości obserwacji i pomiaru grubości struktur o gru-



bościach mniejszych niż długość drogi koherencji zastosowanego w konkretnym systemie OCT źródła promieniowania optycznego. Wykonane przez autora skany OCT z kontrastem spektroskopowym uzyskanym za pomocą tego typu analizy ujawniały obecność struktury cienkowarstwowej o grubości mniejszej niż rozdzielczość podłużna zastosowanego systemu, a przez to niemożliwej do zaobserwowania w tradycyjnym obrazowaniu OCT. Możliwa była obserwacja nie tylko obecności tej struktury, ale również i kierunku zmian jej grubości. Ponadto za pomocą analizy położenia minimów interferencyjnych w zmierzonych widmach światła wstecznie rozproszonego udało się przeprowadzić ilościowy pomiar grubości struktury. Wyniki te dowodzą drugiej z tez pracy.

Oprócz udowodnienia postawionych w pracy tez do oryginalnych osiągnięć autora, opisanych w rozprawie, należą:

1. zastosowanie w systemach OCT algorytmu niejednorodnego splotu, umożliwiającego szybkie i dokładne przepróbkowanie widm interferencyjnych,
2. połączenie przepróbkowywania widm interferencyjnych z ich filtracją dolnoprzepustową, co umożliwiło zmniejszenie czasu potrzebnego na analizę sygnału OCT,
3. zwrócenie uwagi na istotną rolę kształtu funkcji okna w transformacji STFT na dokładność pomiarów spektroskopowych dokonywanych metodą S-OCT, w szczególności wykazanie, że okno gaussowskie powoduje silne pogorszenie tej dokładności i powinno się je zastępować oknem prostokątnym,
4. opracowanie algorytmu rekursywnej analizy sygnału interferencyjnego w dziedzinie czasu (TDR), pozwalającego na szybkie generowanie kontrastu spektroskopowego w obrazach OCT.



# Bibliografia

- [1] W. Drexler i J. G. Fujimoto. *Optical Coherence Tomography. Technology and Applications*. Springer, 2008.
- [2] D. Stifter. Beyond biomedicine: A review of alternative applications and developments for optical coherence tomography. *Appl. Phys. B*, 88(3):337–357, 2007.
- [3] W. Drexler. Ultrahigh resolution optical coherence tomography. *J. Biomed. Opt.*, 9(1):47–74, 2004.
- [4] T. H. Tsai, O. O. Ahsen, H. C. Lee i in. Endoscopic optical coherence angiography enables 3-dimensional visualization of subsurface microvasculature. *Gastroenterology*, 147(6):1219–1221, 2014.
- [5] K. Liang, G. Traverso, H. C. Lee i in. Ultrahigh speed *en-face* OCT capsule for endoscopic imaging. *Biomed. Opt. Express*, 6(4):1146–1163, 2015.
- [6] T. H. Tsai, H. C. Lee, O. O. Ahsen i in. Ultrahigh speed endoscopic optical coherence tomography for gastroenterology. *Biomed. Opt. Express*, 5(12):4387–4404, 2014.
- [7] T. Marvdashti, L. Duan, J. Tang i in. Machine learning detection of basal cell carcinoma in human skin using polarization sensitive optical coherence tomography. *Biomedical Optics 2016*, JM4A.5, 2016.
- [8] Y. Zhao, J. Maher, H. Levinson i in. In vivo burn severity assessment in a mouse model using spectroscopic optical coherence tomography. *Optics in the Life Sciences*, BM4A.3, 2015.
- [9] M. T. Tsai, C. H. Yang, S. C. Shen i in. Monitoring of wound healing process of human skin after fractional laser treatments with optical coherence tomography. *Biomed. Opt. Express*, 4(11):2362–2375, 2013.

- [10] C. Sinescu, V. F. Duma, S. Canjau i in. Dentistry investigations of teeth and dental prostheses using oct. *Proc. SPIE*, 98870B, 2016.
- [11] V. Damodaran, S. Ranga Rao, N. J. Vasa. Optical coherence tomography based imaging of dental demineralisation and cavity restoration in 840nm and 1310nm wavelength regions. *Opt Lasers Eng.*, 83:59–65, 2016.
- [12] C. Mărcăuteanu, M. Negrutiu, C. Sinescu i in. Early detection of tooth wear by *en-face* optical coherence tomography. *Proc. SPIE*, 716205, 2009.
- [13] M. Bashkansky, M. D. Duncan, M. Kahn i in. Subsurface defect detection in ceramics by high-speed high-resolution optical coherent tomography. *Opt. Lett.*, 22(1):61–63, 1997.
- [14] S. Zhong, Y. C. Shen, L. Ho i in. Non-destructive quantification of pharmaceutical tablet coatings using terahertz pulsed imaging and optical coherence tomography. *Opt. Lasers Eng.*, 49(3):361–365, 2011.
- [15] D. M. Koller, G. Hanneschläger, M. Leitner, J. G. Khinast. Non-destructive analysis of tablet coatings with optical coherence tomography. *Eur. J. Pharm. Sci.*, 44(1):142–148, 2011.
- [16] J. Mauritz, R. S. Morrisby, R. S. Hutton i in. Imaging pharmaceutical tablets with optical coherence tomography. *J. Pharm. Sci.*, 99(1):385–391, 2010.
- [17] A. de Castro, S. Barbero, S. Ortiz, S. Marcos. Accuracy of the reconstruction of the crystalline lens gradient index with optimization methods from ray tracing and optical coherence tomography data. *Opt. Express*, 19(20):19265–19279, 2011.
- [18] P. Targowski, M. Góra, M. Wojtkowski. Optical coherence tomography for artwork diagnostics. *Laser Chem.*, 2006(2006):11, 2006.
- [19] D. Stifter, P. Burgholzer, O. Höglinger i in. Polarisation-sensitive optical coherence tomography for material characterisation and strain-field mapping. *Appl. Phys. A*, 76(6):947–951, 2003.
- [20] M. Strąkowski, J. Pluciński, B. B. Kosmowski. Multilayered structures examination using polarization sensitive optical coherence tomography. *Photonics Lett. Pol.*, 1(2):pp–52, 2009.

- [21] J. M. Tucker-Schwartz, T. A. Meyer, C. A. Patil i in. In vivo photothermal optical coherence tomography of gold nanorod contrast agents. *Biomed. Opt. Express*, 3(11):2881–2895, 2012.
- [22] C. Zhou, T. H. Tsai, D. C. Adler i in. Photothermal optical coherence tomography in ex vivo human breast tissues using gold nanoshells. *Opt. Lett.*, 35(5):700–702, 2010.
- [23] C. Sun, B. Standish, V. X. D. Yang. Optical coherence elastography: current status and future applications. *J. Biomed. Opt.*, 16(4):043001–043001, 2011.
- [24] B. F. Kennedy, K. M. Kennedy, D. D. Sampson. A review of optical coherence elastography: fundamentals, techniques and prospects. *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.*, 20(2):272–288, 2014.
- [25] M. S. Mahmud, D. W. Cadotte, B. V. i in. Review of speckle and phase variance optical coherence tomography to visualize microvascular networks. *J. Biomed. Opt.*, 18(5):050901–050901, 2013.
- [26] U. Morgner, W. Drexler, F. X. Kärtner i in. Spectroscopic optical coherence tomography. *Opt. Lett.*, 25(2):111–113, 2000.
- [27] D. Adler, T. Ko, P. Herz, J. Fujimoto. Optical coherence tomography contrast enhancement using spectroscopic analysis with spectral autocorrelation. *Opt. Express*, 12(22):5487–5501, 2004.
- [28] C. Xu, J. Ye, D. L. Marks, S. A. Boppart. Near-infrared dyes as contrast-enhancing agents for spectroscopic optical coherence tomography. *Opt. Lett.*, 29(14):1647–1649, 2004.
- [29] C. Xu, P. Scott Carney, W. Tan, S. A. Boppart. Light-scattering spectroscopic optical coherence tomography for differentiating cells in 3D cell culture. *Proc. SPIE*, s 608804–608804, 2006.
- [30] C. Xu, C. Vinegoni, T. S. Ralston i in. Spectroscopic spectral-domain optical coherence microscopy. *Opt. Lett.*, 31(8):1079–1081, 2006.
- [31] A. L. Oldenburg, C. Xu, S. A. Boppart. Spectroscopic optical coherence tomography and microscopy. *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.*, 13(6):1629–1640, 2007.

- [32] A. L. Oldenburg, M. N. Hansen, A. Wei, S. A. Boppart. Plasmon-resonant gold nanorods provide spectroscopic OCT contrast in excised human breast tumors. *Proc. SPIE*, s 68670E–68670E, 2008.
- [33] A. L. Oldenburg, M. N. Hansen, T. S. Ralston i in. Imaging gold nanorods in excised human breast carcinoma by spectroscopic optical coherence tomography. *J. Mater. Chem.*, 19(35):6407–6411, 2009.
- [34] Y. L. Li, K. Seekell, H. Yuan i in. Multispectral nanoparticle contrast agents for true-color spectroscopic optical coherence tomography. *Biomed. Opt. Express*, 3(8):1914, 2012.
- [35] A. Ajovalasit, S. Barone, G. Petrucci. A review of automated methods for the collection and analysis of photoelastic data. *J. Strain Anal. Eng.*, 33(2):75–91, 1998.
- [36] C. Almeida Magalhães, P. Smith Neto, P. A. Almeida i in. Separation of isochromatics and isoclinics phasemaps for the photoelastic technique with use phase shifting and a large number of high precision images. *Metrol. Meas. Syst.*, 20(1):127–138, 2013.
- [37] A. Guevara-Morales i U. Figueroa-López. Residual stresses in injection molded products. *J. Mater. Sci.*, 49(13):4399–4415, 2014.
- [38] H. N. Fructuoso, M. Martínez-Corral, G. S. Tortosa i in. Photoelastic analysis of partially occluded objects with an integral-imaging polariscope. *J. Disp. Technol.*, 10(4):255–262, 2014.
- [39] B. Eske Sørensen. A revised michel-lévy interference colour chart based on first-principles calculations. *Eur. J. Mineral.*, 25(1):5–10, 2013.
- [40] M. Reuter, N. Vieweg, B. M. Fischer i in.. Highly birefringent, low-loss liquid crystals for terahertz applications. *APL materials*, 1(1):012107, 2013.
- [41] M. Kraszewski, M. Strąkowski, J. Pluciński, B. B. Kosmowski. Spectral measurement of birefringence using particle swarm optimization analysis. *Appl. Opt.*, 54(1):76–84, 2015.
- [42] M. Strąkowski. *Rozprawa doktorska. Analiza stanu polaryzacji światła w układach optycznej tomografii koherentnej dla badań struktury materiałów optoelektronicznych i mikroelektronicznych.* Rozprawa doktorska, Politechnika Gdańska, 2009.

- [43] M. Kraszewski i R. Bogdanowicz. Laser reflectance interferometry system with a 405 nm laser diode for in situ measurements of CVD diamond thickness. *Metrol. Meas. Syst.*, 20(4):543–554, 2013.
- [44] M. Kraszewski i R. Bogdanowicz. In-situ optical diagnostics of boron-doped diamond films growth. *Photonics Lett. Pol.*, 5(4):140–142, 2013.
- [45] B. Max i E. Wolf. *Principles of Optics 7th edition*. Cambridge University Press, 1999.
- [46] J. W. Goodman. *Optyka statystyczna*. Wydawnictwo Naukowe PWN, 1993.
- [47] L. Mandel i E. Wolf. *Optical coherence and quantum optics*. Cambridge University Press, 1995.
- [48] A. V. Oppenheim, R. W. Schafer, J. R. Buck, i in. *Discrete-time signal processing*, volume 2. Prentice-hall Englewood Cliffs, 1989.
- [49] M. Wojtkowski, A. Kowalczyk, R. Leitgeb, A. F. Fercher. Full range complex spectral optical coherence tomography technique in eye imaging. *Opt. Lett.*, 27(16):1415–1417, 2002.
- [50] B. Hofer, B. Považay, B. Hermann i in. Dispersion encoded full range frequency domain optical coherence tomography. *Opt. Express*, 17(1):7–24, 2009.
- [51] K. Wiesauer, M. Pircher, E. Götzinger i in. Investigation of glass–fibre reinforced polymers by polarisation-sensitive, ultra-high resolution optical coherence tomography: Internal structures, defects and stress. *Compos. Sci. Technol.*, 67(15):3051–3058, 2007.
- [52] B. Braaf, K. A. Vermeer, M. de Groot i in. Fiber-based polarization-sensitive OCT of the human retina with correction of system polarization distortions. *Biomed. Opt. Express*, 5(8):2736–2758, 2014.
- [53] T. Marvdashti, L. Duan, K. Ransohoff i in. Towards automated detection of basal cell carcinoma from polarization sensitive optical coherence tomography images of human skin. *CLEO 2015: Science and Innovations*, s STh3K–3, 2015.
- [54] J. F. De Boer i T. E. Milner. Review of polarization sensitive optical coherence tomography and Stokes vector determination. *J. Biomed. Opt.*, 7(3):359–371, 2002.



- [55] T. Zieliński. *Cyfrowe przetwarzanie sygnałów. Od teorii do zastosowań*. Wydawnictwa Komunikacji i Łączności, 2013.
- [56] L. Cohen. *Time-frequency analysis*, volume 778. Prentice Hall PTR Englewood Cliffs, NJ:, 1995.
- [57] J. M. Schmitt, A. Knuttel, M. Yablowsky, M. A. Eckhaus. Optical-coherence tomography of a dense tissue: statistics of attenuation and backscattering. *Phys. Med. Biol.*, 39(10):1705, 1994.
- [58] A. I. Kholodnykh, I. Y. Petrova, K. V. Larin i in. Optimization of low coherence interferometry for quantitative analysis of tissue optical properties. *Proc. SPIE*, 4624:36–46, 2002.
- [59] A. I. Kholodnykh, I. Y. Petrova, K. V. Larin i in. Precision of measurement of tissue optical properties with optical coherence tomography. *Appl. Opt.*, 42(16):3027–3037, 2003.
- [60] D. Levitz, L. Thrane, M. H. Frosz i in. Determination of optical scattering properties of highly-scattering media in optical coherence tomography images. *Opt. Express*, 12(2):249–259, 2004.
- [61] D. J. Faber, F. J. Van der Meer, M. C. G. Aalders, T. G. van Leeuwen. Quantitative measurement of attenuation coefficients of weakly scattering media using optical coherence tomography. *Opt. Express*, 12(19):4353–4365, 2004.
- [62] L. Thrane, M. H. Frosz, T. M. Jørgensen i in. Extraction of optical scattering parameters and attenuation compensation in optical coherence tomography images of multilayered tissue structures. *Opt. Lett.*, 29(14):1641–1643, 2004.
- [63] F. J. van der Meer, D. J. Faber, D. M. B. Sassoon i in. Localized measurement of optical attenuation coefficients of atherosclerotic plaque constituents by quantitative optical coherence tomography. *Medical Imaging, IEEE Transactions on*, 24(10):1369–1376, 2005.
- [64] M. Kraszewski, M. Trojanowski, M. R. Strąkowski. Efficient signal processing in spectroscopic optical coherence tomography. *Proc. SPIE*, 93330V, 2015.

- [65] M. Trojanowski, M. Kraszewski, M. Strakowski, J. Pluciński. Parallel multithread computing for spectroscopic analysis in optical coherence tomography. *Procs. SPIE*, 91390E, 2014.
- [66] R. Leitgeb, M. Wojtkowski, A. Kowalczyk i in. Spectral measurement of absorption by spectroscopic frequency-domain optical coherence tomography. *Opt. Lett.*, 25(11):820–822, 2000.
- [67] C. Xu, P. S. Carney, S. A. Boppart. Wavelength-dependent scattering in spectroscopic optical coherence tomography. *Opt. Express*, 13(14):5450–5462, 2005.
- [68] R. N. Graf i A. Wax. Nuclear morphology measurements using Fourier domain low coherence interferometry. *Proc. SPIE*, 5690:461, 2005.
- [69] S. D. Dyer, T. Dennis, L. K. Street i in. Spectroscopic phase-dispersion optical coherence tomography measurements of scattering phantoms. *Opt. Express*, 14(18):8138–8153, 2006.
- [70] T. Dennis, S. D. Dyer, A. Dienstfrey. Phase-dispersion light scattering for quantitative size-imaging of spherical scatterers. *Proc. SPIE*, 6446:644609–1, 2007.
- [71] A. Kartakoullis, E. Bousi, C. Pitris. Scatterer size-based analysis of optical coherence tomography images using spectral estimation techniques. *Opt. Express*, 18(9):9181–9191, 2010.
- [72] B.C. M. Tay, T. H. Chow, B. K. Ng, T. K. S. Loh. Dual-window dual-bandwidth spectroscopic optical coherence tomography metric for qualitative scatterer size differentiation in tissues. *IEEE T. Bio.-Med. Eng.*, 59(9):2439–2448, 2012.
- [73] D. J. Faber, E. G. Mik, M. C. G. Aalders, T. G. van Leeuwen. Light absorption of (oxy-) hemoglobin assessed by spectroscopic optical coherence tomography. *Opt. Lett.*, 28(16):1436–1438, 2003.
- [74] D. J. Faber, E. G. Mik, M. C. G. Aalders, T. G. van Leeuwen. Toward assessment of blood oxygen saturation by spectroscopic optical coherence tomography. *Opt. Lett.*, 30(9):1015–1017, 2005.
- [75] C. Xu, D. L. Marks, M. N. Do, S. A. Boppart. Separation of absorption and scattering profiles in spectroscopic optical coherence tomography using a least-squares algorithm. *Opt. Express*, 12(20):4790–4803, 2004.

- [76] N. Bosschaart, M. C. Aalders, D. J. Faber i in. Quantitative measurements of absorption spectra in scattering media by low-coherence spectroscopy. *Opt. Lett.*, 34(23):3746–3748, 2009.
- [77] N. Bosschaart, T. G. van Leeuwen, M. C. G. Aalders, D. J. Faber. Quantitative comparison of analysis methods for spectroscopic optical coherence tomography. *Biomed. Opt. Express*, 4(11):2570–2584, 2013.
- [78] M. Kraszewski, M. Trojanowski, M. R. Strąkowski. Quantitative comparison of analysis methods for spectroscopic optical coherence tomography: comment. *Biomed. Opt. Express*, 5(9):3023–3033, 2014.
- [79] S. P. Chong, C. W. Merkle, C. Leahy i in. Quantitative microvascular hemoglobin mapping using visible light spectroscopic optical coherence tomography. *Biomed. Opt. Express*, 6(4):1429–1450, 2015.
- [80] J. R. Maher, V. Jaedicke, M. Medina i in. In vivo analysis of burns in a mouse model using spectroscopic optical coherence tomography. *Opt. Lett.*, 39(19):5594–5597, 2014.
- [81] C. Kasseck, V. Jaedicke, N. C. Gerhardt i in. Frequency domain optical coherence tomography with subsequent depth resolved spectroscopic image analysis. *Proc. SPIE*, 75542T, 2010.
- [82] C. Kasseck, V. Jaedicke, N. C. Gerhardt i in. Substance identification by depth resolved spectroscopic pattern reconstruction in frequency domain optical coherence tomography. *Opt. Commun.*, 283(23):4816–4822, 2010.
- [83] V. Jaedicke, H. Wiethoff, S. Aggcaerb i in. Spectroscopic optical coherence tomography for substance identification. *Proc. SPIE*, 80911U, 2011.
- [84] J. Yi, A. J. Radosevich, J. D. Rogers i in. Can OCT be sensitive to nanoscale structural alterations in biological tissue? *Opt. Express*, 21(7):9043–9059, 2013.
- [85] S. Alexandrov, H. Subhash, A. Zam, M. Leahy. Nano-sensitive optical coherence tomography (nsOCT) for depth resolved characterization of 3D submicron structure. *Proc. SPIE*, 89340Z, 2014.



- [86] A. Dubois. Spectroscopic polarization-sensitive full-field optical coherence tomography. *Opt. Express*, 20:9962–9977, 2012.
- [87] M. Strąkowski, J. Pluciński, B. B. Kosmowski. Polarization Sensitive Optical Coherence Tomography with Spectroscopic Analysis. *Acta Phys. Pol. A*, 120(4):785–788, 2011.
- [88] Santec IVS. <https://www.santec.com/en/products/oct/ivs-10002000> Dostęp z dnia 03.03.2018.
- [89] T. Cormen, C. Leiserson, R. Rivest, S. Clifford. *Wprowadzenie do algorytmów*. Wydawnictwo Naukowe PWN, 2012.
- [90] J. Xi, L. Huo, J. Li, X. Li. Generic real-time uniform k-space sampling method for high-speed swept-source optical coherence tomography. *Opt. Express*, 18(9):9511–9517, 2010.
- [91] N. Zhang, T. Huo, C. Wang i in. Compressed sensing with linear-in-wavenumber sampling in spectral-domain optical coherence tomography. *Opt. Lett.*, 37(15):3075–3077, 2012.
- [92] Y. Watanabe, S. Maeno, K. Aoshima i in. Real-time processing for full-range fourier-domain optical-coherence tomography with zero-filling interpolation using multiple graphic processing units. *Appl. Opt.*, 49(25):4756–4762, 2010.
- [93] T. Zieliński. *Cyfrowe przetwarzanie sygnałów w telekomunikacji*. Wydawnictwo Naukowe PWN, 2014.
- [94] M. Wojtkowski, V. Srinivasan, T. Ko i in. Ultrahigh-resolution, high-speed, fourier domain optical coherence tomography and methods for dispersion compensation. *Opt. Express*, 12(11):2404–2422, 2004.
- [95] A. F. Fercher, C. K. Hitzenberger, M. Sticker i in. Numerical dispersion compensation for partial coherence interferometry and optical coherence tomography. *Opt. Express*, 9(12):610–615, 2001.
- [96] B. Hermann, B. Hofer, C. Meier, W. Drexler. Spectroscopic measurements with dispersion encoded full range frequency domain optical coherence tomography

in single-and multilayered non-scattering phantoms. *Opt. Express*, 17(26):24162–24174, 2009.

- [97] B. Hofer, B. Považay, A. Unterhuber i in. Fast dispersion encoded full range optical coherence tomography for retinal imaging at 800 nm and 1060 nm. *Opt. Express*, 18(5):4898–4919, 2010.
- [98] F. Hlawatsch i F. Auger. *Time-frequency analysis*. John Wiley & Sons, 2013.
- [99] C. Xu, F. Kamalabadi, S. A. Boppart. Comparative performance analysis of time-frequency distributions for spectroscopic optical coherence tomography. *Appl. Opt.*, 44(10):1813–1822, 2005.
- [100] J. Białasiewicz. *Falki i aproksymacje*. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, 2004.
- [101] B. Hermann, K. Bizheva, A. Unterhuber i in. Precision of extracting absorption profiles from weakly scattering media with spectroscopic time-domain optical coherence tomography. *Opt. Express*, 12(8):1677–1688, 2004.
- [102] Imagej. <https://imagej.nih.gov/ij/> Dostęp z dnia 26.02.2018.
- [103] H. Tompkins i E. A. Irene. *Handbook of Ellipsometry*. William Andrew, 2005.
- [104] M. R. Strąkowski, M. Kraszewski, M. Trojanowski, J. Pluciński. Time-frequency analysis in optical coherence tomography for technical objects examination. *Proc. SPIE*, 9132:91320N, 2014.
- [105] J. J. Moré. The Levenberg-Marquardt algorithm: implementation and theory. Springer, 1978.
- [106] J. Kennedy. Particle swarm optimization. Springer, 2010.
- [107] R. Poli, J. Kennedy, T. Blackwell. Particle swarm optimization. An overview. *Swarm Intell.*, 1(1):33–57, 2007.
- [108] M. Clerc. *Particle swarm optimization*, volume 243. Iste London, 2006.
- [109] J. Li, S. T. Wu, S. Brugioni i in. Infrared refractive indices of liquid crystals. *J. Appl Phys*, 97(7):073501, 2005.
- [110] J. Li, C. H. Wen, S. Gauza i in. Refractive indices of liquid crystals for display applications. *J. Display Technol.*, 1(1):51–61, 2005.