

## **Edukacja matematyczna na poziomie akademickim na kierunkach ścisłych i technicznych w dobie technologii mobilnych i sztucznej inteligencji**

### **Abstrakt**

Rozwój technologii oraz rozwiązań bazujących na sztucznej inteligencji daje szansę pomocy nauczycielom i uczniom w rozwoju i poprawianiu wyników nauczania i uczenia się. Wszystko na to wskazuje, że narzędzia takie jak ChatGPT wkrótce staną się akceptowaną częścią zestawu narzędzi technologicznych, z których korzystać będą nauczyciele oraz uczący się matematyki. Musimy tylko nauczyć się, jak bezpiecznie i optymalnie z nich korzystać. Integracja wykorzystania technologii cyfrowej w edukacji matematycznej na poziomie akademickim jest ogromnym wyzwaniem. Z jednej strony mamy do dyspozycji wiele narzędzi, z których często sprawniej korzystają uczący się niż nauczyciele, a z drugiej strony deficyty wiedzy i umiejętności matematycznych kandydatów na studia wymagają wprowadzania wielu zmian w programach realizowanych w czasie zajęć. W przypadku edukacji matematycznej na kierunkach ścisłych i technicznych, powinno to skłaniać do działań związanych z analizą stosowanych metod edukacyjnych oraz wypracowania efektów uczenia się pozwalających studentom nie tylko na sprawne poruszanie się w cyfrowym świecie ale i na jego współtworzenie. W artykule przedstawiono wybrane wyniki badań ankietowych przeprowadzonych wśród studentów pierwszego roku studiów inżynierskich związanych z wykorzystywaniem aplikacji i oprogramowania wspierającego edukację matematyczną. Pokazano również przykłady e-technologii wykorzystywanych do uczenia się i rozwiązywania zadań przez studentów, wskazano na możliwości ich wykorzystania oraz zagrożenia jakie może stwarzać. Zasygnalizowano też konieczność modyfikacji programów i metod nauczania matematyki na poziomie akademickim pozwalających studentom na osiągnięcie efektów uczenia się z optymalnym wykorzystaniem technologii.

**Słowa kluczowe:** edukacja matematyczna na poziomie akademickim, innowacyjne kształcenie na poziomie akademickim, wykorzystanie e-technologii w edukacji

## Wprowadzenie

Istnieje wiele koncepcji związanych z procesem nauczania-uczenia się. Psychologowie edukacyjni zdefiniowali uczenie się na wiele sposobów i w różnych znaczeniach. Niezależnie, czy spojrzymy na edukację z perspektywy podaży i popytu (Wallfisch i Wallfisch, 1979), (Plewka, 2019) czy relacji typu uczeń-mistrz, (Pietrzykowski, 2022), to nauczanie można interpretować jako sekwencję działań, które mają wytworzyć uczenie się. Zdecydowanie nie jest to bierne przekazywanie informacji, ale angażowanie celem zbudowania motywacji do uczenia się i modyfikacji postaw (Sajdak-Burska, 2022).

Wśród „kompetencji przyszłości” kluczowe są kompetencje cyfrowe i techniczne oraz umiejętności kognitywne takie jak kreatywne i analityczne myślenie oraz czytanie, pisanie i matematyka (Leopold i inni, 2023). Przekłada się to bezpośrednio na wymagania jakie przed absolwentami szkół wyższych stawia rynek pracy. Oznacza to również, że poszukiwani będą wysoko kwalifikowani absolwenci kierunków ścisłych i technicznych, którzy będą w swojej pracy aktywnie i jednocześnie skutecznie wykorzystywali technologię.

Przykładów, w których edukacja matematyczna w kształceniu ścisłym i technicznym ma ogromne znaczenie, a wpływ błędów na przeciętnego człowieka jest duży, jest bardzo wiele. Przypomnijmy, że wczesne wersje mikroprocesorów Pentium miały problem z jednostką zmiennoprzecinkową, które w pewnych okolicznościach zmniejszały dokładność części obliczeń. Początkowo Intel starał się zatuszować problem, lecz gdy sprawa wyszła na jaw w 1994 roku, zgodził się wymienić wadliwy chip każdemu, kto zgłosi się do firmy. Przykład z innej dziedziny – jeden z największych holdingów finansowych na świecie JP Morgan Chase na swoich operacjach stracił w 2012 roku blisko 6 mld dolarów. Była to wina nie tylko słabego nadzoru. Do porażki aktywnie przyczyniły się błędnie opracowane arkusze kalkulacyjne. W czasie implementacji nowego modelu szacowania ryzyka osoba odpowiedzialna za przygotowywanie obliczeń z arkuszy kalkulacyjnych popełniła błąd – zamiast podzielić nowe i stare "współczynniki ryzyka" przez ich średnią, podzieliła je przez sumę. Raport senatu USA stwierdził, że z powodu tego błędu zmienność nowych kalkulacji była zaniżona i ryzyko transakcji było niedoszacowane.

Umiejętności matematyczne stanowią istotny element kluczowych umiejętności poznawczych i niezbędne jest rzetelne badanie danych związanych z efektami uczenia się matematyki. W Polsce przeprowadzane jest międzynarodowe badanie koordynowane przez Organizację Współpracy Gospodarczej i Rozwoju o nazwie PISA (Programme for International Student



Assessment). Jego celem jest uzyskanie porównywalnych danych o umiejętnościach uczniów, którzy ukończyli piętnasty rok życia w zakresie czytania i interpretacji, matematyki i rozumowania w naukach przyrodniczych. W Polsce analizy prowadzone są również na podstawie badań związanych z wynikami egzaminów zewnętrznych z matematyki takich jak egzamin maturalny. Niestety nie zawsze analizy te dają wyniki, które bezpośrednio przekładają się na poprawę jakości nauczania i organizacji systemów edukacyjnych (Baczko-Dombi, 2022). Cyt. „Podstawowym problemem systemu egzaminacyjnego jest również brak stabilizacji wynikający z ciągłych zmian programowych, koncepcji egzaminów (...). W ciągu 20 lat funkcjonowania systemu egzaminów Ministerstwo Edukacji Narodowej nie dokonało jego oceny merytorycznej (pod względem dydaktycznym i psychometrycznym). Również CKE nie przeprowadziła jej w trakcie dwóch dekad, co więcej, nie wykonywała w latach 2009–2015 statutowego obowiązku przeprowadzania corocznej ewaluacji egzaminów zewnętrznych” (Zalewski-Ejgierd, 2020).

Planowanie zakresu osiągniętych przez studentów efektów uczenia się z matematyki opierane jest na wymaganiach ogólnych i szczegółowych ujętych w podstawie programowej w szkołach oraz wynikach matur (Dolata i Sitek, 2015). Wyniki matur są przepustką do studiowania na wielu kierunkach. Egzamin z matematyki na poziomie podstawowym jest w Polsce egzaminem obowiązkowym. To oznacza, że muszą przystąpić do niego wszyscy maturzyści. Aby go zdać, należy uzyskać 30% punktów możliwych do zdobycia. Egzamin na poziomie rozszerzonym może zostać wybrany przez maturzystę jako egzamin dodatkowy. Wynik egzaminu z matematyki na poziomie rozszerzonym – podobnie jak z innych przedmiotów dodatkowych – nie ma wpływu na zdanie matury i zostanie tylko odnotowany na świadectwie maturalnym (jest brany pod uwagę przez niektóre uczelnie podczas rekrutacji). Co za tym idzie nie można porównywać średniego wyniku matur podstawowych z rozszerzonymi. Podczas egzaminu maturalnego (na obu poziomach) można korzystać z zestawu wzorów matematycznych oraz kalkulatora prostego (czyli pozwalającego tylko na wykonywanie działań: dodawania, odejmowania, mnożenia, dzielenia, wyciągania pierwiastka z liczb i obliczanie procentów). Centralna Komisja Egzaminacyjna prezentuje wyniki matur m.in. procentowo, w centylach, w skali staninowej.

Zwróćmy uwagę, że średnie wyniki egzaminu maturalnego w latach 2015-2022 na poziomie podstawowym wahały się pomiędzy 51 a 58 procent. Szkoły wyższe wskazują na rozdzźwięk pomiędzy efektami wyznaczonymi przez podstawę programową w szkołach, a faktycznym stanem wiedzy i umiejętności matematycznych uczniów. Odnotowano wzrost średniej



wyników matur z matematyki na poziomie podstawowym w formule z roku 2023. Dodajmy, że w tym roku wzrosła również zdawalność matury. Egzamin z matematyki na poziomie podstawowym w terminie głównym zdało w formule 2023 aż 94 procent maturzystów (80 procent w formule 2015). Przykładowo w roku 2022 w terminie głównym było to 82 procent.

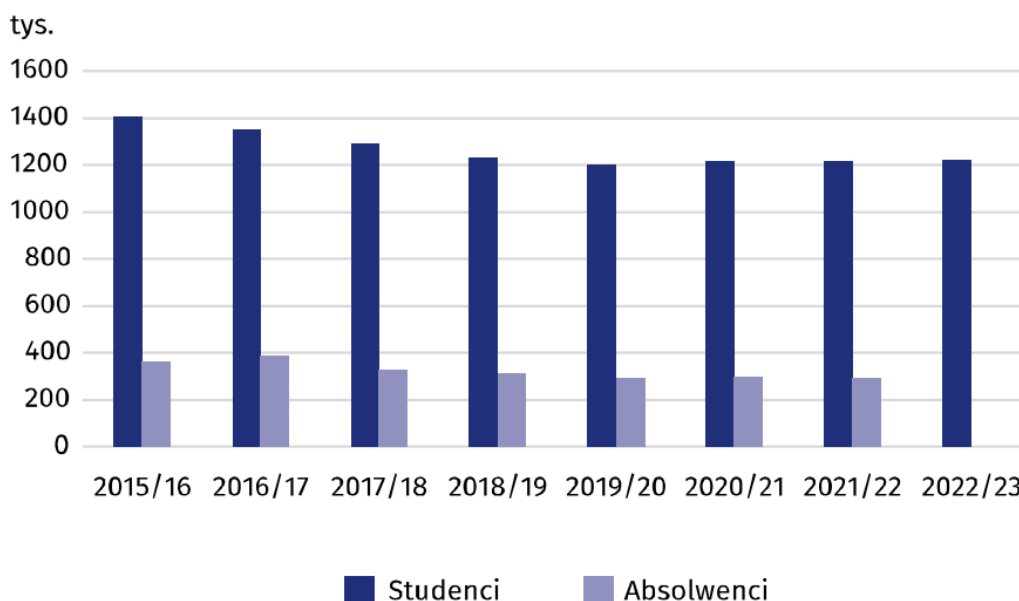
Dla nauczycieli akademickich prowadzących zajęcia na kierunkach ścisłych i technicznych, edukacja matematyczna na początkowych etapach studiów może być powodem troski oraz wymaga konieczności zaplanowania uzupełniania luk edukacyjnych. To wyzwanie, które może wymagać zindywidualizowanego podejścia do studentów i wyznaczenia różnorodnych ścieżek edukacyjnych prowadzących do realizacji zaplanowanych efektów uczenia się.

Uczelnie muszą brać pod uwagę również skutki zmian demograficznych. Kadra akademicka, dbając o wysoką jakość kształcenia i poziom badań naukowych, musi dostosować ofertę studiów do potrzeb pracodawców i zainteresowań kandydatów. Zmniejszająca się w latach akademickich 2015/16-2019/20 liczba studentów (Rysunek 1) mogła stanowić na uczelniach pokusę zmniejszania wymagań związanych z osiąganymi przez studentów efektami uczenia się.

### **Rysunek 1**

Opublikowane dnia 15 czerwca 2023 przez Główny Urząd Statystyczny wstępne dane dotyczące szkolnictwa wyższego pokazują, że w ostatnich latach spadała liczba osób podejmujących studia, a wzrost odnotowany w ostatnim roku był niewielki – cyt. „W latach akademickich 2015/16-2019/20 liczba studentów zmniejszyła się z 1405,1 tys. do 1204,0 tys., po czym liczba studentów zaczęła wzrastać i w roku akademickim 2022/23 wyniosła 1223,6 tys. osób.” (GUS, 2023).

**Wykres 1. Studenci i absolwenci uczelni (łącznie z cudzoziemcami)**



*Źródło:* (GUS, 2023). Dostęp 1.08.2023.

Na poziomie akademickim nie ma egzaminów zewnętrznych z matematyki (czyli takich, które oceniają osiągnięcie efektów uczenia się niezależnie od uczelni oraz nauczycieli akademickich prowadzących przedmiot). Zatem to na innych zajęciach wykorzystujących matematykę następuje dodatkowa weryfikacja efektów uczenia się z tego przedmiotu. Pozycja absolwenta danego kierunku na rynku pracy jest też pośrednim miernikiem sukcesu edukacyjnego z matematyki (Grotkowska i Gaik, 2019). Równocześnie to rynek pracy wpływa na decyzje maturzystów o wyborze kierunków ścisłych i technicznych, które niekoniecznie są zgodne z ich zainteresowaniami i predyspozycjami.

Pokolenie urodzone pomiędzy 1995 a 2012 (tzw. Generacja Z) jest pierwszym dorastającym w pełni scyfryzowanym społeczeństwie. Ma ono wyjątkową zdolność do swobodnego poruszania się i funkcjonowania w dwóch światach jednocześnie – w świecie online i offline (Wordwide, 2021). Zatem wykorzystanie technologii oraz wszechobecnego dostępu do internetu wydaje się być naturalnym wsparciem dla studentów w osiągnięciu efektów uczenia się. Nie można jednak podchodzić bezkrytycznie do stosowania nowych technologii w edukacji matematycznej w szkolnictwie wyższym. Należy w nich dostrzegać nie tylko możliwości, ale i zagrożenia (KidsOnline, 2020).



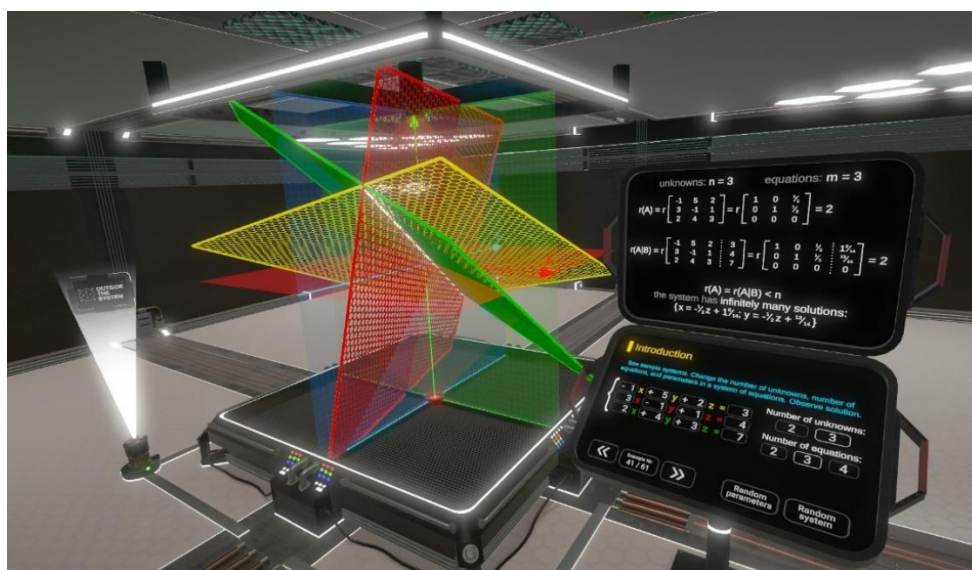
## Poszukiwanie metodycznych i technologicznych pomysłów na podniesienie poziomu edukacji matematycznej

Wszyscy jesteśmy zanurzeni w cyfrowym środowisku i granice między tym, co jest dostępne w realu, a tym co jest dostępne w cyfrowym środowisku zacierają się. Technologiczne rozwiązania związane z edukacją matematyczną to nie tylko aplikacje (Photomath, 2022), (SymbolabMathSolver, 2023), ale i całe platformy (KhanAcademy, 2023) czy środowiska zanurzone w wirtualnej rzeczywistości (Mathletics, 2023).

Z jednej strony najnowsze technologie takie jak rzeczywistość wirtualna (VR) i rzeczywistość rozszerzona (AR) oferują szereg korzyści nie tylko dla zdalnej ale i dla tradycyjnie prowadzonej edukacji na poziomie akademickim. Przykładowo: nauczanie takich pojęć jak własności pól skalarnych czy wektorowych lub wzajemnego położenia powierzchni nie jest możliwe w nauczaniu tradycyjnym w takim zakresie jak z narzędziami wizualizacyjnymi oferowanymi przez technologię 3D (Rysunek 2).

### Rysunek 2

Przykład możliwości włączenia VR do zajęć z algebry. W centralnej części widoczna jest wizualizacja układu równań liniowych oraz po prawej widać równocześnie przekształcenia algebraiczne wskazujące na wartość rzędu macierzy głównej i uzupełnionej. Widoczne są możliwości modyfikacji równań przez użytkownika, a co za tym idzie zmian w interpretacji geometrycznej układu.



Źródło: Projekt: Mathematical Models for Teaching Three-Dimensional Geometry Using Virtual Reality. Kierownik projektu: dr Jacek Stańdo, prof. PŁ.

Z drugiej strony wielu badaczy wskazuje, że technologia mocno zmienia procesy poznawcze dzieci i młodzieży i ma zdecydowany wpływ na ich kształtowanie i rozwój obejmujący również zachowania społeczne (Alho, Moisala i Salmela-Aro, 2022). Zatem nauczanie z wykorzystaniem technologii może wymagać modyfikacji metod nauczania oraz programów (Sysło, 2019).

Zmienia się sposób percepcji młodzieży, a ich uwaga i koncentracja jest często bardzo krucha, a podejmowane przez nich działania wymagają natychmiastowej nagrody. Tu z pomocą może przyjść wdrażanie koncepcji opartych o technologię wykorzystywanych na rynku komercyjnym, np. przyjazne dla użytkownika programy i aplikacje wspomagające pracę i wspierające oraz monitorujące proces osiągania celów, przyciąganie i zatrzymywanie uwagi użytkownika poprzez grywalizację (punkty lojalnościowe, możliwość dostępu do produktów promocyjnych) czy koncepcje wykorzystywane w handlu typu phygital. Phygital to połączenie dwóch słów: fizyczny i cyfrowy, czyli oznacza to połączenie świata tradycyjnego z możliwościami nowych technologii. Najważniejsze jest to, że w teorii phygital nie chodzi tylko o kopiowanie rzeczy, które znamy z rzeczywistości offline, i przenoszenia ich do świata cyfrowego. Chodzi o dostosowywanie tego, co zainteresowało odbiorców w środowisku wirtualnym, i wprowadzanie do użycia w “realu”. Aplikacje tworzone zgodnie z koncepcją phygital mają na celu osiągnięcie wysokiej jakości doświadczeń użytkownika tak, aby rzeczywistość i wirtualna rzeczywistość stanowiła spójną przestrzeń. Jako przykład można podać zajęcia polegające na rozwiązaniu rzeczywistego problemu z wykorzystaniem wizualizacji 3D i pokazanie jak wyznaczone rozwiązanie funkcjonuje w świecie rzeczywistym (Medina Herrera, Castro Pérez i Juárez Ordóñez, 2019).

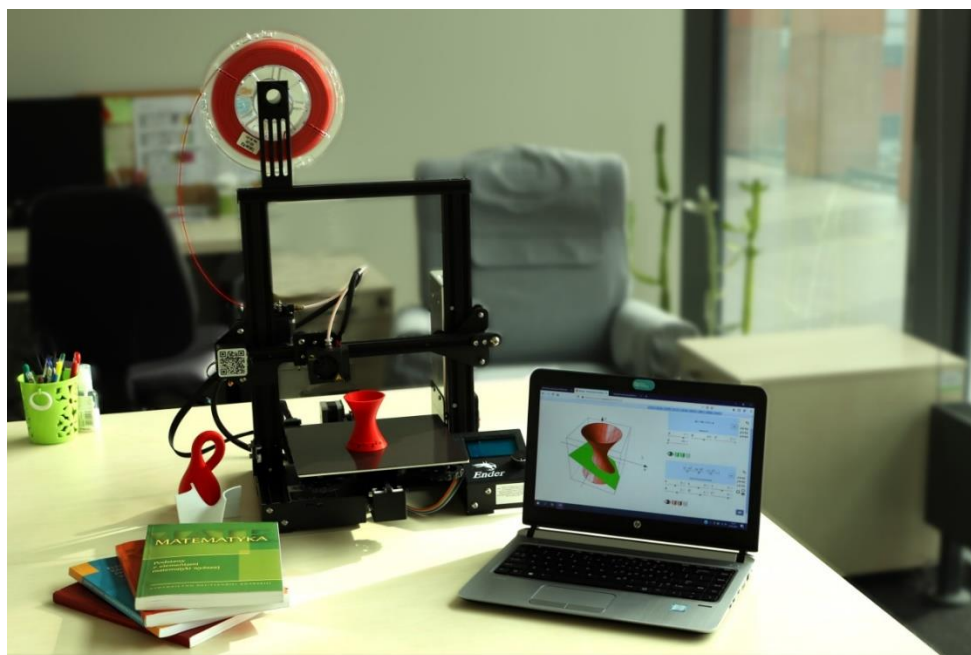
Przykładem możliwości połączenia technologii z edukacją matematyczną jest budowanie koncepcji powierzchni w przestrzeni trójwymiarowej (czyli rozumienia powiązań pomiędzy wzorem i jego parametrami mającymi wpływ na modyfikację położenia powierzchni w przestrzeni trójwymiarowej) wraz z wykorzystaniem podstaw programowania oraz możliwości jakie stwarza druk 3D. Daje to nie tylko szansę na zrozumienie pojęć, ale i na wskazanie wymagań związanych z rozwiązaniami technologicznymi (druk 3D możliwy jest tylko przy odpowiednim położeniu tworzonego obiektu (Rysunek 3)). Powiązanie teorii z zakresu matematyki z praktyką w zakresie technologii pozwoli na wytworzenie produktu, który może być np. częścią urządzenia.



Znane są również przykłady zaprzęgnięcia technologii do grywalizacji przedmiotów matematycznych (Ortiz, Castillo i Wong, 2022) oraz mobile learningu (Etcuban i Pantinople, 2018).

### Rysunek 3

Sala zajęciowa Centrum Matematyki PG (wykorzystanie oprogramowania MATLAB oraz (WirtualneLaboratoriaMatematyczne, 2023) do wydrukowania wizualizacji powierzchni na drukarce 3D).



*Źródło:* Fot. Łukasz Stępnik, zasoby Centrum Matematyki Politechniki Gdańskiej

Od końca 2022 roku wiele mówi się o systemach GPT (Generative Pre-trained Transformer), takich jak ChatGPT OpenAI, oraz o możliwym wpływie tej technologii na edukację (Azaria, 2022). W przypadku przedmiotów humanistycznych systemy te mają już bezpośredni wpływ na zmiany w edukacji oraz mechanizmy pozwalające na badanie i ocenianie osiągnięć edukacyjnych (Atlas, 2023). Uczeń poszukują dowodów, aby zrozumieć złożoność powiązań innowacji technologicznych i zmian wspierających nauczanie i uczenie się (Howard, Thompson, Yang i Ma, 2019).

Należy zwrócić uwagę, że technologię stanowią jedynie nowoczesne narzędzia możliwe do wykorzystania w pracy dydaktycznej, ale nie przesądzają o nowoczesności kształcenia. Innowacja pedagogiczna może obejmować całą strukturę systemu szkolnego lub jej ważne elementy. Zatem klasyfikacja innowacji ze względu na użytek formalnych wymagań



związanych z jej wdrożeniem może być podzielona na innowacje programowe (dotyczące programów zajęć), organizacyjne (dotyczące organizacji kształcenia, wychowania lub opieki) oraz metodyczne (dotyczące metod pracy dydaktycznej, wychowawczej lub opiekuńczej). Wszelkie innowacje powinny inicjować konstruktywne zmiany w myśleniu, emocjach i zachowaniu uczącego się (Stańdo i Spławska-Murmyło, Sposoby kształtowania u uczniów zdolności algorytmicznego rozwiązywania problemów, 2017). Wprowadzanie innowacji pedagogicznych w kształceniu na poziomie akademickim nie oznacza tylko posługiwania się najnowszymi technologiami, ale powinno opierać się na korzystaniu z najnowszych badań pedagogiki i psychologii dotyczących konstruowania procesu kształcenia poszerzonego o środowisko wirtualnej rzeczywistości (Miranda i inni, 2021).

Od 2019 roku Microsoft angażuje poważne siły i środki w rozwój sztucznej inteligencji, czego wyrazem jest współpraca z OpenAI (firma odpowiedzialna za ChatGPT).

Ma to przełożenie na mechanizmy technologiczne wspierające rozwiązywanie zagadnień matematycznych. Przykładowo Theano jest biblioteką Pythona, która umożliwia użytkownikom szybkie i łatwe opracowywanie, optymalizację i ocenę złożonych modeli głębokiego uczenia się. Uczenie głębokie bazuje na warstwach tzw. sieci neuronowych, które są algorytmami modelowanymi w przybliżeniu do sposobu działania ludzkich mózgow. Trening z dużą ilością danych konfiguruje neurony w sieci neuronowej. Wynikiem takiego treningu jest model uczenia głębokiego, który po przeszkoleniu przetwarza nowe dane. Jest to biblioteka typu open source opracowana przez Uniwersytet w Montrealu. Theano pozwalała na definiowanie, optymalizowanie i ocenianie wyrażeń matematycznych (takich jak wielowymiarowe tablice oraz macierze). Umożliwia też wykonywanie szybkich obliczeń oraz trenowanie algorytmów głębokiego uczenia. Inną, obecnie popularną biblioteką, jest Tensorflow lub jej odmiana Keras, która wykorzystuje obliczenia grafowe co umożliwia lepsze wizualizowanie budowanej sieci neuronowej, dzięki czemu można łatwiej znajdować błędy. Inną opcją uczenia własnych sieci neuronowych przy użyciu jedynie Pythona i jego biblioteki matematycznej NumPy. Daje to możliwość samodzielnego zbudowania sieci neuronowej głębokiego uczenia, która pozwala na zrozumienie jak działa rozpoznawanie obrazów, tłumaczenie tekstów na różne języki, a nawet pisanie tekstów literackich.

Oto trzy pomysły na to, jak Chat GPT może wspierać nauczycieli i uczących się w zakresie edukacji matematycznej na różnych etapach edukacji:

- nauczyciel początkowych klas szkoły podstawowej może poprosić ChatGPT o zaoferowanie strategii w „rozumieniu pojęcia liczby wśród uczniów drugiej klasy” lub „wykonywania działań związanych z szacowaniem”,
- nauczyciel technikum może poprosić ChatGPT o „tworzenie rzeczywistych scenariuszy problemów matematycznych dotyczących wykorzystania matematyki w inżynierii” lub zawęzić obszar zainteresowania i zająć się różnymi dziedzinami lub umiejętnościami takimi jak analiza danych, objętość, modele skalowane,
- nauczycielom akademickim ChatGPT może zaoferować niestandardowe pomysły na projekty, dzięki którym studenci mogą wykazać się zrozumieniem określonej koncepcji matematycznej (np. „Jakie są związki teorii szeregów Fouriera z próbami rozwiązywania równania falowego i równania ciepła?”).

Dla nauczycieli akademickich zdecydowanie polecana jest najnowsza (odpłatna) wersja ChatGPT 4, który jest tzw. modelem multimodalnym. Oznacza, że może on przyjmować oprócz tekstu inne typy danych – obrazy, dźwięki, animacje czy filmy video, co pozwala lepiej zrozumieć kontekst i zadanie. Przykładowo sztuczna inteligencja nowej generacji łączy umiejętności językowe ChatGPT z umiejętnościami matematycznymi Wolfram Alpha.

Wielu użytkowników ChatGPT twierdzi, że jedną z zalet wyszukiwania poprzez zadawanie pytań jest to, że możemy uzyskać „szybką” i „przekonującą” odpowiedź, która najprawdopodobniej jest oparta na analizie informacji w różnych źródłach. Oznaczać to może bezkrytyczne zaufanie do ChatGPT wynikające np. z opanowania w niewystarczającym stopniu umiejętności krytycznego myślenia lub braku świadomości potrzeby weryfikacji wiedzy i informacji w różnych źródłach. Za taki stan rzeczy odpowiada m.in. niewystarczający nacisk na kształtowanie umiejętności krytycznego myślenia na wszystkich etapach edukacji. W jak dużym zakresie możemy określać, czy wygenerowane przez ChatGPT są poprawne? Czy potrafimy zweryfikować autorstwo projektu lub rozwiązania zadania domowego? Na to pytanie nie ma niestety prostej odpowiedzi. Żadne z obecnie znanych rozwiązań technologicznych nie daje nam 100 procentowej pewności, że w każdym przypadku jesteśmy w stanie stwierdzić, że sztuczna inteligencja nie wspierała lub nie zastępowała domniemanego twórcy danej pracy. Dotyczy to nie tylko tekstu, ale i obrazów oraz dźwięków.

Jesteśmy w sytuacji, gdy konieczna jest otwarta wymiana doświadczeń i konsolidacja środowiska akademickiego zaangażowanego edukację. Konieczność weryfikacji źródeł wiedzy

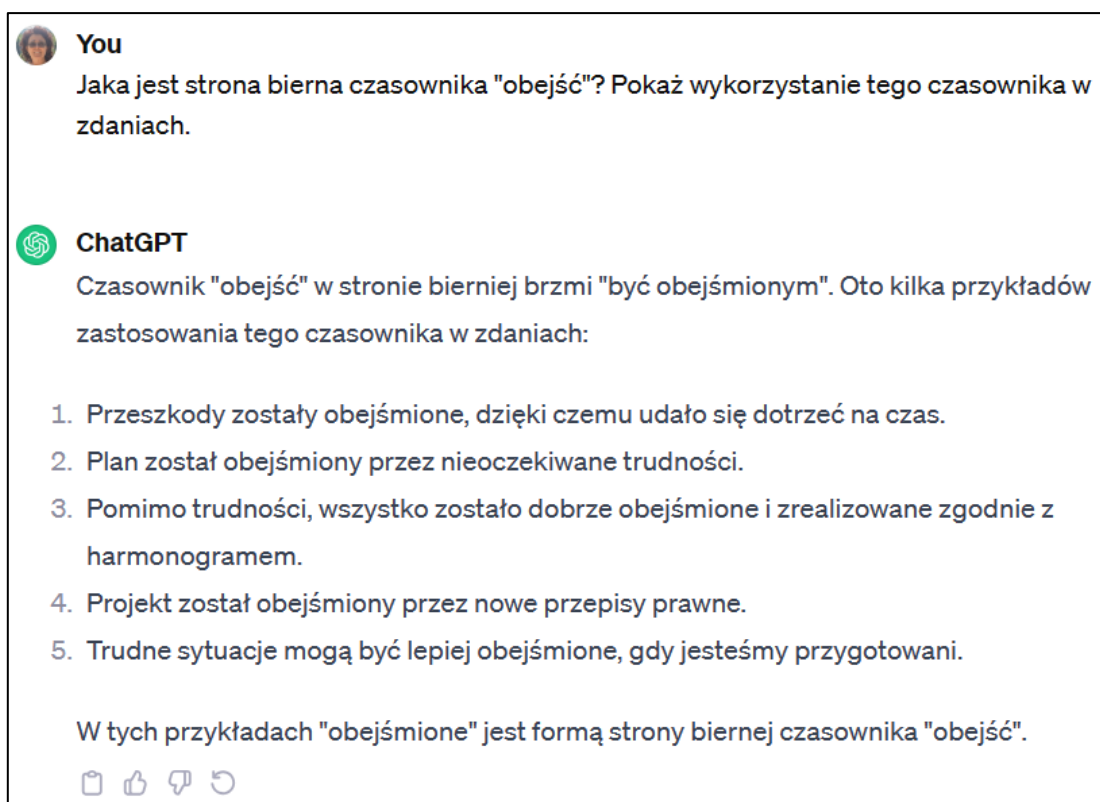


i umiejętność krytycznego myślenia powinny teraz stawać się bardzo istotnym elementem budowania umiejętności cyfrowych (Nalaskowski, 2023).

Na Rysunku 4 przedstawiono przykłady pytań z różnych dziedzin wiedzy wraz z wygenerowaną przez AI odpowiedzią.

#### Rysunek 4

Przykład pytania z języka polskiego wraz z wygenerowaną przez ChatGPT 3.5 błędną odpowiedzią oraz przykład polecenia z zakresu matematyki wraz z wygenerowaną przez ChatGPT 3.5 poprawną odpowiedzią.



**You**  
Jaka jest strona bierna czasownika "obejść"? Pokaż wykorzystanie tego czasownika w zdaniach.

**ChatGPT**  
Czasownik "obejść" w stronie biernej brzmi "być obejśmionym". Oto kilka przykładów zastosowania tego czasownika w zdaniach:

1. Przeszkody zostały obejśmione, dzięki czemu udało się dotrzeć na czas.
2. Plan został obejśmiony przez nieoczekiwane trudności.
3. Pomimo trudności, wszystko zostało dobrze obejśmione i zrealizowane zgodnie z harmonogramem.
4. Projekt został obejśmiony przez nowe przepisy prawne.
5. Trudne sytuacje mogą być lepiej obejśmione, gdy jesteśmy przygotowani.

W tych przykładach "obejśmione" jest formą strony biernej czasownika "obejść".

📄 👍 🗨️ ↻



You

W zbiorze liczb zespolonych rozwiąż równanie  $z^4 - 1 = 0$  i wynik przedstaw w postaci algebraicznej.



ChatGPT

Rozwiązanie równania  $z^4 - 1 = 0$  można znaleźć, faktoryzując lewą stronę równania. Zauważmy, że lewa strona to różnica kwadratów, a konkretnie kwadratu sumy i kwadratu różnicy:

$$z^4 - 1 = (z^2 - 1)(z^2 + 1)$$

Teraz rozwiązujemy każdy z tych czynników:

1.  $z^2 - 1 = 0$  daje rozwiązania  $z = 1$  oraz  $z = -1$ .
2.  $z^2 + 1 = 0$  nie ma rozwiązań w zbiorze liczb rzeczywistych, ale możemy skorzystać z liczb zespolonych i użyć jednostki urojonej  $i$ . Równanie to można przekształcić do postaci  $z^2 = -1$ , co daje rozwiązania  $z = i$  oraz  $z = -i$ .

Stąd otrzymujemy cztery rozwiązania:

$$z = 1, \quad z = -1, \quad z = i, \quad z = -i$$

Wszystkie te liczby są pierwiastkami równania  $z^4 - 1 = 0$ . Możemy również przedstawić te liczby w postaci algebraicznej:

1.  $z = 1$  (już jest w postaci algebraicznej).
2.  $z = -1$  (już jest w postaci algebraicznej).
3.  $z = i$  - postać algebraiczna to  $z = 0 + i$ .
4.  $z = -i$  - postać algebraiczna to  $z = 0 - i$ .

Podsumowując, rozwiązania w postaci algebraicznej to:

$$z = 1, \quad z = -1, \quad z = i, \quad z = -i$$

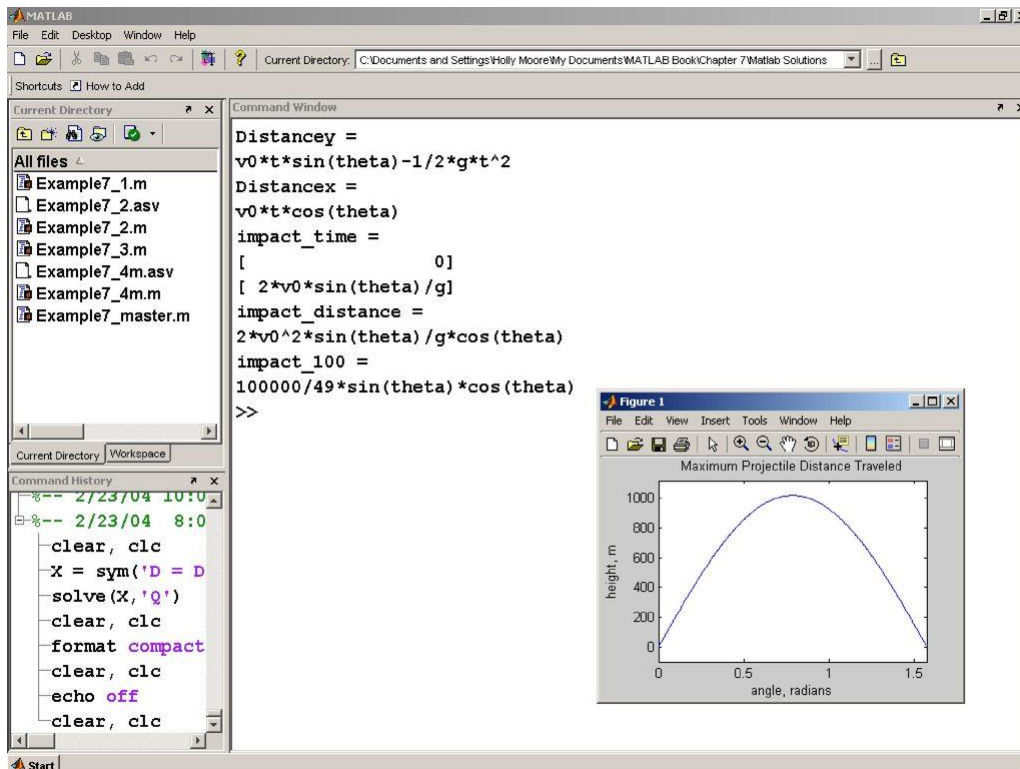
Źródło: <https://chat.openai.com/> Zasoby własne wygenerowane przez ChatGPT 3.5 dnia 15.10.2023

### Przykłady technologii wykorzystywanych w edukacji matematycznej

Profesjonalne oprogramowanie do obliczeń symbolicznych czy inżynierskich typu MATLAB, Mathematica czy Maple znane są już nauczycielom akademickim od wielu lat. Niestety wymagają one od studentów umiejętności z zakresu matematyki i podstaw programowania (Rysunek 5), aby otrzymać poszukiwany wynik rozwiązywanego zadania. Dodatkowo interpretacja otrzymanego wyniku często też wymaga dodatkowej wiedzy.

### Rysunek 5

Przykład wprowadzenia polecenia celem otrzymania rozwiązania zadania oraz wizualizacji za pomocą oprogramowania MATLAB.



Źródło: (MATLAB, 2023).

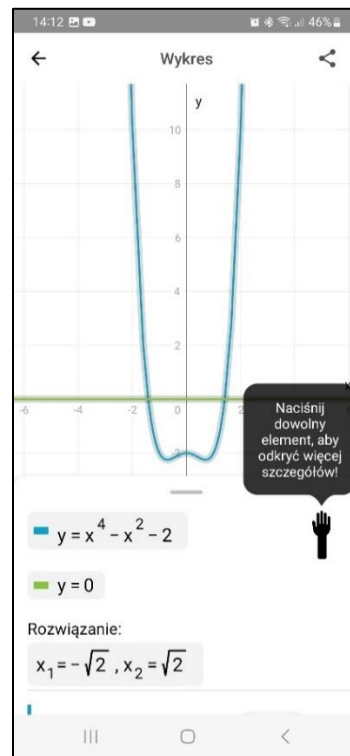
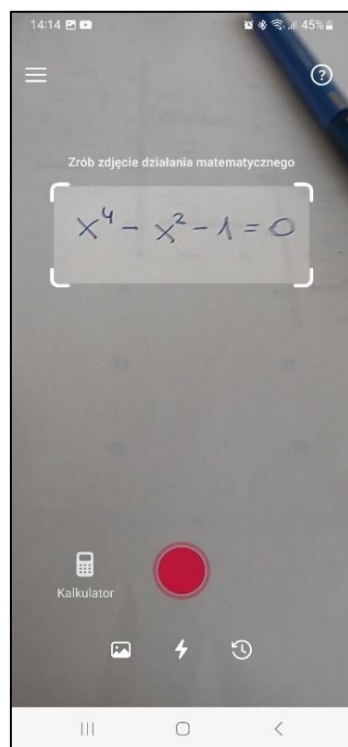
Dla początkującego studenta posiadającego deficyty w wiedzy matematycznej, tego typu oprogramowanie nie pozwala na intuicyjne i proste wprowadzenie treści zadania i odczytanie w jasnej formie pełnej odpowiedzi czy wskazówek dotyczących rozwiązywanego problemu matematycznego.

Na odpowiedź ze strony rynku technologicznego związaną z zapotrzebowaniem na intuicyjnie obsługiwane programy wspierające rozwiązywanie zadań z matematyki przez początkujących adeptów tej dziedziny wiedzy, nie trzeba było długo czekać. Pojawiło się wiele aplikacji mobilnych, które z wykonanego smartfonem zdjęcia zadania, pozwalają na interpretację jego treści i wyświetlenie rozwiązania. Przykładem może być niezwykle popularna wśród uczniów i studentów aplikacja Photomath (Rysunek 6).

## Rysunek 6

Przykłady rozwiązania krok po kroku zadań z wykorzystaniem Photomath. W pierwszym etapie zainstalowano aplikację na smartfonie (tutaj z systemem Android), w kolejnym etapie wykonano zdjęcie odręcznie zapisanej treści zadania. Aplikacja automatycznie generuje

odpowieź oraz umożliwia wyświetlenie dodatkowych informacji związanych z wyjaśnieniem poszczególnych etapów rozwiązania.



Źródło: Zadanie własne rozwiązane za pomocą Photomath.

Sztuczna inteligencja pojawiła się jako siła mająca bezpośredni wpływ na różne dziedziny życia, a edukacja nie jest tu wyjątkiem. Jedną z jej kluczowych zalet w nauczaniu matematyki jest możliwość oferowania spersonalizowanych doświadczeń edukacyjnych. Tradycyjne zajęcia często opierają się na uniwersalnym podejściu, w którym nauczyciele uczą we wcześniej ustalonym tempie. W efekcie niektórzy uczniowie nie są w stanie pokonać trudności w rozumieniu pojęć matematycznych, podczas gdy inni się nudzą. Platformy oparte na sztucznej inteligencji, takie jak Khan Academy i Smartick (Smartick, 2023) dzięki algorytmom uczenia maszynowego rozwiązują ten problem. Analizują one ogromne ilości danych w celu oceny mocnych i słabych stron poszczególnych osób uczących się oraz dostarczają dostosowane treści i ćwiczenia w celu zaspokojenia konkretnych potrzeb.

Dodatkowo aplikacje VR i AR zapewniają atrakcyjne wizualnie reprezentacje abstrakcyjnych pojęć matematycznych. To praktyczne doświadczenie sprawia, że matematyka jest bardziej namacalna i łatwiejsza do zrozumienia.

Platformy takie jak Prodigy (Prodigy, 2023) i Mathletics wykorzystują algorytmy sztucznej inteligencji np. do zapewniania interaktywnych i przypominających gry doświadczeń, przekształcając matematykę w przyjemne i wciągające zajęcia.

Systemy korepetycji oparte na sztucznej inteligencji, takie jak MATHia (MATHia, 2023) firmy Carnegie Learning, zapewniają zindywidualizowane wskazówki i całodobowe wsparcie w trakcie nauki. Analizują one za pomocą algorytmów adaptacyjnych odpowiedzi udzielane przez uczących się, identyfikują błędy i oferują ukierunkowane informacje zwrotne oraz wskazówki. Studenci mogą ćwiczyć z szeroką gamą zestawów problemów generowanych przez sztuczną inteligencję, które obejmują różne poziomy trudności i scenariusze. Dodatkowym atutem jest natychmiastowa informacja zwrotna pomagająca uczniom lepiej zrozumieć proces rozwiązywania problemów.

Singapurski startup Higgz Academia Technology Pte (Bloomberg, 2022) od 2022 roku przygotowuje kompleksowe oprogramowanie oparte na AI związane z edukacją matematyczną na poziomie szkolnym skierowane do niższych poziomów edukacji. Ma ono docelowo stać się standardowym wsparciem dla nauczycieli i uczniów na zajęciach z matematyki w szkołach.

Tego typu aplikacje tworzące adaptacyjne i dynamiczne środowiska uczenia się mogą być również bardzo dobrym wsparciem dla studenta, który zmaga się z trudnymi dla niego zadaniami na zajęciach z matematyki.



W przypadku nauczyciela akademickiego wykorzystywanie tego typu rozwiązań wymaga zmierzenia się z problemem związanym z wyznaczeniem efektów uczenia się, oceną zrozumienia przez studenta koncepcji matematycznych oraz wykorzystaniem ich w szerszym kontekście powiązanim z możliwościami zastosowania zagadnienia w innych działach matematyki czy techniki. Kluczowe znaczenie ma zapewnienie jakości treści generowanych przez sztuczną inteligencję. Oznacza to, że nauczyciele muszą walidować i weryfikować poprawność ćwiczeń i rozwiązań generowanych przez sztuczną inteligencję, aby zapobiegać błędom w osiąganiu efektów uczenia się. Przykładowo w roku 2023 ChatGPT słabo radził sobie z geometrią (Quintanilla, 2023). Przy wdrażaniu AI pojawia się też kwestia prywatności i bezpieczeństwa danych. Niezbędne jest zabezpieczenie danych osobowych studentów i zapewnienie, że systemy sztucznej inteligencji przestrzegają przepisów dotyczących prywatności.

Oczekuje się, że kolejne aktualizacje ChatGPT pozwolą obsługiwać bardziej skomplikowane obliczenia i będą dostarczać bardziej precyzyjnych odpowiedzi.

W grudniu 2022 roku ChatGPT został przetestowany pod kątem arkusza egzaminacyjnego międzynarodowej matury na poziomie standardowym (SL). ChatGPT uzyskał wynik 49/90, ale musiał pominąć dwa pytania ponieważ wymagały one rozpoznania diagramu i popełnił szereg poważnych błędów w kilku innych. Nie zmienia to faktu, że ChatGPT wykazał swój potencjał do skutecznego wykorzystania w naukach matematycznych oraz wydaje się, że niebawem będzie w stanie przeprowadzić logiczną analizę zadania i dostarczyć w wielu przypadkach prawidłowego rozwiązania (Rysunek 7).

### **Rysunek 7**

Treść zadania wygenerowanego przez ChatGPT. Dodano elementy pytania (tzw. promptu), które dostosowują odpowiedź do wymagań użytkownika wydającego polecenie.





You

Napisz przykładowe zadanie na geometryczne zastosowanie całki oznaczonej:

STYL: Akademicki

TON: Profesjonalny i precyzyjny

DŁUGOŚĆ: Pełna treść polecenia oraz rozwiązanie.

DODATKOWE PARAMETRY: Wysoki stopień trudności i uzasadnienie dla prawidłowej odpowiedzi.



ChatGPT

**Zadanie: Całka oznaczona w geometrii analizy matematycznej**

Rozważmy funkcję określoną na przedziale  $[0, 2]$  według wzoru  $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1$ . Funkcja ta reprezentuje krzywą w układzie współrzędnych. Znajdź pole powierzchni ograniczonej przez krzywą, oś  $OX$  oraz proste  $x = 0$  i  $x = 2$ .

**1. Opis geometrii:**

- Krzywa  $y = f(x)$  dla  $x$  z przedziału  $[0, 2]$  jest ograniczona przez oś  $OX$  oraz proste  $x = 0$  i  $x = 2$ .
- Oszacuj pole powierzchni ograniczonej przez krzywą i oś  $OX$  na danym przedziale.

**2. Zastosowanie całki oznaczonej:**

- Zdefiniuj całkę oznaczoną  $\int_0^2 (2x^3 - 3x^2 + 1) dx$  jako narzędzie matematyczne do obliczenia powierzchni pod krzywą na przedziale  $[0, 2]$ .
- Uzasadnij, dlaczego wartość tej całki reprezentuje pole powierzchni ograniczonej przez krzywą  $y = f(x)$ , oś  $OX$  oraz proste  $x = 0$  i  $x = 2$ .

**3. Zadanie:**

- Oblicz całkę oznaczoną  $\int_0^2 (2x^3 - 3x^2 + 1) dx$  przy użyciu odpowiednich technik całkowania.
- Podaj dokładną wartość oraz jednostki miary powierzchni ograniczonej przez krzywą  $y = f(x)$ , oś  $OX$  oraz proste  $x = 0$  i  $x = 2$ .

**4. Stopień trudności:**

- Zadanie to wymaga zastosowania reguły trzech trapezów lub innych technik całkowania do znalezienia dokładnej wartości całki oznaczonej.
- Uzasadnij, dlaczego korzystanie z całki oznaczonej jest kluczowe w kontekście obliczania powierzchni ograniczonej przez krzywą w tym konkretnym przypadku.

**Rozwiązanie:**

$$\text{Powierzchnia} = \int_0^2 (2x^3 - 3x^2 + 1) dx$$

$$\text{Powierzchnia} = \left[ \frac{1}{2}x^4 - x^3 + x \right]_0^2 = \frac{1}{2}(2^4) - 2^3 + 2 - (0)$$

$$\text{Powierzchnia} = 8 - 8 + 2 = 2$$

Jednostki miary powierzchni będą kwadratowe jednostki używane dla  $x$  i  $y$ .

Ostatecznie, pole powierzchni ograniczonej przez krzywą  $y = f(x)$ , oś  $OX$  oraz proste  $x = 0$  i  $x = 2$  wynosi 2 jednostki kwadratowe.

Źródło: <https://chat.openai.com/> Zasoby własne wygenerowane przez ChatGPT 3.5 dnia 5.10.2023



Otwarty dostęp do informacji i narzędzi pozwalających na rozwiązywanie zadań matematycznych powoduje, że ważne staje się nie zapamiętywanie czy posiadanie pewnych umiejętności rachunkowych, ale rozumienie pojęć i umiejętność ich logicznego i prawidłowego zastosowania oraz krytyczna ocena źródeł wiedzy. A uczenie oraz uczenie się matematyki w takiej rzeczywistości jest nowym wyzwaniem.

### **Efektywne metody nauczania matematyki to nie tylko technologia**

Wiele lat temu zauważono, że technologia, systemy eksperckie oraz sztuczna inteligencja mogą zrewolucjonizować edukację matematyczną (Lavicza, 2010), (Dąbrowicz-Tłałka, 2015).

Potrzebna jest jednak dyskusja na temat modyfikacji programów oraz metodyki nauczania matematyki na poziomie akademickim.

Tak jak Wolfram Alpha czy Microsoft Excel są powszechnie stosowanymi rozwiązaniami na zajęciach ze studentami, tak systemy oparte na sztucznej inteligencji ostatecznie staną się częścią zestawu narzędzi wykorzystywanych w edukacji matematycznej. Możemy się wkrótce spodziewać bardziej wyrafinowanych wirtualnych nauczycieli, chatbotów i inteligentnych platform edukacyjnych. Sztuczna inteligencja może ułatwić społecznościowe uczenie się, łącząc uczniów z rówieśnikami na całym świecie. Umożliwi to również wymianę pomysłów na wykorzystanie AI w edukacji przez nauczycieli oraz spopularyzuje metody wykorzystania sztucznej inteligencji do rozwiązywania różnorodnych problemów matematycznych.

Takie serwisy jak YouTube czy TikTok pokazują możliwości oraz zasięg w przekazywaniu informacji. Nauczyciele akademicy bardzo często stykają się z problemami jakie stwarza bezpośredni dostęp do materiałów o nikłej użyteczności związanych z edukacją matematyczną.

Jeżeli mówimy o recenzowanych, dostępnych online zasobach (również na urządzeniach mobilnych), to na wyróżnienie zasługują e-Podręczniki AGH (AGH, 2023). Są to publikowane na otwartych licencjach recenzowane źródła wiedzy, które pozwalają nauczycielom i studentom na tworzenie spersonalizowanych materiałów dydaktycznych. Podręczniki są sukcesywnie rozbudowywane, treści w różnych zasobach są aktywnie ze sobą powiązane, a mechanizmy związane z wyszukiwaniem są coraz bardziej zaawansowane. To nie tylko podstawa do zdobycia rzetelnej wiedzy, ale też możliwość pokazania studentom dobrych praktyk w zdobywaniu informacji w wirtualnym świecie i tworzenie standardów w opracowywaniu materiałów edukacyjnych.

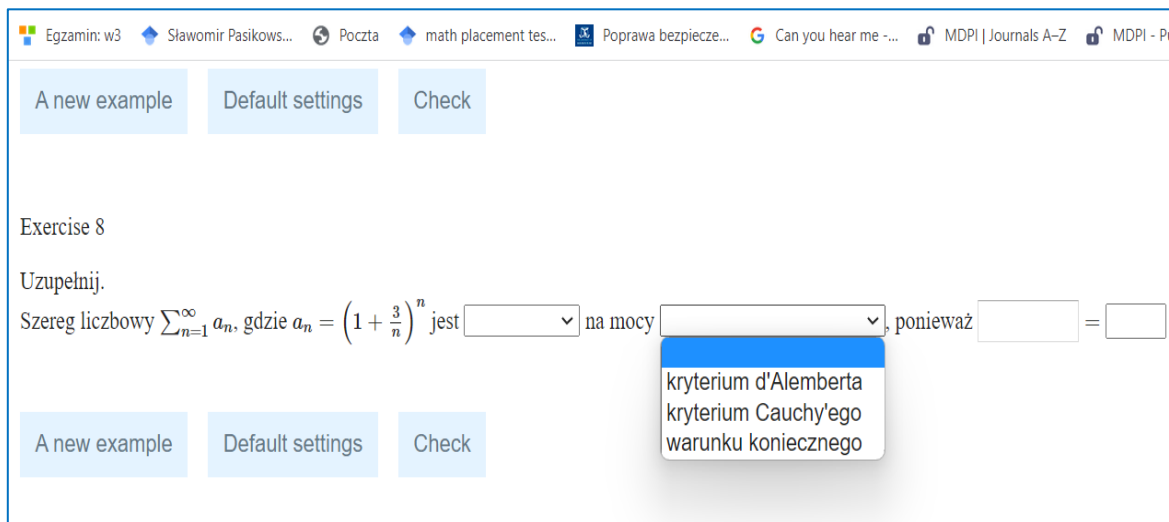


Dobrym rozwiązaniem byłoby opracowywanie przez zespoły ekspertów pakietów zadań do rozwiązania z wykorzystaniem wybranych aplikacji, przygotowywanie wizualizacji problemów i zagadnień teoretycznych czy przekształceń symbolicznych. Chodzi o stwarzanie szerokiej możliwości projektowania zajęć angażujących oraz wymagających od studentów wykazania się umiejętnością logicznego myślenia (Rysunek 8, Rysunek 9).

Takie wsparcie dla nauczycieli powinno być standardem (Rahadyan i Kurniawan, 2023).

### Rysunek 8

Zadanie generatorowe wymagające od studenta kilkietapowego wykazania się rozumieniem rozwiązania przykładu (temat: badanie zbieżności szeregu liczbowego).

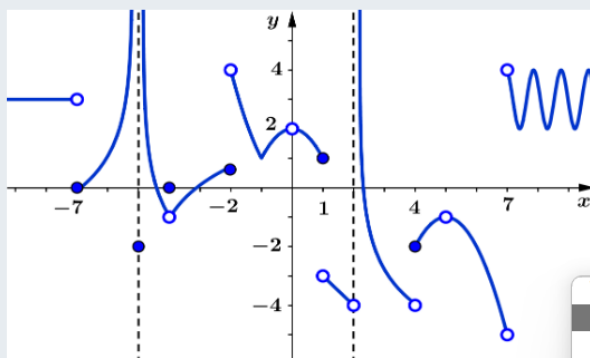


Źródło: (Stańdo, Trajektorie i walidacja efektów uczenia się w kontekście Polskiej Ramy Kwalifikacji, 2019) .

### Rysunek 9

Zadanie z eTestów z matematyki dla studentów Politechniki Gdańskiej. Treść generowanych przykładów utrudnia automatyczne wyznaczenie rozwiązania np. za pomocą aplikacji Photomath.

Rysunek przedstawia wykres funkcji  $f(x)$ .



Uzupełnij zdania na podstawie podanych warunków:

Funkcja  $f(x)$  ma nieciągłość pierwszego rodzaju typu "luka" w punkcie  $x_0 =$

Funkcja  $f(x)$  ma nieciągłość drugiego rodzaju w punkcie  $x_0 =$

Funkcja  $f(x)$  jest prawostronnie ciągła w punkcie  $x_0 =$

Funkcja  $f(x)$  ma nieciągłość pierwszego rodzaju typu "skok" w punkcie  $x_0 =$

Wybierz...

- 5
- 7
- 0
- 2
- 7
- 5
- 4

Wybierz... ▾

Wybierz... ▾

Wybierz... ▾

Źródło: Zasoby Centrum Matematyki Politechniki Gdańskiej na platformie eNauczanie PG.

Wobec możliwości wykorzystania aplikacji typu Photomath, standardowo sformułowane zadania (nawet typu generatorowego) np. „rozwiąż równanie”, „wyznacz promień zbieżności szeregu”, „oblicz całkę”, nie są już skutecznym narzędziem weryfikacji efektów uczenia się (Rysunek 10). Dlatego wyzwaniem jest innowacyjne opracowywanie treści zadań tak, aby ich rozwiązanie jak najlepiej pokazywało proces rozumowania studentów. Ocenie bezwzględnie powinna podlegać ocenie poprawność wyboru poszczególnych etapów rozwiązania problemu, a nie tylko otrzymany wynik (Stańdo, Bieniecki i Stoliński, Analiza wymagań dla systemu elektronicznego oceniania rozwiązań zadań egzaminacyjnych, 2009).

### Rysunek 10

Sformułowane tradycyjnie zadanie (zestaw zadań udostępniony studentom w postaci pliku PDF oraz rozwiązanie jednego z przykładów zestawu wygenerowane za pomocą aplikacji Photomath, Wolfram Alpha oraz Symbolab Math Solver.

Wyznacz promień zbieżności szeregów i zbadaj ich zbieżność na końcach przedziału zbieżności:

d1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n2^n}$  ;

d2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{1+2^n}$  ;

d3)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-x)^n}{3^{n+1}\sqrt{n}}$  ;

d4)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2}$  ;

d5)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{3n-1}$  ;

d6)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{5^n} x^n$  ;

d7)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n!} (x+2)^n$  ;

d8)  $\sum_{n=1}^{\infty} n(x-1)^n$  ;

d9)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{7^n} (x+5)^n$  ;

d10)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{(2n-1)2^n}$  ;

d11)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n(2x+3)^n}{n}$  ;

d12)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x-1)^n}{3n-2}$  ;

2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x-1)^n}{3n-2}$  ;

**KROKI ROZWIĄZANIA**

**Zbieżność szeregu potęgowego**

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(2x-1)^n}{3n-2}$$

↓ Znajdź promień zbieżności

$R = \frac{1}{2}$

$R = 0,5, R = 2^{-1}$

Pokaż etapy rozwiązywania →

Input

convergence  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x-1)^n}{3n-2}$

Interval of convergence Show plot

$|x : |1 - 2x| \leq 1 \text{ and } x \neq 1$

|z| is the absolute value of z

Alternate forms

$|1 - 2x| \leq 1 \wedge x \neq 1$

$x = 0 \vee (x \neq 1 \wedge \text{Re}(x) < 1 \wedge \sqrt{-(\text{Re}(x)-1)\text{Re}(x)} \geq -\text{Im}(x) \wedge \sqrt{-(\text{Re}(x)-1)\text{Re}(x)} \geq \text{Im}(x) \wedge \text{Re}(x) > 0)$

$e_1 \wedge e_2 \wedge \dots$  is the logical AND function  
 $\text{Re}(z)$  is the real part of z  
 $\text{Im}(z)$  is the imaginary part of z  
 $e_1 \vee e_2 \vee \dots$  is the logical OR function

Alternate form assuming x is real

$\sqrt{(2x-1)^2} \leq 1 \wedge x \neq 1$

Solutions

$0 < \text{Re}(x) < 1, -\sqrt{-(\text{Re}(x)-1)\text{Re}(x)} \leq \text{Im}(x) \leq \sqrt{-(\text{Re}(x)-1)\text{Re}(x)}$

$x = 0$

Number line

Sy

Pre Algebra Algebra Pre Calculus **Calculus** Functions Linear Algebra Trigonometry Statistics Physics Chemistry Finance Economics Conve

Solutions > Calculus Calculator > Interval of Convergence Calculator > interval of convergence sum from n=1 to infinity of ((2x-1)^n)/(3n-2)

interval of convergence  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x-1)^n}{3n-2}$  Go

$\frac{1}{2} + \frac{2}{3}$  Steps Examples

$x^2$

interval of convergence  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x-1)^n}{3n-2}$  Bookmark

Solution

Interval of convergence is  $0 \leq x < 1$

Show Steps

*Źródło:* Zadanie własne rozwiązane za pomocą Photomath, Wolfram Alpha oraz Symbolab.

Zwróćmy uwagę, że uczący oraz uczący się to dwa różne pokolenia i nie ma co ukrywać, że uczący mają nie tylko trudności z efektywnym korzystaniem z oprogramowania czy aplikacji ale i wyborem odpowiednich rozwiązań technologicznych. Oznacza to potrzebę kształtowania krytycyzmu w wyborze narzędzi informatycznych. Dotyczy to nie tylko edukacji matematycznej. Umiejętność wyboru oprogramowania oraz weryfikacji otrzymanego rozwiązania problemu inżynierskiego może mieć bezpośredni wpływ np. na zdrowie i życie użytkowników tych rozwiązań. Ze względu na ogromną powszechność wykorzystywania aplikacji czy oprogramowania, ten aspekt edukacji matematycznej nabiera obecnie dużego znaczenia.

### **Preferowane aplikacje wykorzystywane przez studentów na podstawie własnych badań ankietowych**

Zauważmy, że dla studentów kalkulator przestaje być podstawowym narzędziem technologicznym, który wspiera obliczenia rachunkowe. Młodzi ludzie mają ogromne doświadczenie w korzystaniu z prostych aplikacji do obliczeń lub wykonywania wizualizacji (typu Wolfram Alpha). Dla wielu jest to podstawowe narzędzie wspierające edukację matematyczną, do którego często mają bezgraniczne zaufanie.

Od roku 2019/2020 przeprowadzane są na jednym z wydziałów Politechniki Gdańskiej badania ankietowe dotyczące wykorzystania przez studentów aplikacji oraz oprogramowania do obliczeń matematycznych. Ankieta jest przeprowadzana w ramach wykładu z matematyki dla studentów pierwszego roku polskojęzycznych studiów inżynierskich na Wydziale Chemicznym Politechniki Gdańskiej. W badaniu w roku akademickim 2022/2023 wzięło udział 179 respondentów, którzy w formule online, poza zajęciami, udzielili odpowiedzi. Wybrano grupę studentów z kierunków, na których średnie wyniki obowiązkowego egzaminu maturalnego z matematyki na poziomie podstawowym były podobne. Wybór tego poziomu matury wynikał z dostępności danych dla całej grupy respondentów. Analiza wyników z roku akademickiego 2022/2023 jest podstawowa. Metodologia badania przeprowadzanego w roku akademickim 2023/2024 będzie już pozwalała na głębszą analizę oraz zaawansowane podsumowanie badań.

Studenci odpowiadali m.in. na pytania: „Wybierz aplikację, z której najczęściej korzystasz w trakcie samodzielnej nauki matematyki” (tutaj były zaproponowane nazwy aplikacji oraz pozycja przeznaczona na wpisanie nazwy oprogramowania, które nie zostało wymienione w ankiecie), „Czy na lekcjach w szkole wykorzystywane były aplikacje do nauki matematyki?” (tutaj do wyboru były dwie pozycje – Tak/Nie). Wyniki ankiety wskazują, że odsetek aktywnych użytkowników narzędzi technologicznych w trakcie nauki matematyki jest coraz większy (Rysunek 11).

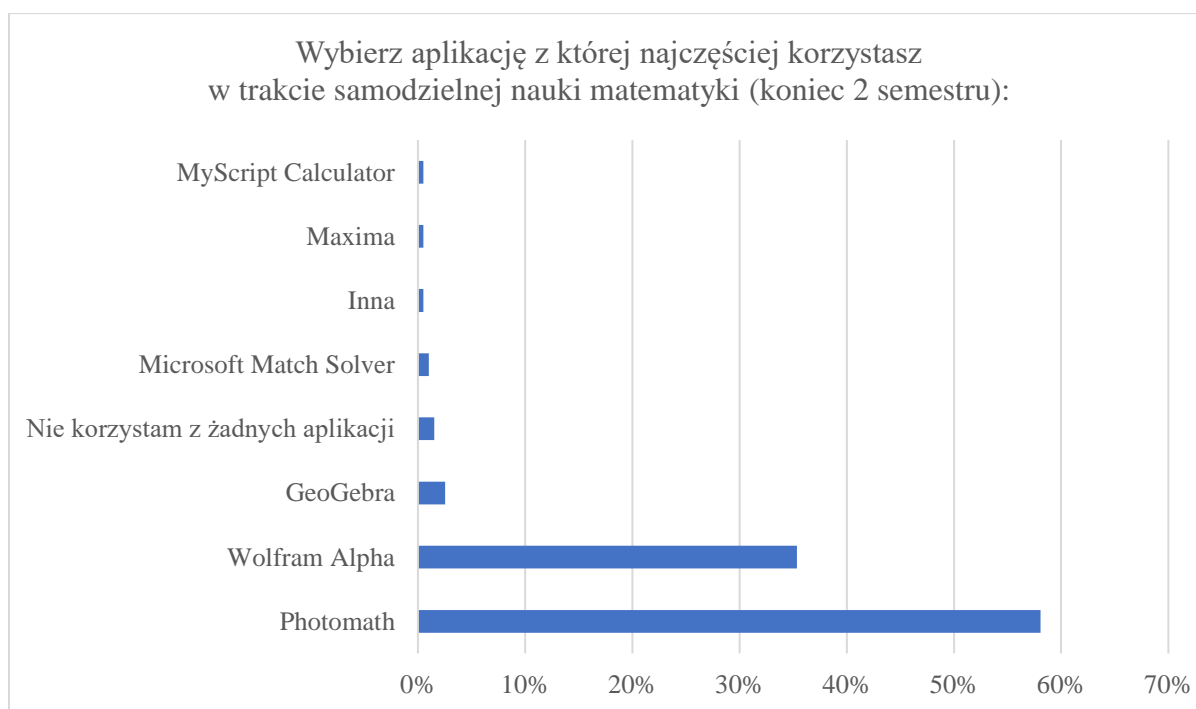
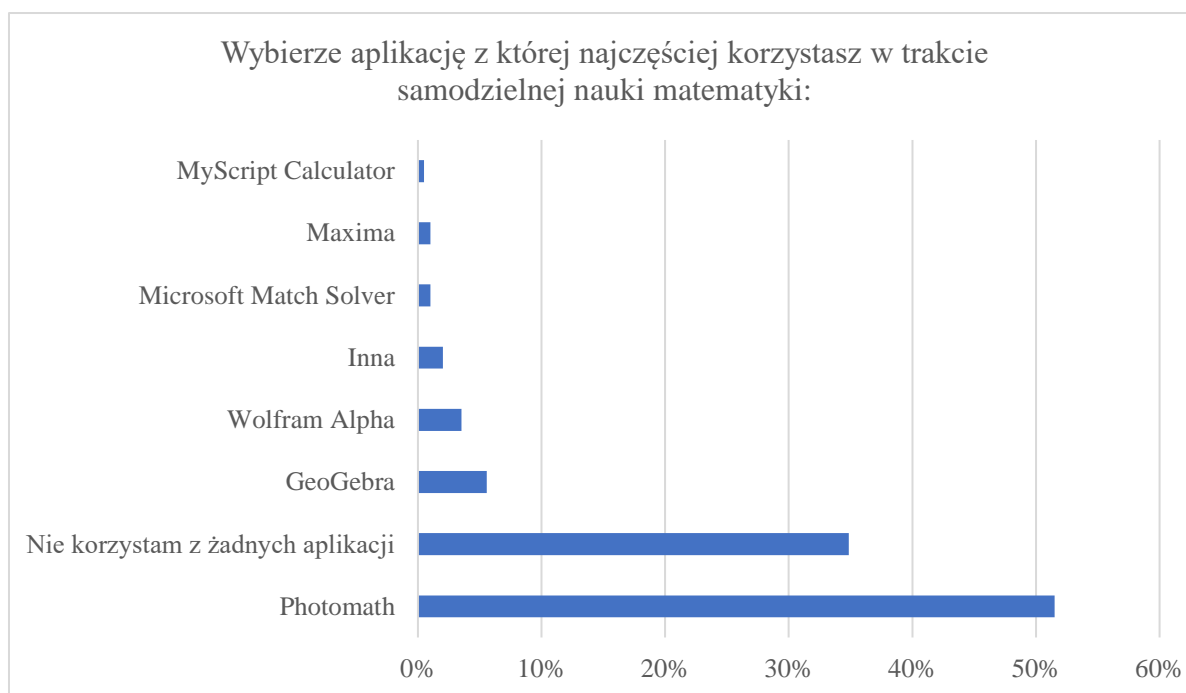
Na początku semestru nie korzystało z żadnych aplikacji w czasie nauki matematyki prawie 35 procent studentów, odsetek ten pod koniec drugiego semestru spadł poniżej 2 procent. Dodatkowo w ciągu całego roku akademickiego znacząco wzrósł odsetek użytkowników Wolfram Alpha – od prawie 4 procent do ponad 35 procent. Ten wzrost może wynikać z tego, że Photomath ma ograniczone możliwości w rozwiązywaniu zadań matematycznych na poziomie akademickim. Mimo, że interfejs użytkownika Wolfram Alpha nie jest dostępny w języku polskim, to studenci szybko pokonują tę trudność. W przypadku kierunków, na których przeprowadzono badanie ankietowe, zajęcia z matematyki uzupełniane są o możliwość wykorzystania materiałów edukacyjnych zamieszczonych na stronie (CM, 2023) skierowanej do studentów anglojęzycznej specjalności Green Technologies Wydziału Chemicznego Politechniki Gdańskiej. .

W wynikach badań ankietowych widać znaczącą przewagę aplikacji prostych w obsłudze (czyli np. wykorzystujących zdjęcie treści zadania wykonane za pomocą telefonu) i stosowanych na niższych etapach edukacji matematycznej.

### **Rysunek 11**

Wybrane wyniki ankiety, którą przeprowadzono w roku akademickim 2022/2023 w ramach wykładu z matematyki wśród studentów pierwszego roku studiów inżynierskich. Pierwszy wykres przedstawia wyniki ankiety przeprowadzonej na początku pierwszego semestru, a drugi na końcu drugiego semestru studiów.





*Źródło:* Badanie ankietowe oraz opracowanie własne.

Należy dodać, że producenci profesjonalnego oprogramowania do obliczeń oraz wizualizacji wprowadzają sukcesywnie rozwiązania, które powodują, że dane narzędzie technologiczne jest bardziej przyjazne nawet dla niezaawansowanego w umiejętnościach matematycznych oraz technologicznych użytkownika. Przykładowo: wprowadzanie wzorów i symboli





matematycznych w Wolfram Alpha nie wymaga już zaawansowanej znajomości poleceń LaTeX (Rysunek 12). Co więcej – wyświetlane rozwiązanie oferuje nie tylko odpowiedź, ale pozwala na zapoznanie się z etapami rozwiązania i interpretacją graficzną oraz umożliwia wyświetlanie dodatkowych informacji związanych z danym problemem.

## Rysunek 12

Przykłady obliczania całki i rozwiązania równania różniczkowego wykonane za pomocą Wolfram Alpha. Poniżej napisu „WolframAlpha computational intelligence” można wyświetlić pole przypominające mechanizm wstawiania wzorów stosowany w Wordzie. Poniżej treści wprowadzonego zadania znajduje się nie tylko odpowiedź, ale również interpretacja geometryczna problemu oraz możliwość wyświetlenia dodatkowych informacji powiązanych z otrzymanym rozwiązaniem.

**WolframAlpha**

integrate arctg x dx from x=0 to 1

NATURAL LANGUAGE MATH INPUT

Definite integral More digits  Step-by-step solution


$$\int_0^1 \cot^{-1}(x) dx = \frac{1}{4}(\pi + \log(4)) \approx 1.1320$$

$\cot^{-1}(x)$  is the inverse cotangent function  
 $\log(x)$  is the natural logarithm

Visual representation of the integral

Indefinite integral  Step-by-step solution

$$\int \cot^{-1}(x) dx = \frac{1}{2} \log(x^2 + 1) + x \cot^{-1}(x) + \text{constant}$$

integrate sin x dx from x=0 to pi

NATURAL LANGUAGE MATH INPUT

$\frac{\square}{\square}$ 
 $\square^\circ$ 
 $\sqrt{\square}$ 
 $\sqrt[3]{\square}$ 
 $\sqrt[n]{\square}$ 
 $\frac{d}{d\square}$ 
 $\frac{d^2}{d^2\square}$ 
 $\int \square$ 
 $\int \square$ 
 $\sum \square$ 
 $\lim \square$ 
 $[\square, \square]$ 
 $\left( \begin{matrix} \square & \square \\ \square & \square \end{matrix} \right)$

Input

$\{y''(x) + y(x) = 0, y(0) = 2, y'(0) = 1\}$

ODE names

Autonomous equation

$y''(x) = -y(x)$

[Autonomous equation »](#)

---

Van der Pol's equation

$y''(x) + y(x) = 0$

[van der Pol's equation »](#)

ODE classification

second-order linear ordinary differential equation

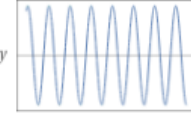
Alternate form

$\{y''(x) = -y(x), y(0) = 2, y'(0) = 1\}$

Differential equation solution  Step-by-step solution

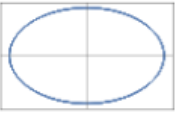
$y(x) = \sin(x) + 2 \cos(x)$

Plots of the solution



y

x



y'

y

*Źródło:* Zadania własne rozwiązane za pomocą Wolfram Alpha.

Prowadzane od 2019 roku badania własne autorki wskazują, że Photomath jest nie tylko najpopularniejszym narzędziem wykorzystywanym przez uczniów do rozwiązywania zadań, ale jest to narzędzie wybrane samodzielnie przez uczniów. Aplikacja ta nie jest wykorzystywana na lekcjach matematyki w szkole, a mimo to stała się dla uczniów nieodłącznym narzędziem do rozwiązywania zadań domowych czy wsparciem na zajęciach w formie zdalnej. Pojawiły się już opracowania związane z wykorzystaniem aplikacji Photomath (Zain, Setambah, Othman i Hanapi, 2023) oraz innych narzędzi możliwych do wykorzystania za pomocą smartfona bezpośrednio na zajęciach z matematyki (Emre-Akdoğan, 2022). Wynika



z nich, że aplikacje te mogą mieć duży potencjał, który wymaga innowacyjnego podejścia do metod osiągnięcia efektów uczenia się.

Przeprowadzone przez autorkę na początku roku akademickiego 2022/2023 badania ankietowe (Tabela 1) pokazują, że poniżej 14% respondentów wskazało, że na lekcjach matematyki w szkole były wykorzystywane aplikacje wspierające nauczanie matematyki. Dodatkowo ci, którzy wspominali o wykorzystywaniu na lekcjach aplikacji wskazywali na korzystanie przez nauczyciela z gotowych apletów Geogebra (Geogebra, 2023). Warto zauważyć, że wyniki ankiety pokazują, że wykorzystanie Geogebra w czasie semestru spadło – z 5,6 procent do 2,5 procent.

### **Tabela 1**

Wyniki ankiety, którą przeprowadzono na początku roku akademickiego 2022/2023 w ramach wykładu z matematyki wśród studentów pierwszego semestru studiów inżynierskich na Wydziale Chemicznym Politechniki Gdańskiej. W tabeli zamieszczono odsetek odpowiedzi respondentów na pytanie: „Czy na lekcjach w szkole wykorzystywane były aplikacje do nauki matematyki?”

<b>Tak</b>	<b>Nie</b>
13,63 %	83,36 %

*Źródło:* Badanie ankietowe oraz opracowanie własne.

Studenci wymieniali również portal Khan Academy, który opisuje swój profil działalności – cyt. „Jesteśmy organizacją non-profit. Naszą misją jest zapewnienie wszystkim, wszędzie i zawsze darmowej edukacji na wysokim poziomie” (KhanAcademy, 2023). Na polskiej stronie platformy materiały tłumaczą lub tworzą na licencji CC osoby, mające stopień naukowy. Materiały złożone są z filmów, ćwiczeń i artykułów wspomagających naukę matematyki (również na poziomie studiów stopnia pierwszego).

eTechnologie stały się we współczesnym świecie ważnym filarem procesu edukacji i wychowania młodego pokolenia (Cęcelek i Gogolewska-Tońska, 2022). Wyniki badań ankietowych przedstawionych w Tabeli 1 mogą sygnalizować, że niewielki odsetek kandydatów miał możliwość poznania różnorodnych, ale zweryfikowanych przez nauczyciela, narzędzi technologicznych do rozwiązywania problemów matematycznych.



Pytania ankietowe dotyczące różnorodnych metod wykorzystania aplikacji i oprogramowania do obliczeń oraz wizualizacji powinny być również skierowane do nauczycieli akademickich. Uzyskane w ten sposób informacje o dobrych praktykach należy badać oraz, w przypadku wykazania ich skuteczności, szeroko popularyzować. Oznacza to nie tylko potrzebę przekazywania informacji, organizowanie szkoleń, czy doceniania innowacyjnych metod prowadzenia zajęć z matematyki, ale również wspieranie badań naukowych w tym zakresie.

## **Podsumowanie**

Trwająca od ponad 10 lat tzw. czwarta rewolucja przemysłowa, dzięki coraz szerszemu wykorzystaniu sztucznej inteligencji powoduje zmiany w postrzeganiu i dostarczaniu informacji. Wdrożenie technologii przemysłu 4.0 implikuje poważne zmiany w wymaganiach stawianych pracownikom, którzy komunikować się będą za pośrednictwem sieci nie tylko ze sobą nawzajem, ale także z inteligentnymi systemami i ich produktami. Nowe zawody wymagają ukierunkowania kształcenia na określone kompetencje takie jak analityczne myślenie, innowacyjność, umiejętność uczenia się i kompleksowego rozwiązywania problemów, umiejętność korzystania z technologii (Kompetencje pracowników dziś i jutro, 2022). Przy czym w internecie nie tylko my „poznajemy”, ale jesteśmy też „poznawani” przez programy oparte na Big Data. Świadomość, że AI może samodzielnie tworzyć informacje powoduje, że musimy krytycznie podchodzić do informacji sugerowanej przez systemy i musimy tego nauczyć studentów. Powinno to mieć bezpośredni wpływ na określanie efektów uczenia się (Martínez-Sevilla i Alonso, 2022).

Matematyka jest kluczowym przedmiotem na uczelniach technicznych, który stwarza studentom wiele problemów. Edukacja matematyczna na poziomie akademickim nie może być sprowadzana do nauki stosowania wzorów czy poprawnego wykonywania wykresów. Opracowane efekty uczenia się powinny łączyć możliwości jakie stwarza technologia z innowacyjnymi metodami jakie oferuje współczesna pedagogika. Ogromne znaczenie ma rzetelne badanie metod oceniania i danych związanych z osiąganymi przez studentów efektami uczenia się matematyki. Ważne jest, aby zrozumieć, czy i w jaki sposób narzędzia technologiczne mogą pomóc poprawić wyniki w osiąganiu efektów uczenia się przez studentów i zapewnić im odpowiednie wsparcie (Viberg, Grönlund i Andersson, Integrating digital technology in mathematics education: a Swedish case study, 2020).

Trzeba też pamiętać, że technologia w połączeniu z solidną pedagogiką powinny rozwijać takie umiejętności studentów jak krytyczne myślenie czy dbałość o poprawną analizę danych (Viberg



i Mavroudi, The Role of Ubiquitous Computing and the Internet of Things for Developing 21st Century Skills Among Learners: Experts' Views, 2018). Wiemy, że wyszukując w sieci informacje na dany temat, każdy widzi odmienne obrazy rzeczywistości zasugerowane przez algorytmy wyszukiwarek. Przeformułowania wymaga więc myślenie o nauczaniu jako przekazywaniu wiedzy na rzecz rozwoju samodzielności studentów i kształtowania umiejętności krytycznego rozumienia informacji oraz mediów oraz kontekstów, w jakich one funkcjonują. Zwróćmy uwagę, że procesy masowego rozprzestrzeniania się informacji i niekontrolowany dostęp do wielu jej źródeł sprawiają, że osłabieniu ulegają poznawcze mechanizmy merytorycznej oceny, a wiarygodne i rzetelne informacje mogą być zmarginalizowane przez treści o wątpliwej wartości (Stefanowicz, 2010). Wiedza z tego aspektu wykorzystania technologii w edukacji matematycznej wymaga popularyzacji wśród nauczycieli akademickich.

Wypracowane tradycyjne metody uczenia i weryfikacji wiedzy nie przystają do wypełnionej technologią rzeczywistości, którą będą tworzyć nasi studenci. Dostępność aplikacji mobilnych oraz łatwość ich wykorzystania jest ogromną pokusą. Ale tylko wykorzystanie technologii w nierozzerwalnym związku z rozwojem metodyki oraz określaniem zakresu i metod osiągnięcia efektów uczenia się może przynieść dobre efekty i podnieść samoświadomość młodych ludzi w zakresie korzystania z technologii.

Oprogramowanie do obliczeń inżynierskich czy aplikacje oparte na sztucznej inteligencji będą najbardziej przydatne dla tych, którzy wiedzą, jakie pytania należy zadawać, jak zidentyfikować niedociągnięcia oraz poprawnie zinterpretują wygenerowane odpowiedzi.

Edukatorzy prowadzący zajęcia z matematyki na poziomie akademickim stoją przed wyzwaniami związanymi z dostosowaniem metodyki oraz narzędzi technologicznych wykorzystywanych w pracy dydaktycznej i przeanalizowaniem zakresu przedmiotowych treści merytorycznych oraz planowanych do osiągnięcia efektów uczenia się.

### **Bibliografia**

AGH. (2023). *ePodręczniki*. Pobrano z lokalizacji <https://epodreczniki.open.agh.edu.pl/>

Alho, K., Moisala, M. i Salmela-Aro, K. (2022). Effects of Media Multitasking and Video Gaming on Cognitive Functions and Their Neural Bases in Adolescents and Young Adults. *European Psychologist*, 131-140. doi:<https://doi.org/10.1027/1016-9040/a000477>



- Atlas, S. (2023). *ChatGPT for Higher Education and Professional Development*. College of Business Faculty Publications, University of Rhode Island : Amazon Digital Services LLC - Kdp. Pobrano z lokalizacji [https://digitalcommons.uri.edu/cba\\_facpubs/548](https://digitalcommons.uri.edu/cba_facpubs/548)
- Azaria, A. (2022). ChatGPT Usage and Limitations. *ResearchGate*. doi:10.13140/RG.2.2.26616.11526
- Baczko-Dombi, A. (2022). Edukacja matematyczna w Polsce w świetle badań i wyników egzaminów zewnętrznych – wybrane aspekty społeczne. *Studia BAS*, strony 95-117. Pobrano z lokalizacji [https://cejsh.icm.edu.pl/cejsh/element/bwmeta1.element.ojs-doi-10\\_31268\\_StudiaBAS\\_2022\\_14/c/articles-2194874.pdf.pdf](https://cejsh.icm.edu.pl/cejsh/element/bwmeta1.element.ojs-doi-10_31268_StudiaBAS_2022_14/c/articles-2194874.pdf.pdf)
- Bloomberg. (2022). *Bloomberg*. Pobrano z lokalizacji <https://www.bloomberg.com/news/articles/2023-04-21/gpt-powered-math-app-seeks-funding-at-100-million-plus-value?leadSource=uverify%20wall>
- Cęcelek, G. i Gogolewska-Tońska, M. (2022). Rola edukacji medialnej w procesie przygotowania dzieci i młodzieży do racjonalnego korzystania z przestrzeni wirtualnej. *Kultura i Wychowanie*, 21(1), strony 37-55.
- CM, P. (2023). *Mathematics*. Pobrano z lokalizacji <https://cm.pg.edu.pl/en/mathematics>
- Dąbrowicz-Tłałka, A. (2015). Technologia w nauczaniu matematyki. *IV Seminarium : Bez matematyki kariery nie zrobisz* (strony 57-62). Gdańsk: Centrum Edukacji Nauczycieli w Gdańsku.
- Dolata, R. i Sitek, M. (2015). *Raport o stanie edukacji 2014. Egzaminacje zewnętrzne w polityce i praktyce edukacyjnej*. Warszawa: Instytut Badań Edukacyjnych.
- Emre-Akdoğan, E. (2022, 03 31). Examining mathematical creativity of prospective mathematics teachers through problem posing. *Teaching Mathematics and its Applications: An International Journal of the IMA*. doi:<https://doi.org/10.1093/teamat/hrac006>
- Etcuban, J. O. i Pantinople, L. D. (2018, 10 02). The Effects of Mobile Application in Teaching High School Mathematics. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, strony 249-259. doi:<https://doi.org/10.12973/iejme/3906>
- Geogebra. (2023). *Geogebra*. Pobrano z lokalizacji <https://www.geogebra.org/?lang=pl>
- Grotkowska, G. i Gaik, A. (2019). Wpływ cech szkoły wyższej na sytuację absolwentów na rynku pracy. *Rynek Pracy 2019*(169 (2)), strony 31-45.
- GUS. (2023, czerwiec 16). *Główny Urząd statystyczny*. Pobrano z lokalizacji [https://stat.gov.pl/files/gfx/portalinformacyjny/pl/defaultaktualnosci/5488/8/9/1/szkolnictwo\\_wyzsze\\_w\\_roku\\_akademickim\\_2022-2023\\_-\\_wyniki\\_wstepne.pdf](https://stat.gov.pl/files/gfx/portalinformacyjny/pl/defaultaktualnosci/5488/8/9/1/szkolnictwo_wyzsze_w_roku_akademickim_2022-2023_-_wyniki_wstepne.pdf)
- Howard, S., Thompson, K., Yang, J. i Ma, J. (2019). Working the system: Development of a system model of technology integration to inform learning task design. *British Journal of Educational Technology* 50(1), 326–341. doi:<https://doi.org/10.1111/bjet.12560>
- KhanAcademy. (2023). *KhanAcademy*. Pobrano z lokalizacji <https://pl.khanacademy.org/>
- KidsOnline, E. (2020). *EU Kids Online*. Pobrano z lokalizacji <https://www.lse.ac.uk/media-and-communications/assets/documents/research/eu-kids-online/reports/EU-Kids-Online-2020-10Feb2020.pdf>



- Kompetencje pracowników dziś i jutro.* (2022). Polski Instytut Ekonomiczny. Pobrano z lokalizacji [https://pie.net.pl/wp-content/uploads/2022/04/PIE\\_Raport\\_Kompetencje-pracownikow-dzis-i-jutro.pdf](https://pie.net.pl/wp-content/uploads/2022/04/PIE_Raport_Kompetencje-pracownikow-dzis-i-jutro.pdf)
- Lavicza, Z. (2010). Integrating technology into mathematics teaching at the university level. *ZDM* (42), 105–119. doi:<https://doi.org/10.1007/s11858-009-0225-1>
- Leopold, T. A., Zahidi, S., Hasselaar, E., Rayner, M., Grayling, S., Li, R. i Di Battista, A. (2023). The Future of Jobs Report. World Economic Forum. Pobrano z lokalizacji [https://www3.weforum.org/docs/WEF\\_Future\\_of\\_Jobs\\_2023.pdf](https://www3.weforum.org/docs/WEF_Future_of_Jobs_2023.pdf)
- Martínez-Sevilla, A. i Alonso, S. (2022, 03 10). AI and Mathematics Interaction for a New Learning Paradigm on Monumental Heritage. *Mathematics Education in the Digital Era*, str. volume 17. doi: [https://doi.org/10.1007/978-3-030-86909-0\\_6](https://doi.org/10.1007/978-3-030-86909-0_6)
- MATHia. (2023). *MATHia*. Pobrano z lokalizacji <https://www.carnegielearning.com/solutions/math/mathia/>
- Mathletics. (2023). *Mathletics*. Pobrano z lokalizacji <https://www.mathletics.com/uk/>
- MATLAB. (2023). *MATLAB for engineers*. Pobrano z lokalizacji <https://slideplayer.com/slide/12727087/>
- Medina Herrera, L., Castro Pérez, J. i Juárez Ordóñez, S. (2019). Developing spatial mathematical skills through 3D tools: augmented reality, virtual environments and 3D printing. *International Journal on Interactive Design and Manufacturing (IJIDeM)* 13, 1385-1399.
- Miranda, J., Navarrete, C., Noguez, J., Molina-Espinosa, J. M., Ramírez-Montoya, M. S., Navarro-Tuch, S. A., . . . Molina, A. (2021, 07). The core components of education 4.0 in higher education: Three case studies in engineering education. *Computers & Electrical Engineering Volume 93*, str. 107278. doi:<https://doi.org/10.1016/j.compeleceng.2021.107278>
- Nalaskowski, F. (2023). Prace naukowe pisane przez sztuczną inteligencję. Oszustwo, czy szansa. *Studia z Teorii Wychowania, XIV(1 (42))*, strony 165-180.
- Okręgowa Komisja Egzaminacyjna, G. (2023). *OKE Gdańsk*. Pobrano z lokalizacji [https://www.oke.gda.pl/plikiOKE/Egzamin\\_maturalny/Informatory2023/wybrane\\_wzory\\_matematyczne\\_EM2023.pdf](https://www.oke.gda.pl/plikiOKE/Egzamin_maturalny/Informatory2023/wybrane_wzory_matematyczne_EM2023.pdf)
- Ortiz, M., Castillo, D. i Wong, L. (2022). Mobile Application: A Serious Game Based in Gamification for Learning Mathematics in High School Students. *31st Conference of Open Innovations Association (FRUCT)*, (strony 220-228). Helsinki. doi:10.23919/FRUCT54823.2022.9770917
- Photomath. (2022). *Photomath*. Pobrano z lokalizacji <https://photomath.com/pl/help/what-is-photomath>
- Pietrzykowski, A. (2022). Szanse i ryzyka kształcenia online dla akademickiej relacji mistrz–uczeń. *Kultura-7Społeczeństwo-Edukacja 21 (1)*, 201-214.
- Plewka, C. (2019). Kształcenie dualne jako sposób kształtowania pożądanych kompetencji zawodowych oraz ważny instrument regulacji popytu i podaży na współczesnym rynku pracy. *Problemy Profesjologii (1)*, 12-14.
- Prodigy. (2023). *Prodigy*. Pobrano z lokalizacji <https://www.prodigygame.com/main-en/>



- Quintanilla, J. (2023). *Meangreenmath*. Pobrano z lokalizacji <https://meangreenmath.com/2023/03/10/chatgpt-and-mathematics/>
- Rahadyan, A. i Kurniawan, I. (2023). Implementation of geogebra in mathematics to improve the skills of teachers. *JMM (Jurnal Masyarakat Mandiri 7 (1))*, strony 530-538. doi:<https://doi.org/10.31764/jmm.v7i1.12352>
- Sajdak-Burska, A. (2022). Edukacja zdalna w potrzasku archaizmu i nowoczesności kształcenia. W K. M. Pasterniak-Kobyłecka Ewa, *Nauczyciel : czas, przestrzeń, szkoła, otoczenie i jego (nie)znany wymiar* (strony 11-24). Toruń: Wydawnictwo Adam Marszałek.
- Smartick. (2023). *Smartick*. Pobrano z lokalizacji <https://www.smartick.com/>
- Stańdo, J. (2019). *Trajektorie i walidacja efektów uczenia się w kontekście Polskiej Ramy Kwalifikacji*. Łódź: Wydawnictwo Politechniki Łódzkiej.
- Stańdo, J. i Spławska-Murmyło, M. (2017). *Sposoby kształtowania u uczniów zdolności algorytmicznego rozwiązywania problemów*. Ośrodek Rozwoju Edukacji.
- Stańdo, J., Bieniecki, W. i Stoliński, S. (2009). Analiza wymagań dla systemu elektronicznego oceniania rozwiązań zadań egzaminacyjnych. *Automatyka/Akademia Górniczo-Hutnicza im. Stanisława Staszica w Krakowie*, strony 1397-1405.
- Stefanowicz, B. (2010). *Informacja*. Warszawa: Szkoła Informatyki Stosowanej i Zarządzania pod auspicjami Polskiej Akademii Nauk.
- SymbolabMathSolver. (2023). *SymbolabMathSolver*. Pobrano z lokalizacji <https://www.symbolab.com/>
- Syśło, M. (2019). Na ratunek uczącym się matematyki. Jak moglibyśmy się uczyć. *Przegląd Pedagogiczny(1 (24))*, strony 269-281.
- Viberg, O. i Mavroudi, A. (2018, 08 14). The Role of Ubiquitous Computing and the Internet of Things for Developing 21st Century Skills Among Learners: Experts' Views. *Lecture Notes in Computer Science*, str. vol 11082. doi:[https://doi.org/10.1007/978-3-319-98572-5\\_63](https://doi.org/10.1007/978-3-319-98572-5_63)
- Viberg, O., Grönlund, A. i Andersson, A. (2020, 06 11). Integrating digital technology in mathematics education: a Swedish case study. *Interactive Learning Environments*, strony 232-243. doi:<https://doi.org/10.1080/10494820.2020.1770801>
- Wallfisch, M. C. i Wallfisch, C. M. (1979). On the similarities between teaching and selling. *American Secondary Education*, 51-59.
- WirtualneLaboratoriaMatematyczne*. (2023). Pobrano z lokalizacji <https://enauczanie.pg.edu.pl/lab/plot3d/>
- Wordwide, J. (2021). *Badanie EY*. Pobrano z lokalizacji [https://www.ey.com/en\\_gl/corporate-responsibility/how-business-and-education-can-help-gen-z-reframe-the-future](https://www.ey.com/en_gl/corporate-responsibility/how-business-and-education-can-help-gen-z-reframe-the-future)
- Zain, I. N., Setambah, M. A., Othman, M. S. i Hanapi, M. H. (2023, 03 20). Use of Photomath Applications in Helping Improving Students' Mathematical (Algebra) Achievement. *European Journal of Education and Pedagogy 4(2)*, strony 85-87. doi:<https://doi.org/10.24018/ejedu.2023.4.2.601>





Zalewski-Ejgierd, Z. (2020, ). Dwie dekady systemu egzaminów w oświacie - zewnętrzne ocenianie osiągnięć uczniów. *Kontrola Państwowa*, 65 / 2 (391), strony 42-70.

## **Mathematical academic education in science and technical fields in the era of mobile technologies and artificial intelligence**Abstract

The development of technologies and solutions based on artificial intelligence offers an opportunity to help teachers and students develop and improve teaching and learning outcomes. There are many indications that software such as ChatGPT will soon become an accepted part of the technological toolset that math teachers and students will use - we just need to learn how to use them safely and optimally. Integrating usage of digital technology in the teaching of mathematics at the academic level is a huge challenge. On the one hand, we have many tools at our disposal, which are often used more effectively by learners than teachers, on the other hand, shortcomings in knowledge and mathematical skills of candidates for studies require many changes in the curricula implemented in classes. In the case of mathematical education at technical universities, this should encourage activities related to an in-depth analysis of the teaching methods used and the development of learning outcomes that will allow students not only to navigate efficiently in the digital world, but also to participate in its creation. The article presents the results of a survey conducted among first-year engineering students related to the use of applications and software supporting mathematical education. Examples of e-technologies used for learning and solving tasks by students were also shown, and certain threats and possibilities of their use were indicated. The need to modify programs and methods of teaching mathematics at the academic level was also signaled, to allow students to achieve learning outcomes with the optimal use of technology.

**Keywords:** mathematics education at the academic level, innovative education at the academic level, the usage of e-technology in education

### **Nota o autorce**

Autorka jest doktorem nauk matematycznych i pracuje na stanowisku profesora uczelni w Centrum Matematyki Politechniki Gdańskiej. Od około dwudziestu lat zajmuje się problematyką edukacji matematycznej, w tym z wykorzystaniem technologii oraz metod i technik kształcenia na odległość. Jej zainteresowania badawcze dotyczą tematyki nauczania



matematyki na poziomie akademickim ze szczególnym uwzględnieniem specyfiki uczelni o profilu technicznym.