

## IDENTYFIKACJA RODZAJU NIECIĄGŁOŚCI W PRĘTACH METODĄ TRANSFORMATY FALKOWEJ

MAREK KRAWCZUK  
JOANNA GRABOWSKA

*Instytut Maszyn Przepływowych PAN w Gdańsku i Politechnika Gdańska, Wydział Elektrotechniki i Automatyki*

**Streszczenie:** W artykule przedstawiono sposób identyfikacji różnego rodzaju nieciągłości występujących w elementach prętowych. Zarejestrowany sygnał poddano dekompozycji falkowej, z wykorzystaniem różnych funkcji bazowych i różnych poziomów dekompozycji. Badania numeryczne przeprowadzono, stosując model pręta wg teorii Love'a, zbudowany na podstawie metody spektralnych elementów skończonych.

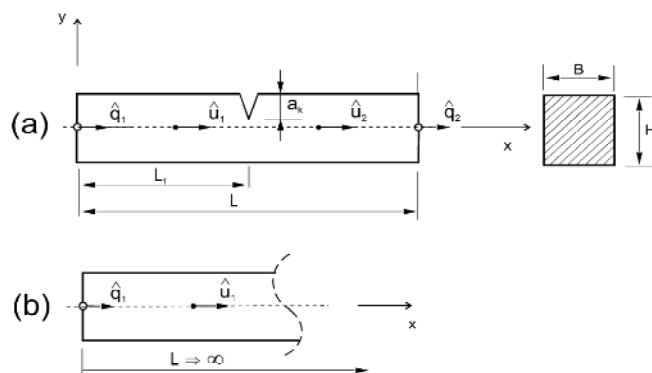
### 1. WSTĘP

Nieniszczące metody detekcji uszkodzeń są rozwijane od kilkudziesięciu lat. Jednak konwencjonalne metody bazujące na inspekcji ultradźwiękami posiadają wiele ograniczeń. W przypadku dużych obszarów konieczność badania struktury punkt po punkcie jest czasochłonna, a co za tym idzie, kosztowna [1]. Kolejnym problemem jest konieczność wyłączania maszyn i urządzeń z pracy na czas okresowych przeglądów. Z tych powodów od około 10 lat prowadzone są zintensyfikowane prace nad stworzeniem zintegrowanych systemów ciągłego monitorowania stanu technicznego obiektów [2]. Tematyka ta jest obiektem zainteresowania wielu wiodących ośrodków naukowych na świecie. Systemy ciągłego monitorowania oparte na ciągłej obserwacji zmian fali propagującej w elemencie konstrukcyjnym [3].

W niniejszej pracy zbadano, jak różne rodzaje nieciągłości wpływają na zmiany w propagującej fali sprężystej. Na podstawie otrzymanych odpowiedzi układu przeprowadzono próbę zidentyfikowania różnych rodzajów nieciągłości, przede wszystkim odróżnienia pęknięcia zmęczeniowego. W tym celu wykorzystano przetwarzanie sygnału oparte na transformacie falkowej.

### 2. MODEL SKOŃCZONEGO ELEMENTU SPEKTRALNEGO WG TEORII LOVE'A.

Do obliczeń numerycznych wybrany został model pręta oparty na teorii Love'a. Powodem jest wysoka częstotliwość wymuszenia, przy której teoria elementarna jest niewystarczająca do prawidłowego zamodelowania badanego zjawiska [4]. Spektralny element prętowy wg teorii Love'a został przedstawiony na rys.1. Pęknięcie znajduje się w odległości  $L_1$  od lewego węzła, jest cały czas otwarte i posiada stałą głębokość  $a_k$ , które zastąpiono bezwymiarową i bezmasową sprężyną o podatności  $q_w$ , obliczanej zgodnie z zasadami mechaniki pęknięcia. Szerokość elementu wynosi  $B$ , wysokość  $H$ , długość  $L$ . Element posiada dwa węzły. Każdy węzeł ma jeden stopień swobody reprezentujący przemieszczenie wzdłużne.



Rys.1. Model elementu spektralnego dla teorii elementarnej i teorii Love'a a) z pęknięciem; b) element typu „throw-off”.

Funkcje aproksymujące przemieszczenia wzdłużne w lewej  $\hat{u}_1$  i prawej  $\hat{u}_2$  części elementu przyjęto w następującej postaci [4]:

$$\hat{u}_1(x) = A_1 e^{-ik_w x} + B_1 e^{-ik_w(L_1-x)} \quad \text{dla } x \in (0, L_1) \quad (1)$$

$$\hat{u}_2(x) = A_2 e^{-ik_w(x+L_1)} + B_2 e^{-ik_w[L-(L_1+x)]} \quad \text{dla } x \in (0, L-L_1) \quad (2)$$

gdzie:  $k_w$  jest liczbą falową definiowaną jako:

$$k_w = \pm w \sqrt{\frac{rA}{EA - n^2 rIw^2}} \quad (3)$$

przy czym:  $A$  oznacza pole przekroju poprzecznego elementu,  $\nu$  jest liczbą Poissona,  $I$  to moment bezwładności,  $E$  oznacza moduł Younga,  $r$  gęstość materiału a  $w$  jest częstością.

W elemencie założono następujące warunki brzegowe:

- lewy koniec elementu ( $x = 0$  dla  $\hat{u}_1(x)$ ):

$$\hat{u}_1(0) = \hat{q}_1 \quad (4)$$

- w miejscu pęknięcia – skokowa zmiana przemieszczeń wzdłużnych oraz zgodność sił osiowych ( $x = L_1$  dla  $\hat{u}_1(x)$  i  $x = 0$  dla  $\hat{u}_2(x)$ ):

$$\hat{u}_2(0) - \hat{u}_1(L_1) = q_w \frac{\partial \hat{u}_1}{\partial x}(L_1) \quad (5)$$

$$\frac{\partial \hat{u}_1}{\partial x}(L_1) = \frac{\partial \hat{u}_2}{\partial x}(0) \quad (6)$$

- prawy koniec elementu ( $x = L - L_1$  dla  $\hat{u}_2(x)$ ):

$$\hat{u}_2(L - L_1) = \hat{q}_2 \quad (7)$$

gdzie:  $\hat{q}_1$  i  $\hat{q}_2$  to przemieszczenia węzłowe.

Stałe  $A_1$ ,  $B_1$ ,  $A_2$  i  $B_2$ , będące funkcją spektralnych przemieszczeń węzłowych, wyznaczono, wykorzystując funkcje aproksymujące przemieszczenia spektralne w prawej i lewej części elementu oraz uwzględniając warunki brzegowe, jako:

$$\begin{bmatrix} A_1 \\ B_1 \\ A_2 \\ B_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & e^{-ik_w L_1} & 0 & 0 \\ (-1 + ik_w q_w) e^{-ik_w L_1} & (-1 - ik_w q_w) & e^{-ik_w L_1} & e^{-ik_w (L-L_1)} \\ -ik_w e^{-ik_w L_1} & ik_w & ik_w e^{-ik_w L_1} & -ik_w e^{-ik_w (L-L_1)} \\ 0 & 0 & e^{-ik_w L} & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \hat{q}_1 \\ 0 \\ 0 \\ \hat{q}_2 \end{bmatrix} \quad (8)$$

Siły węzłowe w elemencie dane są zależnościami:

- lewy koniec elementu ( $x=0$  dla  $\hat{u}_1(x)$ ):

$$\hat{F}_1 = EA \frac{\partial \hat{u}_1}{\partial x}(0) - n^2 r I W^2 \frac{\partial \hat{u}_1}{\partial x}(0) \quad (9)$$

- prawy koniec elementu ( $x=L-L_1$  dla  $\hat{u}_2(x)$ ):

$$\hat{F}_2 = EA \frac{\partial \hat{u}_2}{\partial x}(L-L_1) - n^2 r I W^2 \frac{\partial \hat{u}_2}{\partial x}(L-L_1) \quad (10)$$

Po uwzględnieniu związków pomiędzy siłami węzłowymi a przemieszczeniami węzłowymi uzyskano zależność, w której:  $K_w$  jest macierzą sztywności dynamicznej elementu prętowego opartego o teorię Love'a. Przyjmując  $q_w = 0$ , otrzymuje się macierz sztywności elementu spektralnego bez pęknięcia.

Spektralny element „throw-off” dla elementu prętowego opartego na teorii Love'a (Rys.1.b) wyprowadzono, zakładając następujące pole przemieszczeń [5]:

$$\hat{u}_1(x) = A_1 e^{-ik_w x} \quad \text{dla } x \in (0, \infty) \quad (11)$$

W celu wyznaczenia stałej  $A_1$  wykorzystano warunek brzegowy w postaci:

$$\hat{u}_1(0) = \hat{q}_1 \quad (12)$$

Wykorzystując zależności siłą węzłową i przemieszczeniem węzłowym, otrzymano związek, w którym:  $K_t = (-ik_w)(EA - nr I W^2)$  stanowi macierz sztywności dynamicznej elementu „throw-off” dla teorii Love'a.

### 3. OBLICZENIA

#### 3.1. Metoda identyfikacji rodzaju nieciągłości

W celu identyfikacji rodzaju nieciągłości wykorzystano ekstrema współczynników lokalnych aproksymacji dyskretnego przekształcenia falkowego oraz stosunek energii sygnału odbitego od nieciągłości do energii wymuszenia w dziedzinie częstotliwości. Współczynniki transformacji falkowej definiowane są jako [6]:

$$W_{j,n} = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \Psi_{j,n}^*(t) dt \quad (13)$$

gdzie:  $j$  to poziom dekompozycji,  $W_{j,t}$  oznacza współczynniki  $j$ -tego poziomu aproksymacji dyskretnego przekształcenia falkowego,  $x(t)$  jest zarejestrowanym sygnałem,  $\Psi_{j,t}^*(t)$  jest to funkcja sprzężona do funkcji bazowej  $\Psi_{j,t}(t)$  przekształcenia falkowego,  $t$  oznacza przesunięcie funkcji falkowej w czasie. Parametr skali, odpowiadający za szerokość pasma częstotliwości, określany jest jako  $s = 2^j$ .

Jako drugi parametr wykorzystano stosunek energii sygnału odbitego od nieciągłości do energii wymuszenia w dziedzinie częstotliwości, można obliczyć jako [7]:

$$E(w) = \frac{E(x, w)}{E(x_{ref}, w)} \quad (14)$$

gdzie:  $E(x_{ref}, w)$  jest energią sygnału odniesienia lub wymuszenia w dziedzinie częstotliwości, natomiast  $E(x, w)$  to energia sygnału odbitego od nieciągłości w dziedzinie częstotliwości.

### 3.2 Rodzaje nieciągłości

Obliczenia numeryczne wykonano dla prętów izotropowych. Przyjęto następujące wymiary geometryczne: długość  $L = 6$  m, wysokość  $h = 0,02$  m, szerokość  $b = 0,02$  m oraz własności fizyczne materiału: moduł Younga  $E = 210$  GPa, gęstość  $r = 7850 \frac{\text{kg}}{\text{m}_3}$ , liczba Poissona  $n = 0,3$ .

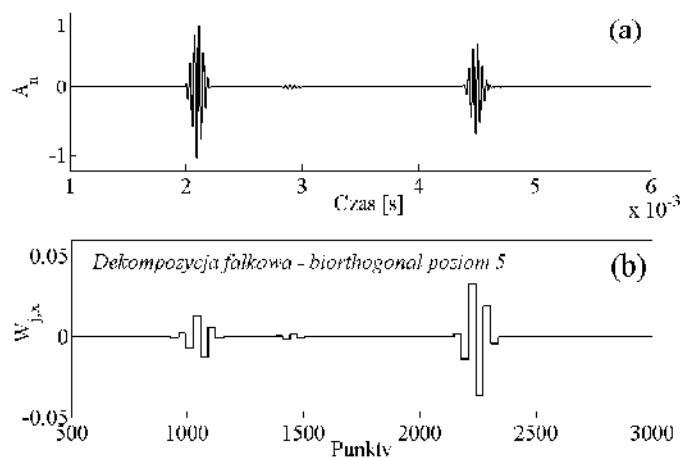
Dla wszystkich analizowanych prętów badano następujące rodzaje nieciągłości: skokową zmianę przekroju poprzecznego ( $\pm 50\%$  wartości początkowej), lokalnej zmiany własności fizycznych materiału (względne zmiany modułu Younga i gęstości materiału  $\pm 5\%$  wartości początkowej) oraz jednostronne pęknięcie zmęczeniowe (o względnej głębokości od 1% do 50% wysokości elementu). Nieciągłości zlokalizowano w odległości  $L_1 = 4$  m od utwierdzonego końca. Element wymuszano sygnałem będącym złożeniem sinusoidy i trójkąta o częstotliwości 22,5 kHz.

### 3.3 Wyniki identyfikacji

Zarejestrowane odpowiedzi układu poddano dekompozycji falkowej, przy wykorzystaniu różnych funkcji bazowych. Przykładowy wynik aproksymacji, dla piątego poziomu dekompozycji falkowej, sygnału zarejestrowanego dla badanego pręta z pęknięciem, przedstawiony został na rys.2.

W toku obliczeń, w pierwszej kolejności dokonano porównania, jak rodzaj nieciągłości w poszczególnych elementach wpływa na lokalne współczynniki aproksymacji sygnału przy stałym poziomie dekompozycji falkowej. W tym celu zbadano efektywność poszczególnych funkcji bazowych przekształcenia falkowego. Analizowane funkcje bazowe to biorthogonal, coiflets, daubechies, haar, meyer oraz symlets. Sprawdzono także jak rodzaj oraz wielkość pojawiającej się w elemencie nieciągłości wpływają na energię sygnału odbitego.

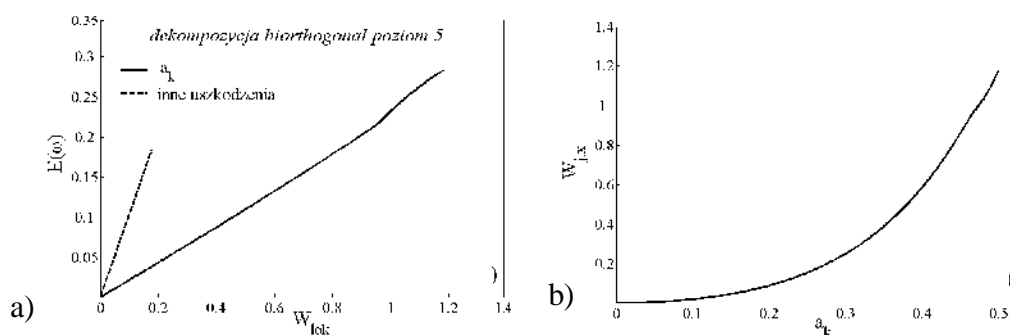




Rys.2. Przykładowa dekompozycja (poziom 5) zarejestrowanego sygnału dla pręta z pęknięciem a) analizowany sygnał oraz b) dekompozycja z wykorzystaniem funkcji bazowej biohogonal.

Zaobserwowano, że w przypadku analizy współczynników lokalnych aproksymacji piątego poziomu przekształcenia falkowego, możliwe jest jednoznaczne odróżnienie pęknięcia zmęczeniowego od pozostałych rodzajów nieciągłości. W przypadku pozostałych badanych nieciągłości, krzywe zmian energii w funkcji współczynników dekompozycji transformacji falkowej pokrywają się. Przykładowy przebieg reprezentujący stosunek energii sygnału odbitego od nieciągłości do energii sygnału wymuszenia w dziedzinie częstotliwości w funkcji współczynników lokalnych, dla piątego poziomu aproksymacji przekształcenia falkowego przedstawiono na rys.3 (a).

Kolejne obliczenia przeprowadzono w celu sprawdzenia jak poziom dekompozycji sygnału wpływa na efektywność zaproponowanej metody. Przeanalizowano, jak poszczególne rodzaje nieciągłości wpływają na zmiany lokalnych współczynników dekompozycji falkowej dla różnych poziomów dekompozycji przy zachowaniu stałej funkcji bazowej.



Rys.3. Stosunek energii sygnału odbitego od nieciągłości do energii wymuszenia w funkcji lokalnych współczynników aproksymacji (poziom 5) transformacji falkowej w pręcie izotropowym; fala podstawowa typu a) biorthogonal i b) relacja pomiędzy głębokością względną pęknięcia zmęczeniowego a współczynnikami lokalnymi aproksymacji piątego poziomu przekształcenia falkowego typu biorthogonal.

Na podstawie przeprowadzonej analizy zauważono, że najefektywniejsza jest funkcja podstawowa typu biorthogonal, która umożliwiła zidentyfikowanie jednostronnego pęknięcia zmęczeniowego, nawet w przypadku minimalnych rozmiarów badanych uszkodzeń.

Zarówno wartości lokalnych współczynników aproksymacji transformacji falkowej, jak i zmiany energii sygnału odbitego od nieciągłości, są zależne od rozmiaru uszkodzenia. Na

podstawie analizy zaproponowanych wskaźników możliwe jest jednoznaczne określenie rozmiaru uszkodzenia. Rys.3.(b) ilustruje przykładową relację pomiędzy lokalnymi ekstremami piątego poziomu aproksymacji przekształcenia falkowego z wykorzystaniem funkcji bazowej typu biorthogonal a rozmiarem pęknięcia zmęczeniowego.

#### 4. WNIOSKI

Przeprowadzone obliczenia wykazały, że analiza odbić fali oparta na transformacji falkowej, pozwala odróżnić pęknięcie zmęczeniowe od innych rodzajów nieciągłości. Trudności pojawiają się w przypadku próby identyfikacji pozostałych rodzajów analizowanych nieciągłości. Krzywe przebiegu lokalnych współczynników aproksymacji dla wszystkich pozostałych analizowanych uszkodzeń pokrywają się. Konieczne jest zatem opracowanie innych metod, które pozwoliłyby na jednoznaczną identyfikację pozostałych rodzajów nieciągłości.

Na efektywność zaproponowanej metody wpływa wybór funkcji bazowej oraz poziomu dekompozycji sygnału. Zauważono, że, w badanym przypadku, najlepsze wyniki uzyskano stosując piąty poziom dekompozycji sygnału przy wykorzystaniu funkcji bazowej typu biorthogonal.

#### LITERATURA

1. Ko J.M., Ni Y.Q. Technology Developments in Structural Health Monitoring of Large-scale Bridges Engineering Structures 27 (2005) 1715-1725.
2. Grondel S., Delebarre C., Assaad J., Dupuis J.P., Reithler L. Fatigue Crack Monitoring of Riveted Aluminium Strap Joints by Lamb Wave Analysis and Acoustic Emission Measurement Techniques NDT& E International 35 (2002) 137-146.
3. Staszewski W. J. Ultrasonic/Guided Waves for Structural Health Monitoring Key Engineering Materials Vols. 293-294 (2005) 49-60.
4. Krawczuk M., Grabowska J., Palacz M. Longitudinal wave propagation. Part I – Comparison of rod theories. Journal of Sound and Vibration (2006), Vol. 295 (3-5), 461-478
5. Doyle J.F. Wave Propagation in Structures. Springer-Verlag, New York 1997.
6. Rizzo P., Bartoli I., Marzani A., Scalea F.L. Defect Classification in Pipes by Neural Networks Using Multiple Guided Ultrasonic Wave Features Extracted After Wavelet Processing Journal of Pressure Vessel Technology-Transactions of The ASME 127(3) (2005) 294-303.
7. Testa R.B. Characteristics and Detection of Damage and Fatigue Cracks, Part II materiały kursu “Damage detection”, CISM, Udine, Włochy, październik 2005.

#### IDENTIFICATION OF DISCONTINUITY'S KIND IN RODS BASED ON WAVELET TRANSFORMATION

**Summary:** Article presents an identification method for different kinds of discontinuities occurring in rods. The method is based on wavelet decomposition of recorded system response. For computing different kinds of mother wavelets and different levels of wavelet decomposition have been employed. For calculations spectral element for rod based on Love theory have been used.