AUTOMATYKA • 2011 • Tom 15 • Zeszyt 2

Krzysztof M. Ocetkiewicz*, Marek Kubale*

Jak szybko gasić pożar, czyli przypadek szeregowania zadań czasowozależnych

1. Wprowadzenie

Problemy ochrony środowiska odgrywają coraz większą rolę w życiu współczesnych społeczeństw. Dlatego monitorowanie środowiska i powstrzymywanie klęsk żywiołowych winno być realizowane za pomocą najnowszych zdobyczy nauki i techniki.

W warunkach polskich mamy do czynienia z różnymi rodzajami klęsk żywiołowych: pożary, powodzie, zanieczyszczenia rzek itp. Jednakże, najczęściej występują pożary lasu i dlatego niniejszy artykuł poświęcony jest koordynowaniu pracy oddziałów straży pożarnej walczących z tym zagrożeniem. W dalszym ciągu będziemy posługiwali się z jednej strony terminologią pożarniczą, z drugiej językiem szeregowania zadań.

Jak dotąd, zagadnieniu temu poświęcono niewiele uwagi [3, 5, 9, 10]. Są to artykuły głównie autorów greckich, zaś niniejsza praca jest prawdopodobnie pierwszą publikacją na ten temat w języku polskim.

Struktura dalszej części artykułu jest następująca. W następnym punkcie przedstawimy model matematyczny zagadnienia, a następnie przedstawimy dylematy wiążące się z problemem szybkiego gaszenia pożaru. W punkcie 3 dokonamy przeglądu efektywnych metod budowy harmonogramów najkrótszych, zaś w punkcie 4 omówimy wielomianowe i niewielomianowe metody budowy harmonogramów minimalizujących tzw. średni czas przepływu. W syntetycznej formie przedstawimy wnioski wynikające z doświadczeń komputerowych, związanych z tymi algorytmami. Pracę kończymy uwagami na temat innych możliwych zastosowań dla przyjętego modelu szeregowania zadań uwarunkowanych czasowo.

2. Model matematyczny

Załóżmy, że podpalacz, świadomie lub nie, rozniecił w lesie kilka źródeł ognia, po czym zawiadomił o tym fakcie brygadę straży pożarnej. Zadaniem naszym jako dyspozytora

* Politechnika Gdańska, Katedra Algorytmów i Modelowania Systemów

jest zaplanowanie takiej kolejności gaszenia tych ognisk, aby koszty całej akcji były tak niskie jak to możliwe. Posługując się językiem szeregowania zadań, brygadę nazwiemy procesorem, czynność gaszenia jednego ogniska ognia – zadaniem, zaś czas potrzebny do ukończenia tej czynności – czasem przetwarzania danego zadania.

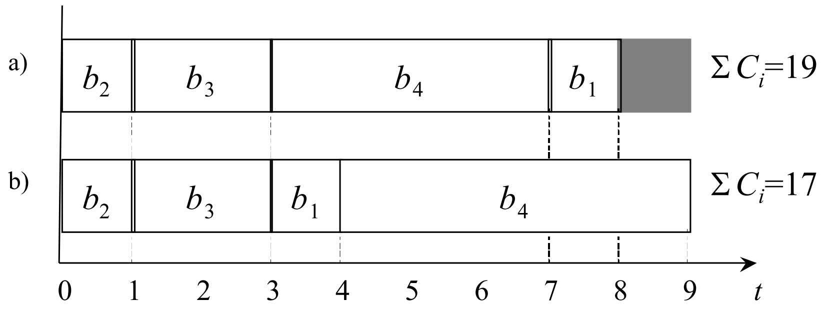
Na szybkość rozprzestrzeniania się pożaru wpływają takie czynniki, jak: wysokość ognia, rodzaj podłoża, rodzaj użytego zapalnika, warunki pogodowe, topografia terenu i siła wiatru. Niektóre z nich mają charakter zmienny w czasie, inne są stałe. Oczywiście pożar, który trwa dłużej, jest trudniejszy do opanowania o tego, który wybuchł przed chwilą. Dlatego czas potrzebny do jego zdławienia rośnie wraz z opóźnieniem akcji gaśniczej. Natomiast wartość strat rośnie z kwadratem tego czasu, gdyż spalony obszar rozszerza się zwykle w dwóch kierunkach, przypominając elipsę, której dłuższa oś odpowiada kierunkowi wiatru. Z tego względu planowanie akcji pożarniczej przypomina szeregowanie zadań z wydłużającymi się czasami przetwarzania na jednym procesorze w celu minimalizacji strat dla środowiska naturalnego.

Przyjęcie skomplikowanego, lecz zapewne bardziej adekwatnego, modelu matematycznego utrudniłoby jeszcze bardziej analizę problemu, który i tak jest NP-trudny. Dlatego uważamy, że zaproponowany niżej model stanowi dobry kompromis między prostotą a dokładnością reprezentowania sytuacji praktycznych.

Bardziej formalnie, niech n będzie liczbą pojedynczych źródeł ognia w lesie. Dla każdego $i = 1, \ldots, n$ niech czas gaszenia $p_i = a_i+b_is_i$, gdzie a_i jest podstawowym czasem przygotowania i-tej akcji, na który składają się: czas transportu, czas rozwinięcia węży przeciwpożarowych itp. Parametr s_i oznacza chwilę rozpoczęcia zadania i, zaś b_i jest współczynnikiem wydłużania, którego wartość zależy od tempa rozprzestrzeniania się pożaru, zmęczenia załogi itp. Jak zwykle, przez C_i rozumiemy moment zakończenia i-tego zadania.

Mając n zadań z czasami przetwarzania $p_i = a_i+b_is_i$, możemy zdefiniować dwa kryteria optymalności uszeregowania. Pierwszym jest uzyskanie harmonogramu, który ma minimalną możliwą długość. Odpowiada to zakończeniu całej akcji tak szybko, jak to jest możliwe, co pociąga za sobą minimalizację zużycia wody, oleju napędowego, środków chemicznych itp. A zatem kryterium takie odpowiada interesowi straży pożarnej. Formalnie zapisujemy to następująco: $1|a_i+b_is_i|C_{\max}$. Drugim kryterium jest uzyskanie harmonogramu, który minimalizuje średni czas przepływu zadań, czyli również sumę $C_1+\ldots+ C_n$. Formalnie zapisujemy to jako $1|a_i+b_is_i|\Sigma C_i$. Odpowiada to minimalizacji średniego czasu trwania i-tego pożaru, co powoduje mniejsze straty dla flory i fauny i umożliwia szybsze rozpoczęcie rekultywacji pogorzeliska. A zatem to drugie kryterium minimalizuje straty dla środowiska naturalnego. Okazuje się, że powyższe kryteria są ze sobą sprzeczne. Co więcej, oba problemy nie są jednakowo trudne w sensie złożoności obliczeniowej.

Czy rozległy *pożar* powinien być gaszony tak szybko, jak to jest możliwe? Okazuje się, że jeżeli zależy nam na minimalizacji strat ekologicznych (a chyba na tym powinno nam najbardziej zależeć), to niekoniecznie! Może bowiem okazać się, że minimalizacja $C_{\max}$ pociąga za sobą wzrost ΣC_i. Rozważmy dla przykładu przypadek $n = 4$ pożarów z jednakowymi czasami podstawowymi i niejednakowymi współczynnikami wydłużania, mianowicie: $p_i = 1+b_i s_i$, gdzie $b_1 = 0$ i $b_i = 1$ dla $i = 2, 3, 4$. Na rysunku 1(a) podajemy harmonogram z $C_{\max} = 8$ i $\Sigma C_i = 19$. Na rysunku 1(b) pokazujemy harmonogram z $C_{\max} = 9$ i $\Sigma C_i = 17$.



Rys. 1. Skracanie harmonogramu nie zawsze polepsza średni czas przepływu

3. Minimalizacja C_{MAX}

W punkcie tym omówimy dwa skrajne przypadki z punktu widzenia parametru a_i, mianowicie: gdy $p_i = b_i s_i$ i gdy $p_i = a_i + b_i s_i$.

W pierwszym przypadku zakładamy, że pożary lasu nie są odległe od siebie i po ugaszeniu jednego z nich brygada bezzwłocznie przystępuje do gaszenia następnego. Jest to przypadek bardzo łatwy do szeregowania, gdyż dowolna kolejność gaszenia daje w efekcie rozwiązanie optymalne. Długość takiego uszeregowania wyraża się wzorem

$$C_{\max} = t_0 \prod_{i=1}^{n} (b_i + 1),$$

gdzie t_o jest chwilą, w której zaczyna się cała akcja gaśnicza od momentu zaprószenia ognia do chwili rozpoczęcia gaszenia pierwszego pożaru. Złożoność tego przypadku jest więc liniowa $O(n)$.

W drugim przypadku każde zadanie ma swój indywidualny bazowy czas przetwarzania, np. związany z faktem, że różne pożary są w różnej odległości od siebie. Wówczas funkcja celu wyraża się wzorem

$$C_{\max} = \sum_{i=1}^{n} a_i \prod_{j=i+1}^{n} (b_j + 1).$$

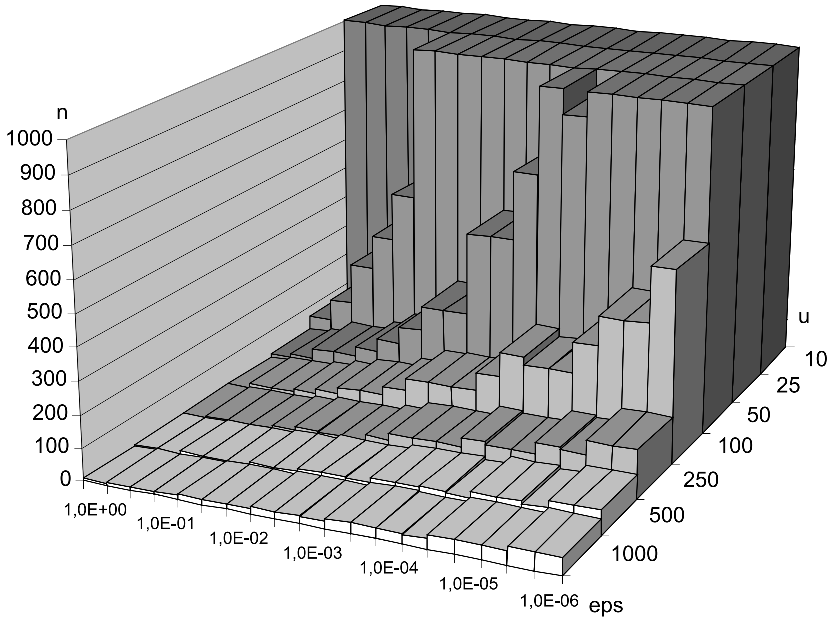
Można ją osiągnąć po uporządkowaniu zadań według niemalejącej kolejności ilorazu a_i/b_i i szeregowaniu zadań zachłannie zgodnie z tą kolejnością. Jest to zrozumiałe: zadania z $a_i = 0$ powinny być przetwarzane najpierw, gdyż nie zabierają czasu. Z drugiej strony zadania, które nie wydłużają się w czasie ($b_i = 0$), winny być przetwarzane z tyłu harmonogramu, gdyż nie wpływają istotnie na długość uszeregowania [4]. Zatem wystarczy posortować pozostałe zadania, co wymaga czasu O($n$log$n$).

4. Minimalizacja ΣC_i

Kryterium sumy czasów zakończenia jest trudniejsze w rozważaniach. Jest ono równoważne minimalizacji średniego czasu przepływu. W najbardziej ogólnym przypadku problem pozostaje otwarty, aczkolwiek jego ważona wersja, tj. $\Sigma w_i C_i$, jest już NP-trudna.

W niektórych przypadkach szczególnych problem może być sprowadzony do sortowania zadań. Na przykład, gdy $a_i = 0$ dla wszystkich i, to posortowanie zadań w kolejności nierosnących współczynników b_i rozwiązuje problem [6]. Dlatego szybko rozprzestrzeniające się pożary winny być gaszone najpierw. Podobnie przypadek $p_i = b_i + rb_i s_i$, gdzie r jest wspólnym parametrem wszystkich współczynników wydłużania, daje się rozwiązać w czasie O($n$log$n$) [1]. Również przypadek $p_i = a_i + bs_i$ daje się sprowadzić do sortowania – optymalny harmonogram otrzymuje się, układając zadania w niemalejącej kolejności podstawowych czasów przygotowania akcji gaśniczych [2].

W przeciwnym przypadku do ostatniego, tj. gdy $p_i = a + b_i s_i$, wiadomo, że optymalny harmonogram jest V-kształtny z punktu widzenia parametrów b_i. Nie wiadomo jednak jak go znaleźć.



Rys. 2. Porównanie algorytmów branch-and-bound i pełnego wielomianowego schematu aproksymacyjnego

Istnieją również algorytmy aproksymacyjne dla przypadków szczególnych i algorytmy dokładne w przypadku ogólnym. Na przykład w [7] zaproponowano całkowicie wielomianowy schemat aproksymacyjny (FPTAS), który działa przy założeniu, że wszystkie współczynniki wydłużania b_i są większe od pewnej stałej $c > 0$, zaś w [8] podano efektywny algorytm typu branch-and-bound (B&B).

Algorytmy B&B i FPTAS poddano intensywnemu testowaniu, którego wyniki przedstawiamy na rysunku 2. Oś *eps* reprezentuje dokładność, jakiej oczekiwano od schematu aproksymacyjnego, oś u – minimalny współczynnik wydłużania, zaś oś n – rozmiar instancji, od którego schemat aproksymacyjny działa szybciej od algorytmu branch-and-bound. Należy zaznaczyć, że podane wartości *eps* nie gwarantowały znalezienia optymalnego rozwiązania, choć względne różnice w wynikach zazwyczaj nie przekraczały 10^{-14}. Wartości współczynników wydłużania były losowane z rozkładem równomiernym z przedziału $(u, 10u)$.

5. Zakończenie

Problem szeregowania zadań czasowo zależnych ma wiele więcej zastosowań niż gaszenie pożaru lasu. Mamy tutaj na myśli nie tylko inne rodzaje klęsk żywiołowych. Algorytmy omówione w niniejszej pracy mogą znaleźć zastosowanie w tak odległych dziedzinach jak:

1. Obronność – zwalczanie nadciągających obiektów, gdy ich odległość (a więc i czas potrzebny na ich zniszczenie) maleje z czasem.
2. Finanse – opóźnienie (np. w spłacie pożyczki) skutkuje wzrostem zadłużenia.
3. Uczenie się – człowiek wykonujący wielokrotnie podobne zadania wykonuje je coraz szybciej.
4. Niektóre procesy przetwórcze – (np. walcowanie stali) wymagają uprzedniego podgrzania, a czas podgrzewania może rosnąć w miarę opóźniania się obróbki.

Literatura

[1] Bachman A., Janiak A., *Scheduling jobs with special type of start time dependent processing Times.* Wrocław University of Technology, Report PRE 34/97, 1997.

[2] Cheng T.C.E., Ding Q., *Single machine scheduling with deadlines and increasing rates of processing times*. Acta Informatica 36, 2000, 673–692.

[3] Dimopoulou M., Giannikos I., *Towards an integrated framework for forest fire control*. European J. Operational Research 152, 2004, 476–486.

[4] Gawiejnowicz S., Pankowska L., *Scheduling jobs with varying processing times*. Infor. Process. Lett. 54, 1995, 175–176.

[5] Kubale M., Ocetkiewicz K.M., *Scheduling jobs to contain natural disaster: Models and complexity*. Information Technologies 8, 2010, 333–338.

[6] Mosheiov G., *Scheduling jobs under simple linear deterioration*. Comp. & Oper. Res. 21, 1994, 653–659.
[7] Ocetkiewicz K.M., *A FPTAS for minimizing total completion time in a single machine time-dependent scheduling problem*. European J. Operational Research 203, 2010, 316–320.
[8] Ocetkiewicz K.M., *Szeregowanie zadań uwarunkowanych czasowo*. Politechnika Gdańska, Wydział ETI, Rozprawa doktorska /2011, 2011.
[9] Pappis C.P., Rachaniotis N.P., *Scheduling a single fire fighting resource with deteriorating fire suppression times and set-up times*. Oper. Res. Int. J. 10, 2010, 27–42.
[10] Rachaniotis N.P., Papis C.P., *Scheduling fire tasks using the concept of „deteriorating jobs"*. Canadian J. Forest Research 36, 2006, 652–658.