

**Michał ZIÓŁKO**

POLITECHNIKA GDAŃSKA, WYDZIAŁ ELEKTROTECHNIKI I AUTOMATYKI,  
ul. Narutowicza 11/12, 80-233 Gdańsk

## Wpływ wybranych błędów cząstkowych na dokładność pomiaru impedancji pętli zwarciowej

Dr inż. Michał ZIÓŁKO

Michał Ziółko ukończył Wydział Elektrotechniki i Automatyki Politechniki Gdańskiej w 2002 roku i tam również uzyskał stopień doktora w roku 2009. Obecnie pracuje jako adiunkt w Katedrze Metrologii i Systemów Informatycznych tego Wydziału. Jego zainteresowania zawodowe koncentrują się wokół pomiarów elektroenergetycznych oraz pomiarów wielkości nieelektrycznych metodami elektrycznymi.



e-mail: mziolko@ely.pg.gda.pl

### Streszczenie

Mierzoną wartość impedancji pętli zwarciowej otrzymuje się na podstawie pomiaru dwóch wartości napięć dla obwodu nieobciążonego oraz obciążonego, najczęściej rezystancją, która stanowi sztuczne zwarcie. W referacie przedstawiono analizę wpływu błęd pomiaru okresu napięcia sieci na dokładność wyznaczenia impedancji, dla metod wykorzystujących pomiar wartości skutecznych napięć. Jak pokazały przeprowadzone badania nawet niewielkie błędy pomiaru okresu mogą mieć istotny wpływ na dokładność wyznaczenia szukanej impedancji.

**Słowa kluczowe:** pomiary impedancji pętli zwarciowej, błędy pomiaru okresu.

### Influence of some component errors on the loop impedance measurement accuracy

#### Abstract

A measured loop impedance value is obtained by measuring two voltage values for unloaded and loaded circuit [1], most often with resistive load, which is an artificial short-circuit (Fig. 1). The paper presents analysis of the impact of the voltage period measurement error on the loop impedance measurement accuracy for the methods based on the value of RMS voltages. For the assumed parameters of the circuit under test [3, 4, 5] there is performed analysis of the period measurement error (Fig. 3), and resulting from it the RMS voltage designation error (Fig. 4). Subsequently, there are shown the results of studies on the effects of these errors on the loop impedance measurement (Fig. 5). As studies have shown, even small errors of the period measurement, which for the assumed parameters of the circuit under test may reach the values between 0,05% and 0,18%, may have a significant impact on the accuracy of the loop impedance measurement. The loop impedance measurement error can reach the values of approximately 4%.

**Keywords:** loop impedance measurement, errors of period measurement.

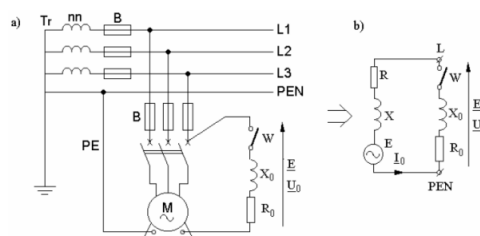
### 1. Wstęp

Pomiar impedancji pętli zwarciowej ma ważne znaczenie praktyczne, ponieważ zmierzona wartość impedancji może stanowić podstawę do oceny skuteczności ochrony przeciwporażeniowej. Dokładność takiego pomiaru nie jest wygórowana i dopuszczalny jest duży, bo 30% błąd [1] min. ze względu na dużą liczbę wielkości wpływających. Źródłem zakłóceń może być obiekt badany, czyli sieć elektroenergetyczna jak również sama aparatura pomiarowa. Przykładem zakłóceń wnoszonych przez aparaturę są błędy pomiaru napięć potrzebnych do wyznaczenia szukanej impedancji. Błędy te mogą się pojawić na skutek niedokładności pomiaru okresu napięcia sieci. Znamionowa częstotliwość napięcia w sieci elektroenergetycznej w Polsce ma wartość 50 Hz. Na skutek zaburzenia bilansu mocy czynnej w systemie elektroenergetycznym mogą wystąpić odchylenia i wahania częstotliwości [2]. W praktyce odchylenie standardowe częstotliwości jest obecnie

niewielkie i wynosi nie więcej niż 0,03 Hz. Sytuacja może być inna w wydzielonych sieciach małej mocy, takich jak instalacje okrętowe czy autonomiczne sieci w osiedlach na bezludziu [2].

### 2. Zasada klasycznych metod pomiaru impedancji pętli zwarciowej

Pomiar impedancji pętli zwarciowej  $Z = R + jX$  jest przeprowadzany zwykle w oparciu o metodę tzw. sztucznego zwarcia. Mierzoną wartość impedancji  $Z$  otrzymuje się na podstawie pomiaru dwóch wartości napięć:  $E$  – przy otwartym łączniku  $W$ , oraz drugą  $U_0$  – przy zamkniętym łączniku  $W$  (sztuczne zwarcie poprzez obciążenie pomiarowe  $Z_0$ ).



Rys. 1. Zasada pomiaru impedancji pętli zwarciowej w sieciach nn:  
a) przykładowy schemat obwodu badanego; b) uproszczony schemat obwodu badanego

Fig. 1. The principle of loop impedance measurement in low voltage networks:  
a) example diagram of the tested circuit; b) simplified diagram of the tested circuit

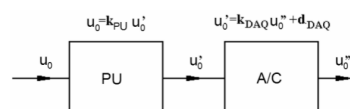
Impedancję pętli zwarciowej  $Z$  wyznacza się na podstawie wartości skutecznych lub maksymalnych napięć  $E$  i  $U_0$  odpowiednio dla obwodu nieobciążonego i obciążonego. W referacie skupiono się na metodach opartych o pomiar wartości skutecznych napięć  $E_{sk}$  i  $U_{0sk}$ . W takim wypadku impedancja mierzona  $Z_{sk}$  wyznaczana jest z zależności (1):

$$Z_{sk} = Z_0 \left( \frac{E_{sk} - U_{0sk}}{U_{0sk}} \right) = Z_0 \left( \frac{E_{sk}}{U_{0sk}} - 1 \right). \quad (1)$$

Napięcie skuteczne dla obwodu obciążonego  $U_{0sk}$  jest opisane wzorem:

$$U_{0sk} = \frac{E_{sk} \sqrt{R_0^2 + X_0^2}}{\sqrt{(R + R_0)^2 + (X + X_0)^2}}. \quad (2)$$

Uproszczony schemat toru pomiarowego napięcia jest przedstawiony na rysunku 2. Napięcie mierzone  $u_0$  jest przetworzone do wartości dopuszczalnej  $u_0'$  dla przetwornika A/C przy pomocy przetwornika wejściowego, o stałej  $k_{PU}$ . Jako przetwornik wejściowy w torze pomiaru napięcia może być wykorzystany dzielnik napięciowy. Przyjęto, że błąd wnoszony przez przetwornik wejściowy jest pomijalny w stosunku do błędów przetwarzania A/C.



Rys. 2. Uproszczony schemat toru pomiarowego napięcia  
Fig. 2. Simplified diagram of the circuit for voltage measurement

Wartości skuteczne napięć są wyznaczone na podstawie spróbowanych wartości chwilowych napięcia  $u_0'$  zebranych podczas

pomiaru za pomocą przetwornika A/C. W badaniach do oceny błędów przetwarzania A/C posłużono się katalogiem kart pomiarowych firmy National Instruments [3], w którym przedstawiony jest sposób obliczenia błędu pobrania pojedynczej próbki. Pod uwagę wzięto urządzenie z przetwornikiem 12 – bitowym.

Dla zakresu pomiarowego karty, ustawionego w odniesieniu do wartości chwilowej na wartość  $\pm 10$  V błąd wyznaczenia pojedynczej próbki, obliczony na podstawie danych katalogowych dla wybranej karty 12 – bitowej, ma wartość  $d_{DAQ} = 19,4 \text{ mV} \approx 0,02 \text{ V}$ .

Pojedyncza próbka napięcia  $u_\theta$  z uwzględnieniem stałej przetwornika  $k_{PU}$  pobrana jest z błędem bezwzględny  $d_{YN}$  określonym zależnością:

$$d_{YN} = k_{PU} d_{DAQ} \quad (3)$$

### 3. Błędy pomiaru okresu

Pomiar okresu napięcia sieci energetycznej najczęściej przeprowadzany jest metodą cyfrową [4] i polega na zliczaniu okresów z generatora wzorcowego w czasie jednego lub kilku okresów mierzonych. Okres wyznaczony jest na podstawie próbek zliczonych pomiędzy określoną liczbą przejść wartości chwilowej napięcia  $e(t)$  przez zero, zebranych wstępnie dla określonego czasu, dla obwodu nieobciążonego.

Metoda cyfrowa jest obciążona błędami statycznymi: kwantowania, częstotliwości generatora wzorcowego i wyzwalania oraz błędem dynamicznym wynikającym z niestałości mierzonego okresu w czasie pomiaru [4]. Przy założeniu przyjętym w badaniach, że w obwodzie nie występują wahania i odchylenia okresu napięcia sieci, błąd dynamiczny jest równy zero. Błąd częstotliwości generatora wzorcowego jest zwykle niewielki i można go pominąć [4].

Błąd kwantowania  $\delta_{Tk}$  powstaje, gdy na mierzony okres przypada niecałkowita liczba okresów generatora wzorcowego. Błąd względny kwantowania  $\delta_{Tk}$  nie jest większy niż odwrotność liczby okresów sygnału z generatora wzorcowego zliczonych w danym pomiarze [4] i jest określony zależnością:

$$\delta_{Tk} = \frac{1}{n_T \cdot N_0} \quad (4)$$

gdzie:  $N_0$  – liczba okresów z generatora wzorcowego przypadająca na mierzony okres  $T$ ,  $N_0 = T \cdot f_g$  ( $f_g$  – częstotliwość generatora wzorcowego),  $n_T \cdot T$  – czas pomiaru okresu.

Istotnym czynnikiem wpływającym na dokładność pomiaru okresu jest błąd wyzwalania  $\delta_{Tw}$ , który jest związany z nieczułością komparatora oraz zakłóceniami w mierzonym sygnale. Przy założeniu, że na sygnał sinusoidalny o amplitudzie  $E_m$  są nałożone zakłócenia o amplitudzie  $E_z$  względny błąd wyzwalania  $\delta_{Tw}$  dla pomiaru w czasie  $n_T$  kolejnych okresów wynosi:

$$\delta_{Tw} = \frac{1}{k_z \cdot \pi \cdot n_T} \quad (5)$$

gdzie:  $k_z = \frac{E_m}{E_z}$ .

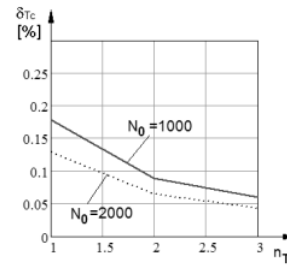
Całkowity błąd względny pomiaru okresu  $\delta_{Tc}$  jest zdefiniowany jako suma bezwzględnych wartości wszystkich błędów składowych pomiaru okresu:

$$\delta_{Tc} = |\delta_{Tk}| + |\delta_{Tw}| \quad (6)$$

W badaniach przyjęto, że  $N_0 = 1000$  i  $2000$  (przy założeniu, że mierzony okres  $T$  ma wartość  $T = 20$  ms i częstotliwość generatora wzorcowego jest ustawiona na  $f_g = 50$  kHz i  $100$  kHz) oraz, że krzywa napięcia  $e(t)$  jest sinusoidalna. Przyjmując, że amplituda zakłóceń  $E_z$  jest równa wartości błędów  $d_{YN} \approx 0,8$  V powstałym w torze pomiarowym, współczynnik  $k_z$  występujący we wzorze (5) jest równy  $k_z = 406$ .

Błąd całkowity pomiaru okresu  $\delta_{Tc}$  w zależności od krotności  $n_T$  okresu  $T$  określającego czas pomiaru przedstawiony jest na rysun-

ku 3 dla  $N_0 = 1000$  i  $2000$ . Przyjęto, że pomiar wykonywany był w czasie nie dłuższym niż  $n_T = 3$  okresów.



Rys. 3. Błąd całkowity pomiaru okresu  $\delta_{Tc}(n_T)$  dla  $N_0 = 1000$  i  $2000$  oraz dla  $k_z = 406$   
Fig. 3. The overall error of period measurement  $\delta_{Tc}(n_T)$  for  $N_0 = 1000$  and  $2000$ , for  $k_z = 406$

Jak wynika z rysunku 3 całkowity błąd pomiaru okresu osiąga większe wartości przy mniejszej liczbie  $N_0$ , czyli dla mniejszych częstotliwości generatora wzorcowego  $f_g$ . Dla  $n_T = 1$  i  $N_0 = 1000$  błąd  $\delta_{Tc}$  osiąga wartość  $\delta_{Tc} \approx 0,18\%$  natomiast dla  $n_T = 3$  i  $N_0 = 2000$  błąd może osiągnąć w przybliżeniu  $\delta_{Tc} \approx 0,05\%$ .

### 4. Błędy pomiaru wartości skutecznych napięć

Zgodnie z definicją wartość skuteczną sygnału okresowego o okresie  $T$  należy obliczać dla czasu równego całkowitej wielokrotności  $M$  tego okresu. Jeżeli okres jest zmierzony z błędem  $\delta_{Tc}$ , wartość skuteczna napięcia wyznaczana jest z przedziału czasu  $M'$ . Zakładając, że zmierzony okres obciążony jest błędem granicznym  $\delta_{Tc}$ , wielkość  $M'$  określa zależność:

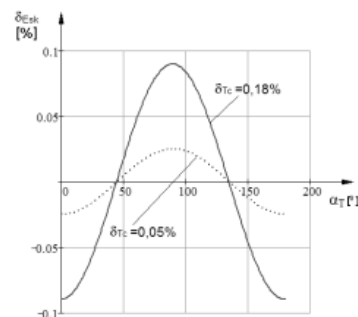
$$M' = M(1 + \delta_{Tc}) \quad (7)$$

Prowadzi to do powstania błędu wyznaczenia skutecznej wartości napięcia  $\delta_{Esk}$  zdefiniowanego zależnością [5]:

$$\delta_{Esk} = \frac{E_{skm} - E_{sk}}{E_{sk}} = \sqrt{1 - \frac{\sin(4\pi M' + 2\alpha_T) - \sin(2\alpha_T)}{4\pi M'}} - 1 \quad (8)$$

Wielkość  $E_{sk}$  jest skuteczną wartością napięcia dla nieobciążonego obwodu z rysunku 1, wyznaczoną dla całkowitej wielokrotności  $M$  okresów  $T$  tego napięcia, natomiast  $\alpha_T$  oznacza fazę sygnału napięciowego, w której rozpoczyna się próbkowanie.

Badania błędu pomiaru wartości skutecznej napięć zostały przeprowadzone przy założeniu, że wartości te są wyznaczane na podstawie próbek z czasu jednego okresu  $M = 1$ . Na wartość błędu  $\delta_{Esk}$  wpływa kąt  $\alpha_T$ . Przyjęto, że kąt  $\alpha_T$  zmienia się od  $0^\circ$  do  $180^\circ$ .



Rys. 4. Błąd  $\delta_{Esk}(\alpha_T)$  dla  $M = 1$ ,  $\delta_{Tc} \approx 0,05\%$  i  $0,18\%$

Fig. 4. Error  $\delta_{Esk}(\alpha_T)$  for  $M = 1$ ,  $\delta_{Tc} \approx 0,05\%$  and  $0,18\%$

Na rysunku 4 przedstawiono zależność błędu  $\delta_{Esk}(\alpha_T)$  dla  $M = 1$ ,  $\delta_{Tc} \approx 0,05\%$  ( $N_0 = 2000$ ,  $n_T = 3$ ) i  $0,18\%$  ( $N_0 = 1000$ ,  $n_T = 1$ ). Jak wykazały przeprowadzone badania, błąd  $\delta_{Esk}$  osiąga największą wartość dla fazy  $\alpha_T \approx 0^\circ$  oraz  $90^\circ$ . W takim wypadku i dla błędu pomiaru

okresu  $\delta_{T_C} \approx 0,05\%$ , błąd  $\delta_{E_{sk}}$  może osiągnąć wartość  $\delta_{E_{sk}} \approx 0,025\%$ , natomiast dla  $\delta_{T_C} \approx 0,18\%$  błąd  $\delta_{E_{sk}}$  osiąga wartość  $\delta_{E_{sk}} \approx 0,09\%$ . Przypadek, w którym próbkowanie rozpoczyna się dla fazy  $\alpha_T \approx 0^\circ$  jest powszechnie spotykany ze względu na prostotę takiego rozwiązania. Często w komparatorze inicjującym próbkowanie mierzony sygnał jest odniesiony do potencjału masy. Błąd  $\delta_{E_{sk}}$  jest bliski zeru dla fazy  $\alpha_T \approx 45^\circ$  oraz  $135^\circ$  i tam najlepiej byłoby rozpoczynać próbkowanie.

## 5. Błędy pomiaru impedancji pętli zwarciowej

Celem przedstawionych rozważań jest wyznaczenie całkowitego, granicznego błędu aparaturowego  $\delta Z_{ap}$  pomiaru impedancji pętli zwarciowej dla metod bazujących na skutecznych wartościach napięć. W referacie skupiono się na wpływie błędów wartości skutecznej napięć  $\delta_{E_{sk}}$  wynikających z niedokładności pomiaru okresu  $d_{T_C}$ . Błędy przetwarzania próbek napięć  $d_{Y_N}$  w torze pomiarowym wpływają na błędy pomiaru okresu i tylko pod takim kątem będą brane pod uwagę. Założono również, że pozostałe błędy aparaturowe charakterystyczne dla metod pomiaru impedancji pętli zwarciowej nie występują. Przedstawione badania mają charakter symulacyjny i z tego powodu nie uwzględniono w nich błędów przypadkowych, które mogą towarzyszyć pomiarom na fizycznym obiekcie. Błędy symulacji są pomijalne względem omawianych błędów.

Przy założeniu, że błędy pośrednie są przypadkowe, do wyznaczenia całkowitego błędu aparaturowego można posługiwać się pierwiastkiem z sumy kwadratów błędów przypadkowych. Przedstawione w pracy zagadnienia dotyczą pomiarów związanych z techniką bezpieczeństwa i z tego powodu może być uzasadnione określenie najbardziej niekorzystnego przypadku w ocenie całkowitego błędu metody, w którym błąd ten jest największy. Szczególnie niebezpieczne są ujemne błędy, ponieważ urządzenie, które nie spełnia wymagań ochrony przeciwporażeniowej może w wyniku niedokładnego pomiaru zostać dopuszczone do użytkowania. Całkowity błąd graniczny aparaturowy jest wyrażony w postaci sumy arytmetycznej z bezwzględnych wartości błędów pośrednich.

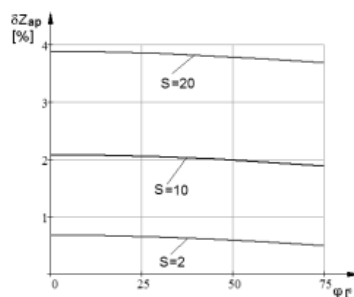
Do wyznaczenia granicznego błędu pomiaru impedancji przyjmuje się maksymalne wartości błędów składowych. Obliczony na podstawie błędu względnego  $\delta_{E_{sk}}$  błąd bezwzględny  $d_{E_{sk}} = \delta_{E_{sk}} E_{sk}$  będzie największy dla obwodu nieobciążonego. Przyjmuje się, że błędem bezwzględnym  $d_{E_{sk}}$  obciążone są oba napięcia  $E_{sk}$  i  $U_{0sk}$  potrzebne do wyznaczenia badanej impedancji.

Całkowity graniczny względny błąd aparaturowy pomiaru badanej impedancji  $\delta Z_{ap}$  związany z błędem  $d_{E_{sk}}$  wyznaczony jest za pomocą różniczki zupełnej:

$$\delta Z_{ap} = \frac{dZ_{ap}}{Z} \leq \left| \frac{\partial Z_{sk}}{\partial E_{sk}} \cdot \frac{1}{Z} \cdot d_{E_{sk}} \right| + \left| \frac{\partial Z_{sk}}{\partial U_{0sk}} \cdot \frac{1}{Z} \cdot d_{E_{sk}} \right|. \quad (9)$$

Badania błędu aparaturowego zostały przeprowadzone dla parametrów obwodu badanego, jakie mogą wystąpić w praktyce. Powszechnie w miernikach impedancji pętli zwarciowej, stosuje się rezystancyjne obciążenie pomiarowe  $R_0$ , co zostało uwzględnione w badaniach. W zależności od miejsca wykonywania pomiaru wartość impedancji pętli zwarciowej może się istotnie zmieniać zarówno, co do modułu  $Z$  jak i argumentu  $\varphi$ . Przykładowo w pobliżu transformatora rozdzielczego w zależności od jego mocy, moduł impedancji pętli  $Z$  może osiągać wartości rzędu kilku – kilkudziesięciu miliomów przy argumentie przekraczającym kilkadziesiąt stopni. Natomiast w instalacjach mieszkaniowych mierzona impedancja może mieć charakter praktycznie rezystancyjny przy module rzędu dziesiątych części oma.

W badaniach wprowadzono wielkość  $S = R_0/Z$ , która uwzględnia stosunek wartości rezystancji obciążenia pomiarowego do modułu mierzonej impedancji. Przyjęto trzy wartości  $S=2$ , 10 i 20 oraz, że argument  $\varphi$  mierzonej impedancji może przyjmować wartości z zakresu od  $0^\circ$  do  $75^\circ$ . Błędy bezwzględne  $d_{E_{sk}}$  mają wartość  $d_{E_{sk}} \approx 0,207$  V oraz  $0,058$  V.



Rys. 5. Błąd  $\delta Z_{ap}(\varphi)$  dla  $S=2$ , 10 i 20 przy  $d_{E_{sk}} \approx 0,207$  V

Fig. 5. Error  $\delta Z_{ap}(\varphi)$  for  $S=2$ , 10 and 20, for  $d_{E_{sk}} \approx 0,207$  V

Jak wynika z rysunku 5 wartość całkowitego błędu aparaturowego  $\delta Z_{ap}$  w istotny sposób zależy od wartości stosunku  $S$ . Miarą mierzonej impedancji  $Z_{sk}$  jest różnica napięć  $E_{sk}$  i  $U_{0sk}$ . Dla większych wartości stosunku  $S$  różnica tych napięć jest mniejsza. Nawet niewielki błąd pomiaru każdego z napięć może przekładać się na wyraźne błędy pomiaru impedancji. Dla błędu  $d_{E_{sk}} \approx 0,207$  V ( $\delta_{E_{sk}} \approx 0,09\%$ ) oraz  $S=20$  błąd aparaturowy pomiaru impedancji pętli zwarciowej  $\delta Z_{ap}$  osiąga około 4%. Zwiększając wartość prądu pomiarowego poprzez zmniejszenie rezystancji obciążenia  $R_0$  można istotnie zmniejszyć wartość tego błędu. Dla tych samych parametrów przy stosunku  $S=2$  błąd  $\delta Z_{ap}$  osiąga w przybliżeniu  $\delta Z_{ap} \approx 0,7\%$ . Zmniejszając błąd pomiaru wartości skutecznej napięć do  $d_{E_{sk}} \approx 0,058$  V dla analogicznych warunków błąd  $\delta Z_{ap}$  osiąga wartość  $\delta Z_{ap} \approx 1,1\%$  dla  $S=20$  oraz  $\delta Z_{ap} \approx 0,2\%$  dla  $S=2$ .

## 6. Podsumowanie

Z przeprowadzonych badań wynikają następujące wnioski:

- przy pomiarze impedancji pętli zwarciowej należy zwracać szczególną uwagę na zastosowane środki techniczne służące wyznaczeniu skutecznych wartości napięć. Nawet niewielkie błędy pomiaru okresu i wynikłe z nich nieduże błędy  $d_{E_{sk}}$  wyznaczenia wartości skutecznej napięć  $E_{sk}$  i  $U_{0sk}$ , mogą w istotny sposób przekładać się na dokładność pomiaru impedancji pętli zwarciowej,
- wpływ analogicznych błędów na dokładność pomiaru impedancji można w istotny sposób ograniczyć zwiększając wartość prądu pomiarowego.

*Praca naukowa finansowana ze środków na naukę w 2011 roku w ramach projektu: „Badania nad wpływem wybranych czynników zakłócających na dokładność pomiaru impedancji elementów obwodu zwarciowego”.*

## 7. Literatura

- [1] Roskosz R.: Nowe rozwiązania pomiaru impedancji pętli zwarciowej przy odczłateniu krzywej napięcia w miejscu badania. Zeszyty Naukowe Politechniki Gdańskiej, Elektryka Nr 79, Gdańsk 1995.
- [2] Musiał E.: Ocena jakości energii elektrycznej w sieciach przemysłowych. Automatyka, Elektryka, Zakłócenia, nr1/2010, e-pismo nauk.-techn., www.elektro-innowacje.pl (06.03.2011), s. 30 – 45.
- [3] Katalog firmy National Instruments 2001.
- [4] Świsulski D.: Analiza dokładności cyfrowego pomiaru okresu zakłóconego napięcia sinusoidalnego w warunkach dynamicznych. Krajowy Kongres Metrologii, Metrologia u Progu Trzeciego Milenium, Politechnika Warszawska, Warszawa 2001, s. 497-500.
- [5] Nowotny M., Sedlacek M.: New Class of Time Domain Algorithms of RMS Value Measurement of Non-Coherently Sampled Signals. 14th IMEKO Symposium on New Technologies in Measurement and Instrumentation and 10th Workshop on ADC Modeling and Testing, vol. I, Gdynia 2005, p. 235-240.