

# Interior Point Method Evaluation for Reactive Power Flow Optimization in the Power System

## Authors

Zbigniew Lubośny  
Krzysztof Dobrzyński  
Jacek Klucznik

## Keywords

reactive power flow optimization, interior point method

## Abstract

The paper verifies the performance of an interior point method in reactive power flow optimization in the power system. The study was conducted on a 28 node CIGRE system, using the interior point method optimization procedures implemented in Power Factory software.

**DOI: 10.12736/issn.2300-3022.2013108**

## 1. Introduction

Proper management of reactive power in the system appear to be justified for several reasons. The basic reasons include minimisation of active power losses in the system, minimisation of generation cost, and optimization of voltage levels in the system nodes. The adopted optimization target can be achieved with the use of an appropriate optimization method, operating in conjunction with a program that calculates load flows in a mathematical model of the system. This paper presents the results of analyzes carried out with a view to assessing the possibility of using the internal point method to minimize active power losses in the system.

## 2. Theoretical basis

The interior point method is an optimization method applied in problems of linear and nonlinear programming alike. This method is particularly recommended for multi-dimensional problems. Thus, it is suitable for solving optimization problems in power systems. In this case, due to the nature of the relationship describing a power grid and (often) the optimized objective function, it is positioned in the group of non-linear programming problems. A task of the optimization of function  $f(X)$  in the multidimensional space spanned on vector  $X = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$ , constrained with vectors of linear functions  $G(X)$  and nonlinear functions  $H(X)$ , can be formulated as follows [4]:

$$\min_X f(X) \quad (1)$$

subject to constraints:

$$G(X) = 0 \quad (2)$$

$$H(X) \leq 0 \quad (3)$$

with (possible) taking into account the additional conditions:

$$X_{\min} \leq X \leq X_{\max} \quad (4)$$

Inequality constraints  $H(X)$  are converted to equality constraints, using the so-called barrier function (often the logarithmic function of an additional variable  $Z$ ). After this conversion problem (1) takes the form:

$$\min_X \left[ f(X) - \gamma \sum_{m=1}^{n_i} \ln(Z_m) \right] \quad (5)$$

subject to constraints:

$$G(X) = 0 \quad (6)$$

$$H(X) + Z = 0 \quad (7)$$

$$Z > 0 \quad (8)$$

where:

$\gamma$  is a disturbance parameter, and  $n_i$  specifies the number of inequality constraints.

For the disturbance parameter  $\gamma$  close to zero, the optimization problem (5) becomes close to the initial problem (1). The introduction of the logarithmic barrier function leads to a state in which at successive iterations of the optimization process the solution always stays within the bounded area.

The form of optimized function  $f(X)$ , i.e. the objective function, depends on the analysed problem. Typically considered issues include:

- minimisation of active power losses (energy) in power grid
- minimisation of the cost of electricity generation

- optimization of voltage levels in power grid nodes, and minimisation of reactive power flow in a power grid or a segment of it
- optimization of reactive power output of reactive power sources in a power grid (including optimization of reactive power sources deployment)
- optimization of the cost of power (energy) received in a node by the receivers, for which technical and economic considerations allow (justify) making their consumption power dependent on the electricity prices.

The variables vector in its basic formula may assume the form:

$$X = [\Theta U P_g Q_g]^T \quad (9)$$

i.e. it can consist, respectively, of the vectors of voltage angles, voltage modules, active nodal powers and reactive nodal power nodes in the power grid. If in an analysed problem the regulation by way of transformer voltage ratios control is taken into account, then the variables vector should be expanded to include these transformer voltage ratios. In general, to include transverse ratios  $J_p$  and longitudinal ratios  $J_d$ , vector  $X$  takes then the following form:

$$X = [\Theta U P_g Q_g \mathcal{J}_p \mathcal{J}_d]^T \quad (10)$$

Equality constraints functions  $G(X)$  arise here from the grid nodal equations, formulated separately for active and reactive powers. These functions in their basic formulas have the following form:

$$G_p(X) = P(\Theta, U) + P_o - P_g = 0 \quad (11)$$

$$G_Q(X) = Q(\Theta, U) + Q_o - Q_g = 0 \quad (12)$$

where:

$P_o$   $Q_o$  denote, respectively, the active and reactive power loads of a given grid node<sup>1</sup>.

Inequality constraint functions  $H(X)$  result from various technical or economic constraints (depending on the problem under consideration). These functions, for example with regard to the maximum load of a branch (line, transformer) expressed by its current, are as follows:

$$H_p(X) = |I_p(\Theta, U)| - I_{max} \leq 0 \quad (13)$$

$$H_k(X) = |I_k(\Theta, U)| - I_{max} \leq 0 \quad (14)$$

where:

$I_p, I_k, I_{max}$  are, respectively, the currents at the beginning and end of the branch and its maximum current. In general, the limit current  $I_{max}$  can be expressed as a function of different variables, including the line current.

The group of inequality constraints functions  $H(X)$  may also include constraints due to the area of permissible operating conditions of a synchronous generator (or other energy sources).

The last group of constraints refers to individual variables of vector  $X$ , i.e. to nodal voltages, source power outputs, and, possibly transformer voltage ratios:

$$u_{i,\min} \leq u_i \leq u_{i,\max} \quad i \in 1 \dots n_b \quad (15)$$

$$p_{gi,\min} \leq p_i \leq p_{gi,\max} \quad i \in 1 \dots n_g \quad (16)$$

$$q_{gi,\min} \leq q_i \leq q_{gi,\max} \quad i \in 1 \dots n_g \quad (17)$$

$$\mathcal{J}_{pi,\min} \leq \mathcal{J}_{pi} \leq \mathcal{J}_{pi,\max} \quad i \in 1 \dots n_t \quad (18)$$

$$\mathcal{J}_{di,\min} \leq \mathcal{J}_{di} \leq \mathcal{J}_{di,\max} \quad i \in 1 \dots n_t \quad (19)$$

$$\Delta\Theta_{ij} \leq \Delta\Theta_{ij,\max} \quad i, j \in 1 \dots n_b \quad (20)$$

where:

$n_b$   $n_g$   $n_t$  denote, respectively, the numbers of nodes, generation nodes, and of transformers. Condition (20), which defines the maximum difference in the voltage angle in nodes  $i$  and  $j$ , can be introduced with a view to ensuring a margin of the system's local stability.

### 3. Sample test results

In the study on the voltage and reactive power optimization using the internal point method, the sample model of CIGRE power system was applied, as shown in Fig. 1. For the purposes of the analysis, the system was modelled in DlgSILENT's PowerFactory. This software makes available the implemented Newton – Lagrange algorithm based internal point method, whereby the sought solution is the minimum of the objective function (1), subject to the equality constraints (2), which correspond to the grid power flow equations subject to inequality constraints (3). The inequality constraints in the problem at hand are represented by the acceptable ranges of node voltages ( $U_{min}, U_{max}$ ) and reactive power outputs of generators ( $Q_{gmin}, Q_{gmax}$ ).

In the performance tests of the internal point method used to optimize voltages and reactive power in the system, numerous test system operation options were analysed. This resulted on the one hand from the adoption of a specific method examination software, and on the other hand, in the consideration of the system's daily load. In general, many assumptions were adopted, including the following:

- It was assumed that a selected group of generators was involved in the optimization. This corresponds to an approach, which would be applied to a real system, where only a certain group of generators were centrally controlled (such as is the case, for example, of a system's secondary control).

<sup>1</sup> Where loads are modelled as admittances, their active and reactive powers do not appear in their explicit forms in formulas (11) and (12).

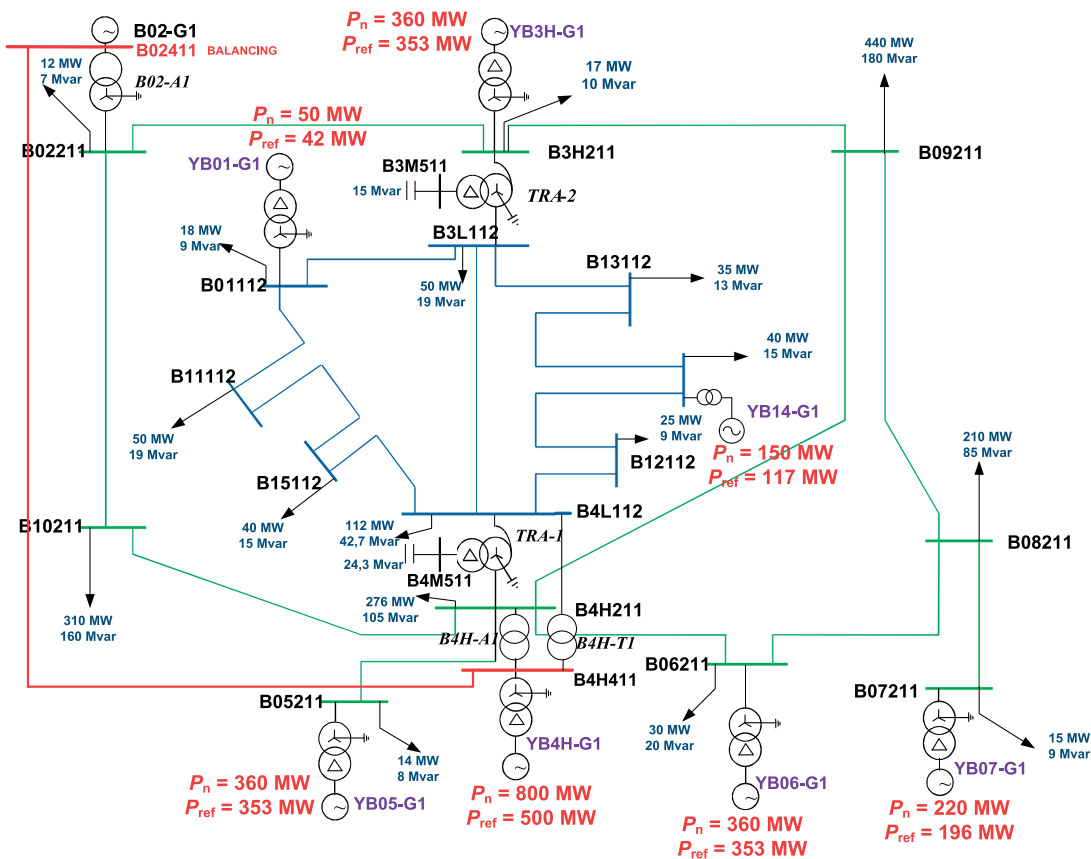


Fig. 1. CIGRE system diagram used in the test

- In the optimization process the selected generators' excitation voltages are controlled, i.e. *de facto* their reactive powers. The active power in each variant remains fixed and stable.
- As constraints, the node voltage limits were adopted, which, depending on the voltage level, were the following (in relative terms):
  - 110 kV grid:  $U_{min} = 0.955; U_{max} = 1.118$
  - 220 kV grid:  $U_{min} = 0.955; U_{max} = 1.114$
  - 400 kV grid:  $U_{min} = 0.9; U_{max} = 1.1$
  - generator nodes (MV level):  $U_{min} = 0.9$
  - $U_{max} = 1.1$
- and the reactive power limits of generators.

As the objective function the minimum losses in the grid were adopted. The options tested – the basic approach provided for different loads of the system, which resulted from the adoption of a sample demand curve. It was assumed that the state (load, generation, structure) of the CIGRE system test model is the peak load in relation to the demand curve for the hour 17:00. It was assumed that there were 24 variants resulting from the demand curve, i.e. one load variant for each full hour (the daily load curve is shown in the graphs with the results presented further herein, and designated as 'wsp\_sk').

In addition, the following variants of the internal point methods sensitivity testing were assumed:

- impact of change in generator voltage setpoints
- impact of the balancing generator location in the system

- impact of the system balancing method
- impact of change in the acceptable voltage limits in system nodes.

### 3.1. Impact of change in generator voltage setpoints

Presented below are selected test results showing the effect of changes in generator voltage setpoints. It was assumed that the voltages change by  $\pm 1\%$  and  $\pm 2\%$  relative to the reference variant (marked '0' in the charts), where the change is effected simultaneously in all generators.

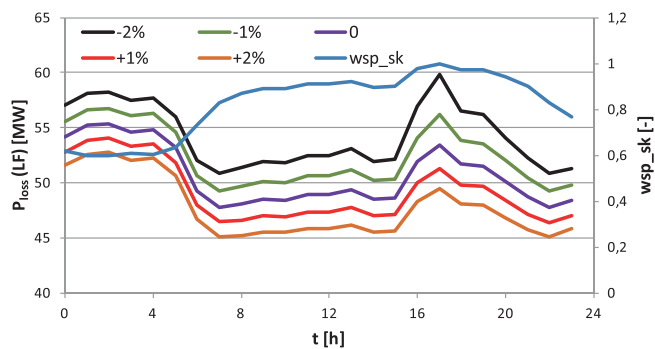


Fig. 2. Power losses in the grid. Impact of change in generator voltage setpoints. Without optimization (LF)

It can be observed in the waveforms shown in Fig. 2–4 that the difference between grid losses without (LF) and with optimization (OPF) depends to a significant extent on the generator voltage setpoints. However, this was mainly due to changes in the losses at calculations made without optimization. In the state of optimal power flow in the grid, the losses for each change in the generator voltage setpoints are similar. Only the variant noticeably differs here, where the voltage generator setpoints had been increased by 2% from the baseline.

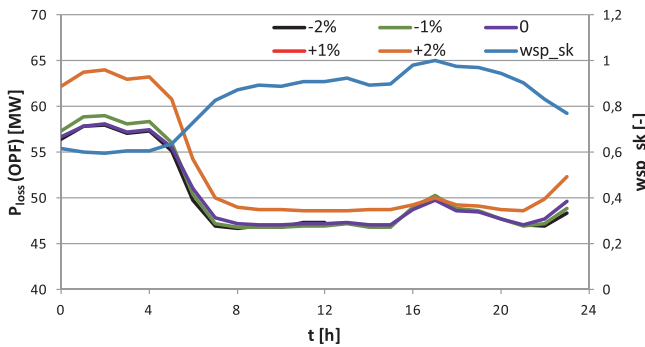


Fig. 3. Power losses in the grid. Impact of change in generator voltage setpoints. With optimization (OPF)

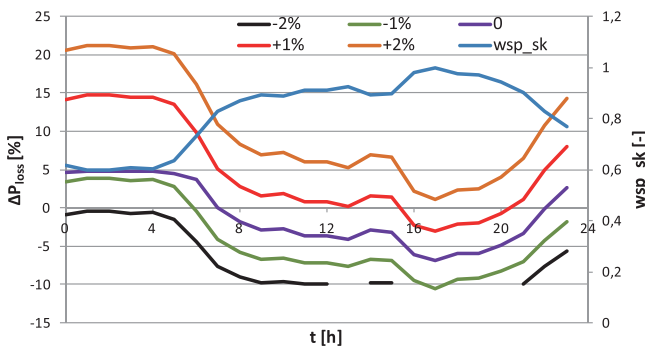


Fig. 4. Percentage difference between grid losses with and without optimization

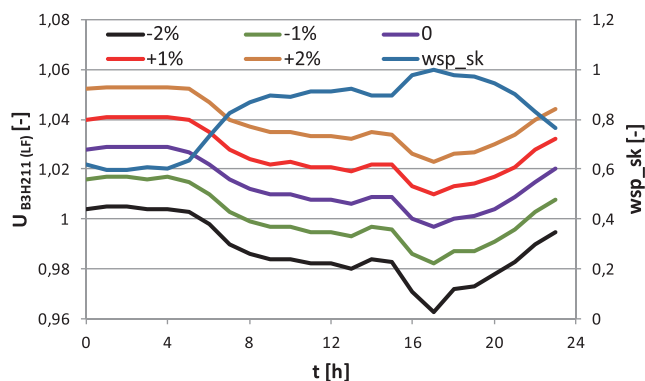


Fig. 5. Voltages in selected grid node B3H211, without optimization (LF)

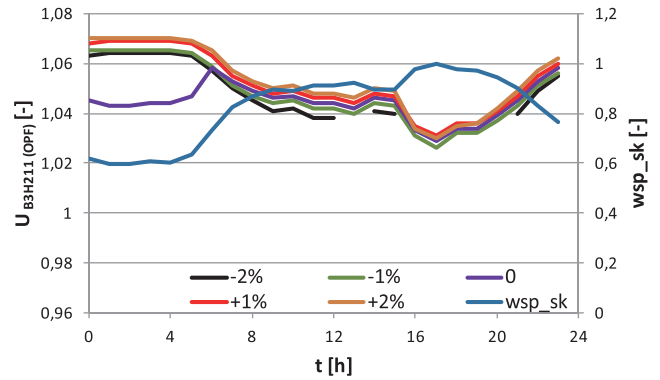


Fig. 6. Voltages in selected grid node B3H211, with optimization (OPF)

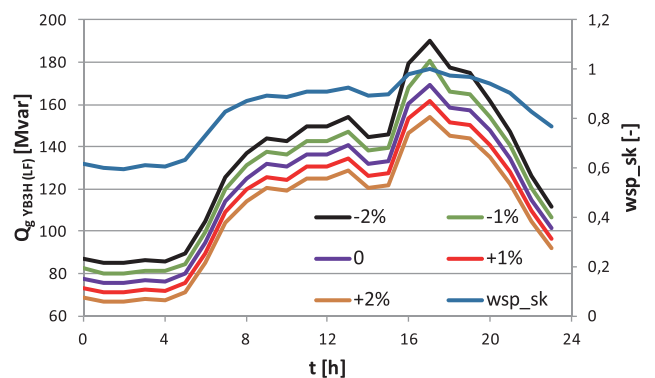


Fig. 7. Reactive power of selected generator YB3H, with optimization (OPF)

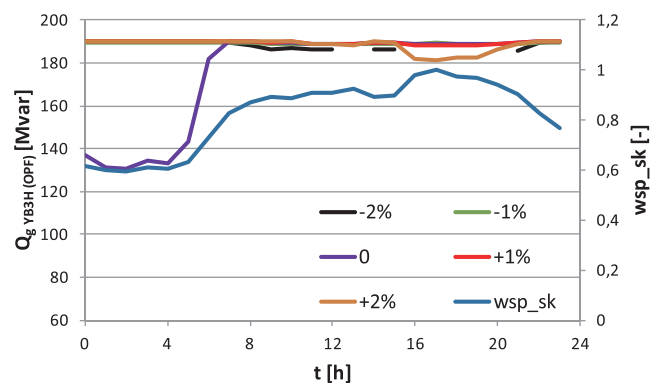


Fig. 8. Reactive power of selected generator YB3H, with optimization (OPF)

Fig. 5 and 6 show voltages in node B3H211. The effect of changes in generator voltage setpoints is clearly visible for the calculations performed without optimization (LF). Much smaller differences in the voltages were observed for the results obtained in the state of optimal power flow (OPF). As regards the reactive power of YB3H generator (Fig. 7 and 8), it can be seen that it was operating at its reactive power limit.

### 3.2. Impact of balancing generator location in the system

The internal point method's sensitivity to a change in the balancing generator location was analyzed taking into account two different approaches:

- balancing generator replacement with another generation unit
- balancing generator transfer to a selected load node.

A change in the point of the balancing node's connection changes the grid's initial state. However, in both cases, the test sought to bring together the initial state of the different options. In the first approach this primarily consisted in leaving the voltage setpoints of individual generators. In the other, except for the same generator set points, the balancing generator's setpoint was adjusted to the load node voltage, which occurred in the initial variant, that is, before connecting the balancing generator to it.

Fig. 9–11 shows power losses in the grid with and without optimization. It follows from the drawings that the balancing generator's relocation with another generation unit affects the calculation results. The best optimization effect throughout the day was obtained in the variant where the balancing generator was connected to node B05211. In this variant, for hour 1, the optimization reduced the loss by almost 30%.

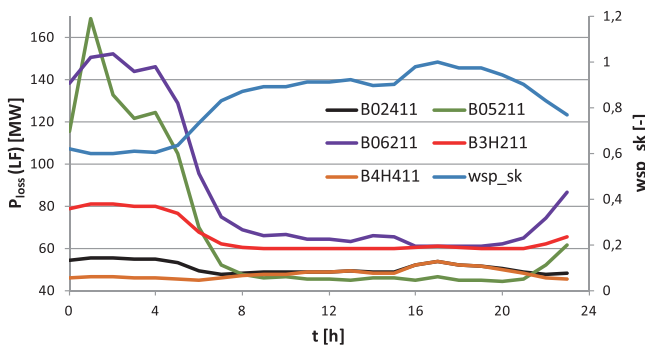


Fig. 9. Power losses in the grid. Balancing generator relocation. Without optimization (LF)

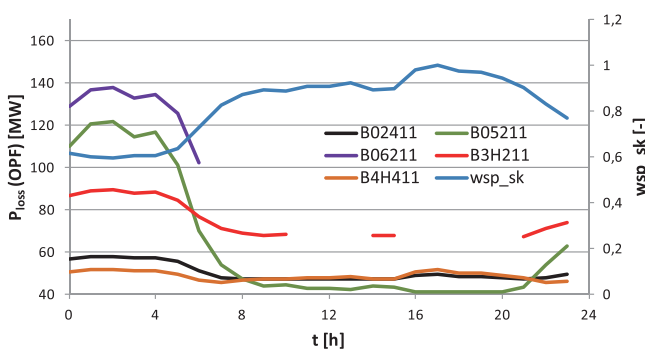


Fig. 10. Power losses in the grid. Balancing generator relocation. With optimization (OPF)

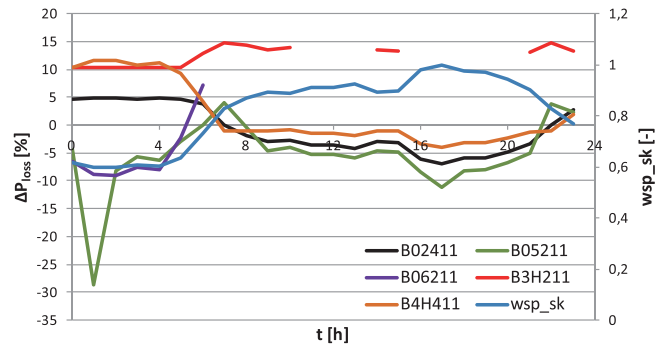


Fig. 11. Percentage difference between grid losses with and without optimization. Balancing generator relocation

It should be noted, however, that the losses in this case are considerably higher (both with and without optimization) compared with the rest of the day. In the case of the balancing generator's location in node B06211 and B3H211 the optimal solution was not found for every hourly load of the system, which resulted from the failure to meet voltage requirements before optimization.

### 3.3. Impact of change in acceptable voltage limits in system nodes

Also the impact of change in the constraints was tested in the study. In this case, out of the analysed variants the option where losses in the grid were the largest (calculated without optimization) was selected. This is the variant with the balancing generator connected to node B05211, and the grid load as in hour 1. For this option the loads were calculated at which the upper voltage limit  $U_{max}$  in the 110–220–400 kV grid nodes was changed. The voltage change range from 1.05 to 1.2 was adopted. The results are presented in Fig. 12, which shows the percentage change in power losses in the grid obtained by the optimization, with respect to the initial variant.

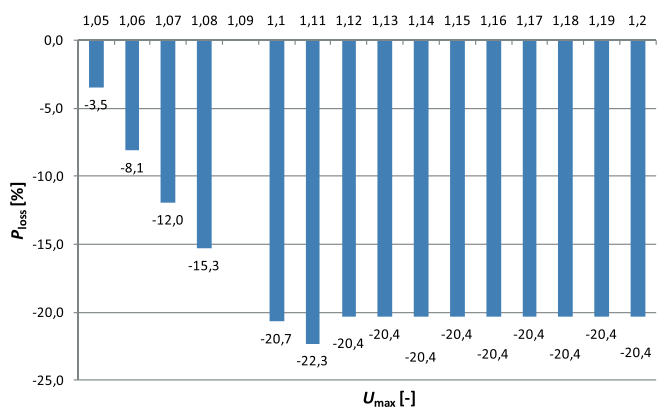


Fig. 12. Power losses after optimization for different upper voltage limits in nodes

When assessing the results, it is clear that the lowering of the acceptable voltage limits in nodes results in deterioration of performance – the loss reduction accomplished through the optimization decreases with lowering the acceptable voltage limit. In turn, increasing the limit (above the acceptable value of 1.11) didn't improve the results. In addition, for  $U_{max} = 1.09$  the solution was not obtained.

### 3.4. Impact of system balancing method at change of system load

It was assumed in the above analyses that at a change in its load, the system was balanced by the balancing generator only. The method's sensitivity was also analysed, when concurrently with a load change in the system, the active power outputs of all its generation units also changed. At the same time, the generation units' minimum output was taken into account, so at night the balancing generator's share in the active power unbalance's coverage increased.

The analysed variants are designated in the drawings as follows:

- L – change in receivers power according to the demand curve

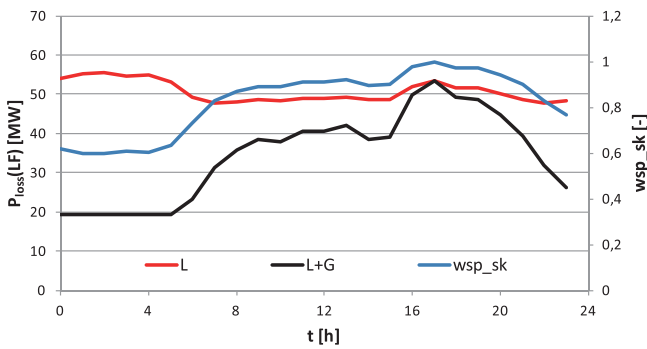


Fig. 13. Power losses in the grid. Different methods of system balancing. Without optimization (LF)

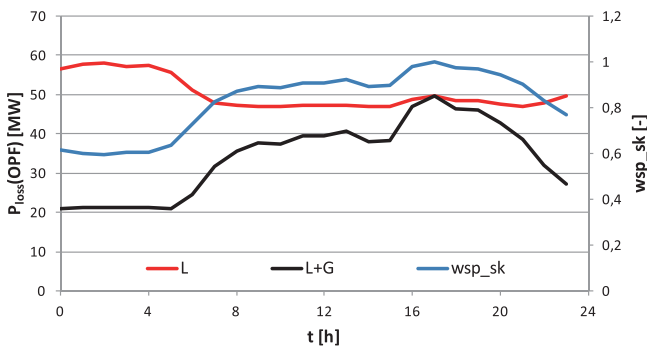


Fig. 14. Power losses in the grid. Different methods of system balancing. With optimization (OPF)

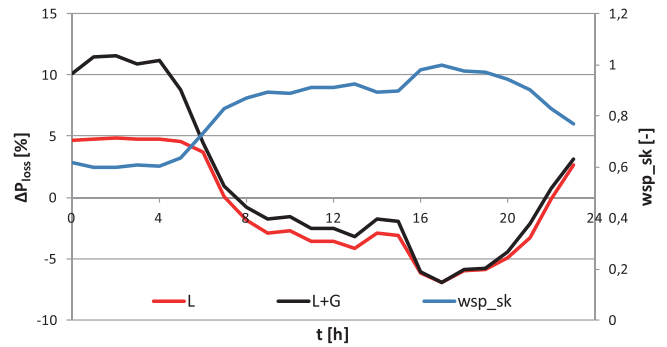


Fig. 15. Percentage difference between grid losses with and without optimization. Different methods of system balancing

- L+G – change in receivers power and generators active power outputs according to the demand curve

It can be concluded from the results obtained for grid losses (Fig. 13–15) that at a large system load a similar optimization effect was achieved. A significant difference is seen at the load at night.

### 4. Conclusions

On the basis of the internal point optimization method performance analysis, the following conclusions may be drawn: Subject to analyses was an internal point method implemented in DlgSILENT's commercial PowerFactory software. The method should be considered complete and properly implemented. Operating times of the internal point method in the tests carried on the test system amounted to 1–2 seconds. No analyzes were performed on the large system, but it might expected that these times would do not exceed 1 minute. It follows from the voltage waveforms that, as a result of the optimization, in many cases they are placed near the upper limit value for the nodes. This is due to the objective function adopted in the study, which was based on the minimization of losses in the grid. For the same reason, in some variants the reactive power outputs of the generators involved in the optimization process had reached their upper reactive power limits. In general, the large daily variation of the reactive powers of individual generators is worth noting. The optimum power flow was not calculated for every hourly load in the analysed variants. This was due to the operating principle of the internal point method implemented in the PowerFactory, which didn't initiate the optimization process if in the initial condition any constraint had not been adhered to, for example, if the voltage in any node was outside the limit. 304 variants were optimized in the study. In 174 variants, i.e. 57.2%, a better result than the initial value was achieved. A result worse than the baseline was obtained in 42.8% of the variants, and, characteristically, these were primarily (28.6%) variants with low system load (23:00–6:00 hours). It should be noted that the internal point method's performance is strongly dependent on the initial state of the system.



## REFERENCES

---

1. Xiaoying D. i in., The interior point branch and cut method for optimal power flow, 0-7803-7459-2/02/\$ 17.00 © 2002 IEEE, pp. 651–655.
  2. Dobrzyński K. et al., Optymalizacja gospodarki mocą bierną w Krajowym Systemie Elektroenergetycznym [Reactive power management in the National Power System], Part 1: Analizy techniczne – wybór metody/metod optymalizacji gospodarki mocą bierną [Technical analyses – the choice of reactive power management optimization method(s)], a study commissioned by PTPIREE Polish Power Transmission and Distribution Association, under the direction of Prof. K. Wilkosz, Wrocław University of Technology, 2012.
  3. Rider M.J., Paucar V.L., Garda A.V., Enhanced higher-order interior-point method to minimize active power losses in an electric energy system[J], *EEProc-Gener. Transm. Distrib.*, 2004, No. 151 (4), pp. 517–525.
  4. MATPOWER 4.1, User's Manual, December 2011.
  5. Granville S., Optimal reactive dispatch through interior point methods, *IEEE Trans. Power Syst.*, Vol. 9, No. 1, pp. 136–146, Feb. 1994.
  6. Soto J.R.O., Dornellas C.R.R., Falcao D.M., Optimal reactive power dispatch using a hybrid formulation: genetic algorithms and interior point, IEEE 2001.
  7. Wei Yani et al., A new optimal reactive power flow model in rectangular form and its solution by predictor corrector primal dual interior point method, *IEEE Trans. Power Syst.*, Vol. 21, No. 1, pp. 61–67, Feb. 2006.
  8. Wu Y, Debs A.S., Marsten R.E., Direct Nonlinear Predictor-Corrector Primal-Dual Interior Point Algorithm for Optimal Power Flows, 1993 IEEE Power Industry Computer Applications Conference, pp. 138–145.
- 

### Zbigniew Lubośny

Gdańsk University of Technology

e-mail: z.lubosny@ely.pg.gda.pl

Graduate of Gdańsk University of Technology. A professor of engineering since 2004. Currently an associate professor at Gdańsk University of Technology. His main areas of interest include: mathematical modelling, power system stability, power system control, use of artificial intelligence application in power system control, and modelling and control of wind turbines.

### Krzysztof Dobrzyński

Gdańsk University of Technology

e-mail: k.dobrzynski@eia.pg.gda.pl

Graduated from the Faculty of Electrical Engineering of Warsaw University of Technology in 1999. In 2012 he obtained his doctorate at the Faculty of Electrical Engineering and Automation of Gdańsk University of Technology. A lecturer at the Power Engineering Department of Gdańsk University of Technology. His areas of interest include cooperation of distributed generation sources with the power system, mathematical modelling, power system control, and intelligent systems in buildings.

### Jacek Klucznik

Gdańsk University of Technology

e-mail: j.klucznik@eia.pg.gda.pl

Graduated as M.Sc. from the Faculty of Electrical and Control Engineering at Gdańsk University of Technology (1999). Five years later he obtained his Ph.D. A lecturer at the Power Engineering Department of Gdańsk University of Technology. His areas of interest include control systems for generators and turbines, wind power generation, and power system automatic protections.

This is a supporting translation of the original text published in this issue of "Acta Energetica" on pages 90–96. When referring to the article please refer to the original text.

PL

# Ocena możliwości wykorzystania metody punktu wewnętrznego do optymalizacji rozpyływu mocy biernej w systemie elektroenergetycznym

## Autorzy

Zbigniew Lubośny  
Krzysztof Dobrzyński  
Jacek Klucznik

## Słowa kluczowe

optymalizacja rozpyływu mocy biernej, metoda punktu wewnętrznego

## Streszczenie

W artykule poddano weryfikacji metodę punktu wewnętrznego pod kątem jej wykorzystania do optymalizacji rozpyływu mocy biernej w systemie elektroenergetycznym. Rozważania przeprowadzono na 28-węzłowym systemie CIGRE, z wykorzystaniem zaimplementowanej metody punktu wewnętrznego w programie Power Factory firmy DlgSILENT.

### 1. Wstęp

Właściwe gospodarowanie mocą bierną w systemie wydaje się uzasadnione z wielu powodów. Jako podstawowe argumenty można wymienić minimalizację strat mocy czynnej w systemie, minimalizację kosztów wytwarzania, czy optymalizację poziomów napięć w węzłach systemu. Osiągnięcie wybranego celu optymalizacji jest możliwe z wykorzystaniem odpowiedniej metody optymalizacyjnej, działającej w powiązaniu z programem obliczającym rozpyływu na modelu matematycznym systemu. W niniejszym artykule zamieszczono wyniki analiz przeprowadzonych pod kątem możliwości wykorzystania metody punktu wewnętrznego do minimalizacji strat mocy czynnej w systemie.

### 2. Podstawy teoretyczne

Metoda punktu wewnętrznego jest jedną z metod optymalizacji znajdującej zastosowanie w zagadnieniach programowania liniowego, jak i nieliniowego. Metoda ta jest szczególnie zalecana dla problemów wielowymiarowych. Tym samym nadaje się do rozwiązywania problemów optymalizacji w systemach elektroenergetycznych. W tym przypadku, ze względu na charakter zależności opisujących sieć elektroenergetyczną oraz (często) optymalizowaną funkcję celu, lokuje się w grupie zagadnień programowania nieliniowego.

Zadanie optymalizacji funkcji  $f(X)$  w wielowymiarowej przestrzeni rozpiętej na wektorze  $X = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$ , ograniczonej wektorami funkcji liniowych  $G(X)$  i nieliniowych  $H(X)$ , można sformułować następująco [4]:

$$\min_x f(X) \quad (1)$$

przy ograniczeniach:

$$G(X) = 0 \quad (2)$$

$$H(X) \leq 0 \quad (3)$$

z (ewentualnym) uwzględnieniem dodatkowych warunków:

$$X_{\min} \leq X \leq X_{\max} \quad (4)$$

Ograniczenia nierównościowe  $H(X)$  przekształcone są do postaci ograniczeń równościowych, z wykorzystaniem tzw. funkcji barierowej (często jest to funkcja logarytmiczna dodatkowej zmiennej  $Z$ ). Po tym przekształceniu zagadnienie (1) przybiera postać:

$$\min_x \left[ f(X) - \gamma \sum_{m=1}^{n_i} \ln(Z_m) \right] \quad (5)$$

przy ograniczeniach:

$$G(X) = 0 \quad (6)$$

$$H(X) + Z = 0 \quad (7)$$

$$Z > 0 \quad (8)$$

gdzie:  $\gamma$  jest parametrem zaburzenia, a  $n_i$  określa liczbę ograniczeń nierównościowych. Dla wartości parametru zaburzenia  $\gamma$  zbliżonej do zera problem optymalizacji (5) staje się zbliżony do problemu wyjściowego (1). Wprowadzenie logarytmicznej funkcji barierowej prowadzi do stanu, w którym w kolejnych iteracjach procesu optymalizacji rozwiązanie zawsze znajduje się w obszarze ograniczonym.

Forma optymalizowanej funkcji  $f(X)$ , tj. funkcji celu, zależy od rozważanego zagadnienia. Do powszechnie podejmowanych kwestii można zaliczyć:

- minimalizację strat mocy czynnej (energii) w sieci elektroenergetycznej
- minimalizację kosztów wytwarzania energii elektrycznej
- optymalizację poziomów napięć w sieci elektroenergetycznej
- minimalizację przepływów mocy biernej w sieci elektroenergetycznej lub w jej fragmencie
- optymalizację wartości generowanej mocy biernej przez źródła mocy biernej

w sieci elektroenergetycznej (w tym optymalizację rozmieszczenia źródeł mocy biernej)

- optymalizację kosztu mocy (energii) pobieranej w węzle przez odbiory, którym względu techniczno-ekonomiczne umożliwiają (uzasadniają) uzależnienie poboru mocy od ceny energii.

Wektor zmiennych w podstawowej formie może mieć postać:

$$X = [\Theta U P_g Q_g]^T \quad (9)$$

tj. może składać się odpowiednio z wektorów kątów napięć, modułów napięć, mocy czynnych węzłowych oraz mocy biernych węzłowych danej sieci elektroenergetycznej. Jeśli w rozwiązywanym problemie uwzględnia się regulację transformatorami, wektor zmiennych powinien być poszerzony o przekładnie tych transformatorów. W ogólności o przekładnie poprzeczne  $\vartheta_p$  i podłużne  $\vartheta_d$ . Wektor  $X$  przyjmuje wówczas następującą postać:

$$X = [\Theta U P_g Q_g \vartheta_p \vartheta_d]^T \quad (10)$$

Funkcje ograniczeń równościowych  $G(X)$  wynikają tu z równań węzłowych sieci, sformułowanych oddzielnie dla mocy czynnych i mocy biernych. Funkcje te w postaci podstawowej mają następującą postać:

$$G_p(X) = P(\Theta, U) + P_o - P_g = 0 \quad (11)$$

$$G_Q(X) = Q(\Theta, U) + Q_o - Q_g = 0 \quad (12)$$

gdzie:  $P_o$ ,  $Q_o$  oznaczają odpowiednio moc czynną i bierną odbioru przyłączonego do danego węzła sieci<sup>1</sup>.

Z kolei funkcje ograniczeń nierównościowych  $H(X)$  wynikają z różnego rodzaju ograniczeń technicznych lub ekonomicznych (w zależności od rozważanego problemu). Funkcje te, przykładowo w odniesieniu do maksymalnego obciążenia gałęzi (linii, transformatora) wyrażonego przez prąd, mają następującą postać:

<sup>1</sup> W przypadku modelowania odbiorów w postaci admittancji moce czynne i bierne odbiorów w postaci jawnej w zależnościach (11) i (12) nie wystąpią.



$$H_p(X) = |I_p(\Theta, U)| - I_{\max} \leq 0 \quad (13)$$

$$H_k(X) = |I_k(\Theta, U)| - I_{\max} \leq 0 \quad (14)$$

gdzie:  $I_p$ ,  $I_k$ ,  $I_{\max}$  są odpowiednio prądami na początku i na końcu gałęzi oraz prądem maksymalnym gałęzi. W ogólnym prąd graniczny  $I_{\max}$  może być wyrażony w postaci funkcji różnych zmiennych, w tym prądu danej linii.

W grupie funkcji ograniczeń nierównościowych  $H(X)$  mogą wystąpić również ograniczenia wynikające z obszaru dopuszczalnych stanów pracy generatora synchronicznego (lub innego źródła energii).

Ostatnią grupę ograniczeń stanowią ograniczenia odnoszące się do poszczególnych zmiennych wektora  $X$ , tj. do napięć węzłowych, mocy wprowadzanej przez źródła i ewentualnie do przekładni transformatorów:

$$u_{i,\min} \leq u_i \leq u_{i,\max} \quad i \in 1 \dots n_b \quad (15)$$

$$p_{gi,\min} \leq p_i \leq p_{gi,\max} \quad i \in 1 \dots n_g \quad (16)$$

$$q_{gi,\min} \leq q_i \leq q_{gi,\max} \quad i \in 1 \dots n_g \quad (17)$$

$$\vartheta_{pi,\min} \leq \vartheta_{pi} \leq \vartheta_{pi,\max} \quad i \in 1 \dots n_t \quad (18)$$

$$\vartheta_{di,\min} \leq \vartheta_{di} \leq \vartheta_{di,\max} \quad i \in 1 \dots n_t \quad (19)$$

$$\Delta\Theta_{ij} \leq \Delta\Theta_{ij,\max} \quad i, j \in 1 \dots n_b \quad (20)$$

gdzie:  $n_b$ ,  $n_g$ ,  $n_t$  oznaczają odpowiednio liczbę węzłów, liczbę węzłów generacyjnych oraz liczbę transformatorów. Warunek (20), określający maksymalną różnicę kąta napięć w węzłach  $i$  oraz  $j$ , może być wprowadzony ze względu na wymóg zachowania odpowiedniego zapasu stabilności lokalnej systemu.

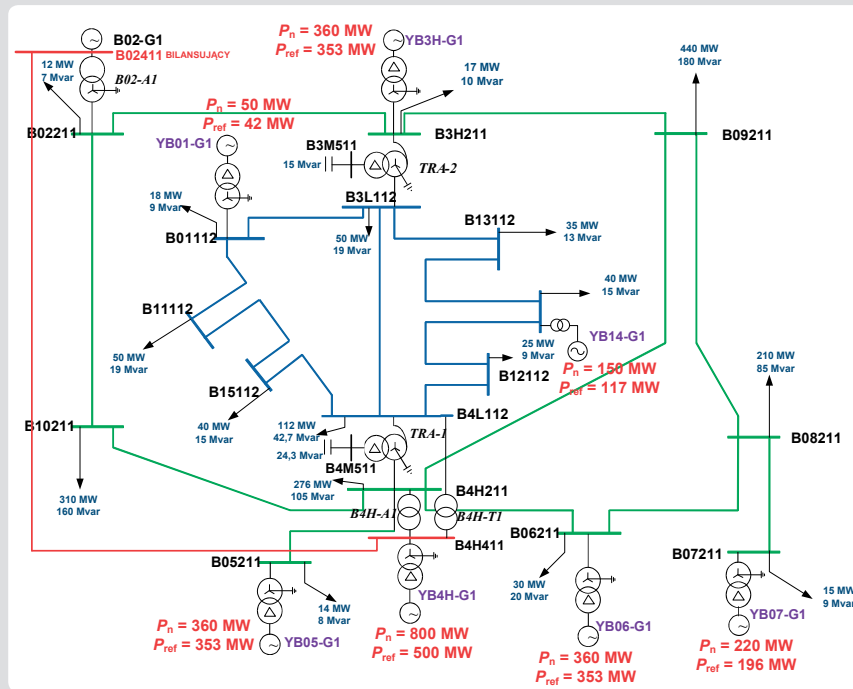
### 3. Przykładowe wyniki badań

W badaniach dotyczących optymalizacji napięć i mocy biernych, wykorzystujących

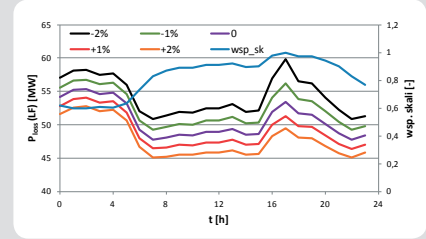
metodę punktu wewnętrznego, zastosowano przykładowy model systemu elektroenergetycznego CIGRE, przedstawiony na rys. 1. Na potrzeby analiz system ten został zamodelowany w programie PowerFactory firmy DlgSILENT. Program ten udostępnia zaimplementowaną metodę punktu wewnętrznego opartą na algorytmie Newtona – Lagrange’a, gdzie poszukiwanym rozwiązaniem jest minimalna wartość funkcji celu (1), przy spełnieniu ograniczeń równościowych (2), które odpowiadają równaniom rozpliwowym sieci oraz przy spełnieniu ograniczeń nierównościowych (3). Ograniczenia nierównościowe w podjętych rozważaniach reprezentowane są przez dopuszczalne zakresy napięć w węzłach ( $U_{\min}$ ,  $U_{\max}$ ) oraz mocy biernych generatorów ( $Q_{g\min}$ ,  $Q_{g\max}$ ).

W badaniach weryfikujących działanie metody punktu wewnętrznego, którą wykorzystano do optymalizacji napięć i mocy biernych w systemie, przeanalizowano wiele wariantów pracy systemu testowego. Z jednej strony wynikało to z przyjęcia określonego programu badania metody, a z drugiej strony z uwzględnienia dobowego obciążenia systemu. W ogólności przyjęto wiele założeń, a w tym między innymi:

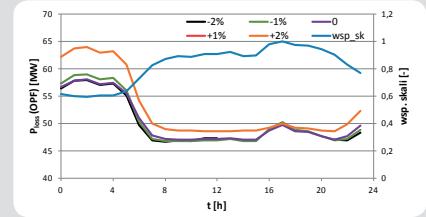
- Przyjęto, że w optymalizacji bierze udział wybrana część generatorów w systemie. Odpowiada to podejściu, które zostałyby zastosowane w rzeczywistym systemie, gdzie centralnie regulowana byłaby tylko określona część generatorów (tak, jak to ma miejsce np. w przypadku regulacji wtórnej w systemie).
- Regulacji podczas optymalizacji podlegają napięcia wzbudzenia wybranych generatorów, czyli *de facto* ich moce biernie. Moc czynna dla każdego wariantu pozostaje na ustalonym, niezmiennym poziomie
- Jako ograniczenia przyjęto dopuszczalne napięcia w węzłach, które w zależności



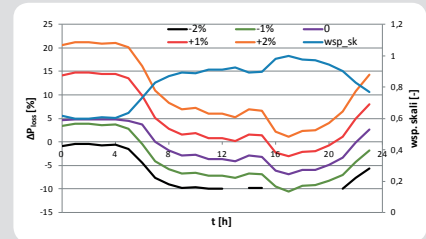
Rys. 1. Schemat systemu CIGRE wykorzystany w badaniach



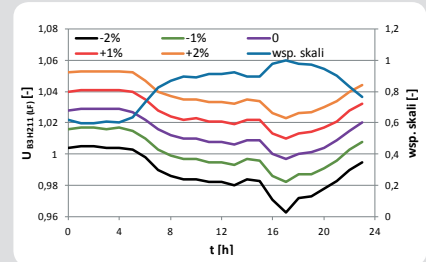
Rys. 2. Straty mocy w sieci. Wpływ zmiany napięć zadanych generatorów. Bez optymalizacji (LF)



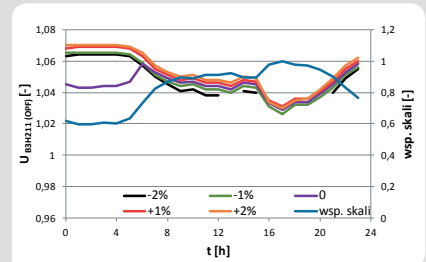
Rys. 3. Straty mocy w sieci. Wpływ zmiany napięć zadanych generatorów. Z optymalizacją (OPF)



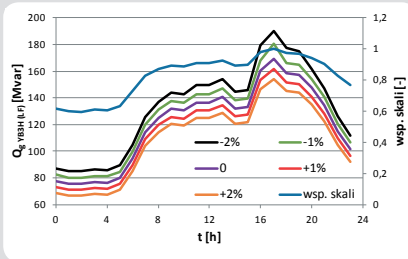
Rys. 4. Procentowa różnica strat w sieci bez i z optymalizacją



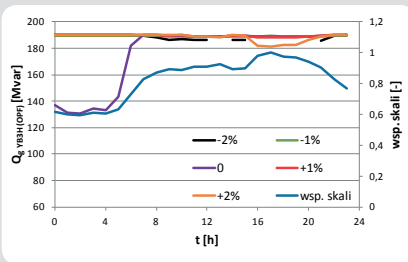
Rys. 5. Napięcia w wybranym węzle sieci: B3H211, bez optymalizacji (LF)



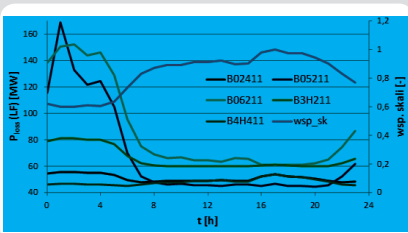
Rys. 6. Napięcia w wybranym węzle sieci: B3H211, z optymalizacją (OPF)



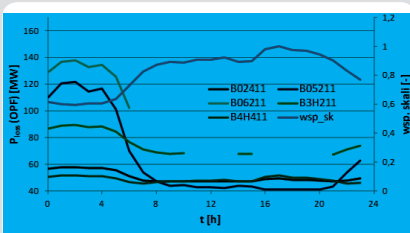
Rys. 7. Moc bierna wybranego generatora: YB3H, z optymalizacją (OPF)



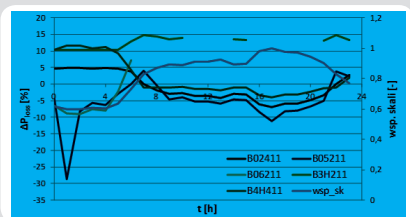
Rys. 8. Moc bierna wybranego generatora: YB3H, z optymalizacją (OPF)



Rys. 9. Straty mocy w sieci. Zmiana lokalizacji generatora bilansującego. Bez optymalizacji (LF)



Rys. 10. Straty mocy w sieci. Zmiana lokalizacji generatora bilansującego. Z optymalizacją (OPF)



Rys. 11. Procentowa różnica strat w sieci bez i z optymalizacją. Zmiana lokalizacji generatora bilansującego

od poziomu napięcia są następujące (w wartościach względnych):

- sieć 110 kV:  $U_{\min} = 0,955$ ;  $U_{\max} = 1,118$ ,
- sieć 220 kV:  $U_{\min} = 0,955$ ;  $U_{\max} = 1,114$ ,
- sieć 400 kV:  $U_{\min} = 0,9$ ;  $U_{\max} = 1,1$ ,
- węzły generatorowe (poziom SN):  $U_{\min} = 0,9$ ;  $U_{\max} = 1,1$ ,
- oraz dopuszczalne moce bierne generatorów ( $Q_{g\min}$ ,  $Q_{g\max}$ ).

- Jako funkcję celu przyjęto minimalizację strat w sieci.
- Warianty rozważane w badaniach – Podstawowym podejściem jest różne obciążenie systemu, które wynika z przyjęcia przykładowej krzywej zapotrzebowania. Przyjęto, że stan (obciążenie, generacja, struktura) wykorzystanego w badaniach testowego systemu CIGRE stanowi obciążenie szczytowe w odniesieniu do krzywej zapotrzebowania, które przypada na godz. 17. Założono, że wariantów wynikających z krzywej zapotrzebowania jest 24, czyli jeden wariant obciążenia dla każdej pełnej godziny (krzywa obciążenia dobowego widoczna jest na wykresach z wynikami zamieszczonymi w dalszej części i została oznaczona jako 'wsp\_sk').

Ponadto założono następujące warianty badania wrażliwości metody punktu wewnętrznego:

- wpływ zmiany napięć zadanych generatorów
- wpływ lokalizacji generatora bilansującego w systemie
- wpływ sposobu bilansowania systemu
- wpływ zmiany dopuszczalnych wartości napięć w węzłach systemu.

### 3.1. Wpływ zmiany napięć zadanych generatorów

Poniżej zamieszczono wybrane wyniki badań pokazujące wpływ zmiany wartości napięć zadanych generatorów. Założono, że napięcia te zmieniają się o  $\pm 1\%$  i  $\pm 2\%$  w stosunku do wariantu referencyjnego (na wykresach wariant referencyjny oznaczono jako '0'), przy czym zmiana dokonywana jest równocześnie we wszystkich generatorach.

Na zamieszczonych przebiegach na rys. 2–4 można zauważyć, że różnica strat w sieci uzyskana bez (LF) i z optymalizacją (OPF) znacząco zależy od wartości napięć zadanych generatorów. Wynika to jednak głównie ze zmiany tych strat przy obciążeniach wykonanych bez optymalizacji. W przypadku wykorzystania optymalnego rozpięty w sieci straty dla poszczególnych zmian napięć zadanych generatorów są do siebie zbliżone. Zauważalnie odbiega tu tylko wariant, w którym napięcia zadane generatorów zostały w stosunku do wartości wyjściowej zwiększone o 2%.

Na rys. 5 i 6 zamieszczono wartości napięć w węzle B3H211. Wpływ zmiany napięć zadanych generatorów jest wyraźnie widoczny dla obliczeń wykonanych bez optymalizacji (LF). Znacznie mniejsze rozbieżności w napięciach obserwuje się dla wyników uzyskanych z wykorzystaniem optymalnego rozpięty (OPF). W przypadku mocy biernej generatora YB3H (rys. 7 i 8) można zauważyć, że osiąga on swoją wartość graniczną mocy biernej.

### 3.2. Wpływ lokalizacji generatora bilansującego w systemie

Wrażliwość metody punktu wewnętrznego na zmianę lokalizacji generatora bilansującego przeanalizowano, uwzględniając dwa różne podejścia:

- zamiana generatora bilansującego z innym blokiem wytwórczym
- przeniesienie generatora bilansującego do wytypowanego węzła odbiorczego.

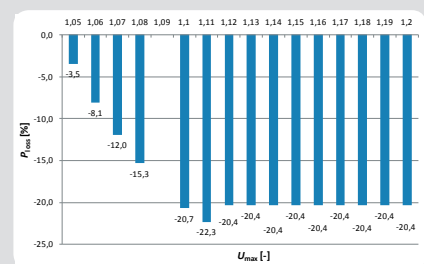
Zmiana miejsca przyłączenia węzła bilansującego powoduje zmianę stanu wyjściowego sieci. Niemniej jednak w obu przypadkach starano się zbliżyć do siebie stan wyjściowy poszczególnych wariantów. W pierwszym podejściu polegało to przede wszystkim na pozostawieniu zadanych wartości napięcia poszczególnych generatorów. W drugim, oprócz tych samych zadanych generatorów, napięcie zadane generatora bilansującego zostało dostosowane do napięcia w węzle odbiorczym, które występowało w wariantcie wyjściowym, czyli przed przyłączeniem do niego generatora bilansującego.

Na rys. 9–11 zamieszczono straty mocy w sieci bez i z optymalizacją. Z rysunków wynika, że zamiana miejscami generatora bilansującego z innym blokiem wytwórczym wpływa na uzyskane wyniki obliczeń. Najlepszy efekt optymalizacji, w przekroju całej doby, otrzymuje się dla wariantu, w którym generator bilansujący przyłączony jest do węzła B05211. Dla tego wariantu, dla godziny 1, dzięki optymalizacji straty zostają zmniejszone prawie o 30%.

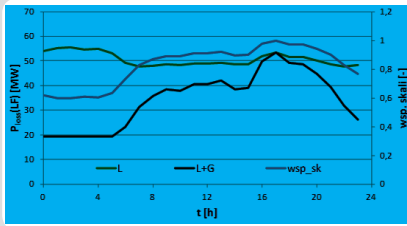
Należy tu jednak zauważyć, że straty w tym przypadku są znacznie większe (zarówno z, jak i bez optymalizacji) w porównaniu z pozostałą częścią doby. W przypadku lokalizacji generatora bilansującego w węzle B06211 i B3H211 nie dla każdego obciążenia godzinowego systemu zostało wyznaczone rozwiązanie optymalne, co wynikało z niespełnienia warunków napięciowych przed rozpoczęciem optymalizacji.

### 3.3. Wpływ zmiany dopuszczalnych wartości napięć w węzłach systemu

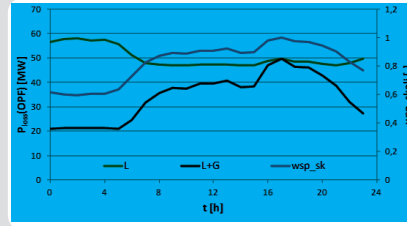
W badaniach sprawdzono również, jaki wpływ na uzyskiwane wyniki ma zmiana wartości ograniczeń. W tym przypadku z rozważanych wariantów wybrano wariant, w którym występują największe straty w sieci (dla obliczeń bez optymalizacji). Jest to wariant z przyłączonym generatorem bilansującym do węzła B05211 i z obciążeniem sieci dla godziny 1. Dla tego wariantu przeprowadzono obliczenia, w których zmianie podlega górna dopuszczalna wartość napięcia  $U_{\max}$  węzłów w sieciach 110–220–400 kV. Przyjęto zakres zmian tego napięcia od 1,05 do 1,2. Uzyskane



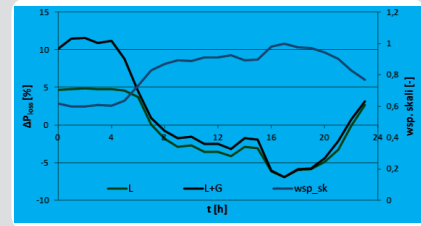
Rys. 12. Straty mocy po optymalizacji dla różnych wartości dopuszczalnego napięcia górnego w węzłach



Rys. 13. Straty mocy w sieci. Różny sposób bilansowania systemu. Bez optymalizacji (LF)



Rys. 14. Straty mocy w sieci. Różny sposób bilansowania systemu. Z optymalizacją (OPF)



Rys. 15. Procentowa różnica strat w sieci bez i z optymalizacją. Różny sposób bilansowania systemu

wyniki zaprezentowano na rys. 12, który przedstawia procentową zmianę strat mocy w sieci uzyskaną podczas optymalizacji, w odniesieniu do wariantu wyjściowego. Dokonując oceny uzyskanych wyników, należy stwierdzić, że obniżenie dopuszczalnej wartości napięć w węzłach prowadzi do pogorszenia uzyskanych wyników – obniżenie strat, będące efektem zastosowania optymalizacji, zmniejsza się wraz z obniżaniem dopuszczalnej wartości napięć. Z kolei zwiększanie tej wielkości (powyżej obowiązującej wartości 1,11) nie poprawia uzyskanych wyników. Ponadto dla wartości  $U_{\max} = 1,09$  nie uzyskano rozwiązania.

### 3.4. Wpływ sposobu bilansowania systemu przy zmianie jego obciążenia

W zamieszczonych powyżej analizach założono, że bilansowanie systemu przy zmianie obciążenia sieci następuje wyłącznie przez generator bilansujący. Przeprowadzono również analizę wrażliwości metody w przypadku, w którym ze zmianą obciążenia systemu następuje równocześnie zmiana mocy czynnych generowanych we wszystkich blokach wytwórczych w systemie. Przy czym uwzględnia się tu moc minimalną bloków wytwórczych, stąd w godzinach nocnych zwiększa się udział generatora bilansującego w pokryciu niezbilansowania mocy czynnej.

Oznaczenia rozważanych wariantów na rysunkach przyjęto następująco:  
L – zmiana mocy odbiorów według krzywej zapotrzebowania  
L+G – zmiana mocy odbiorów oraz mocy czynnych generatorów według krzywej zapotrzebowania.

Z wyników uzyskanych dla strat w sieci (rys. 13–15) można zauważyć, że przy dużym obciążeniu systemu uzyskuje się zbliżony efekt optymalizacyjny. Znacząca różnica widoczna jest dla obciążenia w nocy.

### 4. Wnioski końcowe

Na podstawie przeprowadzonych analiz, dotyczących działania metody

optymalizacyjnej punktu wewnętrznego, można sformułować następujące wnioski:

- W analizach wykorzystano metodę punktu wewnętrznego zaimplementowaną w komercyjnym programie PowerFactory firmy DlgSILENT. Należy uznać, że zastosowana tam metoda jest kompletna i poprawnie zrealizowana.
- Czasy działania metody punktu wewnętrznego na wykorzystanym w analizach przykładowym systemie kształtują się na poziomie 1–2 sekund. Nie były wykonywane analizy na pełnym systemie, ale należy się spodziewać, że czasy te nie przekroczą 1 min.
- Z przebiegów napięć wynika, że w wielu przypadkach są one w wyniku optymalizacji lokowane przy górnej wartości dopuszczalnej dla węzłów. Wynika to z przyjętej w badaniach funkcji celu, która opierała się na minimalizacji strat w sieci. Z tego też powodu, w niektórych wariantach moce bierne generatorów biorących udział w procesie optymalizacji osiągają swoją górną granicę mocy biernej. W ogólności należy zwrócić uwagę na dużą zmienność mocy biernej poszczególnych generatorów w przekroju całej doby.
- Nie dla każdego obciążenia godzinowego w rozważanych wariantach obliczany jest optymalny rozplływ. Wynika to z zasady działania metody punktu wewnętrznego, przyjętej w programie PowerFactory, która nie uruchamia procesu optymalizacji, jeżeli w stanie wyjściowym nie jest spełnione dowolne ograniczenie, np. jeżeli napięcie w dowolnym węzle znajduje się poza ograniczeniem.
- W badaniach przeprowadzono optymalizację dla 304 wariantów. Dla 174 wariantów uzyskano wynik lepszy od wartości wyjściowej, co stanowi 57,2% wariantów. Gorszy wynik od wartości wyjściowej uzyskano dla 42,8% wariantów i co charakterystyczne, są to przede wszystkim warianty (28,6%) o niskim obciążeniu systemu (w godz. 23–6). Należy tu zauważyć, że metoda punktu

wewnętrznego jest silnie zależna od stanu wyjściowego systemu.

### Bibliografia

1. Xiaoying D. i in., The interior point branch and cut method for optimal power flow, 0-7803-7459-2/02/\$17.00 © 2002 IEEE, s. 651–655.
2. Dobrzyński K. i in., Optymalizacja gospodarki mocą bierną w Krajowym Systemie Elektroenergetycznym, część 1: Analizy techniczne – wybór metody/metod optymalizacji gospodarki mocą bierną, praca na zlecenie PTPiREE pod kierownictwem prof. K. Wilkosza, Politechnika Wrocławska 2012.
3. Rider M.J., Paucar V.L., Garcia A.V., Enhanced higher-order interior-point method to minimize active power losses in electric energy system[J], *IEEE Proc.-Gener. Transm. Distrib.*, 2004, No. 151(4), s. 517–525.
4. MATPOWER 4.1, User's Manual, grudzień 2011.
5. Granville S., Optimal reactive dispatch through interior point methods, *IEEE Trans. Power Syst.*, Vol. 9, No. 1, s. 136–146, Feb. 1994.
6. Soto J.R.O., Dornellas C.R.R., Falcão D.M., Optimal reactive power dispatch using a hybrid formulation: genetic algorithms and interior point, IEEE 2001.
7. Wei Yan i in., A new optimal reactive power flow model in rectangular form and its solution by predictor corrector primal dual interior point method, *IEEE Trans. Power Syst.*, Vol. 21, No. 1, s. 61–67, Feb. 2006.
8. Wu Y., Debs A.S., Marsten R.E., Direct Nonlinear Predictor-Corrector Primal-Dual Interior Point Algorithm for Optimal Power Flows, 1993 IEEE Power Industry Computer Applications Conference, s. 138–145.

### Zbigniew Lubośny

prof. dr hab. inż.  
Politechnika Gdańska  
e-mail: z.lubosny@ely.pg.gda.pl

Wychowanek Politechniki Gdańskiej. Od 2004 roku jest profesorem nauk technicznych. Obecnie zatrudniony na swojej macierzystej uczelni na stanowisku profesora nadzwyczajnego. Obszar zainteresowań to: modelowanie matematyczne, stabilność systemu elektroenergetycznego, sterowanie systemem elektroenergetycznym, zastosowanie sztucznej inteligencji do sterowania systemem elektroenergetycznym, modelowanie i sterowanie elektrowniami wiatrowymi.

**Krzysztof Dobrzyński**

dr inż.

Politechnika Gdańska

e-mail: k.dobrzynski@eia.pg.gda.pl

Ukończył studia na Wydziale Elektrycznym Politechniki Warszawskiej w 1999 roku. W 2012 roku uzyskał tytuł doktorski na Wydziale Elektrotechniki i Automatyki Politechniki Gdańskiej. Pracuje jako adiunkt w Katedrze Elektroenergetyki Politechniki Gdańskiej. Obszar zainteresowań to współpraca źródeł generacji rozproszonej z systemem elektroenergetycznym, modelowanie matematyczne, sterowanie systemem elektroenergetycznym, instalacje inteligentne w budynkach.

**Jacek Klucznik**

dr inż.

Politechnika Gdańska

e-mail: j.klucznik@eia.pg.gda.pl

Studia magisterskie ukończył na Wydziale Elektrotechniki i Automatyki Politechniki Gdańskiej (1999). Pięć lat później uzyskał tytuł doktorski. Pracuje jako adiunkt w Katedrze Elektroenergetyki swojej macierzystej uczelni. Zajmuje się układami regulacji generatorów i turbin, energetyką wiatrową oraz elektroenergetyczną automatyką zabezpieczeniową.