

## ANALIZA STEROWANIA UŁAMKOWEGO $P^I D^\mu$ MOCĄ REAKTORA JĄDROWEGO

**Bartosz Puchalski, Kazimierz Duzinkiewicz, Tomasz Rutkowski**

Politechnika Gdańska, Wydział Elektrotechniki i Automatyki, Katedra Inżynierii Systemów Sterowania

**Streszczenie.** W artykule przedstawiono syntezę regulatora  $P^I D^\mu$  niecałkowitego rzędu dla potrzeb sterowania mocą reaktora jądrowego lekko wodnego określanego, jako typu PWR (Pressurized Water Reactor). W tym celu wykorzystano nieliniowy model matematyczny reaktora PWR o parametrach skupionych obejmujący procesy generacji i wymiany ciepła oraz termicznych efektów reaktywnościowych. Nastawy regulatora  $P^I D^\mu$  niecałkowitego rzędu dobrano w sposób optymalny, minimalizując klasyczne całkowite wskaźniki jakości określane na bazie odpowiedzi skokowej. Na przykładzie najpierw układu oscylacyjnego drugiego rzędu, a potem na przykładzie liniowego modelu reaktora PWR otrzymanego z linearyzacji modelu nieliniowego w określonym punkcie pracy wykazano, że proponowany ułamkowy regulator  $P^I D^\mu$  może stać się alternatywą dla powszechnie stosowanego klasycznego regulatora PID.

**Słowa kluczowe:** regulator ułamkowy, regulator PID, reaktor PWR, zaawansowane systemy sterowania, model punktowy kinetyki neutronów

### ANALYSIS OF FRACTIONAL ORDER $P^I D^\mu$ POWER CONTROL OF A NUCLEAR REACTOR

**Abstract.** In this paper, the synthesis of fractional-order  $P^I D^\mu$  power controller for the PWR (Pressurized Water Reactor) nuclear reactor is presented. For this purpose the point kinetics and heat transfer nonlinear model of the PWR nuclear reactor with thermal feedback mechanisms from lumped fuel and coolant temperature was used. The parameters of the fractional-order  $P^I D^\mu$  controller were tuned due to optimization of the standard integral performance indexes determined on the basis of the step response. Firstly – the typical second order oscillatory dynamic system and secondly – the linear PWR nuclear reactor model derived from nonlinear model was used to show that the fractional order  $P^I D^\mu$  controller may become a alternative to standard PID controller.

**Keywords:** fractional order control, PID controller, PWR reactor, advanced control systems, point kinetics model

#### Wstęp

W niniejszym artykule została podjęta próba zbadania możliwości poprawy jakości regulacji mocy reaktora jądrowego lekko wodnego, określanego jako typu PWR. Próba ta została przeprowadzona w oparciu o rozbudowaną wersję powszechnie stosowanego klasycznego algorytmu regulacji PID. Rozbudowana wersja ww. regulatora posiada dwa dodatkowe stopnie swobody, niecałkowity rząd operatora całkowania  $\lambda$  oraz niecałkowity rząd operatora różniczkowania  $\mu$ , co prowadzi do algorytmu regulatora niecałkowitego rzędu  $P^I D^\mu$ .

Dla potrzeb syntezy algorytmu  $P^I D^\mu$  wykorzystany zostanie wstępnie model przykładowego układu oscylacyjnego drugiego rzędu a następnie zlinearyzowany model matematyczny dynamiki reaktora PWR obejmujący model punktowy kinetyki neutronów z sześcioma grupami prekursorów neutronów opóźnionych (model generacji ciepła), model wymiany ciepła oraz model efektów reaktywnościowych. Model zbudowano dla wielkości mierzonych w wartościach względnych. Model reaktora PWR zawiera w swojej strukturze parametry zależne od stanu – względnej gęstości neutronów.

W rozdziale pierwszym przedstawiono model reaktora PWR który zostanie wykorzystany do syntezy regulatora  $P^I D^\mu$ .

W rozdziale drugim przedstawiono syntezę ułamkowego regulatora  $P^I D^\mu$ .

W rozdziale trzecim przedstawiono wyniki badań symulacyjnych porównujące jakość sterowania klasycznego regulatora PID oraz ułamkowego regulatora  $P^I D^\mu$  w oparciu o całkowite kryteria jakości określone z odpowiedzi skokowej.

W ostatnim rozdziale zestawiono podsumowanie wyników.

#### 1. Model punktowy kinetyki i wymiany ciepła (linearyzacja)

Dynamika szybkozmiennych procesów reaktora rozważana dla długich horyzontów czasowych przedstawia się za pomocą nieliniowych równań różniczkowych ze zmieniającymi się parametrami [13]. Parametry te są funkcjami odpowiednich wielkości charakteryzujących środowisko i stan rdzenia reaktora np. skład izotopowy rdzenia, wytworzona energia cieplna [1, 13].

Dla krótkich horyzontów czasowych, przy rozważaniu jedynie szybkich procesów zachodzących w rdzeniu, zmienność parametrów wynikającą z przebiegu procesów wolnozmiennych

można zaniedbać. Z tego powodu rozważany model nie uwzględnia procesów wolnozmiennych, takich jak zatrucie i wypalanie paliwa. Można je pominąć gdyż powodowane ich zachodzeniem zmiany reaktywności ujawniają się dopiero po zaniku przebiegów przejściowych procesów szybkozmiennych związanych z kinetyką neutronów (generacją mocy), wymianą ciepła, oraz temperaturowymi zmianami reaktywności. Skala czasowa procesów wolnozmiennych wynosi od kilku godzin do kilku dni, zaś szybkozmiennych ułamki sekund do kilkunastu minut [1].

Dla opisu szybkich procesów reaktora w niniejszym artykule wykorzystuje się model punktowy (model o parametrach skupionych) który jest aproksymacją modelu przestrzennego [2]. Reaktory PWR są reaktorami w których w łańcuchowej reakcji rozszczepienia uczestniczą neutrony natychmiastowe, powstające w akcie rozszczepienia jądra izotopu paliwowego i neutrony opóźnione, emitowane w akcie rozpadów promieniotwórczych produktów wcześniejszego rozszczepienia (prekursorów). W niniejszym artykule wykorzystano model punktowy kinetyki neutronów z sześcioma grupami prekursorów neutronów opóźnionych zapisany w postaci równań (7-8) wraz z modelem ciepłno-hydraulicznym przedstawionym za pomocą zależności (10-14) – stanowią one rozważany w artykule model generacji i wymiany ciepła w reaktorze typu PWR.

Model punktowy kinetyki neutronów z sześcioma grupami prekursorów neutronów opóźnionych, przy założeniu utrzymywania stanu tych procesów blisko stanu krytycznego równowagi ( $\rho=0$ ,  $n \neq 0$ ), przedstawia się w następującej ogólnej postaci [1]:

$$\frac{dn(t)}{dt} = \frac{\rho(t) - \beta}{\Lambda} n(t) + \sum_{i=1}^6 \lambda_i C_i(t) \quad (1)$$

$$\frac{dC_i(t)}{dt} = \frac{\beta_i}{\Lambda} n(t) - \lambda_i C_i(t) \quad i = 1, \dots, 6 \quad (2)$$

gdzie:  $n$  – średnia gęstość neutronów termicznych,  $C_i$  – gęstość jąder prekursorów  $i$ -tej grupy neutronów opóźnionych,  $\rho$  – reaktywność,  $\beta$  – udział neutronów opóźnionych pochodzących z jednego rozszczepienia w liczbie wszystkich neutronów powstających w tym procesie,  $\beta_i$  – udział  $i$ -tej grupy neutronów opóźnionych pochodzących z jednego rozszczepienia w liczbie wszystkich neutronów powstających w tym procesie,  $\Lambda$  – efektywny czas życia neutronów natychmiastowych [s],  $\lambda_i$  – stała rozpadu jąder prekursorów dla  $i$ -tej grupy neutronów opóźnionych [ $s^{-1}$ ].

Model kinetyki (1-2) poddaje się normalizacji względem stanu ustalonego gęstości neutronów odpowiadającego mocy cieplnej reaktora na poziomie ustalonym 100%, wykorzystując następujące podstawienia:

$$n(t) = n_{100} n_r(t) \quad (3)$$

$$C_i = C_{i100} c_{ri}(t) \quad (4)$$

$$C_{i100} = \frac{\beta_i n_{100}}{\Lambda \lambda_i} \quad (5)$$

$$\rho(t) = \delta\rho \quad (6)$$

gdzie:  $n_{100}$  – średnia gęstość neutronów termicznych w stanie ustalonym,  $C_{i100}$  – średnia gęstość jąder prekursorów dla  $i$ -tej grupy neutronów opóźnionych w stanie ustalonym,  $n_r$  – względna gęstość neutronów termicznych,  $c_{ri}$  – względna gęstość prekursorów neutronów opóźnionych  $i$ -tej grupy,  $\delta\rho$  – reaktywność.

Powyzsze zapisy prowadzą do następującej, znormalizowanej postaci modelu kinetyki [13]:

$$\frac{dn_r(t)}{dt} = \frac{\delta\rho - \beta}{\Lambda} n_r(t) + \frac{1}{\Lambda} \sum_{i=1}^6 \beta_i c_{ri} \quad (7)$$

$$\frac{dc_{ri}(t)}{dt} = \lambda_i n_r(t) - \lambda_i c_{ri}(t), \quad i = 1, \dots, 6 \quad (8)$$

Bazując na danych zawartych w [13] wartości poszczególnych parametrów znormalizowanego modelu kinetyki (7-8) zestawiono w tabeli 1 [5,13].

W modelu przyjęto, że reaktor znajduje się w połowie cyklu paliwowego (okres czasu przebywania paliwa w reaktorze jądrowym) ze stężeniem ksenonu w stanie równowagi [13].

Tabela 1. Parametry sześciu grup neutronów opóźnionych dla środka kampanii paliwowej

$i$	$\beta_i$	$\lambda_i$
1	0,0001745	0,01255
2	0,001257	0,0307
3	0,0011405	0,1165
4	0,0023495	0,3125
5	0,000821	1,1900
6	0,0002765	3,15
$\beta = 0,006019; \lambda = 0,150; A = 0,00002$		

Wykorzystując znormalizowany model kinetyki (7-8), moc cieplną reaktora można wyrazić za pomocą następującego równania [7]:

$$P_a(t) = P_{a100} n_r(t) \quad (9)$$

gdzie:  $P_a(t)$  – moc cieplna [MW<sub>th</sub>],  $P_{a100}$  – moc w stanie ustalonym [MW<sub>th</sub>].

Model cieplno-hydrauliczny będący kolejnym elementem modelu generacji i wymiany ciepła, przedstawia się w następującej postaci [7,13]:

$$P_c(t) = \Omega(T_f - T_c) \quad (10)$$

$$P_e(t) = M(T_f - T_e) \quad (11)$$

$$T_c = \frac{T_f + T_e}{2} \quad (12)$$

gdzie:  $\Omega$  – współczynnik przewodności cieplnej pomiędzy paliwem a chłodziwem [MW/°C],  $M$  – przepływ masowy pomnożony przez pojemność cieplną chłodziwa [MW/°C],  $T_f$  – średnia temperatura paliwa jądrowego [°C],  $T_c$  – średnia temperatura chłodziwa reaktora [°C],  $T_f$  – temperatura chłodziwa opuszczającego reaktor,  $T_e$  – temperatura chłodziwa wpływającego do reaktora.

Równania (10-12) przedstawiają odpowiednio przepływ ciepła z paliwa do chłodziwa  $P_c(t)$  oraz ciepło unoszone z rdzenia

reaktora przez chłodziwo  $P_e(t)$ . Na ich podstawie można zapisać równania różniczkowe o parametrach skupionych określające średnią temperaturę paliwa oraz chłodziwa w następującej formie [7]:

$$f_f P_a(t) = \mu_f \frac{dT_f(t)}{dt} + P_c(t) \quad (13)$$

$$(1 - f_f) P_a(t) + P_c(t) = \mu_c \frac{dT_c(t)}{dt} + P_e(t) \quad (14)$$

gdzie:  $f_f$  – współczynnik określający udział mocy generowanej w paliwie jądrowym do całkowitej mocy generowanej w objętości rdzenia reaktora,  $\mu_f$  – pojemność cieplna paliwa jądrowego [MWs/°C],  $\mu_c$  – pojemność cieplna chłodziwa reaktora [MWs/°C].

Typowe wartości parametrów oraz nominalne wartości zmiennych występujących w równaniach (9-14) odpowiadające pracy reaktora z mocą znamionową (100% mocy projektowej reaktora) dla reaktora jądrowego typu PWR znajdującego się w połowie cyklu paliwowego zestawiono w Tabeli 2 [13].

Tabela 2. Parametry typowego reaktora PWR w środku kampanii paliwowej

$\alpha_r = 0,0145$	$\mu_f = 26,3$ [MWs/°C]	${}^*T_{c0} = 302,2$ [°C]	$*n_{r0} = 1$
$f_f = 0,98$	$T_c = 290$ [°C]	${}^*T_{f0} = 673,8$ [°C]	
${}^*T_{i0} = 314,4$ [°C]	${}^*P_{a0} = 2500$ [MW <sub>th</sub> ]	${}^*c_{ri} = 1 \quad i = 1, \dots, 6$	

Wartości zmiennych oznaczone symbolem (\*) w tabeli 2 są dalej warunkami początkowymi dla modelu kinetyki (7-9) oraz dla modelu cieplno hydraulicznego (10-14).

Wartości temperatur  $T_{c0}$ ,  $T_{f0}$  oraz parametr  $\alpha_r$  (17-18) są też zmiennymi i parametrami modelu efektów reaktywnościowych który przedstawiony został w następnym podrozdziale. Wartości początkowe temperatur  $T_{c0}$ ,  $T_{f0}$  można otrzymać z następujących zależności [13]:

$$T_{c0} = \frac{P_{a0}}{2M} + T_e \quad (15)$$

$$T_{f0} = \frac{f_f P_{a0}}{\Omega} + T_{c0} \quad (16)$$

### 1.1. Model efektów reaktywnościowych

Rozważając dynamikę generacji i wymiany ciepła w reaktorze jądrowym dla krótkich horyzontów czasowych w bilansie reaktywności  $\delta\rho$  (17) wystarczy uwzględnić następujące składniki: efekt reaktywnościowy związany ze zmianą położenia kaset sterujących w stosunku do ich położenia odpowiadającego stanowi nominalnemu  $\delta\rho_s$ , oraz efekty reaktywnościowe temperatur chłodziwa  $\delta\rho_c$  i paliwa  $\delta\rho_f$  związane z odchyleniami tych temperatur od stanu nominalnego. Całościowy model efektów reaktywnościowych można dla krótkich horyzontów czasowych przedstawić w następującej ogólnej postaci [13]:

$$\delta\rho = \delta\rho_r + \delta\rho_c + \delta\rho_f = \alpha_r(h_r - h_{r0}) + \alpha_c(T_c - T_{c0}) + \alpha_f(T_f - T_{f0}) \quad (17)$$

gdzie:  $\alpha_r$  – współczynnik reaktywnościowy od zmiany położenia kaset sterujących,  $\alpha_c$  [1/°C] – współczynnik reaktywnościowy od zmiany temperatury chłodziwa,  $\alpha_f$  [1/°C] – współczynnik reaktywnościowy od zmiany temperatury paliwa,  $h_{r0}$  – położenie kaset w stanie nominalnym (100% mocy reaktora),  $T_{c0}$  – temperatura chłodziwa reaktora w stanie nominalnym [°C],  $T_{f0}$  – temperatura paliwa jądrowego w stanie nominalnym [°C].

Przebieg efektu reaktywnościowego  $\delta\rho_r$  w czasie można opisać za pomocą równania różniczkowego [13]:

$$\frac{d\delta\rho_r}{dt} = \frac{d\delta\rho_r}{dh_r} \cdot \frac{dh_r}{dt} = \alpha_r \cdot \frac{dh_r}{dt} = \alpha_r \cdot h_r(t); \quad \delta\rho_r(0) = 0 \quad (18)$$

Położenie kaset sterujących wyrażane jest w niniejszym artykule w jednostkach względnych odniesionych do górnej krawędzi rdzenia, zatem:

$$0 < h_r < 1 \quad (19)$$

Również wartość  $h_{r,0}$  spełnia warunek (19). Sterowanie mocą reaktora realizowane jest na dwa sposoby, charakteryzujące się różną dynamiką układów wykonawczych [1]. Pierwszy sposób – sterowanie przez zmianę stężenia kwasu borowego w chłodziwie reaktora jest procesem powolnym (skala czasu – godziny) i nie będzie wykorzystywany z omówionych wcześniej powodów. Drugi sposób – sterowanie przez zmianę położenia kaset sterujących z pochłaniaczami neutronów w rdzeniu jest procesem szybkim (skala czasu – sekundy, minuty) i będzie wykorzystany w niniejszym artykule. Podczas pracy reaktora jądrowego z mocą nominalną, pręty regulacyjne zagłębione są w rdzeń reaktora na pewną głębokość.

Jak wcześniej wspomniano, w przedstawianych w niniejszym artykule wynikach badań, przyjęto że reaktor znajduje się w połowie cyklu paliwowego. Reaktor jest obiektem niestacjonarnym. Charakteryzujące jego dynamikę współczynniki zależą od czasu, ale też od aktualnego stanu obiektu. Przykładowe wartości współczynników reaktywnościowych dla trzech różnych okresów kampanii paliwowej (początek, środek, koniec) oraz dla mocy reaktora na poziomie 10% i 100% przedstawiono w tabeli 3 [13].

Tabela 3. Współczynniki reaktywnościowe od temperatury chłodziwa i paliwa dla 10% i 100% mocy reaktora i trzech różnych okresów kampanii paliwowej

	początek		środek		koniec	
	10%	100%	10%	100%	10%	100%
$\alpha_c (10^{-5})$	-2,50	-4,71	-17,7	-21,3	-41,9	-47,4
$\alpha_f (10^{-5})$	-3,86	-3,06	-4,14	-3,24	-4,42	-3,43

Zależności parametrów modelu od względnej gęstości neutronów  $n_r$ , podają zależności podane niżej, które zaczerpnięto z [6, 7]:

$$\alpha_c(n_r) = (-4n_r - 17,3) \cdot 10^{-5} \quad 1/\text{C} \quad (20)$$

$$\alpha_f(n_r) = (n_r - 4,24) \cdot 10^{-5} \quad 1/\text{C} \quad (21)$$

$$\Omega(n_r) = \left( \frac{5}{3}n_r + 4,933 \right) \text{ MW}\%/\text{C} \quad (22)$$

$$\mu_c(n_r) = \left( \frac{160}{9}n_r + 54,022 \right) \text{ MW}\%/\text{C} \quad (23)$$

$$M(n_r) = (28n_r + 74) \text{ MW}\%/\text{C} \quad (24)$$

## 1.2. Linearyzacja

Przedstawiony powyżej model punktowy kinetyki i wymiany ciepła reaktora PWR jest typowym przykładem systemu nieliniowego. Klasyczny regulator PID jest elementem liniowym dlatego też powinien być w głównej mierze stosowany w liniowych systemach sterowania. Jeżeli jednak założy się że dany obiekt nieliniowy pracuje wokół ustalonego punktu pracy z niewielkimi odchyłkami od tego punktu, to istnieje możliwość aproksymacji obiektu nieliniowego jego liniowym ekwiwalentem. Taki liniowy odpowiednik jest uważany jako równoważny nieliniowemu obiektowi w wąskim zakresie zmian punktu pracy. Linearyzacja modelu nieliniowego w bardzo dużym stopniu upraszcza syntezę regulatora PID w tym także badanego regulatora  $PI^{\lambda}D^{\mu}$  niecałkowitego rzędu ponieważ spełnione są wtedy postulaty zasady superpozycji [4, 9].

Do celów syntezy regulatora  $PI^{\lambda}D^{\mu}$ , przedstawiony wcześniej nieliniowy model reaktora PWR został zlinearyzowany w punkcie pracy wynoszącym 85% mocy projektowej. Punkt ten jest środkowym punktem przedziału mocy od 70% do 100%, który jest typowym obszarem mocy elektrowni jądrowej [1]. Transmitancja liniowego modelu reaktora przedstawia się następująco:

$$\frac{P(s)}{U(s)} = \frac{b_8 s^8 + \dots + b_1 s + b_0}{s^{10} + a_9 s^9 + \dots + a_1 s + a_0} \quad (25)$$

Odpowiednie współczynniki równania (25) przedstawione zostały w tabeli 4.

Tabela 4. Parametry transmitancji modelu liniowego reaktora PWR w punkcie pracy wynoszącym 85% mocy nominalnej.

b	Wartość	a	Wartość
$b_8$	616,2	$a_9$	324,3
$b_7$	4014	$a_8$	2050
$b_6$	8865	$a_7$	4575
$b_5$	8392	$a_6$	4677
$b_4$	3475	$a_5$	2328
$b_3$	653,1	$a_4$	534,8
$b_2$	52,2	$a_3$	47,34
$b_1$	1,441	$a_2$	1,304
$b_0$	0,01107	$a_1$	0,009836
		$a_0$	0

## 2. Synteza ułamkowego regulatora $PI^{\lambda}D^{\mu}$

Ułamkowy rachunek całkowy stanowi uogólnienie całkowania i różniczkowania na ułamkowy operator  ${}_a D_t^{\alpha}$ , gdzie  $a$  i  $t$  symbolizują granice operacji, natomiast  $\alpha \in R$ . Ciągły operator całkowo-różniczkowy zdefiniowany jest jako [10]:

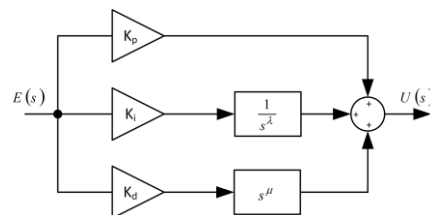
$${}_a D_t^{\alpha} = \begin{cases} \frac{d^{\alpha}}{dt^{\alpha}}, & \alpha > 0, \\ 1, & \alpha = 0, \\ \int_a^t (dt)^{\alpha} & \alpha < 0. \end{cases} \quad (26)$$

Ułamkowy regulator  $PI^{\lambda}D^{\mu}$  stanowi rozszerzenie koncepcji algorytmu sterowania PID o dwa dodatkowe stopnie swobody  $\lambda$  i  $\mu$ . Parametry  $\lambda$  oraz  $\mu$  symbolizują niecałkowity rząd operatora całkowania  $s^{-\lambda}$  oraz operatora różniczkowania  $s^{\mu}$ . Ogólna postać transmitancyjna regulatora  $PI^{\lambda}D^{\mu}$  przedstawiona jest w postaci [11]:

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p + K_i s^{-\lambda} + K_d s^{\mu} \quad (27)$$

gdzie:  $K_p$  – wzmacnienie części proporcjonalnej,  $K_i$  – wzmacnienie części całkującej,  $K_d$  – wzmacnienie części różniczkującej.

Struktura regulatora  $PI^{\lambda}D^{\mu}$  została przedstawiona na rysunku 1.



Rys. 1. Struktura ułamkowego regulatora  $PI^{\lambda}D^{\mu}$

Nastawy parametrów ułamkowego regulatora  $PI^{\lambda}D^{\mu}$  oraz klasycznego regulatora PID służące jako porównanie zostały dobrane w sposób optymalny wykorzystując algorytm ewolucyjny minimalizujący całkowite kryterium określone z odpowiedzi skokowej przedstawione w ogólnej postaci jako [3]:

$$J_n(\theta) = \int_0^{\infty} [t^n e(\theta, t)]^2 dt \quad (28)$$

gdzie:  $e(\theta, t)$  – sygnał uchybu z wektorem  $\theta$  parametrów regulatora,  $t$  – czas regulacji.

Dla  $n = 0$  oraz 1 otrzymujemy całkowite kryteria jakości wykorzystane w syntezie regulatora:

$$ISE(\theta) = \int e^2(\theta, t) dt \quad (29)$$

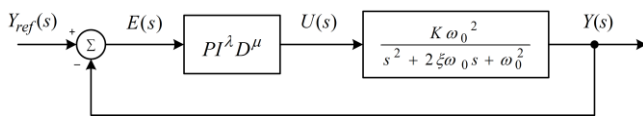
$$ITSE(\theta) = \int t e^2(\theta, t) dt \quad (30)$$

Algorytmy ewolucyjne [8] poszukują rozwiązania optymalnego w oparciu o mechanizmy doboru naturalnego oraz dziedziczności. Wykorzystują one zasadę przeżycia najlepszych rozwiązań z systematyczną wymianą informacji pomiędzy pokoleniami. W każdym pokoleniu powstają nowe rozwiązania utworzone z połączenia fragmentów najlepiej przystosowanych osobników poprzedniego pokolenia (krzyżowanie), dodatkowo wprowadza się elementy mutacji i elityzmu w celu poprawy efektywności poszukiwań. Funkcja przystosowania jest postaci:

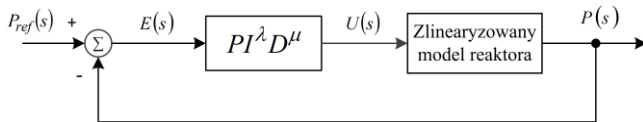
$$\min_{\theta} [J_n(\theta)] \text{ dla } n \in \{0,1\} \quad (31)$$

Zagadnienie to jest nieliniowe, niewypukłe i posiada minima lokalne. Wybór algorytmu genetycznego podyktowany był chęcią znalezienia rozwiązania globalnego, czego nie gwarantują klasyczne algorytmy optymalizacji.

Struktury układów regulacji wykorzystane do syntezy regulatora  $PI^{\lambda}D^{\mu}$  przedstawione są na rysunkach 2 oraz 3.



Rys. 2. Struktura układu regulacji z modelem obiektu oscylacyjnego



Rys. 3. Struktura układu regulacji ze zlinearyzowanym modelem reaktora PWR

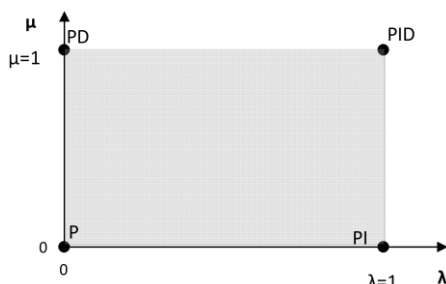
Parametry modelu układu oscylacyjnego z rysunku 2 przedstawiają się następująco:  $K = 0,8$  – wzmacnienie w stanie ustalonym,  $\omega_0 = 1$  [rad/s] – częstotliwość drgań własnych,  $\xi = 0,2$  – współczynnik tłumienia.

### 3. Wyniki badań symulacyjnych

Wyniki badań stanowią porównanie działania dwóch regulatorów: klasycznego regulatora PID oraz ułamkowego regulatora  $PI^{\lambda}D^{\mu}$ . Badania symulacyjne zostały przeprowadzone w środowisku szybkiego prototypowania Matlab/Simulink [15] z wykorzystaniem biblioteki FOMCON [12, 14], która oferuje zestaw narzędzi pozwalających na programową implementację elementów związanych z ułamkowymi systemami sterowania oraz modelowanie obiektów z wykorzystaniem ułamkowego rachunku całkowego.

W procesie optymalizacji narzucono ograniczenia wyłącznie na zakres wartości parametrów  $\lambda$  oraz  $\mu$  regulatora  $PI^{\lambda}D^{\mu}$ . Parametry te były dobierane z przedziału wartości  $\lambda \wedge \mu \in \langle 0;1 \rangle$ .

Dobór parametrów z przedziału  $\langle 0,1 \rangle$  oznacza eksplorację pełnego pola zmian parametrów  $\lambda$ ,  $\mu$  przedstawionego na rysunku 4 [10]. Pole to obejmuje wszystkie możliwe ułamkowe stopnie operatora całkowania i różniczkowania oraz stopnie całkowite 0 lub 1



Rys. 4. Pole zmian parametrów  $\lambda$ ,  $\mu$  ułamkowego regulatora  $PI^{\lambda}D^{\mu}$

### 3.1. Model układu oscylacyjnego

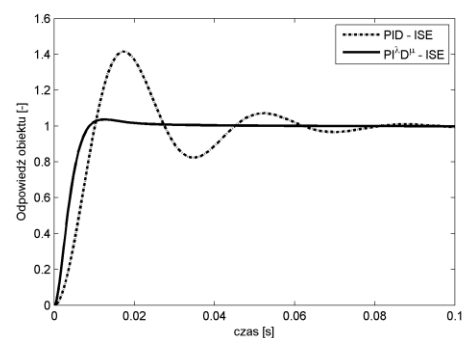
W pierwszej kolejności został przeprowadzony test porównujący klasyczny regulator PID oraz regulator ułamkowy  $PI^{\lambda}D^{\mu}$  w układzie sterowania z modelem przykładowego układu oscylacyjnego. W Tabeli 5 zestawiono optymalne wartości parametrów regulatorów oraz wartości funkcji celu  $J$  dla poszczególnych zestawów parametrów. Proces optymalizacji był kończony gdy zmiana średniej ważonej wartości funkcji celu (28-30) przystosowania osobników populacji była mniejsza niż wartość  $1e-6$  [15]. W przypadku uwzględnianych kryteriów ISE i ITSE wartości funkcji celu  $J$  dla zastosowania regulatora ułamkowego  $PI^{\lambda}D^{\mu}$  była niemal dwukrotnie mniejsza niż w przypadku zastosowania regulatora PID.

Tabela 5. Zestawienie parametrów regulatorów współpracujących z modelem układu drugiego rzędu.

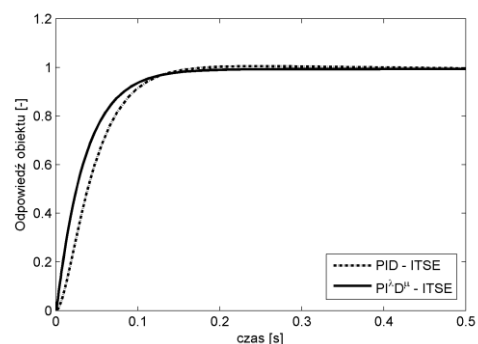
	ISE		ITSE	
	PID	$PI^{\lambda}D^{\mu}$	PID	$PI^{\lambda}D^{\mu}$
$K_p$	36,9561	37,7809	3,7791	3,7972
$K_i$	37,7701	38,2571	24,4479	28,9670
$K_d$	44,2748	52,7525	2,5583	3,9154
$\lambda$	-	0,9921	-	0,9774
$\mu$	-	0,9360	-	0,9988
$J$	0,0069	0,0029	$7,0256E^{-4}$	$3,504E^{-4}$
Czas symulacji	20[s]			

Na rysunkach 5 i 6 zestawiono odpowiedzi układów sterowania na wymuszenie będące skokiem jednostkowym. rysunek 5 przedstawia odpowiedzi układów sterowania w których parametry regulatorów zostały dobrane według kryterium ISE (29), natomiast rysunek 6 przedstawia odpowiedzi układów sterowania w których parametry regulatorów zostały dobrane według kryterium ITSE (30).

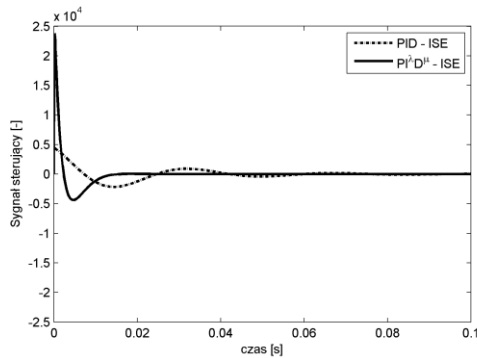
Na rysunkach 7 i 8 zestawiono przebiegi sygnałów sterowania  $u(t)$  na wyjściu z regulatorów w tej samej kolejności czyli najpierw kryterium ISE a następnie kryterium ITSE doboru parametrów regulatora.



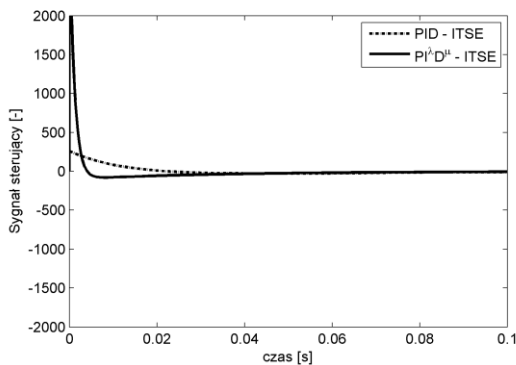
Rys. 5. Odpowiedź układu sterowania z modelem drugiego rzędu na skok jednostkowy – nastawy regulatorów dobrane według kryterium ISE



Rys. 6. Odpowiedź układu sterowania z modelem drugiego rzędu na skok jednostkowy – nastawy regulatorów dobrane według kryterium ITSE



Rys. 7. Sygnały sterujące z regulatorów, układ sterowania z modelem drugiego rzędu – nastawy regulatorów dobrane według kryterium ISE



Rys. 8. Sygnały sterujące z regulatorów, układ sterowania z modelem drugiego rzędu – nastawy regulatorów dobrane według kryterium ITSE

Wyniki badań z modelem układu drugiego rzędu pokazują iż dla przyjętego sposobu optymalizacji uzyskano przewagę regulatora ułamkowego nad jego klasycznym odpowiednikiem. Na rysunku 5 przedstawiającym sygnał odpowiedzi modelu obiektu z wykorzystaniem regulatorów których nastawy dobrane zostały według kryterium ISE można zaobserwować krótszy czas regulacji oraz praktycznie brak przeregulowania w przypadku zastosowania regulatora ułamkowego. Na rysunku 6 gdzie przedstawiono odpowiedzi obiektu drugiego rzędu z regulatorami nastrojonymi według kryterium ITSE można zauważyć że odpowiedzi te są zbliżone do siebie, jednak układ sterowania z regulatorem ułamkowym cechuje się krótszym czasem regulacji.

Na rysunkach 7 i 8 przedstawiających sygnały sterujące z regulatorów można zaobserwować znacznie większe wartości sygnału sterującego w przypadku regulatora ułamkowego. Jest to cecha niepożądana, gdyż w rzeczywistych systemach sterowania występujące pomiędzy regulatorem a obiektem urządzenie wykonawcze przy zbyt dużych wartościach sygnałów wejściowych wchodzi w obszar nasycenia. Należy zatem unikać takich sygnałów sterujących.

### 3.2. Zlinearyzowany model reaktora PWR

Testy z wykorzystaniem modelu obiektu drugiego rzędu pokazują znacznie lepszą jakość sterowania regulatora ułamkowego w stosunku do swojego klasycznego odpowiednika. W tej części zostaną przedstawione wyniki symulacji z wykorzystaniem liniowego modelu reaktora PWR zlinearyzowanego z punkcie pracy odpowiadającym 85% mocy projektowej. Sygnałem wymuszającym w tym przypadku jest również skok jednostkowy (1% mocy).

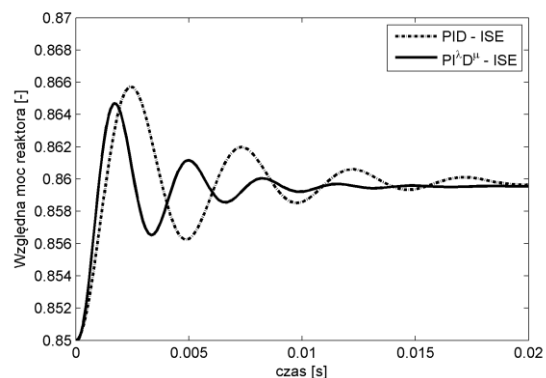
W Tabeli 6 zestawiono optymalne wartości parametrów regulatorów oraz wartości funkcji celu  $J$  dla poszczególnych zestawów parametrów. Jak poprzednio proces optymalizacji był kończony gdy zmiana średniej ważonej wartości funkcji celu (28-30) przystosowania osobników populacji była mniejsza niż wartość  $1e-6$  [15]. Również w tym przypadku, dla zastosowania regulatora ułamkowego  $PI^{\lambda}D^{\mu}$ , wartości funkcji

celu  $J$  uwzględnionych kryteriów ISE i ITSE były mniejsze niż w przypadku zastosowania regulatora PID.

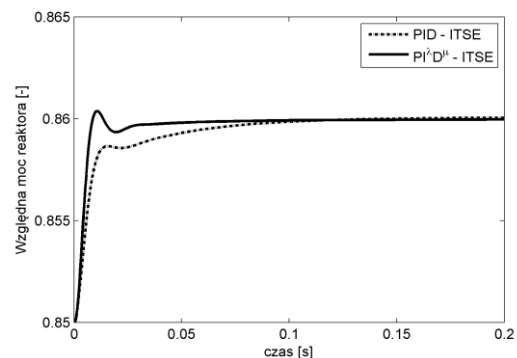
Tabela 6. Zestawienie parametrów regulatorów współpracujących z modelem liniowym reaktora PWR

	ISE		ITSE	
	PID	$PI^{\lambda}D^{\mu}$	PID	$PI^{\lambda}D^{\mu}$
$K_p$	29,4880	15,7786	37,9765	26,0633
$K_i$	21,5358	10,9234	21,9195	29,6072
$K_d$	27,0478	15,9209	0,7246	26,6315
$\lambda$	-	0,2768	-	0,3244
$\mu$	-	0,8907	-	0,3029
$J$	$1,5485E^{-7}$	$6,6362E^{-8}$	$6,7603E^{-9}$	$1,3189E^{-9}$
Czas symulacji	20[s]			

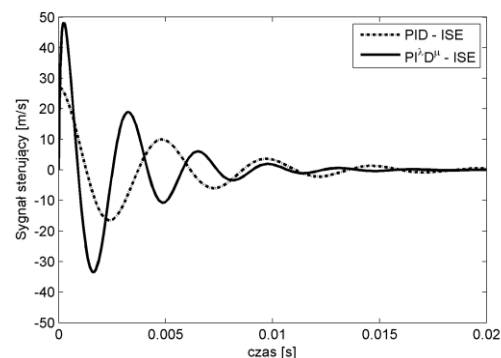
Na rysunkach 9 i 10 zestawiono odpowiedzi układu sterowania ze zlinearyzowanym modelem reaktora PWR na wymuszenie będące skokiem jednostkowym. Natomiast na rysunkach 11 i 12 zestawiono przebiegi sygnałów sterujących z regulatorów.



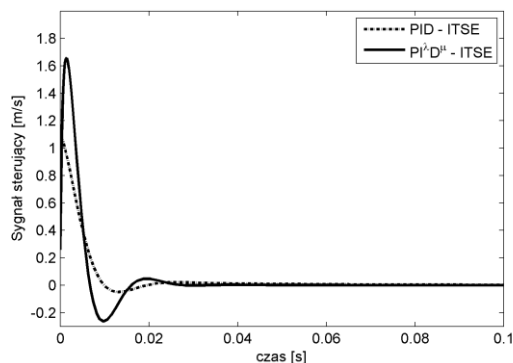
Rys. 9. Odpowiedzi układu sterowania ze zlinearyzowanym modelem reaktora PWR na skok jednostkowy – 1% mocy projektowej – nastawy regulatorów dobrane według kryterium ISE



Rys. 10. Odpowiedzi układu sterowania ze zlinearyzowanym modelem reaktora PWR na skok jednostkowy – 1% mocy projektowej – nastawy regulatorów dobrane według kryterium ITSE



Rys. 11. Sygnały sterujące z regulatorów w układzie sterowania ze zlinearyzowanym modelem reaktora PWR – nastawy regulatorów dobrane według kryterium ISE



Rys. 12. Sygnały sterujące z regulatorów w układzie sterowania ze zlinearyzowanym modelem reaktora PWR – nastawy regulatorów dobrane według kryterium ITSE

W przedstawionych wynikach badań symulacyjnych z wykorzystaniem zlinearyzowanego modelu reaktora PWR również można zaobserwować że jakość sterowania regulatora ułamkowego  $PI^{\lambda}D^{\mu}$  jest lepsza w porównaniu do klasycznego odpowiednika PID. Na rysunkach 9 i 10 wyraźnie widać krótsze czasy regulacji. Na rysunku 9 gdzie parametry regulatorów zostały dobrane optymalnie z uwzględnieniem kryterium ISE można również zauważyć że regulator ułamkowy powoduje mniejsze przeregulowanie.

Tak jak w symulacjach z modelem drugiego rzędu oscylacyjnym, tak i tu, regulator ułamkowy generuje znacznie większe wartości sygnałów sterujących. W przypadku reaktora PWR może to powodować konieczność wprowadzenia bardziej zaawansowanych układów wykonawczych wpływających na położenie kaset sterujących w rdzeniu reaktora. W innym przypadku systemy sterowania należy projektować w taki sposób aby nie wchodzić w obszary nasycenia elementów wykonawczych. Ten warunek powinno się uwzględnić na etapie optymalnego doboru parametrów regulatora w formie ograniczeń w algorytmie optymalizacji. Każdy regulator a w szczególności regulator ułamkowy nie powinien powodować wchodzenia w strefę nasycenia urządzenia wykonawczego.

#### 4. Podsumowanie wyników

W niniejszym artykule, bazując na badaniach symulacyjnych wykazano że ułamkowy regulator  $PI^{\lambda}D^{\mu}$  stanowi dobrą alternatywę dla swojego klasycznego odpowiednika. Jakość regulacji regulatora  $PI^{\lambda}D^{\mu}$  jest zadowalająca i przewyższa pod względem czasu regulacji (rys. 5, 6, 9, 10) oraz pod względem przeregulowań (rys. 5, 9) klasyczny regulator PID. Jako wadę regulatora ułamkowego można wymienić generowanie zbyt dużych wartości sygnału sterującego. Dodatkowo wartości sygnału sterującego generowane przez regulator ułamkowy przewyższają wartości sygnału sterującego generowane przez klasyczny regulator PID (rys. 7, 8, 11, 12). Ta właściwość może stanowić trudności w przypadku współpracy z urządzeniami wykonawczymi które stanowią nieodzowny element każdego systemu sterowania.

#### Podziękowania

Badania zostały wsparte przez Narodowe Centrum Badań i Rozwoju w ramach Strategicznego Projektu Badawczego Nr SP/J/10/176450/12. Autorzy pragną wyrazić podziękowanie za wsparcie.

#### Literatura

- [1] Ackerman G. (red.): Eksploatacja elektrowni jądrowych. WNT, Warszawa 1987.
- [2] Anglart H.: Nuclear Reactor Dynamics and Stability. Institute of Heat Engineering – Warsaw University of Technology, Warszawa 2013.
- [3] Atherton D. P., Xue Dingyu, Chen YangQuan: Linear Feedback Control. Analysis and design with Matlab. Siam, 2009.
- [4] Cannon R. H. jr.: Dynamika układów fizycznych. WNT, Warszawa 1973.
- [5] Duzinkiewicz K., Baum G., Michalak A.: Model symulacyjny podstawowych procesów dynamicznych reaktora typu WWR oparty o modele o parametrach skupionych. Raporty. Instytut Elektroenergetyki i Automatyki, Politechnika Gdańska, Gdańsk 1989.
- [6] Edwards R.M.: Robust Optimal Control of Nuclear Reactor, Ph.D. Thesis in Nuclear Engineering. The Pennsylvania State University, University Park 1991.
- [7] Edwards R.M., Chao-Chee Ku, Kwang Lee Y.: Improved Nuclear Reactor Temperature Control Using Diagonal Recurrent Neural Networks. IEEE Transactions on Nuclear Science vol. 39 no. 6, 1992.
- [8] Goldberg D. E.: Algorytmy genetyczne i ich zastosowania. Wydanie drugie. WNT, Warszawa 1998
- [9] Ogata K.: Modern control engineering. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice Hall, cop. 1970.
- [10] Petráš Ivo Fractional-order nonlinear systems. Modeling, analysis and simulation. Springer.
- [11] Petráš I, YangQuan Chen, Dingyu Xue: Fractional Order Control - a tutorial. American Control Conference June 10-12 2009.
- [12] Tepljakov A., Petlenkov E., Belikov J.: FOMCON: Fractional-Order Modeling and Control Toolbox for Matlab. MIXDES 2011, 18th International Conference, June 16-18, Gliwice 2011.
- [13] Torabi Keivan, Safarzadeh Omid, Rahimi-Moghaddam Abolfazl: Robust Control of the PWR Core Power Using Quantitative Feedback Theory. IEEE Transactions on Nuclear Science, vol.58, no.1:258-266, 2011.
- [14] www.fomcon.net
- [15] www.mathworks.com

**Mgr inż. Bartosz Puchalski**  
e-mail: bpuchalski@eia.pg.gda.pl

Absolwent Wydziału Elektrotechniki i Automatyki Politechniki Gdańskiej, kierunek studiów Automatyka i Robotyka, specjalność Automatyka (tytuł mgr inż.) oraz kierunek studiów Elektrotechnika (tytuł inż.). Obecnie wykładowca oraz doktorant wydziału Elektrotechniki i Automatyki Politechniki Gdańskiej. Obszar zainteresowań to: modelowanie i symulacja układów sterowania w pętli sprzętowej, struktury i algorytmy sterowania, systemy czasu rzeczywistego.



**Dr hab. inż. Kazimierz Duzinkiewicz**  
e-mail: k.duzinkiewicz@eia.pg.gda.pl

Studia na Wydziale Elektrycznym Politechniki Gdańskiej, specjalność Automatyka i Metrologia Elektryczna. W roku 1983 tamże doktorat, a w 2009 r. stopień doktora habilitowanego na Wydziale Elektrotechniki, Automatyki, Informatyki i Elektroniki Akademii Górniczo-Hutniczej w Krakowie. Obszar zainteresowań to: modelowanie i estymacja w warunkach niepewności, struktury i algorytmy sterowania, sterowanie optymalizujące wielkimi systemami.



**Dr inż. Tomasz Rutkowski**  
e-mail: t.rutkowski@eia.pg.gda.pl

W 2004 r. uzyskał stopień doktora nauk technicznych w dziedzinie automatyka i robotyka nadany przez Wydział Elektrotechniki i Automatyki Politechniki Gdańskiej. Jego obecne zainteresowania naukowe obejmują zaawansowane algorytmy sterowania, algorytmy estymacji, techniki inteligencji obliczeniowej oraz przemysłowe systemy sterowania.



otrzymano/received: 01.10.2013

przyjęto do druku/accepted: 22.11.2013