

## Analiza możliwości wykorzystania trójosiowego stanu naprężenia w betonie ściskanych słupów żelbetowych

Dr hab. inż. Piotr Korzeniowski, mgr inż. Jarosław Kondrat  
Politechnika Gdańska, Wydział Inżynierii Lądowej i Środowiska

Badania nad wytrzymałością betonu w warunkach trójosiowego ściskania, prowadzone w latach sześćdziesiątych XX wieku przez Gardnera [1], Schickerta i Winklera [5] wskazywały, że jest ona znacznie wyższa niż jednoosiowa wytrzymałość betonu na ściskanie. Większość badaczy uzależniała wytrzymałość w stanie trójosiowego ściskania od wartości naprężenia poprzecznego  $p$ . W tabl. 1 pokazano przykładowe propozycje wzorów wiążących wytrzymałość  $f_{ccc}$  w trójosiowym stanie naprężenia z jednoosiową wytrzymałością betonu na ściskanie  $f_c$ .

Miarą efektywności wykorzystania przestrzennego stanu naprężenia ściskającego w betonie będzie przyrost jego wytrzymałości na ściskanie, a ten jest zależny od wartości parcia poziomego, jakie jesteśmy w stanie wygenerować. Odrębną kwestią jest

Tabl. 1. Wytrzymałość betonu rdzenia według wybranych propozycji [2]

Autor	Wzór
Richart, Brandzaeg i Brown	$f_{ccc} = f_c + 4,1 \cdot p$
Mikhajlow	$f_{ccc} = f_c + 4,0 \cdot p$
Burdete, Hilsdorf	$f_{ccc} = f_c + 3,5 \cdot p$
Martin	$f_{ccc} = f_c + 4,0 \cdot p$
Feeser, Chinn	$f_{ccc} = f_c + 3,818 \cdot p$
Müller	$f_{ccc} = f_c + 2\gamma \cdot p$ , gdzie $\gamma = 3,25 \cdot e^{-0,125 \sqrt{p}}$

sposób, w jaki można w konstrukcjach z betonu taki stan trójosiowego ściskania wywołać. Praktycznym sposobem realizacji trójosiowego ściskania w betonie okazały się słupy uzwojone, a później także słupy CFST.

## MOŻLIWOŚCI WYKORZYSTANIA TRÓJOSIOWEGO STANU NAPRĘŻEŃ W SŁUPACH UZWOJONYCH

U podstaw koncepcji słupów uzwojonych, a potem także słupów CFST, leży przekonanie, że zastosowane w nich uzwojenie lub płaszcz stalowy, ograniczając odkształcenia poprzeczne ściskanego podłużnie betonowego rdzenia, wywołują składowe poprzeczne naprężenia w betonie prowadzące do istotnego przyrostu wytrzymałości betonu na ściskanie. W przypadku słupów uzwojonych powstaje zatem pytanie, jakie realistyczne wartości parcia poprzecznego  $p$  można uzyskać dzięki uzwojeniu. W celu oszacowania tej wartości warto posłużyć się modelem Olszaka [4], (rys. 1). Olszak w swym modelu zastąpił uzwojenie wyko-

nane z pręta o przekroju poprzecznym  $A_{st}$  i skoku  $s_n$  równoważnym płaszczem stalowym o grubości  $g$ :

$$g = \frac{A_{st}}{s_n} \quad (1)$$

$$A_{s,core} = \pi d_{core} \cdot g = \pi d_{core} \frac{A_{st}}{s_n} \quad (2)$$

Z równania równowagi sił pokazanych na rys. 1 wynika, że:

$$p \cdot s_n \cdot \frac{d_{core}}{2} = A_{st} \cdot \sigma_{st} \quad (3)$$

$$p = \frac{A_{st}}{s_n \cdot \frac{d_{core}}{2}} \sigma_{st} \quad (4)$$

Mnożąc licznik i mianownik prawej strony równania (4) przez  $\pi d_{core}$ , otrzymuje się:

$$p = \frac{A_{st}}{s_n \cdot \frac{d_{core}}{2}} \cdot \frac{\pi d_{core}}{\pi d_{core}} \sigma_{st} = \frac{1}{2} \cdot \frac{A_{st}}{s_n} \cdot \frac{\pi d_{core}}{\pi \cdot d_{core}^2} \cdot \sigma_{st} \quad (5)$$

Uwzględniając, że:

$$\frac{A_{st}}{s_n} = g; \quad A_{s,core} = \pi d_{core} \cdot g = \pi d_{core} \frac{A_{st}}{s_n}; \quad A_{core} = \frac{\pi d_{core}^2}{4} \quad (6)$$

Otrzymuje się:

$$p = \frac{1}{2} \cdot \frac{A_{s,core}}{A_{core}} \cdot \sigma_{st} \quad (7)$$

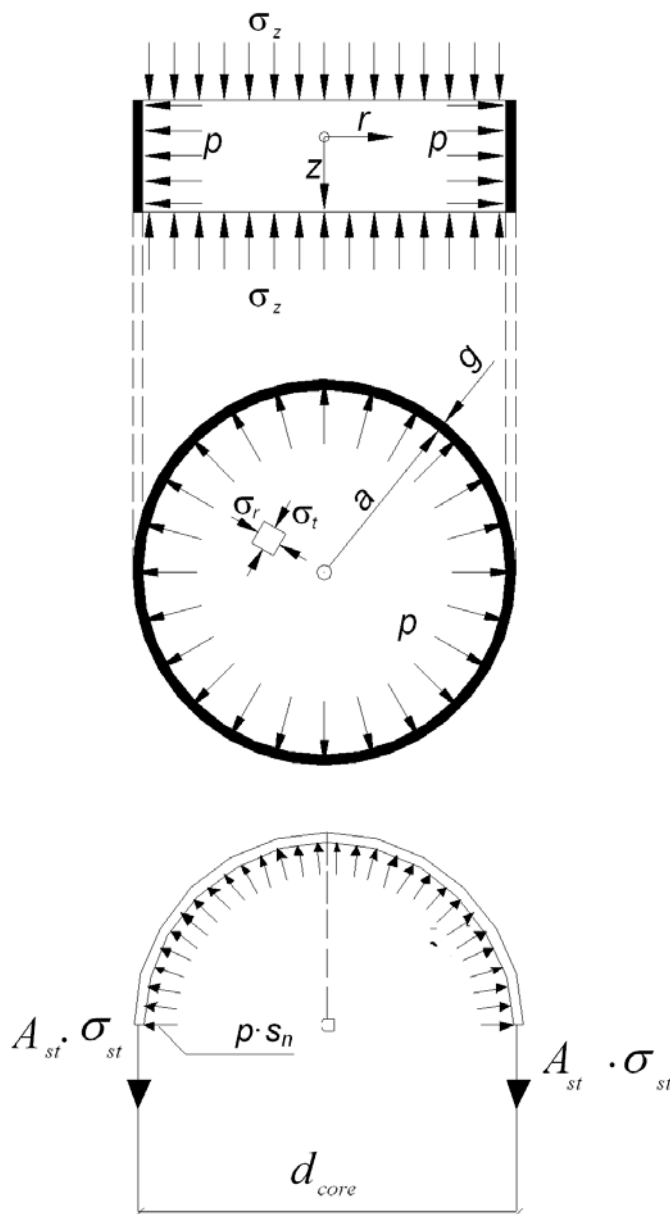
Przyjmując, że w wyniku parcia poziomego na betonowy rdzeń uzyskuje się przyrost wytrzymałości betonu  $\Delta f_c = 4p$ , można stwierdzić, że przyrost nośności słupa wyniesie:

$$\Delta N_R = 4 \cdot p \cdot A_{core} = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{A_{s,core}}{A_{core}} \cdot \sigma_{st} = 2 \cdot A_{s,core} \cdot \sigma_{st} \quad (8)$$

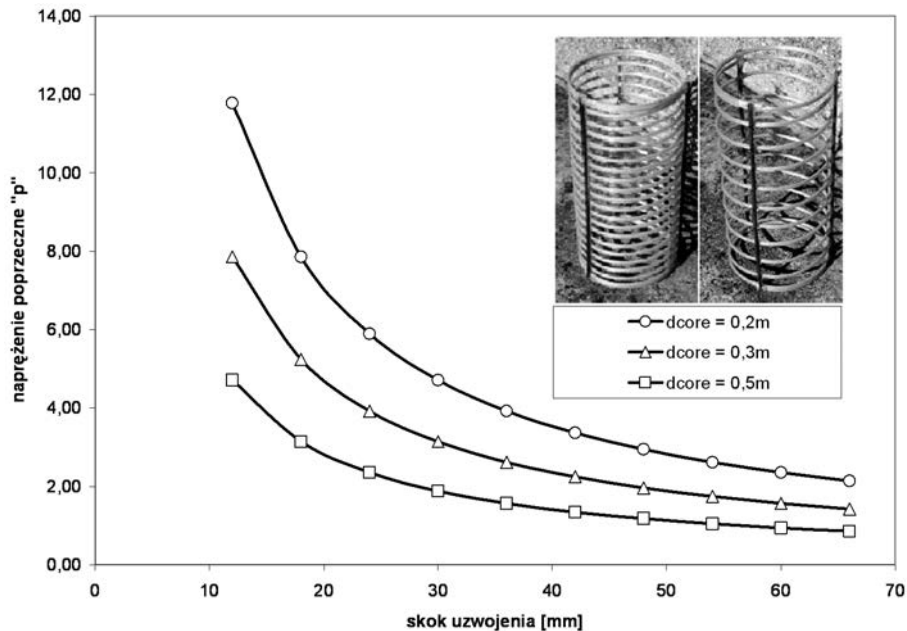
Teoretycznie zatem zbrojenie spiralne jest dwukrotnie bardziej efektywne niż zbrojenie podłużne o identycznym ciężarze. Przy założeniu niepodatności uzwojenia ta skuteczność wzrasta nawet do 2,5 raza.

Analizując wzór (4) można łatwo zauważyć, jakie czynniki wpływają na wartość parcia poprzecznego  $p$  na betonowy rdzeń. Parcie to wzrasta wraz ze zmniejszaniem się skoku uzwojenia i wzrostem średnicy pręta, z którego będzie wykonana spirala uzwojająca, zmniejsza się natomiast wraz ze wzrostem średnicy  $d_{core}$  betonowego rdzenia. Wpływ skoku uzwojenia i średnicy betonowego rdzenia na wartość parcia poprzecznego na betonowy rdzeń pokazano na rys. 2.

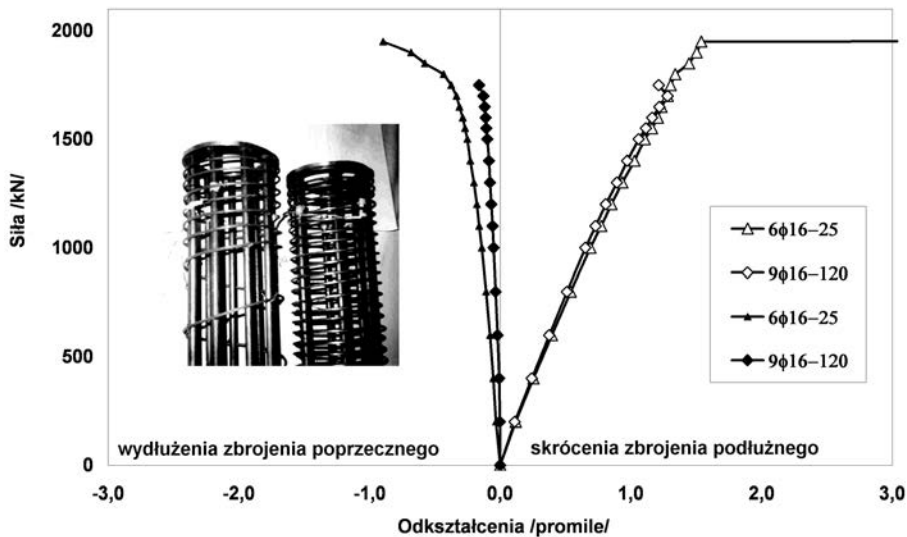
Założenie osiągnięcia granicy plastyczności w uzwojeniu jest z reguły zbyt optymistyczne, co potwierdzają badania Kondrata i Korzeniowskiego [3]. Przykładowe wartości pomierzonych średnich odkształceń poprzecznych w uzwojeniu jednego ze zbadanych słupów II serii pokazano na rys. 3. Na wykresie przedstawiono wydłużenia mierzone na uzwojeniu słupów uzwojonych (9  $\phi$  12 – 2,5), i w celu porównania, na zbrojeniu poprzecznym w formie spirali zwykłych słupów żelbetowych (9  $\phi$  16 – 12). Na wykresie przedstawiono także skrócenia prętów podłużnych tych słupów. Zbrojenie słupa uzwojonego i zwykłego słupa żelbetowego dobrano tak, aby ciężary obu słupów były



Rys. 1. Model słupa uzwojonego według Olszaka [4]



Rys. 2. Zależność parcia poprzecznego  $p$  na betonowy rdzeń słupa uzwojonego w zależności od skoku uzwojenia  $s_n$  i średnicy rdzenia  $d_{core}$ . Przyjęto średnicę pręta spirali 6 mm i naprężenie w spirali  $\sigma_{st} = 500$  MPa



Rys. 3. Pomierzone odkształcenia obwodowe i podłużne zbrojenia słupa uzwojonego i zwykłego żelbetowego o zbliżonym ciężarze zbrojenia. Długość słupów 2,2 m; średnica rdzenia  $d_{core} = 0,205$  m;  $f_{cm} = 40,7$  MPa

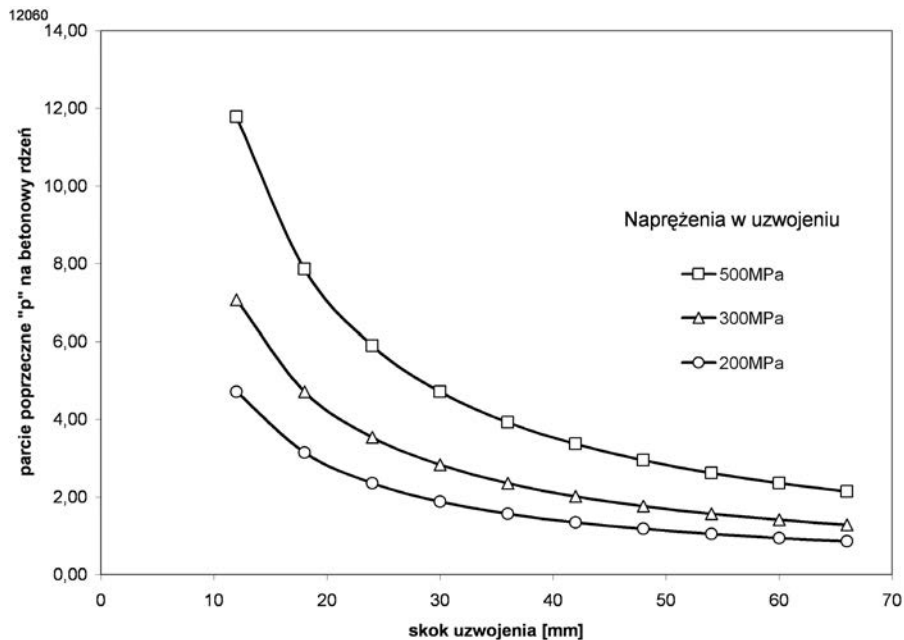
zbliżone. Zbrojenie słupa uzwojonego składało się z 6 prętów pionowych o średnicy 16 mm oraz spirali uzwojonej o skoku 25 mm, wykonanej z pręta o średnicy 6 mm. Porównawczy słup żelbetowy miał zbrojenie składające się z 9 prętów o średnicy 16 mm oraz spirali o skoku 150 mm, wykonanej z pręta o średnicy 6 mm. Granica plastyczności zbrojenia podłużnego wynosiła 314 MPa, poprzecznego (spirali) 421 MPa. Zbrojenie poprzeczne słupów było zagęszczone w rejonie obu ich końców. Oba słupy były badane przy kontrolowanej prędkości wzrostu obciążenia. Analizując rys. 3, można zauważyć, że wydłużenie uzwojenia było niewielkie i w słupach uzwojonych zaczęło narastać dopiero w ostatniej fazie obciążenia, ale i wtedy nie przekroczyło wartości jednego promila. Tym samym naprężenie w zbrojeniu uzwojonym wykorzystano zaledwie w połowie.

Niższe od granicy plastyczności wartości naprężenia w uzwojeniu oznaczają mniejsze wartości parcia poprzecznego na betonowy rdzeń, co pokazano na rys. 4.

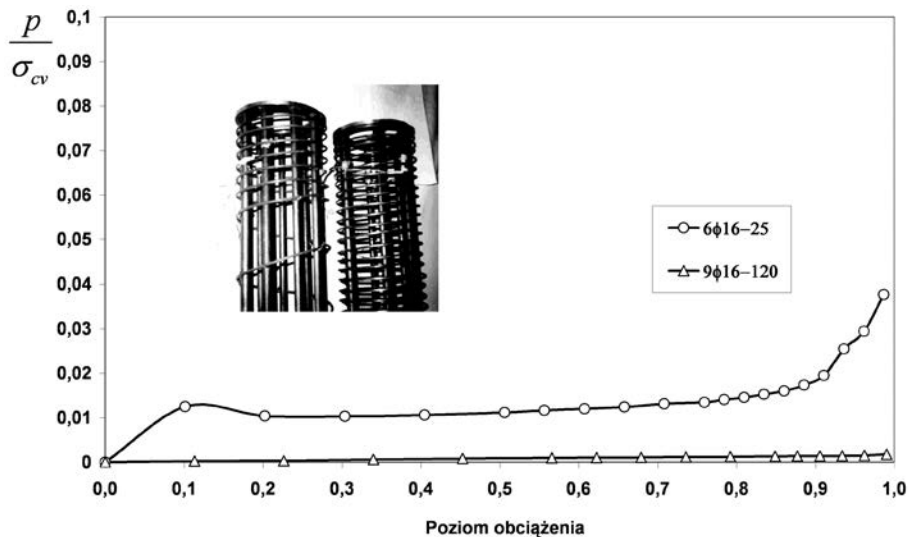
Na rys. 5 pokazano stosunek parcia radialnego na beton do składowej pionowej naprężenia w betonie  $p/\sigma_{cv}$  dla analizowanych wyżej słupów. Dla każdej pomierzonej wartości odkształcenia uzwojenia  $\varepsilon_{st}$  obliczono panujące w nim naprężenie  $\sigma_{st}$ .

$$\sigma_{st} = \varepsilon_{st} \cdot E_s \leq f_y \quad (9)$$

Następnie wartość parcia  $p$  wyznaczono na podstawie wzoru (4). Mając pomierzone odkształcenia prętów podłużnych  $\varepsilon_{sp}$  można było wyznaczyć siłę  $N_s$  przenoszoną przez zbrojenie podłużne o przekroju poprzecznym  $A_{st}$ :



Rys. 4. Zależność parcia poprzecznego  $p$  na betonowy rdzeń słupa uzwojonego w zależności od skoku uzwojenia  $s_n$  i naprężenia  $\sigma_{st}$  w uzwojeniu  
Przyjęto średnicę pręta spirali 6 mm i średnicę rdzenia  $d_{core} = 0,2$  m



Rys. 5. Porównanie stosunku parcia poprzecznego  $p$  na betonowy rdzeń słupa uzwojonego do naprężenia podłużnego w betonie  $p/\sigma_{cv}$  dla słupa uzwojonego i zwykłego, przy zbliżonym całkowitym ciężarze stali  
Wysokość słupów 2,2 m;  $d_{core} = 0,205$  m;  $f_{cm} = 40,7$  MPa

$$N_s = \varepsilon_{sl} \cdot E_s \cdot A_{st} \quad (10)$$

Siłę  $N_c$  przenoszoną przez beton można obliczyć jako różnicę między przyłożonym obciążeniem a siłą przenoszoną przez zbrojenie podłużne:

$$N_c = N - N_s \quad (11)$$

Średnie naprężenie podłużne w betonie wyznaczono z zależności:

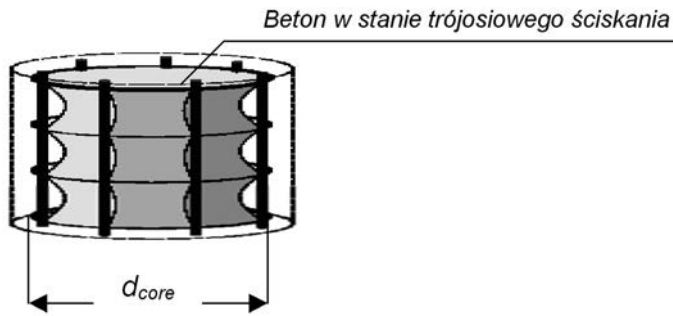
$$\sigma_{cv} = \frac{N_c}{A_{core}} \quad (12)$$

Tak obliczona wartość  $p/\sigma_{cv}$  jest bardzo niska, aż do około 90% obciążenia niszczącego. Przedstawione relacje nie są przy-

padkami odosobnionymi, przeciwnie jest to tendencja stała. Należy zwrócić uwagę na fakt, że skok uzwojenia był mały, a mimo to opór stawiany przez to uzwojenie nie przyniósł znaczącego efektu w postaci dużego naprężenia poprzecznego działającego na betonowy rdzeń słupa. Gdyby słup miał większą średnicę, efekty uzwojenia byłyby jeszcze mniejsze. Powyższe rozważania prowadzą do wniosku, że w zakresie obciążeń eksploatacyjnych rola uzwojenia jest niewielka; jego znaczenie narasta w ostatniej fazie, tuż przed zniszczeniem.

W wyniku tego, że część betonu nie będzie objęta trójosiowym parciem, efekt tego niewielkiego parcia będzie dodatkowo malał na odcinkach między zwojami.

Pokazano to na rys. 6, gdzie tylko zacieniona część betonu znajduje się w stanie trójosiowego ściskania. Pozostała część



Rys. 6. Zmiany przekroju efektywnie sprężonego betonu

betonu pozostaje w stanie jednoosiowego ściskania. W tej sytuacji średni przekrój betonu  $A_{core,eff}$  w którym panuje stan trójosiowego ściskania jest mniejszy od  $A_{core}$ .

Podsumowując, w przypadku słupów uzwojonych teoretycznie duże możliwości wykorzystania trójosiowego stanu naprężenia ściskającego są w praktyce mocno ograniczone.

### MOŻLIWOŚCI WYKORZYSTANIA TRÓJOSIOWEGO STANU NAPRĘŻENIA W SŁUPACH CFST

W przypadku słupów CFST nie występuje zjawisko przedstawione na rys. 6. Cały przekrój jest w stanie trójosiowego ściskania. Biorąc to pod uwagę, można przypuszczać, że efektywność słupów CFST w aspekcie kreowania przestrzennego stanu naprężenia ściskającego w betonie będzie większa niż słupów uzwojonych. Przypuszczenie to wydaje się potwierdzać wyniki przedstawione na rys. 7.

Na rys. 7 porównano wartości parcia  $p$  odpowiadające pomierzonym odkształceniom w płaszczu stalowym słupa CFST, uzwojeniu słupa uzwojonego i zbrojeniu poprzecznym zwykłego słupa żelbetowego.

Wszystkie badane słupy pochodzą z II serii badań opisanych w [3]. Słup uzwojony i żelbetowy opisano już wcześniej. Grubość

płaszczu stalowego słupa CFST wynosiła 3 mm. Była ona tak dobrana, aby ciężar stali w trzech badanych słupach był zbliżony. Granica plastyczności użytej stali wynosiła 312 MPa. Geometria badanych słupów (długość i średnica) była również zbliżona.

Naprężenie  $p$  w płaszczu stalowym słupa CFST wyliczono z równania równowagi sił (patrz rys. 1):

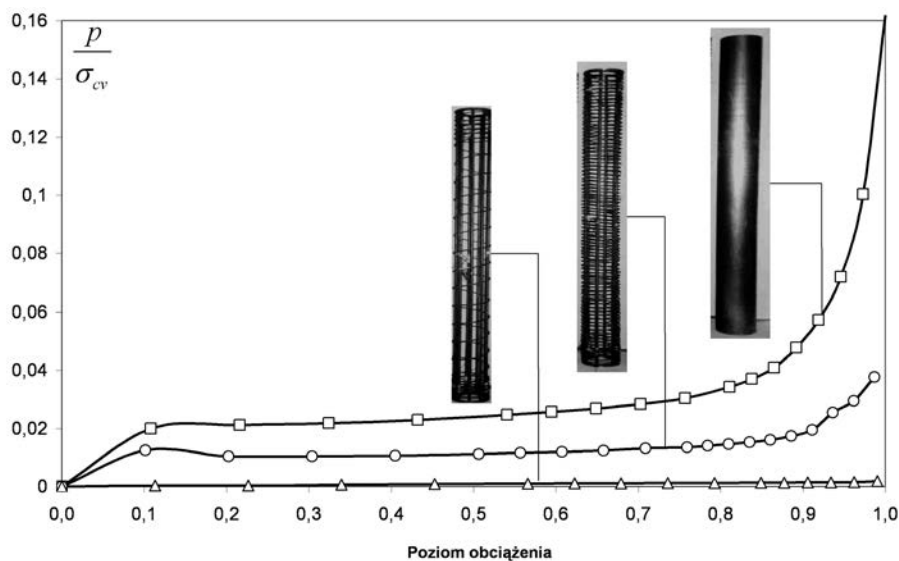
$$p \cdot s_n \cdot \frac{d_{core}}{2} = g \cdot s_n \cdot \sigma_{st} \quad (13)$$

$$p = 2 \cdot \frac{g}{d_{core}} \cdot \sigma_{st} \quad (14)$$

Naprężenie  $\sigma_{cv}$  wyznaczono identycznie jak w przypadku słupów uzwojonych, zastępując przekrój poprzeczny prętów podłużnych przekrojem poprzecznym stalowego płaszcza.

Analizując rys. 7, można dojść do wniosku, że wartość parcia poziomego na betonowy rdzeń w przypadku słupów CFST jest znacznie większa niż w przypadku słupów uzwojonych o zbliżonej geometrii i ciężarze stali. Świadczyłoby to o wyraźnej przewadze słupów CFST nad słupami uzwojonymi. Niestety, należy mieć na uwadze, że jedynie w przypadku słupów uzwojonych oszacowana wartość parcia na betonowy rdzeń jest zbliżona do rzeczywistości. W przypadku słupów CFST znacznie większe odkształcenia obwodowe stalowego płaszcza w stosunku do odkształceń słupów uzwojonych wynikają z faktu, że płaszcz stalowy tych słupów podlega także podłużnemu ściskaniu. To powoduje, że w wyniku tego ściskania odkształca się poprzecznie. Obliczona na podstawie pomierzonych odkształceń obwodowych stalowego płaszcza wartość parcia  $p$  jest więc zawyżona. Płaszcz stalowy w przypadku słupów CFST odkształca się nie tylko w wyniku naporu rozszerzającego się poprzecznie betonu, ale także w wyniku rozszerzającej się poprzecznie stali.

W dużym zakresie obciążenia rura stalowa ma skłonność do rozszerzania się w kierunku poprzecznym bardziej niż betonowy rdzeń, ze względu na wyższy współczynnik Poissona, który dla stali wynosi 0,3, a dla betonu od 0,15 do 0,2. Wskutek przyczepności między stalą i betonem, beton rdzenia częściowo powstrzymuje rozszerzanie się poprzeczne stalowej rury.



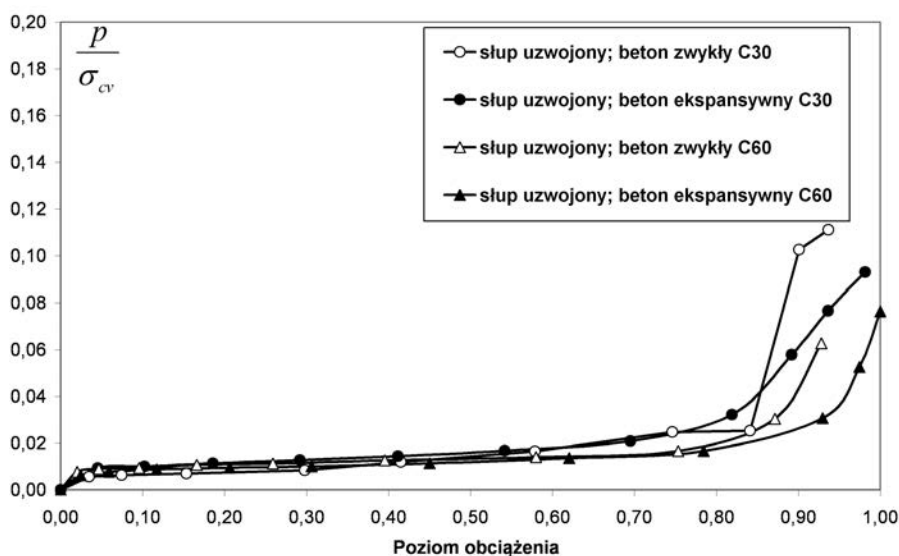
Rys. 7. Porównanie  $p/\sigma_{cv}$  dla słupa CFST, uzwojonego i zwykłego, przy zbliżonym całkowitym ciężarze stali; wysokość słupów 2,2 m;  $d_{core} = 0,205$  m;  $f_{cm} = 40,7$  MPa



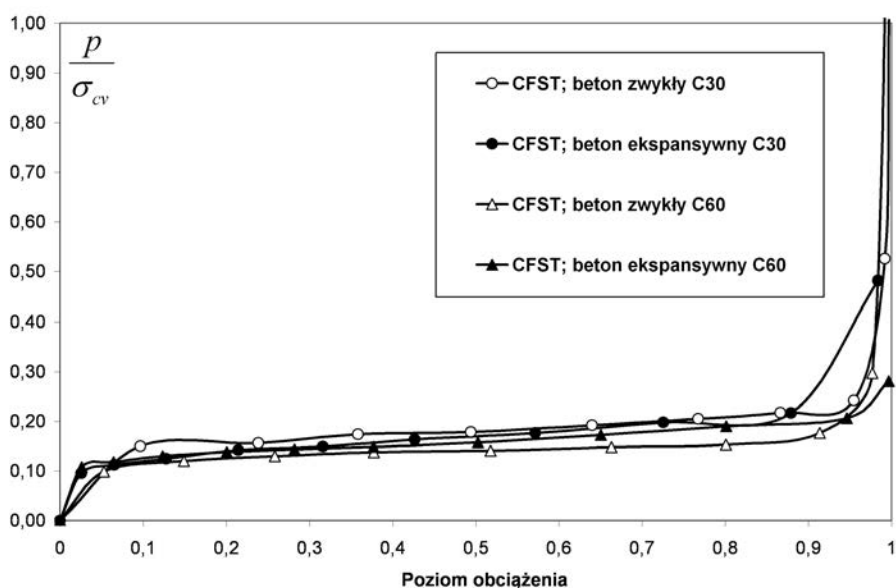
## MOŻLIWOŚCI WYKORZYSTANIA TRÓJOSIOWEGO STANU NAPRĘŻENIA W SŁUPACH UZWOJONYCH I SŁUPACH CFST PRZEZ ZASTOSOWANIE BETONU EKSPANSYWNEGO

Podczas dalszego wzrostu obciążenia wewnętrzna średnica stalowej rury stale wzrasta, aż do momentu, kiedy jest osiągnięta granica przyczepności betonu do wewnętrznej powierzchni stalowej rury. Wtedy rura oddziela się od betonowego rdzenia. Wzajemne oddziaływania znikają i jednolite zachowanie się elementu zespolonego polega jedynie na tych samych odkształceniach podłużnych. W wyniku dalszego wzrostu obciążenia rozpoczyna się proces intensywnych mikrospekkań betonu, co powoduje szybsze jego rozszerzanie się w kierunku poprzecznym. Współczynnik odkształcenia poprzecznego betonu staje się większy niż stali, i gdy objętość betonu staje się większa niż pusta przestrzeń między stalową rurą, beton zaczyna rozpychać ścianki rury. Następuje kolejna faza redystrybucji naprężeń między betonowym rdzeniem a stalową rurą. W tej fazie efektywność stalowego płaszcza jest wyraźnie większa niż uzwojenia.

Ze względu na to, że możliwości wytworzenia przestrzennego stanu naprężenia ściskającego w betonie dzięki zastosowaniu w słupach żelbetowych uzwojenia lub rury stalowej okazały się ograniczone, autorzy podjęli próbę wzmocnienia efektu poprzecznego sprężenia betonu rdzenia przez zastosowanie betonu ekspansywnego. Oczekiwano, że pęczniejący beton będzie napierać na uzwojenie lub stalowy płaszcz rury jeszcze przed obciążeniem słupa, dzięki czemu w betonie pojawi się wstępne poprzeczne naprężenie ściskające. Po przyłożeniu obciążenia naprężenie to będzie dalej wzrastać w przypadku słupów uzwojonych, natomiast w przypadku słupów CFST będzie redukować



Rys. 8. Porównanie  $p/\sigma_{cv}$  dla słupa uzwojonego wykonanego z betonu zwykłego i ekspansywnego



Rys. 9. Porównanie  $p/\sigma_{cv}$  dla słupa CFST wykonanego z betonu zwykłego i ekspansywnego  
Wysokość słupów 2, 2 m, grubość ścianki stalowego płaszcza 10 mm

niekorzystny efekt szybszego odkształcania stalowej rury w stosunku do odkształceń betonowego rdzenia. Przeprowadzono badania na 20 słupach uzwojonych i 24 słupach CFST. Połowa słupów była wykonana z betonu zwykłego, połowa zaś z betonu ekspansywnego. Wytrzymałość betonu oscylowała wokół 30 MPa i 60 MPa. Długość słupów wynosiła 2,2 m lub 0,8 m. Średnica słupów uzwojonych wynosiła 205 mm. Wszystkie słupy uzwojone były zbrojone podłużnie 6 prętami o średnicy 12 mm. Uzwojenie wykonano z pręta o średnicy 6mm. Skok uzwojenia wynosił 20 mm. Średnia granica plastyczności stali podłużnej wynosiła 425 MPa. Słupy CFST miały średnicę przekroju poprzecznego 168,3 mm. Grubość ścianki stalowego płaszcza wynosiła 5 mm lub 10 mm.

Wyniki przeprowadzonych badań nie potwierdziły spodziewanych efektów. Nośności słupów wykonanych ze zwykłego betonu i z betonu ekspansywnego były zbliżone.

Na rys. 8 pokazano obliczone wartości parcia poprzecznego na beton w stosunku do naprężenia podłużnego dla słupów uzwojonych o długości 0,8 m.

Z rys. 8 wynika, że, uzyskane relacje  $p/\sigma_{cv}$  są praktycznie niezależne od użytego rodzaju betonu. Podobnie jest w przypadku słupów CFST, co jest widoczne na rys. 9, gdzie przedstawiono wyliczone wartości  $p/\sigma_{cv}$  dla słupów CFST o długości 2,2 m i o grubości ścianki stalowego płaszcza 10 mm. Porównując rys. 7 i 9, łatwo można zauważyć, że decydującym czynnikiem o skuteczności wytworzenia przestrzennego stanu naprężenia ściskającego w betonie słupów CFST jest grubość stalowej rury. W przypadku uzwojenia będzie nim intensywność uzwojenia.

## PODSUMOWANIE

Mimo teoretycznie bardzo dużych możliwości wytworzenia w betonowym rdzeniu słupów uzwojonych i słupów CFST przestrzennego stanu naprężenia ściskającego, praktyczne możliwości są dużo mniejsze. Przyczyną tego jest stosunkowo niski współczynnik Poissona i związana z tym niewielka rozszerzalność poprzeczna betonu. Napierający na uzwojenie beton generuje odkształcenia obwodowe stali znacznie mniejsze od granicy plastyczności. W słupach CFST obciążanych przez cały

przekrój dochodzi jeszcze niekorzystne zjawisko powstawania szczeliny między betonem rdzenia a silnie odkształcającą się, dzięki wyższemu współczynnikowi Poissona, stalową rurą. Dopiero w ostatniej fazie obciążenia, tuż przed osiągnięciem jednoosiowej wytrzymałości betonu na ściskanie, w wyniku niszczenia wewnętrznej struktury betonu, współczynnik Poissona wyraźnie wzrasta i beton zaczyna poprzecznie odkształcać się bardziej niż stal.

Zastosowanie betonu ekspansywnego nie przyniosło spodziewanych rezultatów. Przeprowadzone przez autorów badania na 44 słupach, z których połowa była wykonana z betonu ekspansywnego, wykazały, że słupy wykonane z tego betonu zachowują się podobnie, jak wykonane z betonu zwykłego.

Powyższe stwierdzenia niewielkich możliwości wytworzenia w słupach uzwojonych i słupach CFST przestrzennego stanu naprężenia ściskającego nie mogą prowadzić do negatywnej oceny tych słupów. Słupy te charakteryzują się wieloma interesującymi właściwościami, które nie były tematem tego artykułu. Właściwości te sprawiają, że w wielu sytuacjach będą one stosowane jako konkurencyjne w stosunku do zwykłych słupów żelbetowych.

## LITERATURA

1. Gardner N. J., Jacobson E. R.: Structural Behavior of Concrete Filled Steel Tubes. ACI Journal, 7/1967.
2. Korzeniowski P.: Żelbetowe słupy uzwojone. Badania i teoria. Wydawnictwo PG, monografie nr 15, Gdańsk 2000.
3. Korzeniowski P., Kondrat J.: Badania eksperymentalne słupów CFST. VII sympozjum z cyklu Nowe Osiągnięcia Nauki w Budownictwie: referaty naukowe sympozjum : Rzeszów, 3-4 lutego 2005. T. 1, O Stanisławie Kusiu – inżynierze i profesorze w 80-lecie urodzin i 55-lecie pracy / pod red. A. Reichharta. – Rzeszów: P. Rzesz., 2005, 223-234.
4. Olszak W.: Zagadnienia teorii elementów uzwojonych, cz.I i II. Archiwum Inżynierii Lądowej, V, 2, 1960.
5. Schickert G., Winkler H.: Versuchsergebnisse zur Festigkeit und Verformung bei mehraxialer Druckbeanspruchung. D.A.f.Stb., H. 277, 1977.