PRZEGLĄD ELEKTROTECHNICZNY

Ukazuje się od 1919 roku 5'14

Organ Stowarzyszenia Elektryków Polskich • Wydawnictwo SIGMA-NOT Sp. z o.o.

Zbigniew KRZEMIŃSKI

Politechnika Gdańska, Wydział Elektrotechniki i Automatyki

Obserwatory prędkości dla bezczujnikowego sterowania maszynami prądu przemiennego

Streszczenie. *Przedstawiono model matematyczny uogólnionej maszyny elektrycznej rozszerzony przez wprowadzenie dodatkowych zmiennych. Na podstawie modelu rozszerzonego opracowano strukturę obserwatora prędkości maszyny uogólnionej. Zaprezentowano struktury obserwatorów prędkości dla poszczególnych rodzajów maszyn prądu przemiennego. Pokazano, że prędkość kątową wirnika można odtwarzać dla różnych typów maszyn stosując odpowiednie zmienne stanu w modelach matematycznych wykorzystanych do utworzenia rozszerzonego obserwatora prędkości.*

Abstract*. A mathematical model of generalized electrical machine extended by introduction of additional variables has been presented. On a basis of extended model a structure of speed observer for the generalized machine has been developed. Structures of speed observers for each kind of AC machines has been presented. It has been shown, that angular rotor velocity may be estimated for different types of machines applying proper state variables in mathematical models used to create extended speed observer.* ***Speed observers for sensorless control of AC machines.***

Słowa kluczowe: obserwator, maszyny elektryczne, sterowanie bezczujnikowe.
Keywords: observer, electrical machines, sensorless control.

doi:10.12915/pe.2014.05.01

Wstęp

Maszyny elektryczne prądu przemiennego sklasyfikowano jako indukcyjne i synchroniczne. Maszyny indukcyjne są konstruowane jako klatkowe i pierścieniowe. Maszyny synchroniczne posiadają wzbudzenie elektromagnetyczne lub magnesy trwałe, które mogą być umieszczone na powierzchni wirnika lub zagłębione. Innym typem są maszyny reluktancyjne o budowie podwójnie jawnobiegunowej oraz silniki skokowe. Maszyny prądu przemiennego mogą być zrealizowane jako trójfazowe lub wielofazowe. Każdy typ maszyny elektrycznej modelowany jest równaniami różniczkowymi o strukturze różniącej się członami występującymi w prawych stronach. Odmienne modele matematyczne powodują, że dla różnych typów maszyn proponowane są odpowiednie metody odtwarzania prędkości kątowej wirnika. Jedna z metod odtwarzania prędkości wirnika, zaproponowana w [1], może być zastosowana do wszystkich typów maszyn elektrycznych, których parametry są stałe lub zmieniają się powoli pod wpływem zmian temperatury. Są to wymienione wyżej maszyny poza maszyną reluktancyjną podwójnie jawnobiegunową i silnikami skokowymi. Uniwersalna metoda polega na zastosowaniu rozszerzonego modelu maszyny, który powstaje przez wprowadzenie dodatkowych zmiennych. Rozszerzony model jest podstawą zastosowania obserwatora Luenbergera i wyznaczania prędkości kątowej ze zmiennych na podstawie zależności algebraicznych. Opracowano modele dla maszyny indukcyjnej klatkowej i pierścieniowej i dla maszyny synchronicznej z magnesami trwałymi umieszczonymi na powierzchni wirnika oraz zagłębionymi. W niniejszym referacie pokazano, jak poza znanymi rozwiązaniami zastosować rozszerzone modele do maszyny uogólnionej oraz do wielofazowych maszyn indukcyjnych.

Zagadnienie odtwarzania parametrów obiektu przez rozszerzenie modelu o dodatkowe zmienne jest znane w teorii obserwatorów Luenbergera. Obserwator, w którym wektor stanu zawierający zmienne elektromagnetyczne został rozszerzony o wektor parametrów pokazano w [2], gdzie otrzymano liniowe równania różniczkowe dla identyfikowanych parametrów. Rozszerzony obserwator zaproponowano w [3], gdzie przy znanej prędkości identyfikowano parametry maszyny indukcyjnej.

Odmienny obserwator z rozszerzoną liczbą zmiennych stanu został zaproponowany w [1], gdzie zastosowano uproszczone równania różniczkowe dla dodatkowych zmiennych będących iloczynami prędkości kątowej wirnika i składowych wektora strumienia wirnika. Koncepcja wprowadzania dodatkowych zmiennych będących liniowymi funkcjami zmiennych podstawowych różni się od proponowanych wcześniej [2, 3] rozszerzeń obserwatora o estymowane parametry obiektu. Zastosowanie równań różniczkowych dla dodatkowych zmiennych o strukturze wynikającej z równań obiektu jest odmienne również od koncepcji wprowadzania dodatkowych integratorów do obserwatora [4].

Podstawową właściwością obserwatorów prędkości jest duża dokładność odtwarzania prędkości kątowej wirnika, co umożliwia zastosowanie nieliniowego sterowania odsprzęgającego pokazanego w [5].

Odtwarzanie parametrów w obserwatorze opartym na rozszerzonym modelu obiektu

Równania różniczkowe opisujące liniowy układ dynamiczny są następujące:

$$\dot{\mathbf{x}}=\mathbf{A}\mathbf{x}+\mathbf{B}\mathbf{u}\,, \tag{1}$$

gdzie $\mathbf{x}$ jest wektorem zmiennych stanu, $\mathbf{u}$ jest wektorem sterowań, $\mathbf{A}, \mathbf{B}$ są macierzami o stałych parametrach.

Ogólnym zagadnieniem w teorii sterowania jest identyfikacja parametrów układu (1), czyli elementów macierzy $\mathbf{A}$. Przy zastosowaniu obserwatora Luenbergera proponowane jest wprowadzanie macierzy błędu parametrów $\Delta\mathbf{A}$ lub rozszerzanie zmiennych stanu układu o wektor elementów macierzy $\mathbf{A}$, dla których określane są równania różniczkowe o strukturze wynikającej z przyjętych założeń. Możliwe jest identyfikowanie w ten sposób wszystkich parametrów układu dynamicznego.

Jeżeli liczba estymowanych parametrów układu (1) jest mała, to możliwe jest zdefiniowanie dodatkowych zmiennych rozszerzających stan układu. Zmienne te przyjmują postać:

$$\zeta_i = a_z x_k \,, \tag{2}$$

gdzie ζ_i jest nowa zmienną, a_z jest identyfikowanym parametrem. Numery indeksów zależą od struktury układu. Indeks z oznacza numer parametru, który jest identyfikowany. Dalsze rozważania dotyczą jednego wybranego parametru o numerze z.

Jeżeli dla zmiennej x_k w układzie (1) określone będzie równanie różniczkowe o postaci np.:

$$\dot{x}_k = a_z x_k + \ldots + b_k u_k \,, \tag{3}$$

to dynamikę zmiennej ζ_i będzie określać równanie:

$$\dot{\zeta}_k = a_z \zeta_k + \ldots + a_z b_k u_k \,. \tag{4}$$

Po dodaniu równania (4) do układu (1) liczba zmiennych układu (1) zostanie zwiększona o 1. Jeżeli identyfikowany parametr występuje w większej liczbie członów w równaniach, to należy zdefiniować odpowiednią liczbę nowych zmiennych stanu i napisać kolejne równania różniczkowe. Otrzymuje się w ten sposób rozszerzony model układu dynamicznego. Tak otrzymany model określony jest dla większej liczby zmiennych niż liczba zmiennych stanu obiektu. Model ten może niedokładnie odwzorowywać obiekt, gdyż błąd odtwarzania części zmiennych nie jest zbieżny do zera. W rezultacie pojawia się niestabilności modelu.

Stabilność modelu uzyskuje się przez wprowadzenie do równań różniczkowych dodatkowych członów o postaci:

$$k_i \left(a_z x_i - \zeta_i \right), \tag{5}$$

gdzie $\mathrm{k_i}$ jest współczynnikiem wzmocnienia.

Człony o postaci (5) mogą występować w każdym z równań rozszerzonego modelu układu (1). Na podstawie rozszerzonego modelu z członami (5) tworzony jest rozszerzony obserwator zmiennych stanu.

Równania, do których wprowadzane są człony (5), określane są na drodze analizy funkcji Lapunowa dla błędów zmiennych stanu rozszerzonego obserwatora. Człony (5) wykorzystywane są do określenia błędów zmiennych stanu $\hat{\zeta}_i$ w rozszerzonym obserwatorze.

Parametr a_z określany jest na podstawie zależności:

$$\hat{a}_z = \frac{\hat{\zeta}_1 f_1(\hat{\mathbf{x}}) + \ldots + \hat{\zeta}_n f_n(\hat{\mathbf{x}})}{\hat{x}_1 f_1(\hat{\mathbf{x}}) + \ldots + \hat{x}_n f_n(\hat{\mathbf{x}})} \tag{6}$$

Gdzie symbol ^ oznacza zmienne odtworzone w obserwatorze.

Funkcje $f_x(\mathbf{x})$ są wybierane heurystycznie w taki sposób, żeby mianownik wyrażenia (6) nie był równy zeru. Można również przyjąć różne postaci wyrażenia (6) dla różnych zakresów zmiennych stanu.

Powyższa procedura posiada ogólny charakter, jednak złożone układy nieliniowe muszą być indywidualnie analizowane, ponieważ nie można podać dowodu istnienia rozwiązania dla każdego przypadku.

Rozszerzony uogólniony model matematyczny maszyny prądu przemiennego

Uogólniony model maszyny prądu przemiennego dla zmiennych elektromagnetycznych otrzymany na podstawie równań Kirhoffa ma postać [6]:

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\psi}}{\mathrm{d}\tau} = -\mathbf{R}\mathbf{i} + \mathbf{M}\mathbf{u} \,, \tag{7}$$

gdzie $\boldsymbol{\psi}$ jest wektorem strumieni sprzężonymi z uzwojeniami, $\mathbf{i}$ jest wektorem prądów w uzwojeniach, $\mathbf{u}$ jest wektorem napięć przyłożonych do uzwojeń, $\mathbf{R}$ jest macierzą rezystancji, τ jest czasem względnym, $\mathbf{M}$ jest diagonalną macierzą stałych współczynników określających pobudzenie maszyny. Jeżeli $\mathbf{M} = \mathbf{I}$ maszyna jest w pełni pobudzana a jeżeli $\mathbf{M} = \begin{bmatrix}\mathbf{I} & \mathbf{0}\end{bmatrix}^T$ lub $\mathbf{M} = \begin{bmatrix}\mathbf{0} & \mathbf{I}\end{bmatrix}^T$ maszyna jest częściowo pobudzana.

Rozdzielenie zmiennych na zmienne stojana i wirnika oraz zastosowanie transformacji zmiennych do układu ortogonalnego i przyjęcie układu współrzędnych wirującego z prędkością kątową ω_a prowadzi do następujących równań:

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\psi}_\mathbf{s}}{\mathrm{d}\tau} = -\mathbf{R_s}\mathbf{i_s} - j\omega_a \boldsymbol{\psi}_\mathbf{s} + \mathbf{M_s}\mathbf{u_s} \,, \tag{8}$$

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\psi}_\mathbf{r}}{\mathrm{d}\tau} = -\mathbf{R_r}\mathbf{i_r} - j\left(\omega_a - \omega_r\right)\boldsymbol{\psi}_\mathbf{r} + \mathbf{M_r}\mathbf{u_r} \,, \tag{9}$$

gdzie indeksy s i r oznaczają zmienne i parametry odpowiednio stojana i wirnika, ω_r jest prędkością kątową wirnika.

Zastosowanie teorii magnetyzmu prowadzi do następujących zależności:

$$\boldsymbol{\psi} = \boldsymbol{\psi}_\mathbf{i} + \boldsymbol{\psi}_\mathbf{f}(\theta) \,, \tag{10}$$

$$\boldsymbol{\psi}_\mathbf{i} = \mathbf{L}(\theta)\mathbf{i} \,, \tag{11}$$

gdzie θ jest katem położenia wirnika, $\mathbf{L}$ jest macierzą indukcyjności, $\boldsymbol{\psi}_\mathbf{f}(\theta)$ jest strumieniem pochodzącym od magnesów trwałych.

Dla celów modelowania można zastosować następująca transformacje zmiennych:

$$\boldsymbol{\varphi} = \mathbf{L_i}\mathbf{i} + \mathbf{K_f}\boldsymbol{\psi}_\mathbf{f} \,, \tag{12}$$

gdzie $\mathbf{K_f}, \mathbf{L_i}$ są macierzami współczynników, a

$$\boldsymbol{\varphi} = \begin{bmatrix}\boldsymbol{\varphi}_\mathbf{1} & \boldsymbol{\varphi}_\mathbf{2}\end{bmatrix}^T \tag{13}$$

jest wektorem nowych zmiennych.

Przyjęto dla uproszczenia, że $\mathbf{K_f}, \mathbf{L_i}$ są macierzami o stałych współczynnikach. Oznacza to, że obwody magnetyczne są liniowe.

Wektor $\boldsymbol{\varphi}$ może zawierać strumienie, prądy lub inne wielkości stojana i wirnika w zależności od możliwości uproszczenia modelu maszyny lub układu sterowania.

Dla wektorów (13) otrzymuje się następujące zależności biorąc pod uwagę (11):

$$\boldsymbol{\varphi}_1 = \mathbf{K}_{is1}\boldsymbol{\psi}_{is} + \mathbf{K}_{ir1}\boldsymbol{\psi}_{ir} + \mathbf{K}_{fs1}\boldsymbol{\psi}_{fs} + \mathbf{K}_{fr1}\boldsymbol{\psi}_{fr}\,, \tag{14}$$

$$\boldsymbol{\varphi}_2 = \mathbf{K}_{is2}\boldsymbol{\psi}_{is} + \mathbf{K}_{ir2}\boldsymbol{\psi}_{ir} + \mathbf{K}_{fs2}\boldsymbol{\psi}_{fs} + \mathbf{K}_{fr2}\boldsymbol{\psi}_{fr}\,, \tag{15}$$

gdzie $\mathbf{K}_{xxx}$ są macierzami współczynników o odpowiednich indeksach.

Równania różniczkowe dla wektorów $\boldsymbol{\varphi}_1, \boldsymbol{\varphi}_2$ są następujące:

(16)

$$\frac{d\boldsymbol{\varphi}_1}{d\tau} = \mathbf{A}_{11}\boldsymbol{\varphi}_1 + \mathbf{A}_{12}\boldsymbol{\varphi}_2 - j\omega_a\boldsymbol{\varphi}_1 + j\omega_r\left(\mathbf{B}_{11}\boldsymbol{\varphi}_1 + \mathbf{B}_{12}\boldsymbol{\varphi}_2\right) - j\omega_a\left(\mathbf{C}_{11}\boldsymbol{\psi}_{sf} + \mathbf{C}_{12}\boldsymbol{\psi}_{rf}\right) + \mathbf{K}_{is1}\mathbf{M}_s\mathbf{u}_s + \mathbf{K}_{ir1}\mathbf{M}_r\mathbf{u}_r\,,$$

(17)

$$\frac{d\boldsymbol{\varphi}_2}{d\tau} = \mathbf{A}_{21}\boldsymbol{\varphi}_1 + \mathbf{A}_{22}\boldsymbol{\varphi}_2 - j\omega_a\boldsymbol{\varphi}_2 + j\omega_r\left(\mathbf{B}_{21}\boldsymbol{\varphi}_1 + \mathbf{B}_{22}\boldsymbol{\varphi}_2\right) - j\omega_a\left(\mathbf{C}_{21}\boldsymbol{\psi}_{sf} + \mathbf{C}_{22}\boldsymbol{\psi}_{rf}\right) + \mathbf{K}_{is2}\mathbf{M}_s\mathbf{u}_s + \mathbf{K}_{ir2}\mathbf{M}_r\mathbf{u}_r\,.$$

Macierze współczynników w (16) i (17) wynikają z elementarnych przekształceń dla określonego rodzaju maszyny i dla określonych zmiennych $\boldsymbol{\varphi}_1, \boldsymbol{\varphi}_2$ mogą być znacznie uproszczone.

Macierze $\mathbf{B}_{xx}$ związane są zależnościami:

$$\mathbf{B}_{11} = b\mathbf{B}_{21}\,, \tag{18}$$

$$\mathbf{B}_{12} = b\mathbf{B}_{22}\,. \tag{19}$$

Model maszyny utworzony w celu opracowania obserwatora zmiennych stanu powinien być określony w nieruchomym układzie współrzędnych, co sprowadza się do warunku

$$\omega_a = 0\,. \tag{20}$$

Rozszerzony model uogólniony maszyny prądu przemiennego otrzymuje się definiując wektor dodatkowych zmiennych:

$$\boldsymbol{\zeta} = \omega_r\left(\mathbf{B}_{21}\boldsymbol{\varphi}_1 + \mathbf{B}_{22}\boldsymbol{\varphi}_2\right). \tag{21}$$

Równania różniczkowe rozszerzonego modelu maszyny uogólnionej są, biorąc pod uwagę (18), (19), (20) i (21), następujące:

$$\frac{d\boldsymbol{\varphi}_1}{d\tau} = \mathbf{A}_{11}\boldsymbol{\varphi}_1 + \mathbf{A}_{12}\boldsymbol{\varphi}_2 + jb\boldsymbol{\zeta} + \mathbf{K}_{is1}\mathbf{M}_s\mathbf{u}_s + \mathbf{K}_{ir1}\mathbf{M}_r\mathbf{u}_r\,, \tag{22}$$

$$\frac{d\boldsymbol{\varphi}_2}{d\tau} = \mathbf{A}_{21}\boldsymbol{\varphi}_1 + \mathbf{A}_{22}\boldsymbol{\varphi}_2 + j\boldsymbol{\zeta} + \mathbf{K}_{is2}\mathbf{M}_s\mathbf{u}_s + \mathbf{K}_{ir2}\mathbf{M}_r\mathbf{u}_r\,, \tag{23}$$

$$\frac{d\boldsymbol{\zeta}}{d\tau} = \frac{d\omega_r}{d\tau}\left(\mathbf{B}_{21}\boldsymbol{\varphi}_1 + \mathbf{B}_{22}\boldsymbol{\varphi}_2\right) + \omega_r\mathbf{B}_{21}\left(\mathbf{A}_{11}\boldsymbol{\varphi}_1 + \mathbf{A}_{12}\boldsymbol{\varphi}_2 + jb\boldsymbol{\zeta} + \mathbf{K}_{is1}\mathbf{M}_s\mathbf{u}_s + \mathbf{K}_{ir1}\mathbf{M}_r\mathbf{u}_r\right) + \omega_r\mathbf{B}_{22}\left(\mathbf{A}_{21}\boldsymbol{\varphi}_1 + \mathbf{A}_{22}\boldsymbol{\varphi}_2 + j\boldsymbol{\zeta} + \mathbf{K}_{is2}\mathbf{M}_s\mathbf{u}_s + \mathbf{K}_{ir2}\mathbf{M}_r\mathbf{u}_r\right). \tag{24}$$

Pochodną prędkości w (24) można przyjąć równą zeru lub zastąpić ilorazem różnicowym obliczanym na podstawie prędkości odtwarzanej w obserwatorze otrzymanym z wykorzystaniem modelu rozszerzonego.

Prawe strony rozszerzonego modelu maszyny uogólnionej należy w celu zapewnienia stabilności uzupełnić wyrażeniem:

$$\mathbf{K}_\zeta\mathbf{e}_\zeta = \mathbf{K}_\zeta\left(\omega_r\left(\mathbf{B}_{21}\boldsymbol{\varphi}_1 + \mathbf{B}_{22}\boldsymbol{\varphi}_2\right) - \boldsymbol{\zeta}\right), \tag{25}$$

gdzie $\mathbf{e}_\zeta$ jest wektorem błędu zmiennej stanu $\boldsymbol{\zeta}$, a $\mathbf{K}_\zeta$ jest macierzą współczynników wzmocnień.

Obserwator prędkości uogólnionej maszyny prądu przemiennego

Obserwator prędkości maszyny uogólnionej powstaje z modelu rozszerzonego (22) – (24) przez zastosowanie wprowadzenia do prawych stron równań różniczkowych wektorów błędu wielkości do pomiaru oraz oczywiście zależności (25). W każdej maszynie można mierzyć prąd stojana, a w przypadku maszyny dwustronnie zasilanej również prąd wirnika. Równania obserwatora w ogólnym przypadku przyjmują postać:

$$\frac{d\hat{\boldsymbol{\varphi}}_1}{d\tau} = \mathbf{A}_{11}\hat{\boldsymbol{\varphi}}_1 + \mathbf{A}_{12}\hat{\boldsymbol{\varphi}}_2 + jb\hat{\boldsymbol{\zeta}} + \mathbf{K}_{is1}\mathbf{M}_s\mathbf{u}_s + \mathbf{K}_{ir1}\mathbf{M}_r\mathbf{u}_r + \mathbf{K}_{1\zeta}\mathbf{e}_\zeta + \mathbf{K}_{1i}\mathbf{e}_i\,, \tag{26}$$

$$\frac{d\hat{\boldsymbol{\varphi}}_2}{d\tau} = \mathbf{A}_{21}\hat{\boldsymbol{\varphi}}_1 + \mathbf{A}_{22}\hat{\boldsymbol{\varphi}}_2 + j\hat{\boldsymbol{\zeta}} + \mathbf{K}_{is2}\mathbf{M}_s\mathbf{u}_s + \mathbf{K}_{ir2}\mathbf{M}_r\mathbf{u}_r + \mathbf{K}_{2\zeta}\mathbf{e}_\zeta + \mathbf{K}_{2i}\mathbf{e}_i\,, \tag{27}$$

$$\frac{d\hat{\boldsymbol{\zeta}}}{d\tau} = \frac{d\hat{\omega}_r}{d\tau}\left(\mathbf{B}_{21}\hat{\boldsymbol{\varphi}}_1 + \mathbf{B}_{22}\hat{\boldsymbol{\varphi}}_2\right) + \hat{\omega}_r\mathbf{B}_{21}\left(\mathbf{A}_{11}\hat{\boldsymbol{\varphi}}_1 + \mathbf{A}_{12}\hat{\boldsymbol{\varphi}}_2 + jb\hat{\boldsymbol{\zeta}} + \mathbf{K}_{is1}\mathbf{M}_s\mathbf{u}_s + \mathbf{K}_{ir1}\mathbf{M}_r\mathbf{u}_r\right) + \hat{\omega}_r\mathbf{B}_{22}\left(\mathbf{A}_{21}\hat{\boldsymbol{\varphi}}_1 + \mathbf{A}_{22}\hat{\boldsymbol{\varphi}}_2 + j\hat{\boldsymbol{\zeta}} + \mathbf{K}_{is2}\mathbf{M}_s\mathbf{u}_s + \mathbf{K}_{ir2}\mathbf{M}_r\mathbf{u}_r\right) + \mathbf{K}_{3\zeta}\mathbf{e}_\zeta + \mathbf{K}_{3i}\mathbf{e}_i\,, \tag{28}$$

gdzie $\mathbf{K}_{xi}$ i $\mathbf{K}_{x\zeta}$, przy czym (x=1, 2, 3), są macierzami współczynników wzmocnień obserwatora, ^ oznacza zmienne odtwarzane,

$$\mathbf{e}_i = \mathbf{i} - \hat{\mathbf{i}}\,, \tag{29}$$

jest wektorem błędu prądu, a $\mathbf{i}$ jest wektorem mierzonego prądu, którym może być prąd stojana lub wirnika maszyny.

Prędkość kątową maszyny uogólnionej proponuje się odtwarzać z zależności:

$$\hat{\omega}_r = \frac{\hat{\boldsymbol{\zeta}} \bullet \left(\mathbf{B}_{21}\hat{\boldsymbol{\varphi}}_1 + \mathbf{B}_{22}\hat{\boldsymbol{\varphi}}_2\right)}{\left(B_{21}\hat{\varphi}_{1x} + B_{22}\varphi_{2x}\right)^2 + \left(B_{21}\varphi_{1y} + B_{22}\varphi_{2y}\right)^2}\,, \tag{30}$$

gdzie $\bullet$ oznacza iloczyn skalarny wektorów.

Analiza obserwatora prędkości maszyny uogólnionej

Prawe strony obserwatora prędkości maszyny uogólnionej zawierają człony z błędami wektora prądu i wektora dodatkowej zmiennej $\boldsymbol{\zeta}$ mnożone przez macierze współczynników wzmocnień. Właściwości dynamiczne obserwatora, a zwłaszcza stabilność, zależą od współczynników wzmocnień. W szczególnych przypadkach może być celowe przyjęcie niektórych współczynników równych zeru, co poza uproszczeniem równań różniczkowych zapewnia stabilność obserwatora.

Model każdej maszyny prądu przemiennego o stałych parametrach zdefiniowany dla zmiennych zapisanych w ortogonalnym układzie współrzędnych zawiera człony będące iloczynem prędkości kątowej i składowych wektora wybranego jako zmienna stanu. W modelu maszyny, w którym występują tylko pochodne zmiennych elektromagnetycznych, prędkość kątowa jest parametrem, który podlega odtworzeniu w układzie sterowania bezczujnikowego z wykorzystaniem obserwatora i wyrażenia algebraicznego. Właściwości obserwatora określane są na podstawie dynamiki błędu odtwarzania zmiennych stanu zdefiniowanych jako:

(31) $$\tilde{\boldsymbol{\varphi}}_1 = \boldsymbol{\varphi}_1 - \hat{\boldsymbol{\varphi}}_1 ,$$

(32) $$\tilde{\boldsymbol{\varphi}}_2 = \boldsymbol{\varphi}_2 - \hat{\boldsymbol{\varphi}}_2 ,$$

(33) $$\tilde{\zeta} = \omega_r \left(\mathbf{B}_{21}\boldsymbol{\varphi}_1 + \mathbf{B}_{22}\boldsymbol{\varphi}_2 \right) - \hat{\zeta} .$$

Równania różniczkowe dla błędów odtwarzania zmiennych rozszerzonego obserwatora są następujące:

(34) $$\frac{d\tilde{\boldsymbol{\varphi}}_1}{d\tau} = \mathbf{A}_{11}\tilde{\boldsymbol{\varphi}}_1 + \mathbf{A}_{12}\tilde{\boldsymbol{\varphi}}_2 + jb_r\tilde{\zeta} - \mathbf{K}_{1\zeta}\tilde{\zeta} - \mathbf{K}_{1\mathbf{i}}\tilde{\boldsymbol{\varphi}}_1 ,$$

(35) $$\frac{d\tilde{\boldsymbol{\varphi}}_2}{d\tau} = \mathbf{A}_{21}\tilde{\boldsymbol{\varphi}}_1 + \mathbf{A}_{22}\tilde{\boldsymbol{\varphi}}_2 + j\tilde{\zeta} - \mathbf{K}_{2\zeta}\tilde{\zeta} - \mathbf{K}_{2\mathbf{i}}\tilde{\boldsymbol{\varphi}}_1 ,$$

(36) $$\frac{d\tilde{\zeta}}{d\tau} = \hat{\omega}_r \mathbf{B}_{21}\left(\mathbf{A}_{11}\tilde{\boldsymbol{\varphi}}_1 + \mathbf{A}_{12}\tilde{\boldsymbol{\varphi}}_2 + jb\tilde{\zeta} \right) + \hat{\omega}_r \mathbf{B}_{22}\left(\mathbf{A}_{21}\tilde{\boldsymbol{\varphi}}_1 + \mathbf{A}_{22}\tilde{\boldsymbol{\varphi}}_2 + j\tilde{\zeta} \right) - \mathbf{K}_{3\zeta}\tilde{\zeta} - \mathbf{K}_{3\mathbf{i}}\tilde{\boldsymbol{\varphi}}_1 .$$

Przyjęto dla uproszczenia, że pochodna prędkości kątowej jest równa zeru. Prędkość kątową wirnika w równaniu rozszerzonego modelu maszyny uogólnionej zastąpiono odtwarzaną prędkością kątową. Założono, że jako zmienna $\boldsymbol{\varphi}_1$ został wybrany mierzony wektor prądu stojana maszyny. Ponadto przyjęto, że błąd zmiennej stanu ζ określony jest wyrażeniem:

(37) $$\tilde{\zeta} = \hat{\omega}_r \left(\mathbf{B}_{21}\hat{\boldsymbol{\varphi}}_1 + \mathbf{B}_{22}\hat{\boldsymbol{\varphi}}_2 \right) - \hat{\zeta} .$$

Równania (34) – (36) są autonomiczne i posiadają punkt równowagi w zerze. Po przyjęciu stałej wartości odtwarzanej prędkości kątowej i układu współrzędnych zorientowanego względem wybranego wektora błędu zmiennych stanu równania (34) – (36) mogą być badane metodami stosowanymi do analizy równań różniczkowych liniowych. Analiza stabilności obserwatora może być również przeprowadzone z wykorzystaniem drugiej metody Lapunowa.

Struktura i właściwości obserwatora zależą od zmiennych przyjętych do opisu dynamiki wybranej maszyny. Każdy typ maszyny musi być analizowany oddzielnie ze względu na specyficzne cechy modelu matematycznego.

Obserwator prędkości maszyny indukcyjnej klatkowej

Model maszyny indukcyjnej klatkowej posiada prostą postać, jeżeli jako zmienne stanu wybrane zostaną wektor prądu stojana i wektor strumienia wirnika [1]. W ogólnym przypadku można wybrać dowolną kombinację liniową wektorów prądu stojana i strumienia wirnika. W szczególności zamiast wektora strumienia wirnika można wybrać inną zmienną i utworzyć rozszerzony model silnika będący podstawą do zdefiniowania równań obserwatora. Dla wektorów prądu stojana i strumienia stojana wybranych jako zmienne stanu maszyny indukcyjnej równania obserwatora opartego na rozszerzonym modelu mają postać:

(38) $$\frac{d\hat{\mathbf{i}}_s}{d\tau} = -\frac{R_s L_r + L_s R_r}{w}\hat{\mathbf{i}}_s + \frac{R_r}{w}\hat{\boldsymbol{\psi}}_s - j\frac{L_r}{w}\hat{\zeta} + \frac{L_r}{w}\mathbf{u}_s + \mathbf{K}_{1\zeta}\tilde{\zeta} + \mathbf{K}_{1\mathbf{i}}\tilde{\mathbf{i}}_s ,$$

(39) $$\frac{d\hat{\boldsymbol{\psi}}_s}{d\tau} = -R_s\hat{\mathbf{i}}_s + \mathbf{u}_s + \mathbf{K}_{2\zeta}\tilde{\zeta} + \mathbf{K}_{2\mathbf{i}}\tilde{\mathbf{i}}_s ,$$

(40) $$\frac{d\hat{\zeta}}{d\tau} = -\frac{R_r}{L_r}\hat{\zeta} + \hat{\omega}_r \frac{R_r L_m^2}{L_r^2}\hat{\mathbf{i}}_s + j\hat{\omega}_r\hat{\zeta} + \mathbf{K}_{3\zeta}\tilde{\zeta} + \mathbf{K}_{3\mathbf{i}}\tilde{\mathbf{i}}_s ,$$

gdzie R_s, R_r, L_s, L_r, L_m są rezystancjami i indukcyjnościami odpowiednio stojana i wirnika oraz wzajemną, $w = L_s L_r - L_m^2$.

Prędkość kątowa obliczana jest na podstawie wyrażenia:

(41) $$\hat{\omega}_r = \frac{\hat{\zeta}_\alpha\left(\hat{\psi}_{s\alpha} - \frac{w}{L_r}\hat{i}_{s\alpha}\right) + \hat{\zeta}_\beta\left(\hat{\psi}_{s\beta} - \frac{w}{L_r}\hat{i}_{s\beta}\right)}{\left(\hat{\psi}_{s\alpha} - \frac{w}{L_r}\hat{i}_{s\alpha}\right)^2 + \left(\hat{\psi}_{s\beta} - \frac{w}{L_r}\hat{i}_{s\beta}\right)^2} .$$

Dodatkowa zmienna $\hat{\zeta}$ zdefiniowana jest następująco:

(42) $$\hat{\zeta} = \hat{\omega}_r\left(\hat{\boldsymbol{\psi}}_s - \frac{w}{L_r}\hat{\mathbf{i}}_s\right) .$$

Zastosowanie obserwatora prędkości określonego równaniami (38) – (41) jest szczególnie korzystne, jeżeli do syntezy struktury układu regulacji wykorzystane są wektory prądu stojana i strumienia stojana.

Obserwator prędkości maszyny dwustronnie zasilanej

Jako zmienne odtwarzane w rozszerzonym obserwatorze prędkości maszyny dwustronnie zasilanej przyjęto w [7] wektory prądu wirnika i strumienia stojana. O takim wyborze zmiennych decyduje możliwość bezpośredniego pomiaru prądu wirnika. Obydwa wektory wybrane jako zmienne stanu maszyny muszą być określone w tym samym układzie współrzędnych. Równania obserwatora są następujące:

(43) $$\frac{d\hat{\mathbf{i}}_r}{d\tau} = -\frac{L_s^2 R_r + R_s L_m^2}{L_s w}\hat{\mathbf{i}}_r + \frac{R_s L_m}{L_s w}\hat{\boldsymbol{\psi}}_s + j\frac{L_m}{w}\hat{\zeta} - \frac{L_m}{w}\mathbf{u}_s + \frac{L_s}{w}\mathbf{u}_r + \mathbf{K}_{1\zeta}\tilde{\zeta} + \mathbf{K}_{1\mathbf{i}}\tilde{\mathbf{i}}_r ,$$

(44) $$\frac{d\hat{\boldsymbol{\psi}}_s}{d\tau} = R_s\frac{L_m}{L_s}\hat{\mathbf{i}}_r - \frac{R_s}{L_s}\hat{\boldsymbol{\psi}}_s - j\hat{\zeta} + \mathbf{u}_s + \mathbf{K}_{2\zeta}\tilde{\zeta} + \mathbf{K}_{2\mathbf{i}}\tilde{\mathbf{i}}_r ,$$

(45) $$\frac{d\hat{\zeta}}{d\tau} = -\frac{R_s}{L_s}\hat{\zeta} + R_s\frac{L_m}{L_s}\hat{\omega}_r\hat{\mathbf{i}}_r - j\hat{\omega}_r\hat{\zeta} + \hat{\omega}_r\mathbf{u}_s + \mathbf{K}_{3\zeta}\tilde{\zeta} + \mathbf{K}_{3\mathbf{i}}\tilde{\mathbf{i}}_r .$$

Prędkość kątowa wirnika obliczana jest z zależności:

(46) $$\hat{\omega}_r = \frac{\hat{\zeta}_\alpha\hat{\psi}_{s\alpha} + \hat{\zeta}_\beta\hat{\psi}_{s\beta}}{\psi_{s\alpha}^2 + \psi_{s\beta}^2} .$$

Błędy odtwarzanych zmiennych określone są jako:

(47) $$\tilde{\zeta} = \omega_r\hat{\boldsymbol{\psi}}_s - \hat{\zeta} ,$$

(48) $$\tilde{\mathbf{i}}_r = \mathbf{i}_r - \hat{\mathbf{i}}_r .$$

Oznaczenia parametrów maszyny dwustronnie zasilanej są takie same jak dla silnika indukcyjnego.

Zmienne występujące w równaniach (43) – (45) określone są w tym samym układzie współrzędnych.

Najkorzystniej jest wybrać w tym celu układ współrzędnych zorientowany względem wirnika. W tym układzie wektor prądu wirnika jest mierzony, a pozostałe zmienne są odtwarzane. W układzie sterowania maszyną dwustronnie zasilaną wektor napięcia stojana jest mierzony w układzie współrzędnych zorientowanym względem stojana, natomiast w modelu powinien być określony w układzie współrzędnych zorientowanym względem wirnika. Zachodzi zatem konieczność przetransformowania wektora napięcia stojana do układu współrzędnych zorientowanego względem wirnika. Kat położenia wirnika względem stojana niezbędny do transformacji zmiennych może być wyznaczony na podstawie zmierzonego i odtworzonego wektora prądu stojana. Prąd stojana mierzony jest w układzie zorientowanym względem stojana, ale również obliczany na podstawie zmiennych odtwarzanych w układzie zorientowanym względem wirnika z zależności:

$$\hat{\mathbf{i}}_{\mathbf{sR}} = \frac{1}{L_s}\hat{\boldsymbol{\psi}}_{\mathbf{sR}} - \frac{L_m}{L_s}\hat{\mathbf{i}}_{\mathbf{rR}}, \tag{49}$$

gdzie indeks R i dalej S oznaczają zmienne określone w układzie współrzędnych odpowiednio wirnika i stojana.

Kąt położenia wirnika względem stojana wyznaczany jest na podstawie funkcji trygonometrycznych obliczanych z zależności:

$$\cos\left(\phi_{RS}\right) = \frac{i_{r\alpha R} i_{r\alpha S} + i_{r\beta R} i_{r\beta S}}{i_{rR}^2}, \tag{50}$$

$$\sin\left(\phi_{RS}\right) = \frac{i_{r\alpha R} i_{r\beta S} - i_{r\beta R} i_{r\alpha S}}{i_{rR}^2}, \tag{51}$$

Gdzie ϕ_{RS} jest kątem położenia wirnika względem stojana.

Zasilanie stojana i wirnika daje możliwość obliczania wektora strumienia stojana na podstawie zmierzonych wektorów prądów stojana i wirnika. Można zatem dodatkowo określić błąd wektora strumienia stojana i wykorzystać w obserwatorze prędkości.

Obserwator prędkości maszyny synchronicznej z magnesami zagłębionymi

Maszyna synchroniczna z magnesami zagłębionymi (IPMSM) posiada indukcyjności w osiach d i q o niejednakowych wartościach, co powoduje, że jej model jest względnie prosty jedynie dla układu współrzędnych zorientowanego względem wirnika. Dodatkowo model jest skomplikowany przez nieznaną wartość strumienia wzbudzenia od magnesów trwałych. W [8] zaproponowano model maszyny IPMSM dla zmiennych określonych w nieruchomym układzie współrzędnych przy wykorzystaniu wirtualnego strumienia zdefiniowanego następująco:

$$\boldsymbol{\psi}_{\mathbf{r}} = \begin{bmatrix} \frac{L_d}{L_q}\psi_f \cos\theta - \left(1-\frac{L_d}{L_q}\right)\left(L_0 i_{2d} + L_2 i_\alpha\right) \\ \frac{L_d}{L_q}\psi_f \sin\theta + \left(1-\frac{L_d}{L_q}\right)\left(L_0 i_{2q} - L_2 i_\beta\right) \end{bmatrix}. \tag{52}$$

Dla uproszczenia zapisu wprowadzono zmienne i_{2d} i i_{2q} określone w układzie współrzędnych zorientowanym względem wirnika:

$$i_{2d} = i_\alpha \cos 2\theta + i_\beta \sin 2\theta, \tag{53}$$

$$i_{2q} = -i_\alpha \sin 2\theta + i_\beta \cos 2\theta, \tag{54}$$

gdzie i_α, i_β są składowymi wektora prądu stojana w nieruchomym układzie współrzędnych α, β, a θ jest katem położenia wirnika względem stojana.

Równania obserwatora z uwzględnieniem (52) mają postać:

$$\frac{\mathrm{d}\hat{\mathbf{i}}}{\mathrm{d}\tau} = j\frac{1}{L_d}\hat{\zeta} + R\mathbf{i}_{\mathbf{L}} + \mathbf{u}_{\mathbf{L}} + \mathbf{K}_{1\zeta}\tilde{\zeta} + \mathbf{K}_{1\mathbf{i}}\tilde{\mathbf{i}}, \tag{55}$$

$$\frac{\mathrm{d}\hat{\boldsymbol{\psi}}_{\mathbf{r}}}{\mathrm{d}\tau} = j\left(2-\frac{L_q}{L_d}\right)\hat{\zeta} + \hat{\omega}_r\left(1-\frac{L_q}{L_d}\right)\mathbf{i}_{2\mathbf{L}} + \left(1-\frac{L_d}{L_q}\right)\mathbf{u}_{2\mathbf{R}} + \mathbf{K}_{2\zeta}\tilde{\zeta} + \mathbf{K}_{2\mathbf{i}}\tilde{\mathbf{i}}, \tag{56}$$

$$\frac{\mathrm{d}\hat{\zeta}}{\mathrm{d}\tau} = -j\left(2-\frac{L_q}{L_d}\right)\hat{\omega}_r\hat{\zeta} - \hat{\omega}_r^2\left(1-\frac{L_q}{L_d}\right)\mathbf{i}_{2\mathbf{L}} + \hat{\omega}_r\left(1-\frac{L_d}{L_q}\right)\mathbf{u}_{2\mathbf{R}} + \mathbf{K}_{3\zeta}\tilde{\zeta} + \mathbf{K}_{3\mathbf{i}}\tilde{\mathbf{i}}, \tag{57}$$

$$\frac{\mathrm{d}\hat{\theta}}{\mathrm{d}\tau} = \hat{\omega}_r + k_\omega\left(\hat{\psi}_{rq} - \left(L_q - L_d\right)\hat{i}_q\right). \tag{58}$$

Prędkość kątowa wirnika obliczana jest z zależności:

$$\hat{\omega}_r = \frac{\hat{\zeta}_\alpha\hat{\psi}_{r\alpha} + \hat{\zeta}_\beta\hat{\psi}_{r\beta}}{\hat{\psi}_r^2}. \tag{59}$$

Błędy odtwarzanych zmiennych stanu określone są następująco:

$$\tilde{\zeta} = \omega_r\hat{\boldsymbol{\psi}}_{\mathbf{r}} - \hat{\zeta}, \tag{60}$$

$$\tilde{\mathbf{i}} = \mathbf{i} - \hat{\mathbf{i}}. \tag{61}$$

Wprowadzono oznaczenia:

$$\hat{\mathbf{i}}_{\mathbf{L}} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{L_d}\hat{i}_d \cos\hat{\theta} + \frac{1}{L_q}\hat{i}_q \sin\hat{\theta} \\ -\frac{1}{L_d}\hat{i}_d \sin\hat{\theta} - \frac{1}{L_q}\hat{i}_q \cos\hat{\theta} \end{bmatrix}, \tag{62}$$

$$\mathbf{u}_{\mathbf{L}} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_d}u_d \cos\hat{\theta} - \frac{1}{L_q}u_q \sin\hat{\theta} \\ \frac{1}{L_d}u_d \sin\hat{\theta} + \frac{1}{L_q}u_q \cos\hat{\theta} \end{bmatrix}, \tag{63}$$

$$\hat{\mathbf{i}}_{2\mathbf{L}} = \begin{bmatrix} L_0\hat{i}_{2q} - L_2\hat{i}_\beta \\ L_0\hat{i}_{2d} + L_2\hat{i}_\alpha \end{bmatrix}, \tag{64}$$

$$\mathbf{u}_{2\mathbf{R}} = \begin{bmatrix} R\hat{i}_{2d} - u_{2d} \\ -R\hat{i}_{2q} + u_{2q} \end{bmatrix}, \tag{65}$$

$$L_0 = 0,5\left(L_d + L_q\right), \tag{66}$$

$$L_2 = 0,5\left(L_d - L_q\right), \tag{67}$$

gdzie i_d, i_q, u_d, u_q są składowymi wektora prądu i napięcia w układzie współrzędnych związanym z wirnikiem, R, L_d, L_q, ψ_f są rezystancją, indukcyjnościami w osiach d i q i strumieniem wytwarzanym przez magnes.

Dla zmiennych określonych w układzie współrzędnych zorientowanym względem wirnika zachodzi zależność:

(68) $$\psi_{rq} = \left(L_q - L_d\right) i_q \,,$$

która jest wykorzystana do stabilizacji równania (58).

W równaniu (57) przyjęto, podobnie jak dla maszyny indukcyjnej, równa zeru pochodna prędkości kątowej wirnika.

Obserwator prędkości maszyny synchronicznej z magnesami na powierzchni

Maszyna synchroniczna z magnesami na powierzchni ma jednakowe indukcyjności stojana w osiach d i q. Model maszyny i obserwator ulegają znacznemu uproszczeniu w porównaniu z maszyną z magnesami zagłębionymi. Równania obserwatora otrzymane z równań (55) – (57) są następujące:

(69) $$\frac{\mathrm{d}\,\hat{\mathbf{i}}}{\mathrm{d}\,\tau} = -\frac{R}{L}\mathbf{i} - j\frac{1}{L}\hat{\boldsymbol{\zeta}} + \frac{1}{L}\mathbf{u} + \mathbf{K}_{1\zeta}\tilde{\boldsymbol{\zeta}} + \mathbf{K}_{1\mathbf{i}}\tilde{\mathbf{i}} \,,$$

(70) $$\frac{\mathrm{d}\,\hat{\boldsymbol{\psi}}_{\mathbf{r}}}{\mathrm{d}\,\tau} = j\hat{\boldsymbol{\zeta}} + \mathbf{K}_{2\zeta}\tilde{\boldsymbol{\zeta}} + \mathbf{K}_{2\mathbf{i}}\tilde{\mathbf{i}} \,,$$

(71) $$\frac{\mathrm{d}\,\hat{\boldsymbol{\zeta}}}{\mathrm{d}\,\tau} = j\hat{\omega}_r\hat{\boldsymbol{\zeta}} + \mathbf{K}_{3\zeta}\tilde{\boldsymbol{\zeta}} + \mathbf{K}_{3\mathbf{i}}\tilde{\mathbf{i}} \,,$$

(72) $$\frac{\mathrm{d}\,\hat{\theta}}{\mathrm{d}\,\tau} = \hat{\omega}_r + k_{\omega}\hat{\psi}_{rq} \,.$$

Prędkość kątowa wirnika obliczana jest z zależności (59).

Indukcyjność stojana oznaczono jako L.

W stanie ustalonym składowa strumienia wirnika w osi q jest równa zeru, co pozwala na stabilizację równania (72).

Kąt $\hat{\theta}$ wyznaczany w obserwatorze jest niezbędny do transformacji zmiennych do układu d,q wykorzystywanego w układzie regulacji.

Obserwator prędkości wielofazowej maszyny indukcyjnej

Maszyny wielofazowe konstruowane są z uwzględnieniem zjawisk, których nie ma w układach trójfazowych. Korzystnym efektem występującym w wielofazowych maszynach indukcyjnych jest zwiększenie wykorzystania materiałów konstrukcyjnych przez celowe wprowadzenie harmonicznych w rozkładzie strumienia wzdłuż szczeliny powietrznej. Wielofazowe maszyny sterowane są, podobnie jak maszyny trójfazowe, z zastosowaniem przekształcenia fazowego układu współrzędnych na układ współrzędnych ortogonalnych. Model maszyny określony dla współrzędnych ortogonalnych może być rozszerzony podobnie jak pokazano dla maszyny uogólnionej i wykorzystany do utworzenia obserwatora prędkości.

Zmodyfikowane przekształcenie Fortesque [9] jest w postaci ogólnej następujące:

(73) $$\mathbf{x}_n = x_{\alpha n} + jx_{\beta n} = N\sum_{k=1}^{m} x_k\left(t\right) e^{j\frac{2\pi n}{m}(k-1)} \,,$$

gdzie $x_k\left(t\right)$ jest zmienną fazową, $\mathbf{x}_{\mathrm{n}}$ jest przekształconą zmienną zespoloną, $x_{\alpha n}, x_{\beta n}$ są składowymi przekształconej zmiennej zespolonej, rzeczywistą i urojoną, m jest liczbą faz, n jest numerem przekształconej współrzędnej, przy czym

$n = 0, 1, 2, ..., \frac{m-1}{2}$ dla nieparzystej liczby faz,

$n = 0, 1, 2, ..., \frac{m-1}{2}, \frac{m}{2}$ dla parzystej liczby faz,

N jest mnożnikiem skali przyjmującym wartości:

$$N_A = \begin{cases} \frac{2}{m} & dla \;\; \mathbf{x}_n \neq x_{\alpha n} \\ \frac{1}{m} & dla \;\; \mathbf{x}_n = x_{\alpha n} \end{cases} \quad \text{lub} \quad N_P = \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{m}} & dla \;\; \mathbf{x}_n \neq x_{\alpha n} \\ \sqrt{\frac{1}{m}} & dla \;\; \mathbf{x}_n = x_{\alpha n} \end{cases}$$

przy czym N_A obowiązuje dla przekształcenia zachowującego długość wektora, a N_P dla przekształcenia zachowującego moc w obydwu układach.

W celu uproszczenia dalszych rozważań przedstawiony zostanie obserwator dla maszyny pięciofazowej. Zastosowanie przekształcenia (73) do pięciofazowej maszyny indukcyjnej prowadzi do wystąpienia w modelu matematycznym zerowej współrzędnej rzeczywistej nie biorącej udziału w elektromechanicznym przekształcaniu energii i dwóch współrzędnych zespolonych. Składowe jednej ze współrzędnych zespolonych nie oddziałują na pochodne składowych drugiej współrzędnej. Dla każdej współrzędnej występuje oddzielny zbiór parametrów maszyny. Właściwości przekształcenia Fortesque zastosowanego do maszyny o uzwojeniach skupionych powodują, że w pierwszej współrzędnej zespolonej występują zmienne pierwszej harmonicznej, natomiast w drugiej współrzędnej zespolonej występują zmienne trzeciej harmonicznej. Dla każdej współrzędnej zespolonej można określić oddzielne obserwatory oparte na rozszerzonym modelu maszyny indukcyjnej w postaci:

(75) $$\frac{\mathrm{d}\,\hat{\mathbf{i}}_{\mathbf{1s}}}{\mathrm{d}\,\tau} = -\frac{R_{1s}L_{1r} + L_{1s}R_{1r}}{w_1}\hat{\mathbf{i}}_{\mathbf{1s}} + \frac{R_{1r}}{w_1}\hat{\boldsymbol{\psi}}_{\mathbf{1s}} - j\frac{L_{1r}}{w_1}\hat{\boldsymbol{\zeta}}_{\mathbf{11}} + \frac{L_{1r}}{w_1}\mathbf{u}_{\mathbf{1s}} + \mathbf{K}_{11\zeta}\tilde{\boldsymbol{\zeta}}_{\mathbf{1}} + \mathbf{K}_{11\mathbf{i}}\tilde{\mathbf{i}}_{\mathbf{1s}} \,,$$

(76) $$\frac{\mathrm{d}\,\hat{\boldsymbol{\psi}}_{\mathbf{1s}}}{\mathrm{d}\,\tau} = -R_{1s}\hat{\mathbf{i}}_{\mathbf{1s}} + \mathbf{u}_{\mathbf{1s}} + \mathbf{K}_{12\zeta}\tilde{\boldsymbol{\zeta}} + \mathbf{K}_{12\mathbf{i}}\tilde{\mathbf{i}}_{\mathbf{1s}} \,,$$

(77)
$$\frac{\mathrm{d}\,\hat{\boldsymbol{\zeta}}_{1}}{\mathrm{d}\,\tau} = -\frac{R_{1r}}{L_{1r}}\hat{\boldsymbol{\zeta}}_{\mathbf{1}} + \hat{\omega}_{1r}\frac{R_{1r}L_{1m}^2}{L_{1r}^2}\hat{\mathbf{i}}_{\mathbf{1s}} + j\hat{\omega}_{1r}\hat{\boldsymbol{\zeta}}_{1} + \mathbf{K}_{13\zeta}\tilde{\boldsymbol{\zeta}}_{\mathbf{1}} + \mathbf{K}_{13\mathbf{i}}\tilde{\mathbf{i}}_{\mathbf{1s}} \,,$$

(78) $$\frac{\mathrm{d}\,\hat{\mathbf{i}}_{\mathbf{2s}}}{\mathrm{d}\,\tau} = -\frac{R_{2s}L_{2r} + L_{2s}R_{2r}}{w_2}\hat{\mathbf{i}}_{\mathbf{2s}} + \frac{R_{2r}}{w_2}\hat{\boldsymbol{\psi}}_{\mathbf{2s}} - j\frac{L_{2r}}{w_2}\hat{\boldsymbol{\zeta}}_{\mathbf{2}} + \frac{L_r}{w}\mathbf{u}_{\mathbf{2s}} + \mathbf{K}_{21\zeta}\tilde{\boldsymbol{\zeta}}_{2} + \mathbf{K}_{21\mathbf{i}}\tilde{\mathbf{i}}_{\mathbf{2s}} \,,$$

(79) $$\frac{\mathrm{d}\,\hat{\boldsymbol{\psi}}_{\mathbf{2s}}}{\mathrm{d}\,\tau} = -R_{2s}\hat{\mathbf{i}}_{\mathbf{2s}} + \mathbf{u}_{\mathbf{2s}} + \mathbf{K}_{22\zeta}\tilde{\boldsymbol{\zeta}}_{2} + \mathbf{K}_{22\mathbf{i}}\tilde{\mathbf{i}}_{\mathbf{2s}} \,,$$

(80)

(74)
$$\frac{\mathrm{d}\,\hat{\boldsymbol{\zeta}}_{\mathbf{2}}}{\mathrm{d}\,\tau} = -\frac{R_{2r}}{L_{2r}}\hat{\boldsymbol{\zeta}}_{2} + \hat{\omega}_{2r}\frac{R_{2r}L_{2m}^2}{L_{2r}^2}\hat{\mathbf{i}}_{\mathbf{2s}} + j\hat{\omega}_{2r}\hat{\boldsymbol{\zeta}}_{2} + \mathbf{K}_{23\zeta}\tilde{\boldsymbol{\zeta}}_{\mathbf{2}} + \mathbf{K}_{23\mathbf{i}}\tilde{\mathbf{i}}_{\mathbf{2s}} \,,$$

przy czym pierwszym dolnym indeksem oznaczono odpowiednio zmienne pierwszego i drugiego układu ortogonalnego.

Prędkości kątowe wirnika obliczane są z zależności:

(81) $$\hat{\omega}_{1r} = \frac{\hat{\zeta}_{1\alpha}\hat{\psi}_{1r\alpha} + \hat{\zeta}_{1\beta}\hat{\psi}_{1r\beta}}{\hat{\psi}_{1r}^2}$$

$$\hat{\omega}_{2r} = \frac{\hat{\zeta}_{2\alpha}\hat{\psi}_{2r\alpha} + \hat{\zeta}_{2\beta}\hat{\psi}_{2r\beta}}{\hat{\psi}_{2r}^2} . \tag{82}$$

Silnik pięciofazowy z uzwojeniami rozłożonymi sinusoidalnie posiada zerową indukcyjność w drugim układzie współrzędnych. Zastosowanie uzwojeń skupionych powoduje, że indukcyjność fazy może być rozwinięta w szereg Fouriera względem kąta określonego w układzie związanym ze stojanem. Uzwojenia skupione przy uwzględnieniu dwóch pierwszych wyrazów rozkładu w szereg Fouriera zapewniają niezerową indukcyjność dla trzeciej harmonicznej w drugim układzie współrzędnych. Odpowiada to trzykrotnie większej liczbie par biegunów w drugim układzie i wirowaniu wirnika z trzykrotnie większą prędkością kątową. Pomiędzy prędkościami kątowymi wirnika w pierwszym i drugim układzie współrzędnych występuje zatem zależność:

$$\omega_{2r} = -3\omega_{1r} , \tag{83}$$

gdzie ω_{1r} jest mechaniczną prędkością kątową wirnika.

Równanie (83) dotyczy mechanicznych prędkości kątowych wirnika w pierwszym i drugim układzie współrzędnych. Minus w (83) wskazuje na wirowanie wirnika w ujemnym kierunku w drugim układzie współrzędnych. Do syntezy układu regulacji można przyjąć tę prędkość kątową wirnika, która jest korzystniejsza ze względu na obszar pracy maszyny.

Podsumowanie

Rozszerzony model maszyny uogólnionej może być wykorzystany do określenia struktury obserwatora prędkości. Przyjmując odpowiednie wartości elementów macierzy występujących w modelu maszyny uogólnionej otrzymuje się model jednej z maszyn prądu przemiennego. Struktura uogólnionego obserwatora prędkości może być przeniesiona na wybrany typ maszyny, przy czym istnieje duża dowolność wyboru zmiennych stanu. Dla poszczególnych maszyn konieczne jest przyjęcie odpowiednio wybranych zmiennych stanu w celu uproszczenia równań. Maszyna dwustronnie zasilana i maszyna synchroniczna z magnesami zagłębionymi wymagają dodatkowo estymacji kąta położenia wirnika.

Zaprezentowane w referacie obserwatory są podstawą szerokiego programu badań, których wyniki prezentowane są w publikacjach dotyczących szczegółowych zagadnień.

Artykuł finansowany ze środków NCN projekt nr 2011/01/B/ST7/06593.

LITERATURA

[1] Krzeminski Z., A new speed observer for control system of induction motor. IEEE Int. Conference on Power Electronics and Drive Systems, PESC'99, Hong Kong, 1999.

[2] Orlowska-Kowalska T., Application of extended Luenberger observer for flux and rotor time-constant estimation in induction motor drives, *IEE Proceedings*, Part D, 136 (1989) n.6, 324-330

[3] Pappano V., Lyshevski S.E., Friedland B., Parameter identification of Induction Motors. Part *2:* Parameter subset identification Proceedings of the 1998 IEEE International Conference on Control Applications, Trieste, Italy, 1998

[4] Białoń T., Lewicki A., Niestrój R., Pasko M. : Stability of a proportional observer with additional integrators on the example of the flux observer of induction motor. *Przegląd Elektrotechniczny*, (2011) nr 4, 142-145

[5] Krzemiński Z., Multiscalar Model Based Control Systems for AC Machines. W: The Industrial Electronics Handbook: Power Electronics and Motor Drives. - [second edition] / eds. Bogdan M. Wilamowski, J. Dawid Irwin. Boca Raton: CRC Press Taylor & Francis Group, 2011, s. 27: 1-18

[6] Astolfi A., Ortega R., Becherif M.B.: *On sensorless control of a class of electrical machines*. 2002, Proceedings of the 41st IEEE Conference on Decision and Control, Vol. 4, 2002.

[7] Krzemiński Z., Blecharz K.: Obserwator prędkości obrotowej maszyny dwustronnie zasilanej. *Przegląd elektrotechniczny*, (2012), nr 11a

[8] Krzemiński Z.: Obserwator prędkości maszyny synchronicznej z zagłębionymi magnesami trwałymi. *Przegląd Elektrotechniczny*. (2010), nr 2, 273-278

[9] Imecs M., Kelemen A.: Comparison between multiphase servo drives using the polyphase space-phasor theory, Proceeding of PCIM'95, Nurnberg, 1995

Autor*: prof. dr hab. inż. Zbigniew Krzemiński, Politechnika Gdańska, Wydział Elektrotechniki i Automatyki, Katedra Automatyki Napędu Elektrycznego, ul. Narutowicza 11/12, 80-233 Gdańsk, E-mail: zkrzem@ely.pg.gda.pl*