



## Analiza drgań kładki kompozytowej wywołanych działaniem wiatru

BARTOSZ SOBCZYK, JACEK CHRÓŚCIELEWSKI,  
WOJCIECH WITKOWSKI

Politechnika Gdańska, Wydział Inżynierii Lądowej i Środowiska,  
Katedra Mechaniki Budowli i Mostów, 80-233 Gdańsk, ul. G. Narutowicza 11/12,  
barsobcz@pg.gda.pl, jchrost@pg.gda.pl, wojwit@pg.gda.pl

**Streszczenie.** W pracy omówiono sposób przeprowadzenia uproszczonej, numerycznej analizy drgań kładki kompozytowej wywołanych działaniem wiatru. Rozważaniom poddano swobodnie podpartą konstrukcję o rozpiętości 16 m i przekroju w kształcie litery U. W pierwszej kolejności przeprowadzono dwuwymiarową analizę opływu niepodatnego kształtu przekroju kładki w poziomym strumieniu wiatru o prędkości 10 m/s. Obliczenia numeryczne przeprowadzono programem ANSYS FLUENT 14. Rezultaty analizy opływu — liczbę Strouhala — porównano z wynikami zawartymi w monografii A. Flagi pt. *Inżynieria wiatrowa. Podstawy i zastosowania*, Arkady, Warszawa, 2008, w celu oceny poprawności obliczeń. W kolejnym etapie zbudowano przestrzenny model konstrukcji w programie ABAQUS 6.12-3. Wykonano analizę drgań konstrukcji metodą modalną, w której obciążeniem jest ciśnienie działające na powierzchni pomostu, zmienne w czasie, o wartościach wyznaczonych na podstawie analizy opływu. Dla badanej konstrukcji sprawdzono kryteria komfortu przyszłych użytkowników obiektu, który jest w fazie wytwarzania.

**Słowa kluczowe:** powłokowa kładka kompozytowa, opływ wiatru, metoda modalna, drgania kładek dla pieszych

DOI: 10.5604/12345865.1145435

### 1. Wprowadzenie, cel pracy

Jedną z metod numerycznych pozwalających na przeanalizowanie drgań konstrukcji wzbudzonych działaniem wiatru jest tzw. analiza multiphysics [1]. W takim przypadku budowany jest kompleksowy model numeryczny ośrodka (płynu) i konstrukcji.

Model taki przekazuje informacje dwukierunkowo (ang. *two-way fluid-structure interaction*, FSI). Materiał w ośrodku wywołuje przemieszczenia ustroju, a deformująca się konstrukcja powoduje zmiany opisu (w tym dyskretyzacji) ośrodka gazowego.

W pewnych sytuacjach dyktowanych fizyką zagadnienia, np. dużej sztywności konstrukcji i nieznacznych deformacji, problem można uprościć, co ma miejsce w niniejszej pracy. Badana w tej pracy konstrukcja to kompozytowy most dla pieszych o rozpiętości 16 m, swobodnie podparty, o przekroju w kształcie litery U. Ustrój nośny kładki stanowi powłoka przekładkowa, w której okładziny zewnętrzne zbudowane są z laminatów polimerowych wzmocnionych włóknami szklanymi, a rdzeń wykonany jest z pianki PET. Ustrój ten charakteryzuje się dużą sztywnością strukturalną, a stąd relatywnie wysokimi częstotliwościami własnymi. Dlatego przyjęto, że nie zachodzi obawa wprowadzenia konstrukcji w rezonans siłowy i możliwe jest założenie, że układ konstrukcyjny kładki może być potraktowany jak niepodatny w analizie opływów. Pozwala to na numeryczne potraktowanie zagadnienia opływu jako jednokierunkowego [1] (ang. *one-way FSI*). Różnice pomiędzy analizą typu *one-way FSI* i *two-way FSI* podano np. w [2]. W niniejszej pracy zaproponowano podejście, w którym na podstawie obliczeń opływu w układzie płaskim wyznaczono obciążenie, które następnie przyłożono do przestrzennego modelu konstrukcji i poddano analizie drgań metodą modalną (patrz np. [3]).

## 2. Badania numeryczne

### 2.1. Analiza opływu

Obliczenia opływu potraktowano jako dwuwymiarowe, płaskie, w środowisku Metody Objętości Skończonych (MOS, patrz np. [4, 5]), w programie ANSYS FLUENT 14. W MOS dla każdej objętości kontrolnej (ujęcie lokalne) rozwiązywane są trzy równania bilansu [1, 5]:

— masy

$$\partial_t \rho + \operatorname{div}(\rho \mathbf{v}) = 0, \quad (1)$$

— pędu

$$\partial_t (\rho \mathbf{v}) + \operatorname{div}(\rho \mathbf{v} \otimes \mathbf{v} + p \mathbf{I}) = \operatorname{div}(\mathbf{T}^c) + \rho \mathbf{b}, \quad (2)$$

— energii

$$\partial_t (\rho e) + \operatorname{div} \left( \rho \left[ e + \frac{p}{\rho} \right] \mathbf{v} \right) = \operatorname{div}(\mathbf{T}^c \mathbf{v} + \mathbf{q}) + \rho \mathbf{b} \mathbf{v}, \quad (3)$$

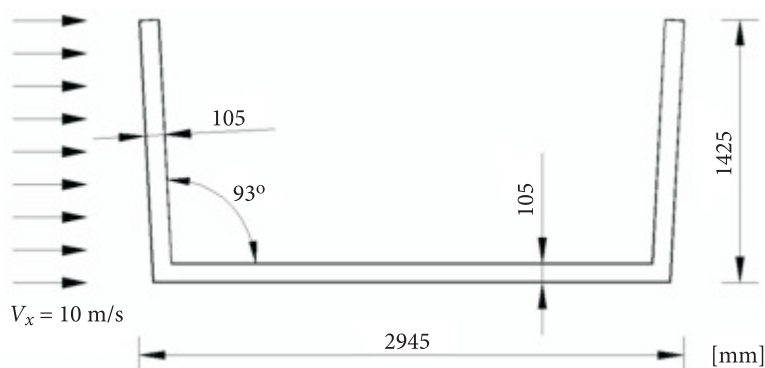
gdzie:  $\rho$  — gęstość;  
 $p$  — ciśnienie;



- $e$  — energia całkowita jako suma energii wewnętrznej i kinetycznej;
- $\partial_t$  — pochodna czasowa;
- div — dywergencja;
- $\mathbf{v}$  — wektor prędkości płynu;
- $\mathbf{q}$  — całkowity strumień ciepła;
- $\mathbf{b}$  — wektor sił masowych;
- $\mathbf{I}$  — tensor jednostkowy;
- $T^c$  — całkowity nieodwracalny tensor naprężenia;
- $\rho\mathbf{v}$  — gęstość pędu;
- $\rho\mathbf{b}$  — gęstość sił masowych;
- $\rho e$  — gęstość energii;
- $\rho\mathbf{v} \otimes \mathbf{v}$  — konwekcyjny strumień pędu;
- $\rho\mathbf{I}$  — sprężysty strumień pędu.

Schemat analizy wraz z wymiarami przekroju poprzecznego kładki przedstawiono na rysunku 1. W obliczeniach opływu pominięto tzw. parapety (tj. elementy wieńczące tarcze ścian bocznych przekroju, porównaj rysunki 6 i 7). To nieznaczące uproszczenia geometrii przekroju przybliżyła go do kształtu opisywanego w literaturze.

Przekrój potraktowano jako nieruchomy i niepodatny w opływie poziomego strumienia wiatru o prędkości 10 m/s. Stąd w obliczeniach przekrój odwzorowano

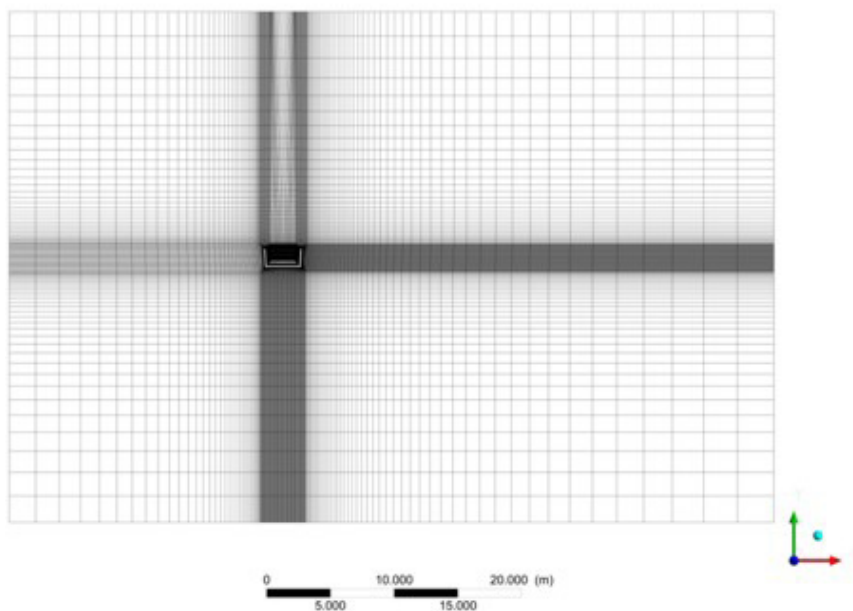


Rys. 1. Wymiary przekroju i schemat analizy opływu

tylko jako pusty obszar (otwór) w dziedzinie problemu. Dziedzinę ośrodka gazowego ogranicza prostokąt. Odległość pozioma otworu od krawędzi napływu wynosi 20 m, a od krawędzi wylotu 40 m, zaś odległości przekroju od granicy ośrodka w kierunku pionowym wynoszą 20 m. Siatka objętości skończonych składa się z 30 690 elementów typu Fluid 79 o dwóch przemieszczeniowych stopniach swobody w węzle oraz liniowych funkcjach kształtu; całkowita liczba węzłów wynosi 31 213. Dyskretyzację zagęszczono wokół przekroju i rozrzedzono w kierunku krawędzi dziedziny. Siatkę



objętości skończonych zaprezentowano na rysunku 2. Na lewej pionowej, górnej i dolnej poziomej krawędzi ograniczającej dziedzinę zadano warunki brzegowe typu wlot (ang. *inlet*) z prędkością poziomą  $V = 10$  m/s, natomiast prawej pionowej krawędzi ograniczającej dziedzinę przyporządkowano warunki typu wylot (ang. *outlet*) określone za pomocą ciśnienia równego 0 Pa.

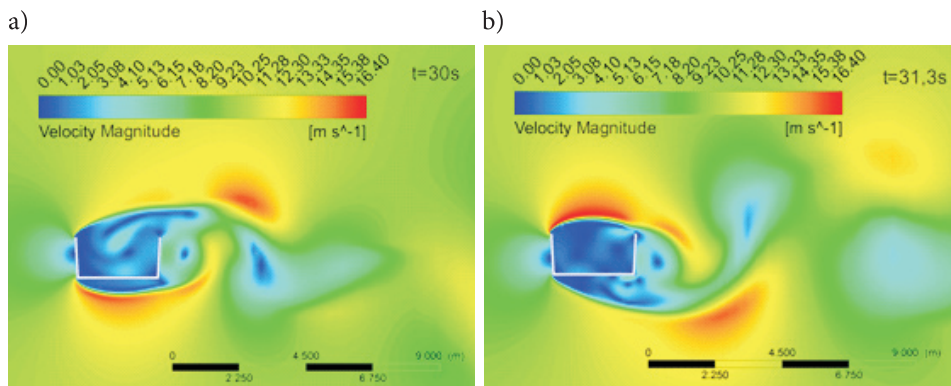


Rys. 2. Siatka objętości skończonych zastosowana w analizie opływu

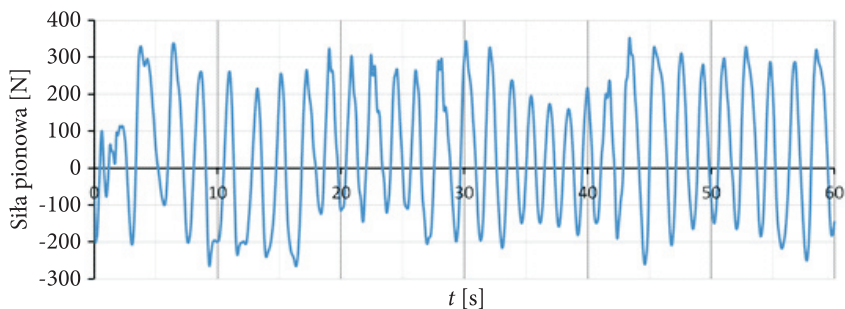
Parametry materiałowe ośrodka (powietrze) wynoszą: gęstość  $\rho = 1,225$  kg/m<sup>3</sup>, lepkość dynamiczna  $\mu = 18,375 \times 10^{-6}$  Pas. W obliczeniach zastosowano model turbulencji  $k-\varepsilon$  RNG [1], gdzie intensywność turbulencji przyjęto o wartości 5%. Wartość ta jest zalecana w przypadku gdy właściwości przepływu turbulentnego oddziałującego na konstrukcję nie są znane. Warunki te są nazywane w literaturze warunkami średniej turbulencji [1]. Czas trwania analizy wynosi 60 s, a krok czasowy 0,01 s. Wartość kroku czasowego dobrano w taki sposób, aby jego zmniejszenie nie wpływało znacząco na jakościową i ilościową różnicę rezultatów, przy zapewnieniu możliwie najkrótszego czasu obliczeń.

Wyniki analizy opływu wykazują za konstrukcją ślad wirowy (rys. 3). W trakcie obliczeń monitorowano zmienność siły poziomej i pionowej na 1 metr bieżący konstrukcji kładki (odpowiednio rysunki 4 i 5).

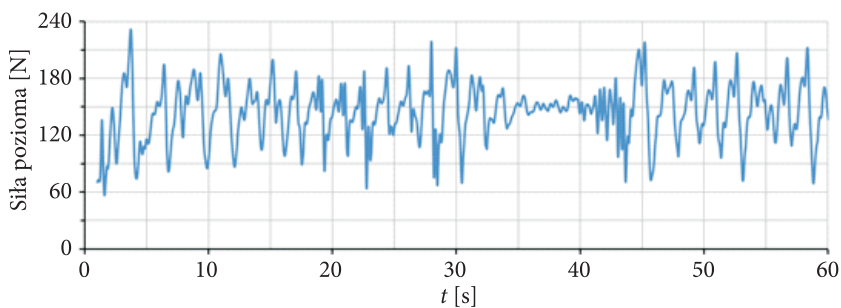




Rys. 3. Mapa wypadkowej wektora prędkości — ślad wiru, w  $t = 30\text{ s}$  (a) i w  $t = 31,3\text{ s}$  (b)



Rys. 4. Wykres siły pionowej w funkcji czasu na 1 metr bieżący konstrukcji kładki



Rys. 5. Wykres siły poziomej w funkcji czasu na 1 metr bieżący konstrukcji kładki

Na podstawie szybkiej transformaty Fouriera zmienności siły poziomej z ostatnich 20 sekund analizy przepływu wyznaczono częstotliwość odrywania się wirów  $f_{vs} = 0,54\text{ Hz}$ . Na tej podstawie obliczono liczbę Strouhala  $St = 0,16$ . W pracy [6] zestawiono liczby podobieństwa Strouhala dla różnych profili przy różnych kierunkach działania wiatru. Dla ceownika o bardzo podobnym kształcie do badanego w pracy

przekroju i poddanego analogicznemu oddziaływaniu strumienia powietrza, liczba Strouhala wynosi 0,18. Rozbieżności tych wartości mogą wynikać m.in. z zastosowania modelu turbulencji oraz z nieznacznie różniących się parametrów przekroju, tj. kąta nachylenia ścian i stosunku wysokości do szerokości przekroju.

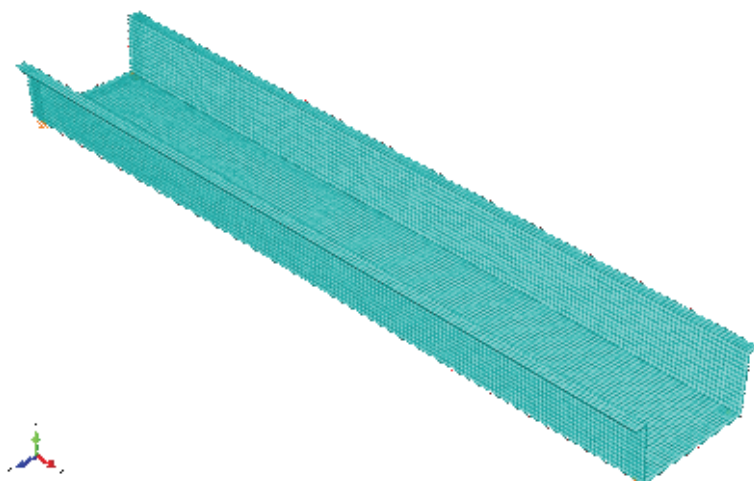
Podstawowa częstotliwość drgań swobodnych pionowych konstrukcji (7,09 Hz) jest znacznie wyższa niż częstotliwość odrywania się wirów, a zatem w układzie nie pojawią się drgania rezonansowe, a jedynie drgania ustalone pozarezonansowe. Założono, że nie wystąpią znaczące przestrzenne zaburzenia przepływu wiatru. Na tej podstawie obciążenie wywołane działaniem wiatru otrzymane z analizy opływu płaskiego odniesiono do całej kładki. Ponadto przeprowadzone obliczenia wstępne wykazały pomijalnie mały wpływ poziomej składowej tego obciążenia (rys. 5) na dominujące drgania pionowe kładki. Stąd do dalszych analiz przyjęto, że konstrukcja zostanie poddana tylko działaniu składowej pionowej obciążenia (rys. 4) wybranej z przedziału  $t \in [2,75; 14,75]$  s. W tym przedziale zmienność funkcji wykazuje reprezentatywne cechy typu okresowej regularności.

## 2.2. Analiza drgań

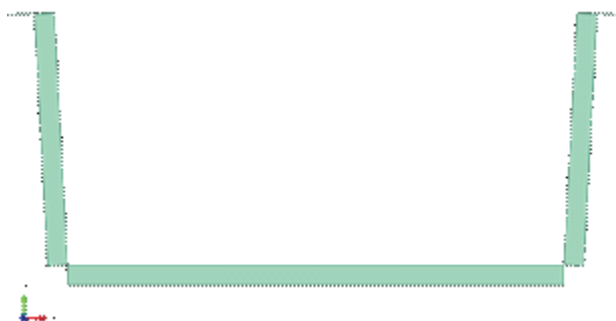
Na potrzeby analizy drgań stworzono przestrzenny powłokowy model konstrukcji w programie Abaqus 6.12-3. Powłokę przekładkową określa sekwencja warstw  $[(0/90),(45/-45)_2,(0/90),PET,(0/90),(45/-45)_2,(0/90)]$ , będąca jednym z wariantów przekroju kładki w projekcie badawczym. Pojedynczą warstwę okładziny (0/90) lub (45/-45) stanowi kompozyt polimerowy. Składa się on z żywicy winyloestrowej wzmocnionej zrównoważoną tkaniną dwukierunkową zszywaną ze szkła E, o gramaturze  $800 \text{ g/m}^2$ . Tutaj 0, 45, 90 oznaczają kierunki ułożenia zbrojenia względem globalnej osi podłużnej kładki. PET symbolizuje rdzeń z pianki o gęstości  $\sim 100 \text{ kg/m}^3$ .

Powłokowy, warstwowy model kładki kompozytowej wykonano w ramach sformułowań Metody Elementów Skończonych (MES) i techniki *Equivalent Single Layer* (ESL) [7, 8], w której wszystkie warstwy powłoki odniesione są do powierzchni referencyjnej płyta powłoki o zastępczych parametrach sztywności, odwzorowujących globalny stan konstrukcji. Rdzeń z pianki stanowił jedną z warstw płyta. Laminat potraktowano jako materiał ortotropowy ( $E_1 = 23,4 \text{ GPa}$ ;  $E_2 = 23,4 \text{ GPa}$ ,  $G_{12} = 3,52 \text{ GPa}$ ;  $\nu_{12} = 0,153$ ), a rdzeń z pianki jako izotropowy ( $E = 105 \text{ MPa}$ ;  $\nu = 0,4$ ). Parametry laminatu przyjęto za pracą Kłasztorny i in. [9]. Siatka elementów skończonych składa się z 10 356 elementów powłokowych (S4 w systemie Abaqus), o liniowych funkcjach kształtu i pełnym całkowaniu. Siatkę elementów skończonych wygenerowano automatycznie, przy założeniu przybliżonego parametru globalnego wymiaru elementu skończonego wynoszącego 100 mm. Na rysunku 6 zaprezentowano model numeryczny konstrukcji wraz z dyskretyzacją. Na rysunku 7 zamieszczono przekrój powłokowego modelu konstrukcji wraz z wizualizacją przyporządkowania grubości do powierzchni podstawowych powłoki.





Rys. 6. Wizualizacja modelu konstrukcji wraz z dyskretyzacją



Rys. 7. Wizualizacja powłokowego przekroju konstrukcji z przypisaną grubością przekładki

Odpowiedź konstrukcji uzyskano metodą modalnej redukcji bazy [3, 10]. Ogólnie metoda ta polega na rozwiązaniu zbioru niezależnych równań różniczkowych w postaci:

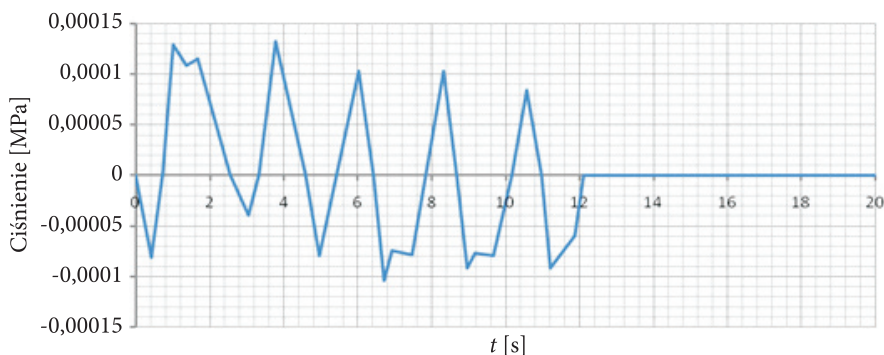
$$\ddot{q}_i + 2\zeta_i \omega_i \dot{q}_i + \omega_i^2 q_i = (f_t)_i \quad (4)$$

dla:

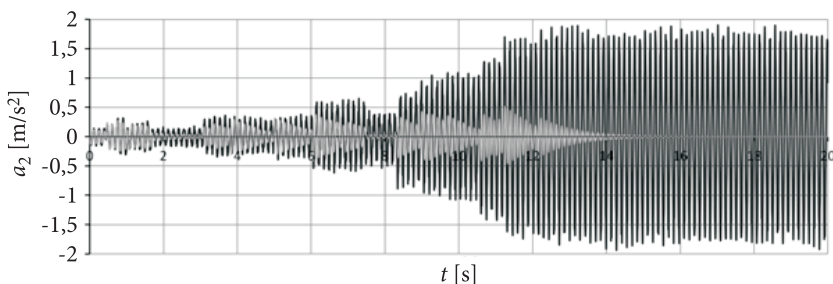
$$2\zeta_i \omega_i = \frac{c_i}{m_i}, \quad \omega_i = \sqrt{\frac{k_i}{m_i}}, \quad (5)$$

gdzie:  $q_i$  jest składową wektora współrzędnych modalnych (amplituda odpowiedzi — konstrukcja dla  $i$ -tego układu modalnego),  $(f_t)_i$  jest składową wektora obciążeń modalnych dla  $i$ -tego układu modalnego,  $\omega_i$  oznacza  $i$ -tą częstość własną,  $c_i$  jest  $i$ -tym modalnym współczynnikiem,  $m_i$  reprezentuje  $i$ -tą masę modalną,  $\zeta_i$

nazywane jest parametrem tłumienia modalnego, przy czym  $i = 1, 2, \dots, n$ , gdzie  $n$  — liczba uwzględnianych układów modalnych. Czas trwania analizy metodą modalną z krokiem całkowania 0,0001 s ograniczono do 20 s. Przeprowadzono analizę zbieżności rozwiązania, w której badano wpływ liczby układów modalnych w zakresie od 5 do 30. Porównanie wyników z uwzględnieniem 5 i 10 układów nie wykazywało istotnych różnic w stosunku do 30 układów, przy czym obliczenia dla 30 układów trwały 96 sekund. W analizie rozważono dwa przypadki. W pierwszym przypadku pominięto tłumienie w celu uzyskania efektów ekstremalnych. W drugim przypadku zastosowano tłumienie proporcjonalne Rayleigha ze współczynnikami  $\alpha = 0,001$  Rad/s oraz  $\beta = 0,001$  s/Rad związanymi odpowiednio z macierzami mas i sztywności, we wszystkich rozważanych układach modalnych. Analiza konstrukcji przy bardzo małym tłumieniu pozwala ocenić zdolność konstrukcji jako całości do strukturalnego tłumienia drgań. Założono, że przez 12 s pomost konstrukcji obciążony jest porywem wiatru typu ciśnienie, a przez kolejne 8 s śledzony jest dalszy swobodny ruch układu. Wykres zmienności obciążenia pomostu ciśnieniem przedstawiono na rysunku 8.



Rys. 8. Obciążenie pomostu w analizie modalnej



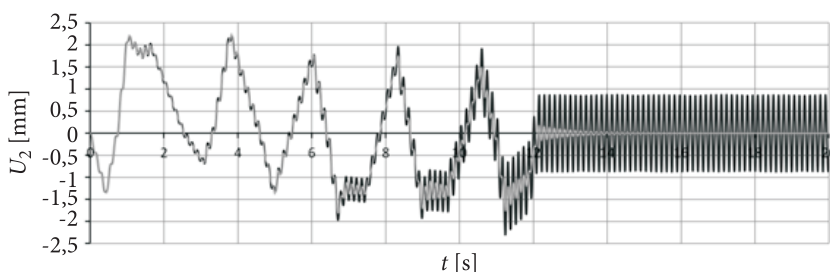
Rys. 9. Przyspieszenia pionowe punktu centralnego dla analizy bez tłumienia — kolor czarny i z tłumieniem proporcjonalnym dla  $\alpha$  [Rad/s] =  $\beta$  [s/Rad] = 0,001 — kolor jasnoszary





W trakcie analizy monitorowano przyspieszenia węzła centralnego konstrukcji. Wykresy przyspieszeń pionowych  $a_2$  pomierzonych w tym punkcie dla obydwu analiz (bez tłumienia — kolor czarny i z tłumieniem — kolor jasnoszary) przedstawiono na rysunku 9.

Wykresy przemieszczeń pionowych  $U_2$  pomierzonych w środku przekroju i rozpiętości konstrukcji dla obydwu analiz (bez tłumienia — kolor czarny i z tłumieniem — kolor jasnoszary) przedstawiono na rysunku 10.



Rys. 10. Przemieszczenia pionowe punktu centralnego dla analizy bez tłumienia — kolor czarny i z tłumieniem proporcjonalnym dla  $\alpha$  [Rad/s] =  $\beta$  [s/Rad] = 0,001 — kolor jasnoszary

W przypadku drgań nietłumionych po 12 s układ drga swobodnie z maksymalnym przyspieszeniem ok.  $2 \text{ m/s}^2$  i amplitudą ugięć rzędu 1 mm. Dla analizy z bardzo małym tłumieniem proporcjonalnym efekt drgań zanika po zaprzestaniu działania obciążenia.

### 3. Podsumowanie

W pracy przedstawiono uproszczony sposób analizy drgań kładki kompozytowej wzbudzonych działaniem poziomego strumienia wiatru o prędkości 10 m/s, oparty o technikę *one-way FSI*. Do wyznaczenia opływu wykorzystano metodę MOS, która pozwoliła zgrubnie oszacować wielkość sił działających na niepodatny i nieruchomy przekrój konstrukcji. Siły te wykorzystano następnie do obciążenia kładki. Ocenę drgań układu przeprowadzono według MES, stosując metodę modalną redukcji bazy. Rozpatrzono dwie sytuacje: układ nietłumiony i tłumiony proporcjonalnie ze współczynnikami o bardzo małych wartościach  $\alpha$  [Rad/s] =  $\beta$  [s/Rad] = 0,001. W pierwszym przypadku po zaniku obciążenia układ drga swobodnie. Przy zastosowaniu wyżej wymienionego tłumienia drgania zanikają po wygaszeniu sygnału obciążenia. Wynika to z tego, że układ jest bardzo sztywny i niepodatny na wzbudzenia, a drgania swobodne o stosunkowo wysokich przyspieszeniach ok.  $2 \text{ m/s}^2$  i przy niewielkiej amplitudzie ugięć 1 mm można interpretować jako tylko teoretyczne rozwiązanie. Maksymalne generowane porywem wiatru przyspieszenia w konstrukcji z tłumieniem wyniosły



około  $0,5 \text{ m/s}^2$ . W rzeczywistej kładce występują znacznie wyższe wartości tłumienia, zatem można wnioskować, że w tym przypadku drgania wystąpiłyby tylko w zakresie trwania sygnału obciążenia i nie zagrażałyby komfortowi eksploatacji obiektu. Kryterium komfortu użytkownika ze względu na przyspieszenia dowolnej części przęsła to  $0,7 \text{ m/s}^2$  [11], tym niemniej dla konstrukcji o częstotliwości drgań pionowych wyższych niż 5 Hz nie musi być ono sprawdzane, gdyż jest spełnione z założenia [11]. Dodatkowo z powyższej pracy wynika, że kładki kompozytowe o przekrojach typu sandwich są konstrukcjami o wysokich częstotliwościach drgań swobodnych, a co za tym idzie — konstrukcjami o niskim ryzyku wystąpienia rezonansu pochodzącego od działania wiatru czy też oddziaływania pieszych lub aktów wandalizmu.

Praca została częściowo wykonana w ramach projektu "Fobridge", PBS1/B2/6/2013. Bartosz Sobczyk jest wspierany przez grant z WILiŚ Politechniki Gdańskiej. Obliczenia numeryczne przeprowadzono w CI TASK w Gdańsku. Bartosz Sobczyński jest objęty programem rozwoju młodej kadry Wydziału Inżynierii Lądowej i Środowiska Politechniki Gdańskiej.

Artykuł opracowany na podstawie referatu wygłoszonego na XIII Konferencji TKI (Techniki Komputerowe w Inżynierii) 2014, Licheń Stary, 6-9.05.2014 r.

Artykuł wpłynął do redakcji 17.07.2014 r. Zweryfikowaną wersję po recenzji otrzymano 17.09.2014 r.

#### LITERATURA

- [1] Pomoc do programu ANSYS 14.0.
- [2] BENRA F.K., DOHMEN H.J., PEI J., SCHUSTER S., WAN B., *A Comparison of One-Way and Two-Way Coupling Methods for Numerical Analysis of Fluid-Structure Interactions*, Journal of Applied Mathematics, vol. 2011, Article ID 853560, 16 pages, 2011.
- [3] LEWANDOWSKI R., *Dynamika konstrukcji budowlanych*, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Poznań, 2006.
- [4] VERSTEEG H., MALALASEKERA W., *An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method (2nd Edition)*, Longman Group Ltd, 1995.
- [5] BADUR J., *Pięć wykładów ze współczesnej termomechaniki płynów*, Wydawnictwo IMP PAN, Gdańsk, 2005.
- [6] FLAGA A., *Inżynieria Wiatrowa. Podstawy i zastosowania*, Arkady, Warszawa, 2008.
- [7] KREJA I., *A literature review on computational models for laminated composite and sandwich panels*, Cent. Eur. J. Eng., vol. 1, 2011, 59-80.
- [8] JONES R.M., *Mechanics of composite materials, 2nd ed.*, Taylor&Francis, Londyn, 1999.
- [9] KLASZTORNY M. i in., *Badania identyfikacyjne kompozytu BG/F nowego wygrzewanego w temperaturze 20°C*, Raport badawczy Nr F/6/2013, Wojskowa Akademia Techniczna, Warszawa, 2013.
- [10] Pomoc do programu Abaqus 6.12-3.
- [11] PN-EN 1990 — Eurokod 0: Podstawy projektowania konstrukcji, Załącznik A2: Zastosowanie do mostów.



B. SOBCZYK, J. CHRÓŚCIELEWSKI, W. WITKOWSKI

### Wind induced vibration analysis of composite footbridge

**Abstract.** In the work, we describe a simplified method for numerical analysis of a FRP composite footbridge in the field of wind induced vibrations. We consider a simply supported structure with a span length of 16 m and U-shape cross-section. Firstly, a two dimensional flow analysis is performed of the fixed bridge cross-section which is subjected to a lateral wind action with 10 m/s velocity. Calculations are performed using ANSYS FLUENT 14 software. Results of the flow analysis (Strouhal's number) are compared with the results presented in a monograph by A. Flaga, entitled *Inżynieria Wiatrowa. Podstawy i zastosowania (Wind Engineering. The bases and applications) (in Polish)*, Arkady, Warszawa, 2008, in order to validate calculations. After that, a three dimensional spatial model of the footbridge is built in ABAQUS 6.12-3 finite element method software. A modal dynamics problem is solved, where the loading conditions are adopted on the basis of the flow analysis and applied as an evenly distributed pressure on the bridge deck surface. Finally, the users' vibration comfort criterion is checked for the considered structure.

**Keywords:** composite shell footbridge, wind flow, modal method, footbridges vibrations

