

Wielokryterialne wspomaganie projektowania układów geometrycznych modernizowanych linii kolejowych

Piotr Chrostowski



dr inż. Piotr Chrostowski

Politechnika Gdańska, Wydział
Inżynierii Lądowej i Środowiska

piotrchrost@gmail.com

Modernizacja linii kolejowych jest bez wątpienia kwestią wysokiego priorytetu w dziedzinie zarządzania siecią kolejową. Dostosowanie infrastruktury transportu szynowego do potrzeb komunikacyjnych jest elementem niezbędnym dla zapewnienia atrakcyjności tego środka transportu. Problemem zatem jest maksymalne wykorzystanie potencjału istniejących linii, przede wszystkim dostępnego pasa drogi oraz stałe dostosowywanie jej parametrów do zmieniających się potrzeb transportu.

Podstawowym ograniczeniem w tego rodzaju inwestycjach jest dostępność terenu do przeprowadzenia trasy w jej nowym - zazwyczaj - położeniu. Najlepszą i najbardziej pożądaną sytuacją jest ta, gdy nie zachodzi potrzeba wykupu dodatkowych przestrzeni umożliwiających zaprojektowanie układu geometrycznego w taki sposób, by spełnił on założone parametry eksploatacyjne. Dlatego ten aspekt, tj. wykorzystanie dostępnego terenu, powinien być brany pod uwagę i rozpatrywany z najwyższą starannością. Problematyczną sytuacją staje się wówczas, gdy potencjał modernizacyjny dla danego odcinka został już wykorzystany w przeszłości i spełnienie warunku zmieszczenia się w dostępnym pasie terenu jest bardzo trudne do osiągnięcia. Dlatego Problem projektowy powinien być rozważany niejako w dwóch kategoriach. Należy postawić pytanie czy niezbędny jest wykup gruntu czy jednak możliwa jest istotna poprawa układu

geometrycznego w aktualnie dostępnym pasie drogi.

W pracy podjęto próbę wskazania czynników, które mogą przyczynić się do poprawy jakości układu geometrycznego z uwzględnieniem minimalizacji przemieszczeń poprzecznych trasy.

Identyfikacja ukształtowania toru w planie sytuacyjnym a dane wejściowe do projektu

Bardzo istotnym i kluczowym etapem analiz projektowych jest skompletowanie niezbędnych danych wejściowych. W przypadku, gdy projekt dotyczy zmian ukształtowania istniejącej linii w celu jej modernizacji, wówczas odniesieniem są również linie rozgraniczające wynikające z planu zagospodarowania przestrzennego. Zadaniem projektanta jest zmieścić, o ile jest to możliwe, drogę kolejową w dostępnym pasie terenu.

Modernizacja linii ma uzasadnienie ekonomiczne tylko wówczas gdy zmiany w projekcie niosą za sobą istotną poprawę parametrów linii. Niewielkie zmiany w układzie geometrycznym projektowane powinny być w ramach regulacji osi toru.

Aby zredukować koszty inwestycji (związane z pracami ziemnymi oraz obiektami inżynieryjnymi) można przyjąć założenie o pozostawieniu bez zmian przebiegu odcinków prostych. Założenie to, jak zostanie wskazane w dalszej części artykułu, nie musi być jednak zawsze spełnione. Założenie kierunków głównych na podstawie istniejących odcinków prostych może być stanem wyjściowym w projekcie poligonu trasy.

Nowe technologie w pomiarach toru kolejowego

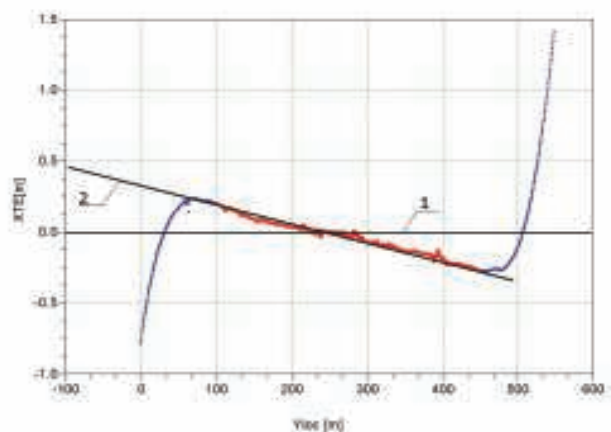
Na przestrzeni ostatnich kilku lat można zaobserwować bardzo dynamiczny rozwój niekonwencjonalnych technik pomiarowych oraz

metod archiwizacji i przetwarzania wyników pomiaru. Techniki takie jak skaning laserowy, pomiary satelitarne, fotogrametria czy wspomaganie typu CAD (ComputerAidedDesign) w znacznym stopniu ułatwiają inwentaryzację, ocenę stanu toru kolejowego oraz oczywiście projektowanie. Dzisiaj żaden projektant nie wyobraża sobie pracy bez technik CAD czy też bez dokonań z dziedziny fotogrametrii oraz technik satelitarnych. Dynamicznie zmieniające się możliwości korzystania z pomiarów satelitarnych czy skaningu laserowego, głównie w kwestii dokładności pozycjonowania oraz w kwestii przetwarzania ogromnych ilości danych pomiarowych, sprawiają, że odwzorowanie obiektów jakim jest tor kolejowy czy towarzyszące mu obiekty inżynieryjne stanowią coraz mniejszy problem. Na rysunku 1 i 2 pokazano przykład pomiarów identyfikujących położenie toru kolejowego w mobilnych pomiarach satelitarnych [14] oraz wynik identyfikacji osi toru w płaszczyźnie poziomej wykonanej z dokładnością rzędu od kilku do kilkunastu milimetrów w zależności od warunków pomiaru [9].

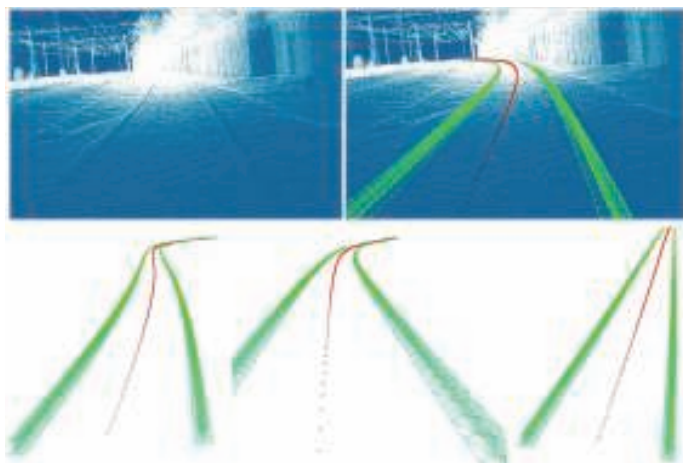
Na rysunku 3 wynik pomiaru skaningu laserowego w postaci wizualizacji zarejestrowanej podczas przejazdu chmury punktów [3]. W opisywanych badaniach autorzy artykułu wykazują dokładność wyznaczenia osi toru na poziomie 2÷3 cm. Obydwie techniki umożliwiają zatem bardzo precyzyjne i szybkie pozyskanie danych o istniejącym układzie geometrycznym linii, a w przypadku drugiej z powyższych technik pomiarowych również dane o towarzyszącej infrastrukturze. Na podstawie prac badawczych prezentowanych aktualnie w czasopiśmie i na konferencjach naukowych można wysnuć wniosek, że główny nacisk kładziony jest obecnie na mobilności systemów pomiarowych, która to cecha znacznie skraca czas pomiarów w stosunkach do pomiarów statycznych.



1. Zestaw pomiarowy w mobilnych pomiarach satelitarnych układu geometrycznego torów tramwajowych [14] - fot. Jacek Szmagliński



2. Zidentyfikowany odcinek prosty w państwowym układzie współrzędnych 2000 na podstawie mobilnych pomiarów satelitarnych: 1, 2 - kolejne etapy identyfikacji równania opisującego pomierzony odcinek toru



3. Wynik pomiarów inwentaryzacyjnych za pomocą skaningu laserowego oraz efekt identyfikacji osi toru [3]

Przytoczone przykłady precyzyjnych mobilnych pomiarów inwentaryzacyjnych należą do najnowszych technik, bardzo zaawansowanych, a przez to stosunkowo mało jeszcze dostępnych. Po dzień dzisiejszy wiele projektów, szczególnie w pierwszych etapach, wykonywanych jest na podstawie konwencjonalnych danych wejściowych, tj. dokumentacji technicznych w postaci profili podłużnych linii, map do celów projektowych (rastrowych) oraz tradycyjnych pomiarów geodezyjnych (tachimetria). Przyjęcie kierunków głównych na podstawie obarczonej błędem informacji może skutkować problemami w przeniesieniu projektu w teren i prawidłowym ukształtowaniu zaprojektowanego łuku. Wynika to z faktu, że niewielkie zmiany kąta stycznych powodują znaczące przesunięcia łuku względem prawidłowej pozycji wyznaczonej w projekcie. W takich przypadkach projekt może skutkować deformacją łuku na jednej ze stycznych bądź na całości układu. Deformacje tego typu są z pewnością wypadkową wielu czynników, również tych związanych z techniką nasuwania i podbijania, jednak aby precyzyjne ukształtowanie toru na etapie wykonawczym mogło mieć miejsce - należy precyzyjnie określić kierunki główne już na etapie przyjmowania danych wejściowych do projektowania.

Modelowanie układu geometrycznego

Odkąd powszechne stało się wykorzystywanie w projektowaniu technik CAD łatwość w kształtowaniu nietypowych układów geometrycznych (krzywe koszarowe, gładkie krzywe przejściowe) znacznie wzrosła. Wspomaganie projektowania jest obecnie posunięte bardzo daleko, właściwie projektant nie musi operować żadnymi formułami zapisu analitycznego, wszystkie obliczenia wykonuje program za pomocą odpowiednich algorytmów [13]. Wspomaganie w projektowaniu dotyczy zarówno modeli krzywych przejściowych o nieliniowym rozkładzie krzywizny, tj. krzywych gładkich jak i wpisywania układu w warunki ograniczające położenie osi toru. Główną jednak zaletą jest generowanie niezbędnej w projekcie dokumentacji rysunkowej.

Dysponując tak dobrymi narzędziami wspomagania komputerowego należy oczekiwać częstszych zastosowań układów odmiennych od standardowego łuku kołowego z dwiema parabolami trzeciego stopnia. Z punktu widzenia projektowania krzywych gładkich problem skupia się na przyjmowaniu długości krzywych i ramp przechyłkowych względem przyjętych parametrów kinematycznych [1]. Na pierwszym planie zawsze są oczywiście najwyższe prędkości pociągów w planowanym procesie eksploatacji modernizowanej linii. Nawiązanie instrukcji ID-1 [17] do normy europejskiej [4] daje projektantom rozszerzone możliwości z racji tego, że stosowane wcześniej graniczne wartości parametrów kinematycznych były wyraźnie niższe od aktualnie obowiązujących. Z drugiej strony zdefiniowanie progów $P1$ i $P2$ w warunkach ID-1 odzwierciedla racjonalne podejście do określania parametrów projektowanych układów. W ID-1 znów nie odnajdujemy wartości niewystępujących w normie [4]. Jednak sugerowane w niej wartości zawężone ($P1$) oraz możliwość korzystania z progów górnych, określonych w normie europejskiej, stwarza szeroki zakres wartości parametrów, które mogą być racjonalnie przyjmowane na etapie projektowania. Niecelowe jest zatem korzystanie tylko z najniższych wartości dopuszczalnych parametrów kinematycznych, ale również nieracjonalne jest korzystanie tylko i wyłącznie z wartości maksymalnych.

Krzywe przejściowe o nieliniowym rozkładzie krzywizny

Norma EN 13803-1 dotycząca układów geometrycznych toru na szlakach wskazuje na możliwość stosowania krzywych o nieliniowym rozkładzie krzywizny z odpowiednio ukształtowanymi rampami przechyłkowymi. Również literatura branżowa szeroko przedstawia tematykę krzywych gładkich [1, 2, 6, 7, 8]. Jednak w praktyce inżynierskiej w Polsce modele te nie znalazły zastosowania z uwagi na trudności ich wykonania i późniejszego utrzymania. Związane to jest przede wszystkim z technikami tyczenia układów w terenie oraz z trudnością kontroli uzyskanego kształtu po ustabilizowaniu toru. Szczególnie problema-

tyczny jest odcinek początkowy, gdzie rzędne krzywej w stosunku do stycznej wejściowej narastają dla tych modeli znacznie wolniej niż w przypadku klotoidy. Pomimo tych trudności, modele te znalazły zastosowanie w wielu krajach na świecie i są stosowane nie tylko na liniach przeznaczonych do dużych prędkości ale i na liniach konwencjonalnych. Ciekawym przykładem są koleje francuskie (SNCF), gdzie dla zmniejszenia oddziaływań dynamicznych podczas przejazdu pociągu krzywe przejściowe (klotoidy) kształtowane są w krańcowych strefach tak, aby wyłagodzić przebieg krzywizny. Według tej samej reguły kształtowana jest rampa przechyłkowa. Ta „krzywa w krzywej” nosi nazwę „Doucine” i posiada długość rzędu 20m dla konwencjonalnych linii lub 40m dla linii TGV. Nieliniowy rozkład krzywizny na długości krzywej przejściowej stosuje się również w innych krajach (Niemcy, Wielka Brytania, Japonia, USA), a próg prędkości od którego zaleca się rozwiązania nieliniowe oscyluje pomiędzy 130km/h (Japonia Shinkansen) a 160km/h (większość krajów gdzie stosuje się krzywe gładkie). Jak widać krzywe gładkie stosowane są już dla kolei konwencjonalnych niezależnie od typu konstrukcji nawierzchni – podsypkowej czy toru na płycie. Dla nawierzchni bezpodsypkowej stosuje się krzywe gładkie dla niższych progów prędkości z uwagi na fakt, że krzywe nie formują się w procesie eksploatacji jak ma to miejsce w torze z podsypką tłuczniową.

Jako, że norma EN 13803-1 określa precyzyjne reguły obliczania długości krzywych gładkich – należy oczekiwać, że będą one coraz chętniej wykorzystywane w praktyce projektowej. Dodatkowym aspektem jest wyposażenie nowoczesnych podbijarek torowych w odpowiednie algorytmy pozwalające kształtować i utrzymywać tego typu krzywe przejściowe [2].

Obliczanie długości krzywych gładkich

Krzywe przejściowe różnią się pomiędzy sobą sposobem narastania krzywizny co bezpośrednio wpływa na rozkład przyspieszenia nierównoważonego a więc i siły dośrodkowej oddziałującej na pojazd poruszający się po danej krzywej. Jak wcześniej wspomniano dla wyższych prędkości pociągów należy rozważyć stosowanie krzywych o wygładzonym wykresie krzywizny z uwagi na niepożądane oddziaływanie siły dośrodkowej (szarpnięcia poprzeczne). Dynamiczne zalety krzywych gładkich na ich krańcach powodują niestety niekorzystne charakterystyki gradientów przyspieszenia i przechyłki w strefie środkowej (występuje maksimum wartości funkcji) co ilustruje rys. 4.

Po pierwsze gradienty nie są stałe na długości, a po drugie maksymalne ich wartości znacznie przekraczają wartości występujące na klotoidzie o tej samej długości krzywej L . W zależności od modelu krzywej można obliczyć wskaźnik zwiększenia tych parametrów i wynosi on od 50% do 100%. Norma EN 13803-1 ujmując tę kwestię jako wydłużenie długości krzywej względem długości klotoidy, dla której

w prosty sposób (liniowe równani przechyłki i przyspieszenia) wyznacza się minimalną długość. Z tego powodu długość minimalna krzywej gładkiej musi być zawsze zwiększona większa względem klotoidy oczywiście po przyjęciu konkretnych wartości granicznych parametrów kinematycznych. Jeśli zatem nie przyjmie się racjonalnego zróżnicowania powyższych parametrów dla różnych typów krzywych to stosowanie krzywych gładkich nie wprowadzi korzyści w kwestii kształtowania przebiegu trasy dla określonej prędkości maksymalnej. Jest to oczywiście skutkiem tego, że klotoida zawsze będzie krzywą krótszą, a więc łatwiej będzie podnieść prędkość układu właśnie z jej zastosowaniem. Z pewnością zniechęci to projektantów do stosowania krzywych gładkich. Ciekawym jest w związku z tym pytanie - co skłania projektantów krajów Europy zachodniej, Japonii czy USA do stosowania krzywych Blossa, sinusoidy czy kosinusoidy? Być może trudności w kształtowaniu układów geometrycznych z zastosowaniem takich rozwiązań rekompensowane są właściwościami dynamicznymi owych układów. Również pod tym względem układy geometryczne były i są nadal analizowane, gdyż dynamika układu pojazd - tor posiada bezpośredni związek z komfortem i bezpieczeństwem [5, 7, 18]. Na rysunku 5 pokazano zaprojektowany układ z zastosowaniem klotoidy oraz dwóch typów krzywych gładkich - krzywej Blossa i sinusoidy. Przykład ten ilustruje wynik wydłużenia krzywych przejściowych względem klotoidy przy zachowaniu identycznych parametrów kinematycznych, a zatem i prędkości maksymalnej.

W instrukcji ID-1 w module A.3 §3 Ust.1. Znajduje się zapis o wielokryterialnym spojrzeniu na proces projektowania oraz o iteracyjnym sposobie dobierania wartości projektowych. Przyjęcie standardów europejskich prowadzi do możliwości rozszerzenia wartości parametrów kinematycznych po odpowiednim uzasadnieniu danej potrzeby. Przepisy nie odwołują się bezpośrednio do kwestii krzywych przejściowych o nieliniowym rozkładzie krzywizny jednak odwołują się do norm EN 13803-1, która w pewien jednak sposób faworyzuje krzywe gładkie nadając im zwiększone parametry kinematyczne. Również wytyczne do projektowania jak przykładowo wytyczne

Tab. 1. Współczynniki wydłużenia minimalnej długości krzywej Blossa w odniesieniu do długości klotoidy

w	1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5
f_{dop}	35	38,5	42	45,5	49	52,5
s	1,5	1,37	1,25	1,156	1,076	1

do projektowania [16] bezpośrednio wskazują na możliwość zwiększenia parametru jakim jest gradient niedomiaru przechyłki nawet do 1,5x jeśli krzywa przejściowa ma postać krzywej Blossa.

Przykład obliczeniowy

Jako przykład rozpatrzmy parametr f_{dop} dla krzywej Blossa. Zwiększanie parametru prędkości podnoszenia się koła na rampie przechyłkowej jeśli jest uzasadnione powinno następować w przedziale progów zgodnie z normą EN 13803-1. Konieczność zwiększenia parametru może wynikać z trudnej sytuacji terenowej nie pozwalającej osiągnąć wyższej prędkości na krzywej lub łuku kołowym, natomiast uzasadnieniem może być plan utrzymania linii w wysokim standardzie technicznym i geometrycznym.

Celem niech będzie określenie krzywej zależności pomiędzy wydłużeniem krzywej Blossa, a współczynnikiem zwiększającym parametr f_{dop} przy obliczaniu minimalnej długości krzywej L. Zmiana przechyłki podczas jazdy pociągu z określoną prędkością po rampie dedykowanej dla krzywej Blossa wyraża się wzorem:

$$h_B(t) = h \left[3 \left(\frac{V_p}{3,6} t \right)^2 - 2 \left(\frac{V_p}{3,6} t \right)^3 \right] \quad (1)$$

gdzie:

- $h_{B(t)}$ - zmiana przechyłki w funkcji czasu,
- V_p - maksymalna projektowana prędkość pociągu w km/h,
- h - przechyłka na łuku,
- L_B - projektowana długość krzywej Blossa $L_B = sL$, gdzie długość L oblicza się jak dla klotoidy,
- t - czas

Pochodną funkcji określonej równaniem (1) interpretuje się jako prędkość podnoszenia się koła po szynie. Z własności krzywej Blossa wiemy, że maksimum wartości pochodnej funkcji przechyłki w czasie wypada w połowie długo-

ści krzywej, tj. w $l = L/2$ a więc w połowie czasu przejazdu po krzywej $t = T/2$.

$$h'_B = h \left[\frac{0,463V_p^2 T_B}{2L_B^2} - \frac{0,129V_p^3 T_B^2}{4L_B^3} \right] \quad (2)$$

Następnie przyjmując współczynnik s jako mnożnik długości klotoidy oraz współczynnik w jako mnożnik wyjściowego (najmniejszej wartości) parametru granicznego f_{dop} określono zależność korelacyjną owych współczynników. Szukane wartości współczynnika s określono w pętli iteracyjnej korzystając z równania (2). Jako próg dokładności przyjęto wskaźnik

$$\delta = h'_B - f_{dop,B} \quad (3)$$

gdzie:

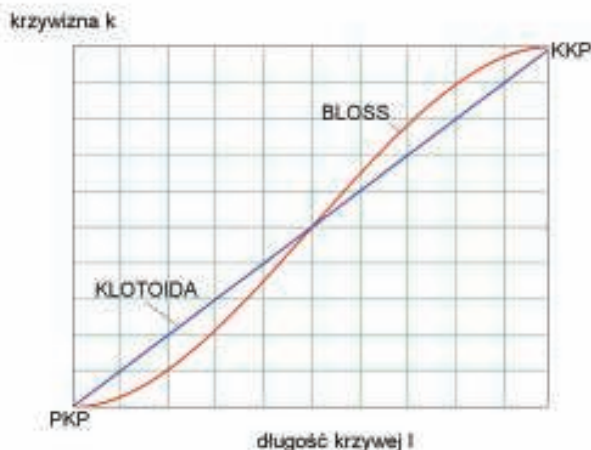
δ - wskaźnik dokładności wyznaczenia wartości współczynnika s na poziomie 0.1 mm/s, (h'_B) - uzyskana wartość parametru f na projektowanej rampie wyrażona jako pochodna czasowa funkcji zmiany przechyłki w czasie,

$f_{dop,B}$ - zwiększony dla rampy nieliniowej graniczny parametr $f_{dop,B} = w \cdot f_{dop}$; Wartości za pomocą iteracji określono krzywą korelacji pomiędzy współczynnikiem s zwiększenia parametru f_{dop} i współczynnika w wydłużenia krzywej przejściowej w postaci krzywej Blossa. W tabeli 1. Przedstawiono uzyskane wartości współczynników oraz odpowiednie wartości parametru f_{dop} . Zależność korelacyjną może stanowić następujące równanie:

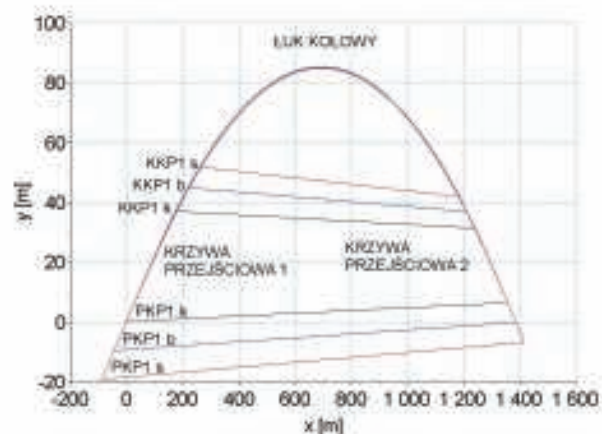
$$y = -0,69420916x^3 + 3,36903415x^2 - 6,12902017x + 4,95553656 \quad (4)$$

$R^2 = 0,99985088$

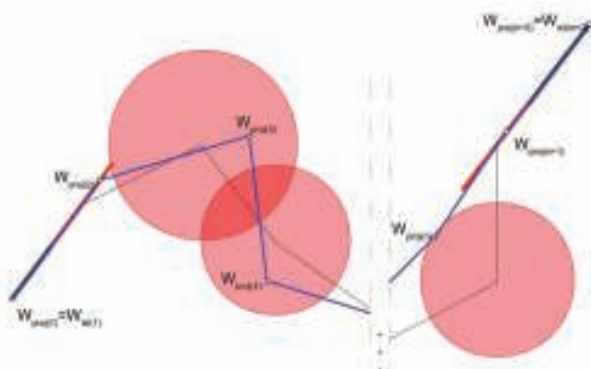
Wyznaczona krzywa wielomianowa (4) może stanowić pomoc w projektowaniu układu geometrycznego, w którym w procesie optymalizacji zostanie dobrana odpowiednia war-



4. Porównanie rozkładu krzywizny na długości krzywej przejściowej w postaci klotoidy i krzywej Blossa



5. Układ łuku kołowego z dwiema krzywymi przejściowymi przedstawiony w trzech wariantach: z zastosowaniem klotoidy, krzywej Blossa i sinusoidy



6. Schemat ideowy do analizy układu torowego z zastosowaniem optymalizacji położenia wierzchołków łuków poziomych [12]

7. Wynikowy układ geometryczny powstały na drodze optymalizacji układu wyjściowego z założeniem kryterium minimalizacji przesunięcia toru [12]

tość z zakresu progów normalnego i dopuszczalnego podanego w normie [4].

Trasowanie w warunkach ograniczeń terenowych

Jak wspomniano wcześniej projektowanie modernizacji bardzo często przebiega w warunkach ograniczeń głównie z uwagi na dostępność terenu. Zatem występuje w takich sytuacjach problem decyzyjny właśnie odnośnie linii trasowania w dowiązaniu do istniejącego układu geometrycznego. W tej kwestii wspomaganie komputerowe z pewnością odgrywać może duże znaczenie gdyż w automatyzowanym procesie obliczeniowym dostępne stają się wyniki nieintuicyjne. Ponadto dużo łatwiej generować jest wariantowanie z wykorzystaniem optymalizacji aniżeli poprzez powtarzanie operacji dobierania parametrów geometrycznych nawet z wykorzystaniem technik CAD. W pracy [11] zaprezentowano proces identyfikacji pomierzonego układu za pomocą algorytmu PSO [15], który szukając najlepszych rozwiązań z dziedziny dążył do najdokładniejszego opisu skomplikowanego układu geometrycznego. Proces taki w połączeniu z określaniem prędkości układu [10] oraz racjonalnym zestawem wag różnych kryteriów może doprowadzić do szybkiego wariantowania modernizacji długich fragmentów przeprojektowywanej linii kolejowej. Na rysunku 6 i 7 pokazano przykład zmian wyjściowego układu geometrycznego wielu postępujących po sobie łuków w płaszczyźnie poziomej. Podczas analizy optymalizującej układ [12] w jednym z wariantów założono modyfikację poligonu kierunków głównych poprzez zdefiniowanie potencjalnych zasięgów zmian nowych wierzchołków układu. Możliwość taka sprawiła, że układ został znacznie poprawiony z uwagi na prędkość oraz przesunięcia poprzeczne. Rezultat ten będący wynikiem analizy z tak licznym zbiorem zmiennych jest z pewnością trudny do szybkiego przewidzenia przy wykorzystaniu jedynie metod analitycznych oraz technik CAD.

Podsumowanie

W artykule zwrócono uwagę na złożoność problematyki projektowania układów geometrycznych w procesie modernizacji linii kolejowej.

Określone etapy projektu charakteryzują się właściwymi potrzebami wspomaganie decyzji. Jak zauważono wspomaganie to może przebiegać - co można już zaobserwować - na wielu płaszczyznach i może znacząco wpłynąć na jakość wykonywanych projektów zarówno koncepcyjnych jak i tych przeznaczonych do wykonawstwa. W artykule zwrócono uwagę na potrzeby precyzyjnego określania danych wejściowych do projektowania, gdyż zwłaszcza przy projektowaniu zmian istniejącej linii problem dowiązania się do układu geometrycznego ma kluczowe znaczenie. Zaniedbanie na tym etapie może doprowadzić do konieczności wprowadzenia zmian do założeń projektanta w fazie realizacji projektu, co może oznaczać pogorszenie jakości zaprojektowanego układu. Jak pokazano, złożone układy geometryczne wymagają wspomaganie optymalizacyjnego, gdyż rozwiązanie najlepiej spełniające założenia wstępne nie zawsze musi być intuicyjne. Dodatkowo dobieranie modeli krzywych, a przede wszystkim wartości granicznych parametrów kinematycznych powinno być procesem racjonalnym uwzględniającym takie czynniki jak spokojność jazdy (oddziaływania dynamiczne), problemy degradacji układu geometrycznego, degradację nawierzchni wynikającej z oddziaływań tor-pojazd. ◀

Materiały źródłowe

- [1] Bałuch H.: Optymalizacja układów geometrycznych toru. WKŁ, Warszawa 1983.
- [2] C. Ciobanu, BLOSS TRANSITION A SHORT DESIGN GUIDE, Permanent Way Institution - The Journal, Volume 133-Part 2, UK 2015.
- [3] Elberink S. O., Khoshelham K.: Automatic Extraction of Railroad Centerlines from Mobile Laser Scanning Data, Remote Sens. 2015, 7, 5565-5583
- [4] EN 13803-1 (2010) Railway Applications - Track - Track alignment parameters - Track gauges 1435 and wider - Part 1: Plain Line
- [5] Kisilowski J. (praca zbiorowa), Dynamika układu mechanicznego pojazd szynowy - tor, PWN, Warszawa 1991
- [6] Koc W.: Analytical method of modelling the geometric system of communication route. Mathematical Problems in Engine-

- ering, Vol. 2014, article 679817.
- [7] Koc W.: Elementy teorii projektowania układów torowych. Wydawnictwo Politechniki Gdańskiej, Gdańsk 2004.
- [8] Koc W.: Parametryczna krzywa przejściowa dla dróg kolejowych. Przegląd Komunikacyjny, 9-10/2011, strona 52-56
- [9] Koc, W. Chrostowski, P.: Tworzenie poligonu kierunków głównych trasy kolejowej z wykorzystaniem pomiarów GPS, Zeszyty Naukowo-Techniczne Stowarzyszenia Inżynierów i Techników Komunikacji Rzeczpospolitej Polskiej Oddział w Krakowie, seria: Materiały Konferencyjne, Kraków 01/2011; 158(96):211-223.
- [10] Koc W., Chrostowski P., Palikowska K.: Projektowanie układów geometrycznych toru z zastosowaniem optymalizacji wielokryterialnej. Logistyka 01/2014, DVD no.3, 5530-5539
- [11] Koc W., Chrostowski P., Palikowska K.: Odtwarzanie przebiegu trasy kolejowej o złożonym ukształtowaniu geometrycznym. Zeszyty Naukowo-Techniczne Stowarzyszenia Inżynierów i Techników Komunikacji RP Oddział w Krakowie, seria: Materiały Konferencyjne, nr 3 (z. 102), Kraków 2013.
- [12] Kubiak T.: Zastosowanie algorytmów optymalizacyjnych w projektowaniu układów geometrycznych modernizowanych linii kolejowych, praca magisterska, Wydział Inżynierii Lądowej i Środowiska, Politechnika Gdańska, Gdańsk 2013.
- [13] Podręcznik użytkownika programu Autodesk Autocad Civil 3d 2014.
- [14] Specht C., Koc W., Nowak A., Szmagliński J.: Ciągłe Pomiary Satelitarne układu linii tramwajowych w Gdańsku// TTS Technika Transportu Szynowego. -, nr. 2-3 (2013), s.43-47
- [15] Strona internetowa <http://in.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/32522-nbpo--new-binary-particle-swarm-optimization--algorithm>
- [16] Track Design Handbook, NR/L2/TRK/2049 (2010) Network Rail.
- [17] Warunki techniczne utrzymania nawierzchni na liniach kolejowych ID-1, PKP PLK, Warszawa 24 marca 2015.
- [18] Zboiński K., Dynamical investigation of railway vehicles on a curved track, European Journal of Mechanics - A/Solids, Vol. 17, Issue 6, 1998