

## STABILIZACJA POZYCJI I KIERUNKU JEDNOSTKI DYNAMICZNIE POZYCJONOWANEJ Z NIEPEWNOŚCIAMI PARAMETRYCZNYMI MODELU I POMIAROWYMI

Anna WITKOWSKA

Politechnika Gdańska, Wydział Elektrotechniki i Automatyki  
tel.: (58) 347 21 24, e-mail: anna.witkowska@pg.gda.pl

**Streszczenie:** W praktyce, dynamika statku jak również zakłóceń środowiskowych oddziałujących na kadłub nie jest dokładnie znana, co wynika ze zmieniających się warunków eksploatacyjnych jednostki i stanów morza. W artykule przedstawiono zagadnienie projektowania regulatora pozycji i kursu statku z zastosowaniem algorytmu całkowania wstecz (ang. backstepping). W pracy rozważono układ dynamicznego pozycjonowania statku z niepewnościami parametrycznymi modelu oraz pomiarowymi. Niepewności parametryczne związane są z hydrodynamicznymi siłami tłumiącymi, natomiast pomiarowe z niemierzalną prędkością statku. Porównano działanie układu adaptacyjnego zakładając występowanie niepewności oraz nieadaptacyjnego przy założeniu dokładnej znajomości modelu statku. Wyniki badań symulacyjnych wskazują zbliżone wyniki w obu rozpatrywanych przypadkach.

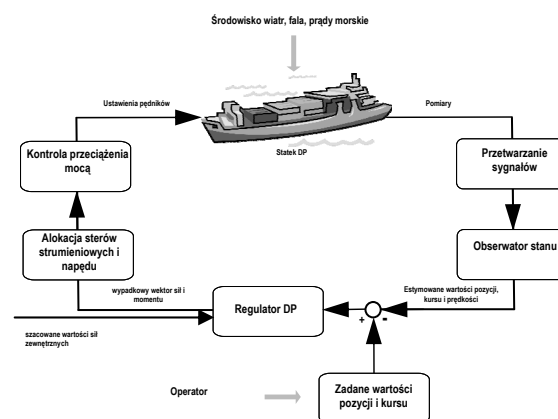
**Słowa kluczowe:** backstepping, sterowanie adaptacyjne, metoda Lapunowa

### 1. WPROWADZENIE

Systemy dynamicznego pozycjonowania DP (ang. Dynamic Positioning) na statku są budowane w celu utrzymywania pozycji i kursu statku w stałym punkcie lub wzdłuż wcześniej zdefiniowanej trajektorii. Są to systemy pracujące przy małej prędkości manewrowania ( $<2\text{m/s}$ ) statku, na który oddziałują zakłócenia środowiskowe od wiatru, fali i prądów morskich. Zadanie dynamicznego pozycjonowania jest realizowane operując jedynie pędnikami: sterami i napędem w celu osiągnięcia odpowiedniej dokładności pozycji i kursu statku [1, 2]. Dynamika statku DP w niestacjonarnym środowisku morskim ma charakter nieliniowy z niepewnościami. Mogą one występować w postaci niepewności pomiarowych lub nieznanymi parametrów. Na dynamikę statku w środowisku morskim znaczący wpływ mają wielkości zależne od zjawisk hydrodynamicznych zachodzących podczas ruchu kadłuba w wodzie. Na kadłub statku oddziałują siły i moment spowodowane działaniem wielu czynników, takich jak: praca sterów i napędu, zakłócenia addytywne typu wiatr, fala i prądy morskie. Ponadto na dynamikę statku oddziałują wymuszenia, takie jak: stan załadunku statku, prędkość ruchu, głębokość wody. Wywołują one zmiany hydrodynamicznych charakterystyk sterowności statku. Ponadto mała prędkość manewrowania podczas dynamicznego pozycjonowania oraz stochastyczny charakter zakłóceń środowiskowych powoduje, że wektor prędkości

statku jest niedostępny pomiarowo a sygnały mierzone pozycji i kierunku mogą być zaszumione.

W artykule przedstawiono strukturę i analizę działania regulatora DP projektowanego z wykorzystaniem wielowymiarowego adaptacyjnego algorytmu całkowania wstecz (ang. vectorial adaptive backstepping), zakładając jedynie pomiar pozycji statku i kierunku. Założono, że wektor prędkości statku jest estymowany w oparciu o nieliniowy obserwator pasywny [3]. Zastosowany obserwator uwzględnia filtrację zakłóceń zewnętrznych środowiska morskiego pochodzących od fali. Obserwator stanu estymuje wartości niemierzalne i odfiltrowuje zakłócenia wysoko częstotliwościowe przed wejściem sygnałów do pętli sprzężenia zwrotnego. Regulator DP na podstawie informacji o odchyleniu jednostki od wartości zadanych pozycji i kursu oraz prędkości wyznacza uogólniony wektor sił i momentu, działający na kadłub statku, w celu minimalizacji uchybów regulacji. Wypadkowy wektor sił i momentu jest przekazywany do układu alokacji, gdzie dokonuje się rozdziału wartości zadanych sił i momentu na sygnały sterujące nastawami pędników (rys.1).



Rys. 1. Schemat układu DP na statku

### 2. SFORMUŁOWANIE PROBLEMU

Własności kinematyczne i dynamiczne statku DP na wodzie, opisywane są przy użyciu nieliniowych równań różniczkowych w trzech stopniach swobody, uwzględniających ruch: wzdłużny, poprzeczny i zmianę kąta

ustawienia dziobu. Pozostałe ruchy: kołysanie statku na lewą lub prawą burzę, nurzanie dziobu statku oraz wznoszenie i opadanie statku można pominąć zakładając, że statek jest stabilny poprzecznie i wzdłużnie oraz porusza się po powierzchni wód. Ponadto przy małej prędkości ruchu statku można zaniedbać siły Coriolisa i dośrodkowe oraz nieliniowe hydrodynamiczne siły tłumienia. Biorąc pod uwagę powyższe założenia model matematyczny ruchu jednostki w płaszczyźnie horyzontalnej jest opisywany następującym układem równań różniczkowych [3]:

$$\dot{\eta} = J(\eta)v \quad (1)$$

$$M\dot{v} = \tau + \varphi(\eta, v)\theta \quad (2)$$

$$\varphi(\eta, v)\theta = J(\eta)^T b - D(v)v \quad (3)$$

$$\tau = Bu \quad (4)$$

$$\theta = [X_w, Y_v, Y_r, N_v, N_r, b_1, b_2, b_3]^T \quad (5)$$

$$\varphi(\eta, v) = \begin{bmatrix} u & 0 & 0 & 0 & 0 & \cos\psi & \sin\psi & 0 \\ 0 & v & r & 0 & 0 & -\sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & v & r & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

gdzie:  $\tau = [\tau_x, \tau_y, \tau_z]^T$  - uogólniony wektor sił i momentu z regulatora DP,  $\eta = [x, y, \psi]^T$  - wektor pozycji i kierunku statku,  $v = [u, v, r]^T$  - wektor prędkości wzdłużnej, poprzecznej i kątowej statku, macierze  $M \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ ,  $D \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  i  $J(\eta) \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  definiują odpowiednio macierz inercji, liniową tłumienia i zależną od zmiennych stanu macierz transformacji współrzędnych związanych ze środkiem ciężkości statku do układu współrzędnych związanych z ustalonym punktem Ziemi. Wektor  $b = [b_1, b_2, b_3]^T$  reprezentuje niemodelowane zakłócenia środowiskowe, wolnozmiennie i ograniczone,  $u \in \mathbb{R}^5$ ,  $u = [u_1|u_2|u_3|u_4|u_5]^T$  wektor zależny od sterowań odpowiednio prędkością obrotową śrub napędowych  $u_1, u_2$ , steru strumieniowego  $u_3$  i kątów wychylenia płetw sterowych  $u_4, u_5$ ,  $B \in \mathbb{R}^{3 \times 5}$  - macierz efektywności pędników [4].

Równania modelu statku (1)-(6) spełniają własności 1-5:

1.  $M^T = M$ , t.ż.  $x^T M x > 0, x \neq 0$ ,
2.  $x^T D(v)x = 0.5x^T [D(v) + D(v)^T]x > 0, x \neq 0$ ,
3.  $J^{-1}(\eta) = J^T(\eta)$ ,  $\|J(\eta)\| = 1$ ,  $\frac{d}{dt}J(\eta) = rJ(\eta)S$ ,

$$\text{gdzie } S = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$4. z_1^T(t)S z_1(t) = 0, S = -S^T,$$

5. macierz  $B$  jest regularna.

Macierz  $M$  zawiera parametry bezwładności bryły sztywnej statku i współczynniki mas towarzyszących. Wyznaczana jest na podstawie pomiarów parametrów konstrukcji statku oraz metod semiempirycznych [5]. Współczynniki  $X_w, Y_v, N_v, Y_r, N_r$  macierzy  $D$  związane są z hydrodynamicznymi siłami tłumiącymi podczas ruchu jednostki na wodzie.

Celem badań jest zaprojektowanie regulatora do wykonywania podstawowego zadania w dynamicznym pozycjonowaniu, jakim jest manewr zmiany pozycji i kursu oraz stabilizacja układu, przy występowaniu niepewności parametrycznych. Oznacza to spełnienie przez układ regulacji warunku zbieżności błędu regulacji do zera, podczas zmiany pozycji i/lub kursu statku oraz stabilizacji, w zmieniających się warunkach pracy układu w tym środowiskowych. Analizowana metoda bazuje na adaptacyjnej procedurze backstepping [6].

Podczas konstrukcji prawa sterowania uwzględniono następujące założenia 1-4:

1. parametry macierzy  $D$  nie są znane.
2. wektory zmiennych stanu  $\eta$  i  $v$  są dostępne pomiarowo (lub estymowane) i ograniczone.
3. trajektorie zadane pozycji i kierunku  $\eta_d$  oraz ich pochodne pierwszego i drugiego rzędu są funkcjami gładkimi i ograniczonymi.
4. wektor  $b$  jest nieznanymi.

Przyjmując powyższe założenia, można zauważyć, że niepewności parametryczne występujące w modelu zawiera jedynie funkcja  $\varphi(\eta, v)\theta$ , gdzie  $\theta$  reprezentuje wektor nieznanymi parametrów,  $\varphi$  macierz regresji.

### 3. ADAPTACYJNY REGULATOR POZYCJI I KURSU

Podczas projektowaniu regulatora DP przyjęto uproszczony model matematyczny statku (1)-(2) o strukturze kaskadowej. Zgodnie z metodologią backstepping dla układu (1)-(2) zdefiniowano wektory błędów regulacji  $z_1 \in \mathbb{R}^3$  i  $z_2 \in \mathbb{R}^3$ . W układzie współrzędnych związanych ze statkiem przyjmują one postać:

$$z_1 = J(\eta)^T (\eta - \eta_d) \quad (7)$$

$$z_2 = v - \alpha \quad (8)$$

W pierwszym kroku metody wyznaczane jest prawo sterowania dla pierwszego podukładu (1), opisującego kinematykę statku. Dla tego podukładu wektor  $v$  jest traktowany jako wirtualne wejście sterujące, natomiast wektor funkcji stabilizujących  $\alpha \in \mathbb{R}^3$  określa wirtualne prawo sterowania wyznaczane w sposób analityczny, w odniesieniu do kontrolnej funkcji Lapunowa  $V_1$ :

$$V_1(t) = \frac{1}{2} z_1^T(t) z_1(t) \quad (9)$$

W drugim kroku metody wyznaczane jest prawo sterowania  $\tau$  stabilizujące cały układ z wektorem nieznanymi parametrów  $\theta$ . Prawo sterowania określane jest w odniesieniu do kontrolnej funkcji Lapunowa  $V_2$  będącej sumą pierwszej funkcji Lapunowa oraz kwadratów błędów regulacji i składnika związanego z błędem estymacji nieznanego wektora  $\theta$ :

$$V_2(t) = V_1(t) + \frac{1}{2} z_2^T(t) M z_2(t) + \frac{1}{2} \tilde{\theta}^T(t) \Gamma^{-1} \tilde{\theta} \quad (10)$$

gdzie: symbol  $\hat{\theta}$  oznacza estymatę wektora  $\theta \approx \text{const}$ ,  $\tilde{\theta} = \theta - \hat{\theta}$ ,  $\Gamma > 0$  jest macierzą diagonalną wzmocnień regulatora.

Na podstawie (1)-(2) oraz własności 3, pochodne wektorów błędów przyjmują następującą postać:

$$\dot{z}_1(t) = -r S z_1(t) + z_2(t) + \alpha(t) - J(\eta)^T \dot{\eta}_d \quad (11)$$

$$\dot{z}_2(t) = \dot{v}(t) - \dot{\alpha}(t) \quad (12)$$

Zgodnie z (9) i (11) pochodną funkcji  $V_1$  określono wzorem:

$$\dot{V}_1(t) = z_1^T(t) (\alpha_1(t) - J(\eta)^T \dot{\eta}_d) + z_1^T(t) z_2(t) - z_1^T(t) r S z_1(t)$$

oraz na podstawie własności 4:

$$\dot{V}_1(t) = z_1^T(t) (\alpha_1(t) - J(\eta)^T \dot{\eta}_d) + z_1^T(t) z_2(t)$$

Funkcję stabilizującą wyznaczono analitycznie w postaci:

$$\alpha(t) = -K_1 z_1(t) + J(\eta)^T \dot{\eta}_d \quad (13)$$

tak aby zachować ujemnie określoną wartość pochodnej  $\dot{V}_1(t)$  dla  $z_1(t) \rightarrow 0$ . Wówczas

$$\dot{V}_1(t) = -z_1^T(t) K_1 z_1(t) + z_1^T(t) z_2(t) \leq 0$$

gdzie:  $K_1 = K_1^T > 0$  jest dodatnio określoną macierzą diagonalną wzmocnień regulatora. Na podstawie równania (13) oraz (11) uzyskano pochodną funkcji stabilizującej  $\alpha$  w postaci:

$$\dot{\alpha}(t) = -rS J(\eta)^T \dot{\eta}_d - K_1(v - rS z_1(t)) + K_1 J(\eta)^T \dot{\eta}_d + J(\eta)^T \dot{\eta}_d$$

Różniczkując równanie (10) oraz podstawiając zależność  $\dot{\theta} = -\hat{\theta}$  wyznaczono pochodną funkcji Lapunowa  $V_2$ :

$$\dot{V}_2(t) = \dot{V}_1(t) + z_2^T(t) M \dot{z}_2(t) - \tilde{\theta}^T(t) \Gamma^{-1} \dot{\hat{\theta}}$$

Zakładając zależność (12) i (2) otrzymano:

$$\dot{V}_2(t) = -z_1^T(t) K_1 z_1(t) + z_2^T(t) [\tau + \varphi(\eta, v) \hat{\theta} - M \dot{\alpha}(t) + z_1(t)] + \tilde{\theta}^T(t) [\varphi(\eta, v)^T(t) z_2(t) - \Gamma^{-1} \dot{\hat{\theta}}]$$

Następnie do wyrażenia w nawiasie kwadratowym zastosowano podstawienia postaci:

$$-K_2 z_2(t) = \tau + \varphi(\eta, v) \hat{\theta} - M \dot{\alpha}(t) + z_1(t),$$

$$\varphi(\eta, v)^T(t) z_2(t) - \Gamma^{-1} \dot{\hat{\theta}} = 0$$

i zdefiniowano prawo sterowania

$$\tau = -K_2 z_2(t) - \varphi(\eta, v) \hat{\theta} + M \dot{\alpha}(t) - z_1(t) \quad (14)$$

oraz prawo adaptacji:

$$\dot{\hat{\theta}} = \Gamma \varphi(\eta, v)^T z_2(t) \quad (15)$$

Wybór funkcji  $\tau$  pozwala zachować ujemnie określoną wartość pochodnej funkcji  $V_2$  oraz zbieżność  $z_2(t) \rightarrow 0$ .

$$\dot{V}_2(t) = -z_1^T(t) K_1 z_1(t) - z_2^T(t) K_2 z_2(t) \leq 0.$$

gdzie:  $K_2 = K_2^T > 0$  jest dodatnio określoną macierzą diagonalną wzmocnień regulatora.

Jeżeli w układzie nie występują zakłócenia szybkozmienne, to prawo sterowania (14) z prawem adaptacji (15) zapewnia asymptotyczną zbieżność pozycji i kierunku do ich wartości zadanych,  $\eta(t) \rightarrow \eta_d(t)$ , przy  $v(t) \approx 0$ . Zapewnia również ograniczone zmiany sygnałów  $\eta(t)$  i  $v(t)$  w czasie dążącym do nieskończoności, przy ograniczonej zmianie parametrów estymowanych.

Jeśli założymy, że własność 5 jest spełniona, to równanie alokacji pędników (4) posiada rozwiązanie postaci:

$$u = B^+ \tau \quad (16)$$

gdzie: macierz pseudoodwrotna  $B^+ = W^{-1} B^T (B W^{-1} B^T)^{-1}$  wyznacza jedno z nieskończenie wielu możliwych rozwiązań równania  $B B^+ = I$  i jest zwana macierzą Moora Penrose [7,4].

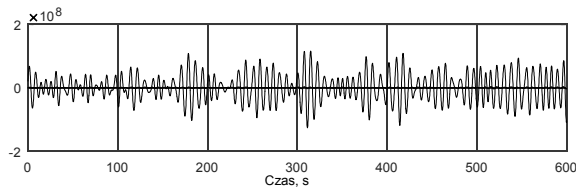
#### 4. BADANIA SYMULACYJNE

Do badań symulacyjnych przyjęto bezwymiarowy model matematyczny statku DP o długości  $L=76.2$  m i masie 4000t, opisany układem równań różniczkowych (1) - (6) w płaszczyźnie horyzontalnej. Macierz tłumienia i inercji dla modelu przyjmują postać [7]:

$$D = [5.0242 \cdot 10^4 \ 0 \ 0; \ 0 \ 2.7229 \cdot 10^5 \ -4.3933 \cdot 10^6; \ 0 \ -4.3933 \cdot 10^6 \ 4.1894 \cdot 10^8] \quad (17)$$

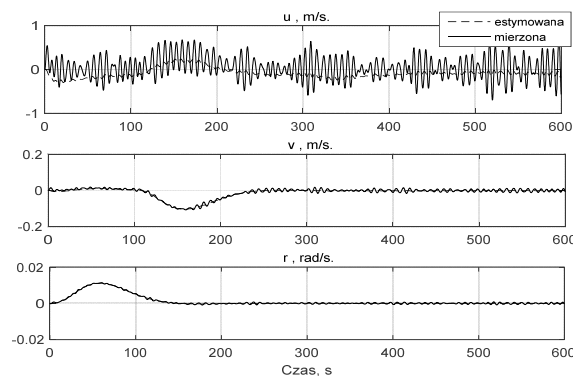
$$M = [5.3122 \cdot 10^6 \ 0 \ 0; \ 0 \ 8.2831 \cdot 10^6 \ 0; \ 0 \ 0 \ 3.7454 \cdot 10^9] \quad (18)$$

Badania symulacyjne zostały przeprowadzone w układzie przedstawionym na rysunku 1. Regulator DP zaprojektowany w oparciu o metodę backstepping (14) z prawem adaptacji (15) generuje uogólniony wektor sił i momentu w celu utrzymania zadanej pozycji i kursu statku, w obecności zakłóceń środowiskowych od fali (rys. 2). Regulator DP wykorzystuje informację o składowych wektora prędkości statku, które są estymowane z nieliniowego obserwatora stanu (rys. 3).

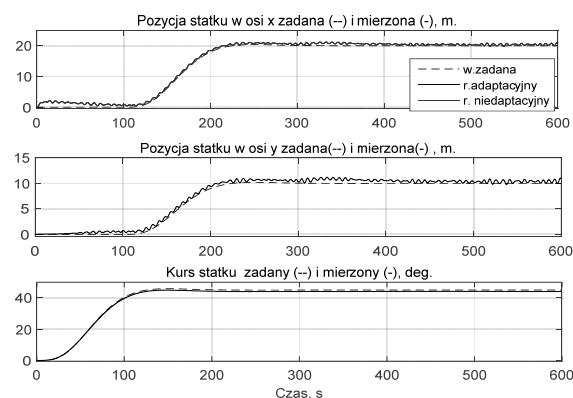


Rys. 2. Przebiegi czasowe sił generowanych oddziaływaniem zakłóceń środowiskowych od fali

W badaniach przyjęto zerowe początkowe wartości pozycji, kursu oraz ich estymat oraz zerowe wartości początkowe parametrów estymowanych.

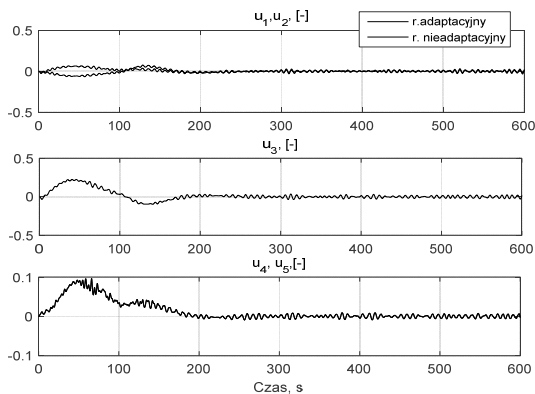


Rys. 3. Przebiegi czasowe składowych wektora prędkości statku mierzonych i estymowanych

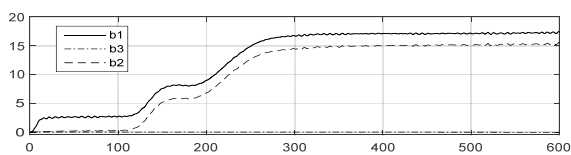


Rys. 4. Przebiegi czasowe pozycji i kursu zadane i mierzone w układzie z regulatorem adaptacyjnym i nieadaptacyjnym

Na podstawie wyników badań symulacyjnych oraz uzyskanych przebiegów czasowych można zauważyć podążanie pozycji i kursu statku za trajektorią zadaną (rys. 4 i rys. 5). Jest to spełnione zarówno dla układu z niepewnościami jak i przy założeniu dokładnej znajomości macierzy  $D$  (charakterystyki czasowe pokrywają się). W ogólnym przypadku metoda backstepping zapewnia ograniczoną estymację parametrów (rys. 6-7).



Rys. 5. Sygnały sterujące nastawami pędników w układzie z regulatorem adaptacyjnym i nieadaptacyjnym



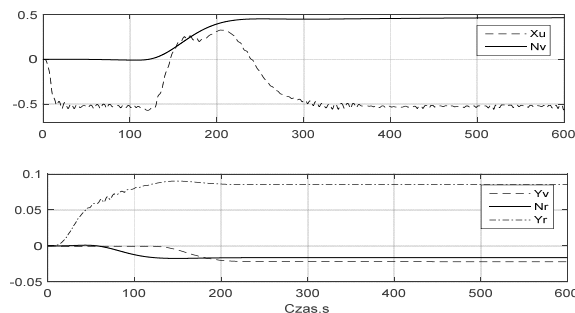
Rys. 6. Przebiegi czasowe estymowanych parametrów  $b_1, b_2, b_3$ , przy zerowych warunkach początkowych

Wartości parametrów estymowanych stabilizują się dla warunków ustalonych. W procesach przejściowych ich wartości zmieniają się w sposób ograniczony.

## 5. WNIOSKI KOŃCOWE

W niniejszej pracy dokonano analizy pracy układu sterowania statkiem DP z regulatorem adaptacyjnym projektowanym w oparciu o metodę funkcji Lapunowa. Regulator adaptacyjny opiera się na pomiarach kursu statku i pozycji oraz macierzy  $M$  modelu statku, zakładając estymację prędkości statku obserwatorem stanu (równania obserwatora nie były uwzględnione w procesie projektowania prawa sterowania). Układ nie wymaga znajomości a priori współczynników macierzy tłumień statku oraz wolnozmiennych zakłóceń środowiskowych od fali. Na podstawie badań symulacyjnych stwierdzono, że regulator adaptacyjny śledzi trajektorię zadaną pozycji i kursu z małym błędem, przy jednoczesnym zagwarantowaniu ograniczoności wszystkich sygnałów w zamkniętej pętli systemu sterowania. Wyniki symulacji komputerowej ilustrują skuteczność analizowanej metody

sterowania w porównaniu z regulatorem projektowanym przy pełnej znajomości macierzy  $D$ .



Rys. 7. Przebiegi czasowe estymowanych parametrów macierzy  $D$ , przy zerowych warunkach początkowych

## 6. BIBLIOGRAFIA

1. Rutkowski G.: Eksploatacja statków dynamicznie pozycjonowanych, Wydawnictwo TRADEMAR, Gdynia 2013.
2. Śmierczalski R.: Automatykacja i sterowanie statkiem, Wydawnictwo Politechniki Gdańskiej, Gdańsk 2013.
3. Fossen T.I., Strand. J.P.: Passive nonlinear observer design for ships using Lyapunov methods: experimental results with a Supply vessel, Automatica, Nr 35 (1), s. 3-16 (1999).
4. Witkowska A.: Metody alokacji sterowań w układach dynamicznego pozycjonowania statku, Aktualne problemy automatyki i robotyki/ ed. Krzysztof Malinowski, Jerzy Józefczyk, Jerzy Świątek, Warszawa Akademska Oficyna Wydawnicza EXIT, 2015, s.634-643.
5. Faltinsen O.M.: Sea Loads on Ships and Offshore Structures, Cambridge University Press 1990.
6. Krstic M., Kanellakopoulos I., Kokotovic P.V.: Nonlinear and adaptive control design, John Wiley and Sons Ltd., New York, NY 1995.
7. Godhavn J.M., Fossen T.I., Berge S.P.: Non-linear and adaptive backstepping designs for tracking control of ships, International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, Nr.12 (8), s. 649-670 (1998).

## POSITION AND HEADING STABILIZATION OF DP VESSEL WITH PARAMETRIC AND MEASUREMENT UNCERTAINTIES

In commercial Dynamic Positioning systems is still used PID control, despite a significant increase in the level of automation. To improve the quality of the positioning of the vessel may allow the use of more effective methods and algorithms, providing advanced nonlinear control techniques. The problem of synthesis a dynamic positioning system for surface vessel with uncertainties was considered in this paper. In practice, both the dynamics of a dynamically positioned vessel as well as environmental disturbances affecting on a hull are not precisely known, as a result of the changing operating conditions and the sea states. The article presents the problem of position and heading controller design by vectorial adaptive backstepping methods. The dynamic positioning vessel with parametric model uncertainties associated with hydrodynamic forces damping, low-speed ship and in the presence of waves disturbances was used. Comparison of the system with uncertainties and assuming precise knowledge of ship model was carried out. Finally simulations results demonstrate similar results in both cases. Adaptive controller follows desired trajectory with small neighborhood. All signals in the closed-loop DP control system are bounded.

**Keywords:** adaptive control, backstepping, nonlinear control, Lapunov method.