

O obliczaniu kablobetonowych ciągłych dźwigarów mostowych

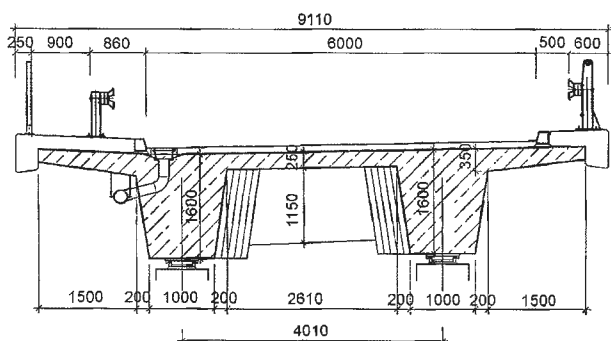
Problematyka wyznaczania wzbudzonych sił wewnętrznych w konstrukcjach z betonu sprężonego, o schemacie belki ciągłej, jest pomijana w publikacjach poświęconych projektowaniu konstrukcji sprężonych, np. [1, 2, 4, 7]. W niektórych z nich (np. [4, 7]) zachęca się projektantów do unikania wyznaczania wzbudzonych sił wewnętrznych przez prowadzenie cięgien po trasie współbieżnej, która nie generuje reakcji wzbudzonych. Takie podejście do projektowania nie jest jednak uzasadnione. Możliwości prowadzenia zaawansowanych obliczeń numerycznych pozwalają na stosunkowo proste uwzględnienie reakcji wzbudzonych. W obiektach mostowych kablobetonowych o przekrojach dwu- bądź trójbelkowych współbieżna trasa cięgien byłaby wręcz nieprawidłowa.

Sformułowane spostrzeżenia zostaną zilustrowane w artykule na przykładzie rzeczywistego obiektu mostowego.

Dane geometryczne i parametry sprężenia rozpatrywanego mostu

Rozpatrzono przykład kablobetonowego wiaduktu dwuprzęsłowego ciągłego, stanowiącego element łącznicy nad autostradą A1 na odcinku między Toruniem a Łodzią, w węźle Kowal. Wiadukt znajduje się nad autostradą o łącznej szerokości 35,16 m. Filar podpory pośredniej wiaduktu jest usytuowany w pasie dzielącym autostrady.

Długość konstrukcji nośnej wiaduktu (rys. 1) wynosi 61,80 m, rozpiętość teoretyczna $30,0 + 30,0 = 60,00$ m, szerokość całkowita 9,11 m, wysokość dźwigara 1,60 m, kąt skosu $90,0^\circ$, klasa obciążenia drogowego – A (według PN-S-10030:1985 [5]), klasa drogi na obiekcie – L (droga lokalna).



Rys. 1. Przekrój poprzeczny analizowanego wiaduktu

Na wykonanie ustroju nośnego przęsła wykorzystano beton klasy B50 (C40/50), stal zbrojeniową klasy A-IIIN gatunku BSt500S, stal sprężającą o nośności charakterystycznej $R_{vk} = 1860$ MPa.

Dźwigary główne w kształcie teowego przekroju trapezowego mają zmienną szerokość wynoszącą na spodzie dźwigarów od 1,00 m w przęśle do 1,50 m nad podporą pośrednią. Dźwigary poszerzono nad podporą pośrednią (por. rys. 1) na długości 5,00 m z obu stron podpory, a więc skos w przekroju poziomym wynosi 1:10. Skos dźwigarów w przekroju pionowym jest stały. Poprzecznice na przyczółkach, powiązane

monolitycznie z pomostem, mają wysokość 1,40 m i szerokość 1,40 m. Poprzecznica na filarze ma szerokość 0,70 m i wysokość 1,40 m, a grubość płyty pomostowej na odcinku między dźwigarami wynosi 0,25 m. Wysięg wsporników podchodnikowych jest równy 1,50 m, a ich grubość – 0,35 m w miejscu zamocowania i 0,20 m na końcach.

Każdy z dźwigarów głównych został sprężony czterema kablami 22L0,6" o polu przekroju $A_{v1} = 33,0$ cm². Nośność charakterystyczna tych kabli $P_{vk} = 6,138$ MN. Siłę wstępnej naciągu (bez żadnych strat) projektant przyjął równą 70% nośności charakterystycznej kabli, tj. $P_0 = 4,297$ MN. Przewidziano naciąg dwustronny. Obliczone straty sprężenia były zmienne na długości dźwigarów (tablica).

Zestawienie strat sprężenia w wybranych przekrojach dźwigara głównego

Przekrój	Straty, %		
	doraźne	reologiczne	łącznie
Przęsłowy w środku rozpiętości	6,1	14,1	20,2
Podporowy w osi filara	11,6	7,8	19,4

Założenia w analizach statycznych

Przedstawiono analizy statyczno-wytrzymałościowe w odniesieniu do jednego dźwigara wiaduktu. Wybrano dźwigar z szerszą kapą chodnikową, usytuowany po lewej stronie przekroju poprzecznego (por. rys. 1). Zebrano obciążenia i rozdzielono je poprzecznie z wykorzystaniem metody sztywnej poprzecznic. W przypadku obiektów dwudźwigarowych metoda ta daje identyczne wyniki rozdziału poprzecznego obciążenia, jak metoda rozciętej poprzecznic. Obwiednię momentów zginających uzyskano z numerycznego modelu dźwigara stworzonego w programie SOFiSTiK. Rozpatrzono jedną, podstawową kombinację obciążeń charakterystycznych w użytkowej fazie pracy konstrukcji. W analizie przyjęto siłę sprężającą po wszystkich stratach doraźnych i trwałych. W celu uproszczenia analiz zrezygnowano z odzwierciedlenia dokładnego rozkładu strat siły sprężającej na długości kabli, lecz zmniejszono siły w kablach równomiernie o 20% na całej ich długości (por. tablicę).

Obliczenia wykonano metodą numeryczną i metodą tradycyjną opartą na metodzie sił.

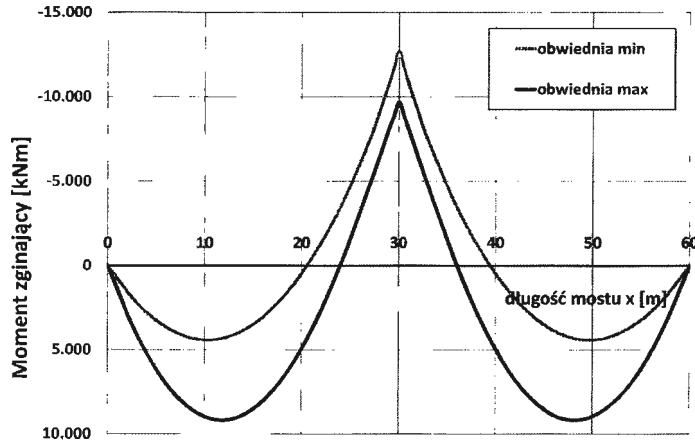
Obliczenia numeryczne

Model numeryczny dźwigara wygenerowano w programie SOFiSTiK za pomocą belkowych elementów skończonych. W modelu uwzględniono zmianę szerokości współpracującej płyty pomostu przez jej odpowiednie zżęcenie na odcinkach podporowych według normy PN-S-10042:1991 [6].

Sprężenie obiektu wymodelowano, wykorzystując moduł Tendon programu SOFiSTiK, w którym kable sprężające symuluje się przez obciążenie ekwiwalentne przyłożone do elementów skończonych modelu.

Obiekt obciążono ciężarem własnym, naciskami od wyposażenia obiektu i obciążeniami ruchomymi klasy A według [5]. W celu uzyskania obwiedni od obciążeń ruchomych przeanalizowano

zowano kilkadziesiąt ustawień obciążenia pojazdem K na każdym z przęseł. W konsekwencji uzyskano obwiednie górna i dolną momentów zginających od obciążeń statycznych i ruchomych. Obwiednie te, z pominięciem wpływu sprężenia, zilustrowano na rys. 2.



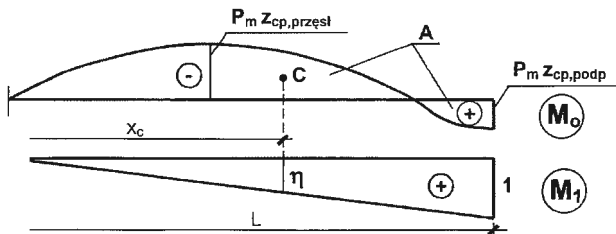
Rys. 2. Obwiednie momentów zginających w analizowanym obiekcie

Uwzględniając dodatkowo wpływ sprężenia, uzyskano wykresy naprężeń normalnych we włóknach górnych i dolnych konstrukcji betonowej.

Obliczenia analityczne metodą sił

Wykorzystanie metody sił do wyznaczania w belkach ciągłych momentów zginających od sprężenia jest znane [3], chociaż współcześnie, wobec zaawansowanych narzędzi do obliczania konstrukcji, marginalizowane. Wyniki obliczeń uzyskane tą metodą mogą służyć do weryfikacji wyników obliczeń numerycznych.

Momenty zginające od sprężenia są w belkach ciągłych sumą dwóch wpływów: działania siły sprężającej na mimośrodku i powstałych reakcji wzbudzonych. Obliczeniowo uwzględnienie pierwszego efektu nie nastręcza trudności, ale wyznaczenie reakcji wzbudzonych nie jest proste. Analizowany obiekt jest jednokrotnie statycznie niewyznaczalny. Układ podstawowy metody sił należy stworzyć przez pominięcie jednego z więzów. W symetrycznej belce dwuprzęsłowej najwygodniej jest wprowadzić przegub na podporze pośredniej i utworzyć w ten sposób dwie belki jednoprzęsłowe. Nadliczbowa jest moment zginający na podporze pośredniej. W metodzie sił rozważa się dwa stany obciążenia w układzie podstawowym: obciążenie zewnętrzne (w tym przypadku siła sprężająca P_m na mimośrodku z_{cp}) i obciążenie jednostkowe momentem zginającym na podporze pośredniej. Wykresy momentów zginających od obu obciążeń zilustrowano na rys. 3.



Zastosowanie metody sił do wyznaczenia momentu wzbudzonego nad podporą pośrednią

wznanie kanoniczne metody sił:

$$\delta_{11}X_1 + \delta_{10} = 0 \quad (1)$$

ga obliczenia dwóch wielkości δ z następujących wzorów wych:

$$\delta_{11} = \int \frac{M_1 M_1}{EJ} ds, \quad (2)$$

$$\delta_{10} = \int \frac{M_1 M_0}{EJ} ds. \quad (3)$$

Przy założeniu $EJ = \text{const}$ obie wielkości δ można obliczyć, wykorzystując całkowanie graficzne. Biorąc pod uwagę obydwie przęsła, uzyskuje się:

$$\delta_{11} = \frac{2L}{3EJ}, \quad (4)$$

$$\delta_{10} = \frac{2}{EJ} A \eta = \frac{2}{EJ} A \frac{x_c}{L}. \quad (5)$$

Z rozwiązania równania kanonicznego metody sił (1) otrzymuje się

$$X_1 = -\frac{\delta_{10}}{\delta_{11}} = -\frac{3}{L^2} A x_c. \quad (6)$$

Obliczona nadliczbowa X_1 jest szukanym momentem wzbudzonym nad podporą pośrednią.

Moment wzbudzony można obliczyć jako iloczyn wyrażenia $-3/L^2$ i momentu statycznego figury oznaczonej symbolem A (por. rys. 3) względem podporze skrajnej belki. Z uwagi na to, że pole to jest ujemne przy racjonalnie prowadzonej trasie cięgną wypadkowego, to ostatecznie znak momentu wzbudzonego będzie dodatni. Największa trudność obliczeniowa polega na wyznaczeniu momentu statycznego. Można to zrobić, korzystając z narzędzi inżynierskich, jak programy wspomaganie projektowania CAD, obliczające automatycznie pole i środek ciężkości regionu o dowolnym kształcie. Ta metoda jest wygodna w przypadku belek sprężonych o danym kształcie trasy sprężenia, nie podlegającym zmianom w procesie projektowania. Jednak w sytuacji samodzielnego doboru i optymalizacji trasy kabla korzystanie z programu typu CAD wiąże się z wielokrotnym powtarzaniem czynności wybierania regionu do analizy i jest czasochłonne.

Z tych względów w artykule wykorzystano zaproponowaną w [7] metodę wyznaczenia momentu statycznego. Rozpiętość belki L podzielono na dużą liczbę przedziałów, dzieląc tym samym rozpatrywaną figurę (utworzoną przez trasę wypadkowego cięgną sprężającego i oś obojętności belki) na dużą liczbę mniejszych figur. Zakładając, że trasa cięgną wypadkowego jest prostoliniowa w każdym z przedziałów, obliczono momenty statyczne tak powstałych trapezów i trójkątów względem skrajnej podporze belki. Po zsumowaniu wszystkich momentów statycznych i pomnożeniu tej sumy przez wyrażenie $3/L^2$ uzyskano moment wzbudzony nad podporą pośrednią. Moment ten powstaje jako efekt reakcji wzbudzonych na podporach, stąd kształt wykresu momentów wzbudzonych musi być prostoliniowy i osiągać wartości zerowe na podporach skrajnych.

Aby uzyskać ostateczny wykres momentów zginających od samego sprężenia belki, należy dodać dwa wykresy: od siły sprężającej P_m działającej na mimośrodku z_{cp} oraz od wzbudzenia, zgodnie z zasadą addytywności obowiązującą w metodzie sił, a więc

$$M = M_1 X_1 + M_0. \quad (7)$$

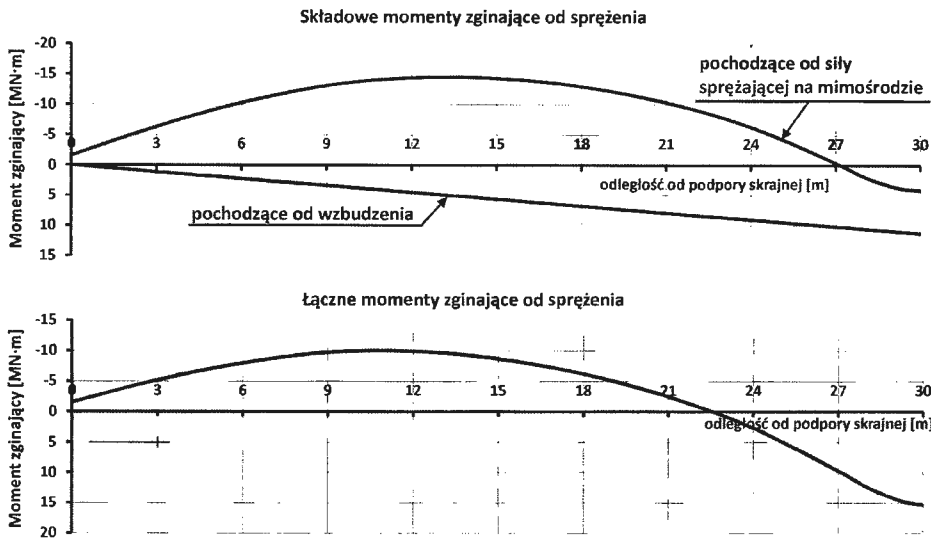
Na rysunku 4 przedstawiono wynikowe wykresy momentów zginających rozpatrywanego dźwigara mostowego.

Naprężenia górne i dolne w betonie obliczono z wzorów Magnela w postaci

$$\sigma_{gm,dln} = \frac{P_m}{A_c} \pm \frac{P_m z_{cp} \pm M_{\max,\min} \pm M_{wzb}}{W_{gm,dln}}, \quad (8)$$

gdzie:

$\sigma_{gm,dln}$ – naprężenia górne lub dolne w przekroju betonowym dźwigara sprężonego,



Rys. 4. Momenty zginające w rozpatrywanym dźwigarze mostowym od samego sprężenia

A_c – pole przekroju betonowego dźwigara sprężonego efektywne w przenoszeniu siły sprężającej,

$M_{max,min}$ – momenty zginające z obwiedni momentów od obciążenia konstrukcji ciężarem własnym i obciążen ruchomych,

M_{wzb} – momenty zginające wzbudzone,

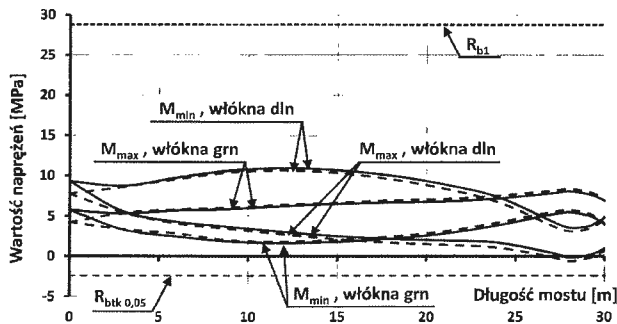
$W_{grn,dln}$ – wskaźniki wytrzymałości przekroju obliczone względem górnych i dolnych włókien dźwigara, wyznaczone z uwzględnieniem szerokości współpracującej płyty pomostowej.

Przyjęto znaki naprężeń normalnych σ „-” rozciąganie i „+” ściskanie.

Porównanie wyników obliczeń numerycznych i analitycznych

Za kryterium zgodności wyników obu metod obliczeniowych przyjęto obwiednie naprężeń normalnych we włókach górnych i dolnych konstrukcji betonowej. Nieprzekroczenie przez te naprężenia wytrzymałości betonu jest podstawowym warunkiem bezpieczeństwa konstrukcji poddanej sprężeniu ograniczonemu.

Uzyskano bardzo dobrą zgodność wyników metod numerycznej i analitycznej opartej na metodzie sił. Zgodność ta jest widoczna na wykresach zarówno momentów zginających od sprężenia, jak również naprężeń we włókach górnych i dolnych konstrukcji betonowej (rys. 5).



Obwiednie naprężeń normalnych w skrajnych włókach przekroju wzdłuż długości mostu od obciążeń charakterystycznych w użytkowej fazie pracy konstrukcji. Liniami ciągłymi oznaczono wyniki obliczeń analitycznych, a przerywanymi – numerycznych

ale wartości naprężeń ściskających (por. rys. 5) w stosunku do wytrzymałości betonu R_{b1} wynikają z zasad projektowania konstrukcji sprężonych przyjętych w PN-S-2:1991 [6]. Zgodnie z nimi naprężenia σ_{max} odpowiadają maksymalnym obliczeniowym naprężeniom w skrajnych włókach przekroju, a naprężenia σ_{min} – minimalnym naprężeniom

charakterystycznym. Naprężenia te nie mogą przekroczyć w przypadku betonu klasy B50 i sprężenia ograniczonego:

$$\sigma_{max} \leq R_{b1} = 28,8 \text{ MPa}, \quad (9)$$

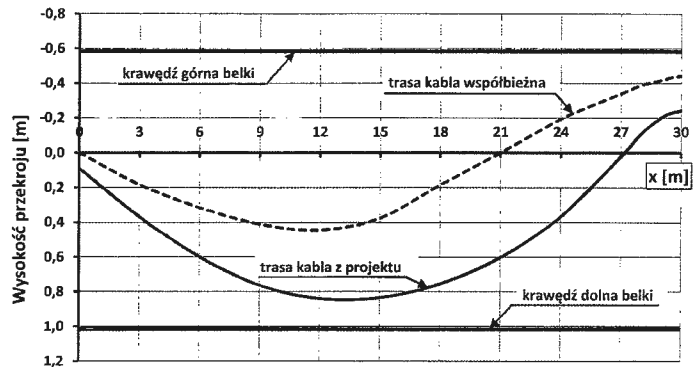
$$\sigma_{min} \geq R_{btk0,05} = -2,4 \text{ MPa}. \quad (10)$$

Największe rozbieżności wyników obu metod (por. rys. 5) w strefie zakończeń cięgien są spowodowane różnym przyjęciem pola przekroju betonu A_c efektywnego na działanie siły sprężającej P_m . Zgodnie z [6] powinno to być pole trapezowego środka, z pominięciem całego przekroju płyty pomostowej. Z uwagi na uproszczony charakter obliczeń numerycznych (model belkowy) przyjęto w przekroju podporowym redukcję szerokości płyty pomostowej do tzw. szerokości współpracującej na zginanie według [6]. W prostym modelu

numerycznym nie jest możliwe założenie w jednym przekroju obliczeniowym dwóch odmiennych kształtów geometrii przekroju: jednego efektywnego na ściskanie, a drugiego – na zginanie. Stanowi to argument uzasadniający prowadzenie obliczeń analitycznych konstrukcji sprężonych.

Współbieżność trasy sprężenia betonu

W drugiej części analizy rozważano dwa warianty trasy cięgna wypadkowego: trasę rzeczywistą z projektu wykonawczego obiektu mostowego i trasę współbieżną (rys. 6), wyznaczoną metodą sił.



Rys. 6. Trasy wypadkowego cięgna sprężającego

Zaproponowana trasa współbieżna jest jedną z nieskończenie wielu możliwych wariantów trasy współbieżnej. Przy jej doborze podjęto próbę zachowania możliwie największego podobieństwa do trasy rzeczywistej kabli sprężających.

Do celów porównania wyników naprężeń normalnych w przekroju betonowym posłużono się metodami analityczną opartą na metodzie sił i numeryczną. Zgodność uzyskanych wyników była bardzo duża.

Trasa współbieżna okazała się mniej korzystna niż trasa rzeczywista. Warunki naprężeniowe opisane nierównościami (10) zostały zachowane we wszystkich przekrojach, lecz z mniejszym zapasem bezpieczeństwa. Aby zapas ten opisać ilościowo, przyjęto wariant sprężenia dźwigara przy użyciu trzech, a nie czterech kabli jak w projekcie. Nośność kabli i straty sprężenia pozostawiono bez zmian. Wyniki analiz z wykorzystaniem metody analitycznej przedstawiono na rys. 7.

Konstrukcja została zaprojektowana na tyle bezpiecznie, że redukcja liczby kabli przy zachowaniu ich oryginalnej trasy nie spowodowała przekroczenia przez naprężenia charakterystycznej wytrzymałości betonu na rozciąganie $R_{btk0,05}$ (por. rys.

Wnioski końcowe

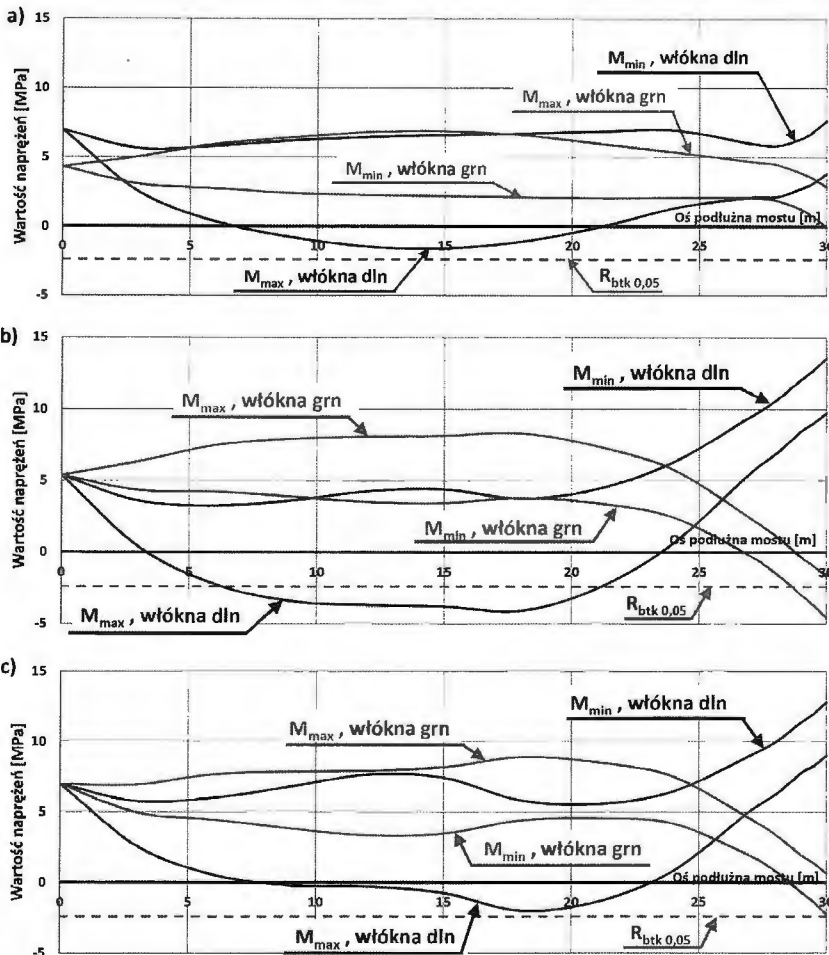
W artykule podano propozycję metody sprawdzania obliczeń numerycznych konstrukcji sprężonych, zarówno w zakresie wyznaczania momentów wzbudzonych, jak również obliczenia obwiedni naprężeń normalnych w przekroju betonowym. Wykazano, że metoda ta daje wyniki bardzo zbliżone do uzyskanych z obliczeń numerycznych, a także umożliwia założenie w jednym przekroju obliczeniowym dwóch odmiennych kształtów geometrii przekroju: jednego efektywnego na ściskanie, a drugiego – na zginanie. Takie właśnie wymagania, zgodne z rzeczywistą pracą konstrukcji sprężonej, wynikają z normy projektowania mostowych konstrukcji z betonu sprężonego [6]. Dopiero bardziej zaawansowane modele numeryczne (np. przy zastosowaniu powłokowych elementów skończonych) uwzględniają wspomniane wymagania normowe i odzwierciedlają rzeczywiste rozkłady naprężeń na szerokości przekroju dźwigara.

Podane wymagania normowe odnoszą się do przekrojów w obrębie podpór skrajnych (szczególnie przy zakotwieniu cięgien) i pośrednich, gdzie ma miejsce zjawisko redukcji szerokości współpracującej płyty pomostu. Redukcja ta powinna być realizowana tylko w odniesieniu do giętnego oddziaływania siły sprężającej (również momentów zginających od obciążeń zewnętrznych), nie w odniesieniu do ściskającego jej oddziaływania na przekrój. Redukcja współpracy póltek teowego przekroju betonowego poddanego ściskaniu osiowemu od sprężenia jest także wymagana w przekrojach przy zakotwieniu, jednak z innych reguł niż redukcja z tytułu pracy giętej konstrukcji.

W artykule wykazano ponadto korzystny wpływ momentów wzbudzonych na pracę konstrukcji kablono-betonowych belek ciągłych.

PIŚMIENICTWO I WYKORZYSTANE MATERIAŁY

- [1] *Ajdukiewicz A., Mames J.*: Konstrukcje z betonu sprężonego. Wydawnictwo Polski Cement, Kraków 2004.
- [2] *Grabiec K., Kampioni J.*: Betonowe konstrukcje sprężone. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa Poznań 1982.
- [3] *Leonhardt F.*: Spannbeton für die Praxis. Verlag von Wilhelm Ernst und Sohn, Berlin 1955.
- [4] *Machelski Cz.*: Modelowanie sprężenia mostów. Dolnośląskie Wydawnictwo Edukacyjne, Wrocław 2010.
- [5] PN-S-10030:1985. Obiekty mostowe – Obciążenia.
- [6] PN-S-10042:1991. Obiekty mostowe – Konstrukcje betonowe, żelbetowe i sprężone – Projektowanie.
- [7] *Skarżewski J., Wołowicki W., Sturzbecher K.*: Mosty sprężone – przewodnik do ćwiczeń projektowych. Skrypt Politechniki Poznańskiej, Poznań 1982.



Rys. 7. Obwiednie naprężeń charakterystycznych w skrajnych włóknach przekroju betonowego w użytkowej fazie pracy konstrukcji w zależności od przyjętej trasy wypadkowego ciężka sprężającego: a) przy założeniu trasy rzeczywistej, b) przy założeniu trasy współbieżnej, c) przy założeniu trasy współbieżnej i siły sprężającej powiększonej 1,3-krotnie

7a). W przypadku trasy współbieżnej nie zachowano tego warunku bezpieczeństwa (por. rys. 7b), przekroczono dopuszczalne naprężenia we włóknach dolnych w przęśle i w górnych nad podporą pośrednią. Dopiero zwiększenie siły sprężającej o 30% umożliwiło spełnienie warunków bezpieczeństwa konstrukcji betonowej na rozciąganie we wszystkich przekrojach (por. rys. 7c). Zwiększenie siły sprężającej ma jednak negatywne konsekwencje ekonomiczne (zwiększenie liczby kabli) wytrzymałościowe. Zwiększenie naprężeń ściskających w betonie może powodować niespełnienie warunków nośności betonu na ściskanie od obciążeń obliczeniowych.

Przykład ten ilustruje fakt, że moment wzbudzony w przypadku tego rodzaju konstrukcji jest „sprzymierzeńcem” projektanta i nie należy tego unikać przez prowadzenie cięgien po trasie współbieżnej.

Oferujemy zamieszczanie na łamach „Inżynierii i Budownictwa”
REKLAM I ARTYKUŁÓW SPONSOROWANYCH

Zamówienia przyjmują:

- Redakcja, tel. 22 629 69 86, e-mail: pzi@inzynieria@neostrada.pl
- BTP „ART”, Ryszard Czerwiński, tel. 728 939 076, e-mail: btpart@wp.pl

Szczegółowe informacje: www.inzynieriaibudownictwo.pl