

mgr inż. Agata Siemaszko

dr inż. Marian W. Kembłowski, prof. nadz. PG

## **Ocena efektywności monitoringu dla eksploatacji obiektów inżynierskich przy użyciu Sieci Bayesa**

### **Abstrakt:**

W swojej pracy autorzy zaproponowali zastosowanie sieci Bayesa do projektowania monitoringu i podejmowania decyzji w działaniach eksploatacyjnych. Ponadto pokazano dwie metody oceny wartości informacji diagnostycznych. Pierwszą z nich jest wartość oczekiwana EVSI (ang. Expected Value of Sample Information), która stanowi podstawę do wyboru spośród alternatywnych obserwacji symptomów zmiennej diagnostycznej. Natomiast drugą metodą jest entropia informacji, która pozwala ocenić jak informacja uzyskana z sieci monitoringu zmniejsza niepewność dotyczącą zmiennej diagnostycznej. Wybór metody zależy od tego, czy chcemy maksymalizować użyteczność, czy też minimalizować niepewność zmiennej diagnostycznej.

**Słowa kluczowe:** projektowanie monitoringu, wartość/entropia informacji, diagnoza inżynierska, siatki Bayes'a.

### Treść artykułu:

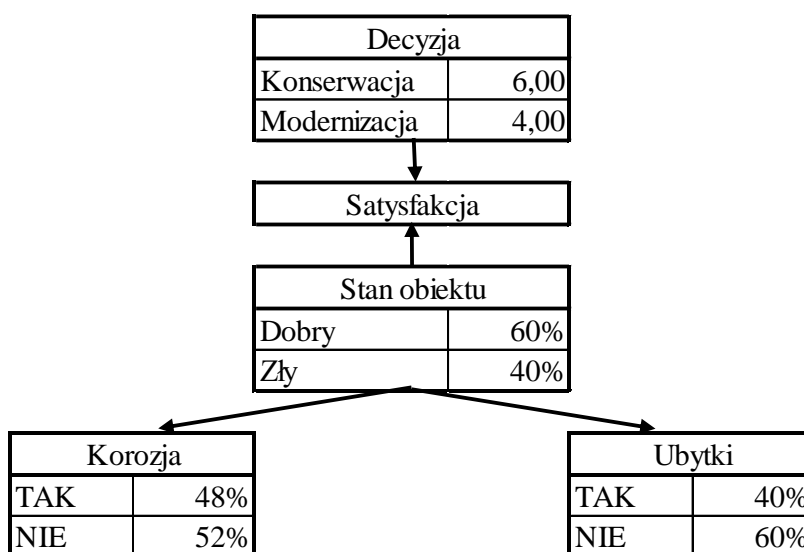
#### **Wstęp**

Działania eksploatacyjne oznaczają podejmowanie decyzji. Inżynieria eksploatacji łącząca w sobie dziedziny związane z utrzymaniem obiektów budowlanych, jak i teorią podejmowania decyzji jest jednym z najtrudniejszych działów, gdyż wymaga wiedzy z bardzo szerokiego kręgu. Brak systemów doradczych w zakresie działań eksploatacyjnych i integralnej diagnostyki, w tym także analizy monitoringu danego obiektu, może powodować podjęcie błędnych decyzji, a co za tym idzie stwarza negatywne skutki dla właściciela obiektu inżynierskiego, jak i całego otoczenia. Pojawia się zatem pytanie jakie narzędzia mogą pomóc w rozwiązaniu problemów występujących w tej interdyscyplinarnej dziedzinie. W swojej pracy autorzy proponują zastosowanie sieci Bayesa do projektowania monitoringu i podejmowania decyzji w działaniach eksploatacyjnych.

#### **Sieci Bayesa**

Sieci Bayesa na podstawie korelacji między zmiennymi pozwalają obliczyć prawdopodobieństwo zdarzeń. W praktyce wprowadzamy w sieć dostępne i aktualne informacje, aktualizując rozkład prawdopodobieństw dla kolejnych zmiennych losowych. Algorytmy określające prawdopodobieństwo są bardzo złożone, ale mimo to czasy aktualizacji

sieci są bardzo niskie. Zasada działania sieci Bayesa opiera się na modelowaniu wiedzy na temat pewnego obiektu przypisując prawdopodobieństwo  $P(S_i)$  każdemu jego stanowi  $S_i$ . Następnie uzyskujemy nową informację  $I$  na temat badanego obiektu, przy czym znamy dla każdego stanu obiektu prawdopodobieństwo  $P(I/S_i)$  uzyskania tej właśnie informacji, jeśli obiekt znajduje się w stanie  $S_i$ . Korzystając ze wzoru Bayesa obliczamy nowe prawdopodobieństwa  $P(S_i/I)$  uwzględniające informację  $I$  [3,5]. Przykład sieci opisującej problem decyzji eksploatacyjnej związanej z mostem został przedstawiony na rysunku nr 1 poniżej.



Rysunek nr 1. Model sieci Bayesa dla mostu  
Figure 1. Bayesian network model for bridge

Do wyboru jest jedna z dwóch decyzji, mianowicie czy ze względu na stan techniczny mostu należy go całkowicie modernizować, czy wystarczy tylko poddać go bieżącej konserwacji. Decyzja ta może zostać podjęta po dostarczeniu do sieci dwóch nowych informacji: po pierwsze o występowaniu korozji w elementach stalowych mostu, po drugie o pojawieniu się ubytków w betonowych częściach obiektu. Relacje probabilistyczne pomiędzy tymi zmiennymi są reprezentowane przez prawdopodobieństwa warunkowe zawarte w tabelach prawdopodobieństw warunkowych – TPW. Przykład TPW dla węzła korozja przedstawia się następująco:

Jaki jest stan mostu	Czy występuje korozja elementów stalowych mostu	
	TAK	NIE
DOBRY	20%	80%
ZŁY	90%	10%

Tablica nr 1. Tablica prawdopodobieństw warunkowych dla węzła korozja  
Table 1. Conditional probabilities table for the node corrosion

Koszty i zyski, bądź uczucie spełnienia z powziętej decyzji reprezentowana jest jako macierz satysfakcji:

Decyzja	Stan obiektu	Satysfakcja
Konserwacja	DOBRY	10
	ZŁY	0
Modernizacja	DOBRY	2
	ZŁY	7

Tablica nr 2. Macierz kosztów i zysków z powziętej decyzji

Table 2. Costs and benefits table of decisions

### Ocena wartości informacji

Proces podejmowania decyzji zdefiniowany jest jako działanie mające na celu wybór jednej spośród dostępnych akcji  $a_1, a_2, \dots, a_n$ , wchodzących w skład przestrzeni akcji  $A$ , a jego graficznym odwzorowaniem jest dendryt decyzji [2]. Logiczną podstawą do wyboru spośród alternatywnych obserwacji symptomów zmiennej diagnostycznej jest wartość oczekiwana EVSI (ang. Expected Value of Sample Information) [1]:

$$EVSI = EV|SI - EMV \quad (1)$$

gdzie:

EMV – wartość oczekiwana decyzji bez przeprowadzania dodatkowych badań;

EV|SI – wartość oczekiwana decyzji jako rezultat przeprowadzenia dodatkowego badania.

$$EV|SI = E[u|(e)] = \sum_k p(z|e) u(e, z) \quad (2)$$

gdzie:

$p(z|e)$  – aprioryczne warunkowe prawdopodobieństwo zaobserwowania wyniku  $z$  przy przeprowadzaniu doświadczenia ( $e$ ) i zaobserwowaniu stanu ( $z$ );

$u(e, z)$  – wartość najbardziej korzystnej decyzji przy przeprowadzeniu doświadczenia ( $e$ ) i zaobserwowaniu stanu ( $z$ ).

Bazując na początkowej siatce Bayesa pokazanej na rysunku nr 1 większą wartość ma decyzja: most należy poddać bieżącej konserwacji:

$EMV = 6,00$  (dla wyboru decyzji – most należy poddać bieżącej konserwacji)

Wartości nowej formacji dotyczącej sprawdzenia stanu korozji mostu wynosi:

$$EV|SI_1 = 0,48 \times 5,75 + 0,52 \times 9,23 = 7,56$$

$$EVSI_1 = 7,56 - 6 = 1,56$$

Wartość nowej informacji przy zbadaniu ubytków betonowych części mostu wynosi:

$$EV|SI_2 = 0,4 \times 5,5 + 0,6 \times 8 = 7,00$$

$$EVSI_2 = 7,00 - 6,00 = 1,00$$

Z powyższych obliczeń wynika iż, większą wartość oczekiwaną ma węzeł dotyczący sprawdzenia korozji.

### Entropia informacji



Jakość sieci monitoringu może być oceniana także pod względem kryterium, które pozwalałoby mierzyć jak informacja uzyskana z sieci monitoringu zmniejsza niepewność dotyczącą zmiennej decyzyjnej/diagnostycznej (tutaj: stan obiektu). Zdarza się bowiem tak, iż mimo bogatego zbioru danych i dużych kosztów utrzymania sieci, otrzymuje się niewielką ilość użytecznej informacji. W wielu pracach proponuje się wykorzystanie do oceny jakości sieci monitoringu metod wywodzących się z teorii informacji opracowanej przez Shannona. Podstawowym pojęciem tej teorii jest entropia informacji, która stanowi miarę informacji zawartych w danych. Traktując sieć monitoringu jako sygnałowy system komunikacyjny, mający zdolność przekazu informacji eksploatacyjnej, można dla tego systemu zastosować kryteria oceny wykorzystujące entropię informacji. Pozwala ona bowiem w sposób ilościowy opisać niepewność związaną z występowaniem zjawiska losowego lub inaczej mówiąc ocenić ilość informacji, jaką niesie obserwacja symptomów takiego zjawiska [4]. Jeśli  $X$  jest dyskretną zmienną losową przyjmującą wartość  $x_1, x_2, \dots, x_N$  z prawdopodobieństwem  $p(x_n)$ , przy czym  $n=1, 2, \dots, N$ , można obliczyć za pomocą zależności:

$$H(X) = - \sum_{n=1}^N p(x_n) \log p(x_n) \quad (3)$$

Wyrażenie  $H(X)$  nazywane jest entropią krańcową, której jednostką jest:

- napier – jeśli do obliczeń we wzorze (3) wykorzystuje się logarytm naturalny;
- decybel – jeśli stosuje się logarytm dziesiętny;
- bit – jeżeli stosuje się logarytm o podstawie 2.

Wartość entropii krańcowej mieści się w przedziale od 0 do  $\log N$ . Jeżeli przyjąć że zmienna  $X$  reprezentuje zmienną decyzyjną w sieci monitoringu, to entropia  $H(X)$  określa niepewność związaną z tą zmienną. Należy zauważyć, że wartość entropii  $H(X)$  zależy od liczby możliwych stanów ( $N$ ) oraz od rozkładu prawdopodobieństwa  $p(x_n)$  dla  $n=1, 2, \dots, N$ . W przypadku rozkładów skupionych wartość entropii jest mała. W szczególności przy zdarzeniu pewnym (stan ma tylko jedną wartość z prawdopodobieństwem 1) wartość entropii równa jest 0. Z kolei przy rozkładach o dużym rozrzucie, dla których możliwe są różne wyniki obserwacji z odpowiednio małym prawdopodobieństwem, wartość entropii jest duża. W krańcowym przypadku, gdy każda z  $N$  obserwacji  $x_n$  ( $n=1, 2, \dots, N$ ) jest jednakowo prawdopodobna z prawdopodobieństwem  $p_n=1/N$ , entropia osiąga swoją wartość maksymalną równą  $\log N$ .



Jeśli dwie zmienne losowe X i Y są skorelowane (np. zmienna diagnostyczna X i jej symptom Y), wówczas do oceny informacji pochodzącej z obserwacji symptomu wykorzystuje się entropie warunkową, która jest wyrażona jako:

$$H(X|Y) = - \sum_{m=1}^M H(X|y_m) \times p(y_m) \quad (4)$$

gdzie:

M – ilość stanów zmiennej symptomu Y (np. korozja);

$p(y_m)$  – prawdopodobieństwo a priori stanu  $y_m$ ;

$H(X|y_m)$  – entropia zmiennej diagnostycznej przy danym stanie  $y_m$  zmiennej symptomu.

W tym momencie możemy zdefiniować redukcję entropii jako rezultat obserwacji zmiennej symptomu Y:

$$\delta H(X|Y) = H(X) - H(X|Y) \quad (5)$$

Początkowa entropia dla stanu obiektu z przykładowej sieci Bayesa (rys. 1) – bazując na prawdopodobieństwach 0,6 dla wariantu stan obiektu jest dobry oraz 0,4 dla wariantu stan obiektu jest zły – wynosi:

$$H(X) = -(0,6 \times \log_2 0,6 + 0,4 \times \log_2 0,4) = 0,972$$

Entropia dla obserwacji dotyczącej sprawdzenia stanu korozji mostu wynosi:

$$H(X|korozja = tak) = -(0,25 \times \log_2 0,25 + 0,75 \times \log_2 0,75) = 0,815$$

$$H(X|korozja = nie) = -(0,923 \times \log_2 0,923 + 0,077 \times \log_2 0,077) = 0,396$$

$$H(X|korozja) = 0,48 \times 0,815 + 0,52 \times 0,396 = 0,597$$

$$\delta H(X|korozja) = 0,972 - 0,597 = 0,375$$

Entropia informacji przy zbadaniu ubytków betonowych części mostu wynosi:

$$H(X|ubytki = tak) = -(0,30 \times \log_2 0,30 + 0,70 \times \log_2 0,70) = 0,879$$

$$H(X|ubytki = nie) = -(0,80 \times \log_2 0,80 + 0,20 \times \log_2 0,20) = 0,72$$

$$H(X|ubytki) = 0,40 \times 0,879 + 0,60 \times 0,72 = 0,784$$

$$\delta H(X|ubytki) = 0,972 - 0,784 = 0,188$$

Symptom, który daje większą redukcję entropii jest bardziej efektywny z punktu widzenia minimalizacji niepewności zmiennej diagnostycznej. Dla przykładu powyżej większą redukcję daje sprawdzenie stanu korozji mostu.

### **Wnioski:**

Decyzje dotyczące eksploatacji obiektów budowlanych podejmowane są najczęściej w warunkach niepewności, czyli sytuacjach o nieznanym lub niezupełnie znanym możliwych wariantach zaistnienia danego stanu natury. Dlatego należy rozpatrywać możliwość zaistnienia



poszczególnych zdarzeń i wtedy wyznaczać prawdopodobieństwo ich zajścia. Ocena informacji diagnostycznej wspomagającej decyzje eksploatacji obiektów inżynierskich powinna uwzględniać różne kryteria. Jednym z ważniejszych punktów jest określenie parametrów jakie powinny być mierzone, ponieważ od tych decyzji zależy zarówno koszt eksploatacji jak i jakość, w tym także bezpieczeństwo użytkownika. W artykule pokazano dwie metody oceny wartości informacji. Wybór metody zależy od tego, czy chcemy maksymalizować użyteczność, czy też minimalizować niepewność zmiennej diagnostycznej.

#### **Spis rysunków:**

[Rys.1] Rysunek nr 1. Model sieci Bayesa dla mostu (Figure 1. Bayesian network model for bridge).

#### **Spis tablic:**

[Tab.1] Tablica nr 1. Tablica prawdopodobieństw warunkowych dla węzła korozja (Table 1. Conditional probabilities table for the node corrosion).

[Tab.2] Tablica nr 2. Macierz kosztów i zysków z powziętej decyzji (Table 2. Costs and benefits table of decisions).

#### **Literatura:**

- [1] Apollo Magdalena, Marian W. Kembłowski. 2015. „Observation value analysis – integral part of Bayesian diagnostics”. *Procedia Engineering* 123: 24-31. DOI:10.1016/j.proeng.2015.10.053.
- [2] Benjamin Jack, Carl A. Cornell. 1977. „Rachunek prawdopodobieństwa, statystyka matematyczna i teoria decyzji dla inżynierów”. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne. Warszawa.
- [3] Kjaerulff Uffe, Anders Madsen. 2008. „Bayesian Networks and Influence Diagrams. A Guide to Construction and Analysis”. Springer Science + Business Media. DOI:10.1007/978-0-387-74101-7.
- [4] Kucharek Małgorzata, Wiktor Treichel. 2006. „Zastosowanie entropii informacji do oceny sieci monitoringu jakości wód podziemnych”. *Ochrona Środowiska* nr 3: 45-49.
- [5] Singpurwalla Nozer. 2006. „Reliability and Risk A Bayesian Perspective”. John Wiley & Sons Ltd Chichester England. DOI: 10.1002/9780470060346.index.