

## SZACOWANIE NIEPEWNOŚCI ROZSZERZONEJ POMIARU MOCY CHWILOWEJ W UKŁADZIE DO DIAGNOSTYKI ŁOŻYSK

Ariel DZWONKOWSKI

Miejsce pracy Politechnika Gdańska, Wydział Elektrotechniki i Automatyki  
tel.: 58 347 1778 e-mail: ariel.dzwonkowski@pg.gda.pl

**Streszczenie:** W artykule przedstawiono zagadnienie dotyczące szacowania niepewności rozszerzonej w układzie do diagnostyki łożysk tocznych przy wykorzystaniu metody badawczej, opartej na pomiarze i analizie sygnału mocy chwilowej pobieranej przez silnik indukcyjny. Zaprezentowano metodologię oceny niepewności pomiarowej i przedstawiono przykładowe wyniki wykonanych analiz. Na tej podstawie sformułowano wnioski dotyczące możliwości wykorzystania układu przeznaczonego do diagnostyki łożysk w silnikach indukcyjnych z określoną dokładnością.

**Słowa kluczowe:** niepewność pomiaru, moc chwilowa, diagnostyka łożysk, układ pomiarowy.

### 1. WSTĘP

W silniku indukcyjnym uszkodzeniu mogą ulec elementy takie jak: łożyska, wał lub uzwojenia stojana czy wirnika. Ze względu na fakt, iż z danych statystycznych wynika, iż najczęściej awarie silników spowodowane są uszkodzeniami łożysk [1, 2], problematyka dotycząca oceny stanu technicznego łożysk jest ważna i stanowi główny element procesu nadzorowania pracy maszyn.

Do celów diagnostyki łożysk przeważnie wykorzystywane są znane i dopracowane metody oparte na pomiarach wibracji. Jednak w przypadkach, gdy bezpośredni dostęp do silników jest utrudniony wykorzystanie tych metod jest niemożliwe. W takich sytuacjach do oceny stanu technicznego łożysk można wykorzystać wartości parametrów energii elektrycznej zasilającej badane maszyny.

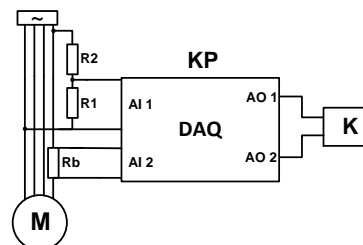
Diagnostykę tę można przeprowadzić w oparciu o metodę polegającą na pomiarze i analizie zmienności sygnału mocy chwilowej, wyznaczonej jako iloczyn wartości chwilowych natężenia prądu i napięcia zasilających silniki.

Istota tej metody polega na tym, iż kontakt uszkodzonego fragmentu łożyska z innym elementem łożyska powoduje chwilowy wzrost mocy pobieranej przez maszynę, co skutkuje pojawieniem się dodatkowych składowych harmonicznych widma [1]. Składowe te można wykorzystać jako symptom diagnostyczny, na podstawie którego możliwe jest dokonanie oceny stanu technicznego łożysk w maszynach indukcyjnych.

### 2. METODA POMIARU

Sposób przeprowadzania badań diagnostycznych uszkodzeń łożysk opiera się na wykorzystaniu mocy chwilowej, analizie widmowej uzyskanego sygnału oraz określeniu częstotliwości charakterystycznych dla uszkodzeń a następnie ich identyfikacji w widmie mocy chwilowej.

Pomiar mocy chwilowej przeprowadzany jest poprzez pobranie sygnału, będącego miarą natężenia prądu oraz napięcia zasilającego silnik indukcyjny. Proces kondycjonowania sygnału prądu realizowany jest przy wykorzystaniu bocznika o rezystancji  $R_b = 0,1 \Omega$  i klasie dokładności 0,02, natomiast kondycjonowanie sygnału napięcia realizowane jest przy użyciu dzielnika napięcia, zbudowanego z dwóch rezystorów, o wartościach rezystancji  $R_1 = 20 \text{ k}\Omega$  i  $R_2 = 10 \text{ M}\Omega$  i klasach dokładności odpowiednio 0,05 i 0,02. Następnie oba sygnały doprowadzane są do systemu pomiarowego, którego głównym elementem jest karta akwizycji danych NI PXI 4462 zainstalowana w kasecie pomiarowej NI PXI 1031. Sygnały z kasy pomiarowej przekazywane są do komputera PC, gdzie poddawane są analizie, przy użyciu oprogramowania opracowanego w środowisku LabVIEW o nazwie „Moc-Łożyska” [1]. Schemat układu pomiarowego przedstawiono na rysunku 1.



Rys. 1. Schemat blokowy stanowiska badawczego: M – maszyna badana,  $R_b$  – bocznik,  $R_1$ ,  $R_2$  – rezystory składające się na dzielnik napięcia, KP – kasecja pomiarowa, DAQ – karta akwizycji danych, K – komputer klasy PC wraz z oprogramowaniem [1]

Badano maszyny typu STG80X-4C o danych znamionowych:  $P_n = 1,1 \text{ kW}$ ,  $U_n = 400/230 \text{ V}$ ,  $I_n = 2,9/5 \text{ A}$ . Pomiary wykonano zarówno dla silników nieuszkodzonych, jak i z różnymi typami uszkodzeń łożysk.

### 3. SZACOWANIE NIEPEWNOŚCI POMIAROWEJ

Współcześnie w metrologii wymagane jest precyzowanie, jakiej niepewności pomiarowej można się spodziewać, dokonując badań w określonych warunkach.

Analiza metrologiczna systemu do diagnostyki łożysk, wykorzystującego sygnał mocy chwilowej miała na celu precyzowanie, jakiej niepewności pomiarowej należy oczekiwać, dokonując pomiarów przedstawioną metodą.

Szacowanie tej niepewności przeprowadzono przy uwzględnieniu wytycznych zawartych w Przewodniku GUM [3].

W wykorzystywanym do pomiarów mocy chwilowej  $p(t)$  układzie pomiarowym funkcję pomiaru przedstawia wzór:

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) \quad (1)$$

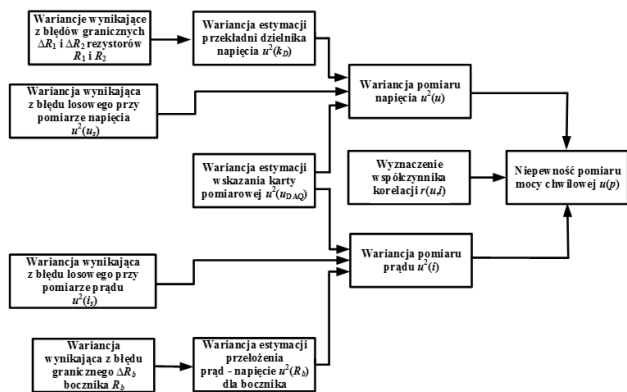
Ze względu na fakt, iż jest to pomiar pośredni [3], zgodnie z prawem propagacji niepewności, niepewność  $u(p)$  przedstawia zależność:

$$u(p) = \sqrt{\left(\frac{\partial p}{\partial u}\right)^2 u^2(u) + \left(\frac{\partial p}{\partial i}\right)^2 u^2(i) + 2 \frac{\partial p}{\partial u} \frac{\partial p}{\partial i} u(u)u(i)r(u, i)} \quad (2)$$

gdzie:  $u(u)$  - niepewność pomiaru napięcia,  $u(i)$  - niepewność pomiaru natężenia prądu,  $r(u, i)$  - współczynnik korelacji równy:

$$r(u, i) = \frac{u(u, i)}{u(u)u(i)} \quad (3)$$

Z powyższych rozważań wynika, iż w celu wyznaczenia niepewności pomiaru mocy chwilowej  $u(p)$  należy wyznaczyć trzy parametry: wariancję pomiaru napięcia  $u^2(u)$ , wariancję pomiaru natężenia prądu  $u^2(i)$  oraz współczynnik korelacji pomiędzy prądem i napięciem  $r(u, i)$ . Sposób postępowania przy wyznaczaniu tych wariancji przedstawiony jest na rysunku 2.



Rys. 2. Sposób postępowania przy wyznaczaniu niepewności pomiaru mocy chwilowej w opracowanym układzie pomiarowym

W celu oszacowania niepewności pomiaru napięcia należy wyznaczyć wariancję wynikającą z błędów losowych pomiaru napięcia a także wariancję związane z błędami granicznymi rezystorów i przekładni dzielnika napięcia oraz wariancję estymacji pomiaru napięcia kartą akwizycji danych. Natomiast aby oszacować niepewność pomiaru natężenia prądu należy wyznaczyć wariancję wynikającą z błędów losowych pomiaru natężenia prądu a także wariancję związane z błędem granicznym bocznika i przełożenia prąd/napięcie dla bocznika oraz wariancję estymacji pomiaru napięcia kartą akwizycji danych.

### 3.1. Niepewność pomiaru napięcia

Niepewność pomiaru napięcia metodą Typu A wyznaczono jako odchylenie wyników pomiarów od

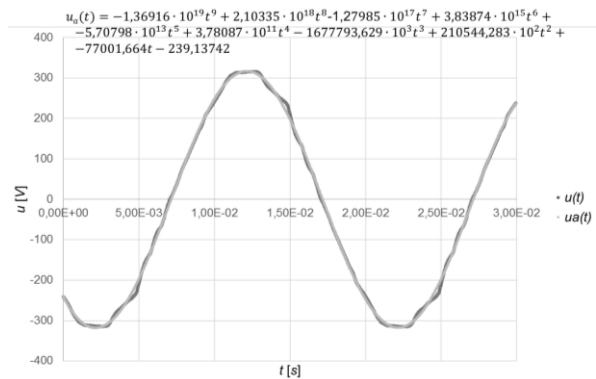
wielomianu aproksymującego [4, 5]. W pierwszym etapie metodą najmniejszych kwadratów dopasowano krzywą do punktów pomiarowych a następnie obliczono współczynniki wielomianu aproksymującego, wykorzystując jacobiany macierzy. Najlepsze rezultaty uzyskano dla wielomianów dziewiątego stopnia (współczynnik korelacji  $r^2 \approx 1$ ). Pozostałe wartości wyznaczono jako niepewność typu B, na podstawie danych podanych przez producenta w specyfikacji wykorzystanych rezystorów oraz karty akwizycji danych.

Niepewność pomiaru wynikającą z błędów losowych  $u_A(u)$  wynosi [4, 5]:

$$u_A(u) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2}{n-m-1}} \quad (4)$$

gdzie:  $\varepsilon_i$  - różnice pomiędzy prawdziwymi wartościami napięcia  $u_i$  a wartościami wielomianu aproksymującego,  $n$  - liczba punktów aproksymowanych,  $m$  - stopień wielomianu aproksymującego.

Na rysunku 3 przedstawiono przykładowe wyniki pomiaru napięcia  $u(t)$  dla silnika z uszkodzonym łożyskiem przy obciążeniu równym  $70\% I_n$  wraz z wyznaczonym wielomianem aproksymującym  $u_d(t)$ .



Rys. 3. Wyniki pomiaru napięcia  $u(t)$  dla silnika z uszkodzonym łożyskiem przy obciążeniu równym  $70\% I_n$

Następnie oszacowano niepewność metodą Typu A jako odchylenie wyników pomiarów od obliczonego wielomianu aproksymującym zgodnie z zależnością (4). W wyniku przeprowadzonych obliczeń uzyskano wartość tej niepewności  $u_A(u)$  równą 5,90 V.

Analogicznie postępowano przy wyznaczaniu niepewności metodą Typu A dla wszystkich uzyskanych wyników pomiarów napięcia.

W kolejnym etapie dokonano oszacowania niepewności metodą Typu B pomiaru napięcia, zgodnie z zależnością:

$$u_B^2(u) = \left(\frac{I}{k_D}\right)^2 u^2(u_{DAQ}) + \left(-\frac{u}{k_D}\right)^2 u^2(k_D) \quad (5)$$

gdzie:  $u_B^2(u)$  - wariancja pomiaru napięcia,  $u^2(u_{DAQ})$  - wariancja pomiaru napięcia kartą akwizycji danych,  $u^2(k_D)$  - wariancja estymacji przekładni dzielnika napięcia.

Estymata wariancji pomiaru napięcia  $u^2(u_{DAQ})$  została określona na podstawie danych dostarczonych przez producenta karty pomiarowej i wynosi:  $1,19 \cdot 10^{-13} \text{ V}^2$ .

Ponieważ przekładnia dzielnika napięciowego  $k_D$  dana jest wzorem [1]:

$$k_D = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad (6)$$

to wariancję estymacji przekładni dzielnika napięciowego przedstawia zależność:

$$u^2(k_D) = \left( \frac{R_2}{(R_1 + R_2)^2} \right)^2 u^2(R_1) + \left( -\frac{R_1}{(R_1 + R_2)^2} \right)^2 u^2(R_2) \quad (7)$$

Wariancje  $u^2(R_1)$  i  $u^2(R_2)$ , związane z błędami granicznymi  $\Delta R_1$  i  $\Delta R_2$  rezystorów  $R_1$  i  $R_2$  wyznaczono przy założeniu jednostajnego rozkładu prawdopodobieństwa:

$$u^2(R_1) = \left( \frac{\Delta R_1}{\sqrt{3}} \right)^2, \quad u^2(R_2) = \left( \frac{\Delta R_2}{\sqrt{3}} \right)^2 \quad (8)$$

Na podstawie powyższych zależności i informacji zaczerpniętych z podanej przez producenta specyfikacji użytych rezystorów oszacowano wartości poszczególnych składowych. Wariancje  $u^2(R_1)$  i  $u^2(R_2)$  są równe odpowiednio:  $33,30 \Omega^2$  i  $1,33 \cdot 10^6 \Omega^2$  a wariancja przekładni dzielnika napięciowego  $u(k_D)$  wynosi  $3,83 \cdot 10^{-13} \text{ V}^2/\text{V}^2$ .

Niepewność złożona pomiaru napięcia została obliczona na podstawie zależności [3, 5]:

$$u(u) = \sqrt{u_A^2(u) + u_B^2(u)} \quad (9)$$

Następnie dla współczynnika rozszerzenia  $k = 2$ , co odpowiada w przybliżeniu prawdopodobieństwu rozszerzenia wynoszącemu 95%, oszacowano niepewność rozszerzoną  $U_u$  pomiaru napięcia, korzystając z wzoru:

$$U_u = k \cdot u(u) \quad (10)$$

Na podstawie przeprowadzonych obliczeń sporządzono budżety niepewności pomiaru napięcia. Przykładowy budżet niepewności estymaty napięcia 230 V dla silnika z uszkodzonym łożyskiem przedstawiony jest w tabeli 1.

Tabela 1. Budżet niepewności estymaty napięcia 230 V

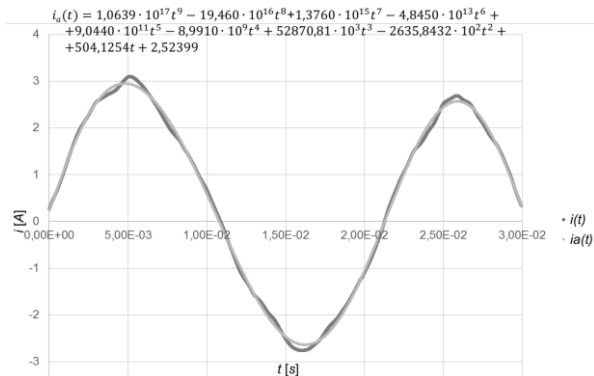
Wiel-kość $X_n$	Estymata wielkości $x_n$	Wariancja standardowa $u^2(x_n)$	Rozkład prawdopodobieństwa	Współczynnik wrażliwości $c_n$	Udział w wariancji złożonej $u^2(x_n)$
$u_s$	230,00 V	24,90 V <sup>2</sup>	normalny	1,00 V/V	24,90 V <sup>2</sup>
$u_{DAQ}$	0,46 V	1,19E-13 V <sup>2</sup>	prostokątny	501 V/V	29,9E-9 V <sup>2</sup>
$k_D$	0,002 V/V	3,83E-13 V <sup>2</sup> /V <sup>2</sup>	prostokątny	115230 V <sup>2</sup> /V	5,09E-3 V <sup>2</sup>
Niepewność standardowa $u(u)$					4,99 V
Niepewność rozszerzona $U(u)$					9,98 V

Na podstawie przeprowadzonych obliczeń wynik pomiaru napięcia przy założonym współczynniku rozszerzenia można zapisać jako:  $U = (230,00 \pm 9,98) \text{ V}$ .

### 3.2. Niepewność pomiaru natężenia prądu

Do oszacowania niepewności pomiaru natężenia prądu wykorzystano metodologię postępowania analogiczną jak w przypadku wyznaczania składowych niepewności pomiaru napięcia.

Na rysunku 4 przedstawiono wyniki pomiaru natężenia prądu  $i(t)$  dla silnika z uszkodzonym łożyskiem przy obciążeniu równym 70%  $I_n$  wraz z wyznaczonym wielomianem aproksymującym  $i_a(t)$ .



Rys. 4. Wyniki pomiaru natężenia prądu  $i(t)$  dla silnika z uszkodzonym łożyskiem przy obciążeniu równym 70%  $I_n$

Następnie, zgodnie z zależnością (4), oszacowano niepewność metodą Typu A pomiaru natężenia prądu, która dla omawianego przypadku wynosi  $u_A(i) = 72,80 \text{ mA}$ .

Analogicznie postępowano przy wyznaczaniu niepewności dla wszystkich wyników pomiarów prądu zasilającego badane maszyny.

Następnie dokonano oszacowania niepewności metodą Typu B pomiaru natężenia prądu, wykorzystując zależność:

$$u_B^2(i) = \left( \frac{I}{R_b} \right)^2 u^2(u_{DAQ}) + \left( -\frac{i}{R_b} \right)^2 u^2(R_b) \quad (11)$$

gdzie:  $u_B^2(i)$  – wariancja wyznaczona metodą Typu B pomiaru natężenia prądu,  $u^2(u_{DAQ})$  – wariancja pomiaru napięcia kartą akwizycji danych,  $u^2(k_D)$  – wariancja estymacji przekładni przełożenia prądu na napięcie.

Zakładając jednostajny rozkład prawdopodobieństwa wariancję estymacji przełożenia prądu na napięcie  $u^2(R_b)$  wyznaczono jako:

$$u^2(R_b) = \left( \frac{\Delta R_b}{\sqrt{3}} \right)^2 \quad (12)$$

gdzie:  $\Delta R_b$  – błąd graniczny bocznika.

Uwzględniając błąd graniczny bocznika, wynikający ze specyfikacji oszacowano wartość tej składowej wariancji, która wynosi  $u^2(R_b) = 13,3 \cdot 10^{-9} \Omega^2$ .

W kolejnym kroku wyznaczono niepewność złożoną pomiaru prądu na podstawie zależności:

$$u(i) = \sqrt{u_A^2(i) + u_B^2(i)} \quad (13)$$

Do wyznaczenia wariancji złożonej wykorzystano obliczenia wariancji pomiaru napięcia kartą akwizycji danych  $u^2(u_{DAQ})$ .

Następnie dla współczynnika rozszerzenia  $k = 2$ , co odpowiada w przybliżeniu prawdopodobieństwu rozszerzenia wynoszącemu około 95%, oszacowano niepewność rozszerzoną  $U_i$  pomiaru natężenia prądu, korzystając z wzoru:

$$U_i = k \cdot u(i) \quad (14)$$

Przykładowe wyniki obliczeń niepewności złożonej estymaty natężenia prądu o wartości 2,19 A dla silnika z uszkodzonym łożyskiem przedstawione zostały w tabeli 2.

Tabela 2. Budżet niepewności estymaty natężenia prądu 2,19 A

Wielkość $X_n$	Estymata wielkości $x_n$	Wariancja standardowa $u^2(x_n)$	Rozkład prawdopodobieństwa	Współczynnik wrażliwości $c_n$	Udział w wariancji złożonej $u_n^2(y)$
$i_s$	2,19 A	5,30E-3 A <sup>2</sup>	normalny	1,00 A/A	1,51E-3 A <sup>2</sup>
$u_{DAQ}$	0,26 V	1,19E-13 V <sup>2</sup>	prostokątny	10,0 A/V	1,19E-11 A <sup>2</sup>
$R_b$	0,10 V/A	1,33E-10 V <sup>2</sup> /A <sup>2</sup>	prostokątny	29,0 A <sup>2</sup> /V	1,12E-7 A <sup>2</sup>
Niepewność standardowa $u(i)$					72,80E-3 A
Niepewność rozszerzona $U(i)$					0,15 A

Na podstawie przeprowadzonych obliczeń wynik pomiaru natężenia prądu, przy założonym współczynniku rozszerzenia, można zapisać jako:  $I = (2,19 \pm 0,15)$  A.

### 3.3. Niepewność pomiaru mocy chwilowej

Niepewności  $u(p)$  pomiaru mocy chwilowej w układzie z bocznikiem i dzielnikiem napięcia została obliczona na podstawie zależności (2). Po uwzględnieniu współczynnika korelacji, który dla omawianego przypadku jest równy  $r(u, i) = -0,42$  oszacowana niepewność pomiaru mocy chwilowej wynosi  $u(p) = 16,28$  VA.

Następnie, dla współczynnika rozszerzenia  $k = 2$ , co odpowiada w przybliżeniu prawdopodobieństwu rozszerzenia wynoszącemu 95% [3], oszacowano niepewność rozszerzoną pomiaru mocy chwilowej, która wynosi  $U_p = 32,56$  VA. Na podstawie przeprowadzonych eksperymentów stwierdzono, iż oszacowana wartość niepewności pomiaru mocy chwilowej nie wpływa na trafność diagnoz dotyczących stanu technicznego łożysk – wyniki uzyskane z przedstawionego systemu pomiarowego każdorazowo potwierdzane były za pomocą systemu diagnostyki wibracyjnej. Wyniki uzyskane przy

wykorzystaniu obu metod zawsze potwierdzały występowanie identycznych uszkodzeń łożysk.

## 4. PODSUMOWANIE

W artykule przedstawiono sposób szacowania niepewności układu pomiarowego, zbudowanego z dzielnika napięcia oraz bocznika, który został wykorzystany do badań diagnostycznych łożysk w maszynach indukcyjnych.

Przeprowadzona analiza metrologiczna pozwala sprecyzować, jakiej niepewności pomiarowej można się spodziewać, dokonując badań diagnostycznych łożysk tocznych silników indukcyjnych w określonych warunkach, na stanowisku badawczym metodą pomiaru i analizy mocy chwilowej. Wynik pomiaru mocy chwilowej dla silnika z uszkodzonym łożyskiem przy wartości napięcia 230 V oraz wartości natężenia prądu 2,19 A można przedstawić jako:  $p = (503,70 \pm 32,56)$  VA.

Na podstawie przeprowadzonych obliczeń można stwierdzić, iż dominujący jest tu składnik losowy, dotyczący niepewności wyznaczonej metodą Typu A. Pomimo, iż niepewność pomiaru mocy chwilowej wynosi kilka procent wartości mierzonej zdaniem autora oszacowana niepewność pomiarowa nie stanowi przeszkody w wykorzystaniu tego układu do celów diagnostyki łożysk.

## 5. BIBLIOGRAFIA

1. Dzwonkowski A.: Metoda diagnostyki łożysk na podstawie analizy przebiegów prądu i napięcia zasilającego silnik indukcyjny Gdańsk, 2012. Rozprawa doktorska z dnia 17.04.2012.
2. Frosini L., Bassi E.: Stator current and motor efficiency as indicators for different types of bearing faults in induction motors, IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 57, no. 1, 2010.
3. Evaluation of measurement data — An introduction to the Guide to the expression of uncertainty in measurement and related documents, JCGM 104:2009.
4. Tomašević N., Tomašević M., Stanivuk T.: Regression analysis and approximation by means of Chebyshev polynomial, Informatologia 42, 2009., 3, 166-172.
5. Dzwonkowski A., Golijanek-Jędrzejczyk A., Rafiński L.: Szacowanie niepewności rozszerzonej pomiaru temperatury skóry człowieka podczas próby wysiłkowej, Zeszyty Naukowe Wydziału Elektrotechniki i Automatyki Politechniki Gdańskiej, nr. 47 (2015), s.51-54, s. 987-990. ISSN 0032-4140.

## EVALUATION OF THE EXTENDED UNCERTAINTY OF THE ROLLING BEARING DIAGNOSTIC SYSTEM

The paper presents the issue concerning the estimation of expanded uncertainty of the rolling bearings diagnostic system using the test method based on the measurement and analysis of signals instantaneous power consumed by the induction motor. The methodology for assessing the measurement uncertainty has been presented and examples of the analysis results have been given. The conducted metrological analysis allows to specify which measurement uncertainty can be expected while making a diagnostic of induction motors rolling bearings in specified conditions on a test bench with the use of a measurement and analysis method of instantaneous power. The uncertainty of measurement of instantaneous power the motor with a damaged bearing for a voltage of 230 V and a current of 2.19 A can be represented as:  $p = (503.70 \pm 32.56)$  VA. On the basis the conducted calculations it can be concluded that there is a dominant component of random concerning uncertainty Type A. Due to the fact that the value of uncertainty is of a few percent of the measured value, according to the author, the estimated measurement uncertainty does not prevent the use of this system for bearings diagnostics.

**Keywords:** measurement uncertainty, instantaneous power, bearing diagnosis, measuring system.