

**Michał Urbaniak**

Politechnika Gdańska, Wydział Inżynierii Lądowej i Środowiska  
Politechnika Warszawska, Wydział Transportu

**Ewa Kardas-Cinal**

Politechnika Warszawska, Wydział Transportu

## **MODELOWANIE REORGANIZACJI RUCHU W TRANSPORCIE SZYNOWYM ZWIĘKSZAJĄCEJ EFEKTYWNE WYKORZYSTANIE ENERGII Z HAMOWANIA ODZYSKOWEGO**

Rękopis dostarczono: m-c rok

**Streszczenie:** We wstępie artykułu przedstawiono metody wykorzystania energii elektrycznej odzyskanej w procesie hamowania elektrodynamicznego. Szczególną uwagę zwrócono na metodę zwrotu odzyskanej energii do sieci jezdnej i wykorzystania jej przez inne pojazdy szynowe, które efektywne zastosowanie niejednokrotnie wymaga reorganizacji ruchu.

W pracy przeanalizowano opisany w literaturze model organizacji ruchu w transporcie szynowym, który uwzględnia optymalizację efektywności hamowania odzyskowego poprzez reorganizację ruchu na sieci i umożliwia kooperację kilku pojazdów (znajdujących się w fazie poboru i oddawania energii elektrycznej do sieci jezdnej). Szczególną uwagę poświęcono formalizmowi matematycznemu modelu oraz uzasadnieniu wynikających z niego możliwości optymalizacji zużycia energii. Zaproponowano także modyfikację modelu w części dotyczącej energii zużywanej przez kooperujące pojazdy.

W podsumowaniu streszczono sposób działania modelu. Wskazano jego zalety, ale również możliwości dalszych zmian w poszukiwaniu bardziej efektywnej metody modelowania reorganizacji ruchu zwiększającej wykorzystanie energii z hamowania odzyskowego

**Słowa kluczowe:** transport szynowy, organizacja ruchu, modelowanie, hamowanie odzyskowe

### **1. WSTĘP**

Procesy transportowe zachodzące w obszarach europejskich metropolii są obecnie odpowiedzialne za około 25% całkowitego zanieczyszczenia powietrza dwutlenkiem węgla (CO<sub>2</sub>) w Unii Europejskiej (EU) [7]. Jeśli dodatkowo uwzględnimy zanieczyszczenie powietrza innymi toksycznymi związkami oraz duże natężenie ruchu środków transportu, procesy te stają się głównym problemem na gęsto zaludnionych terenach. Jednym

z głównych celów transportu jest poprawienie jakości życia społeczeństwa i ważne jest, aby negatywne skutki korzystania z niego nie przerosły korzyści [19].

Transport szynowy (kolej dalekobieżna, szybka kolej miejska, metro, tramwaje), dzięki dużym zdolnościom przepustowym, wysokiemu bezpieczeństwu oraz stosunkowo niskiej emisyjności zanieczyszczeń do środowiska, w porównaniu z innymi gałęziami transportu, jest jednym z rozwiązań umożliwiających ograniczenie wpływu mobilności społeczeństwa na otoczenie [8]. Dużą rolę odgrywa przy tym fakt, że obecnie większość nowoczesnego taboru trakcyjnego i spalinowo-elektrycznego wyposażona jest w napędy umożliwiające wykorzystanie hamowania odzyskowego [18].

W procesach odzysku i wykorzystania energii hamowania jednym z podstawowych zagadnień są metody zamiany wytracanej energii kinetycznej na energię elektryczną. Równie ważnym problemem, na którym skupiono się w obecnej pracy, są strategie optymalnego zarządzania odzyskaną energią. Do tych strategii należą między innymi [3, 19]:

- wykorzystanie odzyskanej energii na nietrakcyjne potrzeby pojazdu (np. ogrzewanie, oświetlenie, praca klimatyzacji),
- magazynowanie energii w zasobnikach pokładowych bądź stacjonarnych i późniejsze jej wykorzystanie [2, 13],
- transfer odzyskanej energii z powrotem do krajowej sieci energetycznej [1, 12, 20],
- transfer odzyskanej energii z powrotem do sieci jezdnej z uwzględnieniem kooperacji innych pojazdów mogących natychmiast pobrać zwróconą energię [9, 14, 15].

Wykorzystanie każdej z powyższych strategii w mniejszym bądź większym stopniu wiąże się z koniecznością reorganizacji ruchu i doбором optymalnych strategii jazdy pojazdu w celu zmaksymalizowania możliwej do odzyskania energii oraz optymalnego jej wykorzystania. Modelowanie procesu reorganizacji ruchu jest ważne zwłaszcza w kontekście stosowania strategii transferu odzyskanej energii bezpośrednio do sieci jezdnej. Związane jest to z koniecznością zsynchronizowania czasów poszczególnych faz jazdy (rozruchu, jazdy z prędkością ustaloną, wybiegu, hamowania) kooperujących ze sobą pojazdów.

Problem minimalizacji zużycia energii podczas przejazdu pojazdów szynowych poruszany był między innymi w pracach [2, 11, 12, 13]. Autorzy tych prac nie uwzględnili jednak w swoich badaniach możliwości natychmiastowego wykorzystania energii pochodzącej z hamowania odzyskowego. Taki sposób wykorzystania energii jest uwzględniony w modelach zaproponowanych przez innych autorów [6, 16, 17], w których fazy hamowania i rozruchu kooperujących pociągów są odpowiednio skoordynowane w celu optymalizacji zużycia energii.

Istnieje wiele modeli umożliwiających optymalizację parametrów jazdy pociągów na trasie w celu zminimalizowania zużycia energii trakcyjnej [6, 15, 16, 17]. W niniejszej pracy główną uwagę skupiono na przeanalizowaniu modelu i rozwiązania problemu optymalizacji efektywności wykorzystania energii pochodzącej z rekuperacji i natychmiastowemu wykorzystaniu jej przez inne pojazdy dzięki przesyłowi do sieci jezdnej. W kolejnym rozdziale przedstawiony został wybrany model optymalizacji strategii jazdy pojazdów szynowych z wykorzystaniem energii hamowania odzyskowego.

## 2. MODEL ORGANIZACJI RUCHU KOOPERUJĄCYCH POCIĄGÓW Z UWZGLĘDNIENIEM HAMOWANIA ODZYSKOWEGO

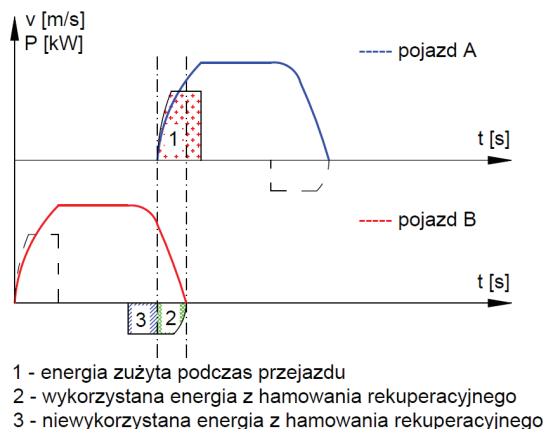
W niniejszej pracy analizowany jest model organizacji ruchu pociągów, zaproponowany przez Su, Tanga i Roberta [16]. Model ten dotyczy optymalizacji organizacji ruchu w celu obniżenia zużycia energii trakcyjnej kooperujących pociągów. Model ten został zastosowany do systemu kolejowego metra, w którym ze względu na wzrost cen energii oraz rosnące zanieczyszczenie powietrza efektywne wykorzystanie i zarządzanie energią elektryczną staje się coraz bardziej istotne. Autorzy niniejszego artykułu przedstawili udoskonaloną wersję modelu. W szczególności uściślono matematyczny formalizm modelu oraz uwzględniono energię zużytą na pokonanie oporów ruchu podczas kooperacji pociągów będących w fazie hamowania i rozruchu. Ponadto przedstawiono formalny dowód na to, że można zoptymalizować wykorzystanie energii pochodzącej z rekuperacji poprzez zmianę czasu odjazdu pociągów.

Największe zapotrzebowanie na moc i energię elektryczną występuje podczas prowadzenia rozruchu pojazdu szynowego (ruszania i przyspieszania). Potrzeby te można zmniejszyć poprzez odpowiednie zagospodarowanie energii pochodzącej z hamowania odzyskowego. Energia ta może być oddana z powrotem do sieci jezdnej i natychmiast wykorzystana przez inny pojazd bądź pojazdy znajdujące się w pobliżu. Zapotrzebowanie na energię elektryczną w takim przypadku będzie równe bilansowi energii potrzebnej na wykonanie danego przejazdu i możliwej do wykorzystania części energii odzyskanej z hamowania.

### 2.1. SFORMUŁOWANIE MODELU

Odzysk i wykorzystanie energii z hamowania elektrodynamicznego przy uwzględnieniu kooperacji kilku (co najmniej dwóch) pojazdów możliwy jest przede wszystkim w obrębie stacji i przystanków, gdzie najczęściej dochodzi do intensywnych procesów hamowania i rozruchu pojazdów [10]. W związku z tym możliwy jest przesył energii z rekuperacji pojazdu hamującego (pojazd B) poprzez sieć jezdnią do innego pojazdu ruszającego ze stacji (pojazd A) i tym samym zmniejszenie zapotrzebowania na energię rozruchu przekazywanej z podstacji trakcyjnej (rys. 1).





Rys. 1. Energetyczna kooperacja dwóch pojazdów w obrębie stacji / przystanku  
Źródło: opracowanie własne na podstawie [16]

Dla powyższej sytuacji funkcja optymalizująca (minimalizująca) rzeczywiste zużycie energii podczas przejazdu ma postać:

$$E_p = E - E_r, \quad (1)$$

gdzie  $E = E_a + E_b$  jest sumą energii trakcyjnych zużytych przez pojazdy A i B, zaś  $E_r$  jest wykorzystaną częścią energii odzyskanej podczas hamowania pojazdu B. Dla każdego z tych pojazdów energia zużyta w trakcie przejazdu w przedziale czasu  $[0, T]$  wyraża się przez całkę z mocy związanej z siłą trakcyjną:

$$E_m = \int_0^T \max\{u(t), 0\} v(t) dt = \int_0^T \frac{u(t) + |u(t)|}{2} v(t) dt \quad (m = a, b), \quad (2)$$

gdzie  $t$  oznacza czas. Równania ruchu pojazdu szynowego (równanie Newtona) można sformułować następująco:

$$\begin{cases} m \frac{dv}{dt} = u(t) - R_s(v) - R_g(x) \\ \frac{dx}{dt} = v(t), \end{cases} \quad (3)$$

gdzie siła  $u(t)$  działająca na pojazd jest siłą trakcyjną  $u = F(t)$  lub siłą hamowania  $u = -B(t)$ , w zależności od fazy ruchu.



Opory ruchu  $R_s(v)$  związane są głównie z siłami aerodynamicznymi i oddziaływaniem pomiędzy kołem a szyną. Ich zależność od prędkości jazdy  $v$  jest zazwyczaj opisywana funkcją kwadratową [6, 16, 17]:

$$R_s(v) = k_0 + k_1 v + k_2 v^2 \quad (4)$$

gdzie współczynniki  $k_0, k_1, k_2$  są związane z masą pociągu oraz parametrami opisującymi oddziaływanie koła z szyną.

Opory ruchu  $R_g(x) = mg p(x)$  zależą w prosty sposób od pochylenia  $p(x)$  linii kolejowej, które zmienia się wraz z aktualnym położeniem  $x$  wzdłuż toru. Pochylenie to jest zdefiniowane jako  $p = \Delta h / l$  przez różnicę wysokości  $\Delta h$  dwóch punktów toru odległych od siebie o  $l$ . Jest ono zazwyczaj wyrażane w promilach. Wówczas wyrażenie przyjmuje postać:  $R_g(x) = mg p(x) / 1000$ .

Wykorzystanie energii z rekuperacji jest ściśle związane z efektywną kooperacją hamujących i przyspieszających pociągów w chwili, gdy zakres napięcia w sieci oraz indukowanego w silniku podczas hamowania odzyskowego umożliwi wykorzystanie tej technologii. Jeśli żaden pojazd nie może natychmiast wykorzystać energii oddawanej do sieci w procesie rekuperacji, wówczas jest ona zamieniana na ciepło na rezystorach pokładowych lub znajdujących się w podstacji trakcyjnej i bezpowrotnie tracona [1]. Ponadto istotne jest, aby odległość między kooperującymi pojazdami nie była zbyt duża, gdyż powodowałoby większe straty podczas przesyłu energii wynikające z rezystancji przewodów jezdnych.

Jeżeli w chwili  $t$  energia zużywana w jednostce czasu (czyli moc) przez pojazdy w fazie rozruchu wynosi  $P_a(t)$ , natomiast energię możliwą do odzyskania (w jednostce czasu) podczas hamowania elektrodynamicznego oznaczymy jako  $P_{b,r}(t,s)$ , to wówczas odzyskana i wykorzystana energia z rekuperacji wyniesie:

$$E_r = \int_0^T \min\{P_a(t), P_{b,r}(t,s)\} dt. \quad (4)$$

Dla danych przebiegów prędkości pojazdów A i B:  $v_a = v_a(t)$  i  $v_b = v_b(t)$ , wielkości  $P_a(t) = F(t)v_a(t)$  i  $P_{b,r}(t,s) = \varphi(s)B(t)v_b(t)$  można wyznaczyć bezpośrednio z równania ruchu (3):

$$\begin{cases} P_a(t) = \left[ \frac{1}{2} m v_a^2(t + \Delta t) - \frac{1}{2} m v_a^2(t) + \Delta E_{strat,a} \right] / \Delta t, \\ P_{b,r}(t,s) = \varphi(s) \left[ \frac{1}{2} m v_b^2(t) - \frac{1}{2} m v_b^2(t + \Delta t) - \Delta E_{strat,b} \right] / \Delta t, \end{cases} \quad (5)$$



gdzie  $\Delta t$  jest krótkim odcinkiem czasu  $t$ , zaś  $\varphi(s)$  jest parametrem o wartościach z przedziału między 0 a 1, który określa efektywność transferu energii w zależności od odległości  $s$  pomiędzy kooperującymi pojazdami.

Energia zużyta przez pojazdy na pokonanie oporów ruchu wynosi:

$$\begin{aligned}\Delta E_{strat,a} &= [R_{s,a}(v_a) + R_{g,a}(x_a)] \Delta x_a, \\ \Delta E_{strat,b} &= [R_{s,b}(v_b) + R_{g,b}(x_b)] \Delta x_b,\end{aligned}\tag{6}$$

gdzie  $\Delta x_a = v_a \Delta t$  i  $\Delta x_b = v_b \Delta t$  są długościami odcinków toru, które przebyły odpowiednio: pojazd A będący w fazie rozruchu i pojazd B będący w fazie hamowania.

Energia  $\Delta E_{strat,a}$  oraz  $\Delta E_{strat,b}$  nie została uwzględniona w części formalizmu przedstawionego w pracach [16, 17] dotyczącej wykorzystania energii pochodzącej z rekuperacji.

## 2.2. OPTIMALIZACJA ZUŻYCIA ENERGII W SYSTEMIE METRA Z WYKORZYSTANIEM KOOPERACJI POCIĄGÓW - SFORMUŁOWANIE I ROZWIĄZANIE PROBLEMU

W systemie metra odległości między stacjami są stosunkowo niewielkie i wynoszą średnio około 1500 metrów, a częstotliwość występowania procesów hamowania oraz rozruchu jest wysoka, co znacząco wpływa na możliwość efektywnego wykorzystania energii z hamowania odzyskowego. Do określenia efektywności hamowania odzyskowego konieczne jest wyznaczenie rzeczywistego zapotrzebowania na energię podczas przejazdu oraz energii możliwej do odzyskania podczas hamowania elektrodynamicznego. Wartości te są ściśle uzależnione od przyjętej strategii prowadzenia pojazdu na danym odcinku (możliwość jazdy forsownej lub energooszczędnej) i narzuconego przez rozkład jazdy czasu przejazdu.

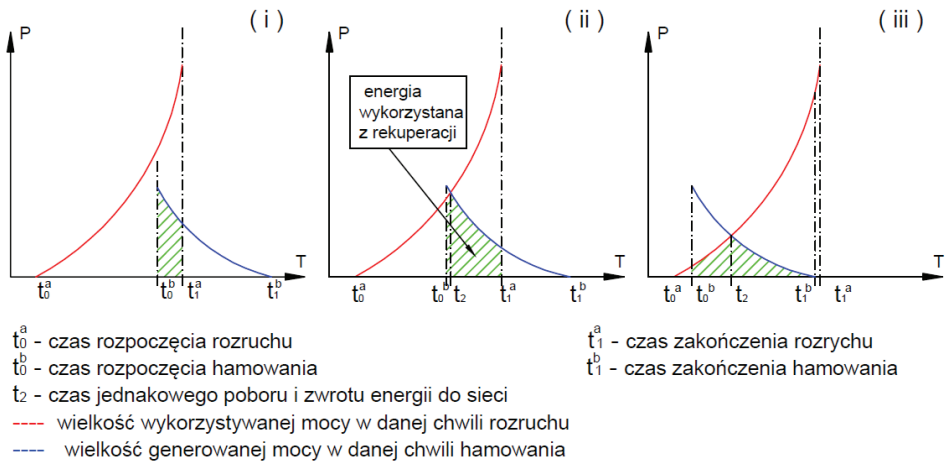
W celu maksymalnego wykorzystania rekuperowanej energii konieczne jest zsynchronizowanie pojazdów będących w fazie rozruchu i hamowania z zachowaniem rozkładowych czasów przyjazdów pojazdów na stacje. Może okazać się zatem niezbędne opóźnienie czasów wyjazdów ze stacji, które wiąże się z koniecznością skrócenia czasu przejazdu w celu zachowania ustalonej godziny przyjazdu na kolejną stację, co z kolei powoduje większe zużycie energii na trasie. Z drugiej strony opóźnienie wyjazdów pociągów ze stacji może dać szansę na lepsze (efektywniejsze) wykorzystanie energii odzyskanej podczas hamowania rekuperacyjnego innego pociągu. Istnieją zatem dwie sprzeczne funkcje celu składające się na globalną funkcję celu czyli rzeczywistego zużycia energii elektrycznej w trakcie przejazdu. Zagadnienie optymalizacji (minimalizacji) tej funkcji można badać przy użyciu przedstawionego wyżej modelu kooperacji pojazdów metra.

W celu wyznaczenia rzeczywistego zapotrzebowania na trakcyjną energię elektryczną w trakcie przejazdu w pierwszej kolejności należy określić profile prędkości hamujących



pociągów oraz wielkość energii możliwej do odzyskania w każdym przedziale czasu. Następnie przy danych czasach odjazdów należy obliczyć profile prędkości odjeżdżających pociągów oraz energię wymaganą do rozruchu w każdym wydzielonym przedziale czasu w ten sam sposób co energię trakcyjną potrzebną do wykonania przejazdu. W rezultacie korzystając z zależności (4) można wyznaczyć wykorzystaną energię pochodzącą z rekuperacji w każdym wydzielonym przedziale czasu.

Należy dodać, że osiągnięcie wyższych prędkości przejazdu wymaga dłuższego i intensywniejszego rozruchu, co wiąże się w większym poborem energii trakcyjnej. Jednocześnie należy podkreślić, że hamowanie z wyższych prędkości związane jest z wytracaniem większej energii kinetycznej, co z kolei umożliwia ilościowo większy odzysk. Dlatego właśnie najkorzystniejszym wariantem wydaje się taka sytuacja, gdy cała energia indukowana w silniku w początkowej fazie hamowania elektrodynamicznego może być zabsorbowana przez inny ruszający pojazd.



Rys. 2. Koordynacja czasów hamowania i rozruchu na stacji  
 Źródło: opracowanie własne na podstawie [16]

Specyfikę zależności pomiędzy różnymi wariantami czasów odjazdów ze stacji a możliwością kooperacji hamujących i przyspieszających pojazdów szynowych przedstawia rys. 2. W rozważanych przypadkach (i), (ii), (iii) jeden pociąg A jest w fazie rozruchu natomiast pociąg B w fazie hamowania. Czas rozpoczęcia ( $t_0^b$ ) i czas zakończenia ( $t_1^b$ ) hamowania pociągu B są takie same we wszystkich trzech przypadkach, natomiast zmienia się czas odjazdu (rozpoczęcia rozruchu)  $t_0^a$  pociągu A: jest on późniejszy w przypadku (ii) niż w przypadku (i) i jeszcze późniejszy w przypadku (iii). W wyniku zmiany czasu odjazdu  $t_0^a$  zmienia się wykorzystanie przez pociąg A energii odzyskanej podczas hamowania pociągu B.

W przypadku (i) przedstawionym na rys. 2 zapotrzebowanie na moc  $P_a(t) = P_a(t, t_0^a)$  potrzebną do rozruchu pojazdu przyspieszającego jest większe niż moc  $P_{b,r}(t, s)$  generowana w procesie rekuperacji przez pojazd hamujący. Zachodzi zatem  $P_a(t) > P_{b,r}(t, s)$ , w wyniku czego wykorzystana energia pochodząca z rekuperacji równa się zgodnie ze wzorem (4):

$$E_r = \int_{t=0}^T \min\{P_a(t, t_0^a), P_{b,r}(t, s)\} dt = \int_{t_0^b}^{t_1^a} P_{b,r}(t, s) dt . \quad (6)$$

W drugim przypadku, w którym czas rozpoczęcia rozruchu  $t_0^a$  pociągu A jest późniejszy w przypadku (i), w pewnym początkowym przedziale czasu  $[t_0^a, t_2]$  dostępna moc pochodząca z rekuperacji  $P_{b,r}(s, t)$  jest większa niż moc  $P_a(t)$  potrzebna do rozruchu pociągu A. W tym przedziale czasu pojazd A wykorzystuje jedynie część mocy pochodzącej z rekuperacji, aż do chwili, w której  $P_a(t_2) = P_{b,r}(t_2, s)$ . Wobec tego w przypadku (ii) wykorzystana przez pojazd A energia pochodząca z hamowania odzyskowego wynosi:

$$E_r = \int_{t_0^b}^{t_2} P_a(t, t_0^a) dt + \int_{t_2}^{t_1^a} P_{b,r}(t, s) dt . \quad (7)$$

W trzeciej rozważanej sytuacji (przypadek (iii)), gdy czas zakończenia rozruchu  $t_1^a$  pociągu A jest późniejszy niż czas zakończenia hamowania  $t_1^b$  pociągu B, wyrażenie (7) na wykorzystaną energię z rekuperacji ulega nieznacznej modyfikacji:

$$E_r = \int_{t_0^b}^{t_2} P_a(t - t_0) dt + \int_{t_2}^{t_1^b} P_{b,r}(t, s) dt . \quad (8)$$

Aby zbadać, jak energia  $E_r$  zmienia się wraz z czasem odjazdu  $t_0^a$  pociągu A, wyznaczamy jej pochodną  $dE_r / dt_0^a$ . W przypadku (i) pochodna ta, obliczona ze wzoru (6) i wynosi ona:

$$\frac{dE_r}{dt_0^a} = \frac{dE_r}{dt_1^a} \frac{dt_1^a}{dt_0^a} = \frac{dt_1^a}{dt_0^a} P_{b,r}(t_1^a, s) , \quad (9)$$

gdy pominiemy (słabą) zależność  $P_{b,r}$  od  $s$ . Ponieważ moc  $P_{b,r}$  jest dodatnia oraz zachodzi  $dt_1^a / dt_0^a > 0$  (gdyż  $t_1^a = t_0^a + \text{czas rozruchu}$ ), pochodna  $dE_r / dt_0^a$  jest dodatnia, co oznacza, że wykorzystana energia z rekuperacji  $E_r$  rośnie wraz z opóźnianiem czasu odjazdu  $t_0^a$  pociągu





A. Sytuacja ta może ulec zmianie, gdy opóźnienie czasu odjazdu  $t_0^a$  jest na tyle duże, że w początkowej części fazy rozruchu pobór mocy  $P_a$  przyspieszającego pociągu A jest mniejszy od dostępnej mocy  $P_{b,r}$  pochodzącej z rekuperacji, co odpowiada przypadkowi (ii) na rys. 2. Wówczas wykorzystana energia z rekuperacji  $E_r$  zależy od  $t_0^a$  zarówno poprzez czas  $t_1^a$  jak i czas  $t_2$  (w którym zachodzi zrównanie mocy  $P_a$  i  $P_{b,r}$ ), a także poprzez zależność samej mocy  $P_a$  od  $t_0^a$ . Moc ta jest bowiem funkcją różnicy czasów  $t - t_0^a$ , tzn.  $P_a(t, t_0^a) = \tilde{P}_a(t - t_0^a)$ . Wówczas zgodnie ze wzorem (8) otrzymujemy:

$$\begin{aligned} \frac{dE_r}{dt_0^a} &= \frac{dE_r}{dt_1^a} \frac{dt_1^a}{dt_0^a} + \frac{dE_r}{dt_2} \frac{dt_2}{dt_0^a} + \int_{t_0^b}^{t_2} \frac{d\tilde{P}_a(t - t_0^a)}{dt_0^a} dt = \\ &= P_{b,r}(t_1^a, s) \frac{dt_1^a}{dt_0^a} + [P_a(t_2, t_0^a) - P_{b,r}(t_2, s)] - \int_{t_0^b}^{t_2} \frac{d\tilde{P}_a(t - t_0^a)}{dt} dt \end{aligned} \quad (10)$$

skąd po uwzględnieniu relacji  $P_a(t_2, t_0^a) = P_{b,r}(t_2, s)$  oraz  $dt_1^a / dt_0^a \approx 1$  dostajemy:

$$\frac{dE_r}{dt_0^a} = P_a(t_0^b, t_0^a) - P_a(t_2, t_0^a) + P_{b,r}(t_1^a, s). \quad (11)$$

Biorąc pod uwagę fakt, że wraz ze wzrostem  $t_0^a$  moc  $P_a(t_0^b, t_0^a)$  maleje i zanika, gdy  $t_0^a = t_0^b$ , zaś moc  $P_{b,r}(t_1^a, s)$  jest stale mniejsza od mocy  $P_a(t_2, t_0^a) = P_{b,r}(t_2, s)$ , dochodzimy do wniosku, że dla czasów odjazdu  $t_0^a$  pociągu A późniejszych niż pewna chwila graniczna  $t^*$  pochodna  $dE_r / dt_0^a$  staje się ujemna. Dla  $t_0^a = t^*$  pochodna  $dE_r / dt_0^a$  zeruje się, co oznacza, że wykorzystana energia z rekuperacji  $E_r$  jest maksymalna dla czasu odjazdu  $t_0^a = t^*$ . Jest to jedyne maksimum energii  $E_r$ , gdyż dla czasów odjazdu  $t_0^a$  odpowiadających przypadkowi (iii) opisanego równaniem (8), rozważana pochodna tej energii równa się:

$$\frac{dE_r}{dt_0^a} = P_a(t_0^b, t_0^a) - P_a(t_2, t_0^a) \quad (12)$$

i jest ujemna. Innymi słowy, w tej sytuacji wykorzystanie energii z rekuperacji maleje tym bardziej im późniejszy jest odjazd ze stacji.

W ten sposób dochodzimy do wniosku, że ilość wykorzystanej energii pochodzącej z rekuperacji w pewnych przedziałach czasów hamowania i rozruchu może rosnąć (w przypadkach (i)-(ii)) lub maleć (w przypadkach (ii)-(iii)). Wartość wykorzystanej energii  $E_r$  pochodzącej z rekuperacji może być opisana funkcją unimodalną czasu odjazdu  $t_0^a$ , gdyż zachodzi:



$$\begin{cases} \frac{dE_r}{dt_0^a} > 0, & \text{gdy } t_0^a < t^* \\ \frac{dE_r}{dt_0^a} = 0, & \text{gdy } t_0^a = t^* \\ \frac{dE_r}{dt_0^a} < 0, & \text{gdy } t_0^a > t^* \end{cases} \quad (13)$$

Powyższy sposób analizy zależności energii  $E_r$  od czasu  $t_0^a$  różni się od toku postępowania przedstawionego w pracy [16]. Charakteryzuje się on bardziej ścisłym opisem matematycznym, choć ostatecznie prowadzi do tego samego wniosku.

Aby obliczyć rzeczywiste zużycie energii  $E_p = E - E_r$ , należy zwrócić uwagę, że zużycie energii  $E$  wzrasta wraz z opóźnieniem odjazdu pojazdu A, gdyż pojazd ten musi osiągnąć wyższą średnią prędkość przejazdu, aby przyjazd do następnej stacji nastąpił zgodnie z rozkładem jazdy. Zachodzi zatem:

$$\frac{dE}{dt_0^a} > 0, \quad (14)$$

skąd wynika, że rzeczywiste zużycie energii  $E_p$  może maleć lub rosnać wraz ze zmianą  $t_0^a$  w zależności od znaku pochodnej

$$\frac{dE_p}{dt_0^a} = \frac{dE}{dt_0^a} - \frac{dE_r}{dt_0^a}. \quad (15)$$

Powyższe rozumowanie (w szczególności wzory (13)-(15)) prowadzi do wniosku, że możliwe są dwa przypadki:

- 1)  $\frac{dE}{dt_0^a} > \frac{dE_r}{dt_0^a}$  dla każdego dopuszczalnego czasu odjazdu  $t_0^a$ ; wówczas zachodzi  $\frac{dE_p}{dt_0^a} > 0$ , co oznacza wzrost rzeczywistego kosztu energii trakcyjnej wraz z opóźnieniem odjazdu pociągu ze stacji. W tym przypadku pociąg powinien opuścić stację tak wcześnie jak jest to możliwe, aby zminimalizować rzeczywiste zużycie energii  $E_p$ .
- 2)  $\frac{dE}{dt_0^a} < \frac{dE_r}{dt_0^a}$  dla czasów odjazdu  $t_0^a$  wcześniejszych niż pewna chwila graniczna  $t^{**}$ ,  
zaś  $\frac{dE}{dt_0^a} > \frac{dE_r}{dt_0^a}$  dla  $t_0^a > t^{**}$ ; wówczas otrzymujemy:



$$\begin{cases} \frac{dE_p}{dt_0^a} < 0, & \text{gdy } t_0^a < t^{**} \\ \frac{dE_p}{dt_0^a} = 0, & \text{gdy } t_0^a = t^{**} \\ \frac{dE_p}{dt_0^a} > 0, & \text{gdy } t_0^a > t^{**} \end{cases} \quad (16)$$

W tym przypadku rzeczywiste zużycie energii trakcyjnej  $E_p$  będzie w pierwszym etapie mało, a następnie rosło wraz ze zwiększeniem opóźnienia czasu odjazdu pociągu ze stacji. Oznacza, to że optymalne (minimalne) rzeczywiste zużycie energii trakcyjnej  $E_p$  występuje dla czasu odjazdu  $t_0^a = t^{**}$ .

#### 4. WNIOSKI

W literaturze zostały opisane różne metody modelowania ruchu kolejowego opracowane w odpowiedzi na potrzeby zmniejszenia jego energochłonności. Część z nich dotyczy modelowania i optymalizacji profili prędkości w celu zmniejszenia zużycia energii trakcyjnej natomiast inna część modelowania reorganizacji ruchu z uwzględnieniem wykorzystania energii pochodzącej z rekuperacji – czego nie można odnaleźć w literaturze polskiej.

W rozważanym modelu możliwe jest osiągnięcie optymalnego zużycia energii przez kontrolę czasu odjazdu pojazdu. Rozwiązanie optymalne w tym modelu jest otrzymywane przy zastosowaniu metody równego podziału (bisekcji) [4, 5] do rozwiązania nieliniowego równania  $dE_p / dt_0^a = 0$ . Algorytm tego rozwiązania polega w pierwszym etapie na założeniu najwcześniejszego i możliwie najpóźniejszego czasu odjazdu pociągu ze stacji i wyznaczeniu gradientu rzeczywistego zużycia energii trakcyjnej dla tych dwóch czasów odjazdów. W przypadku gdy obie otrzymane wartości są dodatnie, co oznacza, że rzeczywiste zużycie energii trakcyjnej podczas przejazdu będzie rosło wraz z opóźnieniem odjazdu, najwcześniejszy możliwy czas odjazdu ze stacji jest rozwiązaniem optymalnym. W przeciwnym razie wyznaczamy optymalną wartość  $t_0^a$  zawężając stopniowo przedział czasów odjazdu przy użyciu metody bisekcji zastosowaną do funkcji  $dE_p / dt_0^a$ .

Przedstawiony model ma za zadanie wyznaczenie parametrów przejazdu umożliwiających kooperację pociągów przy optymalnym wykorzystaniu energii odzyskanej z hamowania rekuperacyjnego przez odpowiednie dostosowanie czasów odjazdów pociągów ze stacji. Metoda ta zakłada zachowanie rozkładowych czasów przyjazdów pociągów na stację i nie wpływa na ich punktualność.

Na podstawie wyników [16] pokazujących możliwość zmniejszenia o około 2,5% zużycia energii trakcyjnej w przypadku wprowadzenia rekomendowanych modyfikacji



w organizacji przejazdów pociągów metra na rzeczywistej trasie można stwierdzić, że działania dążące do reorganizacji ruchu na potrzeby efektywnego wykorzystania energii z rekuperacji są uzasadnione ekonomicznie. Wyniki te należałoby porównać z modelem zakładającym reorganizację ruchu przy sterowaniu czasami przyjazdu, co z punktu widzenia psychicznego komfortu pasażera i czasu zajętości torów stacyjnych wydaje się lepszym rozwiązaniem [10].

O ile sam model ruchu pojazdów wykorzystywany do symulacji przejazdu nie może ulec znacznym modyfikacjom, o tyle wyzwaniem jest opracowanie dokładnego, a zarazem prostego modelu kooperacji wielu hamujących i ruszających pociągów oraz algorytmu precyzyjnie i sprawnie wyznaczającego optymalne rozwiązanie – np. zaadoptowanie w tym celu algorytmu rojowego[21].

### Bibliografia

1. ABB, ENVILINE ERS - trakcyjny układ odzyskiwania energii. Rynek infrastruktury, dostęp on-line 25.09.2016: <http://www.rynekinfrastruktury.pl/wiadomosci/enviline-ers--trakcyjny-uklad-odzyskiwania-energii-13893.html>.
2. Barrero R., Tackoen X., van Mirelo J., Stationary or onboard energy storage systems for energy consumption reduction in metro network. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit 2010, nr 224, pp. 207-225.
3. Batty P., Gonzalez-Gil A., Palacin R., Powell J. P.: Energy-efficient urban rail systems: strategies for an optimal management of regenerative braking energy. Transport Research Arena, Paris 2014.
4. Burden R.L., Faires J.D.: The bisection algorithm. Numerical Analysis, PWS Publishers, Boston 1985.
5. Corliss G.: Which root does the bisection algorithm find? SIAM 1977 2/19, pp. 325-327.
6. De Martinis V., Gallo M.: Models and methods to optimize train speed profiles with and without energy recovery systems: a suburban test case. Procedia - Social and Behavioral Sciences 2013, vol. 87, pp. 222 – 233.
7. European Commission, Roadmap to a Single European Transport Area – Towards a competitive and resource efficient transport system. Dostęp on-line 03.04.2017: <http://eur-lex.europa.eu/legal-content/PL/TXT/PDF/?uri=CELEX:52011DC0144&from=EN>.
8. Friedrich R., Bickel P.: Environmental external costs of transport. Springer, Stuttgart 2013, pp. 11-18.
9. Jacyna M., Urbaniak M.: Wybrane zagadnienia optymalizacji organizacji ruchu kolejowego w celu minimalizacji kosztów zużycia energii. Prace Naukowe Politechniki Warszawskiej – Transport, z. 109, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2016, s. 45-58.
10. Jacyna M., Urbaniak M.: Organizacja ruchu pociągów w obrębie stacji a oszczędność energii. Materiały XXII Konferencji Naukowej Pojazdy Szynowe 2016, Instytut Pojazdów Szynowych "TABOR" w Poznaniu (CD).
11. Kwaśnikowski J.: Elementy teorii ruchu i racjonalizacji prowadzenia pociągów. Wydawnictwo Naukowe Instytutu Technologii Eksploatacji – PIB, Radom 2013, s. 43-47.
12. Ortega J. M., Ibaiondo H. Kinetic energy recovery on railway systems with feedback to the grid. 9th World Congress on Rail-way Research – WCRR 2011, Lille, France.
13. Pawełczyk M., Rozwój systemów wykorzystujących akumulację energii w transporcie szynowym. Technika Transportu Szynowego 2011, nr 10/2011, s. 41-46.
14. Pazdro P., Koncepcja ruchowej optymalizacji efektywności hamowania odzyskowego. Technika Transportu Szynowego – Eksploatacja 2003, nr 1-2/2003, s. 62-64.
15. Pena Alcaraz M., Fernandez A., Cucala A. P., Ramos A., Pecharroman R. R., Optimal underground timetable design based on power flow maximizing the use of regenerative-braking energy. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit, nr 226, pp. 397-408.
16. Su S., Tang T., Roberts C.: A Cooperative Train Control Model for Energy Saving. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems 2015, volume: 16, issue: 2, pp. 622-631.



17. Su S., Tao T., Wang Y.: Evaluation of Strategies to Reducing Traction Energy Consumption of Metro Systems Using an Optimal Train Control Simulation Model. *Energies* 2016, 9(2), no. 105
18. Szelaĝ A.: Efektywność hamowania odzyskowego w zelektryfikowanym transporcie szynowym. *Pojazdy Szynowe* 4/2009.
19. Urbaniak M., Jacyna M., Kardas-Cinal E.: Metody wykorzystania rekuperacji w transporcie szynowym. *Technika Transportu Szynowego* 12 (273), Radom 2016, s. 355-359.
20. Warin Y., Lanselle R., Thiounn M., Active substation. 9th World Congress on Railway Research – WCRR 2011, Lille, France.
21. Yang XS.: Firefly Algorithms for Multimodal Optimization. In: Watanabe O., Zeugmann T. (eds) *Stochastic Algorithms: Foundations and Applications. SAGA 2009. Lecture Notes in Computer Science*, vol 5792. Springer, Berlin, Heidelberg, pp. 169-178.

### MODELING OF TRAFFIC REORGANIZATION IN RAIL TRANSPORT INCREASING EFFICIENT ENERGY USE OF RECOVERY BRAKE

**Summary:** In the introduction the methods of using regenerative energy from electrodynamic braking are presented. Special attention is paid to the method based on the return of recovered energy to the catenary and transferring it to other accelerating rail vehicles, which often requires traffic modification for effective application. In the article we discuss literature approaches to traffic control model of rail transport, which include module for optimization of the efficiency of regenerative braking by modifying the traffic on the network and enabling cooperation of several vehicles (which are in braking or accelerating phases). Analyzing the selected model, we paid main attention to mathematical formalism, modification and clarification of this description. In the conclusion the way the model action was summarized. The advantages and the possibility of modification of this model were indicated.

**Keywords:** railway transport, traffic organization, modeling, regenerative braking

