

## WYZNACZENIE PARAMETRÓW MODELU MATEMATYCZNEGO TRANSFORMATORA ŚREDNIEJ CZĘSTOTLIWOŚCI

Michał MICHNA<sup>1</sup>, Andrzej WILK<sup>2</sup>, Maciej KOLINCIO<sup>3</sup>

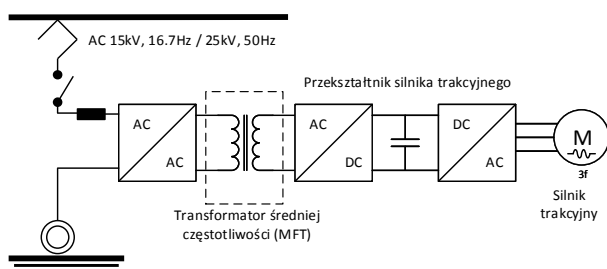
1. Politechnika Gdańska, Wydział Elektrotechniki i Automatyki  
tel.: (48) 58 347 29 79 e-mail: michal.michna@pg.gda.pl
2. Politechnika Gdańska, Wydział Elektrotechniki i Automatyki  
tel.: (48) 58 347 10 87 e-mail: andrzej.wilk@pg.gda.pl
3. Politechnika Gdańska, Wydział Elektrotechniki i Automatyki  
tel.: (48) 58 347 16 67 e-mail: maciej.kolincio@pg.gda.pl

**Streszczenie:** W artykule przedstawiono wyniki badań eksperymentalnych transformatora średniej częstotliwości. Obiektem badań był prototyp transformatora jednofazowego z rdzeniem wykonanym z prostokątnościennych elementów ferrytowych i uzwojeniami wykonanymi z przewodów Litz'a. Badania przeprowadzono w celu wyznaczenia parametrów modelu matematycznego transformatora. Zakres badań obejmował wyznaczenie pętli histerezy magnetycznej oraz pomiar impedancji uzwojenia. Pętlę histerezy odwzorowano za pomocą statycznego modelu Preisacha ze sprzężeniem zwrotnym.

**Słowa kluczowe:** transformator średniej częstotliwości, rdzeń ferrytowy, pętla histerezy magnetycznej, uzwojenie Litz'a.

### 1. WSTĘP

Transformatory średniej częstotliwości (ang. Medium Frequency Transformer MDF) znajdują zastosowanie w nowoczesnych układach przekształtnikowych jako stopień pośredni AC-AC. Zastosowanie transformatorów średniej i wysokiej częstotliwości pozwala znacznie zmniejszyć gabaryty transformatora przy zachowaniu wysokiej sprawności całego układu. Transformatory tego typu znajdują zastosowanie np. w układach trakcyjnych [1, 2], w inteligentnych sieciach dystrybucyjnych typu Smart Grid [3–5], w przekształtnikach DC-DC typu DAB (ang. Dual Active Bridge) stosowanych w szybkich ładowarkach samochodów elektrycznych [4]. Na rysunku 1 przedstawiono główne elementy nowoczesnego trakcyjnego układu napędowego.



Rys. 1. Zastosowanie transformatora średniej częstotliwości w nowoczesnym trakcyjnym układzie napędowym

Stopień wejściowy stanowi przekształtnik AC-AC wysokiego napięcia, który przekształca napięcia o niskiej częstotliwości do poziomu średnich częstotliwości (do kilkudziesięciu kHz). Transformator średniej częstotliwości stanowi główny element przekształtnika dopasowujący napięcie do poziomu odpowiedniego do zasilania silnika trakcyjnego [2]. Zastąpienie transformatora niskiej częstotliwości transformatorem MDF pozwala zmniejszyć gabaryty i masę układu napędowego (około 30%) przy zwiększeniu mocy układu i zmniejszeniu strat (około 50%) [2, 6].

Wraz ze wzrostem zainteresowania zastosowaniem transformatorów średniej i wysokiej częstotliwości zwiększa się liczba prac badawczych związanych z optymalizacją ich konstrukcji. Główna tematyka badań koncentruje się nad zastosowaniem nowych materiałów magnetycznych i przewodzących oraz nowymi strukturami magnetycznymi MDF w celu ograniczenia strat i zwiększenia gęstości mocy [7]. Prace te wymagają opracowania nowych modeli symulacyjnych umożliwiających między innymi poprawne odwzorowanie nieliniowości obwodu magnetycznego oraz pętli histerezy. Analizę MDF przeprowadza się zarówno w oparciu o modele obwodowe [8] jak i modele polowe [9]. W KEiME rozwija się koncepcję analizy stanów pracy transformatora w oparciu o dokładny model obwodowy ujmujący zjawisko histerezy magnetycznej [10, 11]. Istotnym etapem tej analizy jest wyznaczenie parametrów modelu MDF sprzężonego ze statycznym modelem histerezy opartym na teorii Preisacha.

W artykule przedstawiono wyniki badań eksperymentalnych prototypowego transformatora jednofazowego średniej częstotliwości. Prototyp MDF składa się z rdzenia ferrytowego oraz dwóch uzwojeń nawiniętych z przewodów Litz'a. Zakres badań eksperymentalnych obejmował wyznaczenie charakterystyki magnesowania oraz pomiar impedancji uzwojenia. Charakterystykę magnesowania odwzorowano za pomocą statycznego modelu histerezy magnetycznej opartego na teorii Preisacha. Wyniki symulacji pętli histerezy porównano z wynikami pomiarów.

## 2. BUDOWA TRANSFORMATORA

Gabaryty transformatora można oszacować na podstawie zależności:

$$A_c A_w = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \frac{P}{k_w J_{rms} B_m f} \quad (1)$$

gdzie:  $A_c$  – pole przekroju rdzenia,  $A_w$  – pole przekroju zajmowane przez uzwojenia,  $P$  - moc transformatora,  $k_w$  - współczynnik wykorzystania uzwojenia,  $J_{rms}$  - gęstość prądu,  $B_m$  - wartość maksymalna indukcji w rdzeniu transformatora,  $f$  - częstotliwość.

Z zależności (1) wynika, że zmniejszenie wymiarów zewnętrznych i masy transformatora można uzyskać przez zwiększenie gęstości prądu (lepsze chłodzenie), zwiększenie maksymalnej indukcji (lepsze materiały magnetyczne miękkie do budowy rdzenia transformatora) lub zwiększenie częstotliwości napięcia. Znaczne zwiększenie częstotliwości pracy transformatora wiąże się ze zwiększeniem strat w rdzeniu (pętla histerezy, prądy wirowe) oraz w uzwojeniach (efekty naskórkowości i zbliżenia). Organicznie strat mocy w MDF uzyskuje się przez zastosowanie odpowiednich materiałów do budowy rdzenia magnetycznego oraz uzwojeń.

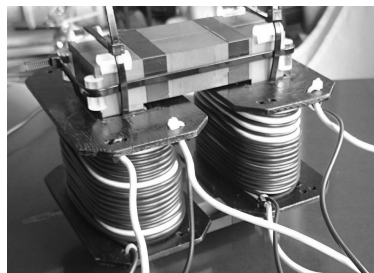
Rdzenie transformatorów średniej i wysokiej częstotliwości wykonywane są z materiałów o specjalnych właściwościach magnetycznych i dielektrycznych. Do najczęściej wykorzystywanych w budowie transformatorów należą rdzenie ferrytowe (ceramika stanowiąca mieszaninę tlenku żelaza z tlenkami cynku i manganu), rdzenie proszkowe, amorficzne oraz materiały nanokrystaliczne. Rdzenie wykonane z ferrytów charakteryzują się wysoką wartością przenikalności magnetycznej oraz indukcją nasycenia powyżej 350 mT przy zachowaniu stosunkowo niskiej ceny.

Projektując transformator jednofazowy średniej częstotliwości przyjęto założenie, że jego konstrukcja powinna być rozłączna, umożliwiającą łatwe wprowadzanie zmian w budowie rdzenia. Takie podejście umożliwi badanie wpływu rozmieszczenia elementów rdzenia transformatora, zwłaszcza zastępczych szczelin powietrznych, na jego parametry. Prototyp transformatora ma budowę płaską, dwukolumnową z dwoma uzwojeniami wykonanymi z przewodu Litz'a. (rys. 2).

Rdzeń transformatora złożono z 8 ferrytowych profili prostokątnych o wymiarach 25x25x100 mm. Rdzenie wykonane przez firmę Ferroxcube z materiału o oznaczeniu 3C90. Otrzymano jednakowy przekrój kolumn oraz jarzm transformatora wynoszący  $A_{jr}=1,25 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$ . Technologia wykonania profili ferrytowych pozwala uzyskać tolerancję wymiarów na poziomie 0,2 mm. Przy składaniu rdzenia z wielu profili powstają nierównomierne szczeliny powietrzne. W celu prawidłowego ułożenia i unieruchomienia profili zastosowano specjalne plastikowe profile oraz opaski zaciskowe. Prototyp MDF z nawiniętymi uzwojeniami pomocniczymi przedstawiono na rysunku 2.

W celu ograniczenia strat w uzwojeniach wykonano je z przewodu Litz'a w oplocie nylonowym firmy Rupalit AWG38 630x0,1. Nawinięto dwie cewki o liczbie zwojów  $N_1=15$  oraz  $N_2=30$  na specjalnie przygotowanych karkasach. Uzwojenie wtórne, z uwagi na większą liczbę zwojów, ułożone jest w dwóch warstwach. Należy zaznaczyć, że projekt tego transformatora nie miał na celu optymalizacji jego gęstości mocy. Jest to prototyp o konstrukcji rozłącznej

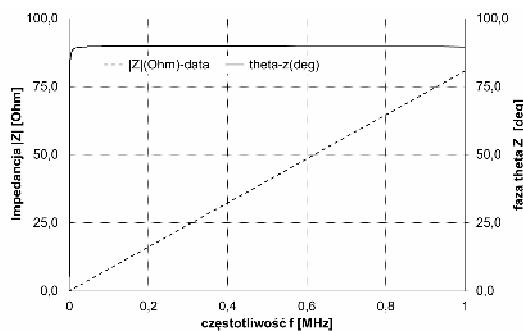
dla potrzeb dalszych badań wpływu szczelin powietrznych w narożnikach rdzenia na parametry MDF.



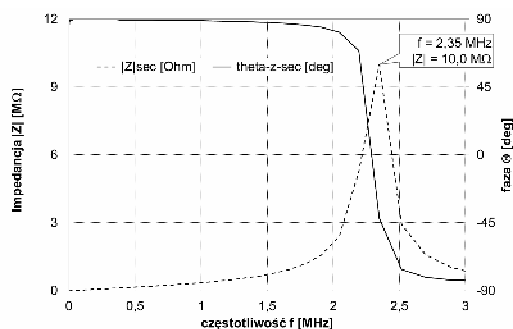
Rys. 2. Budowa prototypowego transformatora jednofazowego średniej częstotliwości z nawiniętymi uzwojeniami pomocniczymi

## 3. IMPEDANCJA UZWOJEŃ

Pomiar impedancji cewek wykonano dla uzwojeń umieszczonych na karkasie bez rdzenia ferromagnetycznego za pomocą analizatora impedancji Keysight E4990A. Wyniki pomiaru impedancji uzwojenia pierwotnego i wtórnego przedstawiono odpowiednio na rysunkach 3 i 4.



Rys. 3. Wyniki pomiaru impedancji cewki uzwojenia pierwotnego: moduł impedancji – linia przerywana, faza – linia ciągła



Rys. 4. Wyniki pomiaru impedancji cewki uzwojenia wtórnego: moduł impedancji – linia przerywana, faza – linia ciągła

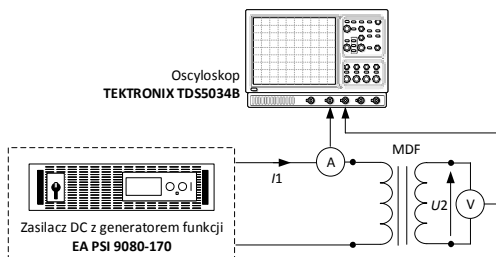
Rezystancje cewek przy zasilaniu prądem stałym zostały wyznaczone w oparciu o pomiar metodą techniczną i wynoszą odpowiednio dla uzwojenia pierwotnego  $R_{1dc}=15,5 \text{ m}\Omega$  oraz dla uzwojenia wtórnego  $R_{2dc}=29,7 \text{ m}\Omega$ .

Kształt charakterystyki impedancji uzwojenia wtórnego (rys. 4) wskazuje na rezonans równoległy, wynikający z faktu, że uzwojenie to jest nawinięte w dwóch warstwach.

## 4. CHARAKTERYSTYKA MAGNESOWANIA

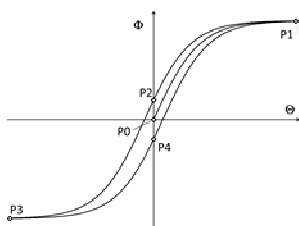
Pomiar charakterystyki magnesowania rdzenia magnetycznego wykonano w celu wyznaczenia współczynników funkcji dystrybucji Preisach do opisu

nieliniowego modelu matematycznego transformatora średniej częstotliwości. Do pomiaru charakterystyki magnesowania wykorzystano sterowany zasilacz prądu stałego dużej mocy z wbudowanym generatorem przebiegów funkcji firmy ELEKTRO-AUTOMATIK EA PSI 9080 – 170 (rys. 5).



Rys. 5. Układ laboratoryjny do pomiaru charakterystyki magnesowania prototypowego transformatora średniej częstotliwości

Zasilacz prądu stałego generuje przebieg trójkątny prądu o zadanej amplitudzie i niewielkiej częstotliwości (0,5-10 Hz). Niewielka stromość narastania przebiegu prądu ma ograniczyć wpływ indukowania się prądów wirowych na kształt charakterystyki magnesowania. Przed każdym cyklem pomiarów rdzeń transformatora jest rozmagnesowany przez zasilenie uzwojenia pierwotnego napięciem przemiennym o gasnącej amplitudzie. Każdy cykl pomiarów zawiera trzy etapy, w czasie których zmieniający się kierunek przepływu prądu  $I_1$ . Pozwala to zarejestrować kolejno przebiegi odpowiadające częścią pętli histerezy pomiędzy punktami P0-P2, P2-P3-P4, P4-P1-P2 (rys. 6).



Rys. 6. Teoretyczny kształt pętli histerezy magnetycznej z zaznaczonymi punktami zmiany kierunku prądu

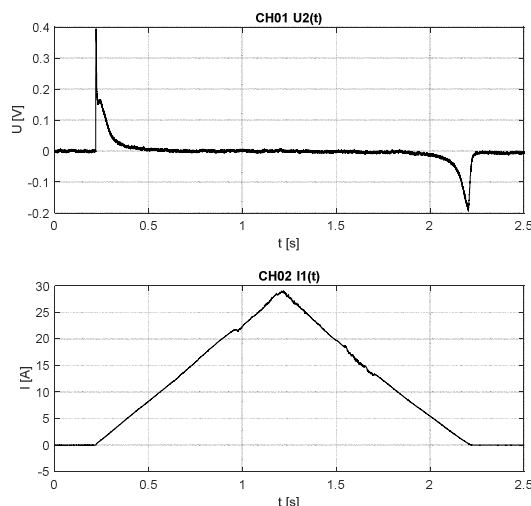
Przebieg prądu po stronie pierwotnej transformatora oraz napięcia po stronie wtórnej rejestrowany jest za pomocą oscyloskopu Tektronix TDS 5034B, sondy prądowej TCPA300 ze wzmacniaczem TCP312A oraz sondy napięciowej P5205.

Na rysunku 7 przedstawiono przebiegi prądu zasilającego uzwojenie pierwotne oraz napięcia indukowanego w uzwojeniu wtórnym transformatora. Na podstawie zarejestrowanego napięcia obliczany jest strumień skojarzony z uzwojeniem i wyznaczana jest charakterystyka magnesowania rdzenia transformatora jako zależność  $\Phi=f(\Theta)$ .

Ogólna postać modelu transformatora średniej częstotliwości zawiera matematyczną formułę modelu Preisacha ze sprzężeniem zwrotnym opisaną równaniami:

$$\Phi(t) = \iint_{\alpha \geq \beta} \mu[\alpha + \Theta_f(\Phi), \beta + \Theta_f(\Phi)] \gamma_{\alpha, \beta} [\Phi_m(t)] d\alpha d\beta, \quad (3)$$

$$\Theta_m(t) = \Theta(t) + \Theta_f(\Phi(t)), \quad (4)$$



Rys. 7. Wyznaczenie charakterystyki magnesowania: przebieg napięcia indukowanego w uzwojeniu wtórnym (u góry) oraz prądu w uzwojeniu pierwotnym (na dole).

Model histerezy magnetycznej oparty na teorii Preisacha został szerzej przedstawiony w publikacjach [10, 13]. Do analizy MDF zastosowano statyczny model histerezy, a wpływ prądów wirowych odwzorowano za pomocą dodatkowego obwodu zastępczego. W celu implementacji równań (3), (4) i (5) konieczna jest znajomość funkcji dystrybucji Preisacha (FDP)  $\mu(\alpha, \beta)$ . Zaproponowana FDP jest skończonym szeregiem funkcyjnym według wzoru

$$\mu(\alpha, \beta) = \sum_{n=1}^N \frac{A_n}{2\pi S_{x,n} S_{y,n}} \exp\left(\frac{-(\alpha + \beta)^2}{2S_{x,n}^2}\right) \exp\left(\frac{-(\alpha - \beta)^2}{2S_{y,n}^2}\right), \quad (5)$$

gdzie  $A_n, S_{x,n}, S_{y,n}$  są nieznanymi parametrami o wartościach charakterystycznych dla danego ferromagnetyka. Funkcja sprzężenia zwrotnego przyjęta w tym modelu jest wielomianem trzeciego stopnia

$$\Theta_f(\Phi) = K_1 \Phi + K_3 \Phi^3, \quad (6)$$

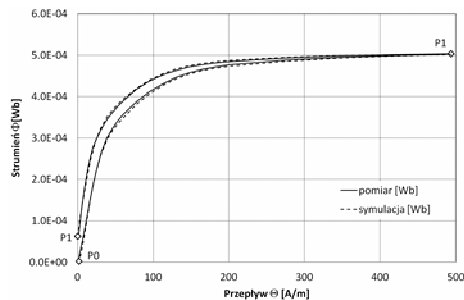
gdzie  $K_1, K_3$  są stałymi współczynnikami o nieznanych na wstępie wartościach, charakteryzującymi wpływ sprzężenia zwrotnego w materiale rdzenia na mechanizm histerezy.

Metoda wyznaczania wartości parametrów FDP oraz funkcji sprzężenia opiera się na wynikach pomiarów charakterystyki magnesowania [14]. Wartości wyznaczonych parametrów dla rdzenia prototypowego MDF podano w tablicy 1. Do poprawnej aproksymacji FDP wykorzystano jedynie trzy pierwsze  $n = 1, 2, 3$  wyrazy szeregu funkcyjnego (5).

W przypadku badanego rdzenia MDF poprawne odwzorowanie pętli histerezy nie wymagało zastosowania pętli sprzężenia zwrotnego. Wartości współczynników  $K_1, K_3$  w równaniu (6) przyjęto równe 0. Porównanie charakterystyki magnesowania zmierzonej i obliczonej na podstawie statycznego modelu histerezy magnetycznej Preisach'a przedstawiono na rysunku 8. W celu zwiększenia czytelności na rysunku 8 przedstawiono jedynie krzywą pierwotną (P0-P1) i krzywą opadającą (P1-P2) pętli histerezy w pierwszej ćwiartce układu współrzędnych.

Tablica 1. Wartości parametrów FDP,  $S_{x,n}$ ,  $S_{y,n}$  podane w A/m

$S_{x,1}$	$S_{x,2}$	$S_{x,3}$	$S_{y,1}$	$S_{y,2}$	$S_{y,3}$
160,6	34,3	495,2	22,2	8,0	121,4
$A_1$	$A_2$	$A_3$	$K_1$	$K_3$	
8,6e-4	9,4e-4	2,3e-4	0	0	



Rys. 8. Porównanie charakterystyki magnesowania zmierzonej i obliczonej na podstawie statycznego modelu histerezy magnetycznej Preisach

## 5. WNIOSKI KOŃCOWE

W artykule przedstawiono założenia dotyczące budowy prototypowego MDF oraz wyniki badań eksperymentalnych przeprowadzonych w celu wyznaczenia parametrów modelu matematycznego. Zmierzona impedancja uzwojenia wtórnego, wykazała istotny wpływ pojemności między dwoma warstwami tego uzwojenia. Pomiary pętli histerezy magnetycznej pozwoliły na wyznaczenie współczynników FDP. W przypadku badanego układu rdzenia magnetycznego MDF nie było konieczności zastosowania pętli sprzężenia zwrotnego. Wyniki symulacji pętli histerezy są zgodne z wynikami uzyskanymi na podstawie pomiaru. Opracowana procedura pomiarowa pozwala na skuteczne wyznaczenie pętli histerezy prototypowego transformatora.

Przedstawione wyniki badań stanowią istotny etap opracowania dokładnego modelu obwodowego MDF ujmującego statyczny model histerezy magnetycznej oparty na teorii Preisacha. Wyznaczone wartości współczynników FDP mogą zostać wykorzystane do opisu pętli histerezy transformatora o podobnej budowie z rdzenia wykonanego z ferrytu 3C90 dla różnych częstotliwości pracy MDF.

## 6. BIBLIOGRAFIA

1. Bednar B., Drabek P., Pittermann M.: The comparison of different variants of new traction drives with medium frequency transformer, International Symposium on Power Electronics, Electrical Drives, Automation and Motion (SPEEDAM), 2016, s. 1172–1177.
2. Carpita M., Pellerin M., Herminjard J.: Medium frequency transformer for traction applications making use of multilevel converter: small scale prototype test

results, International Symposium on Power Electronics, Electrical Drives, Automation and Motion (SPEEDAM), 2006, s. 1095–1100.

3. Adamowicz M.: Power Electronics Building Blocks for implementing Smart MV/LV Distribution Transformers for Smart Grid, Acta Energetica, 2014, nr 21, s. 61–13.
4. Leibl M., Ortiz G., Kolar J.W.: Design and Experimental Analysis of a Medium-Frequency Transformer for Solid-State Transformer Applications, IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics, 2017, t. 5, nr 1, s. 110–123.
5. Gammeter C., Krismer F., Kolar J.W.: Comprehensive Conceptualization, Design, and Experimental Verification of a Weight-Optimized All-SiC 2 kV/700 V DAB for an Airborne Wind Turbine, IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics, 2016, t. 4, nr 2, s. 638–656.
6. Steiner M., Reinold H.: Medium frequency topology in railway applications, 2007 European Conference on Power Electronics and Applications: 2007 European Conference on Power Electronics and Applications, 2007, s. 1–10.
7. Ortiz G., Biela J., Bortis D., Kolar J.W.: 1 Megawatt, 20 kHz, isolated, bidirectional 12kV to 1.2kV DC-DC converter for renewable energy applications, International Power Electronics Conference (ECCE ASIA), 2010, s. 3212–3219.
8. Musznicki P., Chrzan P.J., Rucinski M., Kolincio M.: Adaptive estimation of the transformer stray capacitances for DC-DC converter modelling, IET Power Electronics, 2016, t. 9, nr 15, s. 2865–2870.
9. Łyskawiński W.: Wiroprądowe straty mocy w transformatorze impulsowym, Zeszyty Naukowe Politechniki Poznańskiej. Elektryka, 2006, nr Nr 50, s. 107–118.
10. Wilk A., Michna M.: The dynamic model of magnetic hysteresis, IEEE International Conference on Industrial Technology (ICIT), 2015, s. 840–843.
11. Wilk A., Michna M.: Simulation of the remanence influence on the transient states in a single-phase multiwinding transformer, Archives of Electrical Engineering, 2017, t. 66, nr 1, s. 41–54.
12. Steinmetz C.P.: On the law of hysteresis, Proceedings of the IEEE, 1984, t. 72, nr 2, s. 197–221.
13. Wilk A.: Dynamiczny model histerezy magnetycznej, Zeszyty Naukowe Wydziału Elektrotechniki i Automatyki Politechniki Gdańskiej, 2014, t. 40, s. 137–140.
14. Wilk A.: Representation of magnetic hysteresis in tape wound core using feedback Preisach model, Zeszyty Naukowe Wydziału Elektrotechniki i Automatyki Politechniki Gdańskiej, 2013, t. 36, s. 175–178.

## PARAMETER DETERMINATION OF MEDIUM FREQUENCY TRANSFORMER MATHEMATICAL MODEL

The paper presents results of experimental research of a single phase medium frequency transformer. The research object was a prototype of a single-phase transformer with a core made of cuboids' ferrite elements and windings made of Litz round wire. The study was conducted to determine the parameters of the transformer mathematical model. The scope of the study included determination of magnetic hysteresis loop and measurement of winding impedance. The hysteresis loop was implemented in MDF model using a static Preisach model with feedback.

**Keywords:** medium frequency transformer, ferrite core, magnetic hysteresis loop, Litz wire.