

# Możliwości wydłużania krzywych przejściowych w układach geometrycznych torów

Władysław KOC<sup>1</sup>, Piotr CHROSTOWSKI<sup>2</sup>, Katarzyna PALIKOWSKA<sup>3</sup>

## Streszczenie

W artykule przedstawiono analizę problemu wydłużania krzywych przejściowych, wykorzystując do tego celu analityczną metodę projektowania. Podstawą analizy były obliczenia numeryczne przeprowadzone dla zestawu parametrów charakteryzujących standardowy układ geometryczny: krzywa przejściowa – łuk kołowy – krzywa przejściowa (w wersji niesymetrycznej). Ocenie poddano różnice rzędnych poziomych istniejącego układu oraz układu z wydłużonymi krzywymi przejściowymi. Analityczny model zawiera sformułowane zależności teoretyczne dla poszczególnych stref układu geometrycznego, z zachowaniem występującego promienia łuku kołowego oraz przy jego modyfikacji. Rozpatrzono kwestie wpływu wielkości promienia łuku kołowego i kąta zwrotu trasy na uzyskane efekty. Bazując na teoretycznych założeniach, opracowano efektywny algorytm numeryczny umożliwiający analizę wariantową wydłużenia krzywych przejściowych. Według tego algorytmu wyznaczono rozkłady różnic rzędnych osi toru i sprawdzono, jak kształtują się względne różnice analizowanego układu w procesie wydłużania krzywych przejściowych. Rozpatrywano możliwości modelowania rozkładu różnic położenia osi toru przez różnicowanie zasadniczego, tj. wyjściowego promienia łuku kołowego. Zaproponowano sposób wyznaczania wartości tego promienia na drodze optymalizacji. W tym celu zdefiniowano wskaźniki do oceny procesu oraz ograniczenia determinujące możliwość wykonania wygenerowanych wariantów projektowych.

**Słowa kluczowe:** tor kolejowy, układ geometryczny, wydłużanie krzywych przejściowych, analiza rzędnych poziomych

## 1. Wprowadzenie

Wydłużanie krzywych przejściowych jest typowym problemem występującym przy modernizacji linii kolejowych. Choć te linie najczęściej funkcjonują od bardzo dawna, wielokrotnie się zdarza, że promienie łuków poziomych umożliwiają podniesienie prędkości jazdy pociągów przez zwiększenie przechyłki, jednak rampy przechyłkowe okazują się wówczas za krótkie. Oznacza to zarazem konieczność wydłużenia istniejących krzywych przejściowych, co pociąga za sobą poziome przesunięcie całego układu geometrycznego. Ponieważ może to w konsekwencji oznaczać potrzebę przebudowy podtorza, należy dążyć do utrzymania niezbędnych przesunięć poprzecznych toru w określonych granicach.

W pracy [1], H. Bałuch poświęcił problemowi optymalizacji wydłużania krzywych przejściowych osobny rozdział. Przedstawił w nim szczegółowo dwa sposoby wydłużania omawianych krzywych, które potem znalazły zastosowanie w systemie diagnostyki przedmodernizacyjnej DIMO [2, 3]. Sposób polega-

jący na zmniejszeniu zasadniczego promienia łuku ma niewątpliwie swoje uzasadnienie, co znalazło potwierdzenie również w niniejszym artykule. Opisany problem był też podejmowany w pracach [9, 10].

Nowe możliwości analizy wydłużania krzywych przejściowych stwarza analityczna metoda projektowania [4, 5, 6]. W artykule przedstawiono wyniki obliczeń numerycznych przeprowadzonych z zastosowaniem algorytmów wymienionej metody dla wielu zestawów parametrów charakteryzujących układ geometryczny.

W analizie uogólnionego (niesymetrycznego) układu geometrycznego dodatkowo wykorzystano metody optymalizacyjne, stosowane w problematyce projektowania układów geometrycznych [14, 16, 17, 18].

## 2. Analiza standardowego układu geometrycznego

W pracy [7] rozpatrzono przypadek standardowego układu geometrycznego, składającego się z łuku

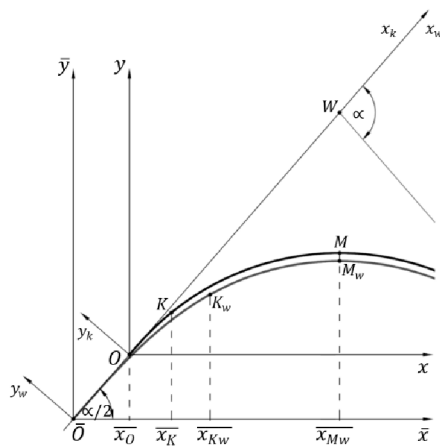
<sup>1</sup> Prof. dr hab. inż.; Politechnika Gdańska, Katedra Transportu Szynowego i Mostów; e-mail: kocwl@pg.gda.pl.

<sup>2</sup> Dr. inż.; Politechnika Gdańska, Katedra Transportu Szynowego i Mostów; e-mail: piotrchrost@gmail.com.

<sup>3</sup> Dr. inż.; Politechnika Gdańska, Katedra Transportu Szynowego i Mostów; e-mail: katpalik@pg.gda.pl.

kołowego i dwóch krzywych przejściowych tego samego rodzaju i o tej samej długości. Z uwagi na występującą symetrię, wystarczyło wziąć pod uwagę tylko połowę układu.

Proces wydłużania krzywej przejściowej ilustruje schemat przedstawiony na rysunku 1. Istniejąca krzywa przejściowa, biegnąca od punktu  $O$  do punktu  $K$ , jest zlokalizowana w układzie współrzędnych  $x, y$ . Żeby ją wydłużyć, należy przesunąć jej punkt początkowy w lewo, wzdłuż linii kierunku głównego trasy. Początek wydłużonej krzywej przejściowej  $\bar{O}$  wyznacza położenie jej układu współrzędnych  $\bar{x}, \bar{y}$ .



Rys. 1. Schemat ilustrujący proces wydłużania krzywej przejściowej w standardowym układzie geometrycznym [7]

Istniejąca krzywa przejściowa łączy się z łukiem kołowym w punkcie  $K$ , z zachowaniem warunku styczności. Wydłużona krzywa przejściowa łączy się stycznie z łukiem kołowym w punkcie  $K_w$ . Pomiedzy obiema krzywymi występuje różnica rzędnych poziomych. Wartość tej różnicy w rejonie końcowym, tj. pomiędzy punktami  $M$  i  $M_w$ , można zmniejszyć przez zmianę promienia łuku kołowego (wraz z ewentualną zmianą rodzaju krzywej przejściowej).

Analizę wydłużania krzywych przejściowych przeprowadzono z wykorzystaniem analitycznej metody projektowania. Odpowiednie zależności teoretyczne dla rozpatrywanego przypadku zostały przedstawione w pracy [6]. Istniejąca krzywa przejściowa w układzie współrzędnych  $x, y$  jest opisana równaniami parametrycznymi  $x_1(l)$  i  $y_1(l)$ , a łuk kołowy za pomocą funkcji jawnej  $y(x)$ . Wydłużona krzywa przejściowa jest opisana w układzie współrzędnych  $\bar{x}, \bar{y}$  równaniami parametrycznymi  $\bar{x}_2(l)$  i  $\bar{y}_2(l)$ , łuk kołowy zaś funkcją jawną  $\bar{y}(\bar{x})$ .

Analiza wydłużania krzywych przejściowych polega na ocenie różnic rzędnych poziomych istniejącego układu geometrycznego i układu zmodyfikowanego. Ponieważ cała procedura będzie się odbywać w układzie współrzędnych  $\bar{x}, \bar{y}$ , należy określić położenie istniejącej krzywej przejściowej (i łuku kołowego) w tym układzie.

Różnica rzędnych poziomych środka łuku kołowego pomiędzy układem istniejącym i układem z wydłużonymi krzywymi przejściowymi wynosi:

$$\Delta y_M = \bar{y}_M - \bar{y}_{M_w}. \quad (1)$$

Wartość  $\Delta y_M$  stanowi orientacyjny wskaźnik wielkości przesunięć poprzecznych istniejącego układu geometrycznego, jednak aby uzyskać pełny obraz sytuacji należy wyznaczyć różnice rzędnych na całej długości układu, tj. dla  $\bar{x} \in \langle 0, \bar{x}_{M_w} \rangle$ . Z tego względu w dalszej części artykułu wskaźnikiem przyjętym do opisu rozkładu przemieszczeń poprzecznych osi toru jest wskaźnik  $\Delta y$ .

Sposób postępowania jest zróżnicowany dla czterech przedziałów odciętej  $\bar{x} : \bar{x} \in \langle 0, \bar{x}_0 \rangle$ ,  $\bar{x} \in \langle \bar{x}_K, \bar{x}_{K_w} \rangle$  oraz  $\bar{x} \in \langle \bar{x}_{K_w}, \bar{x}_{M_w} \rangle$ . W przedziale  $\bar{x} \in \langle 0, \bar{x}_0 \rangle$  wykorzystuje się współrzędne punktów krzywej przejściowej  $\bar{x}_2(l)$  i  $\bar{y}_2(l)$  należących do tego przedziału i wyznacza się różnicę:

$$\Delta y^{(1)} = \bar{x}_2(l) \tan \frac{\alpha}{2} - \bar{y}_2(l). \quad (2)$$

W przedziale  $\bar{x} \in \langle \bar{x}_0, \bar{x}_K \rangle$  na drodze interpolacji wyznacza się rzędne istniejącej krzywej przejściowej  $\bar{y}_1^{int}$  dla odciętych  $\bar{x}_2(l)$  należących do tego przedziału. Różnica rzędnych wynosi:

$$\Delta y^{(2)} = \bar{y}_1^{int} - \bar{y}_2(l). \quad (3)$$

W przedziale  $\bar{x} \in \langle \bar{x}_K, \bar{x}_{K_w} \rangle$  oblicza się różnicę pomiędzy rzędnymi pierwotnego łuku kołowego wyznaczonymi dla odciętych  $\bar{x}_2(l)$  należących do tego przedziału i rzędnymi wydłużonej krzywej przejściowej:

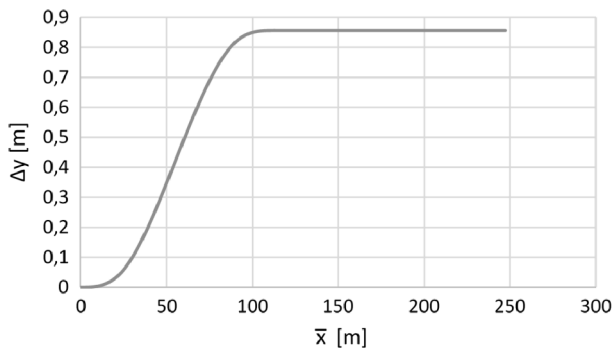
$$\Delta y^{(3)} = \bar{y}_{EK1}[\bar{x}_2(l)] - \bar{y}_2(l). \quad (4)$$

W przedziale  $\bar{x} \in \langle \bar{x}_{K_w}, \bar{x}_{M_w} \rangle$  różnica rzędnych dotyczy położenia łuku pierwotnego i łuku przesuniętego na skutek wydłużenia krzywych przejściowych:

$$\Delta y^{(4)} = \bar{y}_{EK1}(\bar{x}) - \bar{y}_{EK2}(\bar{x}). \quad (5)$$

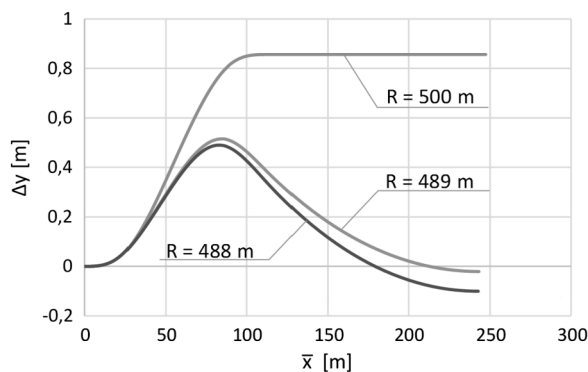
Na rysunku 2 pokazano wykres różnic rzędnych na długości zmodyfikowanego układu geometrycznego przy zachowaniu istniejącego promienia łuku kołowego  $R = 500$  (dla kąta zwrotu trasy  $\alpha = 45^\circ$ ). Jak widać, różnice rzędnych początkowo narastają łagodnie, a potem następuje ich gwałtowny przyrost, aby osiągnąć wartość stałą, charakteryzującą rejon przesuniętego – w wyniku wydłużenia krzywych przejściowych – łuku kołowego. Różnica ta występuje na znacznej długości, wyraźnie przekraczającej połowę długości całego układu geometrycznego.

Na tej podstawie można wysnuć wniosek, że wydłużanie krzywych przejściowych przy zachowaniu istniejącego promienia łuku kołowego nie jest rozwiązaniem korzystnym i promień ten powinien ulec zmianie, a ściślej mówiąc – zmniejszeniu. Podstawową kwestią staje się w tej sytuacji określenie stopnia tego zmniejszenia.



Rys. 2. Wykres różnic rzędnych na długości zmodyfikowanego układu geometrycznego dla  $R = 500$  m,  $l_k = 70$  m,  $l_w = 120$  m i  $\alpha = 45^\circ$  [7]

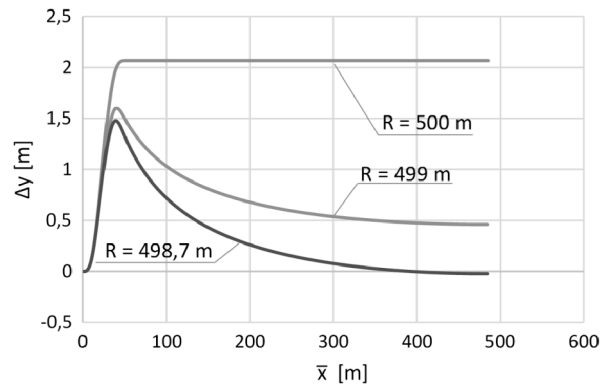
Zmniejszając stopniowo istniejący promień łuku kołowego  $R = 500$  m uzyskiwano coraz mniejsze wartości wskaźnika  $\Delta y_M$ . Pełny obraz sytuacji dają wykresy różnic rzędnych przedstawione na rysunku 3. Z rysunku tego jednoznacznie wynika, że zmniejszenie promienia łuku kołowego nie tylko wyraźnie zmniejsza – występującą lokalnie w rejonie końca istniejącej krzywej przejściowej – maksymalną wartość niezbędnego przesunięcia poprzecznego, ale przede wszystkim radykalnie redukuje przesunięcie samego łuku kołowego. Jako najbardziej korzystny należy uznać wariant z wykorzystaniem promienia  $R = 489$  m, wymagającego nieco większych przesunięć w rejonie końca istniejącej krzywej przejściowej niż ma to miejsce dla  $R = 488$  m, charakteryzującego się jednak mniejszymi przesunięciami na długości łuku kołowego.



Rys. 3. Wykresy różnic rzędnych na długości zmodyfikowanego układu geometrycznego dla  $R = 500$  m,  $489$  m i  $488$  m,  $l_k = 70$  m,  $l_w = 120$  m i  $\alpha = 45^\circ$  [7]

Zwiększenie kąta zwrotu trasy  $\alpha$  powoduje wzrost wartości różnic rzędnych poziomych. Widać to wy-

raźnie na rysunku 4, na którym przedstawiono wykresy różnic rzędnych na długości zmodyfikowanego układu geometrycznego dla promienia wyjściowego  $R = 500$  m oraz kąta zwrotu trasy  $\alpha = 135^\circ$ .



Rys. 4. Wykresy różnic rzędnych na długości zmodyfikowanego układu geometrycznego dla  $R = 500$  m,  $499$  m i  $498,7$  m,  $l_k = 70$  m,  $l_w = 120$  m i  $\alpha = 135^\circ$  [7]

Z analizy wynika, że nawet znaczne wydłużenie krzywych przejściowych, np. z  $70$  m do  $120$  m, nie musi wymagać aż tak dużych przesunięć poprzecznych całego układu geometrycznego, jak się powszechnie sądzi. Należy tylko w odpowiedni sposób zmniejszyć promień łuku kołowego. Dzięki temu następuje radykalne zmniejszenie koniecznych przesunięć poprzecznych toru, a w rejonie środkowym łuku staje się możliwe ich całkowite wyeliminowanie. Należy zauważyć, że wymagane zmniejszenie promienia łuku kołowego ogranicza się do niewielkiego zakresu – są to pojedyncze metry lub zaledwie dziesiąte części metra.

Przedstawione spostrzeżenia dotyczą symetrycznego układu geometrycznego. Z uwagi na ich istotne znaczenie, należy jeszcze poddać je weryfikacji przez rozpatrzenie przypadku uogólnionego, obejmującego występowanie zróżnicowanych długości krzywych przejściowych po obydwu stronach łuku kołowego.

### 3. Analiza uogólnionego (niesymetrycznego) układu geometrycznego

#### 3.1. Przyjęte założenia

W pracach [11, 12, 13] dokonano identyfikacji wybranych układów geometrycznych eksploatowanych linii kolejowych za pomocą techniki mobilnych pomiarów satelitarnych, określając rzeczywiste położenie osi toru w państwowym układzie odniesienia PUKG 2000. Badania wykazały, że występujące w terenie układy geometryczne nie odpowiadają stan-

standardowemu modelowi i są niesymetryczne, czyli że najlepiej dopasowane do rzeczywistości krzywe przejściowe mają z reguły różne długości. Stan ten wynika zapewne z procesu eksploatacji linii kolejowej, a szczególną rolę odgrywa tutaj stosowana procedura regulacji osi toru. W związku z tym, w dalszej części artykułu, analizą wydłużania krzywych przejściowych objęto niesymetryczny model układu geometrycznego. Stosowne zależności teoretyczne dla tego modelu zawiera praca [6], a odpowiedni program komputerowy przedstawiono w pracy [8].

Sposób wyznaczenia różnic rzędnych poziomych pomiędzy układem istniejącym i układem z wydłużonymi krzywymi przejściowymi jest analogiczny jak w przypadku układu standardowego. Należy jednak rozpatrywać całą długość układu, w związku z tym liczba stref ulega podwojeniu. W zastosowanym algorytmie obliczeniowym różnice rzędnych są obliczane z zadaniem krokiem przez porównywanie układu projektowanego z układem istniejącym o zdefiniowanych parametrach geometrycznych. Układem odniesienia nie musi być teoretyczny przebieg osi toru, lecz jej położenie zidentyfikowane na drodze pomiarów

polowych. Proces obliczeniowy przeprowadzono wykorzystując środowisko SciLab [15].

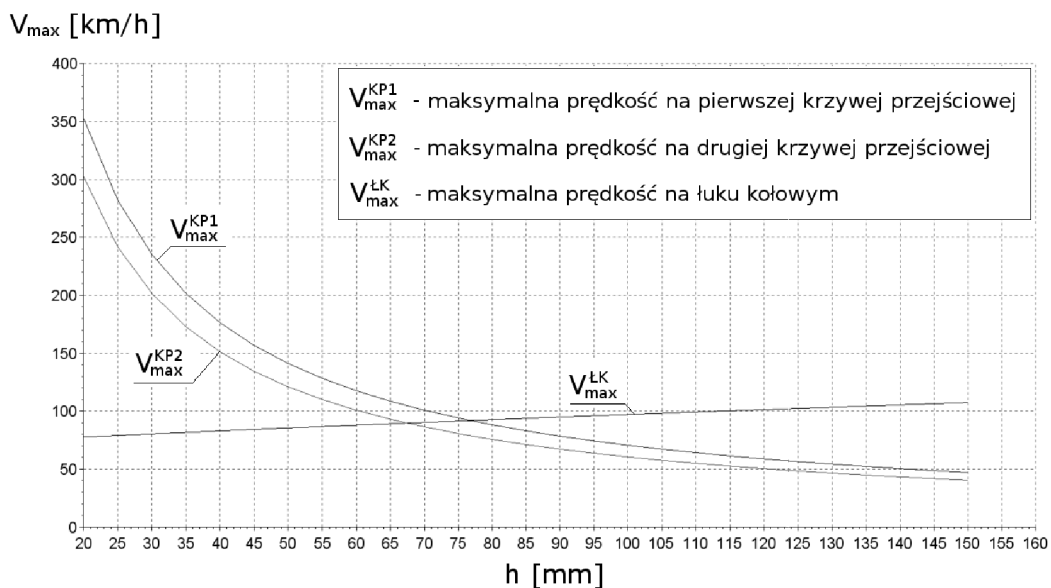
Obliczenia numeryczne przeprowadzono dla układów testowych, których parametry geometryczne zawiera tablica 1. Przyjęto dwa warianty kąta zwrotu trasy – 60 i 120 stopni, gdyż – jak wykazano w pracy [7] – parametr ten istotnie wpływa na wartości różnic rzędnych osi toru. Analizowane układy geometryczne wykazują jedną wspólną cechę polegającą na tym, że ograniczenie prędkości jazdy pociągów na danym układzie (czyli wartość  $V_{\max}$ ) wynika z długości istniejących krzywych przejściowych. Na wykresach pokazanych na rysunku 5 wyraźnie widać, że ewentualne podniesienie prędkości na łuku kołowym przez zwiększenie wartości przechyłki wymaga wydłużenia ramp przechyłkowych.

Punktem wyjścia analizy był układ o zadanych parametrach geometrycznych z odpowiednią przechyłką, dla której prędkość jazdy jest najwyższa. Celem analizy było podniesienie prędkości na danym układzie przez wydłużenie jednej lub obydwu krzywych przejściowych przy jednoczesnej redukcji wartości promienia łuku kołowego. Obliczona wartość wydłużenia krzywej przejściowej wynika bezpośrednio z różnicy prędkości

Tablica 1

Wartości parametrów geometrycznych testowanych układów łuków poziomych

Przypadek	Promień łuku kołowego ŁKR [m]	Długość krzywej przejściowej KP1 $l_1$ [m]	Długość krzywej przejściowej KP2 $l_2$ [m]	Kąt zwrotu trasy $\alpha$ [deg]
1	500	70	60	60/120
2	800	90	120	60/120
3	1500	130	80	60/120



Rys. 5. Prędkość maksymalna  $V_{\max}$  na poszczególnych elementach układu geometrycznego (przypadek I w tablicy 1) w funkcji wartości przechyłki  $h$  [opracowanie własne]

maksymalnych dla poszczególnych elementów geometrycznych układu: krzywa przejściowa *KP1* – łuk kołowy *ŁK* – krzywa przejściowa *KP2*, bądź z różnicy  $\Delta V_{\max}$  przyjmowanej dla danego układu. Podstawę oceny skuteczności omawianego procesu stanowi rozkład różnic rzędnych poziomych toru na całej długości układu geometrycznego charakteryzowany za pomocą odpowiednich wskaźników.

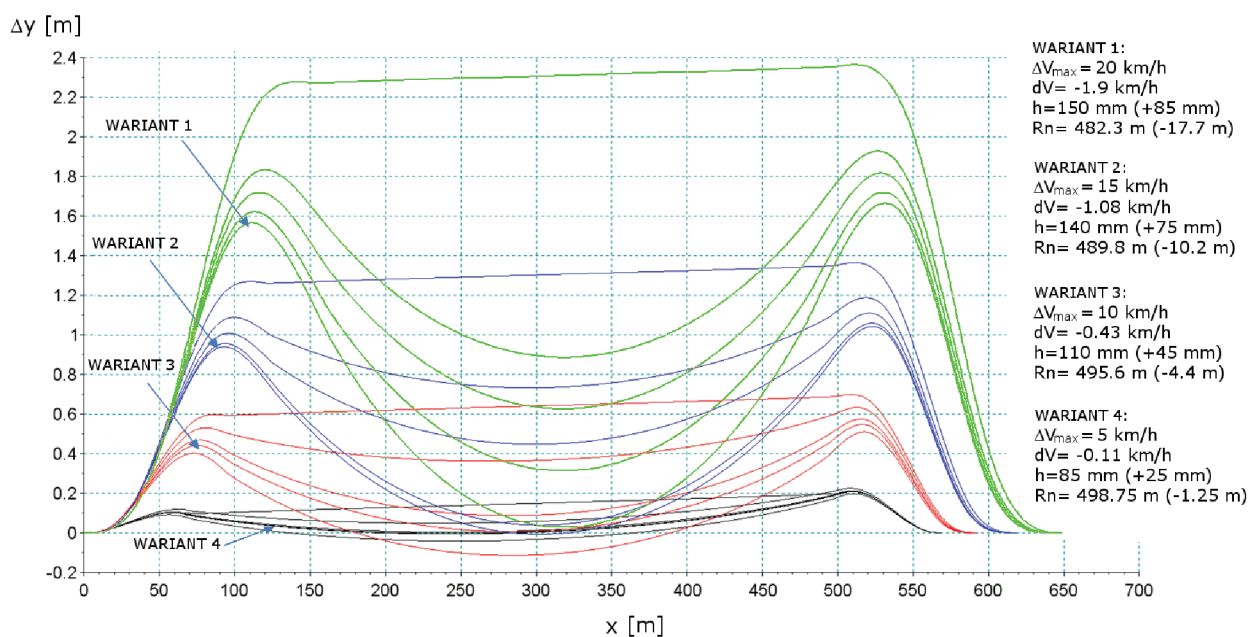
### 3.2. Ocena rozkładu różnic rzędnych poziomych projektowanego układu geometrycznego

W pracy [7] wykazano, że rozkład różnic rzędnych poziomych projektowanej osi toru względem układu wyjściowego ma zróżnicowany charakter, który głównie zależy od wartości wymaganego zmniejszenia promienia łuku kołowego. Największe wartości ten rozkład osiąga w rejonach końców wydłużonej krzywej przejściowej. Redukcja wartości promienia łuku kołowego sprawia, że w części centralnej układu przesunięcia poprzeczne mogą być istotnie zmniejszone, włącznie z ich prawie całkowitą eliminacją na znacznej długości łuku kołowego. Kluczowym parametrem prowadzonej analizy jest promień łuku kołowego, a w zasadzie wartość, o jaką zostanie zmniejszony. Od tej wartości zależy wynik końcowy, określający na jakim poziomie pozostaną maksymalne przemieszczenia i w którym miejscu układu wystąpią. Aby unocznić ten problem, na rysunku 6 pokazano jak kształtuje się rozkład różnic rzędnych poziomych w zależności od przyjętego poziomu redukcji wartości promienia

łuku. Przedstawiono na nim wyniki analizy przeprowadzonej dla czterech przyjętych poziomów zwiększenia prędkości jazdy w zakresie  $\Delta V_{\max} = +5, +10, +15$  i  $+20$  km/h (tj. dla czterech przypadków wydłużenia krzywych przejściowych).

Na rysunku 6 przedstawiono pakiety krzywych reprezentujących odpowiednie rozkłady wartości  $\Delta y$ . Pakiety te (oznaczone kolorami) dotyczą dyskretnych wartości parametru  $\Delta V_{\max}$ , określającego względny wzrost prędkości dla całego układu, natomiast poszczególne krzywe w danym pakiecie reprezentują warianty związane z redukcją wartości promienia łuku kołowego. Z tej przykładowej analizy wynika, że przestrzeń rozwiązań uzyskanych przy wykorzystaniu algorytmu obliczeniowego (długości krzywych przejściowych i wartości promienia łuku) jest stosunkowo szeroka. Większość z wygenerowanych wariantów w konkretnych, rzeczywistych warunkach usytuowania analizowanej linii może okazać się nieużyteczna (głównie z uwagi na warunki terenowe). Jednakże w tej dyskretnej (z uwagi na przechyłkę) przestrzeni istnieje rozwiązanie quasi-optymalne, wprowadzające poprawę parametrów kinematycznych, a w związku z tym projekt regulacji osi toru może zawierać element poprawy układu geometrycznego względem stanu wyjściowego.

Z rysunku 6 wynika również prawidłowość: redukcja wartości promienia łuku kołowego pociąga za sobą zmniejszanie wartości maksymalnych przemieszczeń we wszystkich strefach układu. Dynamika tych zmian w części centralnej jest zdecydowanie większa (występują większe różnice w kolejnych wariantach) niż w strefach końców krzywych przejściowych. Z tego



Rys. 6. Wykres różnic rzędnych  $\Delta y$  w procesie wydłużania krzywych przejściowych; po prawej stronie przedstawiono wybrane parametry układów geometrycznych dla każdego z czterech wariantów wydłużenia krzywych przejściowych [opracowanie własne]

względnie poszukiwanie optymalnego wariantu musi być prowadzone w granicach dopuszczalnych różnic rzędnych w każdej z tych stref.

W tablicy 2 przedstawiono zmiany wartości parametrów układu geometrycznego w relacji do uzyskanego wzrostu maksymalnej prędkości. Korespondują one z wariantami, w których zminimalizowano wartości różnic rzędnych poziomych w centralnej części łuku (Przypadek 1 z tablicy 1 oraz rysunek 6).

Z wartości podanych w tablicy 2 oraz rozkładu  $\Delta y$  na rysunku 6 wynika, że układ geometryczny oznaczony jako „Przypadek 1” z tablicy 1, można przeprojektować do prędkości wyższej o 20 km/h, redukując przesunięcia w części środkowej łuku kołowego do zera. Jednakże przechyłka musi osiągnąć wartość graniczną, a wartości  $\Delta y$  w rejonach końców krzywych przejściowych pozostają na poziomie około 1,55 m. Redukcja różnic rzędnych poziomych w środkowej części łuku może być niewystarczająca z uwagi na wymagane przesunięcia w pozostałych krytycznych rejonach układu, a także na ograniczenia terenowe. Wariant zwiększenia prędkości o  $\Delta V_{\max} = 10$  km/h nie wydaje się już tak niejednoznaczny z punktu widzenia praktyki wykonawczej przy modernizacji linii kolejowej. Przeciągnięcie części środkowej o 0,2 m na zewnątrz układu redukuje wartości  $\Delta y$  rejonów końców krzywych przejściowych do wartości 0,35 m, co w konkretnych rzeczywistych sytuacjach może być wykonalne. Wartości maksymalne  $\Delta y$  są na zbliżonym poziomie, również przechyłka osiąga akceptowalną wartość  $h = 110$  mm. Redukcja prędkości na łuku kołowym, związana ze zmniejszeniem wartości promienia, osiąga pomijalnie małą wartość  $dV = -0,43$  km/h.

### 3.3. Wskaźniki rozkładu różnic rzędnych poziomych dla projektowanego układu geometrycznego

W punkcie 3.2. wskazano zróżnicowany charakter rozkładu różnic rzędnych poziomych, niezbędnych do zwiększenia prędkości maksymalnej w układzie: krzywa przejściowa – łuk kołowy – krzywa przejściowa. To zróżnicowanie może być modelowane przez stosunkowo niewielkie zmiany wartości promienia

łuku kołowego. W analizowanym problemie zmiany te mają zdeterminowany charakter, to znaczy promień łuku jest zmniejszany aż do uzyskania satysfakcjonującego rozkładu wartości  $\Delta y$  (z uwzględnieniem sytuacji terenowej). Zaobserwowano trzy strefy maksymalnych przemieszczeń – zgodnych z rozkładem  $\Delta y$ : strefy końców wydłużonych krzywych przejściowych oraz strefę centralną łuku kołowego. Zatem proces poszukiwania optymalnych parametrów geometrycznych (i kinematycznych) może przebiegać z uwzględnieniem oceny następujących wskaźników rozkładu:

- pola pod krzywą  $\Delta y$ :  $\text{Int}|\Delta y|$  (charakteryzuje ono w syntetyczny sposób wielkość przemieszczenia osi toru dla zadanego zwiększenia prędkości),
- wartości maksymalne  $\Delta y$ :  $\text{max}|\Delta y|$  (charakteryzuje ona w sposób ilościowy jedną z trzech stref maksymalnych przesunięć).

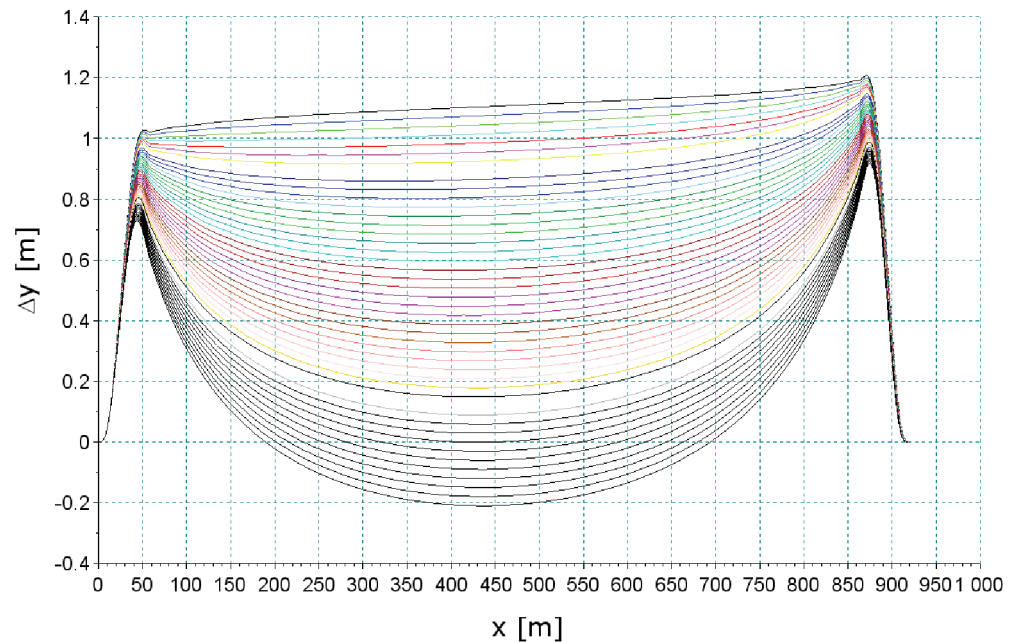
Na rysunku 7 pokazano proces wariantowania rozkładu  $\Delta y$  dla przypadku 1 z tablicy 1 przy kącie zwrotu trasy 120 stopni. Generowanie kolejnych wariantów zatrzymano po osiągnięciu wartości maksymalnej różnicy rzędnych w centralnej części łuku kołowego na poziomie  $-0,2$  m (przejście wartości przez zero oznacza konieczność przesunięć na zewnątrz układu wyjściowego). Rysunek 8 przedstawia zmiany zdefiniowanych wskaźników rozkładu wartości  $\Delta y$  w kolejnych wariantach zmniejszania promienia łuku.

Rysunek 8 przedstawia sytuację, gdy pole pomiędzy krzywymi od pewnej wartości promienia (kolejnego wariantu) zaczyna rosnąć, podczas gdy wskaźnik  $\text{max}|\Delta y|$  nie osiągnął minimum lokalnego. Wzrost wskaźnika pola między krzywymi  $\text{Int}|\Delta y|$  jest spowodowany pojawieniem się przemieszczeń łuku na zewnątrz względem układu wyjściowego, natomiast ciągły spadek wskaźnika  $\text{max}|\Delta y|$  jest rezultatem zatrzymania procesu wariantowania w momencie osiągnięcia żądanego poziomu  $\Delta y$  w centralnej części łuku (w tym przypadku  $-0,2$  m). Jak wynika z rysunku 7, wartość  $\text{max}|\Delta y|$  do momentu przerwania procesu nie zmienia strefy w układzie geometrycznym (rejon końca drugiej krzywej przejściowej). Wartości obydwu wskaźników niewątpliwie osiągnęłyby swoje

Tablica 2

Wyniki analizy wydłużenia krzywych przejściowych dla przypadku 1 z tablicy 1

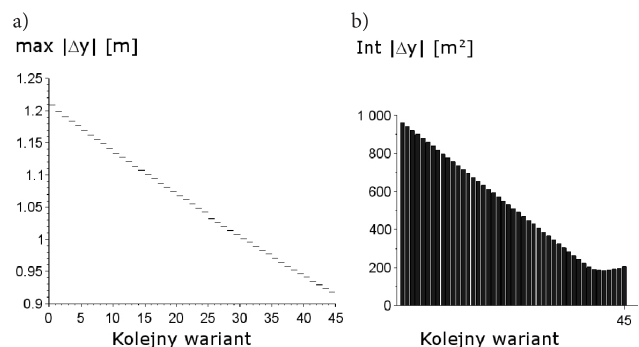
Zwiększenie prędkości maksymalnej $\Delta V_{\max}$ [km/h]	Spadek prędkości maksymalnej na łuku $dV$ [km/h]	Przechyłka na łuku kołowym (przed/po) [mm]	Promień łuku (przed/po) [m]	Długość krzywej przejściowej (przed/po) [m]
5,0	-0,11	65/85	500/498,75	60/81
10,0	-0,43	65/110	500/495,60	60/81
15,0	-1,08	65/140	500/489,80	60/81
20,0	-1,91	65/150	500/482,30	60/81



Rys. 7. Wykres różnic rzędnych poziomych  $\Delta y$  względem osi  $x$  w procesie wariantowania dla  $R = 500$  m,  $l_1 = 70$  m,  $l_2 = 60$  m i  $\alpha = 120^\circ$  [opracowanie własne]

minima, gdyby nie wprowadzono ograniczenia. Należy tutaj podkreślić, że możliwości związane z wykorzystaniem (w konkretnej sytuacji projektowej) minimum przebiegu wskaźników są uwarunkowane sytuacją terenową (warunki ograniczające), która niejako determinuje możliwości przeprojektowania układu w konkretnej lokalizacji. W tabelicy 3 przedstawiono optymalne rozwiązania dla układów geometrycznych z tabelicy 1, przy założeniu zwiększenia prędkości o 10 km/h oraz ograniczeniu maksymalnego przemieszczenia łuku kołowego na zewnątrz na poziomie  $-0,2$  m. Obliczenia przeprowadzono dla dwóch kątów zwrotu trasy: wartości z apostrofem charakteryzują układ projektowany. W dwóch ostatnich kolumnach przedstawiono maksymalne wartości  $\Delta y$  obydwu znaków – ujemne wartości oznaczają przemieszczenia układu na zewnątrz łuku istniejącego ( $\Delta y_d$ ) i dotyczą centralnej części łuku kołowego, podczas gdy maksy-

malne przemieszczenia dodatnie ( $\Delta y_g$ ) dotyczą rejonów końców wydłużonych krzywych przejściowych.



Rys. 8. Zmiana wskaźników do oceny rozkładu  $\Delta y$  w kolejnych wariantach zmniejszania promienia łuku; a) maksymalna wartość przesunięcia, b) pole pod krzywą przesunięcia [opracowanie własne]

### Wyniki analizy wydłużenia krzywych przejściowych dla przypadków z tabelicy 1

Tablica 3

Kąt $\alpha$ [deg]	Promień łuku		Przechyłka		Długość krzywej przejściowej		Długość krzywej przejściowej		Różnice	
	$R$ [m]	$R'$ [m]	$h_{opt}$ [mm]	$h'_{opt}$ [mm]	$l_1$ [m]	$l'_1$ [m]	$l_2$ [m]	$l'_2$ [m]	$\Delta y_g$ [m]	$\Delta y_d$ [m]
60	500	494,4	65	110	70	60	107,51	107,51	0,5	-0,22
120	500	498,7	65	110	70	60	107,51	107,51	0,9	-0,21
60	800	796,2	75	110	90	120	137,82	137,82	0,4	-0,21
120	800	799,2	75	110	90	120	137,82	137,82	0,8	-0,19
60	1500	1498	50	75	130	80	130	116,03	0,2	-0,2
120	1500	1500	50	75	130	80	130	116,03	0,3	-0,2

#### 4. Podsumowanie

Wbrew obowiązującym powszechnie opiniom, wydłużenie krzywych przejściowych nie zawsze musi powodować konieczność dużych przesunięć poprzecznych istniejącego toru na znacznej długości, należy tylko w odpowiedni sposób zmniejszyć promień łuku kołowego. Dzięki temu można uzyskać radykalne zmniejszenie niezbędnych przesunięć poprzecznych toru, a w rejonie środkowym łuku staje się możliwe ich całkowite wyeliminowanie. Ponadto wymagane zmniejszenie promienia łuku kołowego ogranicza się do niewielkiego zakresu – są to pojedyncze metry lub zaledwie dziesiąte części metra. Wartości przesunięć maleją wraz ze wzrostem promienia łuku kołowego, a rosną w miarę zwiększania się kąta zwrotu trasy.

Analityczna metoda projektowania ułatwia rozpatrywanie problemu wydłużania krzywych przejściowych w konkretnych sytuacjach terenowych, gdy rozkład możliwych przesunięć poprzecznych jest zróżnicowany na długości analizowanego układu geometrycznego. W artykule wskazano możliwości precyzyjnego modelowania rozkładu różnic rzędnych poziomych  $\Delta y$ , definiując funkcję celu: zwiększenia prędkości maksymalnej w całym układzie przy jednoczesnym minimalizowaniu wskaźnika maksymalnych różnic rzędnych ( $\max|\Delta y|$ ) oraz wskaźnika pola przemieszczeń  $\text{Int}|\Delta y|$ .

Przedstawiona metodyka postępowania umożliwia opracowanie projektu wydłużenia krzywych przejściowych, który – po wykonaniu regulacji osi toru – stwarza duże szanse poprawy warunków eksploatacyjnych, przy czym skala tej poprawy (m.in. wzrost prędkości) w głównym stopniu zależy od warunków terenowych.

Jak wykazano, przestrzeń potencjalnych wariantów w odniesieniu do układu wyjściowego jest tak duża, że wskazane jest wykorzystanie metod numerycznych do efektywnego określenia ekstremum funkcji celu. Z zaprezentowanych automatycznie generowanych wariantów wynikają pewne prawidłowości związane z rozkładem obliczonych różnic rzędnych osi toru. Widać wyraźnie, że dynamika zmian wartości maksymalnych w poszczególnych strefach na długości toru jest zróżnicowana i zależy od założonego zwiększenia prędkości (rys. 6).

Przeprowadzone obliczenia dla przykładowych układów geometrycznych wskazują na relatywnie większe możliwości przeprojektowania układów o większych promieniach i mniejszych kątach zwrotu trasy (tablica 3). Sytuacja terenowa i rozkład dopuszczalnych wartości przesunięć poprzecznych (a także ograniczenia w położeniu początków krzywych przejściowych) ostatecznie determinują potencjał modernizacyjny danego układu geometrycznego w skali pojedynczych łuków poziomych.

#### Literatura

1. Bałuch H.: *Optymalizacja układów geometrycznych toru*, WKŁ, Warszawa 1983.
2. Bałuch H., Bałuch M.: *Determinanty prędkości pociągów – układ geometryczny i wady toru*, Instytut Kolejnictwa, Warszawa 2010.
3. Bałuch H., Bałuch M.: *Układy geometryczne toru i ich deformacje*, PKP Polskie Linie Kolejowe S.A., Warszawa 2010.
4. Koc W.: *Metoda projektowania rejonu zmiany kierunku trasy kolejowej*, Problemy Kolejnictwa, zeszyt 152, s. 197–217, 2011.
5. Koc W.: *Projektowanie łuków koszowych dostosowane do pomiarów satelitarnych*, Prace Naukowe Politechniki Warszawskiej, seria Transport, zeszyt 98, s. 247–257, 2013.
6. Koc W.: *Projektowanie rejonu zmiany kierunku trasy kolejowej w zapisie matematycznym*, Przegląd Komunikacyjny, tom 67, nr 7–8, s. 96–101, 2012.
7. Koc W.: *Wydłużanie krzywej przejściowej w analitycznej metodzie projektowania*, Przegląd Komunikacyjny, rocznik 71, nr 4, s. 4–9, 2016.
8. Koc W., Chrostowski P.: *Computer-aided design of railroad horizontal arc areas in adapting to satellite measurements*, Journal of Transportation Engineering, vol. 140, no. 3, © ASCE, 2014.
9. Koc W., Palikowska K.: *Evolution programming applied to the transition curve elongation*, Proceedings of The Rome Jubilee 2000 Conference „Improving Knowledge and Tools for Transportation and Logistics Development”, Rome, Italy, 11–14 September 2000, s. 555–559.
10. Koc W., Palikowska K.: *New prospects in the field of transition curves' elongation*, Conference Papers of The Third International Conference RAILWAY ENGINEERING–2000 „Maintenance and Renewal of Permanent Way, Signalling, Railway Structures and Bridges”, London, United Kingdom, 5–6 July 2000, Rail Track Design Section.
11. Koc W., Specht C.: *Selected problems of determining the course of railway routes by use of GPS network solution*, Archives of Transport, vol. XXIII, issue 3, pp. 303–320, 2011.
12. Koc W., Specht C.: *Wyniki pomiarów satelitarnych toru kolejowego*, Technika Transportu Szynowego, tom 15, nr 7–8, s. 58–64, 2009.
13. Koc W., Specht C., Chrostowski P.: *Finding deformation of the straight rail track by GNSS measurements*, Annual of Navigation, no. 19, part 1, pp. 91–104, 2012.
14. Lai X., Schonfeld P.: *Optimization of rail transit alignments considering vehicle dynamics*, Journal of the Transportation Research Board, vol. 2275, 2014.





15. Scilab Enterprises (The Free Platform for Numerical Computation), 2016, dostępny on-line <http://www.scilab.org>, [dostęp: 01.06.2016].
16. Shafahi Y., Shahbazi M. J.: *Optimum railway alignment*, International Journal of Communications, Network and System Sciences, vol. 5, no. 9A, 2012.
17. Struchenkov V.I.: *Mathematical models and optimization in line structure routing: survey and advanced results*, International Journal Communication, Network and System Sciences, Special Issue: Models and Algorithms for Application, 2012.
18. Struchenkov V.I.: *Per element approximation of plane curves with restrictions in Computer-Aided Design of road routes*, American Journal of Systems and Software, vol. 1, no. 1, pp. 20–25, 2013.

## The Analysis of Prospects in Elongation of the Railway Transition Curves

### Summary

In the presentation, an analysis of the problem of transition curves extension has been discussed. For this purpose an analytical design method was implemented. The basis for the analysis was numerical calculations which were carried out for a wide set of parameters characterizing the standard geometric layout: transition curve – circular arc – transition curve (asymmetrical version). Obtained differences between the existing horizontal layout and the system of extended transition curve has been presented. For this purpose, suitable theoretical relations within the layout (for each geometrical zone) were formulated, keeping the radius of both the initial constant arc and the modified one. Moreover, an influence of the constant arc's radius value and the value of an intersection angle on the obtained results of this process has been evaluated. Based on theoretical assumptions, efficient numerical algorithm enabling the analysis of transition curves extension has been developed. By the use of the algorithm the set of track displacement's distributions have been investigated. The possibility of modeling of the track position differences distribution by varying the output radius of the arc was considered. In the paper a method of determining the new value of radius by optimization was proposed. For this purpose the indicators for assessing the process as well as restrictions determining the possibility of the implementation the design variants have been defined.

**Keywords:** railway track, geometrical layout, transition curve extension, horizontal ordinates analysis

## Возможности удлинения переходных кривых в геометрических системах путей

### Резюме

В работе представлен анализ проблемы удлинения переходных кривых при использовании аналитического метода проектирования. Основой анализа явились цифровые вычисления проведенные для набора параметров типичных для стандартной геометрической системы: переходная кривая – колесная кривая – переходная кривая (в несимметричном варианте). Оценены были разницы в горизонтальных ординатах существующей системы и системы с удлиненными переходными кривыми. В аналитической модели заключаются подходящие теоретические зависимости для отдельных сфер геометрической системы, с сохранением существующего радиуса колеса и в случае его модификации. Были обсуждены влияния величины радиуса колесной кривой и угла возврата трассы на полученные результаты обсуждаемого процесса. На основе теоретических предположений был разработан эффективный цифровой алгоритм позволяющий на вариантной анализ удлинения переходных кривых. С его помощью было определено расписание разниц ординат оси пути и было проверено, как формируются относительные разницы анализируемой системы в процессе удлинения переходных кривых. Были обсуждены воз-



возможности моделирования расписания разниц положения оси пути через дифференциацию основного, т.е. начального радиуса дуги колеса. Был предложен определения значения этот радиуса на пути оптимизации. С этой целью были определены показатели для оценки процесса и ограничения определяющие возможность выполнения созданных проектных вариантов.

**Ключевые слова:** железнодорожный путь, геометрическая система, удлинение переходных кривых, анализ горизонтальных ординат