



**POLITECHNIKA  
GDAŃSKA**

Wydział Inżynierii  
Lądowej i Środowiska



Imię i nazwisko autora rozprawy: Aleksandra Mariak

Dyscyplina naukowa: Budownictwo

## **ROZPRAWA DOKTORSKA**

Tytuł rozprawy w języku polskim:

**Ocena rzeczywistej wytrzymałości betonu na bazie monitoringu procesu dojrzewania i symulacji numerycznych**

Title of PhD dissertation:

**Estimation of concrete strength based on the maturity method and numerical simulations**

Promotor	Promotor pomocniczy
<i>podpis</i>	<i>podpis</i>
Prof. dr hab. inż. Krzysztof Wilde	Dr inż. Marzena Kurpińska





## OŚWIADCZENIE

Autor rozprawy doktorskiej: Aleksandra Mariak

Ja, niżej podpisany(a), wyrażam zgodę/~~nie wyrażam zgody~~\* na bezpłatne korzystanie z mojej rozprawy doktorskiej zatytułowanej:

**Ocena rzeczywistej wytrzymałości betonu na bazie monitoringu procesu dojrzewania i symulacji numerycznych** do celów naukowych lub dydaktycznych.<sup>1</sup>

Gdańsk, dnia .....

.....  
*podpis doktoranta*

Świadomy(a) odpowiedzialności karnej z tytułu naruszenia przepisów ustawy z dnia 4 lutego 1994 r. o prawie autorskim i prawach pokrewnych (Dz. U. z 2006 r., nr 90, poz. 631) i konsekwencji dyscyplinarnych określonych w ustawie Prawo o szkolnictwie wyższym (Dz. U. z 2012 r., poz. 572 z późn. zm.)<sup>2</sup>, a także odpowiedzialności cywilno-prawnej oświadczam, że przedkładana rozprawa doktorska została napisana przeze mnie samodzielnie.

Oświadczam, że treść rozprawy opracowana została na podstawie wyników badań prowadzonych pod kierunkiem i w ścisłej współpracy z promotorem prof. dr hab. inż. Krzysztofem Wilde oraz promotorem pomocniczym dr inż. Marzeną Kurpińską.

Niniejsza rozprawa doktorska nie była wcześniej podstawą żadnej innej urzędowej procedury związanej z nadaniem stopnia doktora.

Wszystkie informacje umieszczone w ww. rozprawie uzyskane ze źródeł pisanych i elektronicznych, zostały udokumentowane w wykazie literatury odpowiednimi odnośnikami zgodnie z art. 34 ustawy o prawie autorskim i prawach pokrewnych.

Potwierdzam zgodność niniejszej wersji pracy doktorskiej z załączoną wersją elektroniczną.

Gdańsk, dnia .....

.....  
*podpis doktoranta*

Ja, niżej podpisany(a), wyrażam zgodę/~~nie wyrażam zgody~~\* na umieszczenie ww. rozprawy doktorskiej w wersji elektronicznej w otwartym, cyfrowym repozytorium instytucjonalnym Politechniki Gdańskiej, Pomorskiej Bibliotece Cyfrowej oraz poddawania jej procesom weryfikacji i ochrony przed przywłaszczeniem jej autorstwa.

Gdańsk, dnia .....

.....  
*podpis doktoranta*

\*) niepotrzebne skreślić

<sup>1</sup>Zarządzenie Rektora Politechniki Gdańskiej nr 34/2009 z 9 listopada 2009 r., załącznik nr 8 do instrukcji archiwalnej PG.

<sup>2</sup>Ustawa z dnia 27 lipca 2005 r. Prawo o szkolnictwie wyższym: Rozdział 7 Odpowiedzialność dyscyplinarna doktorantów, Art. 226





## Podziękowania

*Swoje podziękowania kieruję do Promotorów*

*Profesora Krzysztofa Wilde za inspiracje, liczne dyskusje i opiekę naukową nad doktoratem oraz Pani Doktor Marzeny Kurpińskiej za pomysły i współpracę przy realizacji badań.*

*Dziękuję także Profesorowi Jackowi Chróścielewskiemu za poświęcony czas, życzliwość i pomoc merytoryczną.*

*Dziękuję Rodzicom i Robertowi za ich nieocenione wsparcie.*



## Spis treści

<b>Streszczenie.....</b>	<b>- 9 -</b>
<b>Abstract.....</b>	<b>- 11 -</b>
<b>Lista symboli .....</b>	<b>- 13 -</b>
<b>1 Wstęp.....</b>	<b>- 19 -</b>
1.1 Wprowadzenie.....	- 19 -
1.2 Cel i zakres pracy .....	- 22 -
<b>2 Charakterystyka betonu i jego właściwości.....</b>	<b>- 27 -</b>
2.1 Wprowadzenie.....	- 27 -
2.2 Proces hydratacji cementu.....	- 28 -
2.3 Parametry termofizyczne betonu.....	- 28 -
<b>3 Metody określania wytrzymałości betonu na ściskanie.....</b>	<b>- 33 -</b>
3.1 Wprowadzenie.....	- 33 -
3.2 Badania niszczące.....	- 33 -
3.3 Metoda oceny wytrzymałości betonu na bazie pomiarów temperatury .....	- 37 -
3.4 Podsumowanie.....	- 62 -
<b>4 Szacowanie wytrzymałości betonu - badania eksperymentalne .....</b>	<b>- 65 -</b>
4.1 Wprowadzenie.....	- 65 -
4.2 Badania betonu z cementem portlandzkim CEM I.....	- 65 -
4.3 Badania betonu z cementem hutniczym CEM III.....	- 87 -
4.4 Wnioski i zalecenia z badań testowych .....	- 103 -
<b>5 Ocena wytrzymałości betonu elementów konstrukcyjnych .....</b>	<b>- 105 -</b>
<b>mostu extradosed .....</b>	<b>- 105 -</b>
5.1 Wprowadzenie.....	- 105 -
5.2 Opis obiektu.....	- 105 -
5.3 Badania laboratoryjne betonu wysokowartościowego klasy C 60/75 .....	- 108 -
5.4 Sprzęt pomiarowy wykorzystywany w badaniach <i>in situ</i> .....	- 114 -
5.5 Badania na obiekcie - etap I, sekcja startowa .....	- 115 -
5.6 Badania na obiekcie - etap II, sekcja nawisowa .....	- 126 -
5.7 Badania na obiekcie - etap III, sekcja nawisowa.....	- 137 -
5.8 Wnioski .....	- 149 -



<b>6</b>	<b>Sformułowanie, implementacja i symulacje numeryczne pól temperatury</b>	<b>- 153 -</b>
6.1	Wprowadzenie .....	- 153 -
6.2	Zjawiska towarzyszące dojrzewaniu betonu.....	- 154 -
6.3	Modele matematyczne .....	- 162 -
6.4	Koncepcja modelu spójnego z możliwościami pomiarowymi .....	- 171 -
6.5	Symulacje 1D - metoda różnic skończonych (MRS).....	- 172 -
6.6	Symulacje 2D - metoda elementów skończonych (MES) .....	- 191 -
6.7	Wnioski.....	- 213 -
<b>7</b>	<b>Praktyczne zalecenia dotyczące stosowania metody dojrzałości .....</b>	<b>- 215 -</b>
7.1	Badania laboratoryjne .....	- 215 -
7.2	Badania terenowe.....	- 216 -
7.3	Symulacje numeryczne .....	- 217 -
<b>8</b>	<b>Wnioski końcowe i dalsze kierunki badań .....</b>	<b>- 219 -</b>
	<b>Bibliografia .....</b>	<b>- 223 -</b>
	<b>Załączniki.....</b>	<b>- 235 -</b>



## Streszczenie

Głównym celem rozprawy jest opracowanie procedur badawczych i algorytmów numerycznych do wyznaczania rzeczywistej wytrzymałości betonu w konstrukcji wraz z ich implementacją w procesie budowlanym mostu typu extradosed. Zakres pracy obejmuje rozpoznanie metody dojrzałości (ang. *maturity method*), badania laboratoryjne betonów i zapraw, badania betonu zastosowanego do budowy przęsła mostu oraz obliczenia numeryczne rozkładu temperatury i wytrzymałości betonu w przestrzeni jedno- i dwuwymiarowej.

W pracy zdefiniowano pojęcie ośrodka, jakim jest beton, omówiono proces hydratacji cementu i opisano podstawowe parametry termofizyczne betonu. Przedstawiono sposoby określania wytrzymałości betonu na ściskanie, z podziałem na normowe badania niszczące próbek i odwiertów rdzeniowych oraz metodę oceny rozwoju wytrzymałości na bazie pomiarów temperatury betonu.

Badania eksperymentalne obejmowały pomiary wytrzymałościowe przeprowadzone na próbkach wykonanych z zaprawy oraz próbkach betonowych, dojrzewających w stałych temperaturach, w kąpeli wodnej. Doświadczenia wykonano dla dwóch typów cementu: portlandzkiego i hutniczego. W efekcie sformułowano zalecenia dotyczące określania energii aktywacji i temperatury odniesienia oraz sporządzono krzywe przyrostu wytrzymałości betonu na ściskanie w funkcji wskaźnika dojrzałości.

Wiedza zdobyta w badaniach laboratoryjnych pozwoliła na wdrożenie metody dojrzałości do oceny wytrzymałości na ściskanie elementów konstrukcyjnych mostu extradosed, betonowanego nawisowo. Wybrane sekcje mostu monitorowano w trzech etapach: latem, jesienią i wczesną wiosną (w czerwcu i wrześniu 2016 r. oraz w marcu 2017 r.). Na podstawie zarejestrowanych temperatur wbudowanego betonu i próbek pobranych do badań walidacyjnych, określono rzeczywistą wytrzymałość betonu wysokowartościowego i możliwe terminy rozpoczęcia sprężania konstrukcji.

Celem prognozowania rozkładu temperatury w twardniejącym betonie sformułowano równania przewodnictwa ciepła i zaimplementowano je w autorskim programie z użyciem metody różnic skończonych i programie metody elementów skończonych. Parametry termochemicznego modelu twardniejącego betonu zidentyfikowano w badaniach doświadczalnych oraz na podstawie własnych propozycji wynikających z analizy rozpatrywanego betonu. Następnie przeprowadzono symulacje numeryczne rozkładu temperatury w czasie i w przestrzeni jednowymiarowej dla płyty dolnej, górnej i środnika oraz dwuwymiarowej dla całego przekroju kablobetonowej skrzynki ustroju mostu. Uzyskano dużą zgodność wyników numerycznych i doświadczalnych. W efekcie, znajomość pól temperatury pozwoliła na sporządzenie map rozkładu wytrzymałości betonu na ściskanie w przekroju skrzynkowym przęsła.





## Abstract

The main aim of the study is to develop research procedures and numerical algorithms to determine the actual strength of structural concrete with their implementation in the construction process of the extradosed bridge. The scope of the dissertation includes recognition of the maturity method, laboratory tests of concretes and mortars, fields test of concrete bridge superstructure and numerical calculations of the concrete temperatures and compressive strength distribution in one- and two- dimensional space.

At the beginning, the concept of concrete medium was defined. The author discussed the process of cement hydration and described the basic thermo-physical parameters of concrete. The methods of determination of concrete compressive strength with division into standard destructive test of specimens and cores as well as non-destructive way in form of maturity method are presented.

Experimental studies included strength measurements of mortar and concrete specimens cured in water baths. Two types of cement: portland and slag were analysed. As a result, recommendations for determining the datum temperature and activation energy were formulated. The strength-maturity relationships for two types of concrete have been drawn.

The knowledge obtained in laboratory tests has allowed the implementation of maturity method to estimate strength of cast-in-situ concrete box of the extradosed bridge. The considered object was built with balanced cantilever method using movable scaffolding system (MSS). The bridge sections were monitored in three stages: in summer, autumn and early spring (in June and September 2016 and March 2017). Based on recorded temperatures of concrete and the validation concrete specimens, the actual strength of in-place concrete and the possible dates of prestressing were determined.

In order to predict the temperature distribution in the hardening concrete, the heat conductivity equations were formulated and implemented in the author's program using the finite difference method and program based on the finite element method. Parameters of the thermo-chemical model of hardening concrete were identified in experimental studies and on the basis of own propositions resulting from the analysis of the concrete under consideration. Afterwards, numerical simulations of the concrete temperature distribution in time and in one- and two-dimensional space for the bottom plate, top plate and web as well as the entire cross - section of the concrete box were carried out. A high agreement between the numerical results and experimental measurements has been obtained. As a result, knowledge of the temperature fields allowed to plot a map of the concrete compressive strength distribution in a section of the span.





## Lista symboli

$a$	– numer węzła
$a_f, b_f, c_f$	– współczynniki regresji w modelu Freitasa
$a_{lr}, b_{lr}, c_{lr}$	– współczynniki regresji funkcji Lewa i Reicharda
$a_p, b_p, c_p$	– współczynniki regresji funkcji potęgowej
$a_{pw}, b_{pw}$	– współczynniki regresji funkcji Płowmana
$a_w, b_w, g_w, h_w$	– współczynniki regresji funkcji wykładniczej
$A$	– współczynnik określany w punkcie A.1.1.8.2 normy ASTM C1074
$A_a$	– powierzchnia prostopadła do kierunku przepływu ciepła
$A_c$	– pole przekroju poprzecznego próbki
$A_{ch}$	– początkowe nachylenie krzywej dla funkcji China
$A_k$	– współczynnik częstości zderzeń molekuł (stała Arrheniusa)
$\bar{A}$	– powinowactwo chemiczne
$A_0 / \kappa, \kappa / n_0, \bar{n}$	– stałe materiałowe według Cervery
$\tilde{A}_{rest}$	– funkcja postępu hydratacji w badaniach kalorymetrycznych
$\tilde{A}$	– funkcja postępu hydratacji
$B$	– ciało materialne
$B_b$	– współczynnik aktywności termicznej cementu
$B_{(e)}, B_{(f)}$	– element skończony
$B_h, \partial B_h$	– przybliżenie ciała i brzegu elementu skończonego
$c$	– ciepło właściwe betonu
$c_{agg}$	– ciepło właściwe kruszywa
$c_{cem}$	– ciepło właściwe cementu
$c_w$	– ciepło właściwe wody
$C$	– zawartość cementu w 1 m <sup>3</sup> betonu
$C_c$	– stała zależna od typu cementu według de Vree
$C_r$	– stała wzoru Ruitza
$CV$	– wskaźnik zmienności
(e)	– element skończony
$E_a$	– energia aktywacji
$E_{cm}$	– średni moduł sprężystości betonu
$E_{C,0}$	– początkowy, sieczny moduł sprężystości betonu
$E_{C,S}$	– ustabilizowany, sieczny moduł sprężystości betonu
$E_g$	– energia cieplna wytworzona w układzie na skutek hydratacji cementu
$E_{in}$	– energia cieplna dostarczona do elementu
$E_{out}$	– energia odprowadzona z elementu
$E_{st}$	– energia skumulowana wewnątrz elementu
$k$	– stała szybkości reakcji, w równaniu (3.4) oznacza margines związany z małą liczbą wyników
$k_0$	– stała szybkości reakcji w temperaturze 0 °C
$k_r$	– stała szybkości reakcji w temperaturze referencyjnej

$f_c$	– wytrzymałość na ściskanie
$f_{ci}$	– pojedynczy wynik badania wytrzymałości na ściskanie
$f_{ck}$	– wytrzymałość charakterystyczna betonu na ściskanie
$f_{ck,cube}$	– wytrzymałość charakterystyczna betonu na ściskanie oznaczana na próbkach sześciennych
$f_{ck,cyl}$	– wytrzymałość charakterystyczna betonu na ściskanie oznaczana na próbkach walcowych
$f_{ck,is}$	– wytrzymałość charakterystyczna <i>in situ</i> betonu na ściskanie
$f_{ck,is,cube}$	– wytrzymałość charakterystyczna <i>in situ</i> betonu na ściskanie wyrażona w wytrzymałości ekwiwalentnej na próbkach sześciennych o boku 150 mm
$f_{ck,is,cyl}$	– wytrzymałość charakterystyczna <i>in situ</i> betonu na ściskanie wyrażona w wytrzymałości ekwiwalentnej na próbkach walcowych 150/300 mm
$f_{cm}$	– średnia wytrzymałość na ściskanie
$f_{cm,cyl}$	– średnia wytrzymałość betonu na ściskanie oznaczana na próbkach walcowych
$f_{cm,cube}$	– średnia wytrzymałość betonu na ściskanie oznaczana na próbkach sześciennych
$f_{is,lowest}$	– najniższa wytrzymałość <i>in situ</i> betonu na ściskanie dla pojedynczego wyniku
$f_{m(n),is}$	– średnia wytrzymałość charakterystyczna <i>in situ</i> betonu na ściskanie z $n$ wyników
$F$	– maksymalne obciążenie przy zniszczeniu (siła niszcząca)
$h$	– parametr charakterystyczny aproksymacji w MES
$I$	– funkcjonał
$l_i$	– grubość pojedynczej warstwy
$L$	– grubość elementu
$L_p^{n_w}$	– wielomian interpolacyjny Lagrange’a
$M$	– wskaźnik dojrzałości (temperaturowo-czasowy)
$M_c$	– wartość skorygowana wskaźnika dojrzałości
$M_d$	– wskaźnik dojrzałości podawany przez urządzenie pomiarowe
$n$	– w rozdziale trzecim liczba wyników badań, w rozdziale szóstym liczba węzłów elementu skończonego lub oznaczenie indeksu
$n_{(e)}$	– liczba elementów skończonych
$n_L, p, n_w$	– oznacza odpowiednio: liczbę węzłów interpolacyjnych, węzeł odniesienia oraz rząd wielomianu Lagrange’a $L_p^{n_w}$
$n_n$	– całkowita liczba stopni swobody układu
$n_s, m_s$	– liczba węzłów po czasie i przestrzeni w zagadnieniach jednowymiarowych
$N_a$	– funkcja kształtu w węźle $a$
$q$	– strumień ciepła
$q_0$	– gęstość strumienia ciepła odpływającego z powierzchni betonu
$q_c$	– gęstość ciepła hydratacji cementu w betonie po uwzględnieniu ilości cementu w 1 m <sup>3</sup> betonu

$Q$	– energia aktywacji podzielona przez stałą gazową, w rozdziale szóstym symbol ten oznacza ciepło hydratacji
$Q(t), Q_{\max}$	– oznacza odpowiednio ciepło hydratacji cementu w czasie $t$ oraz całkowite ciepło hydratacji odniesione do jednostki masy spoiwa
$Q_{\xi}$	– stała materiałowa według modelu Cervery (ciepło hydratacji cementu w betonie)
$r$	– współczynnik regresji funkcji rozwoju ciepła
$R$	– stała gazowa
$Rg$	– wskaźnik dojrzałości według de Vree
$s$	– współczynnik zależny od rodzaju cementu
$S$	– funkcja opisująca wytrzymałość na ściskanie
$S_{28}$	– wytrzymałość na ściskanie w wieku 28 dni
$SD$	– odchylenie standardowe wytrzymałości
$S_u$	– graniczna wytrzymałość na ściskanie
$t$	– czas
$t_0$	– czas w którym rozpoczyna się rozwój wytrzymałości (koniec wiązania)
$t_{0r}$	– koniec wiązania w temperaturze referencyjnej
$t_e$	– wiek (czas) równoważny betonu (lub zaprawy)
$t_{eq}$	– czas ekwiwalentny w modelu według pracy Martinelli [95]
$t_{\max}$	– czas wystąpienia maksymalnej temperatury betonu
$t_r$	– czas twardnienia w temperaturze referencyjnej
$t_{styr}$	– czas izolowania elementu styropianem
$T$	– temperatura betonu lub zaprawy
$T_0$	– temperatura początkowa mieszanki betonowej
$T_d$	– temperatura odniesienia według producenta urządzenia
$T_{env}$	– temperatura otoczenia
$T_{\max}$	– maksymalna temperatura betonu
$T_o$	– temperatura odniesienia
$T_r$	– temperatura referencyjna
$T_{surf}$	– temperatura na powierzchni betonu
$T_w$	– temperatura wody (kąpieli wodnej)
$\bar{T}$	– temperatura betonu na brzegu $\partial B_T$
$\mathcal{U}$	– przestrzeń wszystkich rozwiązań dopuszczalnych
$v$	– objętość elementu
$v_b$	– prędkość obciążania
$v_w$	– prędkość wiatru
$w$	– masa wolnej wody
$w/c$	– stosunek wodno-cementowy
$w_k$	– współczynniki wagowe kwadratury Gaussa–Legendre’a
$W_{agg}$	– masa kruszywa w 1 m <sup>3</sup> betonu
$W_{cem}$	– masa cementu w 1 m <sup>3</sup> betonu
$W_w$	– masa wody w 1 m <sup>3</sup> betonu
$x, y, z$	– współrzędne

$\alpha$	– współczynnik przejmowania ciepła na powierzchni betonu
$\alpha_{ks}$	– współczynnik przejmowania ciepła na powierzchni betonu dla konwekcji swobodnej
$\alpha_{kw}$	– współczynnik przejmowania ciepła na powierzchni betonu dla konwekcji wymuszonej
$\alpha_z$	– zastępczy współczynnik przejmowania ciepła na powierzchni betonu zabezpieczonej dodatkową warstwą
$\alpha_z^{desk}$	– zastępczy współczynnik przejmowania ciepła na powierzchni betonu zabezpieczonej warstwą deskowania
$\alpha_z^{styr}$	– zastępczy współczynnik przejmowania ciepła na powierzchni betonu zabezpieczonej warstwą styropianu
$\alpha_{ks}^w$	– współczynnik przejmowania ciepła na powierzchni betonu dla konwekcji swobodnej w środowisku wodnym
$\alpha_z^{bet}$	– zastępczy współczynnik przejmowania ciepła na powierzchni betonu pozostającego w kontakcie z betonem innego elementu
$\beta_{cc}$	– współczynnik zależny od wieku betonu
$\delta$	– współczynnik zależny od dodatków w betonie (wzór Wallera)
$\varepsilon$	– dopuszczalny błąd zbieżności procesu iteracyjnego
$\varepsilon_a$	– odkształcenia towarzyszące górnemu poziomowi naprężeń w próbce
$\varepsilon_b$	– odkształcenia towarzyszące dolnemu poziomowi naprężeń w próbce
$\gamma$	– <i>age conversion factor</i>
$\eta$	– współczynnik przepuszczalności
$\lambda$	– współczynnik przewodności cieplnej betonu
$\lambda_{agg}$	– współczynnik przewodności cieplnej kruszywa
$\lambda_{cem}$	– współczynnik przewodności cieplnej cementu
$\lambda_{dif}$	– współczynnik proporcjonalności Dufoura
$\lambda_i$	– współczynnik przewodzenia ciepła pojedynczej warstwy
$\lambda_w$	– współczynnik przewodności cieplnej wody
$\rho$	– gęstość pozorna (zaprawy lub betonu)
$\sigma_a$	– górny poziom naprężeń w próbce
$\sigma_b$	– dolny poziom naprężeń w próbce
$\tau, \beta$	– współczynniki regresji funkcji
$\omega$	– współczynnik zależny od stałej szybkości reakcji
$\xi$	– stopień hydratacji
$\xi_{max}$	– końcowy stopień hydratacji
$\mathbb{E}$	– przestrzeń Euklidesowa
$n_{\mathbb{E}}$	– wymiar przestrzeni Euklidesowej
$\mathbb{R}$	– przestrzeń liczb rzeczywistych
$\pi_{(e)}$	– element wzorcowy (macierzysty)
$\partial B_{(e)}, \partial B_{(f)}$	– brzeg elementu skończonego (e) i (f)
$\partial B_{(ef)}$	– brzeg wspólny elementów skończonych (e) i (f)
$\partial B_T$	– brzeg ciała o znanym rozkładzie temperatury $\bar{T}$
$\partial B_q$	– brzeg ciała o znanej gęstości strumienia ciepła



$\mathbf{A}_{(e)}$	– operator ekstrakcji elementu
$\mathbf{B}_{(e)}$	– macierz pochodnych funkcji kształtu elementu (e)
$\mathbf{f}_{(e)}$	– wektor strumienia ciepła elementu (e)
$\mathbf{J}, j$	– macierz i wyznacznik Jacobiego
$\mathbf{K}_{(e)}$	– macierz sztywności elementu (e)
$\mathbf{M}_{(e)}$	– macierz mas elementu (e)
$n$	– wektor normalny do powierzchni
$\mathbf{N}_{(e)}$	– macierz kształtu elementu (e) dotycząca temperatury
$\mathbf{N}_x^a$	– macierz kształtu geometrii węzła $a$
$\mathbf{N}_{x(e)}$	– macierz kształtu geometrii elementu (e)
$\mathbf{T}_{(e)}$	– dyskretny wektor wartości węzłowych temperatury w elemencie (e)
$\mathbf{x}$	– wektor położenia dowolnego punktu ciała
$\mathbf{x}^a$	– wektor węzłowy geometrii węzła $a$
$\mathbf{x}_{(e)}$	– wektor węzłowy geometrii elementu (e)
$\tilde{\mathbf{x}}$	– aproksymacja wektora położenia dowolnego punktu ciała
$\lambda$	– macierz współczynników przewodzenia betonu
$\zeta(\mathbf{x})$	– wektor znormalizowanych współrzędnych powierzchniowych



# 1 Wstęp

## 1.1 Wprowadzenie

Tworzenie nowoczesnej infrastruktury technicznej w dużej mierze bazuje na materiałach cementowych. Dynamicznie rozwijają się badania naukowe i prace rozwojowe ukierunkowane na udoskonalanie materiału jakim jest beton oraz na redukcję kosztów budowy obiektów betonowych. Monitoring elementów betonowych na wczesnych etapach realizacji konstrukcji stanowi praktyczne źródło wiedzy na temat stanu zaawansowania procesu hydratacji oraz dostarcza potencjalnego narzędzia do racjonalizacji prac budowlanych. Przyjęcie właściwego opisu matematycznego uwzględniającego zmienne w czasie właściwości materiałowe twardniejącego betonu, pozwala na relatywnie szybkie symulacje wybranych cech termomechanicznych betonu, pod warunkiem poprawnego opisu warunków brzegowych. Monitoring konstrukcji staje się nieodłącznym narzędziem wsparcia procesu budowlanego [131], a nowoczesne systemy pomiarowe i analizy numeryczne stwarzają możliwość precyzyjnego śledzenia właściwości dojrzewającego betonu w czasie.

Parametrem stosunkowo łatwo mierzalnym na placu budowy są zmiany temperatury dojrzewającego betonu w czasie. Problematyka wpływów termicznych w młodym betonie badana jest przez liczne zespoły naukowe, krajowe jak i zagraniczne [12], [20], [26], [27], [45], [49], [63], [67], [72], [75], [132]. Pierwsza aparatura pomiarowa służąca do rejestracji temperatur, odkształceń i wykrywania rys wdrażana była podczas budowy zapór wodnych [132]. Obecnie zagadnienie rejestracji zmian termicznych dojrzewającego betonu ma na celu nie tylko informowanie o pojawiających się znacznych gradientach temperatur, ale umożliwia także szacowanie aktualnej wytrzymałości betonu na ściskanie.

Zainteresowanie badaczy metodą służącą szacowaniu wytrzymałości betonu w konstrukcji wynikało między innymi z wypadków, jakie miały miejsce podczas budowy obiektów betonowych w Stanach Zjednoczonych. Jedną z katastrof wydarzyła się podczas budowy kompleksu Skyline Plaza w Bailey's Crossroads w Wirginii. Budowany kompleks obejmował osiem budynków mieszkalnych, sześć budynków biurowych, hotel i centrum handlowe. W trakcie budowy, 2 marca 1973 r. jeden z budynków mieszkalnych (zaprojektowany na 26 kondygnacji) i przylegający do niego parking uległy zniszczeniu (Rys. 1.1). W wyniku tego zdarzenia śmierć poniosło 14 robotników, a kolejne 34 osoby zostały ranne. Przyczyny katastrofy zbadało Centrum Techniki Budowlanej Narodowego Biura Norm (ang. NBS - *National Bureau of Standards*) oraz Administracja Bezpieczeństwa i Higieny Pracy (ang. OSHA - *Occupational Safety and Health*



*Administration*). Pierwszym sygnałem informującym o nieprawidłowej pracy konstrukcji były nadmierne ugięcia płyty stropowej 23 piętra i świeżo zabetonowanej płyty 24 piętra. Temperatura powietrza w lutym wahała się w granicach od  $-2$  do  $+11$  °C, a średnia temperatura w trakcie budowy 23 piętra wynosiła  $7$  °C. Uwzględniając wpływ czasu i temperatury panującej na budowie, oszacowano, iż płyta stropowa osiągnęła wytrzymałość zaledwie ok.  $6,6 - 9,9$  MPa. Warunkiem krytycznym był przedwczesny demontaż szalunków poniżej 23 piętra i zabetonowanie płyty 24 piętra. Na podstawie analiz i szacunków wytrzymałości betonu stwierdzono, że prawdopodobną przyczyną była utrata nośności na ścinanie młodego betonu płyty stropowej 23 piętra [26], [118].



Rys. 1.1. Widok na zniszczony wieżowiec i przyległy parking [118]

Katastrofa ta skłoniła wielu badaczy do podjęcia się tematyki wpływu warunków pielęgnacji (temperatury) na wytrzymałość betonu na ściskanie. Badania amerykańskiego Narodowego Biura Norm wykazały, że istnieje silna relacja między wytrzymałością, a czasem dojrzewania i temperaturą młodego betonu. Naukowcy NBS wprowadzili nowe pojęcie do technologii betonu, zwane *maturity method* i potwierdzili, że metoda ta może być stosowana do szacowania wytrzymałości na ściskanie oraz innych właściwości mechanicznych betonu twardniejącego w konstrukcji w zmiennych warunkach temperaturowych.

W kwietniu 1978 r. miała miejsce kolejna katastrofa. Podczas budowy wieży chłodniczej elektrowni w Willow Island (Rys. 1.2) śmierć poniosło 51 pracowników znajdujących się na rusztowaniu częściowo zakotwionym do już wykonanej konstrukcji. W dniu awarii zespół budowlany wykonywał sekcję 29 znajdującą się na wysokości ok. 51 metrów. Rusztowanie zakotwiono częściowo do sekcji 28, której beton ułożono 18 godzin przed umieszczeniem na nim nowego systemu rusztowań. Ponadto, średnia temperatura otoczenia, jaka panowała wówczas na budowie, była niższa niż  $10$  °C. Przeprowadzone badania dowiodły, iż przyczyną katastrofy była zbyt niska wytrzymałość betonu, aby podtrzymać system rusztowania, a także zmiana punktu kotwienia systemu służącego do podnoszenia wiader ze świeżą mieszanką [84], [85], [173].

Należy przy tym zwrócić uwagę, że oba zdarzenia miały miejsce w temperaturze powyżej temperatury betonowania zimowego, za którą uznaje się temperaturę nie mniejszą niż 5 °C.



Rys. 1.2. Widok na zniszczoną i docelową wieżę chłodniczą [173]

Tradycyjną metodą oceny wytrzymałości betonu na ściskanie jest badanie próbek dojrzewających w warunkach laboratoryjnych tj. normowych warunkach przechowywania próbek, czyli w temperaturze równej  $20 \pm 2$  °C oraz wilgotności względnej  $\geq 95$  % [152]. Do niedawna ocenę wytrzymałości betonu prowadzono w oparciu o zapisy normowe nieaktualnej już normy PN/B-06250 [145] mówiącej o konieczności przechowywania próbek „w warunkach zbliżonych do warunków dojrzewania betonu w wyrobie, elemencie lub konstrukcji”. Aktualnie norma PN-EN 13670 [146] zaleca, by ocena rozwoju wytrzymałości oparta była na właściwej funkcji dojrzalsości. Istniejące techniki pomiarowe i badawcze pozwalają na śledzenie zmian temperatury betonu w konstrukcji oraz transfer uzyskanych danych. Stosowanie szerokiej gamy dodatków, domieszek i różnych typów cementu czyni każdy beton odmiennym i tym samym monitoring konstrukcji betonowej staje się każdorazowo zadaniem indywidualnym. Pojawiają się także pewne trudności, co do odporności sprzętu na działanie wilgoci, możliwości montażu czujników, a także zmienności parametrów betonu dostarczanego na budowę. Niezależnie od tych przeciwności monitoring dojrzewania betonu przynosi korzyści zarówno dla wykonawców obiektów jak i technologów betonu.

Zasadniczą motywacją do podjęcia się tematyki oceny wytrzymałości betonu na ściskanie na bazie pomiarów temperatury, było zainteresowanie wykonawców betonowych elementów konstrukcyjnych, w zakresie zwiększenia pewności, jakości i optymalizacji prac budowlanych. Jak podaje Generalna Dyrekcja Dróg Krajowych i Autostrad w latach 2007 - 2016, ok. 85 % nowo powstałych obiektów mostowych stanowiły konstrukcje betonowe. Ponadto zwiększeniu uległa liczba obiektów wykonanych z betonu sprężonego, w stosunku do betonu zbrojonego. W roku 2007 stosunek ten wynosił odpowiednio 25,3 do 60,4 %, zaś w roku 2016, 41,0 do 44,2 % [166]. W przypadku obiektów sprężonych, nie tylko w budownictwie mostowym, ale i kubaturowym, najważniejszy jest czas osiągnięcia przez beton minimalnej wytrzymałości na

ściskanie, która umożliwi rozpoczęcie procesu sprężania konstrukcji. Biorąc pod uwagę zmienne warunki atmosferyczne, w jakich przeprowadza się obecnie betonowania i tempo prac, informacja o aktualnej wytrzymałości betonu w konstrukcji jest kluczowa.

Kolejnym aspektem, który jest istotny z naukowego punktu widzenia, jest wsparcie procesu budowlanego poprzez numeryczne analizy pozwalające na prognozowanie zmian termicznych i wytrzymałościowych już na etapie projektowania składu mieszanki. Zauważalny jest brak współpracy pomiędzy technologami betonu, a naukowcami zajmującymi się numerycznym modelowaniem młodego betonu. Stąd idea połączenia dwóch aspektów badawczych: praktycznego i teoretycznego.

Obecnie, ocenę wytrzymałości betonu prowadzi się na podstawie próbek pobranych z każdej partii betonu tj., co 150 m<sup>3</sup> lub co 50 m<sup>3</sup> dla obiektów mostowych. Podczas budowy analizowanego w rozprawie mostu extradosed, wykonano w przybliżeniu 330 betonowań, podczas których pobrano i zbadano ok. 3300 próbek betonowych. Generuje to znaczne nakłady pracy i zwiększenie ilości elementów przeznaczonych do późniejszej utylizacji. Mając na uwadze względy środowiskowe, należy dążyć do ograniczenia liczby próbek, zatem wdrożenie alternatywnej metody oceny wytrzymałości betonu na ściskanie stanowi bez wątpienia działanie proekologiczne.

Omawianą metodę oceny wytrzymałości betonu na bazie pomiarów temperatury rekomenduje norma [146], a za jej rozpoznaniem, rozszerzeniem i wdrożeniem na rynku polskim przemawiają pozytywne doświadczenia stosowania jej na terenie Stanów Zjednoczonych i krajów skandynawskich.

## 1.2 Cel i zakres pracy

Głównym celem rozprawy jest opracowanie procedur badawczych i algorytmów numerycznych do wyznaczania rzeczywistej wytrzymałości betonu w konstrukcji wraz z ich implementacją w procesie budowlanym mostu typu extradosed. Przedstawiona metoda badawcza dedykowana jest do szacowania wczesnej wytrzymałości na ściskanie betonowych elementów konstrukcyjnych, dojrzewających w zmiennych warunkach otoczenia. W pracy zrealizowano następujące cele szczegółowe:

- przegląd metod niszczących służących określeniu wytrzymałości betonu na ściskanie, ze szczególnym uwzględnieniem pośredniej metody, wykorzystującej badania niszczące oraz pomiary temperatury betonu (metoda dojrzałości),
- rozpoznanie metody szacowania wytrzymałości na bazie pomiarów temperatury w badaniach laboratoryjnych betonów zwykłych,
- sformułowanie wytycznych do wdrożenia metody dojrzałości na betonowym obiekcie budowlanym,



- opracowanie programu badań polowych, zaprojektowanie systemu pomiarowego i aplikacja wypracowanych procedur badawczych do określenia rzeczywistej wytrzymałości betonu w konstrukcji tj. przęsła mostu,
- sformułowanie równań problemu przepływu ciepła w betonie wraz z ich implementacją za pomocą metod numerycznych,
- przeprowadzenie symulacji numerycznych rozkładu temperatury i wytrzymałości betonu wysokowartościowego w czasie i przestrzeni jedno i dwuwymiarowej,
- opracowanie praktycznych zaleceń, które przyczynią się do zwiększenia dokładności w prognozowaniu wytrzymałości betonu na ściskanie w konstrukcji.

Zakres pracy obejmuje badania laboratoryjne betonów i zapraw zaprojektowanych na bazie dwóch typów cementu, twardniejących w kąpielu wodnej, w stałej temperaturze. Motywacją do realizacji prac eksperymentalnych było rozpoznanie wpływu warunków dojrzewania próbek betonowych na ich cechy wytrzymałościowe, opis tych zmian w funkcji wskaźnika dojrzałości i sprawdzenie szacowanych wartości wytrzymałości z wynikami badań niszczących.

Badania laboratoryjne stanowią podstawę do wdrożenia metody oceny wytrzymałości betonu na bazie pomiarów temperatury w badaniach *in situ*. Aby sprawdzić jej przydatność i wiarygodność przeprowadzono pomiary zmian temperatury betonu twardniejącego w konstrukcji. Do tego celu wytypowano most extradosed, który betonowany był segmentami o długości ok. 3,6 - 4,0 m, co umożliwiło przetestowanie systemu monitoringu na jednej sekcji i wdrożenie go w kolejnym etapie. Budowa trwała na przestrzeni całego roku kalendarzowego, co pozwoliło na weryfikację opracowanej metody w zależności od wpływu warunków atmosferycznych. W trakcie pomiarów pobrano próbki do walidacyjnych badań niszczących.

Zakres prac obejmuje także modelowanie procesu dojrzewania betonu w elementach konstrukcyjnych obiektu mostowego, z wykorzystaniem metod numerycznych, które pozwalają na implementację równania przewodnictwa cieplnego w rozwiązywaniu zagadnień jedno-, dwu- i trzywymiarowych. Motywacją do opracowania modelu numerycznego jest prognozowanie rozwoju temperatury betonu w konstrukcji, by na jej podstawie szacować wytrzymałość betonu w czasie, przestrzeni i objętości badanego elementu.

W rozprawie opracowano wytyczne do stosowania metody oceny wytrzymałości betonu na bazie pomiarów temperatury dotyczące: procedur wstępnych badań laboratoryjnych, wyboru punktów pomiarowych w konstrukcji, doboru modelu numerycznego, doboru parametrów modelu numerycznego oraz właściwych metod wnioskowania i formułowania zaleceń dla wykonawcy lub innych stron procesu budowlanego.

Dysertacja została podzielona na osiem rozdziałów, bibliografię oraz załączniki.

Pierwszy rozdział pt. „Wstęp” zawiera wprowadzenie w tematykę pracy, opisuje jej cel oraz zakres.

Drugi rozdział pt. „Charakterystyka betonu i jego właściwości” zawiera definicję ośrodka, jakim jest beton, opisuje proces hydratacji cementu oraz podstawowe współczynniki termofizyczne betonu.

W rozdziale trzecim pt. „Metody określania wytrzymałości betonu na ściskanie” przedstawiono normowe podejście do wyznaczenia wytrzymałości betonu na ściskanie oraz alternatywną propozycję oceny rozwoju wytrzymałości betonu na bazie pomiarów temperatury. Większość rozdziału poświęcono na omówienie zagadnień dotyczących funkcji dojrzałości i krzywych przyrostu wytrzymałości. Przedstawiono także podstawowe procedury badawcze oraz przybliżono działanie urządzeń dostępnych komercyjnie.

Kolejny, czwarty rozdział pt. „Szacowanie wytrzymałości betonu - badania eksperymentalne” zawiera raport z przeprowadzonych badań dwóch różnych mieszanek betonowych, dla których wyznaczono krzywe przyrostu wytrzymałości w funkcji wskaźnika dojrzałości. Szacowane wyniki wytrzymałościowe zweryfikowano w badaniach niszczących próbek betonowych. Przedstawiono także trudności dotyczące analizy danych pomiarowych i sformułowano praktyczne zalecenia do stosowania metody oceny rozwoju wytrzymałości betonu na bazie pomiarów temperatury.

Piąty rozdział pt. „Ocena wytrzymałości betonu elementów konstrukcyjnych mostu extradosed” obejmuje laboratoryjne oraz terenowe badania mieszanki betonowej i betonu stwardniałego użytego do budowy przęsła mostu extradosed. W rozdziale tym przedstawiono system monitoringu dojrzewającego betonu wdrożony na trzech etapach budowy ustroju. Na podstawie zarejestrowanych przebiegów temperatur betonu w konstrukcji oszacowano wytrzymałości betonu na ściskanie i określono możliwe terminy rozpoczęcia procesu sprężania ustroju, co jest najważniejszym osiągnięciem tej części pracy.

Rozdział szósty pt. „Sformułowanie, implementacja i symulacje numeryczne pól temperatury” opisuje mechanizmy towarzyszące twardnieniu betonu i modele matematyczne pozwalające na opis rozwoju temperatury betonu w czasie i przestrzeni. Przedstawiono tutaj koncepcję modelu numerycznego spójnego z możliwościami pomiarowymi, który uwzględnia aspekty termiczne i chemiczne dojrzewającego betonu. Obliczenia numeryczne przeprowadzono w przestrzeni jednowymiarowej za pomocą metody różnic skończonych (MRS) w programie MATLAB i dwuwymiarowej z użyciem metody elementów skończonych (MES), stosując FORTRAN, jako język programowania. Dane pomiarowe dotyczące temperatury betonu elementów konstrukcyjnych przęsła (płyty dolnej, górnej, środka) porównano z wynikami numerycznymi dla obu modeli.

Siódmy rozdział pt. „Praktyczne zalecenia dotyczące stosowania metody dojrzałości” przedstawia zbiór wytycznych i praktycznych zaleceń, do stosowania metody oceny wytrzymałości betonu na bazie pomiarów temperatury.





Ostatni, ósmy rozdział pracy pt. „Wnioski końcowe i dalsze kierunki badań” zawiera wnioski wynikające z przeprowadzonych w pracy analiz, wskazując na główne rezultaty rozprawy oraz nakreśla kierunki dalszych badań i możliwości rozwoju rozpatrywanej metody.

Na końcu pracy zestawiono „Bibliografię” zawierającą 137 pozycji literatury posegregowanej w kolejności alfabetycznej, 24 pozycji norm i rozporządzeń oraz 15 pozycji internetowych. Łączna liczba źródeł, na które powołano się w pracy wynosi 176.

Ponadto w rozprawie zamieszczono dodatek w postaci „Załączników” zawierających wyniki wytrzymałościowe uzyskane w badaniach niszczących próbek betonowych.



## 2 Charakterystyka betonu i jego właściwości

### 2.1 Wprowadzenie

Beton, określane często mianem sztucznego kamienia, stanowi aktualnie jeden z dwóch głównych materiałów budowlanych [53]. Jest on zdecydowanie mniej rozpoznany niż stal, a elementy konstrukcyjne powstające na budowie w znacznej mierze zależą od jakości wyprodukowanej mieszanki i sposobu jej układania. Beton, jako materiał niejednorodny i anizotropowy jest ośrodkiem o złożonej strukturze, który zmienia swoje właściwości w czasie. Dobrze zaprojektowany beton powinien być odpowiedni zarówno w stanie świeżym jak i stwardniałym. Od wyprodukowanej mieszanki wymaga się właściwej konsystencji, jednorodności i urabialności, tak by nadawała się do transportu i układania. Z kolei beton stwardniały powinien charakteryzować się wymaganą wytrzymałością na ściskanie i trwałością. Zanim jednak zaprojektowany beton osiągnie pożądane właściwości, w jego strukturze zachodzi cały szereg reakcji fizykochemicznych, które należy wspomagać poprzez kontrolowanie temperatury i migracji wilgoci, czyli stosowanie właściwej pielęgnacji.

Mieszanka cementu z wodą tworzy zaczyn, który zmienia swoje właściwości i jak podaje Witakowski [132], początkowo zwiększa swą lepkość, następnie staje się ciałem stałym, a w efekcie nabiera sztywności i wytrzymałości. Przejście zaczynu od stanu plastycznego do sztywnego można podzielić na dwa okresy: wiązanie i twardnienie. Początkowy i końcowy czas wiązania wyznacza się najczęściej przy użyciu próby Vicata. Okres twardnienia dotyczy zaś wzrostu wytrzymałości już związanego zaczynu cementowego. Dodanie do zaczynu kruszywa drobnego do 4 mm tworzy zaprawę.

Mieszanką betonową zgodnie z normą [161] określa się wymieszane składniki betonu umożliwiające zagęszczenie. Mieszanka stanowi ośrodek niejednorodny, w którym cement stanowi ok. 15 % objętości, woda 6 %, kruszywo 75 %, a dodatki i domieszki ok. 4 %. Zadaniem spoiwa jest połączenie ze sobą różnych frakcji kruszywa, a rolą domieszek i dodatków poprawa wybranych właściwości mieszanki lub stwardniałego betonu [43]. Aktualnie prowadzone są prace badawcze dotyczące stosowania nanomateriałów w kompozytach cementowych, jako dodatków wpływających realnie na poprawę właściwości mechanicznych i termofizycznych zarówno zapraw jak i betonów [19], [60].

W procesie dojrzewania betonu, można podobnie jak w przypadku zaczynu, wyróżnić fazę gęstnienia, wiązania i twardnienia. Beton, który jest już w stanie stałym i osiągnął pewien poziom wytrzymałości definiuje się jako beton stwardniały. Jest to niezwykle trudny ośrodek do analizy,



gdyż jego własności zmieniają się z upływem czasu, co jest często pomijane w obliczeniach, gdzie przyjmuje się parametry betonu w wieku 28 dni i traktuje go jako materiał o ustalonych właściwościach.

## 2.2 Proces hydratacji cementu

W literaturze przedmiotu uznaje się, że najbardziej wrażliwym składnikiem betonu na zmienne warunki otoczenia jest zaczyn cementowy [78], [104]. Zmiany w jego składzie oraz struktura determinują właściwości mechaniczne betonu niezależnie od rodzaju jego przeznaczenia w konstrukcjach. Przyjmuje się, że ok. 70 % stwardniałego zaczynu stanowią produkty hydratacji, a około 30 % odnosi się do porów. Głównym produktem procesu hydratacji są uwodnione krzemiany wapnia ( $\text{CaO-SiO}_2\text{-H}_2\text{O}$ ), umownie nazywane fazą C-S-H oraz wodorotlenek wapnia -  $\text{Ca(OH)}_2$ . Reakcje hydratacji można zapisać następująco:



lub w sposób uproszczony:



Tempo powstawania produktów hydratacji jest uzależnione od rozpuszczalności produktów (składników) wejściowych, głównie tlenków krzemu i wapnia ( $\text{SiO}_2$  i  $\text{CaO}$ ) obecnych w fazach mineralnych klinkieru portlandzkiego, w tym od ich wzajemnego stosunku molowego. Mikrostruktura zaczynu cementowego ulega zmianie w zależności od stopnia hydratacji składników cementu oraz stopnia wykrystalizowania produktów reakcji. Żelowa faza C-S-H tworzy się nie tylko pomiędzy ziarnami cementu, ale w miarę postępu hydratacji faz krzemianowych, również na powierzchni i w obrębie ziaren. Powstałe produkty szczelnie wypełniają dostępne przestrzenie pomiędzy ziarnami nieuwodnionego cementu, a spójność kształtującej się mikrostruktury zapewniają siły adhezji i kohezji (Van der Waalsa).

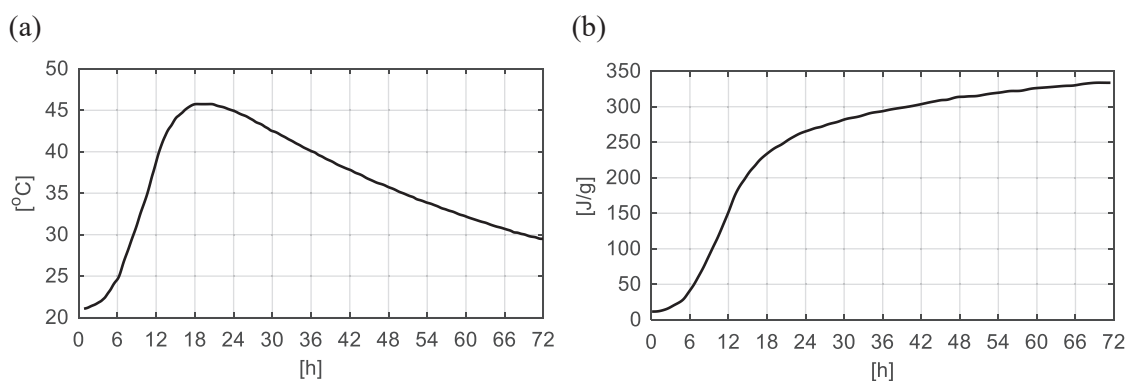
Obok składu mineralnego cementu, na przebieg procesu hydratacji ma wpływ: temperatura zaczynu, stopień rozdrobnienia spoiwa, wartość współczynnika  $w/c$  oraz rodzaj domieszek. W przypadku  $w/c \geq 0,5$  w mikrostrukturze powstaje odmiana fazy C-S-H, o wyraźnie krystalicznej budowie, z przewagą włókien i igieł. W miarę obniżenia wartości wskaźnika  $w/c$ , krystaliczny charakter struktury zanika, a wymiary poszczególnych osobników stają się mniejsze.

## 2.3 Parametry termofizyczne betonu

Proces twardnienia mieszanki betonowej to reakcja egzotermiczna, w której zasadniczy efekt cieplny związany jest z hydratacją składników cementu. Ilość wydzielonego ciepła zależy od rodzaju i zawartości zastosowanego spoiwa. W przypadku cementu portlandzkiego, w procesie

hydratacji 1 g cementu wydziela się od 290 do 500 J ciepła. Cement hutniczy charakteryzuje się niższym całkowitym ciepłem hydratacji, które wynosi od 210 do 330 J/g.

Do oznaczenia ciepła uwodnienia cementu stosuje się dwie metody. Pierwszą z nich jest metoda oznaczania ciepła rozpuszczania cementu w mieszaninie kwasów. Wartość ciepła wyrażonego w J/g, w temperaturze 20 °C, oblicza się, jako różnicę między ciepłem rozpuszczania cementu niezhydratowanego i uwodnionego. Druga z metod polega na umieszczeniu w kalorymtrze próbki zaprawy ( $1575 \pm 1$  g) i oznaczeniu ilości wydzielanego ciepła na podstawie pomiaru temperatury. W metodzie semiadiabatyckiej ciepło hydratacji cementu oblicza się na podstawie znajomości pojemności cieplnej kalorymtru, masy cementu i przyrostu temperatury zbadanej próbki [136], [88]. Szczegółową procedurę wyznaczania ciepła hydratacji cementu obiema metodami, opisano w normach PN-EN 196-8 [158] i PN-EN 196-9 [159]. Wykazano także, że najlepszą korelację wyników badań uzyskuje się dla oznaczeń po 41 h metodą semiadiabatycką i po 7 dniach metodą rozpuszczania. Przykładowy wynik pomiaru ciepła uwodnienia metodą semiadiabatycką przedstawiono na Rys. 2.1.



Rys. 2.1. Badanie ciepła hydratacji cementu CEM I 42,5 R metodą semiadiabatycką wykonane w Oddziale Szkła i Materiałów Budowlanych w Krakowie: (a) temperatura, (b) wydzielone ciepło [6]

Witakowski [132] w swojej pracy analizuje trzy ośrodki, twardniejące w warunkach adiabatyckich: zaczyn normowy, zaprawę normową i beton (o zawartości cementu równej  $300 \text{ kg/m}^3$ ), które zawierają ten sam typ cementu o kaloryczności  $420 \text{ J/g}$ . Najwyższą temperaturę uzyskuje on dla zaczynu ( $227 \text{ °C}$ ), niższą dla zaprawy ( $83 \text{ °C}$ ) i najniższą dla betonu ( $65 \text{ °C}$ ). Wyniki te dowodzą, jak duży wpływ ma zastosowane kruszywo i jego właściwości akumulacyjne na wzrost temperatury ośrodka.

Warunki adiabatyckie mogą wystąpić w elementach o znacznej ilości wbudowanego betonu np. w przypadku zapór wodnych. Zazwyczaj jednak, dojrzewanie betonu w konstrukcji nie przebiega w warunkach adiabatyckich, gdyż dochodzi do wymiany ciepła z otoczeniem [46]. Na skutek tego, w elemencie betonowym powstaje niejednorodne pole temperatury, wywołane przez część całkowitego ciepła hydratacji, zatem powstałe temperatury są niższe niż w warunkach adiabatyckich. Do modelowania niestacjonarnego i nieliniowego pola temperatury niezbędna



jest znajomość równania przewodnictwa ciepła, w którym podstawowymi współczynnikami termofizycznymi opisującymi dojrzewający beton jest: gęstość, ciepło właściwe i współczynnik przewodności cieplnej. Mimo, iż współczynniki te są zmienne w czasie, często w literaturze są traktowane jako stałe. Np. Knor w swojej pracy przedstawił koncepcje wyznaczenia właściwości termofizycznych betonu za pomocą rozwiązania problemu odwrotnego [74].

W betonie, kruszywo nie bierze udziału w procesie hydratacji - jest składnikiem inertnym. W warunkach izotermicznych szybkość wydzielania ciepła samego cementu osiąga takie same wartości jak cementu hydratyzującego w otoczeniu ziaren kruszywa (w betonie). Oznacza to, że szybkość wydzielania ciepła można odnieść do jednostki masy lub objętości betonu, o określonej zawartości cementu [132]. Z uwagi na fakt, iż przewodność betonu jest stosunkowo niska, w wyniku hydratacji dochodzi do znacznego wzrostu temperatury wewnętrznych stref elementu betonowego i chłodzenia warstw powierzchniowych. Początkowy wzrost temperatury ma dość gwałtowny charakter, a jej spadek przebiega znacznie wolniej, dążąc do temperatury otoczenia. Czas do osiągnięcia równowagi termicznej zależy w znacznej mierze od grubości elementu.

Wysoka temperatura pielęgnacji we wczesnym wieku, przyspiesza procesy wiązania, co skutkuje osiągnięciem znacznej wytrzymałości betonu, ale może osłabiać jego mikrostrukturę poprzez zwiększenie porowatej fazy C-S-H. Dodatkowo należy pamiętać, że jakość betonu zależy od jego temperatury, a nie od temperatury otoczenia. By nie dopuścić do wzrostu gradientu temperatury należy stosować odpowiedni cement do określonego przeznaczenia [104], [132]. Innymi czynnikami mającymi wpływ na temperaturę betonu wewnątrz konstrukcji jest jej geometria, technologia betonowania i sposób pielęgnacji we wczesnym stadium twardnienia.

### 2.3.1 Przewodność cieplna

Przewodność cieplna, określana przez współczynnik przewodności cieplnej wyraża zdolność materiału do przekazywania ciepła, czyli stosunek strumienia ciepła do gradientu temperatury. W jednakowych warunkach więcej ciepła przepłynie przez materiał o wyższej wartości tego współczynnika. W przypadku betonu przewodność cieplna zależy od wieku, stosunku wodno-cementowego, typu domieszek i rodzaju zastosowanego kruszywa. Breugel [15] podaje, iż w zakresie temperatur od 21,1 do 54,4 °C bazalt ma niską przewodność (1,91 - 1,90 W/(m·K)), granit wyższą (3,03 - 2,88 W/(m·K)), a kwarcyt charakteryzuje się największą przewodnością cieplną (4,69 - 4,57 W/(m·K)), (Tab. 2.1). Według Nevillea [104] dla betonów typowych, współczynnik  $\lambda$  przyjmuje wartości w zakresie 1,4 - 3,6 W/(m·K), według Breugela [16] od 1,2 do 3,5 W/(m·K), zaś Bentz [11] proponuje liniową zależność od gęstości. W praktyce, współczynnik przewodności cieplnej betonu zwykłego waha się od 1,9 W/(m·K) dla betonu z kruszywem bazaltowym do 3,5 W/(m·K) dla betonów na kruszywie kwarcytowym [16], [104], [132]. Wzrost temperatury powyżej temperatury normowej (20 ± 2 °C) może przyczynić się do obniżenia przewodności cieplnej betonu zwykłego. Lura i Breugel [86] podają wzór do

obliczenia współczynnika przewodzenia ciepła betonu  $\lambda$ , na podstawie współczynników przewodzenia ciepła poszczególnych składników ( $\lambda_{cem}$ ,  $\lambda_{agg}$ ,  $\lambda_w$ , Tab. 2.1) i ich masy w 1 m<sup>3</sup> betonu ( $W_{cem}$ ,  $W_{agg}$ ,  $W_w$ ):

$$\lambda = \frac{W_{cem} \cdot \lambda_{cem} + W_{agg} \cdot \lambda_{agg} + W_w \cdot \lambda_w}{W_{cem} + W_{agg} + W_w} \quad (2.4)$$

Tab. 2.1. Przewodność cieplna materiałów w zależności od temperatury [15]

Materiał	Przewodność cieplna [W/(m·K)]			
	21,1 °C	32,2 °C	43,3 °C	54,4 °C
woda	0,60	0,60	0,60	0,60
cement	1,23	1,27	1,31	1,35
kwarc	3,09	3,08	3,07	3,06
bazalt	1,91	1,90	1,90	1,90
dolomit	4,31	4,23	4,17	3,98
granit	3,03	2,90	2,90	2,88
wapień	4,03	3,94	3,86	3,79
kwarcyt	4,69	4,65	4,61	4,57
ryolit	1,88	1,89	1,90	1,91

### 2.3.2 Ciepło właściwe

Do właściwości termicznych betonu, oprócz współczynnika przewodzenia ciepła, należy zaliczyć również ciepło właściwe, które określa, jaką ilość energii należy dostarczyć do 1 kg materiału, aby zwiększyć jego temperaturę o 1 K. Ciepło właściwe zależy między innymi od stosunku wodno-cementowego, temperatury i wilgotności betonu (im wyższa wilgotność i temperatura tym większa wartość ciepła właściwego), co oznacza, że wraz z wiekiem następuje jego spadek. Breugel podaje, iż ciepło właściwe bazaltu zmienia się od 766 do 837 J/(kg·K) w zakresie temperatur od 21,1 do 54,4 °C [15]. Według Nevillla, dla betonu zwykłego, wartość ciepła właściwego wynosi od 840 do 1170 J/(kg·K) [104]. Pojemność cieplna z kolei, przyjmuje wartości od  $1,7 \cdot 10^6$  do  $2,5 \cdot 10^6$  J/(m<sup>3</sup>·K) [132]. By uzyskać możliwie największą pojemność cieplną betonu (zdolność do akumulowania ciepła), zalecane jest stosowanie kruszywa ze skały bazaltowej bądź granitowej. Im większa pojemność cieplna kruszywa, tym mniejszy wzrost temperatury betonu wywołany ciepłem hydratacji.

Breugel i Lura [86] proponują równanie podobne do (2.4), służące do wyznaczenia ciepła właściwego betonu  $c$  na podstawie ciepła właściwego poszczególnych jego składników ( $c_{cem}$ ,  $c_{agg}$ ,  $c_w$ , Tab. 2.2), masy w 1 m<sup>3</sup> i stopnia hydratacji  $\xi$ :

$$c = \frac{W_{cem} \cdot c_{cem} + W_{agg} \cdot c_{agg} + W_w \cdot c_w - 0,2 \cdot W_{cem} \cdot \xi \cdot c_w}{W_{cem} + W_{agg} + W_w} \quad (2.5)$$



Tab. 2.2. Ciepło właściwe materiałów w zależności od temperatury [15]

Materiał	Ciepło właściwe [J/(kg·K)]			
	21,1 °C	32,2 °C	43,3 °C	54,4 °C
woda	4187	4187	4187	4187
cement	456	536	662	825
kwarc	699	745	795	867
bazalt	766	758	783	837
dolomit	804	821	854	888
granit	716	708	733	775
wapień	749	758	783	821
kwarcyt	691	724	758	791
ryolit	766	775	800	808

### 2.3.3 Gęstość betonu

Gęstość betonu stwardniałego zależy głównie od zastosowanego kruszywa (zwykłe, lekkie i ciężkie) i oznacza się ją w trzech stanach wilgotnościowych: rzeczywisty, nasycony wodą i wysuszony. Beton zwykły charakteryzuje się gęstością w stanie suchym od 2000 do 2600 kg/m<sup>3</sup>. Beton lekki osiąga gęstość w zakresie 800 - 2000 kg/m<sup>3</sup>, zaś w przypadku betonu ciężkiego gęstość w stanie suchym jest większa od 2600 kg/m<sup>3</sup>. W efekcie, masa elementów konstrukcyjnych wykonanych z betonu jest znaczna, co w przypadku pewnej grupy obiektów jest cechą pożądaną. Stosując beton lekki, o niższej gęstości, można uzyskać korzyści w postaci zmniejszenia wymiarów przekrojów, nośności deskowań, zwiększeniu wydajności transportu oraz wykorzystać jego właściwości do poprawienia izolacyjności cieplnej [80], [81].



### 3 Metody określania wytrzymałości betonu na ściskanie

#### 3.1 Wprowadzenie

Podstawowym badaniem służącym określeniu wytrzymałości betonu na ściskanie jest badanie niszczące wykonywane na sześciennych bądź walcowych próbkach betonowych. Procedury i wytyczne do właściwego przeprowadzenia takich badań ściśle definiują polskie i europejskie normy. Badania niszczące realizuje się na etapie projektowania mieszanki, przygotowania do wbudowania i kontrolowania betonu dostarczanego na budowę. Oprócz prób jednoosiowego ściskania próbek, wykonuje się także badania niszczące odwiertów rdzeniowych, pobieranych w wybranych miejscach konstrukcji. Powyższe metody badawcze są powszechnie stosowane przez technologów, wykonawców i producentów betonu do oceny wytrzymałości betonu na ściskanie.

Dynamiczny rozwój rynku budowlanego, wysokie wymagania trwałości konstrukcji oraz szybkie tempo robót budowlanych zmusza wykonawców do poszukiwania efektywnych rozwiązań służących ocenie stanu zaawansowania procesu twardnienia [55], [101]. Wytrzymałość betonu dojrzewającego w konstrukcji może być określana przy wykorzystaniu dwóch grup metod. Pierwsza z nich, tradycyjna i szeroko stosowana, polega na zbadaniu wytrzymałości na ściskanie próbek pobranych z każdej partii betonu dostarczonego na plac budowy. Wadą tego podejścia jest wnioskowanie o wytrzymałości elementu betonowego na podstawie wyników badań próbek dojrzewających w innych warunkach, zarówno laboratoryjnych jak i polowych, niż beton w konstrukcji. Druga koncepcja zakłada ocenę właściwości mechanicznych (wytrzymałość na ściskanie, wytrzymałość na rozciąganie, moduł sprężystości) twardniejącego betonu z wykorzystaniem pomiaru temperatury betonu w konstrukcji. Metoda oceny wytrzymałości betonu na ściskanie na bazie pomiarów temperatury (ang. *maturity method*) jest głównym tematem rozprawy. W niniejszej pracy, metodę tę będziemy nazywać w skrócie metodą dojrzałości.

#### 3.2 Badania niszczące

##### 3.2.1 Badania wytrzymałości na ściskanie próbek betonowych

Wytrzymałość na ściskanie to podstawowa cecha betonu stwardniałego, którą określa się w badaniach niszczących, na próbkach sześciennych lub walcowych. Określenie jakości i typu betonu, definiuje jego klasa. Podstawę klasyfikacji według PN-EN 206-1 [161], stanowi



wytrzymałość charakterystyczna na ściskanie określana w 28 dniu dojrzewania na próbkach walcowych o średnicy 150 mm i wysokości 300 mm ( $f_{ck,cyl}$ ) lub na próbkach sześciennych o boku 150 mm ( $f_{ck,cube}$ ). W szczególnych przypadkach, gdy istnieje taka konieczność można określać wytrzymałość na ściskanie w wieku wcześniejszym lub późniejszym niż 28 dni [161]. W niniejszej rozprawie stosuje się zamiennie pojęcia doba i dzień, jednakże w obu przypadkach oznacza to czas 24 godzin.

Próbki do badań, co do kształtu i wymiaru, powinny spełniać wymagania normy PN-EN 12390-1 [150]. W przypadku próbek sześciennych nominalny wymiar boku próbki wynosi: 100, 150, 200, 250, 300 mm. Dla próbek walcowych, wysokość jest dwa razy większa od średnicy, a nominalny wymiar średnicy równy jest: 100, 113, 150, 200, 350 lub 300 mm. Próbki powinny spełniać podane w normie [150] tolerancje wymiarów, płaskości i prostopadłości płaszczyzn.

Norma PN-EN 12390-2 [152] opisuje szczegółowo wymagania dotyczące wykonania i pielęgnacji próbek do badań wytrzymałościowych. Przed wypełnieniem formy, należy wymieszać za pomocą szufelki przygotowany w mieszalniku beton, a samą formę wysmarować niereaktywnym środkiem adhezyjnym. Jedną z kluczowych czynności jest właściwe zagęszczenie próbek za pomocą wibratora wglębnego, stołu wibracyjnego lub pręta do zagęszczania, minimum w dwóch warstwach, w taki sposób, aby nie dopuścić do segregacji składników i pojawienia się mlecza cementowego. Tak przygotowane próbki, należy zostawić w formach przez co najmniej 16 godzin, lecz nie dłużej niż 3 dni, zabezpieczając je przed wstrząsami i utratą wody, w temperaturze  $20 \pm 5$  °C. Po wyjęciu z form próbki pielęgnuje się aż do chwili badania w wodzie o temperaturze  $20 \pm 2$  °C lub w komorze klimatycznej w temperaturze  $20 \pm 2$  °C i wilgotności względnej  $\geq 95\%$ . W przypadku transportu próbek należy chronić je przed utratą wody i wpływem temperatur poza wskazanym zakresem [152].

Badania próbek przeprowadza się na maszynie wytrzymałościowej zgodnej z PN-EN 12390-4 [154]. Przed umieszczeniem próbki w maszynie należy usunąć z niej luźne, drobne zanieczyszczenia. Próbki sześciennie ustawia się tak, by obciążenie przykładane było prostopadłe do kierunku formowania. W razie potrzeby można stosować płyty dociskowe lub wkładki dystansowe pomiędzy próbką, a płytą maszyny. Prędkość obciążania powinna być stała, w zakresie 0,2 - 1,0 MPa/s. Według PN-EN 12390-3 [153] wytrzymałość betonu na ściskanie oblicza się ze wzoru:

$$f_c = F / A_c, \quad (3.1)$$

w którym:  $f_c$  oznacza wytrzymałość na ściskanie [MPa],  $F$  maksymalne obciążenie przy zniszczeniu [N], zaś  $A_c$  to pole przekroju poprzecznego próbki [mm<sup>2</sup>].

Otrzymaną wartość wytrzymałości na ściskanie należy zaokrąglić do 0,5 MPa. Ważna jest także ocena rodzaju zniszczenia. Przykłady zniszczenia próbek świadczące o poprawnie przeprowadzonym badaniu zestawiono w normie [153].

Zgodność wytrzymałości na ściskanie ocenia się na próbkach badanych w 28 dniu dojrzewania (bądź w innym wieku określonym specyfikacją), dla wartości średniej ( $f_{cm}$ ), zbioru  $n$  niepokrywających się lub pokrywających się kolejnych wyników badań - kryterium 1, dla  $n=3$ :

$$f_{cm} \geq f_{ck} + 4 \quad (3.2)$$

i dla każdego pojedynczego wyniku ( $f_{ci}$ ) - kryterium 2, dla  $n=3$ :

$$f_{ci} \geq f_{ck} - 4. \quad (3.3)$$

Zgodność uznaje się za potwierdzoną, jeśli obydwa kryteria są spełnione jednocześnie [161].

W celu oceny wytrzymałości betonu dostarczonego na budowę pobiera się próbki walcowe bądź sześciennie z każdej partii betonu. Próbki transportuje się do laboratorium, przechowuje w temperaturze  $20 \pm 2$  °C i wilgotności  $\geq 95$  % i w odpowiednich terminach poddaje badaniu wytrzymałości na ściskanie. Wyniki badań przeprowadzonych w wieku 28 dni definiują wytrzymałość charakterystyczną betonu  $f_{ck}$ .

Do niedawna, zgodnie z normą [145], możliwe było przechowywanie próbek w pobliżu elementu, zapewniając im warunki dojrzewania zbliżone do tych panujących w wyrobie. Według Karasia [66] uzyskana w ten sposób wartość wytrzymałości jest lepszą miarą wytrzymałości betonu w konstrukcji niż wynik ze ściskania próbek znormalizowanych. Fakt, że próbki dojrzewają na budowie, a nie w laboratorium, nie oznacza, że metoda poprawnie odzwierciedla to, co dzieje się wewnątrz elementu betonowego, który ma zupełnie inne wymiary i inne warunki brzegowe w stosunku do betonowej próbki, czy to sześciennej czy walcowej. Założeniem, jakie przyjmuje się wykorzystując próbki dojrzewające na budowie, jest stwierdzenie, że rozwój ich wytrzymałości jest taki sam jak betonu w konstrukcji. Zwykle jednak, przyrost wytrzymałości tych próbek jest wolniejszy, ze względu na spowolnienie procesu wiązania w silniej narażonych na wychłodzenie małych próbkach. W związku z powyższym, czas do uzyskania wymaganej wytrzymałości betonu jest niekorzystnie wydłużony [62].

Jeszcze innym aspektem jest sam wybór kształtu badanej próbki. We Francji stosuje się próbki walcowe, a na polskich budowach wykonuje się głównie próbki sześciennie. Próbka sześcienna jest lżejsza, przy gęstości betonu równej  $2500 \text{ kg/m}^3$  waży 8,4 kg, a taka sama próbka walcowa ma masę 13,3 kg. Ponadto transport, rozformowanie i następnie czyszczenie form sześciennych jest dużo mniej pracochłonne. Jednak rozpatrując stan obciążenia, zaletą próbek osiowosymetrycznych poddanych próbie ściskania są łatwo identyfikowalne strefy ściskane i rozciągane.

### 3.2.2 Badania wytrzymałości na ściskanie odwiertów rdzeniowych

Norma PN-EN 12504-1 [155] podaje podstawowe zasady co do wymiarów, sposobu pobierania odwiertów rdzeniowych ze stwardniałego betonu oraz oznaczania wytrzymałości na ściskanie. Nie formułuje ona jednak wytycznych, dotyczących lokalizacji miejsc wycinania czy interpretacji wyników badania rdzeni betonu. Dość oczywistym jest jednak fakt, że odwierty powinny pobierać się w miejscach, które nie naruszają konstrukcji i nie zmniejszają jej stateczności [37], [42], [102]. Wycina się je za pomocą sztywno zamocowanej wiertnicy koronowej, prostopadle do powierzchni, najlepiej w miejscach gdzie nie ma prętów zbrojeniowych i z dala od krawędzi elementu. Jeśli badanie będzie odnosiło się do wytrzymałości oznaczanej na walcach to stosunek długości do średnicy odwiertu powinien wynosić 2. Jeśli wynik pomiaru będzie dotyczył próbek sześciennych, to długość odwiertu powinna być równa jego średnicy. Pobrane rdzenie powinny spełniać zadane tolerancje, co do płaskości i prostopadłości powierzchni oraz prostoliniowości linii tworzącej [155].

Badanie wytrzymałości na ściskanie przeprowadza się zgodnie z normą PN-EN 12390-3 [153], a wartość wytrzymałości oblicza ze wzoru (3.1). Istotny wpływ na wytrzymałość badanych próbek ma średnica ziaren kruszywa i średnica odwiertu, co zostało wyjaśnione w załączniku A normy PN-EN 12504-1 [155]. Jeśli wymaga się, aby próbki były badane w stanie wilgotnym, należy przechowywać je w wodzie, minimum 40 h przed badaniem w temperaturze  $20 \pm 2$  °C.

Do oceny klasy wytrzymałości betonu na podstawie badań odwiertów niezbędna jest norma PN-EN 13971 [156], która dostarcza wytycznych do szacowania *in situ* wytrzymałości betonu na ściskanie w konstrukcjach i prefabrykowanych wyrobach betonowych. W przypadku próbek rdzeniowych bardzo ważne są ich wymiary. Wytrzymałość na ściskanie obliczona dla odwiertu o długości równej nominalnej średnicy 100 mm, odpowiada wytrzymałości określanej na próbce sześcienniej o boku 150 mm ( $f_{ck, is, cube}$ ). Z kolei wytrzymałość dla rdzenia o średnicy od 100 do 150 mm i stosunku długości do średnicy równym 2, odpowiada wytrzymałości określanej na próbce walcowej 150/300 mm ( $f_{ck, is, cyl}$ ). Jeżeli badaniu poddane są odwierty o innej nominalnej średnicy, od 50 do 150 mm i innych proporcjach długości do średnicy, otrzymaną wartość wytrzymałości na ściskanie należy odpowiednio skorygować za pomocą współczynników przeliczeniowych.

Oceny klasy betonu wg normy PN-EN 13791 [156] dokonuje się według załącznika A dla liczby odwiertów  $\geq 15$  i według załącznika B, kiedy liczba odwiertów wynosi od 3 do 14. W tym drugim przypadku obowiązuje wzór:

$$f_{ck, is} = \min \left\{ \begin{array}{l} f_{m(n), is} - k \\ f_{is, lowest} + 4 \end{array} \right\}, \quad (3.4)$$

gdzie  $f_{m(n),is}$  oznacza wytrzymałość średnią z  $n$  rdzeni,  $f_{is,lowest}$  oznacza wytrzymałość minimalną pojedynczego rdzenia, zaś współczynnik  $k$  przyjmuje wartość od 7 do 5 w zależności od liczby próbek.

Norma [156] wprowadza współczynnik przeliczeniowy równy 0,85, który określa zależność pomiędzy wytrzymałością charakterystyczną określoną na rdzeniach  $f_{ck,is}$ , a wytrzymałością charakterystyczną na próbkach standardowych  $f_{ck}$ . Przykładowo, aby beton spełniał klasę C 30/37 wg PN-EN 206-1 [161], minimalna charakterystyczna wytrzymałość określona na odwiertach w odniesieniu do walców ( $f_{ck,is,cyl}$ ) powinna wynosić 26 MPa, a w odniesieniu do próbek sześciennych ( $f_{ck,is,cube}$ ) 31 MPa.

Informacja o wytrzymałości betonu określonej na podstawie badań odwiertów rdzeniowych, daje bardzo dobry obraz, co do stanu betonu twardniejącego w konstrukcji. Podczas odbioru prac betonowych ocenia się beton tworzący konstrukcję, tak więc próbki rdzeniowe zawierają wszystkie ewentualne wady wynikające z zastosowanej technologii, sposobu transportu czy wpływu warunków atmosferycznych. Można powiedzieć, że są jakościowo lepszym materiałem do oceny wytrzymałości betonu niż próbki laboratoryjne [65]. Wykonanie jednak kilku lub kilkunastu odwiertów jest relatywnie pracochłonne oraz może stanowić znaczącą ingerencję w strukturę, w szczególności dla młodego betonu.

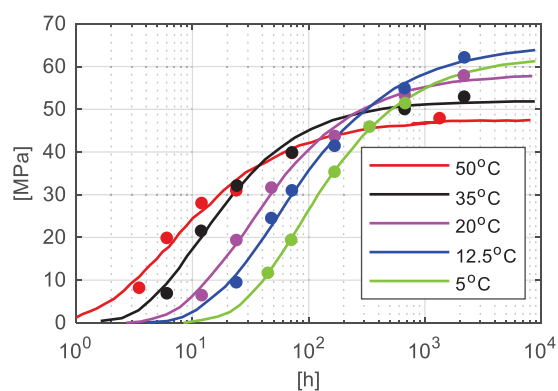
### 3.3 Metoda oceny wytrzymałości betonu na bazie pomiarów temperatury

#### 3.3.1 Rozwój metody dojrzałości

Klasyczna metoda dojrzałości wywodzi się z Anglii, a jej początki datuje się na lata 50 kiedy to McIntosh [97], Nurse [106] i Saul [117] prowadzili prace nad przyspieszeniem procesu dojrzewania betonu przy wykorzystaniu nasyconej pary wodnej i wysokiego ciśnienia (obecnie, podejście takie stosuje się w zakładach prefabrykacji przy produkcji betonu autoklawizowanego). Późniejsze prace opublikowane przez Lewa i Reicharda [82], [83] w 1978 oraz Carino w 1983 roku [22], dotyczyły zagadnienia wpływu temperatury betonu na rozwój wytrzymałości we wczesnym wieku. Carino [22] poddał analizie trzy różne mieszanki betonowe używane przy produkcji płyt prefabrykowanych. Płyty zostały zaformowane wraz z próbkami walcowymi typu *push out* twardniejącymi wewnątrz płyt i dojrzewały w warunkach istniejących na budowie, w porze wiosennej. Równocześnie pobrano próbki walcowe, które przechowywano w wilgotnym pomieszczeniu, w warunkach normowych. Celem badań było określenie, kiedy relacja wytrzymałość - dojrzałość będzie taka sama dla próbek dojrzewających na budowie i tych w laboratorium. Okazało się, że tylko w przypadku jednego rodzaju betonu, dla takiej samej dojrzałości, osiągnięto taką samą wytrzymałość laboratoryjną i polową. Dla dwóch pozostałych receptur, wyniki były odmienne, co było spowodowane różną temperaturą betonu próbek we



wczesnym wieku. Dla takiej samej wartości dojrzałości, próbki twardniejące w wyższej temperaturze początkowej, osiągały wyższą wytrzymałość wczesną, ale niższą wytrzymałość długoterminową. Takie zjawisko zostało udokumentowane przez wielu badaczy m.in. Carino [22], Kleigera [73], McIntosha [98], Verbecka [125], którzy definiują spadek wytrzymałości, jako efekt twardnienia w wysokich temperaturach (ang. *crossover effect*). W pracy [71] zbadano rozwój wytrzymałości próbek zaprawy wykonanych na cemencie typu I i twardniejących w warunkach izotermicznych w temperaturach: 5, 12,5, 20, 35, i 50 °C (Rys. 3.1). Można zauważyć, iż próbki twardniejące w temperaturze 50 °C, tylko przez pierwszych 40 h dojrzewania osiągają wyższe wytrzymałości, niż te twardniejące w 35 °C. Wartość wytrzymałości osiągniętej przez próbki dojrzewające w temperaturze 50 °C, była o 17 % mniejsza niż dla temperatury 20 °C. W tym przypadku wyraźnie widoczny jest spadek wytrzymałości długoterminowej definiowany jako *crossover effect*.



Rys. 3.1. Wytrzymałość na ściskanie próbek zaprawy dojrzewających w stałych temperaturach - *crossover effect* [71]

Katastrofy budowlane, m.in. podczas budowy kompleksu Skyline Plaza w Bailey's Crossroads w Wirginii czy wieży chłodniczej elektrowni w Willow Island skłoniły naukowców NBS (ang. *National Bureau of Standards*) do opracowania standardów szacowania wytrzymałości betonu w konstrukcji. Celem prac badawczych, było zrozumienie przyczyny efektu *crossover* oraz opracowanie alternatywnych procedur do wyeliminowania problemu. Wielu naukowców twierdziło, że opracowana dotąd klasyczna metoda dojrzałości nie uwzględnia zjawiska spadku wytrzymałości w wyniku twardnienia w podwyższonych temperaturach. Podjęto więc próbę modyfikacji klasycznej metody dojrzałości, w celu uwzględnienia *crossover effect* [71]. Byfors [20] stwierdził, że jeśli funkcja dojrzałości jest w stanie uwzględnić wpływ temperatury betonu na wytrzymałość, to przy takim samym wskaźniku dojrzałości (stopniu hydratacji) musi zostać osiągnięta taka sama wytrzymałość niezależnie od temperatury. Nie zawsze twardnienie w wyższych temperaturach (30 - 40 °C) powoduje straty wytrzymałości długoterminowej. Niektórzy badacze twierdzili, że *maturity method* dostarcza właściwych rezultatów tylko do określonego limitu wytrzymałości lub poziomu dojrzałości. Byfors [20]

uważał, że jeśli funkcja dojrzałości nie może uwzględnić spadku wytrzymałości w wyniku wyższych temperatur twardnienia, podejście to powinno być stosowane tylko dla niskich wskaźników dojrzałości. Jonasson [61] uważał, że *maturity method* daje zadawalające wyniki do 50 % wytrzymałości 28-dniowej osiągniętej w wyniku twardnienia w warunkach izotermicznych, w temperaturze 20 °C. Emborg [44] również sugerował ograniczenie do poziomu 50 % wytrzymałości 28-dniowej lub osiągnięcia czasu równoważnego, odpowiadającego 48 godzinom. Kjellsen i Detwiler [71] stwierdzili, że szacowanie wytrzymałości na podstawie dojrzałości, powyżej 40 % wytrzymałości 28-dniowej, może być obarczone błędem. Powyższe rozważania i wnioski stworzyły podstawy do opracowania pierwszej na świecie normy z roku 1998 w zakresie stosowania metody dojrzałości ASTM C1074–98 [139].

### 3.3.2 Metoda dojrzałości

Wytrzymałość betonu rośnie wraz z postępem procesu hydratacji cementu, a szybkość reakcji hydratacji wraz ze wzrostem temperatury. Zależność ta wskazuje na możliwość opisu rozwoju wytrzymałości, jako funkcji uwzględniającej wpływ połączonych efektów czasu i temperatury [26]. Powyższą koncepcję zdefiniowano, jako metodę dojrzałości służącą szacowaniu wytrzymałości betonu na ściskanie (ang. *maturity method*). Metoda ta bazuje na założeniu, że dla betonu dojrzewającego w zmiennych warunkach temperaturowych, przy osiągnięciu takiego samego poziomu dojrzałości, beton osiąga taką samą wytrzymałość. Na podstawie badań laboratoryjnych określa się zależność wytrzymałość - dojrzałość dla konkretnego betonu. Następnie dokonuje się pomiaru temperatury betonu w konstrukcji, od momentu ułożenia mieszanki w deskowaniu, do czasu osiągnięcia przez beton pożądanej wytrzymałości. Zarejestrowana historia termiczna pozwala na obliczenie wskaźnika dojrzałości betonu. Przy wykorzystaniu krzywej dojrzałości, opracowanej w warunkach laboratoryjnych, możliwe jest szacowanie wytrzymałości betonu w konstrukcji, w czasie rzeczywistym.

Aktualnie obowiązującą normą dotyczącą szacowania wytrzymałości na podstawie metody dojrzałości są standardy ASTM C1074–11 [138]. Aby je prawidłowo stosować należy mieć na uwadze nieodłączne przybliżenia i ograniczenia metody dojrzałości [138]:

- beton musi dojrzewać w warunkach umożliwiających zachodzenie reakcji hydratacji cementu,
- metoda nie uwzględnia wpływu temperatury we wczesnym wieku na wytrzymałość długoterminową betonu,
- metoda ta musi być uzupełniona poprzez inny sposób oceny wytrzymałości betonu.

Według normy [138], znajomość wytrzymałości betonu w konstrukcji jest szczególnie pomocna przy rozpoczęciu krytycznych etapów budowy takich jak: usunięcie szalunków i izolacji chroniącej przed niską temperaturą, sprzężenie oraz dopuszczenie do przenoszenia obciążeń.

Norma ASTM C1074 [138] definiuje dwie funkcje dojrzałości służące obliczeniu wskaźnika dojrzałości (ang. *maturity index*) na podstawie historii zarejestrowanej temperatury betonu. Przy założeniu, że szybkość narastania wytrzymałości jest funkcją liniowo zależną od temperatury, wskaźnik Nurse'a-Saula oblicza się, jako iloczyn czasu i temperatury i wyraża w stopniodniach lub stopniogodzinach:

$$M = \sum_0^t (T - T_o) \Delta t, \quad (3.5)$$

gdzie:

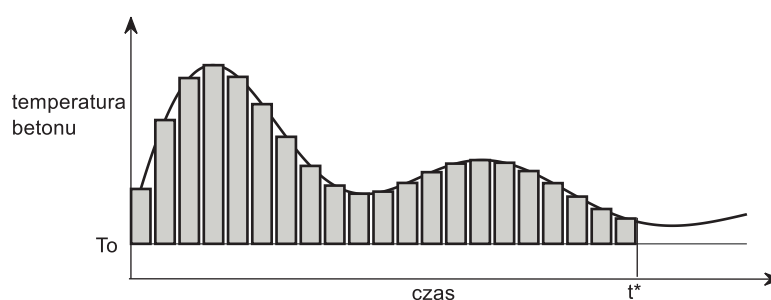
$M$  – wskaźnik temperaturowo-czasowy (ang. *temperature-time factor TTF*) [°C-dni], [°C-h],

$t$  – czas [dni], [h],

$\Delta t$  – przedział czasu [dni], [h],

$T$  – średnia temperatura betonu podczas przedziału czasowego  $\Delta t$  [°C],

$T_o$  – temperatura odniesienia [°C].



Rys. 3.2. Schemat obliczania wskaźnika dojrzałości według równania (3.5) [26]

Wskaźnik temperaturowo-czasowy  $M$  obliczany jest zgodnie ze schematem przedstawionym na Rys. 3.2. Wartość wskaźnika rośnie dla temperatur betonu wyższych od pewnego poziomu odniesienia, tj. temperatury  $T_o$ , za którą uznaje się temperaturę, poniżej której proces hydratacji ustaje lub ulega znacznemu spowolnieniu. Wartość temperatury odniesienia zależy od typu cementu, rodzaju zastosowanych domieszek i dodatków oraz zakresu temperatur, w jakich beton dojrzewa. Dla cementu typu I, bez domieszek, w zakresie temperatur 0 - 40 °C, rekomendowana przez normę [138] wartość  $T_o$  równa jest 0 °C. Saul w swojej pracy [117] wskazywał na temperaturę -10,5 °C. Neville [104] podaje, że dla betonów twardniejących w temperaturach 0 - 20 °C jako temperaturę odniesienia przyjmuje się -10 °C, a w przypadku wyższych temperatur wartość  $T_o$  może być odpowiednio większa. Norma ASTM C1074 [138] zaleca, by dla zwiększenia dokładności wyników, wielkość  $T_o$  wyznaczać eksperymentalnie, każdorazowo dla badanego betonu.

Druga funkcja opisująca dojrzałość, bazuje na przeliczeniu czasu twardnienia betonu w zmiennej temperaturze, na czas równoważny  $t_e$  w temperaturze referencyjnej  $T_r$ . Innymi słowy, dla temperatury betonu niższej od temperatury referencyjnej, czas równoważny będzie



mniejszy od rzeczywistego, zaś dla temperatury betonu wyższej od temperatury referencyjnej, czas równoważny będzie większy od rzeczywistego. Temperatura referencyjna odpowiada zazwyczaj temperaturze panującej w laboratorium i w Europie najczęściej wynosi 20 °C, zaś w Ameryce Północnej 23 °C. Norma [138] dopuszcza także przyjęcie innej, dogodnej temperatury, bliskiej wskazanym wartościom. Funkcja zaproponowana przez Freieslebena Hansena i Pedersena [50] bazuje na wykładniczym równaniu Arrheniusa, które uwzględnia wpływ temperatury betonu  $T$  na szybkość zachodzenia reakcji. Pozwala to na obliczenie wieku równoważnego betonu  $t_e$  na podstawie równania:

$$t_e = \sum e^{-Q\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_r}\right)} \Delta t, \quad (3.6)$$

gdzie:

- $t_e$  – wiek (czas) równoważny betonu w temperaturze referencyjnej  $T_r$ , [dni], [h],
- $Q$  – energia aktywacji podzielona przez stałą gazową [K],
- $T$  – średnia temperatura bezwzględna betonu podczas przedziału czasowego  $\Delta t$  [K],
- $T_r$  – temperatura referencyjna [K].

Równanie (3.5) można także wyrazić w postaci czasu równoważnego za pomocą wzoru:

$$t_e = \frac{\sum(T - T_o)}{T_r - T_o} \Delta t. \quad (3.7)$$

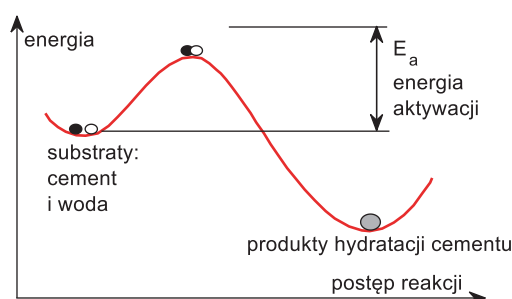
Wiek równoważny  $t_e$  określa tutaj czas twardnienia betonu w temperaturze referencyjnej potrzebny do osiągnięcia takiej samej dojrzałości jak w przypadku twardnienia w zmiennych temperaturach.

W przeciwieństwie do funkcji Nurse'a-Saula, funkcja (3.6) pozwala na nieliniową zależność pomiędzy początkową szybkością rozwoju wytrzymałości, a temperaturą twardnienia. Badania porównawcze [20], [23] wykazały, że funkcja (3.6) lepiej opisuje wpływ podwyższonych temperatur i w dużej mierze eliminuje rozbieżności pomiędzy zależnością wytrzymałość - dojrzałość, rozwijającą się w przypadku różnych wczesnych temperatur twardnienia. Funkcja Freieslebena Hansena i Pedersena nie pozwala jednak na uwzględnienie wpływu wczesnej temperatury betonu na wytrzymałość w późniejszym wieku, co pozostaje ograniczeniem metody dojrzałości.

### 3.3.3 Wpływ temperatury na szybkość reakcji fizykochemicznych

Kluczowym składnikiem równania (3.6) jest poprawne przyjęcie wartości  $Q = E_a / R$ , gdzie  $E_a$  oznacza energię aktywacji opisującą wpływ temperatury na szybkość reakcji fizykochemicznych w betonie lub zaprawie, zaś  $R$  to stała gazowa równa 8,3144 J/(mol K). Koncepcję energii aktywacji przedstawiono na Rys. 3.3. Mimo, iż produkty reakcji hydratacji cementu są w niższym stanie energetycznym niż substraty, nie oznacza to, że bezwodny cement

i woda reagują natychmiast. Musi zostać pokonana pewna bariera energetyczna zwana energią aktywacji. Energia aktywacji jest zawsze dodatnia i powinna być stała dla pełnego zakresu temperatur. Im większa wartość energii aktywacji, tym gwałtowniej stała szybkości reakcji (wzrostu wytrzymałości) zależy od temperatury.



Rys. 3.3. Koncepcja energii aktywacji [89]

Freiesleben Hansen i Pedersen [50] podali, że energia aktywacji jest funkcją temperatury betonu  $T$  zgodnie z równaniem:

$$\begin{aligned} & 33300 \text{ [J/mol]} && \text{dla } T \geq 20^\circ\text{C} \\ & 33500 + 1470(20 - T) \text{ [J/mol]} && \text{dla } T < 20^\circ\text{C} \end{aligned} \quad (3.8)$$

Takie same zalecenia sformułowano w raporcie RILEM [115] i ta postać energii aktywacji jest obecnie najczęściej stosowana. Jest ona jednak dla wielu badaczy niezgodna z prawem Arrheniusa, gdyż jej wartość nie powinna zależeć od temperatury. Bresson [14] stwierdził, iż energia aktywacji maleje w miarę wzrostu wytrzymałości, osiągając wartości od 29300 J/mol dla cementów wysokiej wytrzymałości do 55700 J/mol dla cementów żuźlowych. Carino w roku 1984 [28] zajął się problemem wyznaczenia energii aktywacji, analizując wpływ temperatury pielęgnacji na stałą szybkości  $k$  wzrostu wytrzymałości próbek zaprawy, przechowywanych w warunkach izotermicznych. Carino wskazał, iż wartość energii aktywacji jest zmienna i zależy przede wszystkim od typu cementu, jego ilości, stopnia zmielenia oraz rodzaju zastosowanych domieszek, a także, że jest niezależna od temperatury betonu. Jego wnioski stanowią dziś podstawę wyznaczania wartości  $T_0$  i  $Q$  w oparciu o normę ASTM C1074 [138]. Kilka lat później Carino i Tank [24], [121] opublikowali badania wytrzymałościowe próbek zaprawy i betonu dla różnych typów cementu i wskaźnika wodno-cementowego. Uzyskane wyniki zestawiono w Tab. 3.1. Badacze stwierdzili, że przy stosunku  $w/c = 0,45$  wartość energii aktywacji zapraw waha się od 41900 do 61100 J/mol, a dla  $w/c = 0,60$  od 34100 do 43600 J/mol w zależności od typu cementu i zastosowanych dodatków. Schindler [119] sugerował, że wartość  $E_a$  zależy od stosunku wodno-cementowego, jednak Jonasson [63] wykazał w swojej pracy, że taka zależność nie zachodzi. Ponadto według Schindlera, dodatek popiołu lotnego powoduje spadek energii aktywacji, zaś dodatek żuźła wielkopiecowego działa odwrotnie, zwiększając wartość  $E_a$ .

Kiernozycycki zaś [70] proponuje wartość parametru  $E_a$  równą 39800 - 44200 J/mol dla cementów portlandzkich CEM I, klasy 32,5 - 42,5.

Tab. 3.1. Energia aktywacji zapraw i betonów według [24]

Materiał	Energia aktywacji [kJ/mol]			
	$w/c = 0,45$		$w/c = 0,60$	
	beton	zaprawa	beton	zaprawa
CEM I	63,6	61,1	48,0	43,6
CEM II	51,1	55,4	42,7	41,1
CEM III	43,6	40,1	44,0	42,6
CEM I + 20% popiołu lotnego	30,0	33,1	31,2	36,6
CEM I + 50% żużłu	44,7	42,7	56,0	51,3
CEM I + przyspieszcz	44,6	54,1	50,2	52,1
CEM I + opóźniacz	38,7	41,9	38,7	34,1

Powyższe rozważania przedstawiają różne, a co istotne rozbieżne wnioski dotyczące przyjmowania wartości  $E_a$ . Norma ASTM C1074 [138] dla cementu typu I bez dodatków i domieszek, zaleca przyjmować wartość energii aktywacji w zakresie 40000 - 45000 J/mol, ale nie podaje jakie wartości powinny być stosowane w przypadku innych spoiw cementowych. Dla mieszanek zaprojektowanych na innych cementach czy wzbogaconych dodatkami, załącznik normy [138] pozwala wyznaczyć tę wartość empirycznie, w oparciu o wyniki wytrzymałości na ściskanie kostek zaprawy twardniejących w warunkach izotermicznych, w trzech różnych temperaturach. Podsumowując, energia aktywacji zależy od składu mieszanki, a najbardziej miarodajną metodą ustalenia poszukiwanej wartości jest przeprowadzenie badań laboratoryjnych według procedur opisanych w załączniku normy [138].

Problemem jest także samo pojęcie energii aktywacji, które wzbudza kontrowersje w środowisku naukowym. Wawrzeńczyk i Kotwa [128] proponują nazywać tę wartość współczynnikiem aktywności hydraulicznej cementu, gdyż trudno mówić o "molach" w przypadku materiału wielofazowego jakim jest cement. Kurdowski [79] w swojej pracy szczegółowo wyjaśnia problem energii aktywacji i stałej gazowej, która według niego nie ma sensu w zastosowaniu do betonu.

Ilościową zależność pomiędzy stałą szybkości reakcji  $k$ , a temperaturą bezwzględną betonu  $T$  opisuje równanie:

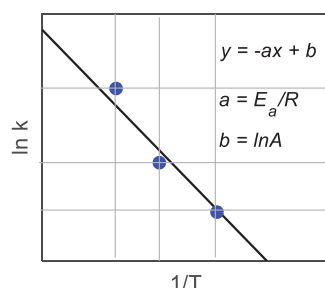
$$k = A_k e^{\frac{-E_a}{RT}}, \quad (3.9)$$

gdzie  $A_k$  to współczynnik częstości zderzeń molekuł (stała Arrheniusa). Najczęściej korzysta się z logarytmicznej postaci równania (3.9):

$$\ln k = \ln A_k - \frac{E_a}{RT}, \quad (3.10)$$



która pokazuje, że szybkość reakcji zależy w sposób liniowy od odwrotności temperatury bezwzględnej betonu Rys. 3.4.



Rys. 3.4. Logarytm naturalny stałych szybkości reakcji w funkcji odwrotności temperatury

Stosowana tutaj energia aktywacji nie jest ścisłym znaczeniem pojęcia, jakie w 1888 roku zaproponował Svante Arrhenius. Należy zauważyć, że w normie [138] nie znajdujemy symbolu  $E_a$ , a stosunek energii aktywacji do stałej gazowej opisany jest stałą  $Q$ . Carino i Tank [23], [24], [121] uważali, że równanie Arrheniusa może być zastosowane do opisu zmian stałej szybkości reakcji wraz z temperaturą, ale zaproponowali prostszą funkcję, definiującą zależność stałej szybkości reakcji (wzrostu wytrzymałości) od temperatury:

$$k = k_0 e^{BT}, \quad (3.11)$$

gdzie  $k_0$  to stała szybkości w temperaturze  $0^\circ\text{C}$ , zaś  $B$  oznacza współczynnik aktywności termicznej cementu (wpływu temperatury, odpowiednik energii aktywacji) [ $1/^\circ\text{C}$ ]. Biorąc pod uwagę równanie (3.11) oraz fakt, że czynnik przekształcający czas dojrzewania betonu w czas równoważny wyraża się stosunkiem stałych szybkości, równanie na wiek równoważny w temperaturze referencyjnej  $T_r$  można zapisać następująco:

$$t_e = \sum_0^t e^{B(T-T_r)} \Delta t. \quad (3.12)$$

Wiek równoważny betonu  $t_e$  policzony ze wzoru (3.12) i (3.6) osiąga zbliżone wartości, ale badacze wskazują na przewagę wzoru (3.12) nad (3.6), między innymi dlatego, że współczynnik wpływu temperatury  $B$  ma większe znaczenie fizyczne w porównaniu z pozorną energią aktywacji. Mimo dyskusji na temat czy energia aktywacji  $E_a$  jest parametrem adekwatnie opisującym dojrzałość hydratyzującego cementu, formuła wyznaczania wieku równoważnego była i jest szeroko stosowana zarówno w praktyce budowlanej jak i w modelowaniu właściwości termicznych, fizycznych i mechanicznych betonu [129].

Poza omawianą energią aktywacji istotnym jest właściwe przyjęcie funkcji dojrzałości. Możliwe jest policzenie wskaźnika z równania (3.5) lub (3.6), ale także na podstawie innej funkcji temperatury betonu. Pojęcie funkcji temperatury  $f(T)$  zostało wprowadzone do technologii betonu w 1956 roku na sympozjum RILEM w Kopenhadze. Wprowadzona definicja określa

funkcję temperatury tężącego betonu, jako stosunek szybkości reakcji fizykochemicznych  $k(T)$  zachodzących w betonie w temperaturze  $T$  do szybkości tych reakcji  $k_r = k(T_r)$  w temperaturze referencyjnej  $T_r$  [70], [45]:

$$f(T) = \frac{k(T)}{k_r}. \quad (3.13)$$

Wartość funkcji temperatury może być rozumiana, jako współczynnik intensywności narastania wytrzymałości betonu (zaprawy) w danej temperaturze, w stosunku do temperatury referencyjnej, dla której  $f(T) = 1,0$ . W przypadku próbek betonowych o małych wymiarach ( $< 10$  cm), wymiana ciepła między betonem, a otoczeniem zachodzi tak szybko, że temperatura betonu może być traktowana, jako równa temperaturze otoczenia. Dla większych elementów funkcję temperatury należałoby odnieść do temperatury betonu, a nie otoczenia [45], [67], [68].

Znajomość funkcji temperatury stanowi podstawę do obliczenia wskaźnika dojrzałości w formie wieku równoważnego betonu  $t_e$ :

$$t_e = \int_0^t f(T) dt = \sum_0^t f(T) \Delta t. \quad (3.14)$$

Zależność (3.14) można wyjaśnić następująco: jeśli beton dojrzewa w czasie od 0 do  $t$  w warunkach zmiennych temperatur, to  $t_e$  określa czas równoważny odpowiadający tym warunkom przy stałej temperaturze  $T_r$ . Wartość  $t_e$  dla betonu twardniejącego w temperaturze referencyjnej  $T_r$ , równa się wprost liczbie dni tężenia [45]. W literaturze anglojęzycznej spotykamy się tutaj z pojęciem współczynnika  $\gamma(T) = t_r / t(T)$  (ang. *age conversion factor*) [26], który określa stosunek czasu twardnienia w temperaturze referencyjnej  $t_r = t(T_r)$  do czasu twardnienia w zmiennej temperaturze  $t(T)$ . Zatem wzór (3.14) można wyrazić następująco:

$$t_e = \sum_0^t \gamma(T) \Delta t. \quad (3.15)$$

Badacze proponowali różne podejścia do przekształcenia wieku rzeczywistego na wiek równoważny. Przegląd wybranych funkcji temperatury  $f(T)$  zestawiono między innymi w pracy Flagi [45], a porównanie współczynnika  $\gamma(T)$  w pracy Carino [25], [26]. Jedną z pierwszych funkcji temperatury była funkcja wprowadzona przez Saula [117] w postaci:

$$f(T) = \gamma(T) = \frac{T - T_o}{T_r - T_o}. \quad (3.16)$$

Dla temperatury betonu  $T \geq 0^\circ\text{C}$  i przyjęciu temperatury odniesienia  $T_o$  równej  $0^\circ\text{C}$  wzór (3.16) przedstawia się w następującej formie:

$$f(T) = \gamma(T) = \frac{T}{T_r}. \quad (3.17)$$



Modyfikację wzoru (3.16) podał Bergström [12], rozszerzając zakres temperatur do wartości ujemnych. Tak więc, dla  $T \geq -10^\circ\text{C}$  i  $T_o = -10^\circ\text{C}$  otrzymujemy:

$$f(T) = \gamma(T) = \frac{T + 10}{T_r + 10}. \quad (3.18)$$

Voellmy [126] dla  $T \geq -5^\circ\text{C}$  i  $T_o = -5^\circ\text{C}$  zaproponował wzór wyrażony formułą:

$$f(T) = \gamma(T) = \frac{T + 5}{T_r + 5}. \quad (3.19)$$

Wyrażenia (3.17), (3.18) i (3.19) są modyfikacją wzoru zaproponowanego przez Saula (3.16). W każdym z tych równań funkcja temperatury jest liniowa, zmienia się tylko zakres temperatur, a dokładniej temperatura odniesienia  $T_o$ . Odmienne wzory wywodzące się prawa zwanego regułą van't Hoffa podał Rastrup [113]. Według tej reguły zwiększenie temperatury o  $10^\circ\text{C}$  powoduje dwukrotnie szybszy przebieg reakcji, stąd dla  $T \in \langle 0^\circ\text{C}, 50^\circ\text{C} \rangle$  zależność wykładnicza o podstawie 2:

$$f(T) = \gamma(T) = 2^{\frac{T - T_r}{10}}. \quad (3.20)$$

Weaver i Sadgrove [130] zastosowali koncepcję wieku równoważnego do określenia czasu rozdeskowania konstrukcji i zaproponowali nowe wyrażenie dla  $T \in \langle -10^\circ\text{C}, 80^\circ\text{C} \rangle$ :

$$f(T) = \gamma(T) = \frac{(T + 16)^2}{1296}. \quad (3.21)$$

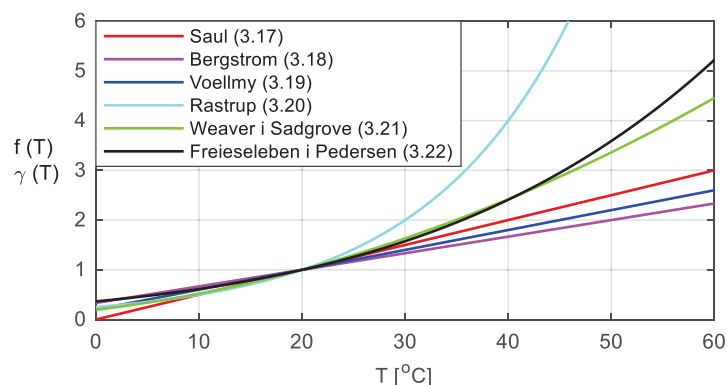
Freiesleben Hansen i Pedersen [50] przedstawili funkcję temperatury dla  $T \in \langle -10^\circ\text{C}, 80^\circ\text{C} \rangle$  opartą na prawie Arrheniusa:

$$f(T) = \gamma(T) = e^{-\frac{E_a}{R} \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T_r} \right)}. \quad (3.22)$$

Omawiane funkcje temperatury betonu zostały przedstawione porównawczo na Rys. 3.5 przy założeniu temperatury referencyjnej  $T_r = 20^\circ\text{C}$  dla zakresu temperatur od  $0^\circ\text{C}$  do  $60^\circ\text{C}$ . Funkcję (3.22) wykreślono dla wartości  $E_a = 33500 \text{ J/mol}$ . Wyróżnia się dwie grupy funkcji, o przebiegu liniowym oraz nieliniowym. Punktem zbieżnym dla wybranych krzywych jest temperatura uznawana za warunki normowe, czyli przyjęta tutaj temperatura referencyjna  $20^\circ\text{C}$ , dla której wartość funkcji wynosi 1,0. Wpływ wyższych temperatur twardnienia powoduje, iż funkcja temperatury przyjmuje wartości większe od jedności, zaś dla niższych mniejsze. Dla temperatur poniżej  $20^\circ\text{C}$  trzy nieliniowe równania (3.20), (3.21), (3.22) dają zbliżone rezultaty, a współczynnik  $\gamma(T)$  jest niższy, niż ten uzyskany z liniowej funkcji Bergstroma. Zmiany fizykochemiczne w betonie dla temperatur wyższych niż  $20^\circ\text{C}$  cechuje silna dysproporcja. W tym przypadku funkcje liniowe dają niższy współczynnik  $\gamma(T)$  i znacznie odbiegają od pozostałych nieliniowych funkcji. Równanie (3.21) i (3.22) dostarcza podobnych rezultatów,

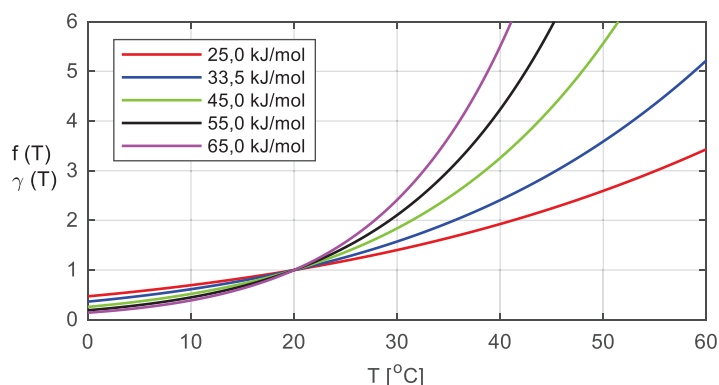


które są znacząco niższe od funkcji Rastrupa (3.20). Krzywa Freieslebena Hansena i Pedersena wpisuje się pomiędzy silnie rosnące funkcje nieliniowe, a funkcje liniowe o relatywnie mniejszych wartościach. W niezależnych badaniach różnych funkcji dojrzałości Byfors i Naik [25], [20] wykazali, że dla szerokiego zakresu temperatur funkcja bazująca na równaniu Arrheniusa jest najlepsza do uwzględniania wpływu temperatury na przyrost wytrzymałości.



Rys. 3.5. Porównanie funkcji temperatury  $f(T)$  (współczynnika  $\gamma(T)$ )

Na Rys. 3.6 przedstawiono funkcje temperatury (współczynnik  $\gamma(T)$ ) na podstawie równania Freieslebena Hansena i Pedersena (3.22) dla różnych wartości energii aktywacji w temperaturze referencyjnej równej 20 °C. Można zauważyć, że dla energii aktywacji wynoszącej 25 kJ/mol, współczynnik  $\gamma(T)$  (ang. *age conversion factor*) jest najbardziej zbliżony do funkcji liniowej, zatem najlepiej odpowiada funkcji Nurse'a-Saula (3.16), która zakłada że stała szybkości zmienia się liniowo wraz z temperaturą. Dla energii aktywacji równej 65 kJ/mol współczynnik  $\gamma(T)$  pozostaje silnie nieliniową funkcją zależną od temperatury tężącego betonu i w tym przypadku funkcja Nurse'a-Saula nie byłaby właściwą funkcją dojrzałości. Podsumowując, Rys. 3.6 pokazuje ideę błędu współczynnika  $\gamma(T)$  w przypadku przyjęcia niewłaściwej wartości energii aktywacji. Wielkość błędu wzrasta dla temperatur wyższych niż temperatura referencyjna (20 °C).



Rys. 3.6. Porównanie funkcji temperatury (współczynnika  $\gamma(T)$ ) dla funkcji Freieslebena Hansena i Pedersena dla różnych wartości  $E_a$

### 3.3.4 Funkcja przyrostu wytrzymałości w czasie

Zasadniczym elementem do ustalenia funkcji dojrzałości dla konkretnego betonu jest określenie zmian stałej szybkości reakcji fizykochemicznych  $k$  z temperaturą pielęgnacji. Jak wyjaśniono w punkcie 3.3.3 stała szybkości reakcji związana jest z tempem przyrostu wytrzymałości na ściskanie i może być wyznaczana na podstawie równania opisującego wzrost wytrzymałości próbek przechowywanych w stałej temperaturze. Konieczna jest zatem analiza różnych typów funkcji (hiperbolicznych, logarytmicznych, eksponentjalnych), które mogą służyć do reprezentacji rozwoju wytrzymałości betonu (zaprawy) w czasie.

Freiesleben Hansen i Pedersen [49] zaproponowali funkcję eksponentjalną (3.23) do opisu przyrostu wytrzymałości betonu (zaprawy) w warunkach izotermicznych:

$$S = S_u \cdot \exp\left(-(\tau / t)^\beta\right) \quad (3.23)$$

gdzie:

- $S$  – funkcja opisująca wytrzymałość na ściskanie w czasie  $t$  [MPa],
- $S_u$  – wytrzymałość graniczna [MPa],
- $\tau$  – współczynnik regresji dotyczący czasu [dzień],
- $\beta$  – współczynnik regresji dotyczący nachylenia krzywej [-].

Powyższe równanie umożliwia opis zmian wytrzymałościowych podczas okresu wiązania i okresu narastania wytrzymałości oraz dąży do wartości granicznej  $S_u$ . Współczynnik regresji  $\tau$  oznacza czas, w którym wytrzymałość osiągnęła około  $0,37S_u$ , a jego odwrotność ( $1/\tau$ ) równa jest stałej szybkości reakcji  $k$  [1/dzień]. Współczynnik kształtu  $\beta$  wpływa na nachylenie krzywej podczas okresu przyspieszonego wzrostu wytrzymałości oraz na szybkość, z jaką wytrzymałość osiąga wytrzymałość graniczną [25].

Innym równaniem umożliwiającym opis wzrostu wytrzymałości (betonu lub zaprawy) w warunkach izotermicznych jest równanie hiperboliczne, przedstawione przez Carino [27]:

$$S = S_u \cdot \frac{k \cdot (t - t_0)}{1 + k \cdot (t - t_0)} \quad (3.24)$$

W formule tej, jako  $t_0$  oznaczono czas, w którym rozpoczyna się rozwój wytrzymałości, zatem równanie (3.24) nie uwzględnia okresu wiązania. Parametry  $S_u$ ,  $k$ ,  $t_0$  wyznacza się metodą najmniejszych kwadratów poprzez aproksymację danych wytrzymałości i wieku. Wytrzymałość graniczna  $S_u$  stanowi asymptotę funkcji hiperbolicznej, ale niekoniecznie poprawnie reprezentuje rzeczywistą wytrzymałość długoterminową. Dla funkcji (3.24) stała szybkości  $k$  ma następującą właściwość: iloraz  $1/k$  oznacza czas  $t$ , w którym wytrzymałość  $S$  równa jest 50 % wytrzymałości granicznej  $S_u$ , przy czym wiek ten jest większy od  $t_0$ . Norma ASTM C1074 [138]





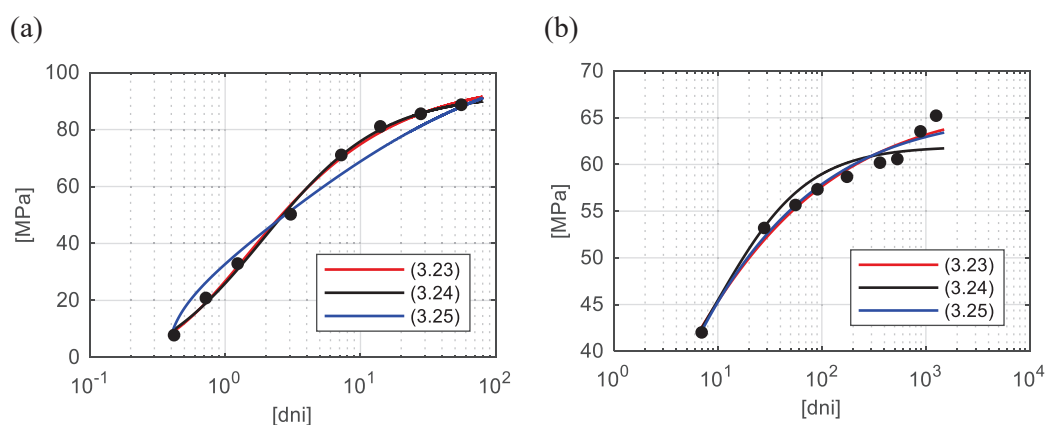
podaje równanie (3.24) jako jeden ze sposobów określenia temperatury odniesienia i energii aktywacji.

Funkcja podobna do modelu (3.24) została przedstawiona w pracy Knudsen [76] i Geikera [58]. Geiker stwierdził, że równanie (3.24) daje mało zadawalające rezultaty dla niektórych systemów cementowych i zaproponował równanie w postaci:

$$S = S_u \cdot \frac{\sqrt{k \cdot (t - t_0)}}{1 + \sqrt{k \cdot (t - t_0)}}. \quad (3.25)$$

Knudsen [76] wyjaśnił różnice między równaniem (3.24) i (3.25) w odniesieniu do kinetyki hydratacji cementu. Charakter zależności heterogennych reakcji i zmiany stopnia hydratacji cementu są ściśle związane z kinetyką zmian właściwości systemów cementowych. Równanie (3.24) bazuje na kinetyce liniowej co oznacza, że stopień hydratacji cementu jest funkcją liniową czasu i stałej szybkości reakcji. Z kolei równanie (3.25) opiera się na kinetyce parabolicznej, co oznacza, że stopień hydratacji jest funkcją pierwiastka kwadratowego czasu i stałej szybkości reakcji. Dlatego też równanie (3.24) opisuje model hiperboliczny o przebiegu liniowym (ang. *linear hiperbolic*), a równanie (3.25) model hiperboliczny o przebiegu parabolicznym (ang. *parabolic hiperbolic*).

Carette i Malhorta [21] zastosowali omówione powyżej funkcje do opisu zmian wytrzymałości próbek sześciennych zaprawy w wieku od 10 h do 56 dni (Rys. 3.7a) i próbek walcowych betonu w wieku od 7 dni do 3,5 roku (Rys. 3.7b). W przypadku próbek zaprawy, najlepiej dopasowaną funkcją do danych doświadczalnych jest funkcja eksponentyjna (3.23) oraz hiperboliczna o kinetyce liniowej (3.24), zaś dla próbek betonu krzywa eksponentyjna (3.23) i hiperboliczna o kinetyce parabolicznej (3.25). Na podstawie uzyskanych wyników można wnioskować o przydatności omówionych funkcji. Równanie (3.24) dobrze reprezentuje przyrost wytrzymałości do 28 dni, równanie (3.25) nadaje się do opisu wytrzymałości długoterminowej, zaś funkcja eksponentyjna (3.23) jest prawdziwa do modelowania wzrostu wytrzymałości w całym badanym spektrum.



Rys. 3.7. Wytrzymałość w funkcji czasu: (a) dla próbek sześciennych zaprawy, (b) dla próbek walcowych betonu [26]

Carino [26] w swojej pracy wskazuje jednak na ograniczenie funkcji hiperbolicznej o kinetyce liniowej dotyczące stosunku wytrzymałości granicznej do wytrzymałości w wieku 28 dni. Wytrzymałość graniczną  $S_u$  uzyskujemy w wyniku regresji danych doświadczanych wytrzymałość - czas według równania (3.24), a  $S_{28}$  to wytrzymałość oszacowana na podstawie równania (3.24) w wieku 28 dni. Jeśli w równaniu (3.24) pominiemy czas  $t_0$  to w wieku  $t = 28$  dni otrzymamy następującą zależność:

$$S(t=28) = S_{28} = S_u \cdot \frac{28k}{1 + 28k}, \quad (3.26)$$

$$\frac{S_u}{S_{28}} = 1 + \frac{1}{28k} = \omega. \quad (3.27)$$

Ponieważ współczynnik  $\omega$  zależy bezpośrednio od stałej szybkości reakcji  $k$ , to im wyższa wartość stałej szybkości, tym niższy współczynnik  $\omega$ , czyli tym mniejsza różnica między wytrzymałością 28-dniową, a graniczną. Stała szybkości jest z kolei wyznaczana głównie na podstawie początkowego tempa narastania wytrzymałości, tak więc stosunek wytrzymałości długoterminowej do 28-dniowej nie spełnia równania (3.27), a wartość wytrzymałości granicznej  $S_u$  uzyskana w wyniku regresji danych doświadczalnych będzie niższa niż rzeczywista wytrzymałość długoterminowa betonu.

Powyższe rozważania prowadzą do wniosku, że najlepszą funkcją służącą określeniu stałej szybkości w danej temperaturze jest model eksponentialny zaproponowany przez Freieslebena Hansena i Pedersena (3.23). Jednakże wniosek ten Carino także poddaje pod dyskusję. Gdyby występujący w tej funkcji parametr  $\beta$  był niezależny od temperatury, co nie jest zawsze prawdą, oznaczałoby to, że funkcja ta zależałaby tylko od zmian stałej szybkości  $1/\tau$  wraz z temperaturą, a wówczas nie byłaby odpowiednia do uwzględniania efektu czasu i temperatury na wzrost wytrzymałości [26].

Nasuwa się zatem oczywiste pytanie: którą funkcję należy używać? Trzeba mieć na uwadze, iż metoda dojrzałości dedykowana jest do monitorowania zmian wytrzymałości wczesnej betonu, a informacja o wartości wytrzymałości długoterminowej jest drugorzędna. Zarówno Carino jak i Knudsen [26] potwierdzają przydatność funkcji hiperbolicznej o kinetyce liniowej do określenia zmian stałej szybkości reakcji. Knudsen dodaje, iż jest to dobra zależność do osiągnięcia poziomu 85 % stopnia hydratacji, a Carino wykorzystuje tę metodę w badaniach zapraw o niskim wskaźniku  $w/c$  typowym dla betonów wysokich wytrzymałości [24].

Brooks [17] w swojej pracy przeprowadził badania dla 11 typów zapraw z cementem CEM I różniących się zawartością dodatków mineralnych. Poddał on analizie wyniki wytrzymałościowe próbek zaprawy o wymiarach 50 x 50 x 50 mm pielęgnowanych w warunkach izotermicznych w temperaturach 8, 23 i 40 °C. Do opisu zależności wytrzymałości i wieku zastosował funkcję (3.23) i (3.24). Okazało się, że oba modele bardzo dobrze reprezentują rozwój



wytrzymałości dla każdej z analizowanych temperatur, jednak wybór krzywej ma znaczący wpływ na wartość energii aktywacji, która dla wszystkich typów mieszanek była wyższa według krzywej eksponentialnej (3.23). Brooks zaleca zatem, by do opisu krzywej wytrzymałość - dojrzałość używać tej samej funkcji, którą stosuje się do opisu zależności wytrzymałość - wiek.

### 3.3.5 Krzywa przyrostu wytrzymałości w funkcji wskaźnika dojrzałości

Nie mniej ważne od określenia parametrów funkcji dojrzałości jest model przyrostu wytrzymałości betonu, ponieważ niezależnie od tego jak obliczony jest wskaźnik, stosowanie niewłaściwej funkcji aproksymującej będzie prowadziło do niedokładnego szacowania wytrzymałości betonu. W tym celu najlepiej przeprowadzić regresję danych wytrzymałościowych według jednej z proponowanych w literaturze funkcji bądź użyć innej formuły pasującej do rozpatrywanego betonu.

Jedną z popularnych zależności opisującą wytrzymałość  $S$  w funkcji wskaźnika dojrzałości jest logarytmiczne równanie Płowmana [109]:

$$S = a_{pw} + b_{pw} \cdot \log_{10}(M) \quad (3.28)$$

lub

$$S = a_{pw} + b_{pw} \cdot \log_{10}(t_e) \quad (3.29)$$

gdzie  $a_{pw}$  oznacza współczynnik regresji równy wytrzymałości dla wskaźnika dojrzałości  $M = 1$  lub  $t_e = 1$ , zaś  $b_{pw}$  to współczynnik regresji dotyczący nachylenia prostej. Równanie (3.28) jest popularne i praktykowane przez inżynierów ze względu na swoją prostotę. W przypadku zastosowania skali logarytmicznej funkcja (3.28) jest linią prostą.

W 1978 r. Lew i Reichard [83] zaproponowali inny, nieliniowy model zależności wytrzymałości od dojrzałości:

$$S = \frac{a_{lr}}{1 + a_{lr} b_{lr} \cdot [\log(M - 30)]^{c_{lr}}}, \quad (3.30)$$

gdzie  $a_{lr}$ ,  $b_{lr}$ ,  $c_{lr}$  to stałe wyznaczone w wyniku aproksymacji metodą najmniejszych kwadratów. Wskaźnik  $M$  wyrażony jest w tym wzorze w °F-dniach, a wartość 30 °F-dni reprezentuje dojrzałość, poniżej której wytrzymałość na ściskanie jest zerowa.

Równania (3.28) i (3.30) nie uwzględniają wpływu dojrzałości betonu na wytrzymałość graniczną, tak więc dla wielu badaczy mają one ograniczone zastosowania. Alternatywą dla wzoru Płowmana i Lewa jest funkcja hiperboliczna przedstawiona przez China [32]:

$$S = \frac{M}{1/A_{ch} + M/S_u} \quad (3.31)$$

lub



$$S = \frac{t_e}{1/A_{ch} + t_e/S_u}, \quad (3.32)$$

gdzie  $A_{ch}$  jest początkowym nachyleniem krzywej.

W punkcie 3.3.4 omówiono dwie kolejne funkcje, które także dobrze reprezentują wzrost wytrzymałości i uwzględniają wytrzymałość graniczną  $S_u$ . Jedną z nich jest krzywa eksponentialna Freieslebena Hansena i Pedersena (3.23) wyrażona w funkcji wskaźnika dojrzałości:

$$S = S_u \cdot \exp\left(-(\tau/M)^\beta\right) \quad (3.33)$$

lub

$$S = S_u \cdot \exp\left(-(\tau/t_e)^\beta\right). \quad (3.34)$$

Drugim wspomnianym modelem jest krzywa hiperboliczna Carino (3.24) [27], stanowiąca modyfikację wzoru China (3.32) i przywoływana w normie ASTM C1074, która wyrażona za pomocą wskaźnika  $t_e$  przedstawia się następująco:

$$S = S_u \cdot \frac{k \cdot (t_e - t_0)}{1 + k \cdot (t_e - t_0)}. \quad (3.35)$$

Parametry  $S_u$ ,  $k$  i  $t_0$  można podobnie jak w rozpatrywanych powyżej przypadkach uzyskać w wyniku aproksymacji, ale także wykorzystać ich fizyczny sens omówiony w 3.3.3 i 3.3.4. Dodatkową modyfikacją wzoru (3.35) jest propozycja Carino i Tanka [121], którzy podkreślają, że obliczona w wyniku regresji wartość wytrzymałości granicznej nie jest rzeczywistą wytrzymałością długoterminową betonu. Aby ulepszyć to podejście można wyrazić względną wytrzymałość w odniesieniu do wieku równoważnego za pomocą wzoru:

$$\frac{S}{S_{28}} = \omega \cdot \frac{k_r \cdot (t_e - t_{0r})}{1 + k_r \cdot (t_e - t_{0r})}. \quad (3.36)$$

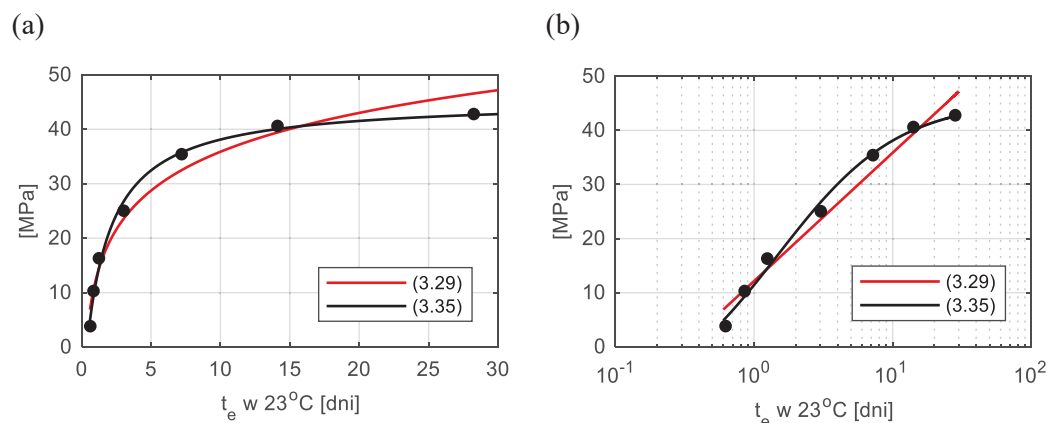
Wykorzystując współczynnik  $\omega$  zdefiniowany w równaniu (3.27) względny przyrost wytrzymałości opisuje formuła:

$$S = S_u \cdot \frac{k_r \cdot (t_e - t_{0r})}{1 + k_r \cdot (t_e - t_{0r})}. \quad (3.37)$$

Przez  $k_r$  oznaczono tutaj stałą szybkości w temperaturze referencyjnej, a przez  $t_{0r}$  koniec wiązania w temperaturze referencyjnej.

Przykładową zależność wytrzymałość - wiek równoważny przedstawiono na Rys. 3.8. Można zauważyć, że równanie Płowmana (3.29) nie jest właściwe dla niskiej (< 10 h) i wysokiej (> 28 dni) wartości wskaźnika dojrzałości. Dane eksperymentalne zdecydowanie lepiej opisuje równanie hiperboliczne (3.35).





Rys. 3.8. Porównanie równań (3.29) i (3.35) do opisu zależności wytrzymałość - wiek równoważny [26]:  
(a) skala liniowa, (b) skala logarytmiczna

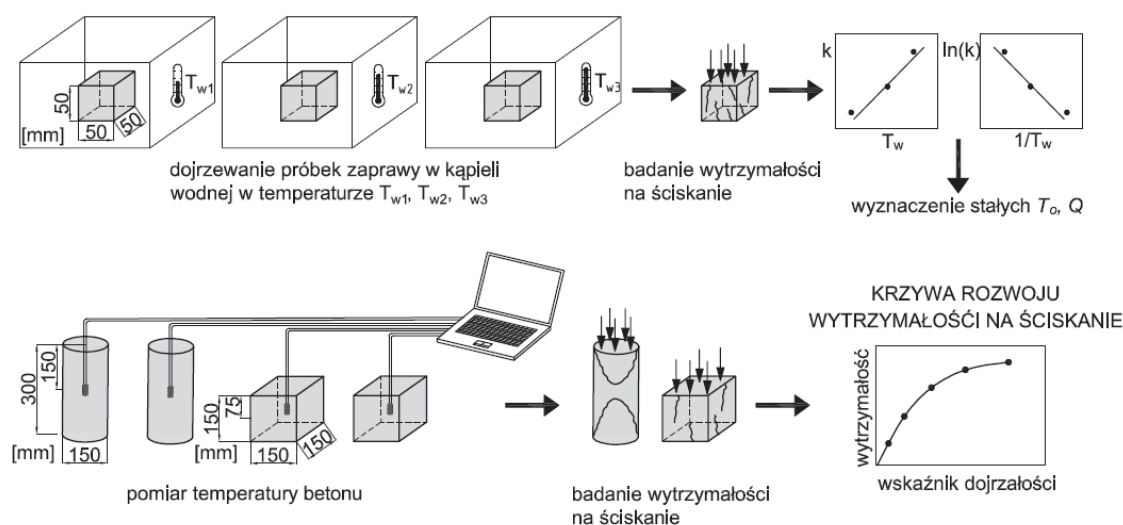
### 3.3.6 Procedura badawcza

Procedura szacowania wytrzymałości betonu dojrzewającego w konstrukcji składa się z dwóch etapów: prac laboratoryjnych służących wyznaczeniu krzywej przyrostu wytrzymałości oraz pomiarów temperatury elementu betonowego *in situ* (Rys. 3.9, Rys. 3.10) [92]. W normie ASTM C1074 [138] opisano sposób zastosowania metody dojrzałości w praktyce.

Badania laboratoryjne wymagają przygotowania co najmniej 15 próbek walcowych o wymiarach 150/300 mm zgodnie z normą [141]. Receptura i konsystencja mieszanki powinna być taka sama jak dla betonu, którego wytrzymałość chcemy szacować. Dwie próbki należy wyposażyć w wodoodporne czujniki pomiaru temperatury, umieszczając je centrycznie wewnątrz badanej próbki ( $\pm 15$  mm od środka próbki). Natychmiast po odpowiednim umieszczeniu czujników, należy podłączyć je do instrumentów rejestracji temperatury. W ciągu pierwszych 48 godzin temperatura betonu powinna być mierzona co 30 minut lub częściej, natomiast po tym czasie można dokonywać pomiaru z interwałem 1 godziny lub przyjąć mniejszy krok czasowy. Wymagana dokładność urządzenia pomiarowego wynosi  $\pm 1$  °C [138]. Wszystkie wykonane próbki należy przechowywać w wilgotnym pomieszczeniu lub w wodzie, w warunkach normowych. Na pozostałych 13 próbkach walcowych należy wykonać badanie wytrzymałości na ściskanie w wieku 1, 3, 7, 14 i 28 dni, każdorazowo niszcząc dwie próbki [142]. Jeśli wytrzymałość zbadanych próbek różni się o więcej niż 10 %, należy zbadać trzecią próbkę i wyliczyć średnią wytrzymałość na podstawie trzech wyników. W przypadku wadliwej próbki bądź nieprawidłowego schematu zniszczenia wynik ten należy odrzucić. Norma [138] dopuszcza przyjęcie innych terminów badań, w szczególności dla betonów charakteryzujących się szybkim tempem wzrostu wytrzymałości. W takich przypadkach badania powinny rozpocząć się tak szybko, jak to możliwe. Dla każdego terminu, w którym przeprowadza się badania niszczące należy obliczyć wartość wskaźnika dojrzałości. Końcowym etapem jest wykreślenie zależności wytrzymałość - wskaźnik dojrzałości i opisanie jej właściwą funkcją najlepiej dopasowaną do

danych. Opracowana krzywa pozwala na szacowanie wytrzymałości betonu twardniejącego w innych warunkach temperaturowych niż warunkach normowych (laboratoryjnych).

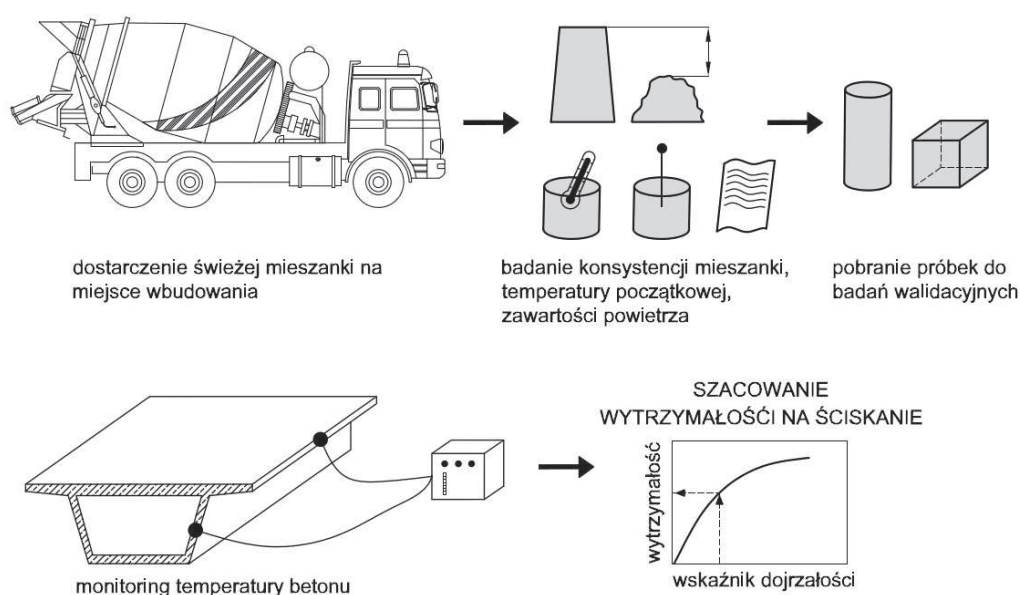
Norma ASTM C1074 [138] dopuszcza przeprowadzenie omówionej procedury badawczej dla próbek sześciennych o boku 150 mm. Tak więc możliwe jest opracowanie krzywej przyrostu wytrzymałości zarówno dla próbek walcowych jak i sześciennych. Ponadto istnieje możliwość opracowania krzywej opisującej wytrzymałość na zginanie w funkcji wskaźnika dojrzałości. W tym celu należy przeprowadzić analogiczne badania jak w przypadku walców, ale tym razem na 15 belkach o wymiarach 100/100/500 mm.



Rys. 3.9. I etap - badania laboratoryjne [93]

Szacowanie wytrzymałości betonu *in situ* wymaga wskazania krytycznych miejsc w konstrukcji betonowej, w których znajomość zmian wytrzymałości w czasie jest szczególnie istotna dla przebiegu procesu budowlanego. Po dostarczeniu mieszanki na miejsce wbudowania, należy przeprowadzić podstawowe badania takie jak: konsystencja, zawartość powietrza i pomiar temperatury początkowej mieszanki. Norma ASTM zakłada, że temperatura początkowa mieszanki dostarczonej na budowę powinna być zbliżona do temperatury początkowej mieszanki wykorzystywanej w laboratorium. Tak szybko jak to możliwe, po ułożeniu betonu w miejscu docelowym umieszcza się czujniki temperatury w świeżym betonem i podłącza je do urządzenia rejestrującego temperaturę bądź do instrumentu podającego aktualną wartość wskaźnika dojrzałości. Ważne by czujniki były w całości otoczone betonem i nie były w bezpośrednim kontakcie ze zbrojeniem bądź innymi elementami narażonymi na oddziaływanie środowiska. W każdej chwili, kiedy chcemy oszacować wytrzymałość betonu w konstrukcji należy odczytać bądź obliczyć wartość wskaźnika dojrzałości, odnieść go do wcześniej wykreślonej krzywej i na tej podstawie wnioskować o rzeczywistej wartości wytrzymałości betonu na ściskanie. Jednak przed przystąpieniem do kluczowych robót budowlanych, takich jak usunięcie szalunków czy sprężenie betonu norma [138] zaleca zbadać wytrzymałość inną metodą. Jednym ze sposobów

jest pobranie próbek z betonu dostarczonego na budowę, przechowywanie ich w pobliżu konstrukcji i równoległy pomiar temperatury betonu w dwóch wybranych próbkach. Jeśli wytrzymałość z badań niszczących tych próbek oraz wytrzymałość oszacowana na podstawie pomiaru temperatury na bazie wcześniej opracowanej krzywej laboratoryjnej nie różni się więcej niż 10 %, można uznać przewidywaną wytrzymałość za poprawną. Prostszy sposób by sprawdzić dostarczoną mieszankę jest pobranie próbek do badań walidacyjnych, przechowywanie ich w warunkach normowych i przeprowadzenie badań wytrzymałości na ściskanie we wczesnym wieku.



Rys. 3.10. II etap - szacowanie wytrzymałości betonu w konstrukcji [93]

### 3.3.7 Temperatura odniesienia i energia aktywacji według ASTM C1074

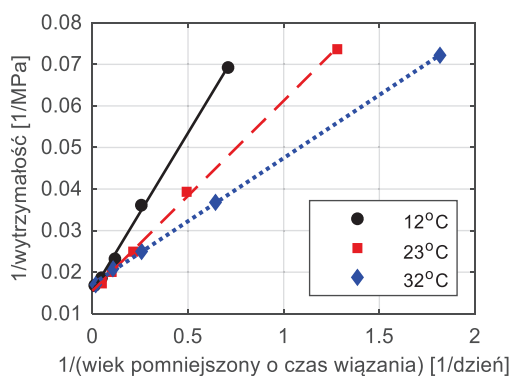
Różnice dotyczące przyjmowania właściwej temperatury odniesienia  $T_0$  i energii aktywacji  $E_a$  skłaniają do wyznaczania tych wartości na drodze doświadczalnej, dla każdego betonu, którego wytrzymałość chcemy szacować na placu budowy. Norma ASTM C1074 [138] zawiera procedury umożliwiające określenie poszukiwanych wielkości na podstawie zależności wytrzymałość na ściskanie - wiek dla kostek zaprawy pielęgnowanych w trzech stałych temperaturach.

Pierwszym elementem badań jest przygotowanie próbek sześciennych zaprawy o boku 50 mm. Zaprawa powinna charakteryzować się takim samym wskaźnikiem  $w/c$  i taką samą ilością dodatków oraz domieszek, jak w przypadku mieszanki przeznaczonej do budowy konstrukcji [138], [140]. Należy wykonać trzy zestawy po 18 kostek (łącznie 54 próbki), które umieszcza się w kąpielu wodnej o stałej temperaturze  $T_{w1}$ ,  $T_{w2}$ ,  $T_{w3}$ . Temperatury te odpowiadają maksymalnej, średniej i minimalnej temperaturze betonu, spodziewanej w okresie szacowania

jego wytrzymałości. W przypadku korzystania z pierwszej procedury obliczeniowej (A1.1.7 [138]), konieczne jest wyznaczenie końcowego czasu wiązania dla zaprawy twardniejącej w każdej z trzech temperatur [143]. Wówczas badania wytrzymałości na ściskanie przeprowadza się po około 1 godzinie od wyjęcia próbek z wody i w wieku dwukrotnie dłuższym od końcowego czasu wiązania. Jeśli taka wartość nie jest określona, pomiary wytrzymałościowe należy przeprowadzić w momencie osiągnięcia przez kostki wytrzymałości około 4 MPa, a następnie w wieku dwukrotnie dłuższym od pierwotnego. Przykładowo, jeśli pierwsze badanie wykonamy po 12 h, to kolejne należy przeprowadzić po 1, 2, 4, 8, 16 dniach. Każdorazowo bada się trzy próbki zaprawy określając wartość wytrzymałości na ściskanie. Norma ASTM C109/C109M-07 [140] zaleca stosować prędkość obciążania w zakresie od 900 do 1800 N/s. Wartość wytrzymałości na ściskanie należy zaokrąglić do 0,1 MPa, a wyniki próbek wadliwych odrzucić. Maksymalny dopuszczalny zakres wytrzymałości dla próbek z tej samej partii zaprawy, w tym samym wieku wynosi  $\pm 8,7\%$  średniej wyznaczonej z trzech próbek lub  $\pm 7,6\%$  średniej dla dwóch próbek.

Dane wytrzymałościowe uzyskane dla próbek zaprawy twardniejących w trzech stałych temperaturach wykorzystuje się do określenia zależności pomiędzy stałą szybkości reakcji  $k$ , a temperaturą bezwzględną. Norma podaje trzy procedury służące określaniu stałych  $k$ . Przy wykorzystaniu regresji liniowej do analizy danych stosuje się procedurę A1.1.7 lub A1.1.8.2, zaś w przypadku regresji hiperbolicznej procedurę A1.1.8.1 [138].

Pierwsze podejście (A1.1.7) polega na wykreśleniu zależności odwrotności wytrzymałości w funkcji odwrotności wieku, pomniejszonego o końcowy czas wiązania (Rys. 3.11) i przeprowadzeniu aproksymacji liniowej dla uzyskanych danych. Iloraz punktu przecięcia najlepiej wpasowanej prostej z osią  $y$  do nachylenia tej prostej, jest poszukiwaną wartością stałej szybkości reakcji  $k$  dla każdej temperatury twardnienia.



Rys. 3.11. Odwrotność wytrzymałości w funkcji odwrotności wieku [138]

Alternatywna procedura (A1.1.8.1) wyznaczenia stałych  $k$ , polega na wpasowaniu krzywej hiperbolicznej omówionej w punkcie 3.3.4, do danych uzyskanych z badań



doświadczalnych (wytrzymałości średniej  $S$  w wieku  $t$ ). Program wylicza stałe regresji  $S_u$ ,  $t_0$  i  $k$  wykorzystując zależność (3.24).

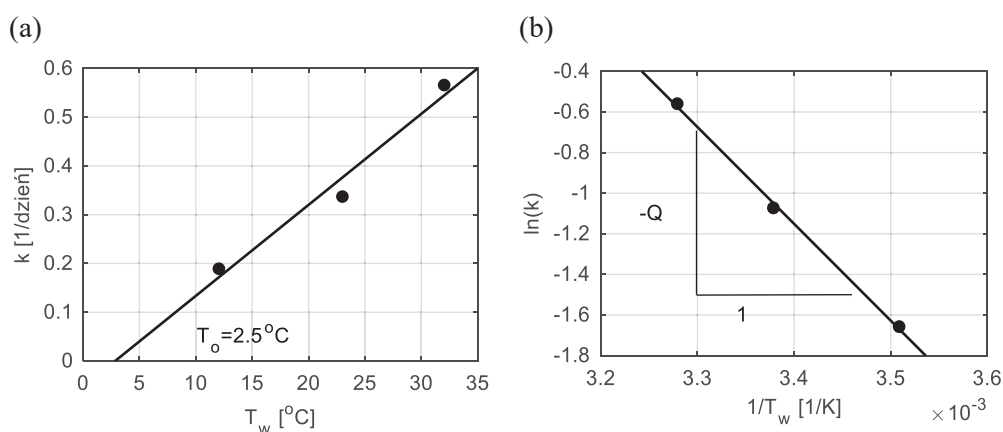
Trzeci sposób (A1.1.8.2) na wyznaczenie stałej  $k$  przebiega zgodnie z poniższymi krokami:

- Korzystając z czterech ostatnich wyników badań należy wykreślić zależność odwrotności wytrzymałości (oś  $y$ ) w funkcji odwrotności wieku (oś  $x$ ). Następnie przeprowadza się aproksymację liniową i określa punkt przecięcia prostej z osią  $y$ . Odwrotność wartości stanowiącej punkt przecięcia z osią  $y$  stanowi szukaną wytrzymałość graniczną  $S_u$ .
- Posługując się powyższymi danymi oblicza się wartości  $A$ , dla każdej wytrzymałości średniej  $S$ , zgodnie z następującym równaniem:

$$A = S / (S_u - S). \quad (3.38)$$

- Dla każdej temperatury twardnienia należy wykreślić wartości  $A$  w funkcji czasu  $t$ , a następnie określić współczynnik kierunkowy prostej, który stanowi poszukiwaną stałą szybkości reakcji  $k$ .

Korzystając z wyników wybranej procedury należy sporządzić wykres zależności stałych szybkości reakcji  $k$  od temperatury pielęgnacji  $T_w$  i przeprowadzić aproksymację liniową. Punkt przecięcia prostej z osią odciętych wyznacza poszukiwaną temperaturę odniesienia  $T_0$  (Rys. 3.12a). W celu określenia energii aktywacji należy obliczyć logarytm naturalny z  $k$  i przedstawiając go w funkcji odwrotności temperatury absolutnej (Rys. 3.12b) dokonać regresji liniowej. Współczynnik kierunkowy uzyskanej prostej równy jest wartości energii aktywacji podzielonej przez stałą gazową  $Q = E_a / R$ .



Rys. 3.12. (a) Stałe szybkości reakcji  $k$  w funkcji temperatury pielęgnacji, (b) Wykres zależności  $\ln k$  od odwrotności temperatury pielęgnacji [138]

### 3.3.8 Wytyczne normy polskiej według standardów europejskich

Dotychczas na polskich budowach rejestracja temperatury dojrzewającego betonu miała na celu tylko informowanie o pojawiających się znacznych gradientach temperatur, w szczególności



w elementach masywnych, a tradycyjną metodą oceny wytrzymałości betonu w konstrukcji było i jest badanie próbek betonowych.

Aktualnie załącznik F normy PN-EN 13670 [146] w punkcie F.8.5. podaje zalecenia dotyczące pielęgnacji i ochrony betonu. Punkt F.8.5.(2) mówi: „Zaleca się, aby ocena rozwoju wytrzymałości betonu w strefie przypowierzchniowej była oparta na zależności między wytrzymałością na ściskanie a dojrzałością”. Punkt F.8.5.(3) z kolei, odnosi się do oceny rozwoju właściwości betonu na podstawie jednej z następujących metod:

- *"obliczenie dojrzałości na podstawie pomiarów temperatury, wykonanych na głębokości nie większej niż 10 mm poniżej powierzchni elementu",*
- *"obliczenie dojrzałości na podstawie średniej dziennej temperatury powietrza",*
- *"pielęgnacja dostosowana do temperatury".*

Dalej, w punkcie F.8.5.(4) czytamy: *"Zaleca się, aby obliczenia dojrzałości były oparte na odpowiedniej funkcji dojrzałości, sprawdzonej w odniesieniu do danego rodzaju cementu lub kombinacji cementu ze stosowanym dodatkiem."*

Norma polska [146] rekomenduje metodę dojrzałości zarówno do szczegółowej oceny właściwości betonu, jak również szacowania wytrzymałości betonu na ściskanie. Norma zaznacza, że funkcja dojrzałości powinna być unikalna dla konkretnego betonu, a pomiaru temperatury należy dokonywać w strefie przypowierzchniowej, do 10 mm w głąb elementu.

### 3.3.9 Urządzenia dostępne komercyjnie

Do pomiaru wskaźnika dojrzałości można stosować dostępne do tego celu urządzenia komercyjne albo monitorować jedynie zmiany temperatury betonu przy użyciu rejestratora, a następnie scałkować temperaturę betonu po czasie by uzyskać odczyt w jednostkach dojrzałości. Niektóre typy urządzeń dostępnych w sprzedaży mają zaprogramowane pewne stałe, zatem mogą nie podawać prawdziwej wartości wskaźnika. W normie ASTM C1074 można znaleźć formułę na przeliczenie wskaźnika temperaturowo-czasowego w danej chwili  $t$ , podawanego przez instrument pomiarowy  $M_d$ , na wartość skorygowaną  $M_c$ . Obliczenia przeprowadza się na podstawie temperatury odniesienia  $T_o$  zadeklarowanej przez użytkownika w stosunku do temperatury odniesienia wprowadzonej przez producenta  $T_d$  zgodnie z formułą:

$$M_c = M_d - (T_o - T_d) \cdot t . \quad (3.39)$$

Inaczej jest, jeśli wskaźnik dojrzałości wyrażony jest w postaci wieku równoważnego  $t_e$  i bazuje na z góry wprowadzonej wartości energii aktywacji. Wówczas nie da się wprost skorygować wartości wskaźnika, a użytkownik powinien być tego świadomy.

Na rynku dostępne są urządzenia służące do pomiaru temperatury w dojrzewającym betonie. Każde z nich zostało stworzone dla potrzeb związanych z określaniem wytrzymałości w konstrukcjach betonowych lub elementach prefabrykowanych i ogólna zasada działania



każdego instrumentu jest podobna. Czujniki pomiaru temperatury umieszcza się w kluczowych miejscach w konstrukcji, w świeżym betonie, podłącza do rejestratora i monitoruje temperaturę przez założony okres czasu. System może działać na pełnym bądź zintegrowanym okablowaniu, a pomiary przysyłać w trybie *on line*. Za pomocą oprogramowania dostarczonego przez producenta użytkownik może śledzić wybrane przez siebie wyniki tj. zmiany temperatury i aktualną wytrzymałość betonu na ściskanie, najczęściej w formie wykresów.

Jednym z instrumentów do pomiaru wytrzymałości w dojrzewającym betonie jest szwedzki system ConReg (Rys. 3.13). Występuje on w dwóch wariantach, jako urządzenie 6-kanalowe i 12-kanalowe, co oznacza, że możliwy jest pomiar temperatury w 6 lub 12 punktach, w zależności od modelu. W celu zmierzenia temperatury betonu wprowadza się jeden koniec przewodu w konstrukcję, a drugi koniec podłącza się do instrumentu pomiarowego. Każdy punkt to osobny kabel, zatem pojawia się problem znacznej ilości okablowania. Jako zalety urządzenia na pewno należy wskazać solidną, odporną przed wstrząsami obudowę, długą pracę na baterii oraz możliwość przesyłu danych przez moduł GSM. Ponadto w skład systemu wchodzi oprogramowanie komputerowe ConRegSoft umożliwiające tworzenie baz własnych recept, dla konkretnych betonów, a także komunikację instrumentu pomiarowego z komputerem. Aby przygotować system do badań terenowych, należy opracować krzywą przyrostu wytrzymałości dla rozpatrywanego betonu. Procedura postępowania jest następująca:

- zarejestrować czas przygotowania zarobku i temperaturę początkową mieszanki betonowej,
- zaformować 12 - 16 próbek sześciennych o boku 150 mm z badanego zarobku,
- w dwie kostki wprowadzić termopary i dokonywać pomiaru temperatury przez 28 dni w temperaturze 20 °C,
- przeprowadzić badanie wytrzymałości na ściskanie po 18, 24 godz., 2 - 3, 7, 28 dniach każdorazowo na 3 próbkach.

Uzyskane z badań wyniki wprowadza się do programu komputerowego, który oblicza wskaźniki dojrzałości i dobiera krzywą przyrostu wytrzymałości.

System ConReg wdrożony był podczas budowy Mostu Rędzińskiego we Wrocławiu, do oceny wytrzymałości betonu pylonu na wysokości 80 m nad ziemią, a także podczas budowy mostu kabl betonowego przez Wisłokę w Pilźnie, gdzie monitoring dojrzewania betonu stanowił wsparcie w podjęciu decyzji dotyczących terminu rozformowania i sprzężenia konstrukcji.





Rys. 3.13. System ConReg 706 i 712 [175]

Kolejnym urządzeniem służącym do monitoringu dojrzewania betonu jest system opracowany przez firmę Doka - Concretemote. Działa on podobnie jak ConReg, ale bazuje na metodzie dojrzałości według de Vree (ang. *weighted maturity*), jest znacznie bardziej rozbudowany i poprzez sposób montażu czujników tworzy integralny system z deskowaniem tej właśnie firmy. To co odróżnia oba systemy, to w pierwszej kolejności sposób przeprowadzania kalibracji.

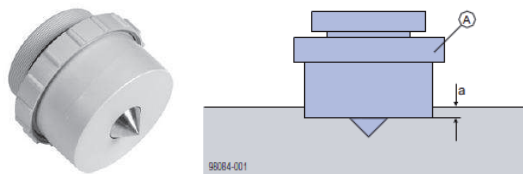
Dla każdego rodzaju betonu wymagany jest pomiar kalibracyjny. W tym celu na placu budowy lub na węźle betoniarskim przygotowuje się 6 próbek sześciennych o boku 150 mm. Próbkę umieszcza się w skrzynce kalibracyjnej (Rys. 3.14), gdzie dojrzewają w warunkach częściowo adiabatycznych (wymagane są 2 skrzynki). Tak przygotowane skrzynki transportuje się do laboratorium w ciągu 2 godzin lub po upływie 18 - 24 godzin. Konieczne jest zapewnienie stałej łączności telefonicznej skrzynki. Następnie we wskazanych terminach wykonuje się badania wytrzymałościowe, uzyskując tym samym wartość wytrzymałości na ściskanie z przynależną temperaturą (minimalna mierzalna wytrzymałość wynosi 5 MPa). Procedura kalibracyjna wymaga także podania następujących danych dotyczących rozpatrywanego betonu: gęstość, klasa wytrzymałości na ściskanie, tempo wzrostu wytrzymałości, klasa ekspozycji, typ cementu, stosunek  $w/c$ , stosunek wody do wszystkich spoiw mineralnych (ang.  $w/b$  - ang. *water-binder ratio*), maksymalny wymiar ziaren kruszywa, klasa konsystencji i dodatki.

Po wykonaniu badań wytrzymałości na ściskanie sześciu próbek i wprowadzeniu powyższych danych następuje automatyczne sporządzenie krzywej kalibracyjnej, która określa związek między wytrzymałością, a dojrzałością dla badanego betonu. Wszelkie dane (temperaturowe, wytrzymałościowe) są prezentowane w oprogramowaniu Concretemote, do których użytkownik ma dostęp po zalogowaniu się w sieci [164].



Rys. 3.14. Skrzynka kalibracyjna Doka [164]

System Concretemote oferuje trzy typy czujników pomiarowych. Czujnik stropowy, przeznaczony do pomiaru temperatury w płycie betonowej, zatapia się na głębokość od 1 do 3 cm w zależności od konsystencji betonu i może być wykorzystywany wielokrotnie (Rys. 3.15). Czujnik kablowy montuje się do zbrojenia w wybranym punkcie, a sam kabel jest tracony (Rys. 3.16). Czujnik ścienny służy do wielokrotnych pomiarów na powierzchni betonu (Rys. 3.17). Wszystkie czujniki zasilane są za pomocą akumulatora, a czas ich pracy wynosi ok. 4 miesiące. Przykładowy rozkład czujników pomiarowych w skrzynce mostowej zgodnie z ich przeznaczeniem przedstawia Rys. 3.18.



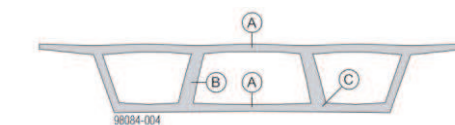
Rys. 3.15. Stropowy czujnik temperatury betonu [164]



Rys. 3.16. Kablowy czujnik temperatury betonu z przekaźnikiem, sposób montażu [164]



Rys. 3.17. Ścienny czujnik temperatury betonu z przekaźnikiem, sposób montażu [164]



Przykład: 3-komorowy przekrój mostowy

A Czujnik stropowy

B Czujnik ścienny

C Punkt pomiarowy kabla

Rys. 3.18. Przykładowy układ czujników pomiarowych [164]

Jak już wspomniano, system firmy Doka nie bazuje na metodzie dojrzałości opisanej w normie ASTM C1074, zaś opiera się na metodzie opracowanej przez Ronalda de Vree [40] i holenderskiej normie NEN 5970 [144]. Dojrzałość według de Vree wyznacza się ze wzoru:

$$Rg = 10 \cdot \frac{C_c^{0,1T-1,245} - C_c^{-2,245}}{\ln C_c}, \quad (3.40)$$

gdzie:  $R_g$  oznacza wskaźnik dojrzałości (ang. *weighted maturity*) [ $^{\circ}\text{C}\cdot\text{h}$ ],  $T$  temperaturę betonu [ $^{\circ}\text{C}$ ], a  $C_c$  to stała zależna od typu cementu [-].

Procedurę do wyznaczenia stałej  $C_c$  opisano w normie NEN 5970 [144]. Polega ona na przygotowaniu 6 beleczek zaprawy 40 x 40 x 160 mm, z których 3 przechowywane są w kąpeli wodnej w temperaturze 20  $^{\circ}\text{C}$ , zaś pozostałe 3 w temperaturze 65  $^{\circ}\text{C}$ . Następnie przeprowadza się badanie wytrzymałości na ściskanie na każdej z 6 połówek. Na podstawie wyników badań, definiuje się stałą  $C_c$ , która najczęściej przyjmuje wartości od 1,3 dla cementów o wyższej zawartości klinkieru do 1,6 przy zawartości klinkieru mniejszej od 30 %. W literaturze można znaleźć tabele, według których ustala się wartość wskaźnika dojrzałości po 1 godzinie twardnienia, w zależności od typu cementu i temperatury [114], [123]. Metoda dojrzałości według de Vree wdrożona została między innymi do kontrolowania procesu twardnienia betonu w holenderskim zakładzie prefabrykacji Hurks Beton, przynosząc doskonałe wyniki [123].

System Concretemote firmy Doka bazuje na wyznaczaniu wskaźnika dojrzałości według de Vree, ale nie obejmuje badań na próbkach zaprawy twardniejących w 20 i 65  $^{\circ}\text{C}$ . Wątpliwości budzi zatem fakt, że w podejściu tym nie ma możliwości wyznaczenia stałej  $C_c$ . Inny aspekt to pomiary wytrzymałościowe betonu niezbędne do wykreślenia krzywej kalibracyjnej. Badania wytrzymałości na ściskanie przeprowadza się zaledwie na 6 próbkach sześciennych, a w metodzie dojrzałości według normy ASTM C 1074 jest to minimum 15 próbek walcowych lub sześciennych. Biorąc pod uwagę zmienność produkowanej mieszanki, choćby w obrębie jednego węzła, określanie wytrzymałości na ściskanie na 1 próbce w danym terminie jest obarczone błędem. Być może projektanci urządzenia zastosowali dodatkowe algorytmy bądź stworzyli bazę danych dla betonów produkowanych na różnych cementach oraz twardniejących w zmiennych warunkach otoczenia. Mimo pewnych niejasności system Concretemote firmy Doka z powodzeniem został wykorzystany między innymi przy budowie wieżowca One Blackfriars w Londynie, Mostu Krempelgraben w Eisenerz w Austrii oraz specjalnej konstrukcji ESO Supernowa w Monachium, w Niemczech.

Na rynku dostępne są także inne urządzenia do szacowania wytrzymałości, np. amerykański system firmy COMMAND - *Center for Monitoring Maturity and Strength* [163], *Maturity Meter* firmy Humboldt [167], *IntelliRock II* firmy Flir [170] czy kanadyjski *SmartRock2* [176]. Wszystkie wymienione systemy bazują na metodzie dojrzałości opisanej w normie ASTM C1074.

### 3.4 Podsumowanie

Metoda dojrzałości (ang. *maturity method*) służy do szacowania wytrzymałości betonu w konstrukcji na podstawie pomiaru temperatury betonu i krzywej przyrostu wytrzymałości



w funkcji wskaźnika dojrzałości. Prawidłowe stosowanie tej względnie prostej procedury dostarcza korzyści w całym procesie budowlanym, jednak, aby prawidłowo stosować tę metodę należy zrozumieć jej ideę i ograniczenia.

Przyrost wytrzymałości w czasie jest ściśle związany z temperaturą w początkowym okresie dojrzewania, a głównym celem rozważanej metody jest szacowanie wytrzymałości wczesnej betonu, nie zaś wytrzymałości długoterminowej. Należy mieć na uwadze, że nie ma jednej funkcji dojrzałości, którą można zastosować do wszystkich rodzajów betonów. Właściwą funkcję można uzyskać poprzez pomiar zmian stałej szybkości reakcji fizykochemicznych w betonie (lub zaprawie) wraz z temperaturą pielęgnacji. Do opisu przyrostu wytrzymałości w czasie bardzo dobrze nadaje się funkcja hiperboliczna o kinetyce liniowej (3.24), którą zaleca także norma ASTM C1074. Przeprowadzenie badań doświadczalnych na próbkach zaprawy gwarantuje przyjęcie wiarygodnej wartości energii aktywacji i temperatury odniesienia, co w połączeniu z zarejestrowaną historią termiczną betonu, pozwala wyznaczyć wskaźnik dojrzałości w postaci wieku równoważnego zgodnie z równaniem Freieslebena Hansena i Pedersena (3.6). Znajomość tego wskaźnika i odpowiadającej mu wytrzymałości betonu na ściskanie stanowi podstawę do opracowania krzywej dojrzałości betonu. Logarytmiczna krzywa zaproponowana przez Płowmana wyrażona formułą (3.29) powinna być stosowana z ostrożnością, ponieważ niezbyt dobrze sprawdza się dla niskich i wysokich wartości wskaźnika. Biorąc jednak pod uwagę różnorodność projektowanych obecnie mieszanek betonowych, krzywa dojrzałości powinna być ściśle dedykowana dla rozpatrywanego betonu.

Znajomość rzeczywistej wytrzymałości betonu jest szczególnie ważne podczas betonowania w obniżonej temperaturze, najczęściej w warunkach jesiennie-zimowych. Takie rozwiązanie sprawdziło się podczas budowy pylonu Mostu Rędzińskiego [8], gdzie wdrożony system pomiaru aktualnej wytrzymałości umożliwił optymalizację tempa wznoszenia szalunków krocących. Również w przypadku wykonywania konstrukcji sprężonych, informacja o osiągnięciu przez twardniejący beton wytrzymałości na poziomie 60 - 70 % wytrzymałości 28-dniowej pozwala wykonawcy na rozpoczęcie procesu sprężania, co przy betonowaniu obiektu segmentami powtarzalnymi bądź kondygnacjami znacznie przyspiesza harmonogram robót. Precyzyjna informacja o wytrzymałości betonu we wczesnym wieku pozwala także na podjęcie decyzji o usunięciu deskowań lub podpór tymczasowych, a także przynosi korzyści związane z usprawnieniem produkcji w zakładach prefabrykacji [1], [101], [104]. Zaletą tego rozwiązania jest znaczne ograniczenie badań niszczących próbek betonowych, potencjalne zmniejszenie kosztów budowy i czasu realizacji inwestycji [62].







## 4 Szacowanie wytrzymałości betonu - badania eksperymentalne

### 4.1 Wprowadzenie

We wcześniejszej części dysertacji omówiono metodę dojrzałości dedykowaną do szacowania wytrzymałości betonu w konstrukcji, w czasie rzeczywistym. Aby zweryfikować ową teorię doświadczalnie, przeprowadzono badania betonu na cemencie portlandzkim i cemencie hutniczym. Zakres prac obejmował pomiary czasów wiązania zapraw, badania wytrzymałościowe próbek wykonanych z zaprawy i mieszanki betonowej oraz ciągłą rejestrację temperatury dojrzewającego betonu próbek pomiarowych. Efektem prac jest wyznaczenie krzywych dojrzałości betonu tj. krzywych przyrostu wytrzymałości w funkcji wskaźnika dojrzałości oraz sformułowanie teoretycznych i praktycznych zaleceń w stosowaniu tej metody.

### 4.2 Badania betonu z cementem portlandzkim CEM I

#### 4.2.1 Zakres badań

Badania eksperymentalne składały się z jednocześnie przeprowadzonych pomiarów na próbkach walcowych betonu oraz próbkach sześciennych zaprawy. Receptura betonu oparta była na cemencie CEM I 42,5 R. Jest to cement portlandzki uzyskany poprzez zmielenie 95 % klinkieru portlandzkiego z dodatkiem ok. 5 % siarczanu wapnia dwuwodnego lub anhydrytu, klasie wytrzymałości 42,5 i wysokim przyroście wytrzymałości wczesnej (R). Klasa wytrzymałości 42,5 oznacza bezwzględną wartość wytrzymałości cementu na ściskanie wyrażoną w MPa po 28 dniach dojrzewania. W przypadku tego cementu wymaga się osiągnięcia po dwóch dniach wytrzymałości minimum 20 MPa, a po 28 dniach od 42,5 MPa do 62,5 MPa. Cement ten charakteryzuje szybki przyrost wytrzymałości, wysokie ciepło hydratacji i krótki czas wiązania. Stosuje się go do produkcji betonów klas C 16/20 - C 40/50 i wyższych, wytwarzania elementów prefabrykowanych i konstrukcji monolitycznych.

Tab. 4.1. Skład mieszanki betonowej

Składniki mieszanki na 1 m <sup>3</sup>	[kg]
CEM I 42,5 R	360
woda	180
piasek 0/2	730
żwir 2/8	570
żwir 8/16	566

Schemat obrazujący program badań laboratoryjnych został przedstawiony na Rys. 3.9. W pierwszej kolejności wykonano mieszankę betonową na podstawie składu zestawionego w Tab. 4.1. Następnie zbadano podstawowe cechy mieszanki (Rys. 4.1) tj. konsystencję metodą opadu stożka, gęstość oraz zawartość powietrza zgodnie z normami PN-EN 12350 Część 2, 6, 7 [147], [148], [149]. Otrzymano opad stożka równy 80 mm, co odpowiada klasie konsystencji S2 wg PN-EN 206-1 [161]. Gęstość zagęszczonej mieszanki betonowej wynosiła  $2360 \text{ kg/m}^3$ , a zawartość powietrza zbadana metodą ciśnieniomierza, była równa 1,9 %. Uzyskane parametry mieszanki spełniały wymagania normowe.



Rys. 4.1. Badania mieszanki betonowej

Z tak przygotowanej mieszanki uformowano 15 próbek walcowych o wymiarach 150/300 mm. Wszystkie walce zagęszczono na stoliku wibracyjnym (Rys. 4.2a). W dwóch próbkach (A i B), w świeżej mieszance umieszczono czujniki pomiaru temperatury (Rys. 4.3) oraz zmierzono temperaturę początkową mieszanki, która wynosiła  $22,3 \text{ }^\circ\text{C}$ . Następnie próbki zabezpieczono przed utratą wilgoci za pomocą cienkiej folii i na 1 dobę pozostawiono w formach. Po 24 godzinach je rozformowano i umieszczono w kąpeli wodnej o temperaturze ok.  $24 \text{ }^\circ\text{C}$  (temperatura panująca w laboratorium, w którym przeprowadzono badania), a zestaw pomiaru temperatur wzbogacono o czujnik rejestrujący temperaturę wody (Rys. 4.4).

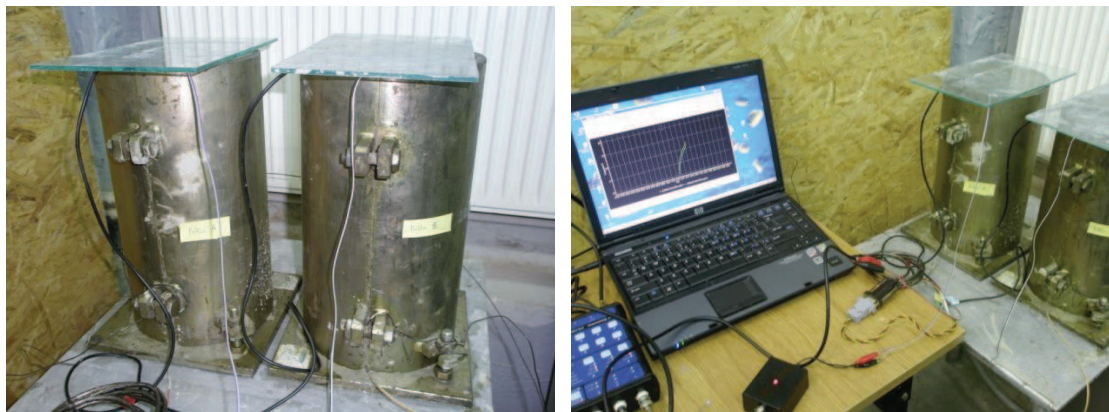
(a)



(b)



Rys. 4.2. (a) Zagęszczanie próbek na stoliku wibracyjnym, (b) Zaformowane próbki walcowe



Rys. 4.3. Rejestracja temperatury betonu w próbkach A i B



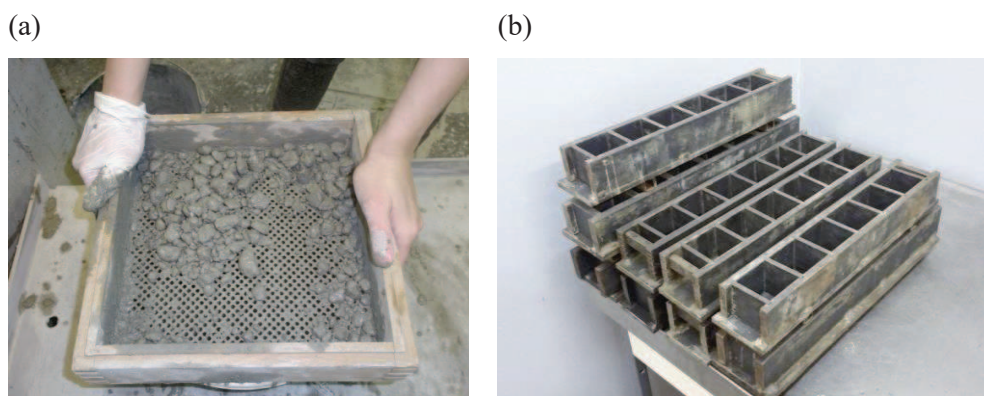
Rys. 4.4. Rozformowane próbki dojrzewające w kąpielii wodnej i dalszy monitoring temperatury

System pomiaru temperatury składał się z przenośnego komputera wraz z oprogramowaniem oraz wodoodpornych, cyfrowych czujników z interfejsem 1-wire, pracujących na jednoprzewodowej magistrali (Rys. 4.5). Odczyt następował z krokiem 15 min., co przez okres 28 dni daje  $28 \cdot 24 \cdot 4 = 2688$  punktów pomiarowych. Układ nadzorczy systemu pomiarowego rozpoznaje czujniki na podstawie przydzielonych im na etapie produkcji, niepowtarzalnych, 16 cyfrowych numerów seryjnych. Bezpieczeństwo wymiany danych jest zapewnione dzięki kontroli CRC, a zastosowany tu wielomian generujący ma postać  $x^8+x^5+x^4+1$  [41]. Układ DS18B20 zapewnia pomiar temperatury w zakresie od  $-55$  do  $+125$  °C z dokładnością  $\pm 0,5$  °C i co ważne nie wymaga kalibracji. Gwarantuje to wiarygodność pomiaru w odróżnieniu od powszechnie stosowanych termopar, których wadą jest mechaniczna nietrwałość złącza pomiarowego i możliwość przepływu prądu poza obwodem termopary, gdy złącze nie jest izolowane. Można powiedzieć, że czujniki temperatury 1-wire ustaliły standard pomiarów tej wielkości fizycznej. Ponadto parametry interfejsu 1-wire pozwalają na budowę połączeń do 300 m, stąd bez przeszkód mogą stanowić składowe systemów pomiarowych wdrażanych na placu budowy.



Rys. 4.5. (a) Wodoodporny czujnik pomiaru temperatury 1-wire, (b) Budowa czujnika DS18B20

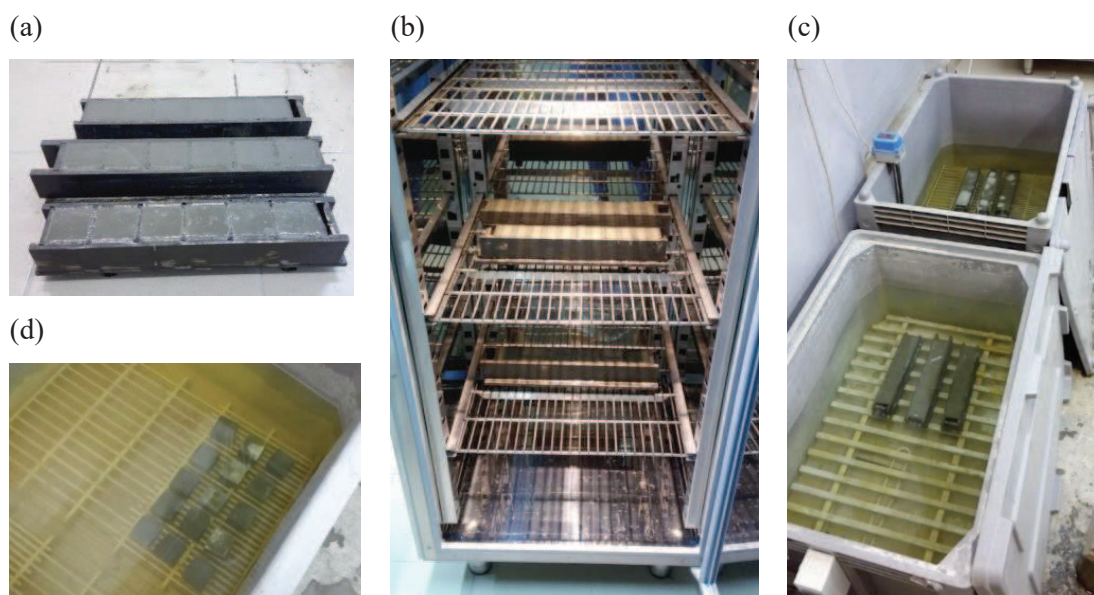
Równoległe z próbkami betonowymi przygotowano 54 próbki sześciennie o boku 50 mm (3 zestawy po 18 próbek) wykonane z zaprawy przesianej na mokro z mieszanki betonowej (Rys. 4.6a). Wymiar 50 mm nie jest typowym wymiarem próbki obowiązującym w polskich normach, tak więc jednym z zadań autora było przygotowanie tego typu form stalowych przeznaczonych do wielokrotnego użytku (Rys. 4.6b). Bezpośrednio po zaformowaniu i zagęszczeniu każdy zestaw próbek oraz pierścienie do pomiaru czasów wiązania umieszczono w kąpielu wodnej o stałej temperaturze:  $T_{w1} = 9^{\circ}\text{C}$ ,  $T_{w2} = 24^{\circ}\text{C}$ ,  $T_{w3} = 40^{\circ}\text{C}$  (Rys. 4.8). System służący do rejestracji temperatury betonu próbek walcowych, monitorował także temperaturę wody w dwóch wannach pomiarowych oraz w chłodziarce. Za pomocą aparatu Vicata określono końcowy czas wiązania zgodnie z normą [157], który dla zaprawy twardniejącej w temperaturze  $T_{w1}$  wynosił 525 min., dla  $T_{w2}$  235 min., dla  $T_{w3}$  195 min. (Rys. 4.7).



Rys. 4.6. (a) Przesiewanie zaprawy przez sito 4 mm, (b) Formy sześciennie o boku 50 mm



Rys. 4.7. Pomiar czasu wiązania



Rys. 4.8. (a) Zaformowane próbki zaprawy, (b) Próbki umieszczone w chłodziarnie w temperaturze 9 °C, (c) Próbki pielęgnowane w temperaturze 24 °C i 40 °C, (d) Rozformowane próbki w kąpeli wodnej

## 4.2.2 Badania zaprawy

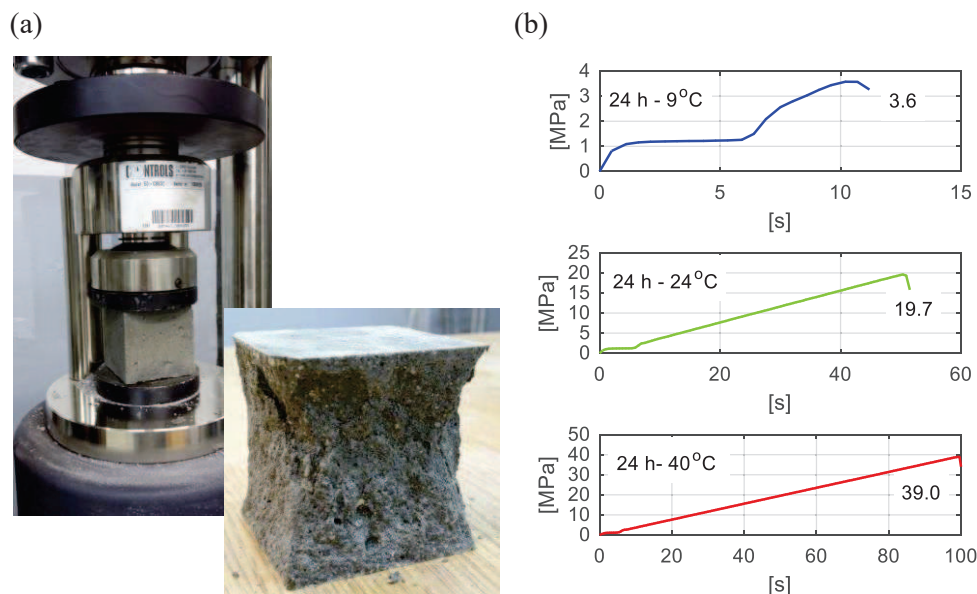
### 4.2.2.1 Badania wytrzymałościowe

Badania na próbkach sześciennych o boku 50 mm przeprowadzono celem wyznaczenia wpływu temperatury pielęgnacji na stałą szybkości reakcji fizykochemicznych  $k$  zachodzących w zaprawie. Wymiar próbki gwarantuje jednoznaczność temperatury zaprawy  $T$  z temperaturą wody  $T_w$ . Zgodnie z normą ASTM C1074 badanie wytrzymałości na ściskanie przeprowadza się w wieku dwukrotnie dłuższym od końcowego czasu wiązania, a w przypadku, gdy nie wykonuje się tego pomiaru, gdy wytrzymałość zaprawy osiągnie min. 4 MPa. Takie zalecenie wymaga różnych czasów badania dla każdego zestawu próbek. Procedurę tę uproszczono i przyjęto stałe terminy badań wytrzymałościowych niezależnie od temperatury przechowywania.

Stanowisko do badań niszczących przedstawiono na Rys. 4.9. Pomiary wytrzymałościowe zrealizowano po 0,5, 1, 2, 4, 8, 16 dniach dojrzewania. Przykładowy zapis zmian wytrzymałości w czasie dla wybranych próbek sześciennych w wieku 24 h przedstawiono na Rys. 4.10.



Rys. 4.9. Stanowisko badawcze



Rys. 4.10. Badnia niszczące próbek zaprawy: (a) widok próbki i schemat zniszczenia, (b) wytrzymałość zaprawy na ściskanie w wieku 24 h

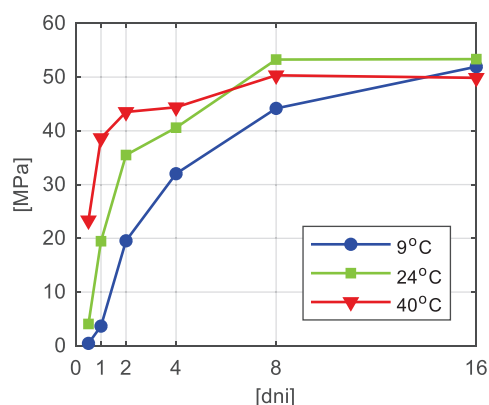
Wyniki badań wytrzymałościowych przedstawiono na Rys. 4.11 oraz w Tab. 4.2,

Tab. 4.3 i Tab. 4.4. Odrzucono wyniki, których wytrzymałość przekracza zakres  $\pm 8,7\%$  średniej wyznaczonej z trzech próbek lub  $\pm 7,6\%$  średniej dwóch próbek, zgodnie z wytycznymi normy ASTM C1074. Dla każdej próbki podano gęstość  $\rho$ , prędkość obciążania  $v_b$ , siłę niszczącą  $F$ , wytrzymałość na ściskanie  $f_c$ , średnią wytrzymałość na ściskanie  $f_{cm}$  oraz odchylenie standardowe wytrzymałości  $SD$ . Dodatkowo obliczono wskaźnik zmienności  $CV$ , wyrażony w %, jako stosunek odchylenia standardowego do średniej wartości wytrzymałości:

$$CV = SD / f_{cm} \cdot \quad (4.1)$$

Maksymalna średnia wytrzymałość na ściskanie osiągnięta przez kostki zaprawy wynosiła 53,3 MPa dla próbek pielęgnowanych w wodzie o temperaturze 24 °C (Rys. 4.11). Wzrost temperatury pielęgnacji przyspiesza hydratację cementu, co powoduje osiągnięcie wysokich wytrzymałości w początkowej fazie dojrzewania (od 12 h do 4 dni) w temperaturze 40 °C. Podwyższona temperatura (40 °C) zwiększa szybkość rozpuszczania się faz klinkierowych cementu w środowisku wody zarobowej. W miarę upływu czasu (powyżej 4 dni), powstałe produkty hydratacji tworzą gęstą sieć wokół cząstek niezhydratowanego cementu, zmniejszając szybkość uwadniania cementu po początkowym wzroście szybkości rozpuszczania składników, co skutkuje spadkiem wytrzymałości po 8 dniach. Bardzo szybka początkowa hydratacja cementu przyczynia się do powstania słabszej mikrostruktury i jak podaje Neville [104], prawdopodobnego zwiększenia porowatości materiału. Przechowywanie próbek w temperaturze 9 °C hamuje tempo powstawania produktów hydratacji. Obniżenie temperatury dojrzewania spowalnia proces hydratacji zaprawy cementowej, powodując słabszy przyrost wytrzymałości twardniejącego materiału w zależności od czasu dojrzewania. Mimo to, wytrzymałość zaprawy

twardniejącej w temperaturze 9 °C w wieku 16 dni nieznacznie przewyższa wytrzymałość określoną na próbkach dojrzewających w 40 °C. Powolniejszy przebieg hydrolizy i hydratacji w niższej temperaturze umożliwia wytworzenie się drobniejszych kryształów hydratów w kamieniu cementowym, o silniejszych powiązaniach strukturalnych, co prowadzi do wyższych przyrostów wytrzymałości w późniejszym okresie dojrzewania. Takie zjawisko opisano w punkcie 3.3.1 rozprawy, definiując je jako *crossover effect*. Duża początkowa szybkość hydratacji wywołana wysoką temperaturą opóźnia dalszą hydratację i powoduje nierównomierny rozkład produktów hydratacji w zaczynie. W efekcie zaobserwowano spadek wytrzymałości w 40 °C w stosunku do 9 °C rzędu 4 %.



Rys. 4.11. Średnia wytrzymałość próbek zaprawy na ściskanie pielęgnowanych w temp. 9, 24 i 40 °C

Tab. 4.2. Wyniki badań próbek sześciennych zaprawy o boku 50 mm - temperatura 9 °C

$t$ [doba]	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$v_b$ [MPa/s]	$F$ [kN]	$f_c$ [MPa]	$f_{cm}$ [MPa]	$SD$ [MPa]	$CV$ [%]
0,5	2216		1,15	0,5			
	2256	0,2	1,11	0,4	0,5	0,0	2,3
	2328		1,16	0,5			
1	2312		9,32	3,7			
	2368	0,4	9,00	3,6	3,7	0,1	2,5
	2336		11,00	4,4			
2	2392		50,35	20,1			
	2376	0,4	47,61	19,0	19,5	0,6	2,8
	2408		48,61	19,4			
4	2424		84,18	33,7			
	2408	0,6	75,62	30,2	32,0	1,7	5,4
	2368		80,37	32,1			
8	2352		108,21	43,3			
	2400	0,6	114,05	45,6	44,2	1,3	2,9
	2456		109,07	43,6			
16	2400		118,30	47,3			
	2424	0,6	140,46	56,2	51,9	4,4	8,6
	2408		130,73	52,3			

Tab. 4.3. Wyniki badań próbek sześciennych zaprawy o boku 50 mm - temperatura 24 °C

<i>t</i> [doba]	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$v_b$ [MPa/s]	<i>F</i> [kN]	$f_c$ [MPa]	$f_{cm}$ [MPa]	<i>SD</i> [MPa]	<i>CV</i> [%]
0,5	2344		10,06	4,0			
	2352	0,2	10,30	4,1	4,1	0,0	1,2
	2312		10,14	4,1			
1	2296		48,21	19,3			
	2320	0,4	48,65	19,5	19,5	0,2	0,9
	2296		49,13	19,7			
2	2392		85,81	34,3			
	2352	0,4	91,69	36,7	35,5	1,7	4,7
	2384		<del>70,32</del>	<del>28,1</del>			
4	2416		<del>117,96</del>	<del>47,2</del>			
	2376	0,6	98,28	39,3	40,6	1,8	4,4
	2368		104,65	41,9			
8	2400		124,94	50,0			
	2400	0,6	134,56	53,8	53,3	3,0	5,7
	2408		139,95	56,0			
16	2400		127,23	50,9			
	2408	0,6	139,28	55,7	53,3	2,4	4,5
	2408		133,54	53,4			

Tab. 4.4. Wyniki badań próbek sześciennych zaprawy o boku 50 mm - temperatura 40 °C

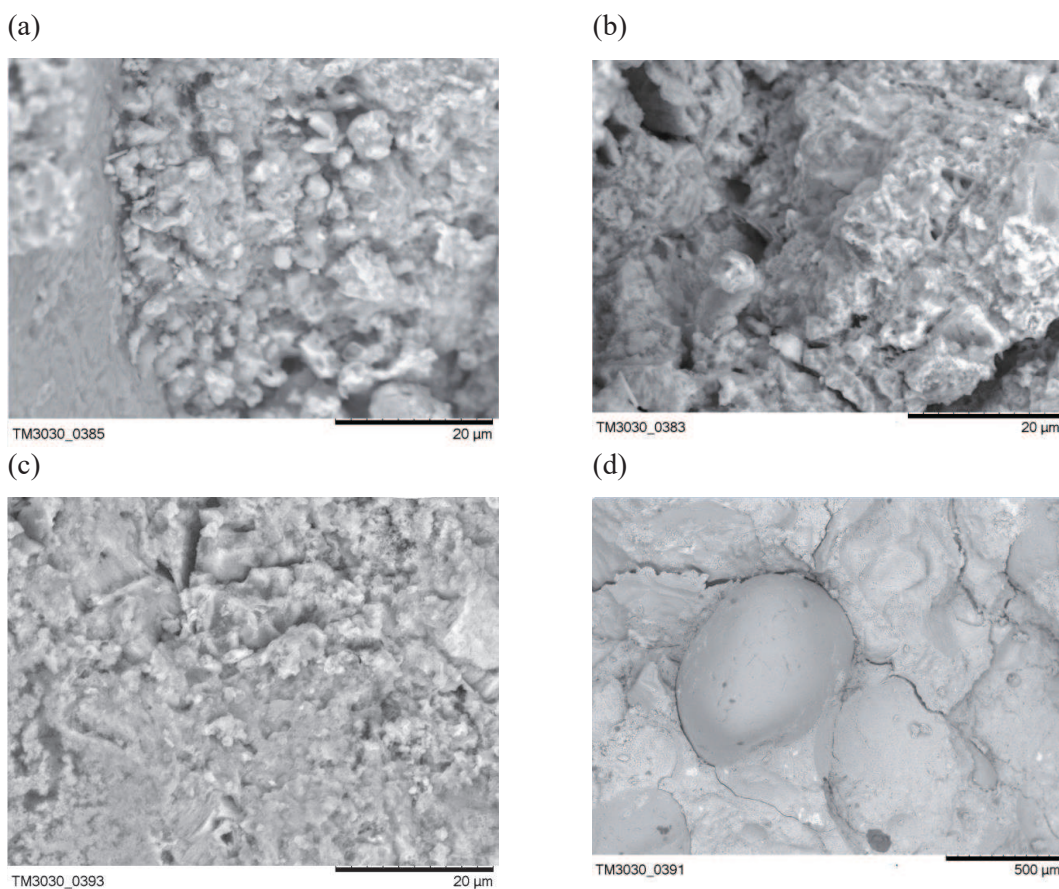
<i>t</i> [doba]	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$v_b$ [MPa/s]	<i>F</i> [kN]	$f_c$ [MPa]	$f_{cm}$ [MPa]	<i>SD</i> [MPa]	<i>CV</i> [%]
0,5	2424		59,62	23,8			
	2400	0,2	55,99	22,4	23,3	0,8	3,5
	2384		59,42	23,8			
1	2368		94,02	37,6			
	2432	0,4	98,41	39,4	38,6	0,9	2,4
	2416		97,44	39,0			
2	2384		113,84	45,5			
	2376	0,4	107,76	43,1	43,5	1,9	4,3
	2376		104,71	41,9			
4	2368		111,51	44,6			
	2376	0,6	101,78	40,7	44,4	3,6	8,0
	2272		119,59	47,8			
8	2368		122,95	49,2			
	2352	0,6	129,92	52,0	50,3	1,5	2,9
	2344		124,59	49,8			
16	2408		120,50	48,2			
	2328	0,6	128,79	51,5	49,9	2,3	4,7
	2360		<del>105,33</del>	<del>42,1</del>			



## 4.2.2.2 Mikrostruktura zaprawy

Analizę mikrostruktury próbek zaprawy pielęgnowanych w temperaturze 9, 24 i 40 °C wykonano za pomocą mikroskopu Hitachi TM 3030, obserwując przełomy powstałe po badaniach wytrzymałościowych w wieku 16 dni (Rys. 4.12).

Uzyskane wyniki badań wskazują, że zmiana warunków przechowywania (temperatury) ma wpływ na proces kształtowania się mikrostruktury zaprawy. Widoczne są różnice w wypełnieniu przestrzeni przez nieuwodnione ziarna cementu, produkty hydratacji oraz pory (żelowe, kapilarne i powietrzne). Mikrostruktura zaprawy przechowywanej w temperaturze 40 °C (Rys. 4.12c) przez okres 16 dni jest bardziej zawarta w stosunku do zapraw poddanych oddziaływaniu temperatur 9 °C oraz 24 °C (Rys. 4.12a, Rys. 4.12b). Przechowywanie próbek w temperaturze 40 °C, w odróżnieniu od zapraw przechowywanych w niższych temperaturach sprzyja powstaniu drobnokrystalicznej sieci produktów hydratacji. Powstała widoczna mikrostruktura fazy C-S-H jest bardzo dobrze upakowana, dzieje się tak dzięki obecności bardzo drobnych cząstek o charakterze izometrycznym, które bardzo silnie do siebie przylegają. Wzrost temperatury powyżej 20 °C przyspiesza proces odparowania wody z nielicznych porów kapilarnych obecnych w mikrostrukturze zaprawy (Rys. 4.12c) [59].



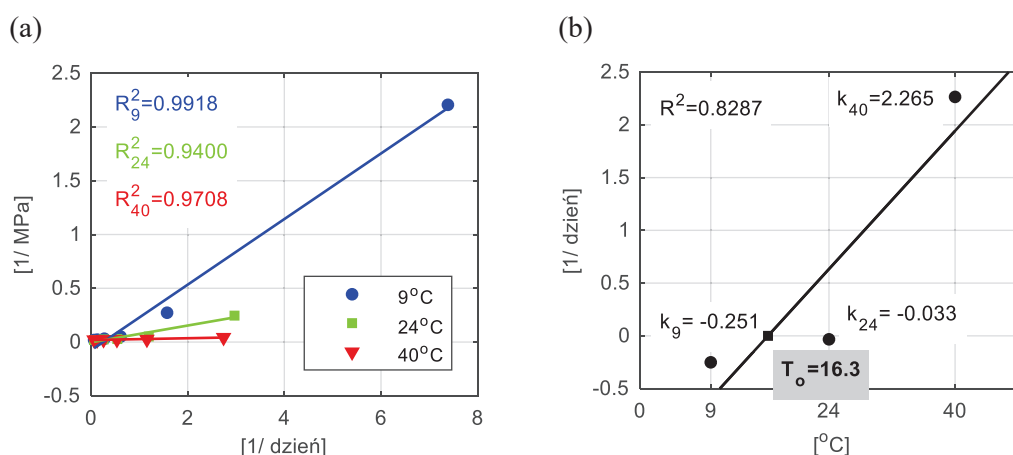
Rys. 4.12. Mikrostruktura zaprawy w powiększeniu do 20 μm dla próbek pielęgnowanych w temperaturze: (a) 9 °C, (b) 24 °C, (c) 40 °C, (d) Widok na ziarno kruszywa (40 °C)

4.2.2.3 Temperatura odniesienia  $T_o$  i stała  $Q$ 

Wyniki wytrzymałości na ściskanie otrzymane dla próbek zaprawy dojrzewających w trzech temperaturach są punktem wyjścia do wyznaczenia stałych szybkości reakcji  $k$ , a w efekcie temperatury odniesienia  $T_o$  i energii aktywacji  $E_a$ . Omówienie funkcji opisujących przyrost wytrzymałości w czasie zawarto w punkcie 3.3.4, a procedurę służącą określeniu poszukiwanych wielkości zgodnie z normą ASTM C1074 opisano w paragrafie 3.3.7 rozprawy.

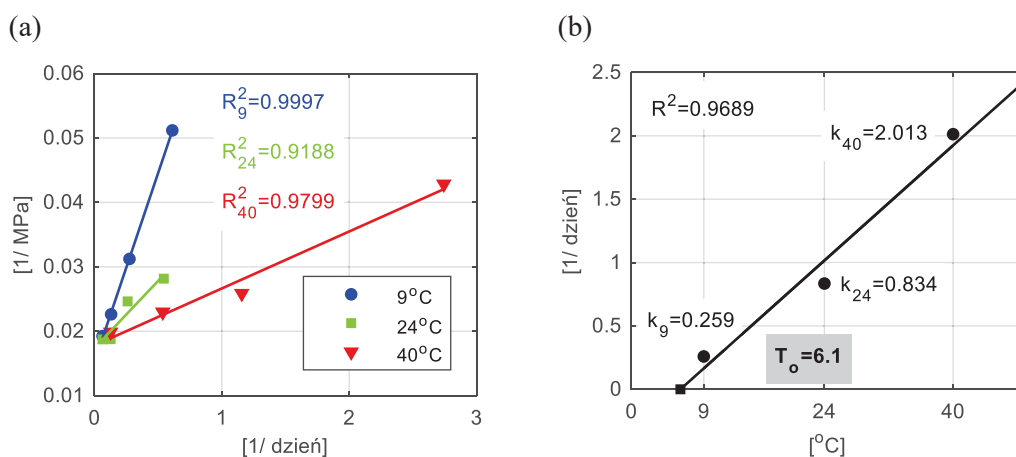
## 4.2.2.3.1 Procedura 1 według A1.1.7 normy ASTM C1074

Pierwsza procedura (wg A1.1.7) zakłada liniową regresję zależności odwrotności wytrzymałości w funkcji odwrotności wieku, pomniejszonego o końcowy czas wiązania (Rys. 4.13a). Najwyższy współczynnik determinacji  $R^2 = 0,9918$  uzyskano dla próbek twardniejących w temperaturze 9 °C. Znając równania prostych obliczono stałe szybkości reakcji jako iloraz punktu przecięcia prostej z osią rzędnych, do nachylenia tej prostej. Otrzymano następujące wartości dla poszczególnych temperatur:  $k_9 = -0,251$  [1/dzień],  $k_{24} = -0,033$  [1/dzień],  $k_{40} = 2,265$  [1/dzień], a tym samym temperaturę odniesienia  $T_o$  równą 16,3 °C (Rys. 4.13b). Aby zidentyfikować parametr  $Q = E_a / R$ , należy sporządzić wykres zależności logarytmu naturalnego z  $k$  w funkcji odwrotności temperatury bezwzględnej. W tym przypadku jest to niemożliwe, z uwagi na ujemne wartości stałej  $k_9$  i  $k_{24}$ . Wielkość ta określa szybkość reakcji, czyli tempo wzrostu wytrzymałości, tak więc biorąc pod uwagę wyniki wytrzymałościowe (Rys. 4.11), powinna mieć największą wartość dla temperatury 40 °C i najmniejszą dla temperatury 9 °C oraz przyjmować wartości większe od zera. Ponieważ przyrost wytrzymałości zaprawy we wczesnym wieku jest silnie nieliniowy, to wykorzystanie regresji liniowej prowadzi do błędnych wyników. Ponadto uzyskana temperatura odniesienia równa 16,3 °C jest za wysoka. Okazuje się, że w tak zdefiniowanej formule, podejście to nie dostarcza zadawalających rezultatów.

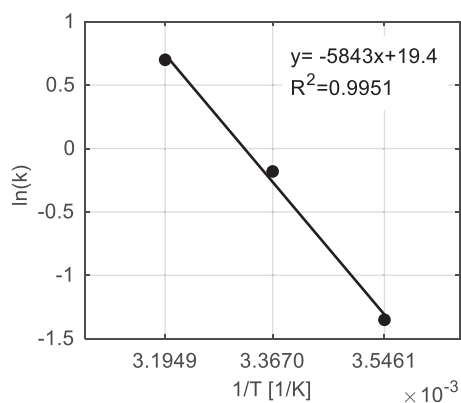


Rys. 4.13. Procedura 1 (A1.1.7): (a) odwrotność wytrzymałości w funkcji odwrotności wieku pomniejszonego o koniec wiązania, (b) zależność stałych szybkości reakcji od temperatury pielęgnacji

Podjęto próbę modyfikacji tej procedury przez odrzucenie wyników dla próbek, które charakteryzuje spadek wytrzymałości z wiekiem lub ich wytrzymałość jest mniejsza od 4 MPa (podejście to oznaczono jako  $proc1\_v2$ ). Dla temperatury 9 °C odrzucono więc wytrzymałość po 12 i 24 h ( $\leq 4$  MPa), dla 24 °C odrzucono wytrzymałość po 12 h ( $\approx 4$  MPa) i 24 h, zaś dla 40 °C wytrzymałość po 4 i 16 dniu (spadek wytrzymałości w stosunku do pomiaru odpowiednio po 2 i 8 dniach). Czas badania podobnie jak w pierwotnym podejściu pomniejszono o końcowy czas wiązania. Na Rys. 4.14 i Rys. 4.15 przedstawiono nowe wyniki, które lepiej reprezentują zależność liniową. Uzyskano w ten sposób następujące wartości:  $k_9 = 0,259$  [1/dzień],  $k_{24} = 0,834$  [1/dzień],  $k_{40} = 2,013$  [1/dzień],  $T_o = 6,1$  °C,  $Q = E_a / R = 5843$  K. Modyfikacja danych wejściowych spowodowała zwiększenie dokładności i otrzymanie realnych wyników, jednak procedura odrzucania danych nie jest częścią normowych wytycznych [138]. Uzyskana temperatura odniesienia (6,1 °C) jest co prawda wyższa od proponowanej przez Neville, ale też zakres badanych temperatur jest odpowiednio większy. Energia aktywacji podzielona przez stałą gazową równa jest 5843 K i oscyluje wokół przedziału 4800 - 5400 K, podawanego przez normę ASTM C1074 dla tego typu cementu (CEM I).



Rys. 4.14. Procedura zmodyfikowana ( $proc1\_v2$ ): (a) odwrotność wytrzymałości w funkcji odwrotności wieku pomniejszonego o koniec wiązania, (b) zależność stałych  $k$  od temperatury pielęgnacji



Rys. 4.15. Wyznaczenie stałej  $Q$

Uwzględnienie wszystkich danych wytrzymałościowych, bez ich analizy, może prowadzić do błędnych wyników. Decyzja, które wartości wytrzymałości należy pominąć nie jest jednoznaczna. Dlatego zaproponowano kilka innych, dodatkowych modyfikacji, których efekty zestawiono w Tab. 4.5. Przyjęto następujące oznaczenia:

- proc1\_v1 - uwzględnienie wszystkich danych,
- proc1\_v2 - pominięto dane z: 12 i 24 h - 9 °C; 12 i 24 h - 24 °C; 4 i 16 doby - 40 °C,
- proc1\_v3 - pominięto dane z: 12 i 24 h - 9 °C; 12 h - 24 °C; 4 i 16 doby - 40 °C,
- proc1\_v4 - pominięto dane z: 12 i 24 h - 9 °C; 12 i 24 h - 24 °C; 4 i 16 doby - 40 °C; nie pomniejszono czasu o końcowy czas wiązania
- proc1\_v5 - pominięto dane z: 12 i 24 h - 9 °C; 12 h - 24 °C; 4 i 16 doby - 40 °C; nie pomniejszono czasu o końcowy czas wiązania.

Aby zweryfikować uzyskane wartości stałych szybkości reakcji, odniesiono je do funkcji temperatury według równania (3.22) w temperaturze referencyjnej 24 °C, przyjmując wyznaczoną stałą  $Q = 5843$  K. Z wykresu odczytano wartość funkcji temperatury dla 9 i 40 °C, porównano stosunek  $k_9 / k_{24}$  i  $k_{40} / k_{24}$  uzyskany z badań i z wykresu ( $k_{f(T)}$ ) oraz obliczono błąd względny.

Tab. 4.5. Weryfikacja procedury 1 i jej modyfikacji

	$T_w$	$k$	$T_o$ (R <sup>2</sup> )	$Q$ (R <sup>2</sup> )	$k_{f(T)}$	$\frac{k_9}{k_{24}}$ i $\frac{k_{f(9)}}{k_{f(24)}}$	$\frac{k_9}{k_{24}}$ i $\frac{k_{f(9)}}{k_{f(24)}}$
	[°C]	[1/dzień]	[°C]	[K]	[1/dzień]	błąd [%]	błąd [%]
v1	9	- 0,251	16,3 (0,8287)	-	-	-	-
	24	- 0,033					
	40	2,265					
v2	9	0,259	<b>6,1</b> (0,9689)	<b>5843</b> (0,9951)	0,351	11,4	11,7
	24	0,834					
	40	2,013					
v3	9	0,259	7,9 (0,8800)	5827 (0,9710)	0,352	25,9	26,2
	24	0,546					
	40	2,013					
v4	9	0,186	7,0 (0,9076)	5644 (0,9951)	0,363	31,1	31,3
	24	0,744					
	40	1,355					
v5	9	0,186	4,1 (0,9999)	5665 (0,9951)	0,364	16,5	16,7
	24	0,427					
	40	1,355					

W wyniku weryfikacji zmodyfikowanej procedury 1, dla wariantów v2 - v5 uzyskano wartość  $T_o$  w zakresie od 4,1 do 7,9 °C, a stałą  $Q$  od 5644 do 5843 K, przy czym najmniejszy błąd względny dotyczy podejścia v2, które przyjmuje się, jako miarodajny efekt procedury 1. Powyższe analizy dowodzą, że procedura 1 wg punktu A1.1.7 normy [138], bazująca na regresji

liniowej, wymaga spełnienia dwóch warunków: wytrzymałość na ściskanie musi być większa od 4 MPa, a kolejne wytrzymałości muszą zachowywać tendencję do wzrostu. Odrzucanie wybranych danych wymaga doświadczenia i może być subiektywne, a wykonana korekta wpływa na jakość wyników. Warto również odnotować, że materiał jakim jest beton czy zaprawa jest niejednorodny i biorąc pod uwagę mnogość czynników wpływających na jakość mieszanki, jak i samą recepturę nie zawsze wytrzymałość będzie rosła. Może się okazać, że w pewnym wieku nastąpi jej spadek, co oczywiście nie jest pożądane, ale w praktyce zdarza się realtywnie często.

#### 4.2.2.3.2 Procedura 2 według A1.1.8.1 normy ASTM C1074

Drugie podejście (wg A1.1.8.1) do wyznaczenia stałych  $k$ , polega na wpasowaniu krzywej hiperbolicznej według równania (3.24) do danych uzyskanych z badań doświadczalnych - wytrzymałości średniej  $S$  w czasie  $t$ . Program wylicza stałe regresji: wytrzymałość graniczną  $S_u$ , czas końca wiązania  $t_0$  i stałą  $k$ .

Aproksymacja danych wytrzymałościowych za pomocą wyrażenia (3.24) prowadzi do następujących równań opisujących przyrost wytrzymałości zaprawy na ściskanie (Rys. 4.16a):

$$S_9 = 61,20 \cdot \frac{0,323 \cdot (t - 0,590)}{1 + 0,323 \cdot (t - 0,590)}, \quad (4.2)$$

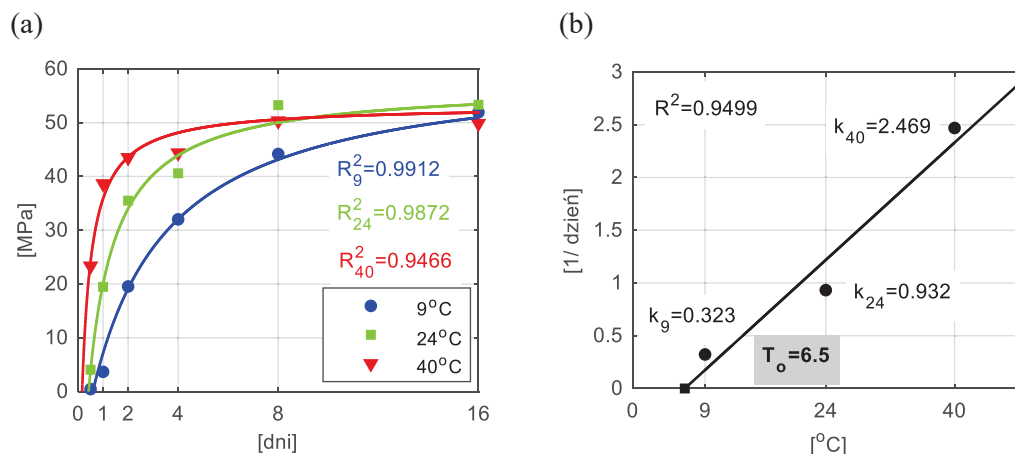
$$S_{24} = 57,09 \cdot \frac{0,932 \cdot (t - 0,421)}{1 + 0,932 \cdot (t - 0,421)}, \quad (4.3)$$

$$S_{40} = 53,21 \cdot \frac{2,469 \cdot (t - 0,162)}{1 + 2,469 \cdot (t - 0,162)}. \quad (4.4)$$

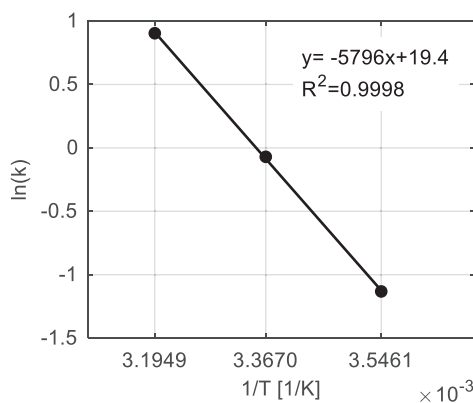
Wytrzymałość graniczna jest największa dla próbek zaprawy dojrzewających w temperaturze 9 °C (61,20 MPa), a najmniejsza dla 40 °C (53,21 MPa), co znajduje potwierdzenie w tendencji rozwoju wytrzymałości badanej zaprawy. Stałe  $k$  charakteryzują się prawidłową zależnością (rosną wraz ze wzrostem temperatury). Iloraz  $1/k$  oznacza czas  $t$ , w którym wytrzymałość  $S$  równa jest 50 % wytrzymałości granicznej  $S_u$ . Ta zależność jest w znacznym stopniu spełniona (Tab. 4.6). Wynikiem przeprowadzonych obliczeń jest ustalenie wartości  $T_0$  równej 6,5 °C (Rys. 4.16b) i wartości  $Q = 5796$  K (Rys. 4.17). Biorąc pod uwagę rozbieżności i trudności w wykorzystaniu procedury 1 można stwierdzić, że aproksymacja danych doświadczalnych za pomocą funkcji hiperbolicznej bardzo dobrze oddaje istotę zagadnienia.

Tab. 4.6. Zależność stałych  $k$  i czasu dla 50 %  $S_u$

$T_w$	$S_u$	$0,5 \cdot S_u$	$k$	$t$	$t (0,5 \cdot S_u)$
[°C]	[MPa]	[MPa]	[1/dzień]	[dzień]	[dzień]
9	61,20	30,60	0,323	3,096	3,690
24	57,09	28,55	0,932	1,073	1,491
40	53,21	26,61	2,469	0,405	0,572



Rys. 4.16. Procedura 2 (A1.1.8.1): (a) krzywe przyrostu wytrzymałości według równania (4.2), (4.3), (4.4), (b) zależność stałych szybkości reakcji od temperatury pielęgnacji

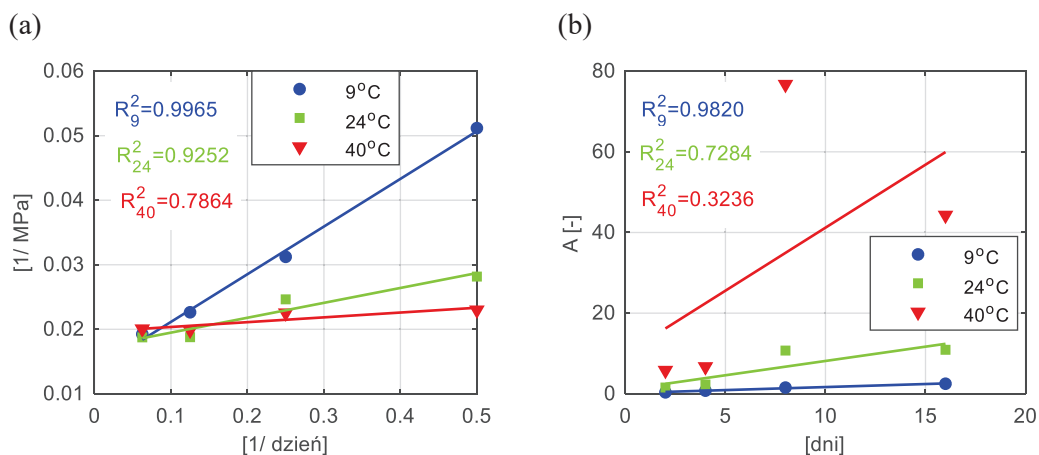


Rys. 4.17. Wyznaczenie stałej  $Q$

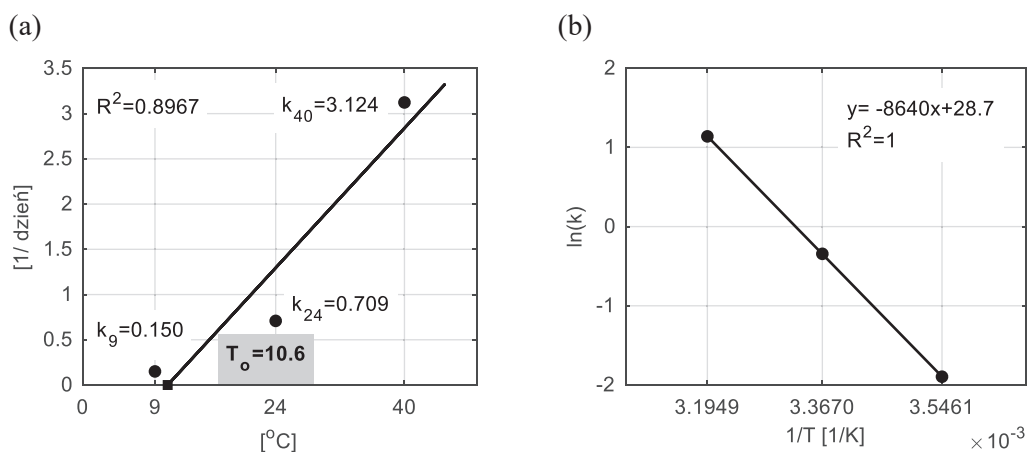
#### 4.2.2.3.3 Procedura 3 według A1.1.8.2 normy ASTM C1074

Kolejną możliwością identyfikacji stałych  $k_9$ ,  $k_{24}$  i  $k_{40}$  jest podejście według punktu A.1.1.1.8.2 normy [138], zdefiniowane tutaj jako procedura 3. Zakłada ona także regresję liniową danych wytrzymałość - wiek, ale zaleca wybrać cztery ostatnie wyniki badań, dla których wykreśla się zależność odwrotności wytrzymałości w funkcji odwrotności wieku (Rys. 4.18a). Odwrotność wartości stanowiącej punkt przecięcia z osią rzędnych, stanowi poszukiwaną wytrzymałość graniczną  $S_u$ . W drugim kroku przeprowadza się aproksymację liniową wartości  $A$  wyliczonych ze wzoru (3.38) w funkcji czasu  $t$  (Rys. 4.18b). Współczynnik kierunkowy tej prostej stanowi poszukiwaną stałą szybkości reakcji  $k$ . Wynikiem obliczeń jest ustalenie wartości  $T_0$  równej 10,6 °C (Rys. 4.19a) i wartości  $Q = 8640$  K (Rys. 4.19b).

Stałe  $T_0$  i  $Q$  osiągają wyższe wartości w stosunku do procedury 1 i 2. Energia aktywacji wynosi w tym wypadku 71800 J/mol i jest zbyt wysoka jak na zaprawę o przyjętym składzie.



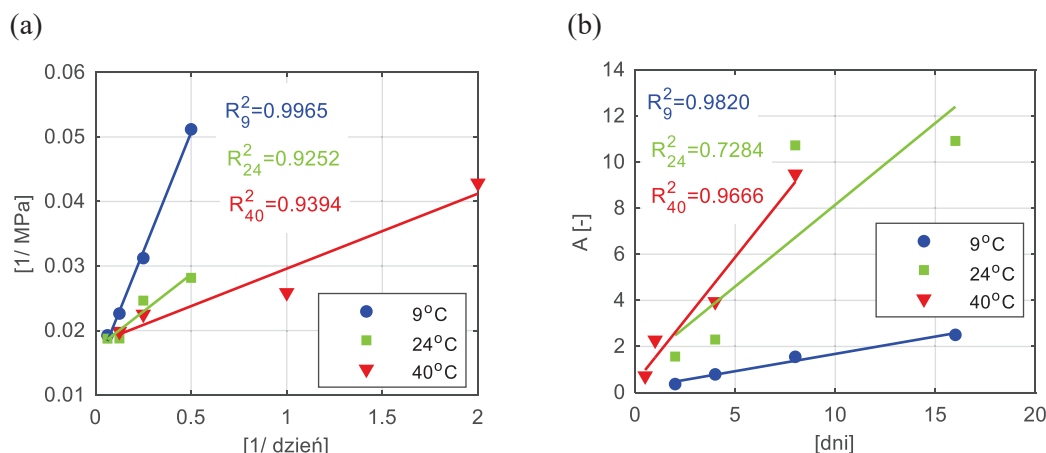
Rys. 4.18. Procedura 3 (A1.1.8.2): (a) odwrotność wytrzymałości w funkcji odwrotności wieku dla czterech ostatnich wyników, (b) zależność wartości  $A$  od czasu  $t$



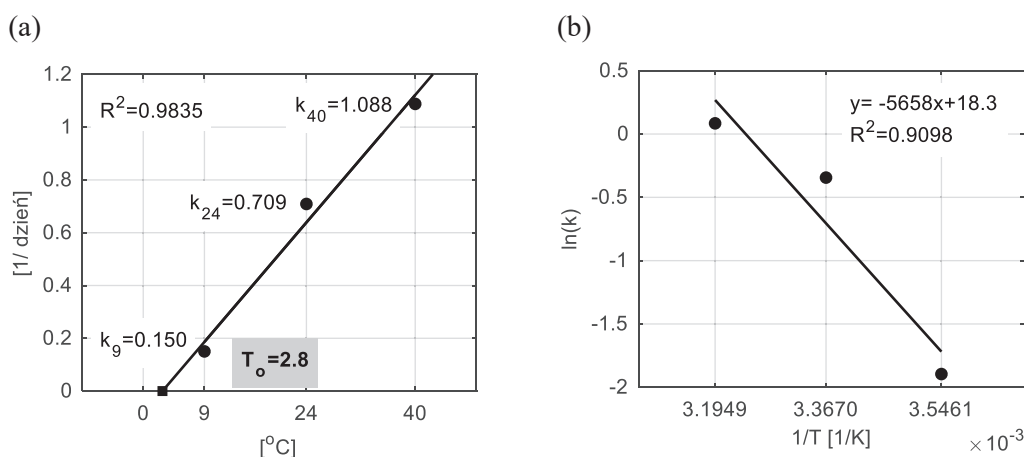
Rys. 4.19. (a) Zależność stałych szybkości reakcji od temperatury pielęgnacji, (b) Wyznaczenie stałej  $Q$

Podobnie jak w punkcie 4.2.2.3.1, zaproponowano procedurę modyfikacji danych wejściowych. Jak można zauważyć na Rys. 4.18b brak jest korelacji dla wyników dotyczących próbek przechowywanych w temperaturze 40 °C. Zatem dla tej grupy, przyjęto wyniki badań wytrzymałościowych z 1, 2, 3 i 5 dnia, a dla temperatury 9 i 24 °C, tak samo jak wcześniej przyjęto cztery ostatnie wyniki. Rezultaty zmian przedstawiono na Rys. 4.20 i Rys. 4.21. Wartość temperatury odniesienia  $T_o$  równa jest teraz 2,8 °C, a parametr  $Q$  wynosi 5658 K.

Uzyskane wyniki są zbieżne z rezultatami dwóch wcześniejszych procedur, choć temperatura odniesienia jest w tym przypadku najniższa. Podejście to wymagało jednak modyfikacji danych w celu otrzymania miarodajnych wartości szukanych stałych.



Rys. 4.20. Zmodyfikowana procedura 3 (A1.1.8.2): (a) Odwrotność wytrzymałości w funkcji odwrotności wieku (b) Zależność wartości  $A$  od czasu  $t$



Rys. 4.21. (a) Zależność stałych szybkości reakcji od temperatury pielęgnacji, (b) Wyznaczenie stałej  $Q$

#### 4.2.2.3.4 Procedura 4 z użyciem eksponentyjnej funkcji Freieslebena Hansena i Pedersena

Alternatywą dla omówionych procedur jest wykorzystanie funkcji eksponentyjnej zaproponowanej przez Freieslebena Hansena i Pedersena (3.23) do opisu zmian wytrzymałości zaprawy w czasie (Rys. 4.22a). Za pomocą aproksymacji danych wytrzymałość - czas, program wylicza stałe regresji: wytrzymałość graniczną  $S_u$  oraz współczynniki  $\tau$  i  $\beta$ . W wyniku regresji nieliniowej metodą najmniejszych kwadratów, funkcje opisujące przyrost wytrzymałości zaprawy na ściskanie wyrażono za pomocą wzorów:

$$S_9 = 59,21 \cdot \exp\left(-\left(\frac{2,385}{t}\right)^{1,035}\right), \quad (4.5)$$

$$S_{24} = 56,57 \cdot \exp\left(-\left(\frac{1,094}{t}\right)^{1,104}\right), \quad (4.6)$$

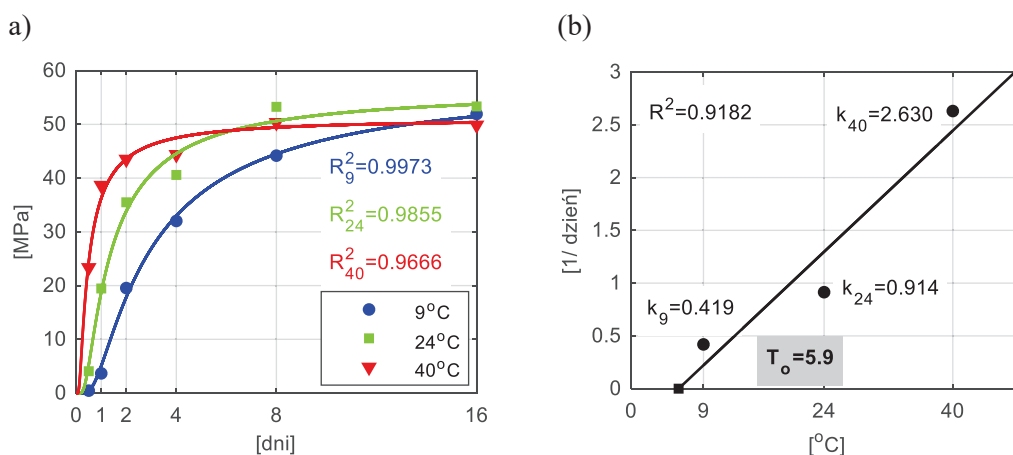
$$S_{40} = 51,20 \cdot \exp\left(-\left(\frac{0,380}{t}\right)^{1,099}\right). \quad (4.7)$$



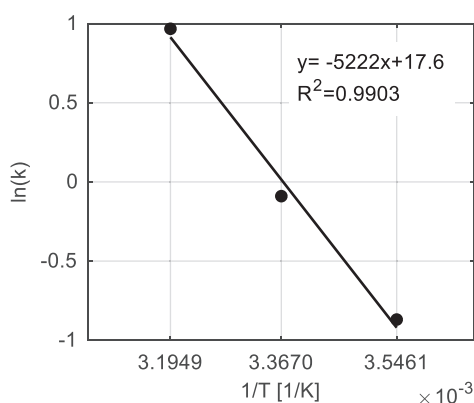
Według Carino [25] współczynnik regresji  $\tau$  oznacza czas, w którym wytrzymałość osiągnęła ok.  $0,37 \cdot S_u$ . Porównanie tych czasów oraz stałych  $k = 1/\tau$  przedstawia Tab. 4.7. Zgodność jest bardzo dobra, a współczynniki determinacji wszystkich krzywych są bliskie jedności (Rys. 4.22a). Uzyskana w ten sposób temperatura odniesienia  $T_o$  wynosi  $5,9^\circ\text{C}$  (Rys. 4.22b), a stała  $Q = 5222\text{ K}$  (Rys. 4.23). Potwierdza to słuszność modelu eksponentyjnego do analizy zmian stałych szybkości reakcji wraz z temperaturą pielęgnacji.

Tab. 4.7. Zależność współczynnika  $\tau$  i czasu dla 37 %  $S_u$

$T_w$	$S_u$	$0,37 \cdot S_u$	$\tau$	$t(0,37 \cdot S_u)$	$k$
[°C]	[MPa]	[MPa]	[dzień]	[dzień]	[1/dzień]
9	59,21	21,91	2,385	2,399	0,419
24	56,57	20,93	1,094	1,100	0,914
40	51,20	18,94	0,380	0,382	2,630



Rys. 4.22. Procedura 4: (a) krzywe przyrostu wytrzymałości według równania (4.5), (4.6), (4.7), (b) zależność stałych szybkości reakcji od temperatury pielęgnacji



Rys. 4.23. Wyznaczenie stałej  $Q$

#### 4.2.2.3.5 Zestawienie wyników rozpatrywanych procedur

W celu podsumowania wyników uznanych za miarodajne zestawiono je w Tab. 4.8, Tab. 4.9 i Tab. 4.10, z podziałem na typy regresji. Temperatura odniesienia przyjmuje wartości

od 2,8 do 6,5 °C, przy czym dla trzech procedur oscyluje wokół 6 °C. Stała  $Q$  przyjmuje najmniejszą wartość w wyniku regresji eksponentialnej i wynosi 5222 K, zaś największa wartość związana jest z procedurą według punktu A1.1.7 normy ASTM C1074 [138] i równa się 5843 K.

Sporo trudności sprawiła analiza danych wykorzystująca aproksymację liniową. Badania doświadczalne dowiodły przydatności modelu hiperbolicznego i eksponentialnego do wyznaczenia stałych  $k$ ,  $T_o$  i  $Q$ . O przewadze tych funkcji nad pozostałymi dyskutowano w paragrafie 3.3.4. Na przydatność procedury hiperbolicznej autor wskazał w jednej z pierwszych swoich publikacji, gdzie badano próbki sześciennie wykonane z zaprawy normowej [94].

Tab. 4.8. Wyniki procedur bazujących na regresji liniowej

Regresja liniowa	$T_w$	$R^2_k$	$k$	$T_o$	$R^2_{T_o}$	$Q$	$R^2_Q$
ASTM C1074	[°C]	[-]	[1/dzień]	[°C]	[-]	[K]	[-]
	9	0,9997	0,259				
A.1.1.7	24	0,9188	0,834	<b>6,1</b>	0,9689	<b>5843</b>	0,9951
	40	0,9799	2,013				
	9	0,9820	0,150				
A.1.1.8.2	24	0,7284	0,709	<b>2,8</b>	0,9835	<b>5658</b>	0,9098
	40	0,9666	1,088				

Tab. 4.9. Wyniki procedury według regresji hiperbolicznej

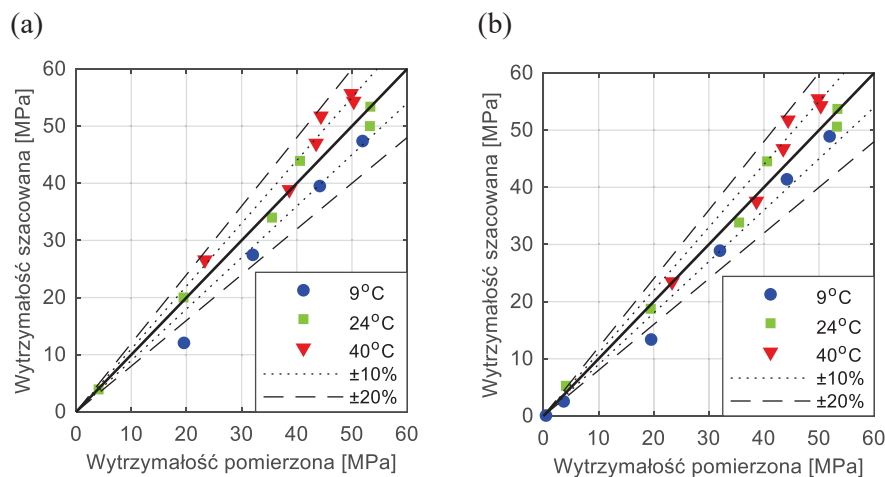
Regresja hiperboliczna wg	$T_w$	$S_u$	$R^2_s$	$k$	$T_o$	$R^2_{T_o}$	$Q$	$R^2_Q$
ASTM C1074	[°C]	[MPa]	[-]	[1/dzień]	[°C]	[-]	[K]	[-]
	9	61,20	0,9912	0,323				
A.1.1.8, Carino (3.24)	24	57,09	0,9872	0,932	<b>6,5</b>	0,9499	<b>5796</b>	0,9998
	40	53,21	0,9466	2,469				

Tab. 4.10. Wyniki procedury według regresji eksponentialnej

Regresja eksponentialna wg	$T_w$	$S_u$	$R^2_s$	$\tau$	$\beta$	$k$	$T_o$	$R^2_{T_o}$	$Q$	$R^2_Q$
Freieslebena	[°C]	[MPa]	[-]	[dzień]	[-]	[1/dzień]	[°C]	[-]	[K]	[-]
	9	59,21	0,9973	2,385	1,035	0,419				
Hansena, Pedersena (3.23)	24	56,57	0,9855	1,094	1,104	0,914	<b>5,9</b>	0,9182	<b>5222</b>	0,9903
	40	51,20	0,9666	0,380	1,099	2,630				

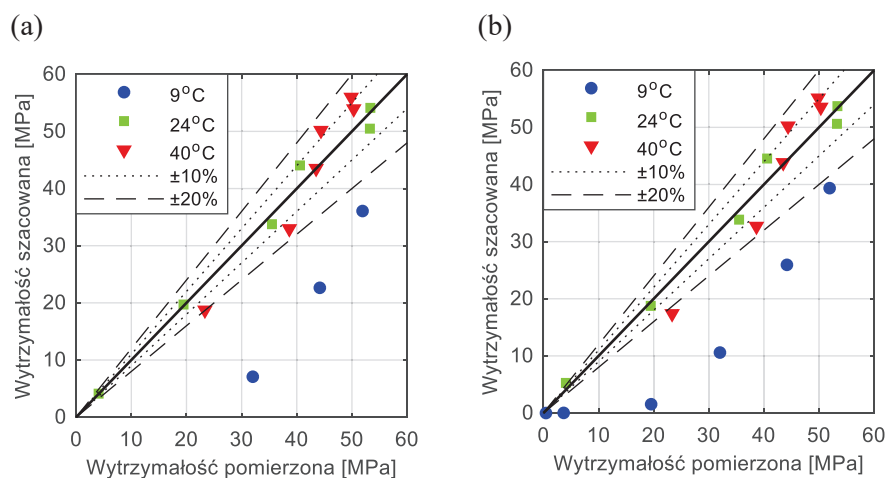
Celem zweryfikowania wybranych funkcji sporządzono wykres (Rys. 4.24) zależności wytrzymałości szacowanej od wytrzymałości pomierzonej w badaniach niszczących według modelu hiperbolicznego ( $Q = 5796$  K) i eksponentialnego ( $Q = 5222$  K). Klasyczna metoda dojrzałości zakłada bowiem przeprowadzenie badań w temperaturze ok. 20 °C (tutaj 24 °C) i na ich podstawie, oszacowanie wytrzymałości dla czasu równoważnego  $t_e$  w temperaturze 9 i 40 °C. Największa dokładność odpowiada rozłożeniu wyników wzdłuż prostej pod kątem 45° (Rys. 4.24). Dla funkcji hiperbolicznej, w temperaturze 9 °C, szacowana wytrzymałość zaprawy w 12 i 24 h była ujemna (stąd cztery wartości na wykresie), a wytrzymałość po 2 dobach wykacza poza zakres  $\pm 20$  %. Związane jest to z faktem, że w modelu tym uwzględnia się przyrost

wytrzymałości od czasu  $t_o$ . W modelu eksponentialnym, początkowe szacowane wytrzymałości w temperaturze 9 °C także odbiegają od wytrzymałości z badań niszczących, nie są ujemne, ale wciąż niedoszacowane. Oba modele ze zbliżoną dokładnością szacują wytrzymałość na ściskanie, jednak model eksponentialny jest bardziej przydatny dla niskich wartości wskaźników.



Rys. 4.24. Wytrzymałość pomierzona i wytrzymałość szacowana zaprawy na ściskanie wg wskaźnika  $t_e$ :  
(a) model hiperboliczny, (b) model eksponentialny

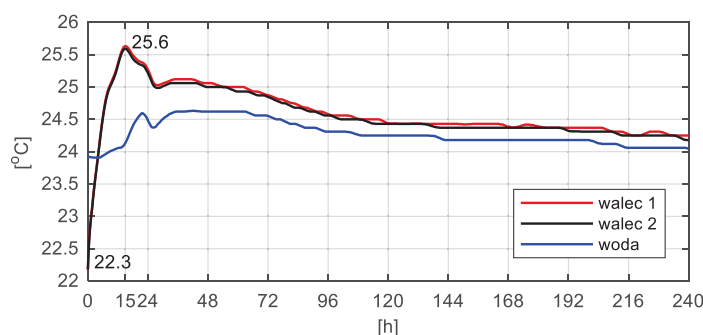
Analogiczne porównanie wytrzymałości przewidywanej i pomierzonej przeprowadzono powtórnie, tylko podstawę szacowania wytrzymałości stanowił wskaźnik temperaturowo-czasowy  $M$ , obliczony dla modelu hiperbolicznego według stałej  $T_o = 6,5^\circ\text{C}$  i modelu eksponentialnego dla stałej  $T_o = 5,9^\circ\text{C}$  (Rys. 4.25). Temperatura odniesienia dla obu modeli wynosi ok. 6 °C, zatem przechowywanie próbek zaprawy w temperaturze 9 °C generuje niski przyrost wskaźnika  $M$  w czasie, co skutkuje niedoszacowaniem wytrzymałości. Wyniki te wskazują na przewagę podawania wskaźnika dojrzałości w postaci wieku równoważnego.



Rys. 4.25. Wytrzymałość pomierzona i wytrzymałość szacowana zaprawy na ściskanie wg wskaźnika  $M$ : (a) model hiperboliczny, (b) model eksponentialny

### 4.2.3 Badania próbek walcowych betonu, krzywa dojrzłości

Zgodnie z zaleceniami normy ASTM zaformowano 15 walców, z czego dwa służyły do pomiaru temperatury betonu wewnątrz próbki, a pozostałych 13 do badań niszczących. Jak już wspomniano, temperatura początkowa mieszanki wynosiła 22,3 °C, a wykres zmian termicznych przedstawiono na Rys. 4.26. Temperatura wody odpowiadała warunkom panującym w laboratorium i wynosiła ok. 24 °C. W obu próbkach, przebieg zmian termicznych jest identyczny, a maksymalną temperaturę równą 25,6 °C odnotowano po 15 h twardnienia. Monitoring termiczny prowadzono przez 10 dni. Po tym okresie do obliczeń wskaźników dojrzłości przyjęto stałą temperaturę równą 24 °C, aż do czasu 28 dni.



Rys. 4.26. Temperatura betonu próbek walcowych oraz temperatura wody

Funkcje dojrzłości wyznaczone na podstawie stałych  $T_0$  i  $Q$  dla modelu hiperbolicznego według wzorów:

$$M^{hip.} = \sum_0^t (T - 6,5) \Delta t, \quad (4.8)$$

$$t_e^{hip.} = \sum e^{-5796 \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{273,15+24} \right)} \Delta t \quad (4.9)$$

i modelu eksponentialnego zgodnie z formułą:

$$M^{eksp.} = \sum_0^t (T - 5,9) \Delta t, \quad (4.10)$$

$$t_e^{eksp.} = \sum e^{-5222 \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{273,15+24} \right)} \Delta t. \quad (4.11)$$

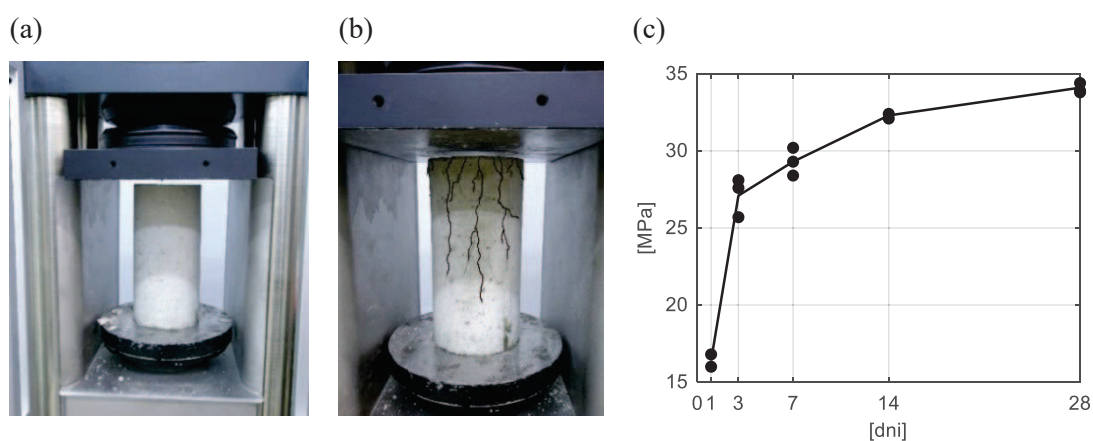
Tab. 4.11. Wskaźniki dojrzłości

$t$ [doba]	$t$ [h]	$t_e^{hip.}$ [h]	$t_e^{eksp.}$ [h]	$M^{hip.}$ [°C-h]	$M^{eksp.}$ [°C-h]
1	24	25,5	25,3	455,5	441,1
3	72	76,8	76,3	1373,0	1329,8
7	168	176,0	175,2	3159,2	3058,4
14	336	347,2	346,1	6248,8	6047,2
28	672	685,1	683,8	12358,7	11955,5

Średnie wskaźniki obliczone z obu próbek pomiarowych przedstawia Tab. 4.11. Otrzymane wartości są zbliżone dla obu modeli, szczególnie w przypadku wieku równoważnego betonu  $t_e$ . Wynika to z faktu, iż zarejestrowane temperatury są nieznacznie wyższe od temperatury referencyjnej (24 °C). Na ogół, w konstrukcji betonowej, występują większe przyrosty temperatur i wówczas wpływ stałej  $Q$  wyraźnie przełoży się na wartość wskaźnika.

Badania wytrzymałości na ściskanie próbek walcowych przeprowadzono po 24 h, 3, 7, 14 i 28 dniach (Rys. 4.27a,b). Próbki zważono i zmierzono, a prędkość obciążenia była zmienna w zależności od wieku betonu. Norma ASTM C1074 wskazuje, iż badaniu poddaje się dwie próbki w danym wieku. Jeśli wytrzymałość każdej z nich różni się więcej niż 10 % średniej, należy zbadać trzecią próbkę. Wyniki badań walców zestawiono na Rys. 4.27c i w Tab. 4.12.

Dokonano także oceny jednorodności wytrzymałości betonu na ściskanie na podstawie kryterium podanego przez Furtaka i Śliwińskiego [52], według Tab. 4.13. Zbadane próbki charakteryzowały się bardzo dobrą jednorodnością.



Rys. 4.27. Badanie wytrzymałości betonu na ściskanie: (a) widok próbki przed badaniem, (b) widok próbki po zniszczeniu, (c) Wytrzymałość na ściskanie w dziedzinie czasu

Tab. 4.12. Wyniki badań niszczących betonowych próbek walcowych

$t$ [doba]	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$v_b$ [MPa/s]	$f_c$ [MPa]	$f_{cm}$ [MPa]	$SD$ [MPa]	$CV$ [%]	ocena jednorodności
1	2410	0,2	16,0	16,4	0,6	3,5	b. dobra
	2445		16,8				
3	2407	0,2	25,7	27,1	1,3	4,7	b. dobra
	2410		28,1				
	2378		27,6				
7	2402	0,4	30,2	29,3	0,9	3,1	b. dobra
	2400		29,3				
	2395		28,4				
14	2432	0,4	32,1	32,3	0,2	0,7	b. dobra
	2390		32,4				
28	2380	0,4	33,9	34,0	0,3	0,9	b. dobra
	2423		33,8				
	2400		34,4				

Tab. 4.13. Kryteria oceny jednorodności wytrzymałości betonu na ściskanie [52]

Wskaźnik zmienności CV [%]	Ocena jednorodności
$\leq 7$	bardzo dobra
8 do 10	dobra
11 do 13	średnia
14 do 15	dostateczna
$> 15$	niedostateczna

Znajomość wskaźników dojrzałości oraz opowiadających im wytrzymałości betonu na ściskanie, pozwala na sporządzenie krzywej przyrostu wytrzymałości w funkcji wieku równoważnego  $t_e$ . Do aproksymacji danych eksperymentalnych wykorzystano 4 formuły opisane w punkcie 3.3.5 oraz zaproponowaną przez autora funkcję potęgową w postaci:

$$S = a_p \cdot t_e^{b_p} + c_p, \quad (4.12)$$

oraz funkcję wykładniczą wyrażoną zależnością:

$$S = a_w \cdot \exp(b_w \cdot t_e) + c_w \cdot \exp(d_w \cdot t_e), \quad (4.13)$$

gdzie  $a_p$ ,  $b_p$ ,  $c_p$ ,  $a_w$ ,  $b_w$ ,  $c_w$ ,  $d_w$ , oznaczają współczynniki regresji.

Jak można zauważyć na Rys. 4.28a, współczynnik determinacji dla pięciu krzywych kształtuje się na podobnym poziomie, a najgorsze wpasowanie dotyczy logarytmicznej funkcji Płowmana. Najistotniejszym jest tutaj przebieg krzywej dojrzałości w początkowym okresie tj. dla niskich wartości wskaźników  $t_e$  (Rys. 4.28b). Funkcja Płowmana zdecydowanie odbiega od pozostałych i powoduje przeszacowanie wytrzymałości. Zastosowanie funkcji wykładniczej skutkuje zawyżoną wytrzymałością dla wysokich wskaźników. Pozostałe cztery funkcje dążą do granicznej wartości wytrzymałości, ale cechuje je inny przebieg na starcie. Formuła zaproponowana przez Freieslebena Hansena i Pedersena oraz China uwzględnia przyrost wytrzymałości właściwie od zerowej wartości wskaźnika. Z kolei w podejściu Carino i zaproponowanej krzywej potęgowej, nie uwzględnia się początkowego okresu wiązania (u Carino rozwój wytrzymałości nalicza się od końca wiązania). Skutkuje to brakiem możliwości szacowania wytrzymałości dla niskich wskaźników bądź też oszacowaniem ujemnej wartości wytrzymałości. Podsumowując, funkcję służącą do opisu zależności wytrzymałości od dojrzałości trzeba dostosować do rozpatrywanego betonu. Dla badanego betonu najlepszym rozwiązaniem jest krzywa Carino:

$$S = 34,49 \cdot \frac{0,04531 \cdot (t_e - 5,235)}{1 + 0,04531 \cdot (t_e - 5,235)}, \quad (4.14)$$

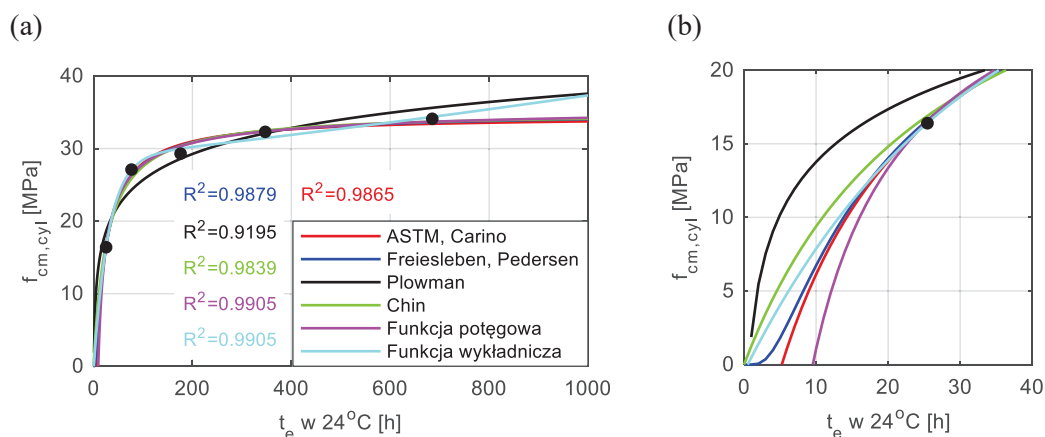
Freieslebena Hansena i Pedersena:

$$S = 35,20 \cdot \exp\left(-\left(18,15 / t_e\right)^{0,8455}\right), \quad (4.15)$$

oraz China:

$$S = t_e / (1/1,282 + t_e / 35,04). \quad (4.16)$$

Współczynniki determinacji w tych przypadkach są najbliższe jedności, a główną zaletą tych rozwiązań jest możliwość poprawnego szacowania wytrzymałości dla całego spektrum dojrzałości.



Rys. 4.28. Krzywe dojrzałości betonu: (a) dla  $t_e \in (0, 1000)$  h, (b) dla  $t_e < 40$  h

### 4.3 Badania betonu z cementem hutniczym CEM III

#### 4.3.1 Zakres badań

Bazując na doświadczeniach z badań betonu opartego na cemencie portlandzkim, przeprowadzono badania laboratoryjne zaprawy i betonu, których skład opiera się na cemencie hutniczym, CEM III. Zakres badań rozszerzono o wykonanie trzech zestawów po 12 próbek sześciennych betonu o boku 100 mm, trzech zestawów po 15 walców 150/300 mm i trzech zestawów po 12 sześciaków o boku 150 mm, a także o wyznaczenie modułów sprężystości betonu. Kostki betonowe o boku 100 mm przygotowano w celu przetestowania procedury wyznaczania stałych  $Q$  i  $T_o$ , dotychczas określanych w badaniach zaprawy. Z kolei dodatkowe próbki walcowe i sześciennie o boku 150 mm, przechowywano w obniżonej i podwyższonej temperaturze, co posłużyło do weryfikacji krzywej dojrzałości opracowanej w temperaturze referencyjnej. Skład mieszanki betonowej zestawiono w Tab. 4.14.

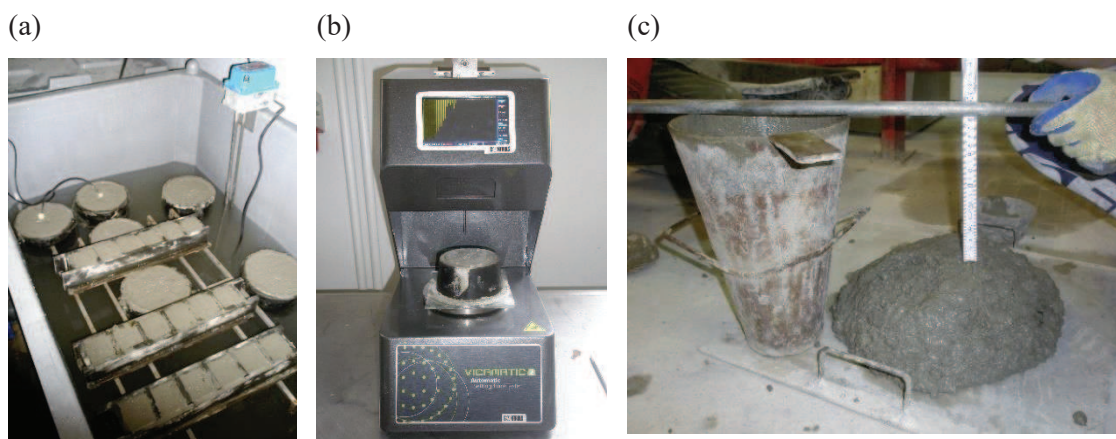
Tab. 4.14. Skład mieszanki betonowej

Składniki mieszanki na 1 m <sup>3</sup>	[kg]
CEM III/A 42,5N LH/HSR/NA	310
woda	155
piasek 0/2	652
żwir 2/8	471
żwir 8/16	688
popiół lotny	60
domieszka upłynniająca (FM) - 0,6% m. c.	1,86
domieszka uplastyczniająca (BV) - 0,4% m. c.	1,24

Zastosowany cement CEM III/A 42,5N LH/HSR/NA to cement hutniczy z dodatkiem żuźla wielkopicowego charakteryzujący się niskim ciepłem hydratacji i małą zawartością sodu

i potasu. Zaprojektowana mieszanka została wzbogacona dodatkiem popiołu lotnego. Jedną z ważniejszych zalet stosowania popiołu, jest uszczelnienie struktury i spowolnienie procesu hydratacji cementu. Jest to szczególnie ważne przy betonowaniu masywnych konstrukcji, gdzie energia wiązania wydzielana do otoczenia może prowadzić do znacznych gradientów temperatur wewnątrz konstrukcji i powstania uszkodzeń struktury. W skład mieszanki wchodzi dodatkowo dwa rodzaje domieszek: superplastyfikator silnie upłynniający, który polepsza urabialność betonu oraz plastyfikator zmniejszający lepkość plastyczną, ułatwiający zagęszczanie oraz pompowanie mieszanki betonowej. Umożliwia on także obniżenie ilości wody zarobowej, co może wpłynąć na zwiększanie wytrzymałości betonu. Nocuń i Trybalska [105] wykazały, iż domieszki poprawiające urabialność mieszanki, zmniejszają szybkość wydzielania ciepła, co należy uwzględnić przy stosowaniu tego rodzaju domieszek.

W celu wykonania zamierzonej liczby próbek, sporządzono 6 zarobów, których parametry zestawiono w Tab. 4.15. Łącznie wykonano 54 próbki zaprawy i 117 próbek betonowych. Wszystkie mieszanki charakteryzowały się klasą konsystencji S4 (Rys. 4.29c). Zawartość powietrza była zmienna, od 1,5 do 3,6 %, a gęstość oscylowała wokół  $2350 \text{ kg/m}^3$ . Tak przygotowane próbki (początkowo w formach) umieszczono w kąpeli wodnej o temperaturze 24 i  $40 \text{ }^\circ\text{C}$  oraz w chłodziarce laboratoryjnej w temperaturze  $9 \text{ }^\circ\text{C}$ , zabezpieczając je przed utratą wilgoci. Pomiar temperatury rejestrowano w 6 walcach i 6 kostkach o boku 150 mm - po 2 rodzaje próbek na każdą temperaturę (Rys. 4.29a). Monitorowano także temperaturę wody i temperaturę powietrza w chłodziarce. Przy użyciu automatycznego aparatu Vicata zbadano końcowy czas wiązania zaprawy, który w temperaturze  $T_{w1}$  wynosił 1380 min., dla  $T_{w2}$  był równy 750 min., dla  $T_{w3}$  600 min. (Rys. 4.29b).



Rys. 4.29 (a) Próbki betonu i zaprawy umieszczone w kąpeli wodnej o temperaturze  $40 \text{ }^\circ\text{C}$ ;  
(b) badanie czasu wiązania, (c) badanie konsystencji



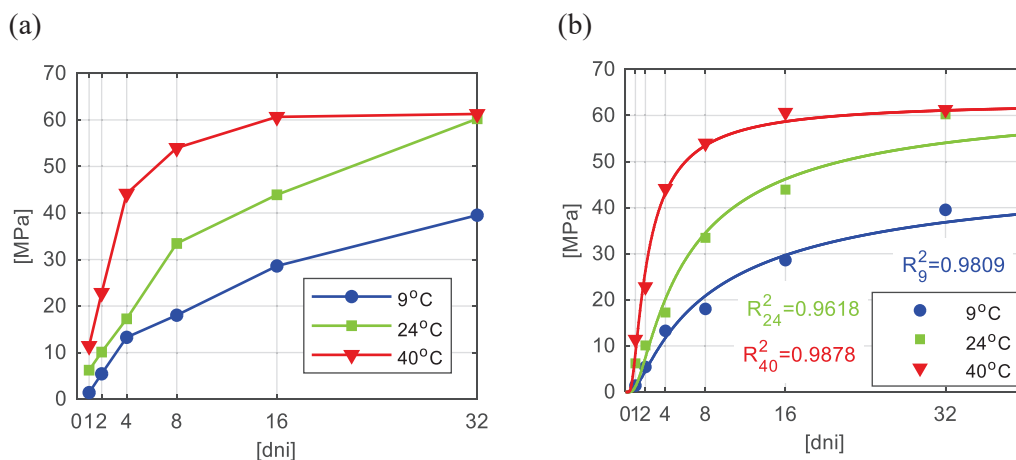
Tab. 4.15. Wyniki badań dla poszczególnych zarobów

Zarób	$T_w$ [°C]	Kostki 50 mm [szt.]	Kostki 100 mm [szt.]	Kostki 150 mm [szt.]	Walce [szt.]	Opad stożka [mm]	Zawartość powietrza [%]	Gęstość [kg/m <sup>3</sup> ]
1	9	18	-	-	15	210	3,6	2339
2		-	12	12	-	180	2,7	2334
3	24	18	-	-	15	180	1,6	2363
4		-	12	12	-	170	2,2	2265
5	40	18	-	-	15	210	1,7	2354
6		-	12	12	-	160	1,5	2345
Łącznie [szt.]		54	36	36	45	-	-	-

### 4.3.2 Wyznaczenie temperatury odniesienia i energii aktywacji

#### 4.3.2.1 Badania zaprawy

Celem wyznaczenia stałych  $T_0$  i  $Q$  wykonano badania na próbkach sześciennych zaprawy o boku 50 mm. Z uwagi na fakt, iż badany beton bazuje na cemencie hutniczym, charakteryzującym się wydłużonym w czasie tempem narastania wytrzymałości, pierwsze pomiary niszczące zrealizowano po 24 h, a kolejne po 2, 4, 8, 16 i 32 dniach dojrzewania. Każdorazowo ściskano 3 próbki zaprawy. W niniejszej rozprawie szczegółowe wyniki badań niszczących zestawiono w załącznikach. Analiza zmian wytrzymałościowych (Rys. 4.30), podobnie jak w przypadku badań na cemencie portlandzkim, dowodzi, iż podwyższona temperatura pielęgnacji (40 °C) skutkuje wysoką wytrzymałością w początkowej fazie dojrzewania, nie gwarantując wcale wyższych wytrzymałości długoterminowych. Wyraźnie widoczny jest wpływ obniżonej temperatury (9 °C) na twardniejącą zaprawę, co powoduje osiągnięcie 66 % wytrzymałości 32-dniowej próbek przechowywanych w temperaturze referencyjnej równej 24 °C. W tym przypadku nie obserwuje się zjawiska *crossover effect*.



Rys. 4.30. Średnia wytrzymałość na ściskanie próbek zaprawy dojrzewających w temperaturze 9, 24 i 40 °C: (a) dane doświadczalne, (b) aproksymacja za pomocą funkcji eksponentialnej (3.23)

W celu ustalenia stałych szybkości reakcji  $k$  w zależności od temperatury pielęgnacji, przeanalizowano 4 procedury badawcze zastosowane i omówione w punktach 4.2.2.3.1 - 4.2.2.3.4. Częściowe wyniki badań zaprawy przedstawiono w pracy [93]. Wybrane pomiary powtórzono i poddano je dodatkowej analizie, osiągając zbieżne rezultaty. Aby uzyskać miarodajne wyniki, dokonano pewnych modyfikacji przy stosowaniu regresji liniowej, co nie było konieczne dla modelu eksponentialnego i hiperbolicznego. Dla procedury A.1.1.7, pominięto wytrzymałość po 24 h ( $< 4$  MPa) dla próbek przechowywanych w temperaturze  $9\text{ }^{\circ}\text{C}$  oraz po 1 i 2 dobach dla próbek z temperatury  $40\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Natomiast dla procedury A.1.1.8, wybrano pomiary od 2 do 16 doby dla każdej temperatury. Wyniki obliczeń zestawiono w Tab. 4.16, Tab. 4.17 i Tab. 4.18. Temperatura odniesienia waha się od  $-2,9$  do  $+2,4\text{ }^{\circ}\text{C}$ , a stała  $Q$  przyjmuje wartości od 3872 do 4824 K. Najwyższą wartość otrzymano z regresji liniowej, najniższą zaś wynika z eksponentialnej zależności wytrzymałości od czasu (taką samą relację odnotowano w badaniach zaprawy z cementem portlandzkim - punkt 4.2.2.3.5). Powyższe rezultaty przedstawiono na jednym wykresie, na Rys. 4.31. Można zauważyć, iż trzy rozpatrywane procedury różnią się wartością temperatury odniesienia, ale są zbieżne, co do energii aktywacji podzielonej przez stałą gazową. Jako miarodajną do dalszych obliczeń przyjęto stałą  $Q$  równą 3872 K, co odpowiada energii aktywacji ok. 32000 J/mol. Warto odnotować, iż energia aktywacji wyznaczona z badań zaprawy bazującej na cemencie hutniczym jest niższa, niż dla zaprawy z cementem portlandzkim.

Tab. 4.16. Wyniki procedur bazujących na regresji liniowej

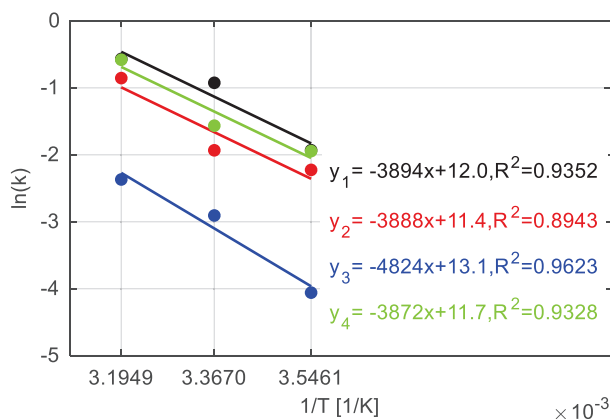
Regresja liniowa	$T_w$	$R^2_{1/S}$	$k$	$T_o$	$R^2_{T_o}$	$Q$	$R^2_Q$
ASTM C1074	[ $^{\circ}\text{C}$ ]	[-]	[1/dzień]	[ $^{\circ}\text{C}$ ]	[-]	[K]	[-]
	9	0,9945	0,145				
A.1.1.7	24	0,9277	0,397	<b>-2,9</b>	0,9831	<b>3894</b>	0,9352
	40	0,9898	0,566				
	9	0,9694	0,017				
A.1.1.8.2	24	0,9949	0,055	<b>1,9</b>	1,000	<b>4824</b>	0,9623
	40	0,9570	0,094				

Tab. 4.17. Wyniki procedury według regresji hiperbolicznej

Regresja hiperboliczna wg	$T_w$	$S_u$	$R^2_S$	$k$	$T_o$	$R^2_{T_o}$	$Q$	$R^2_Q$
ASTM C1074	[ $^{\circ}\text{C}$ ]	[MPa]	[-]	[1/dzień]	[ $^{\circ}\text{C}$ ]	[-]	[K]	[-]
	9	47,0	0,9815	0,108				
A.1.1.8.1, Carino (3.24)	24	64,7	0,9654	0,145	<b>2,4</b>	0,8490	<b>3888</b>	0,8943
	40	69,8	0,9840	0,425				

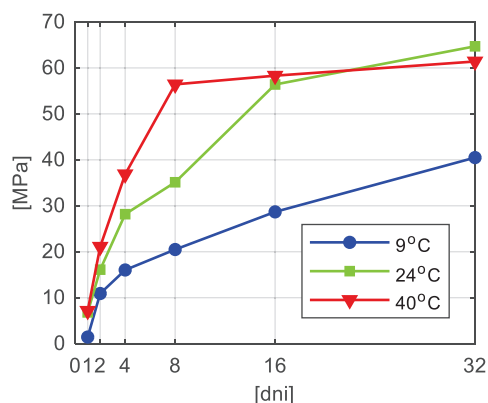
Tab. 4.18. Wyniki procedury według regresji eksponentialnej

Regresja eksponentialna wg	$T_w$	$S_u$	$R^2_S$	$\tau$	$\beta$	$k$	$T_o$	$R^2_{T_o}$	$Q$	$R^2_Q$
Freieslebena Hansena, Pedersena (3.23)	[ $^{\circ}\text{C}$ ]	[MPa]	[-]	[dzień]	[-]	[1/dzień]	[ $^{\circ}\text{C}$ ]	[-]	[K]	[-]
	9	51,8	0,9809	6,992	0,707	0,143				
	24	65,1	0,9618	4,784	0,886	0,209	<b>1,9</b>	0,8779	<b>3872</b>	0,9328
	40	63,0	0,9878	1,787	1,207	0,560				

Rys. 4.31. Wyznaczenie stałej  $Q$  dla wszystkich rozpatrywanych procedur

#### 4.3.2.2 Badania betonu

Wymiar próbki sześcienniej o boku 50 mm nie jest wymiarem typowym, stąd próba wyznaczenia poszukiwanych wielkość w oparciu o badania próbek sześciennych betonu o boku 100 mm. Badania niszczące przeprowadzono w takich samych terminach jak badania zaprawy, tj. po 1, 2, 4, 8, 16 i 32 dniach dojrzewania. Każdorazowo ściskano 2 próbki. Zależność średniej wytrzymałości na ściskanie od wieku betonu przedstawiono na Rys. 4.32.



Rys. 4.32. Średnia wytrzymałość na ściskanie próbek sześciennych betonu o boku 100 mm

Zasadniczym celem badań na próbkach betonowych było sprawdzenie ich przydatności w ocenie zmian stałych szybkości reakcji i tutaj wyniki są rozbieżne (Tab. 4.19, Tab. 4.20 i Tab. 4.21). W wyniku aproksymacji liniowej, stałe  $k$  nie spełniają założenia związanego ze wzrostem ich wartości wraz z temperaturą. Prowadzi to do uzyskania temperatury odniesienia ponad 40 °C, co mija się ze znaczeniem tej wartości, jako temperatury minimalnej dla właściwego przyrostu wytrzymałości. Skutkuje to również przeciwnym nachyleniem prostej  $\ln k - 1/T$  i błędną stałą  $Q$  (Rys. 4.33). Regresja eksponentyjna daje lepsze wyniki, choć wartość energii aktywacji podzielonej przez stałą gazową jest dość niska i wynosi 2813 K. Na tle wszystkich testowanych procedur najlepiej wypada model hiperboliczny, dla którego otrzymano wartość  $T_0 = 1,0^\circ\text{C}$  i  $Q = 4087\text{ K}$ . Wartości te są zbliżone do wyników badań zaprawy.

Należy zauważyć, iż początkowy rozwój wytrzymałości betonu dojrzewającego w stałych temperaturach jest odmienny od początkowego tempa przyrostu wytrzymałości zaprawy. W związku z tym, regresja liniowa nie stanowi dobrego narzędzia do rozwiązania tego zagadnienia. Modele nieliniowe okazują się być dużo lepszym podejściem, jednak nie do końca zbieżnym. Badania dowodzą odmienności efektów cieplnych jakie występują w próbkach sześciennych zaprawy o boku 50 mm i próbkach sześciennych betonu o boku 100 mm, dojrzewających w stałej temperaturze. Flaga zaznaczył, że dla elementów betonowych o małych wymiarach, wymiana ciepła z otoczeniem zachodzi tak szybko, że temperatura zaprawy (betonu) może być traktowana jako równa temperaturze otoczenia [45]. Dla większych próbek ( $\geq 100$  mm) należałoby analizować temperaturę betonu, a nie otoczenia. Wynika z tego, że aby uniknąć trudności w ocenie stałej szybkości reakcji należy oznaczać ją w badaniach zaprawy, a podjęta próba użycia do tego celu próbek betonowych o boku 100 mm okazała się nieskuteczna.

Tab. 4.19. Wyniki procedur bazujących na regresji liniowej

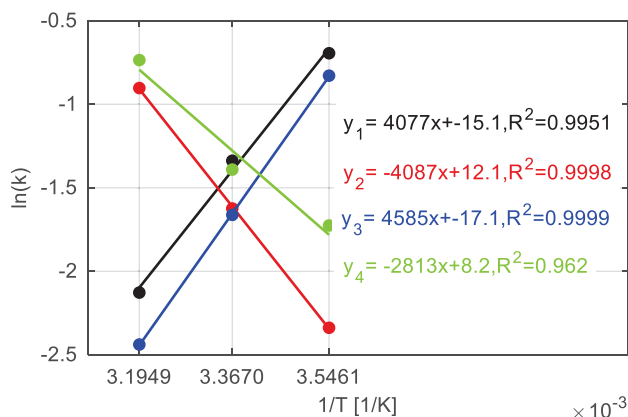
Regresja liniowa ASTM C1074	$T_w$ [°C]	$R^2_{1/S}$ [-]	$k$ [1/dzień]	$T_o$ [°C]	$R^2_{T_o}$ [-]	$Q$ [K]	$R^2_Q$ [-]
	9	0,9140	0,499				
A.1.1.7	24	0,9968	0,262	<b>48,3</b>	0,9746	<b>-4077</b>	0,9951
	40	0,9890	0,119				
	9	0,9883	0,437				
A.1.1.8.2	24	0,9848	0,190	<b>45,5</b>	0,9373	<b>-4585</b>	0,9999
	40	0,9825	0,087				

Tab. 4.20. Wyniki procedury według regresji hiperbolicznej

Regresja hiperboliczna wg ASTM C1074	$T_w$ [°C]	$S_u$ [MPa]	$R^2_s$ [-]	$k$ [1/dzień]	$T_o$ [°C]	$R^2_{T_o}$ [-]	$Q$ [K]	$R^2_Q$ [-]
	9	51,0	0,9663	0,097				
A.1.1.8.1, Carino (3.24)	24	69,2	0,9675	0,197	<b>1,0</b>	0,9679	<b>4087</b>	0,9998
	40	68,4	0,9834	0,408				

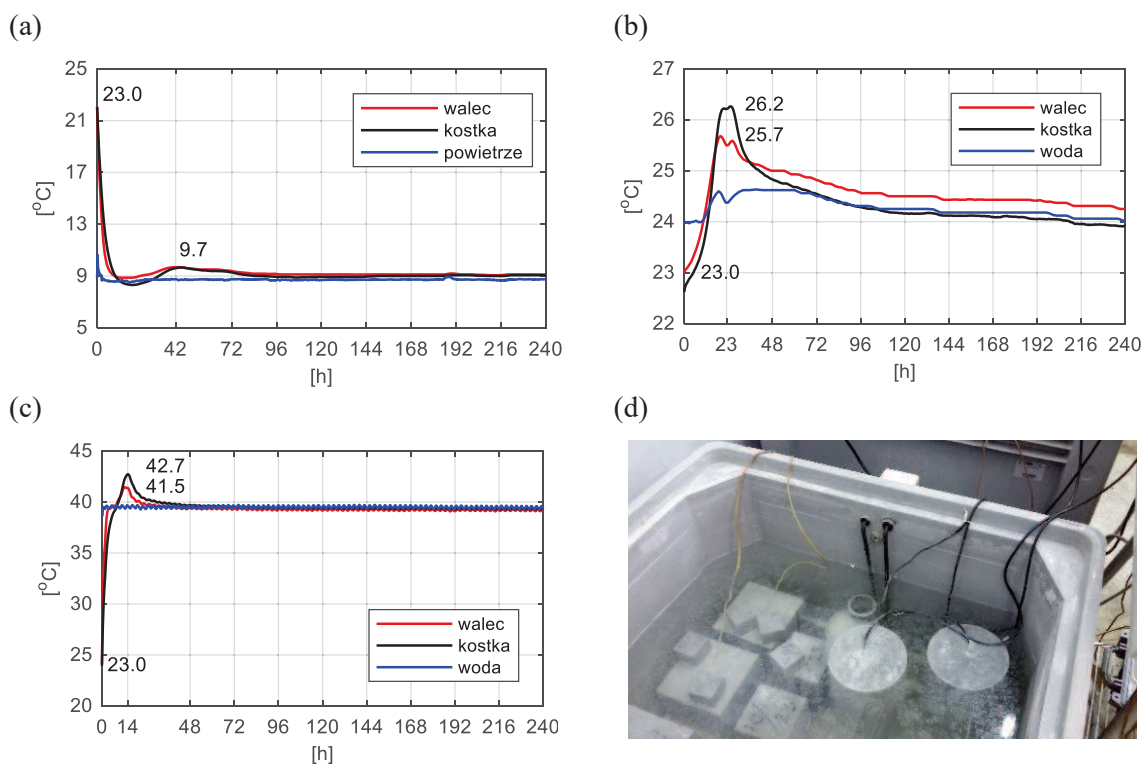
Tab. 4.21. Wyniki procedury według regresji eksponentialnej

Regresja eksponentialna wg Freieslebena Hansena, Pedersen (3.23)	$T_w$ [°C]	$S_u$ [MPa]	$R^2_s$ [-]	$\tau$ [dzień]	$\beta$ [-]	$k$ [1/dzień]	$T_o$ [°C]	$R^2_{T_o}$ [-]	$Q$ [K]	$R^2_Q$ [-]
	9	52,3	0,9611	5,616	0,606	0,178				
	24	76,7	0,9717	4,018	0,726	0,249	<b>-6,6</b>	0,9245	<b>2813</b>	0,9620
	40	62,1	0,9845	2,086	1,296	0,479				

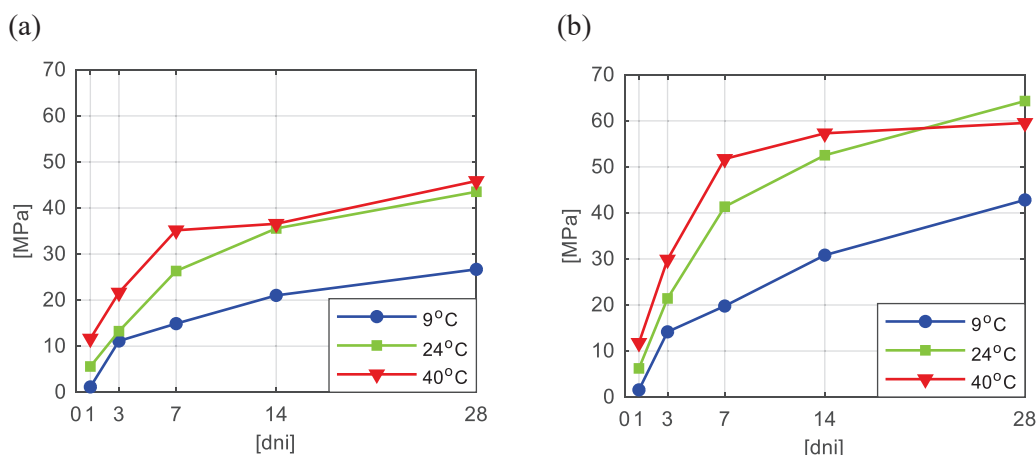
Rys. 4.33. Wyznaczenie stałej  $Q$  dla wszystkich rozpatrywanych procedur

### 4.3.3 Krzywa dojrzalności betonu

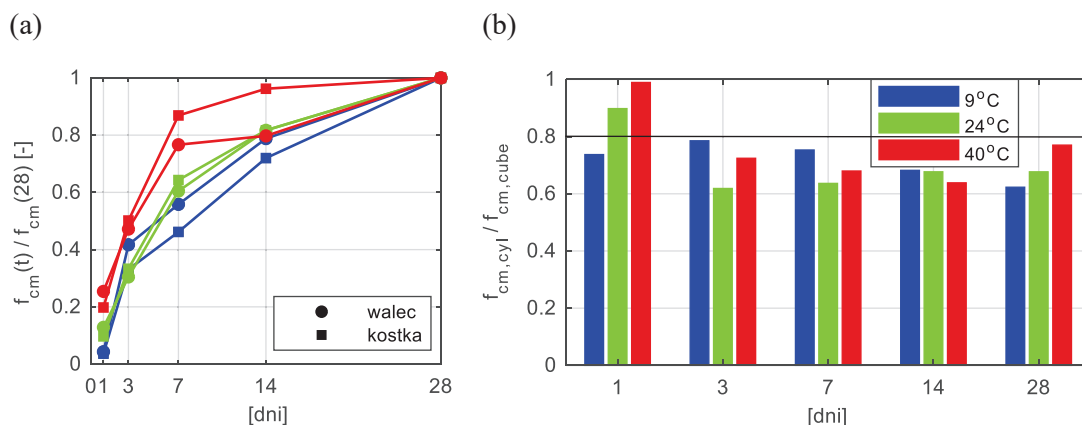
Krzywą dojrzalności rozpatrywanego betonu wyznaczono dla próbek walcowych i sześciennych. Temperaturę monitorowano przez 10 dni w 6 walcach i 6 kostkach, po dwie próbki na każdą temperaturę ( $T_{w1} = 9^\circ\text{C}$ ,  $T_{w2} = 24^\circ\text{C}$ ,  $T_{w3} = 40^\circ\text{C}$ ). Wykres średniej temperatury w kostkach i walcach przedstawiono na Rys. 4.34. Maksymalna temperatura betonu próbek twardniejących w temperaturze  $T_{w1}$  wystąpiła po ok. 42 h i wynosiła  $9,7^\circ\text{C}$ , dla  $T_{w2}$  odnotowano ekstremum w 23 h ( $25,7$  i  $26,2^\circ\text{C}$ ), zaś w temperaturze  $T_{w3}$  maksimum zarejestrowano w 14 h ( $41,5$  i  $42,7^\circ\text{C}$ ) twardnienia. Niezależnie od warunków przechowywania, wzrost temperatury betonu jest nieznaczny, ale mimo to można zaobserwować wartości ekstremalne.

Rys. 4.34. Temperatura betonu w próbkach pomiarowych przechowywanych w temperaturze: (a)  $9^\circ\text{C}$ , (b)  $24^\circ\text{C}$ , (c)  $40^\circ\text{C}$ , (d) Pomiar temperatury

Badania wytrzymałościowe na walcach i próbkach sześciennych o boku 150 mm przeprowadzono po 1, 3, 7, 14 i 28 dniu dojrzewania. Wyniki zmian wytrzymałości betonu na ściskanie w zależności od wieku i temperatury przechowywania przedstawiono na Rys. 4.35. Tempo przyrostu wytrzymałości dla obu rodzaju próbek jest najbardziej zbliżone dla próbek przechowywanych w wodzie o temperaturze 24 °C, co pokazano na wykresie zmian względnej wytrzymałości (Rys. 4.36a). Stosunek wytrzymałości oznaczonej na walcach do wytrzymałości zbadanej na próbkach sześciennych jest nieco mniejszy od 0,80. Dla wszystkich warunków dojrzewania, stosunek ten jest najbardziej zbliżony w 14 dniu, a największą stabilnością i jednorodnością charakteryzują się wyniki badań w temperaturze 24 °C.



Rys. 4.35. Średnia wytrzymałość na ściskanie próbek betonowych pielęgnowanych w temperaturze 9, 24 i 40 °C: (a) próbki walcowe, (b) próbki sześcienne 150 mm



Rys. 4.36. (a) Przyrost względnej wytrzymałości w czasie, (b) Stosunek średniej wytrzymałości oznaczonej na walcach do średniej wytrzymałości zbadanej na próbkach sześciennych

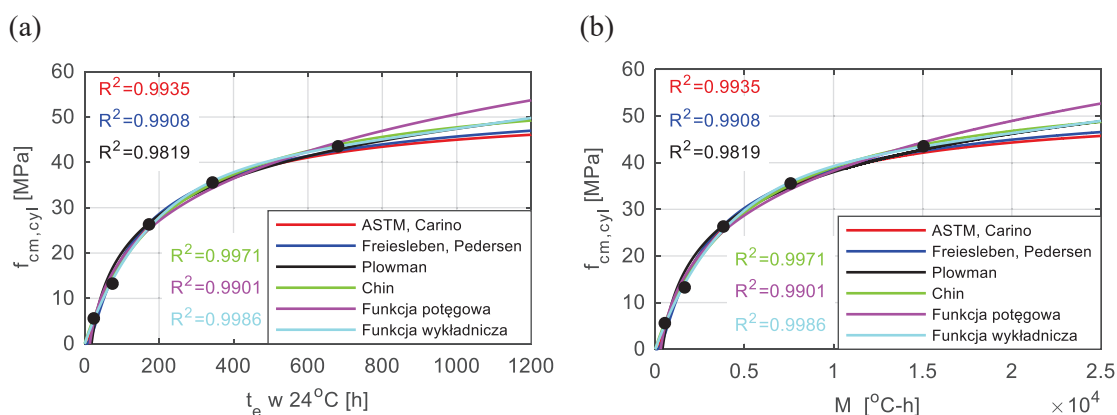
Zarejestrowana historia termiczna betonu pozwoliła na wyrażenie dojrzałości w postaci czasu równoważnego  $t_e$  i wskaźnika temperaturowo-czasowego  $M$ . Temperaturę monitorowano przez 10 dni, a po tym czasie założono, że temperatura betonu równa jest temperaturze pielęgnacji. Do obliczeń przyjęto stałe wyznaczone w modelu hiperbolicznym tj.  $Q = 3872$  K i  $T_0 = 1,9$  °C. Otrzymane wskaźniki zestawiono w Tab. 4.22. Czas równoważny w temperaturze

24 °C jest zbliżony do czasu rzeczywistego, ale jest nieco większy, z uwagi na wzrost temperatury wywołany hydratacją cementu. W temperaturze 9 °C wiek równoważny betonu jest odpowiednio mniejszy, a w 40 °C większy od wartości  $t_e$  w temperaturze referencyjnej. Powyższa zależność jest analogiczna w przypadku wskaźnika  $M$ . Występują też pewne różnice pomiędzy wskaźnikiem wyznaczonym dla próbki sześcienniej i walcowej, ale są one nieznaczące.

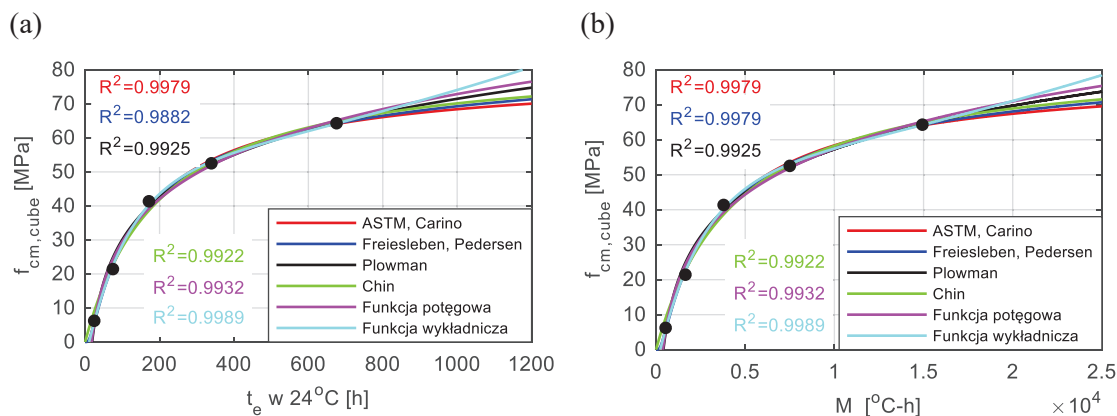
Tab. 4.22. Wskaźniki dojrzałości

$t$ [dni=h]	w_9		k_9		w_24		k_24		w_40		k_40	
	$t_e$ [h]	$M$ [°C-h]	$t_e$ [h]	$M$ [°C-h]	$t_e$ [h]	$M$ [°C-h]	$t_e$ [h]	$M$ [°C-h]	$t_e$ [h]	$M$ [°C-h]	$t_e$ [h]	$M$ [°C-h]
1=24	12,7	194,2	12,8	198,9	24,4	539,8	24,3	537,4	46,3	907,2	46,2	902,9
3=72	37,2	557,7	37,2	554,0	74,8	1652,3	74,5	1646,8	137,8	2709,9	138,7	2719,2
7=168	85,5	1253,1	85,1	1232,9	173,0	3825,2	171,5	3789,5	319,3	6295,8	321,3	6319,7
14=336	170,0	2465,6	169,3	2433,7	343,6	7596,1	339,3	7497,7	636,0	12558,4	639,7	12605,3
28=672	338,1	4856,5	337,3	4821,9	690,9	15051,0	675,7	14934,0	1265,2	25029,2	1269,4	25082,4

Dane doświadczalne w postaci wytrzymałości betonu na ściskanie i odpowiadających im dojrzałości aproksymowano metodą najmniejszych kwadratów za pomocą sześciu funkcji, dla których współczynniki determinacji są bliskie jedności (Rys. 4.37, Rys. 4.38). Nie jest to jednak najważniejszy wyznacznik przydatności funkcji do opisu zależności wytrzymałości od dojrzałości. Szczególnie ważna jest tendencja przyrostu wytrzymałości dla niskich i wysokich wartości wskaźników. Dla rozpatrywanego betonu, funkcja potęgowa, wykładnicza i logarytmiczna Płowmana nie dążą do wartości granicznej, co skutkuje nieograniczonym przyrostem wytrzymałości i dla dużych wartości wskaźników generuje błąd równoznaczny z przeszacowaniem. Wymienione funkcje, oprócz równania wykładniczego, niewłaściwie prognozują wytrzymałość dla niskich wartości wskaźników.



Rys. 4.37. Krzywe dojrzałości betonu dla próbek walcowych: (a) w dziedzinie wieku równoważnego, (b) w dziedzinie wskaźnika temperaturowo-czasowego



Rys. 4.38. Krzywe dojrzalosci betonu dla probek sześciennych: (a) w dziedzinie wieku równowaznego, (b) w dziedzinie wskaźnika temperaturowo-czasowego

W przeprowadzonych badaniach stosowano beton oraz zaprawę z cementem hutniczym i dodatkiem popiołu. Taka receptura charakteryzuje się zupełnie inną dynamiką narastania ciepła i wytrzymałości, niż w przypadku betonu na cemencie portlandzkim omawianym w punkcie 4.2. Stosowanie cementu typu III powoduje wolniejszy przyrost wytrzymałości i cały proces wydłuża się w czasie. Wytrzymałość na ściskanie nie stabilizuje się w wieku 28 dni, a charakter zmian wskazuje na dalszy przyrost wytrzymałości (Rys. 4.35). Stąd wpisanie w dane eksperymentalne jakiegokolwiek krzywej, będzie powodować podwyższoną wytrzymałość graniczną.

Na podstawie krzywych dojrzalosci wyznaczonych dla probek walcowych i sześciennych w temperaturze referencyjnej (24 °C) oszacowano wytrzymałości probek betonowych twardniejących w temperaturze 9 i 40 °C. Znajac wytrzymałości tych probek z badań niszczących, możliwa jest weryfikacja zarówno omawianej metody dojrzalosci jak i właściwego opisu przyrostu wytrzymałości (Rys. 4.39). Weryfikacji poddano wszystkie sześć funkcji aproksymujących, dla obu rodzaju probek i obu typów wskaźnika. Okazało się, że w przypadku walców, najmniejszy błąd względny otrzymano dla krzywej dojrzalosci betonu (wyznaczonej w dziedzinie wieku równowaznego w temperaturze 24 °C) wyrażonej funkcją hiperboliczną (według ASTM i Carino):

$$S = 52,40 \cdot \frac{0,006129 \cdot (t_e - 8,767)}{1 + 0,006129 \cdot (t_e - 8,767)}, \quad (4.17)$$

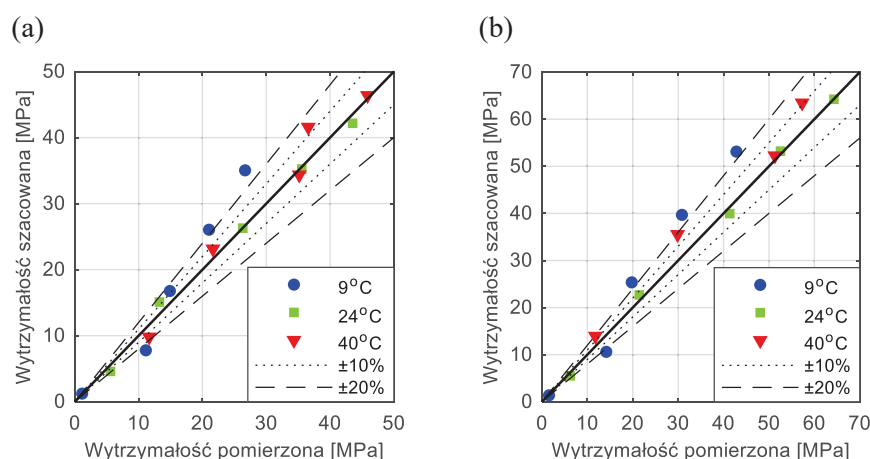
a dla probek sześciennych opisaną funkcją eksponentialną Freieslebena Hansena i Pedersena:

$$S = 90,89 \cdot \exp\left(-\left(125,5 / t_e\right)^{0,6286}\right). \quad (4.18)$$

W obu wariantach mamy do czynienia z przeszacowaniem wytrzymałości, szczególnie w niskiej temperaturze (Rys. 4.39). Wynika to ze specyfiki narastania wytrzymałości betonu na cemencie hutniczym i podwyższonej wytrzymałości granicznej w funkcji aproksymującej. Pewien błąd może także generować fakt, iż badane próbki pochodziły z trzech zarobów, o nieco odmiennych właściwościach. Porównując rodzaj próbki, mniejszy błąd względny pomiędzy wytrzymałością

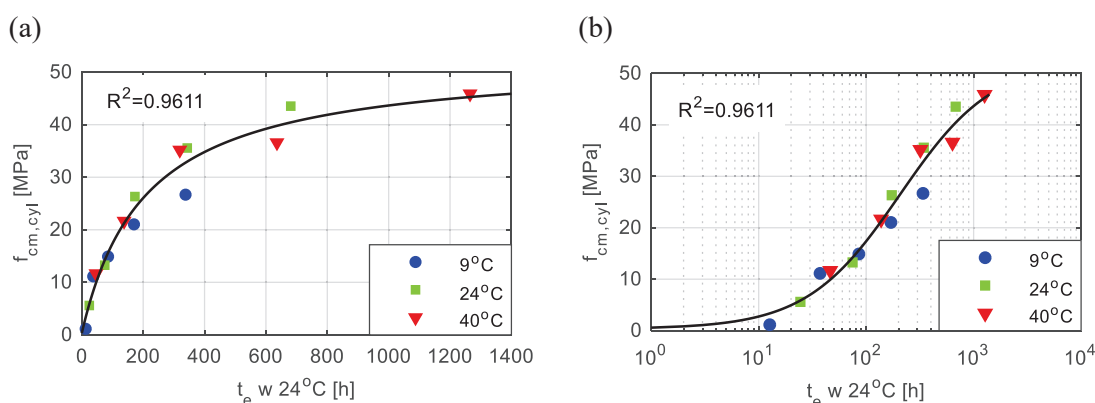


oszacowaną, a zbadaną otrzymano w przypadku walców, a w odniesieniu do typu wskaźnika lepsze rezultaty daje wyrażenie dojrzałości w dziedzinie czasu równoważnego. Innym aspektem jest sam wskaźnik, który można wyznaczyć nie tylko na podstawie funkcji temperatury zaproponowanej przez Freieslebena Hansena i Pedersena. Wskaźnik ten policzono także dla funkcji temperatury według Rastrupa, Saula, Voellmy i Bergstroma, które omówiono w punkcie 3.3.3 dysertacji. Na podstawie weryfikacji wytrzymałości szacowanych i pomierzonych dla różnych wskaźników, najlepszą zgodność otrzymano dla wskaźnika obliczonego zgodnie z normą ASTM C1074 czyli funkcją Freieslebena Hansena i Pedersena.

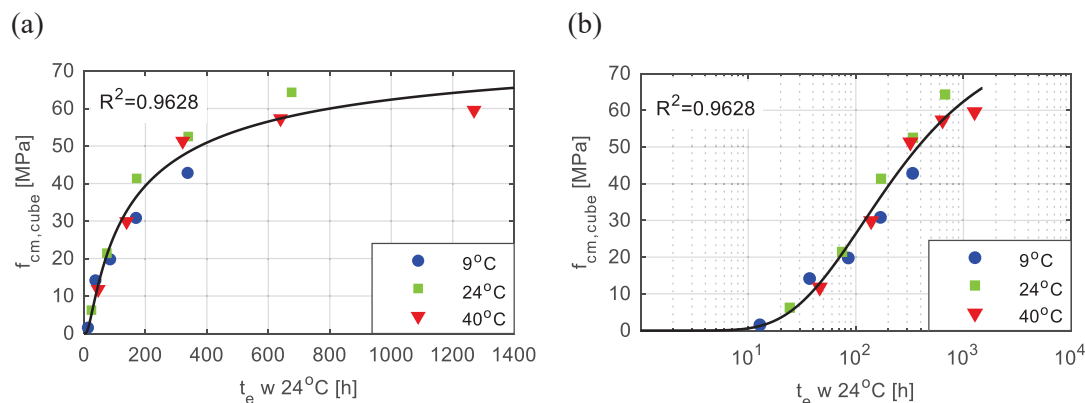


Rys. 4.39. Wytrzymałość pomierzona w badaniach niszczących i wytrzymałość oszacowana dla próbek betonu wg wskaźnika  $t_e$ : (a) walec - model hiperboliczny, (b) próbka sześcienna - model eksponentialny

W celu potwierdzenia założeń metody dojrzałości, opracowano zbiorczą krzywą dojrzałości betonu dla próbek walcowych i sześciennych (Rys. 4.40, Rys. 4.41). Wyniki potwierdzają, że transformacja czasu rzeczywistego do czasu równoważnego pozwala uszeregować wytrzymałość na ściskanie z badań betonu w różnej temperaturze, wzdłuż jednej krzywej, odpowiadającej wartościom uzyskanym w przypadku twardnienia w temperaturze referencyjnej (24 °C). Umożliwia to wyznaczenie krzywej dojrzałości betonu na podstawie tylko jednej partii sześcianów bądź walców pielęgnowanych w warunkach zbliżonych do normowych.



Rys. 4.40. Krzywa dojrzałości betonu dla próbek walcowych w dziedzinie wieku równoważnego  $t_e$ , (a) skala liniowa, (b) skala logarytmiczna



Rys. 4.41. Krzywa dojrzalności betonu dla próbek sześciennych w dziedzinie czasu równoważnego  $t_e$ ,  
(a) skala liniowa, (b) skala logarytmiczna

#### 4.3.4 Szacowanie modułu sprężystości betonu

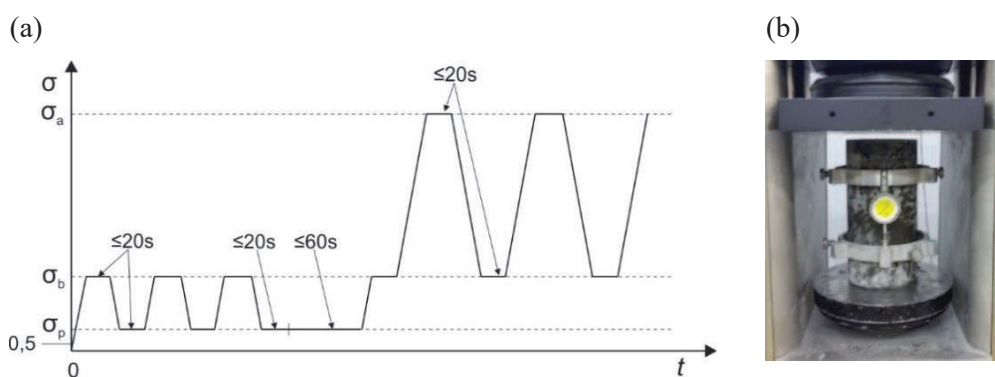
Do lutego 2014 roku określanie modułu sprężystości betonu przeprowadzano na podstawie instrukcji ITB nr 194/98 [18]. Aktualnie sposób przeprowadzenia badań szczegółowo określa norma PN-EN 12390-13 [151], która podaje dwie metody (A i B) wyznaczania siecznego modułu sprężystości przy ściskaniu, na próbkach formowanych lub pobranych z konstrukcji. Metoda A pozwala ustalić początkowy i ustabilizowany moduł sprężystości, a metoda B dostarcza informacji o ustabilizowanym siecznym module sprężystości betonu. Zapisy normowe bardzo jasno przedstawił w swojej pracy Michałek [99].

Beton nie jest materiałem idealnie sprężystym, a relacja naprężenie - odkształcenie nie ma przebiegu liniowego. Już przy niewielkim poziomie obciążenia obserwuje się odkształcenia plastyczne. Zatem do rzetelnej oceny modułu sprężystości istotne jest przeprowadzenie obciążeń cyklicznych. Przy każdym kolejnym obciążeniu i odciążeniu maleją odkształcenia plastyczne, a beton nabiera cech pseudosprężystych. Moduł sprężystości możemy obliczyć, jako tangens kąta nachylenia stycznej (siecznej) dla ostatniego cyklu, kiedy to znikną odkształcenia trwałe i nastąpi adaptacja betonu, a on sam nabierze cech liniowo-sprężystych [103].

Do oznaczenia modułu sprężystości betonu używa się próbek walcowych o średnicy 150 mm i wysokości 300 mm. Prędkość obciążenia w badaniach modułów sprężystości powinna odpowiadać zmianie naprężenia rzędu 0,2 - 0,6 MP/s. Do pomiaru odkształceń używa się ekstensometrów rozmieszczonych na bazie pomiarowej równej 1/2 lub 2/3 wysokości próbki umieszczonych w równej odległości od końców próbki. Próbkę walcową umieszcza się centrycznie w maszynie wytrzymałościowej i poddaje próbie jednoosiowego ściskania. Przed zasadniczym badaniem współczynnika sprężystości, należy określić średnią wytrzymałość na ściskanie próbek towarzyszących  $f_{cm}$  potrzebną do określenia górnego poziomu naprężeń w próbce  $\sigma_a$ . Norma [151] nie określa minimalnej liczby próbek towarzyszących.

Stosując metodę A, badania modułów realizuje się poprzez 6 cykli obciążenia (Rys. 4.42a). Najpierw 3 cykle obciążenia do poziomu naprężenia dolnego  $\sigma_b = (0,1-0,15) \cdot f_{cm}$ , a następnie 3 cykle do górnego poziomu naprężenia  $\sigma_a = f_{cm} / 3$ . Po trzech cyklach obciążenia dolnego, w czasie 60 sekund sprawdza się trwałość połączeń czujników pomiarowych (pierwsza kontrola) i ustawienie próbki (druga kontrola). Podczas pierwszej kontroli należy sprawdzić czy różnica odkształceń  $\varepsilon_b$  zmierzonych przy poziomie naprężeń  $\sigma_b$ , podczas drugiego i trzeciego cyklu nie jest większa od 10 %. Podczas drugiej kontroli, odchylenie odkształceń  $\varepsilon_b$  na wszystkich liniach pomiarowych przy trzecim cyklu obciążenia nie powinno różnić się od ich wartości średniej więcej niż  $\pm 20$  %. W przypadku, gdy któryś z warunków nie jest spełniony, należy przerwać badanie, wyregulować przyrządy pomiarowe i rozpocząć badanie od nowa. Gdy po ponownym rozpoczęciu badania nie można obniżyć błędu pomiarowego, należy je zakończyć, a próbkę odrzucić. Dlatego też, bardzo ważne jest zachowanie płaskości i równoległości powierzchni górnej i dolnej badanej próbki. Po pozytywnej kontroli wykonuje się dwa cykle obciążenie - odciążenie od poziomu naprężenia dolnego  $\sigma_b$  do górnego  $\sigma_a$ . Zarejestrowane wartości odkształceń i naprężeń stanowią podstawę do obliczenia początkowego  $E_{C,0}$  i ustabilizowanego  $E_{C,S}$  siecznego modułu sprężystości betonu:

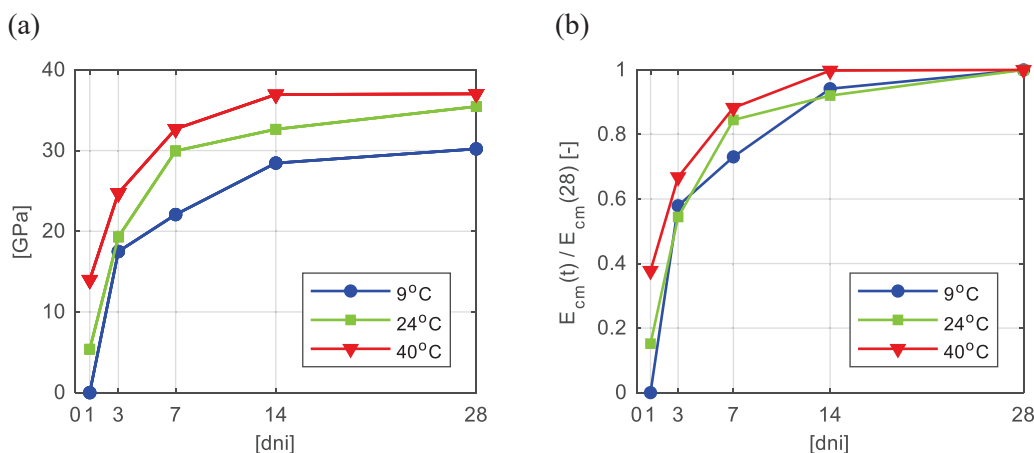
$$E_{C,0} = \frac{\sigma_{m a,1} - \sigma_{m b,0}}{\varepsilon_{a,1} - \varepsilon_{b,0}}, \quad E_{C,S A} = \frac{\sigma_{m a,3} - \sigma_{m b,2}}{\varepsilon_{a,3} - \varepsilon_{b,2}} \quad (4.19)$$



Rys. 4.42. (a) Schemat obciążenia cyklicznego w metodzie A [151], (b) Próbką z zamontowanym modułomierzem do pomiaru odkształceń betonu

W niniejszej pracy sieczny moduł sprężystości wyznaczono z użyciem modułomierza do pomiaru odkształceń betonu (Rys. 4.42b). Moduł wyznaczono przy górnym poziomie naprężeń równym naprężeniom, które wywołuje 40 % siły niszczącej walec. W każdym terminie zbadano dwie próbki walcowe, a wyniki średnich wartości modułów sprężystości i zmianę względnego modułu przedstawiono na Rys. 4.43. Próbki dojrzewające w obniżonej temperaturze osiągnęły w 28 dniu moduł sprężystości równy 30,2 GPa, w temperaturze zbliżonej do normowej 35,5 GPa,

a w warunkach podwyższonej temperatury 37,0 GPa. Ważna jest tu względna zmiana modułu sprężystości, który w 3 dobie osiąga ok. 60 % wartości 28-dniowej.

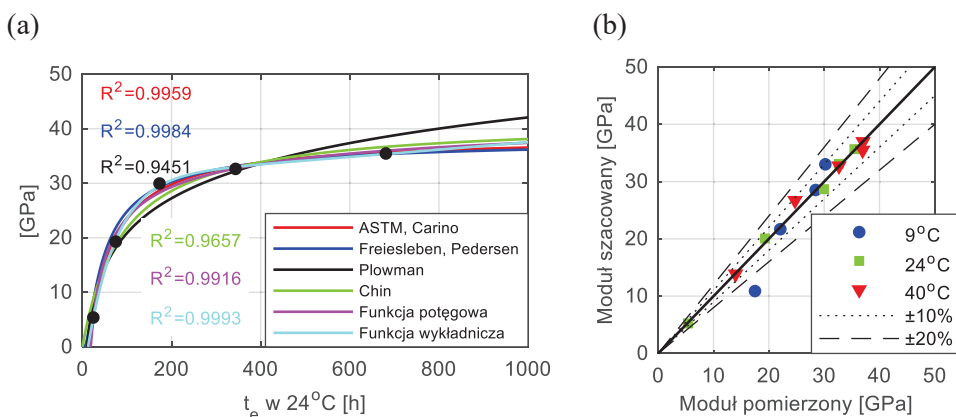


Rys. 4.43. (a) Średni moduł sprężystości w czasie, (b) Zmiana względnego modułu sprężystości

Jak już wspomniano, norma ASTM C1074 pozwala na sporządzenie krzywej dojrzałości nie tylko do szacowania wytrzymałości betonu na ściskanie, ale także na rozciąganie. W tym paragrafie podjęto próbę opisu zmian modułu sprężystości betonu wraz z wskaźnikiem dojrzałości. Dokonano aproksymacji danych modułu sprężystości - czas równoważny w temperaturze 24 °C h (Rys. 4.44a). Następnie sprawdzono błąd względny, pomiędzy szacowaną wartością modułu, a wartością pomierzoną, dla próbek pielęgnowanych w temperaturze 9 i 40 °C (Rys. 4.44b). Najmniejszy błąd uzyskano dla funkcji aproksymującej podanej przez normę ASTM i Carino, która w tym przypadku wyraża się wzorem:

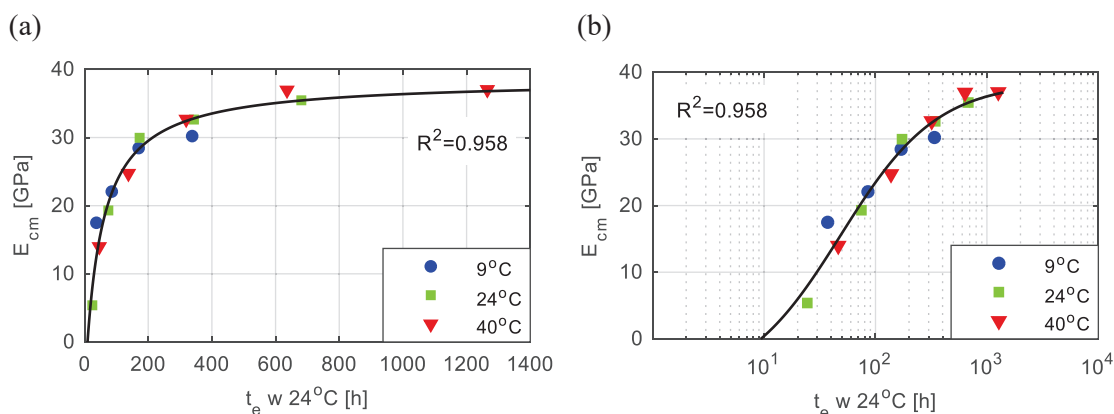
$$E = 38,57 \cdot \frac{0,01844 \cdot (t_e - 15,9)}{1 + 0,01844 \cdot (t_e - 15,9)} \tag{4.20}$$

W tym przypadku oszacowane wartości nie różnią się więcej niż 10 % w stosunku do wartości zbadanych.



Rys. 4.44. (a) Modułu sprężystości betonu w funkcji czasu równoważnego  $t_e$ , (b) Porównanie modułu sprężystości betonu

Transformacja czasu do czasu równoważnego, podobnie jak w przypadku wytrzymałości na ściskanie pozwala uszeregować moduł sprężystości uzyskany z badań betonu pielęgnowanego w różnej temperaturze wzdłuż jednej krzywej, odpowiadającej wartościom uzyskanym w przypadku przechowywania w temperaturze referencyjnej (24 °C), co zobrazowano na Rys. 4.45.



Rys. 4.45. Moduł sprężystości betonu w funkcji czasu równoważnego  $t_e$ : (a) skala liniowa, (b) skala logarymiczna

W Eurokodzie 2 [160] znajdujemy zapis, że przy właściwej pielęgnacji próbek i przy średniej temperaturze 20 °C wytrzymałość walcową betonu można oszacować za pomocą wzoru:

$$f_{cm}(t) = \beta_{cc}(t) \cdot f_{cm}, \quad (4.21)$$

w którym  $f_{cm}(t)$  jest średnią wytrzymałością betonu na ściskanie w wieku  $t$ ,  $f_{cm}$  jest średnią wytrzymałością na ściskanie po 28 dniach według tabelicy 3.1 normy [160], a  $\beta_{cc}(t)$  to współczynnik zależny od wieku betonu wyznaczany z równania:

$$\beta_{cc}(t) = \exp \left[ s \cdot \left( 1 - \sqrt{\frac{28}{t}} \right) \right], \quad (4.22)$$

gdzie stała  $s$  zależy od rodzaju cementu. Wówczas moduł sprężystości  $E_{cm}(t)$  w zależności od czasu można obliczyć ze wzoru:

$$E_{cm}(t) = \left( \frac{f_{cm}(t)}{f_{cm}} \right)^{0.3} \cdot E_{cm}, \quad (4.23)$$

gdzie przez  $E_{cm}$  oznaczono moduł sprężystości w wieku 28 dni według tabelicy 3.1 normy [160]. Wartość tę można także wyznaczyć na podstawie zależności:

$$E_{cm} = 22 \cdot (0,1 \cdot f_{cm})^{0.3}. \quad (4.24)$$

Powyższe wzory zweryfikowano, a wyniki zestawiono w Tab. 4.23. Wytrzymałości na ściskanie pomierzone w badaniach niszczących oznaczono jako  $f_{cm}(t)^{pom.}$ , wartości teoretyczne policzono ze wzoru:  $f_{cm}(t)^{teor.} = \beta_{cc}(t) \cdot f_{cm}(28)^{pom.}$ , przyjmując stałą  $s = 0,25$  dla cementu

42,5 N. Otrzymane wartości znacznie się różnią. Według obliczeń teoretycznych po 24 h beton powinien osiągnąć ok. 35 % wytrzymałości, co nie znajduje potwierdzenia w doświadczeniu. Skoro wartości  $f_{cm}(t)^{teor.}$  nie są zgodne z rzeczywistością, moduł Younga policzono ze wzoru:

$$E_{cm}(t)^{teor.} = \left( \frac{f_{cm}(t)^{pom.}}{f_{cm}(28)^{pom.}} \right)^{0,3} \cdot [22 \cdot (0,1 \cdot f_{cm}(28)^{pom.})^{0,3}]. \quad (4.25)$$

W tym przypadku wartości modułu sprężystości są zbliżone powyżej 3 doby. Proponuje się zatem, by wzór normowy (4.23) wyrazić w dziedzinie wieku równoważnego betonu  $t_e$ :

$$E_{cm}(t_e) = \left( \frac{f_{cm}(t_e)}{f_{cm}} \right)^{0,3} \cdot E_{cm}. \quad (4.26)$$

Tab. 4.23. Weryfikacja wzorów normowych [160] dla walców dojrzewających w temperaturze 24 °C

$t$ [doba]	$\beta_{cc}(t)$ [-]	$f_{cm}(t)^{pom.}$ [MPa]	$f_{cm}(t)^{teor.}$ [MPa]	$E_{cm}(t)^{teor.}$ [GPa]	$E_{cm}(t)^{pom.}$ [GPa]
1	0,342	5,6	14,9	18,5	5,4
3	0,598	13,3	26,0	23,9	19,3
7	0,779	26,3	33,9	29,4	30,0
14	0,902	35,6	39,2	32,2	32,6
28	1,000	43,5	43,5	34,2	35,5

Na podstawie wskaźnika  $t_e$  oszacowano wytrzymałość  $f_{cm}(t_e)$  z wcześniej przygotowanej krzywej dojrzałości betonu dla próbek walcowych (4.17). Następnie znając wytrzymałość na ściskanie i wartość modułu sprężystości w 28 dniu z badań laboratoryjnych oszacowano moduł według wzoru (4.26). Propozycję tą zweryfikowano dla walców twardniejących w temperaturze 24 °C (Tab. 4.24). Otrzymano dużą zgodność dla czasu równoważnego powyżej 200 h (ok. 7 dni). Przeprowadzone analizy świadczą o możliwości szacowania modułów sprężystości na podstawie krzywej wytrzymałość - dojrzałość opracowanej dla próbek walcowych. Propozycja ta wymagałaby jednak rozszerzonych badań eksperymentalnych.

Tab. 4.24. Sprawdzenie przydatności wzoru (4.26) dla walców dojrzewających w temperaturze 24 °C

$t_e$ [h]	$f_{cm}(t_e)^{wg(4.17)}$ [MPa]	$E_{cm}(t_e)^{wg(4.26)}$ [GPa]	$E_{cm}(t_e)^{wg(4.20)}$ [MPa]
50	10,57	23,20	14,89
100	18,79	27,57	23,45
200	28,28	31,16	29,79
300	33,58	32,81	32,39
500	39,34	34,41	34,68
800	43,45	35,45	36,07



#### 4.4 Wnioski i zalecenia z badań testowych

Wyniki uzyskane w tej części pracy pokazują jak złożonym zagadnieniem jest praktyczne wykorzystanie metody dojrzałości do szacowania wytrzymałości betonu na ściskanie. Chcąc dokonywać wiarygodnej oceny wytrzymałości w konstrukcji trzeba poznać specyfikę rozwoju właściwości cieplnych i mechanicznych rozpatrywanego betonu.

Wyznaczenie krzywej przyrostu wytrzymałości w funkcji wskaźnika dojrzałości uwarunkowane jest dokładnym określeniem stałych szybkości reakcji  $k$ . Z uwagi na szeroką gamę domieszek i dodatków stosowanych w obecnie projektowanych mieszankach określenie stałej  $Q = E_a / R$  metodą empiryczną stanowi dużą zaletę w stosunku do przyjmowania tej wartości na podstawie rozbieżnych danych literaturowych, w których jedynym czynnikiem determinującym jest typ cementu. Ponadto stałe  $k$  wyznaczone według normy ASTM C1074 łączą w sobie zależność nie tylko od temperatury, ale i od wytrzymałości, czego nie można uzyskać w badaniach ciepła hydratacji cementu w kalorymetrze.

Pewnych trudności dostarcza analiza pozyskanych danych. Zarówno w badaniach zaprawy na cemencie portlandzkim jak i hutniczym najlepszym narzędziem do określenia stałych  $T_o$  i  $Q$  jest regresja danych wytrzymałość - wiek za pomocą funkcji nieliniowej. W wyniku przeprowadzonych doświadczeń dla zaprawy na cemencie typu I otrzymano wyższą energię aktywacji niż dla cementu typu III z dodatkiem popiołu, co znajduje potwierdzenie u Schindlera [119], który podaje, że dodatek popiołu lotnego powoduje spadek energii aktywacji, który jest proporcjonalny do zawartości popiołu w mieszance.

Wymiar próbki zaprawy (50 x 50 x 50 mm) nie jest powszechnie stosowany w polskiej praktyce laboratoryjnej, ale gwarantuje równoznaczność temperatury próbki z temperaturą otoczenia t.j. temperaturą kąpieli wodnej. O słuszności takiego podejścia świadczą badania przeprowadzone na betonowych kostkach o boku 100 mm, dla których nie udało się określić poprawnie energii aktywacji.

Kolejnym aspektem jest analiza zmian termicznych i wytrzymałościowych próbek betonowych. Przeprowadzone eksperymenty wskazują, iż przedstawienie krzywej dojrzałości betonu w dziedzinie czasu równoważnego  $t_e$  jest bardziej poprawne niż w postaci wskaźnika temperaturowo-czasowego  $M$ . Do opisu zależności wytrzymałość na ściskanie - dojrzałość w całej dziedzinie, dobrym rozwiązaniem jest hiperboliczna krzywa zaproponowana przez Carino oraz eksponentalna krzywa Freieslebena Hansena i Pedersena, ale także funkcja hiperboliczna China oraz zaproponowana w niniejszej dysertacji funkcja wykładnicza. Najmniej odpowiednia dla badanych betonów jest krzywa potęgowa i logarymiczna funkcja Płowmana, gdyż obie funkcje nie dają poprawnych wyników w zakresie niskich i wysokich wartości wskaźnika



dojrzałości. Warto zauważyć, że krzywa Płowmana jest powszechnie stosowana i spotykana w licznych raportach, a według przeprowadzonych doświadczeń nie jest użyteczna. Pozostałe cztery funkcje są odpowiednie do aproksymacji danych doświadczalnych, a ich wybór zależy od indywidualnych cech stosowanego betonu.

Na uwagę zasługuje także wybór kształtu próbki, na podstawie której sporządza się krzywą dojrzałości. Norma ASTM C1074 [138] zaleca wyznaczenie krzywej dojrzałości na próbkach walcowych, ale dopuszcza również badania na próbkach sześciennych o boku 150 mm. Dodatkowe analizy porównawcze wytrzymałości przewidywanych i niszczących dla próbek walcowych i sześciennych wykazały nieco większą zgodność w przypadku próbek walcowych. Dla obu rodzaju próbek, wskazano też inne krzywe aproksymujące. Na budowach w Polsce ocenę wytrzymałości prowadzi się na betonowych kostkach, zaś doświadczenia francuskie uznają za miarodajne badania na próbkach walcowych, z których nie należy rezygnować.

Norma ASTM C1074 proponuje przeprowadzenie pomiarów wytrzymałości betonu na ściskanie w terminach 1, 3, 7, 14, 28 dni, pozostawiając jednak badaczowi pewną dowolność, w przypadku, gdy ma do czynienia z betonem charakteryzującym się wysokim bądź niskim tempem przyrostu wytrzymałości. W niniejszym rozdziale także analizowano betony o zupełnie innych właściwościach, co skutkowało między innymi różnymi terminami badań zapraw, a potem przebiegiem krzywej dojrzałości. Doświadczenia autora wskazują, iż terminy badań należy przyjmować indywidualnie dla konkretnego betonu. Należy wziąć pod uwagę typ cementu, rodzaj zastosowanych domieszek, docelowe warunki panujące na budowie oraz sposób pielęgnacji elementów betonowych. Wnioskiem ze zrealizowanych doświadczeń jest także propozycja wprowadzenia dodatkowego terminu badań laboratoryjnych po 28 dni. Proponuje się wiek 56 dni, który pozwala na korektę aproksymacji krzywej dojrzałości, wskazując tym samym na tendencję zachowania się betonu w późniejszym wieku i określenie wytrzymałości granicznej. Co prawda, na budowie istotne jest oszacowanie wytrzymałości wczesnej, ale dla zwiększenia dokładności, jest to rozwiązanie zalecane.

Celem badań doświadczalnych było rozpoznanie specyfiki proponowanych procedur normowych i wypracowanie zaleceń do dalszych prac badawczych. W efekcie sformułowano wskazówki, które posłużą do opracowania krzywej dojrzałości, która będzie właściwa dla konkretnego betonu, dla niskich i wysokich wartości wskaźników oraz dla dowolnego kształtu próbek (walcowych lub sześciennych). Przedstawiono również możliwość wyrażenia modułu sprężystości w funkcji wskaźnika dojrzałości. Badania w tym zakresie należałoby rozszerzyć między innymi o badania próbek walcowych pod obciążeniem cyklicznym według metody A lub B zgodnie z normą [151].





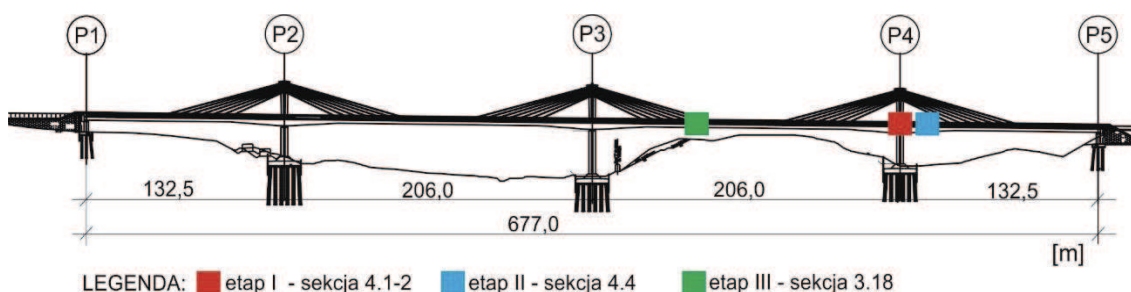
## 5 Ocena wytrzymałości betonu elementów konstrukcyjnych mostu extradosed

### 5.1 Wprowadzenie

Monitoring betonowych elementów konstrukcyjnych dostarcza informacji o aktualnych wybranych parametrach betonu i może być narzędziem wspierającym proces budowlany oraz eksploatację obiektu. Powyższy system wdrożono do szacowania rzeczywistej wytrzymałości betonu na ściskanie ustroju skrzynkowego mostu typu extradosed. Prace badawcze realizowano w dwóch fazach: fazie przygotowawczej obejmującej badania laboratoryjne oraz w fazie docelowej, podczas betonowania ustroju. Celem wykonywanych prac było dostarczenie informacji o aktualnych zmianach termicznych twardniejącego betonu i zmianach wytrzymałościowych. W efekcie sformułowano wskazówki dotyczące terminów rozpoczęcia procesu sprężania konstrukcji i demontażu deskowań.

### 5.2 Opis obiektu

Przedmiotem badań jest monitoring dojrzewania betonu mostu drogowego oznaczonego symbolem MS-3B usytuowanego w ciągu drogi krajowej DK16. Jest to obiekt czteroprzęsłowy, ciągły, o rozpiętościach przęseł: 132,5 + 206,0 + 206,0 + 132,5 m i łącznej długości 677 m (Rys. 5.1). Most MS-3B to jeden z największych mostów typu extradosed na świecie i najdłuższa tego typu konstrukcja w Europie pod względem rozpiętości przęsła. Projektantem obiektu jest mgr inż. Tadeusz Stefanowski z Transprojektu Gdańskiego.



Rys. 5.1. Widok obiektu z zaznaczonymi sekcjami pomiarowymi

Obiekt ten łączy idee mostu podwieszanego i belkowego sprężonego. W tego typu konstrukcjach część kabli sprężających poprowadzonych jest nad podporami (poza przekrojem dźwigara), które wykonane w formie niskich pylonów pełnią rolę tzw. dewiatorów. Rozpiętości przęseł mostów typu extradosed wynoszą najczęściej od 100 do 200 m. Dużą zaletą tego typu

rozwiązania w porównaniu z obiektami wantowymi, jest znacznie mniejszy koszt budowy, wynikający z konstruowania niższych pylonów. Pod względem atrakcyjności architektonicznej konstrukcje te zazwyczaj znacznie przewyższają mosty belkowe. Mosty typu extradosed wyglądem przypominają mosty podwieszane, ale ich parametry konstrukcyjne odpowiadają mostom belkowym [166]. W widoku ogólnym charakteryzują się m.in. tym, że wysokości konstrukcyjne dźwigarów głównych są znacznie mniejsze niż w mostach belkowych, a pylony są ponad dwukrotnie niższe, niż w klasycznych mostach podwieszanych (Rys. 5.2).

(a)

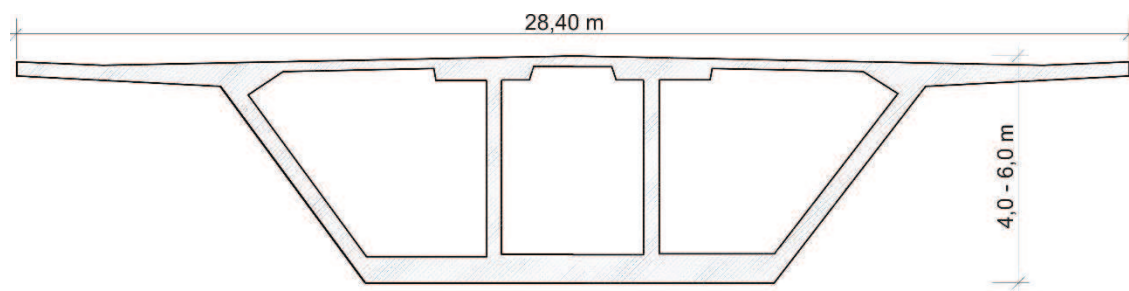


(b)



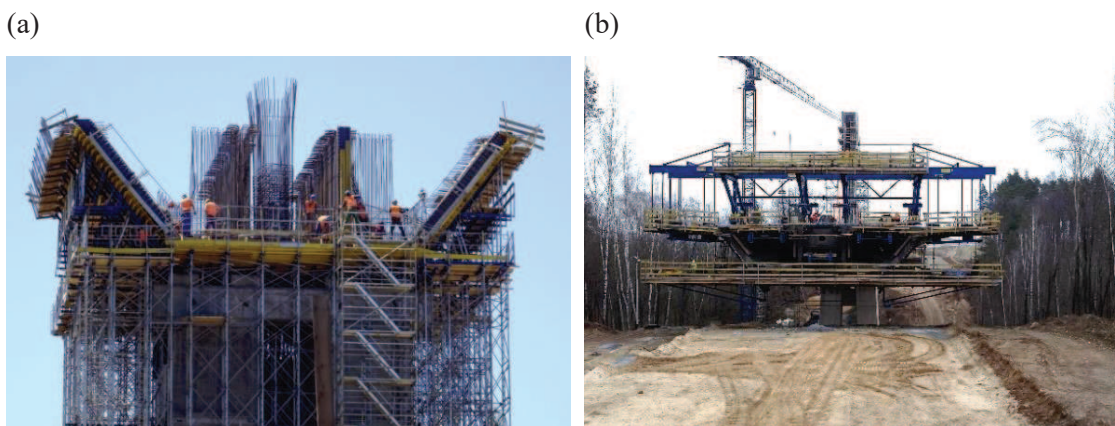
Rys. 5.2. (a) Wizualizacja obiektu MS-3B [171], (b) Widok wykonanego mostu extradosed [165]

Przekrój poprzeczny ustroju mostu MS-3B stanowi trzykomorowa skrzynka z betonu wysokowartościowego klasy C 60/75, o szerokości 28,4 m i wysokości od 6,0 m nad podporami do 4,0 m w środku przęsła (Rys. 5.3). Z uwagi na zróżnicowaną technologię betonowania (segmenty startowe na rusztowaniach stacjonarnych, segmenty typowe betonowane technologią nawisową, Rys. 5.4), zmieniający się przekrój skrzynki mostu i zmienne warunki klimatyczne (pory roku) monitorowano konstrukcję w trzech etapach. Pierwszy etap obejmował monitoring sekcji startowej 4.1-2 tuż nad podporą P4 (czerwiec 2016), drugi etap dotyczył sekcji nawisowej 4.4 o zmiennej wysokości (wrzesień 2016), trzeci zaś dotyczył sekcji nawisowej 3.18 o stałej wysokości (marzec 2017). Lokalizację segmentów pomiarowych przedstawiono na Rys. 5.1.



Rys. 5.3. Przekrój poprzeczny

Do budowy mostu użyto 34809 m<sup>3</sup> betonu, w tym 1275 m<sup>3</sup> betonów niekonstrukcyjnych klasy C 12/15 - C 20/25 i 33534 m<sup>3</sup> betonów konstrukcyjnych klasy C 25/30 - C 60/75, a wykorzystanie betonu C 60/75 do budowy przęsła wynosiło 19646 m<sup>3</sup>. Realizacja tego przedsięwzięcia trwała od czerwca 2015 do grudnia 2017, kiedy to obiekt pozytywnie przeszedł testy pod próbnym obciążeniem.



Rys. 5.4. (a) Betonowanie sekcji startowej na rusztowaniach stacjonarnych, (b) Betonowanie nawisowe

### 5.2.1 Projekt technologiczny budowy przęsła

Projekt technologiczny budowy mostu zakładał podział ustroju na sekcje montażowe:

- nr 1-2 - sekcja startowa nad podporą, o długości 15,2 m (zmienna wysokość),
- nr 3-6 - sekcje o długości 3,6 m (zmienna wysokość),
- nr 7-10 - sekcje o długości 4,0 m (zmienna wysokość),
- nr 11-26 - sekcje o długości 4,0 m (stała wysokość), 16 segmentów,
- nr Z - sekcja uciągająca (zwornik) o długości 2 m.

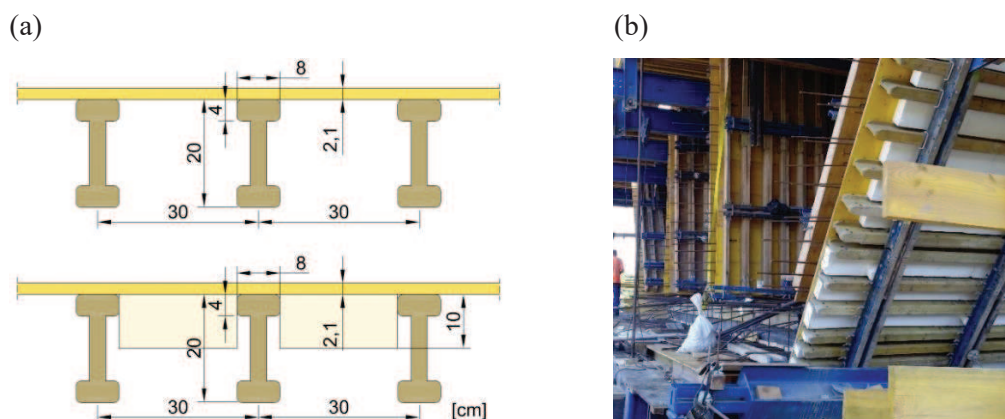
Monitoring dojrzewania betonu wdrożono dla sekcji 4.1-2, 4.4 i 3.18, z których każdą realizowano w odmienny sposób. Betonowanie sekcji startowej 4.1-2 nad podporą P4 podzielone było na 4 etapy: płyta dolna, środniki i poprzecznicę podporową, płyta górna pomiędzy środnikami zewnętrznymi, płyta górna - wsporniki zewnętrzne płyty. Po osiągnięciu przez wbudowany beton minimum 60 % wytrzymałości odbywało się sprężenie poprzeczne płyty górnej pomostu, sprężenie poprzeczne płyty dolnej i sprężenie podłużne sekcji startowej.

W przypadku sekcji nawisowej 4.4, betonowanie obejmowało 2 etapy: płyta dolna i środniki, a następnie płyta górna. Potem dla całej sekcji wykonywano sprężenie poprzeczne płyty pomostu (przy minimum 60 % wytrzymałości) i sprężanie podłużne ustroju.

Dla sekcji przęsłowej, niepodwieszanej, o stałej wysokości konstrukcyjnej (3.18), betonowanie odbywało się całym przekrojem poprzecznym.

Deskowanie ustroju złożone było ze sklejki 3-SO i dźwigarów H20N rozmieszczonych w rozstawie ok. 30 cm. W przypadku segmentów nawisowych, deskowanie po obwodzie zewnętrznym zostało ocieplone styropianem FS-15, o grubości 10 cm (Rys. 5.5). Termin

rozszalowania był zmienny w zależności od typu sekcji. Dla płyty dolnej segmentu startowego wynosił on 30 dni, deskowanie zewnętrzne ścian skośnych zdjęto po 7 dniach, deskowanie wewnętrzne ścian skośnych i ścian pionowych po 2 dniach, a deskowanie płyty górnej usunięto po 3 dniach. Deskowanie sekcji nawisowych niepodwieszonych było odpinane po 7 dniach, zaś dla sekcji podwieszonych czas ten wydłużał się od 10 do 14 dni.



Rys. 5.5 (a) Schemat deskowania w wariancie bez i ze styropianem, (b) Deskowanie sekcji nawisowej

Projektant założył następujące czasookresy wykonywania poszczególnych sekcji: sekcje startowe 31 dni (w rzeczywistości 43 dni), sekcje nawisowe (bez wanty) 7 dni, sekcje nawisowe z podwieszeniem wanty 14 dni i sekcje zwornikowe 7 dni. Aby dotrzymać założonego czasu realizacji wymagane było zastosowanie wysokiej klasy betonu, o szybkim przyroście wytrzymałości, który umożliwiłby wczesne sprężenie ustroju.

Pierwotne podejście projektowe zakładało sprężanie każdej sekcji ustroju po 3 dniach od zabetonowania. Był to jednak okres zbyt długi, więc wykonawca wraz z technologami narzucił projektowanie betonu wysokowartościowego klasy C 60/75, by móc sprężyć konstrukcję po 48 godzinach. Wiązało się to oczywiście ze wzrostem ceny 1 m<sup>3</sup> betonu, ale rekompensowało skróceniem czasu dojrzewania wymaganego do sprężania segmentu. Wytrzymałość na ściskanie zaprojektowanego betonu miała przyrastać 1 MPa/h. Z uwagi na potrzebę zwiększenia pewności, co do osiągniętej przez wbudowany beton wytrzymałości na ściskanie oraz znaczny zakres i czas trwania inwestycji, niezbędne było zastosowanie alternatywnej metody oceny wytrzymałości, bazującej na funkcji dojrzałości opracowanej dla tego konkretnego betonu.

### 5.3 Badania laboratoryjne betonu wysokowartościowego klasy C 60/75

#### 5.3.1 Zakres badań

Wdrożenie metody dojrzałości do szacowania wytrzymałości betonu elementów konstrukcyjnych mostu wymagało przeprowadzenia badań laboratoryjnych. Prowadzone prace miały na celu opracowanie krzywej dojrzałości betonu klasy C 60/75, dedykowanej do oceny wytrzymałości na ściskanie betonu w konstrukcji. Badania laboratoryjne przeprowadzono na 54

próbkach sześciennych zaprawy o boku 50 mm, 20 próbkach walcowych 150/300 mm i 26 próbkach sześciennych o boku 150 mm wykonanych z betonu, którego skład zestawiono w Tab. 5.1. Zakres badań obejmował badania niszczące, badania modułu sprężystości oraz rejestrację zmian temperatury betonu próbek pomiarowych. Suche materiały (cement, kruszywo) oraz dodatki i domieszki zostały pobrane ze wskazanego przez wykonawcę węzła betoniarskiego.

Tab. 5.1. Skład mieszanki betonowej - zarób próbny

Składniki mieszanki na 1 m <sup>3</sup>	[kg]
CEM I 52,5 N SR3/NA	440
woda efektywna (całkowita)	130 (143)
piasek 0/2	632
grys bazaltowy 2/8	498
grys bazaltowy 8/16	785
domieszka baze eterów polikarboksylowych (FM) 1,70% m. c.	7,48
domieszka na bazie naturalnych żywic (LP) 0,13% m. c.	0,57
domieszka na bazie lignosulfonianów (BV) 0,10% m. c.	0,44

Ustalenie składu zastosowanej mieszanki stanowiło złożony proces, który obejmował wyselekcjonowanie składników, wykonanie serii zarobów laboratoryjnych, analizę wyników i próby technologiczne. Projektowany beton musiał spełniać wymagania wytrzymałościowe klasy C 60/75 i osiągać minimum 47 MPa po 48 godzinach twardnienia. Do innych wymagań stawianych mieszance należało spełnienie następujących warunków: stosunek  $w/c < 0,34$ , klasa ekspozycji XC4, XD1 i XF2, konsystencja S4 w miejscu wbudowania, nasiąkliwość  $< 5\%$ , wodoszczelność W8, mrozoodporność F150, zawartość powietrza 4,0 - 6,0 % w miejscu wbudowania. Ponadto beton powinien cechować się dobrą pompowalnością i urabialnością.

Mieszankę zaprojektowano na cemencie portlandzkim CEM I o klasie wytrzymałości 52,5 MPa, charakteryzującym się normalnym przyrostem wytrzymałości wczesnej, niską zawartością alkaliów i bardzo wysoką odpornością na korozje, szczególnie siarczanową i chlorkową. Powierzchnia właściwa zastosowanego cementu według metody Blaine'a wynosiła 3789 cm<sup>2</sup>/g. Cement ten przeznaczony jest do betonów, które wymagają wysokiej wytrzymałości początkowej oraz końcowej i stosowany jest przede wszystkim w inżynierii komunikacyjnej, do produkcji prefabrykatów oraz do betonowych konstrukcji mostowych [172].

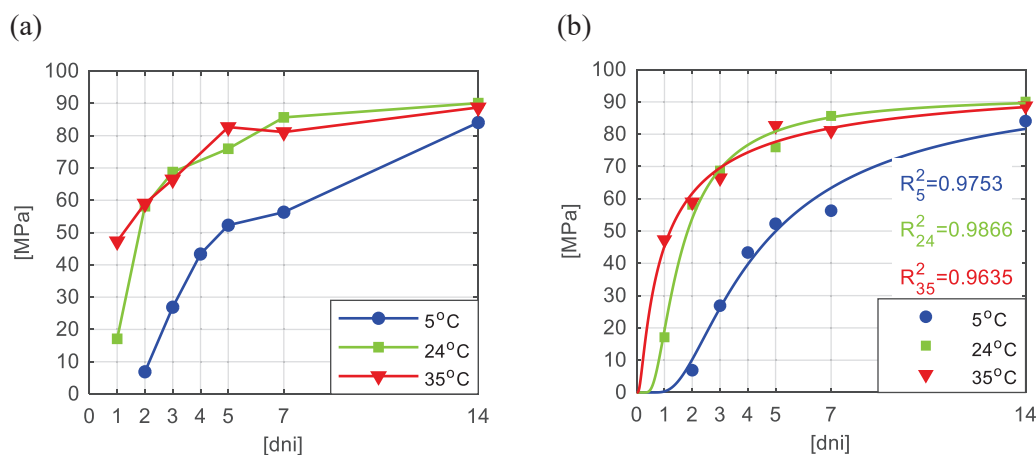
Recepturę mieszanki oparto na kruszywie bazaltowym, które jest przeznaczone do betonów wysokich wytrzymałości, a ponadto wykazuje dobre właściwości odkształceniowe. Badania Piasty dowodzą, iż moduł sprężystości betonu z kruszywem bazaltowym jest o ok. 15 - 20 % większy niż z kruszywem granitowym czy otoczkowym [108].

W analizowanej mieszance zastosowano trzy rodzaje domieszek. Domieszka na bazie eterów polikarboksylowych to superplastyfikator upłynniający i znacznie redukujący ilość wody zarobowej. Pozwala on na wytwarzanie mieszanki o wysokiej urabialności, która usprawnia i upraszcza proces układania, zagęszczania i transportu mieszanki betonowej w miejscu

wbudowania. Obniżając współczynnik wodno-cementowy ( $w/c$ ) w mieszance betonowej, zyskujemy zwiększenie takich parametrów jak wytrzymałość, skurcz i nasiąkliwość [162]. Domieszka na bazie naturalnych żywic zwiększa napowietrzenie mieszanki i generuje powstawanie mikro porów powietrza w czasie mieszania, co wpływa na podwyższenie odporności na zamrażanie i rozmrażanie [162]. Trzecia z domieszek, na bazie lignosulfonianów redukuje ilość wody i może być stosowana do zwiększania opadu stożka oraz poprawy urabialności betonu bez konieczności dodawania wody, tym samym zwiększając wytrzymałość. Uzyskuje się beton o lepszej urabialności i zwiększonej wydajności dla zastosowań wymagających dużej wytrzymałości [162].

### 5.3.2 Badania zaprawy

Przygotowano trzy zestawy po 18 próbek sześciennych zaprawy o boku 50 mm, które umieszczono w kąpeli wodnej, w stałych temperaturach:  $T_{w1} = 5^{\circ}\text{C}$ ,  $T_{w2} = 24^{\circ}\text{C}$ ,  $T_{w3} = 35^{\circ}\text{C}$ . Pomiary wytrzymałościowe dla kostek przechowywanych w temperaturze  $5^{\circ}\text{C}$  przeprowadzono po 2, 3, 4, 5, 7 i 14 dniach, a dla próbek twardniejących w temperaturze 24 i  $35^{\circ}\text{C}$  po 1, 2, 3, 5, 7 i 14 dniach. Terminy te wynikały z szybkiego przyrostu wytrzymałości w podwyższonych temperaturach i wolniejszego w niskich. Próbki twardniejące w temperaturze  $35^{\circ}\text{C}$ , po 8 h wykazywały jeszcze cechy plastyczne, a po 24 h osiągnęły już średnią wytrzymałość równą 47,28 MPa. Wyniki badań wytrzymałościowych pokazano na rysunku Rys. 5.6. Tempo przyrostu wytrzymałości próbek zaprawy twardniejących w temperaturze  $35^{\circ}\text{C}$  jest nieporównywalnie wyższe w stosunku do temperatury  $5^{\circ}\text{C}$ , uznawanej normowo za wartość minimalną do betonowania konstrukcji. Próbki pielęgnowane w temperaturze  $5^{\circ}\text{C}$  po dwóch dobach osiągają wytrzymałość średnią równą 6,89 MPa, a kostki dojrzewające w temperaturze  $35^{\circ}\text{C}$  po 24 godzinach osiągają 47,28 MPa. Najwyższą wytrzymałością po 14 dniach cechują się próbki twardniejące w temperaturze zbliżonej do normowej ( $24^{\circ}\text{C}$ ), nieco niższą w temperaturze podwyższonej i najniższą w temperaturze  $5^{\circ}\text{C}$ , osiągając odpowiednio 90,07, 88,73 i 84,07 MPa.



Rys. 5.6. (a) Średnia wytrzymałość zaprawy na ściskanie, (b) Aproksymacja danych wytrzymałościowych za pomocą funkcji eksponentialnej (3.23)

Celem identyfikacji stałych  $T_o$  i  $Q$  przeprowadzono analizy szybkości przyrostu wytrzymałości według analogicznych procedur jak w przypadku mieszanek opisanych we wcześniejszej części pracy. Wyniki obliczeń zestawiono w Tab. 5.2, Tab. 5.3, Tab. 5.4.

Jako miarodajne przyjęto rezultaty regresji eksponentialnej. Temperatura odniesienia przy której proces hydratacji ulega gwałtownemu spowolnieniu wynosi  $-1,0$  °C, zaś energia aktywacji podzielona przez stałą gazową równa jest 4620 K (Rys. 5.7). Funkcję dojrzałości rozpatrywanego betonu wysokowartościowego wyrażoną w postaci wieku równoważnego definiuje wzór:

$$t_e = \sum e^{-4620 \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{273,15+24} \right)} \Delta t. \quad (5.1)$$

Wytrzymałość oszacowana i pomierzona według modelu eksponentialnego i hiperbolicznego i dla próbek twardniejących w temperaturze 5 i 35 °C różni się mniej niż 20 % (Rys. 5.8).

Tab. 5.2. Wyniki procedur bazujących na regresji liniowej

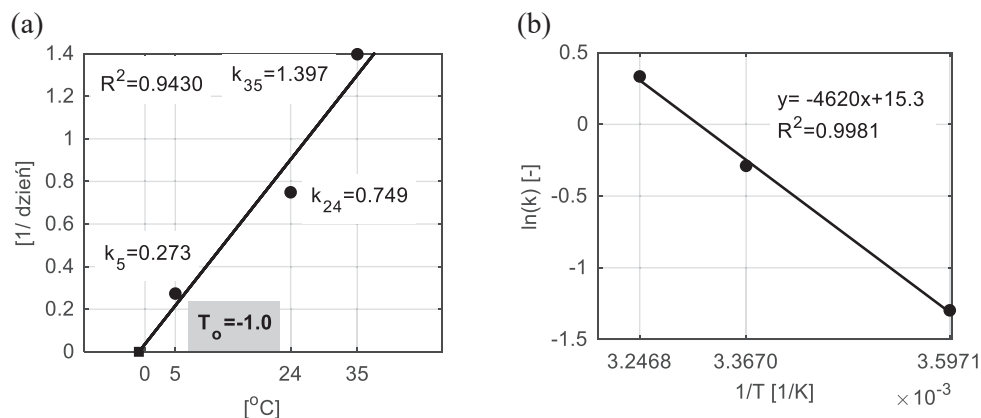
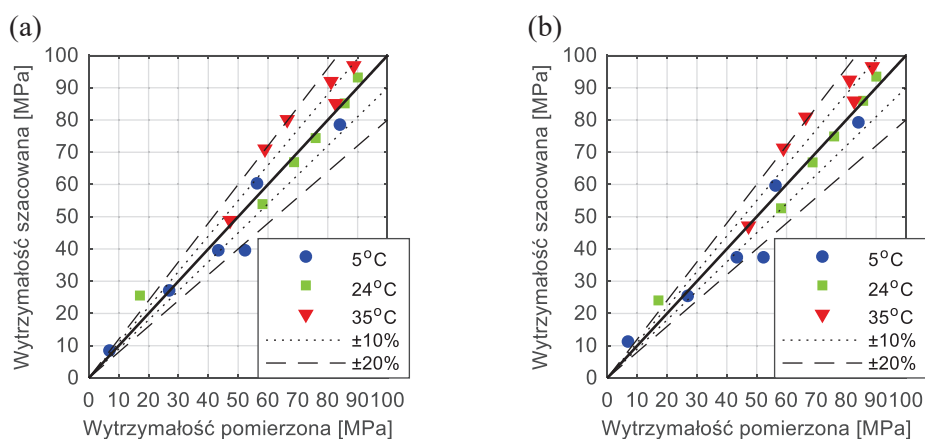
Regresja liniowa	$T_w$	$R^2_k$	$k$	$T_o$	$R^2_{T_o}$	$Q$	$R^2_Q$
ASTM C1074	[°C]	[-]	[1/dzień]	[°C]	[-]	[K]	[-]
	5	0,9403	0,334				
A.1.1.7	24	0,9853	1,052	<b>-1,3</b>	0,9792	<b>4766</b>	0,9984
	35	0,9338	1,750				
	5	0,9819	0,162				
A.1.1.8.2	24	0,9524	0,676	<b>-0,1</b>	0,9961	<b>5452</b>	0,9863
	35	0,8225	1,050				

Tab. 5.3. Wyniki procedury według regresji hiperbolicznej

Regresja hiperboliczna wg	$T_w$	$S_u$	$R^2_s$	$k$	$T_o$	$R^2_{T_o}$	$Q$	$R^2_Q$
ASTM C1074	[°C]	[MPa]	[-]	[1/dzień]	[°C]	[-]	[K]	[-]
	5	107,00	0,9815	0,254				
A.1.1.8.1, Carino (3.24)	24	101,60	0,9648	0,747	<b>-1,6</b>	0,9711	<b>4606</b>	0,9998
	35	91,97	0,9401	1,272				

Tab. 5.4. Wyniki procedury według regresji eksponentialnej

Regresja eksponentialna wg	$T_w$	$S_u$	$R^2_s$	$\tau$	$\alpha$	$k$	$T_o$	$R^2_{T_o}$	$Q$	$R^2_Q$
Freiselebena Hansena, Pedersena (3.23)	[°C]	[MPa]	[-]	[dzień]	[-]	[1/dzień]	[°C]	[-]	[K]	[-]
	5	96,39	0,9753	3,658	1,338	0,273				
	24	92,02	0,9866	1,335	1,549	0,749	<b>-1,0</b>	0,9431	<b>4620</b>	0,9981
	35	99,60	0,9635	0,716	0,715	1,397				

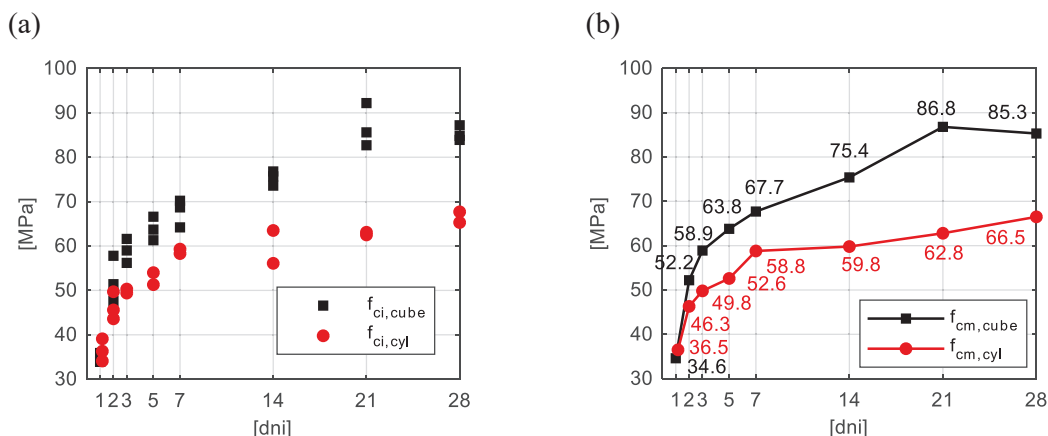
Rys. 5.7. (a) Zależność stałych szybkości reakcji od temperatury pielęgnacji, (b) Określenie stałej  $Q$ Rys. 5.8. Pomierzona i szacowana wytrzymałość zaprawy na ściskanie  
(a) model hiperboliczny, (b) model eksponentialny

### 5.3.3 Badania betonu, krzywa dojrzałości

Krzywą dojrzałości betonu klasy C 60/75 wyznaczono dla próbek sześciennych i walcowych. Próbki do badań niszczących pobrano 05.04.2016 r. na węźle w Ostródzie, gdzie wykonywano zarób próbny (18 walców i 24 kostki). Próbki te przewieziono do laboratorium Politechniki Gdańskiej, gdzie dodatkowo zaformowano po dwie próbki każdego rodzaju do pomiaru temperatury betonu.

Wyniki badań niszczących zestawiono na Rys. 5.9. Minimalna wytrzymałość próbek walcowej po 28 dniach wynosiła 65,3, maksymalna 67,7 a średnia 66,5 MPa. Zatem spełnione zostały kryteria zgodności wg PN-EN 206-1 [161] (kryterium I:  $f_{cm} \geq f_{ck} + 4$ ,  $66,5 \geq 64$  MPa i kryterium II:  $f_{ci} \geq f_{ck} - 4$ ,  $65,3 \geq 56$  MPa). Dla próbki sześciennej minimalna wytrzymałość po 28 dniach wynosiła 83,9, maksymalna 87,2 a średnia z trzech kostek 85,3 MPa. W tym przypadku również zostały spełnione kryteria dla klasy C 60/75 (kryterium I:  $f_{cm} \geq f_{ck} + 4$ ,  $85,3 \geq 79$  MPa i kryterium II:  $f_{ci} \geq f_{ck} - 4$ ,  $83,9 \geq 71$  MPa). Wytrzymałość jednej próbki w wieku 21 dni cechuje odchylenie od pozostałych wyników stąd obserwuje się spadek wytrzymałości między dwudziestym pierwszym, a dwudziestym ósmym dniem równy 1,5 MPa tj. 1,7 % (Rys. 5.9).

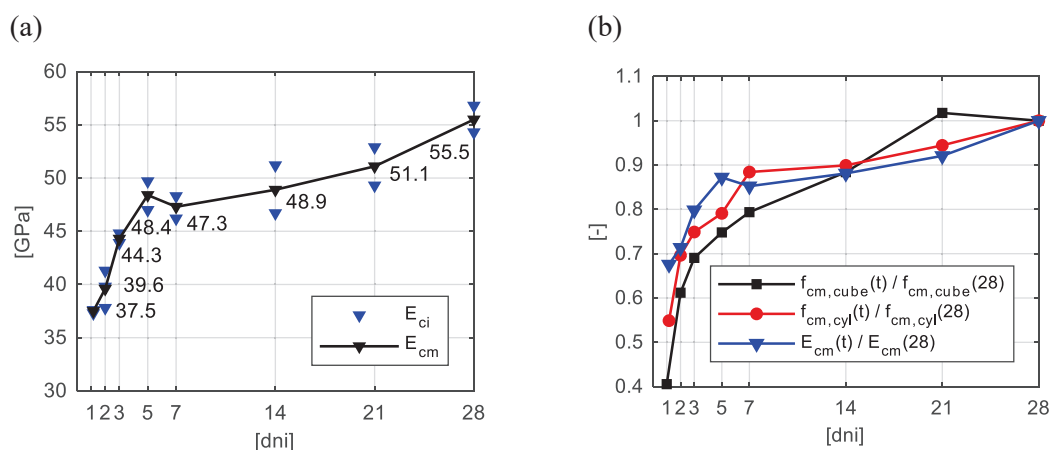




Rys. 5.9. Wytrzymałość betonu na ściskanie: (a) wartości zbadane, (b) wartości średnie

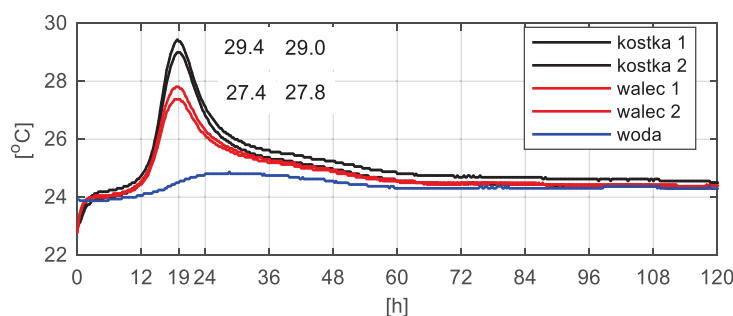
Średni sieczny moduł sprężystości wyznaczono z użyciem modułomierza do badania odkształceń betonu w zakresie naprężeń między  $(0-0,4) \cdot f_{cm}$ , gdzie  $f_{cm}$  jest średnią wytrzymałością betonu na ściskanie mierzoną na próbkach walcowych o wymiarach 150/300 mm [160]. Określenie modułu sprężystości, a potem wytrzymałości na ściskanie, przeprowadzono na tych samych próbkach, co może budzić pewne wątpliwości. W trakcie badania modułów próbki obciążane były jednak do ok. 40 % wytrzymałości, którą szacowano na podstawie wcześniejszych wyników otrzymanych od wykonawcy i każdej kolejnej zbadanej próbki. Według EC2 dla klasy betonu C 60/75 wartość modułu po 28 dniach równa jest 39 GPa. Dodatkowo, dla betonu z kruszywem bazaltowym, norma zaleca zwiększyć tę wartość o 20%, co daje 46,8 GPa. Moduł sprężystości badanego betonu kształtował się na poziomie 55,5 GPa (Rys. 5.10a), co stanowi 119 % wartości normowej.

Badany beton po 24 h osiągnął 40 % 28-dniowej wytrzymałości oznaczanej na próbkach sześciennych, 55 % wytrzymałości oznaczanej na walcach (po 28 h) i 68 % 28-dniowej wartości modułu sprężystości (Rys. 5.10b). Należy zwrócić uwagę, iż względny przyrost modułu jest znacznie większy od przyrostu wytrzymałości. Po 5 dniach beton osiąga 90 % 28-dniowej wartości modułu sprężystości.



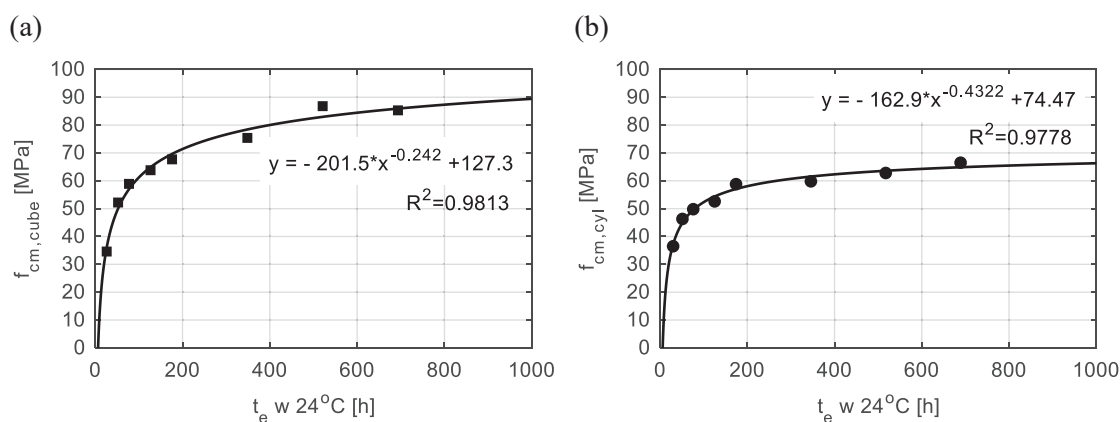
Rys. 5.10. (a) Moduł sprężystości betonu, (b) Względny przyrost wytrzymałości i modułu sprężystości

Przebieg zmian termicznych w ciągu pierwszych pięciu dni (120 h) twardnienia próbek walcowych i sześciennych przechowywanych w kąpielii wodnej przedstawiono na Rys. 5.11. Temperatura początkowa mieszanki betonowej była równa 22,9 °C. W wyniku egzotermicznego procesu hydratacji, maksymalna temperatura wewnątrz próbek występuje w 19-stej godzinie dojrzewania. Dla próbek walcowych średnia temperatura maksymalna (27,6 °C) jest wyższa o 3,0 °C, zaś dla sześciennych (29,2 °C) o 4,6 °C w stosunku do temperatury wody (24,6 °C).



Rys. 5.11. Temperatura betonu próbek sześciennych oraz walcowych

Równanie (5.1), historia termiczna betonu próbek i wyniki badań wytrzymałości na ściskanie stanowią pełny zestaw danych do opracowania krzywej dojrzałości betonu klasy C 60/75. Najlepszą funkcją aproksymującą okazała się funkcja potęgowa (Rys. 5.12).



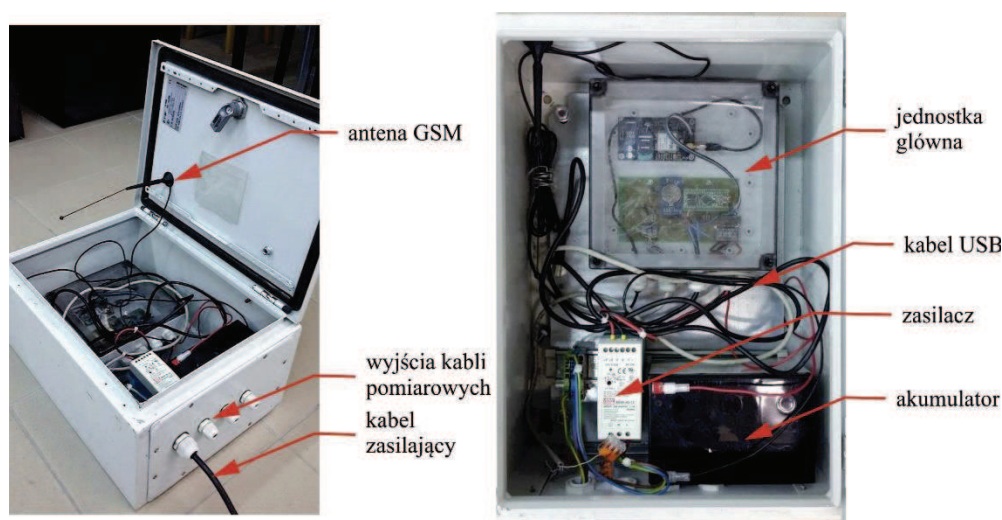
Rys. 5.12. Krzywa dojrzałości betonu: (a) dla próbek sześciennych, (b) dla próbek walcowych

#### 5.4 Sprzęt pomiarowy wykorzystywany w badaniach *in situ*

Do badań terenowych skonstruowano autorski system pomiaru temperatury, który powstał na podstawie doświadczeń całego zespołu badawczego, a jego głównym projektantem był mgr inż. Błażej Meronk.

Rejestrator umożliwia pomiar temperatury betonu w 20 punktach jednocześnie i pracuje na wodoodpornych, cyfrowych czujnikach 1-wire typu DS18B20, które co ważne nie wymagają kalibracji. Punkty pomiarowe można montować indywidualnie za pomocą pojedynczych czujników lub przy użyciu prefabrykowanej listwy pomiarowej z szeregiem czujników rozmieszczonych według wcześniej przygotowanego projektu. Pozwala to na minimalizację

okablowania, które jest narażone na uszkodzenie w wyniku innych prac budowlanych, a także gwarantuje niski poziom poboru energii. Przy zapisie danych temperaturowych z 20 czujników, co 15 minut, urządzenie może być zasilane za pomocą akumulatora około 30 dni. Stanowi to łącznie 2880 punktów pomiarowych, wysyłanych na serwer co godzinę, przez modem GSM. Urządzenie posiada także trzy diody sygnalizujące jego pracę i informujące o podłączonym zasilaniu sieciowym, transmisji danych i pracy modemu GSM. Charakterystykę działania czujników cyfrowych i ich przewagę nad stosowanymi dotąd rozwiązaniami opisano w punkcie 4.2.1 rozprawy. System rejestrujący przedstawiono na Rys. 5.13.



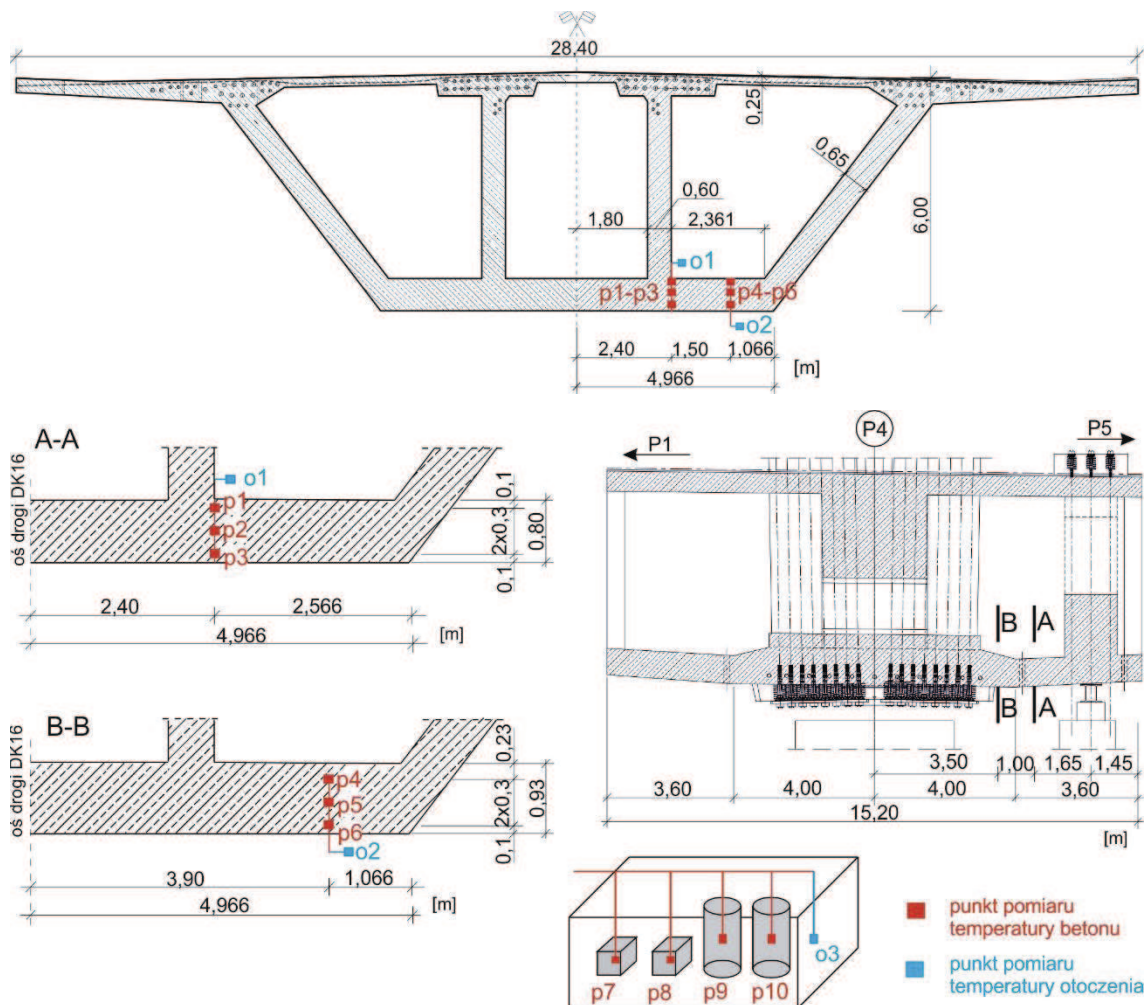
Rys. 5.13. System pomiaru temperatury

## 5.5 Badania na obiekcie - etap I, sekcja startowa

Pierwszy etap badań przeprowadzonych na moście dotyczył płyty dolnej segmentu startowego o długości 15,2 m, zlokalizowanego tuż nad podporą P4. Sekcja ta betonowana była na rusztowaniach stacjonarnych w czterech fazach: płyta dolna, środniki i poprzecznica, płyta górna pomiędzy środnikami zewnętrznymi i wsporniki zewnętrzne płyty (Rys. 5.15a). Zastosowano jednak zmodyfikowaną mieszankę betonową w stosunku do zarobu próbnego. Zmniejszeniu uległa ilość domieszki upłynniającej z 1,70 % na 1,65 % m.c., a zwiększeniu ilość domieszki napowietrzającej z 0,13 % na 0,30% m.c, co mogło skutkować nieco innym przyrostem wytrzymałości w czasie.

Betonowanie płyty dolnej segmentu startowego podpory P4 (sekcja 4.1-2) rozpoczęto od strony podpory P5 w dniu 16.06.2016 ok. godz. 8.30 i zakończono ok. 11.30. Czujniki pomiaru temperatury betonu zlokalizowano w dwóch przekrojach (A-A i B-B) płyty dolnej (punkty pomiarowe p1 - p6). Monitorowano także temperaturę otoczenia nad i pod płytą (punkty o1, o2). W dwóch kostkach i walcach przeprowadzono pomiar temperatury dojrzewającego betonu (p7 - p10) oraz pomiar temperatury wody (o3). Lokalizację punktów pomiarowych przedstawia Rys. 5.14. Z mieszanki dostarczonej na budowę pobrano 29 próbek sześciennych o boku 150 mm

oraz 29 próbek walcowych (po dwie do pomiaru temperatury i po 27 do badań niszczących). Próbki walidacyjne dojrzewały w kąpeli wodnej, w przeznaczonym do tego celu kontenerze, w warunkach panujących na budowie przez okres 28 dni (Rys. 5.15b,c).

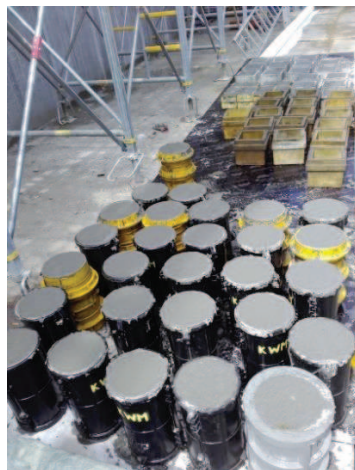


Rys. 5.14. Przekrój poprzeczny i podłużny segmentu startowego, lokalizacja punktów pomiarowych

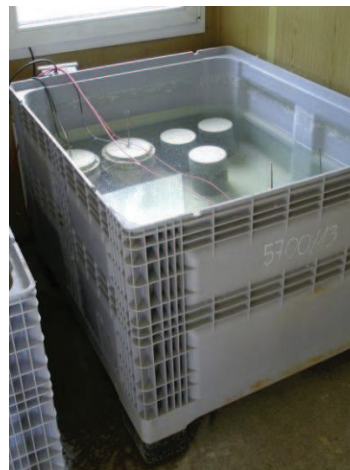
(a)



(b)

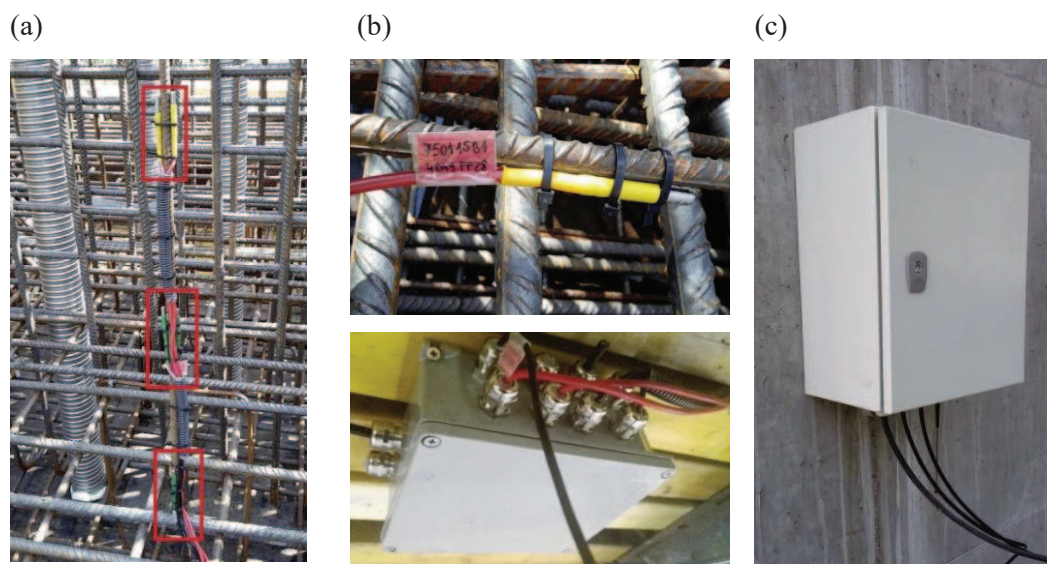


(c)



Rys. 5.15. (a) Betonownie płyty dolnej segmentu startowego, (b) Pobranie próbek do badań walidacyjnych, (c) Przechowywanie próbek i pomiar temperatury betonu

Dla segmentu startowego, czujniki pomiarowe montowane były indywidualnie do prętów zbrojeniowych. W celu zwiększenia pewności pomiaru i na wypadek awarii, w każdym miejscu czujniki zostały zdublowane. Małą skrzynkę pomiarową zamontowano bezpośrednio pod płytą dolną, a system rejestrujący został utwierdzony do podpory tymczasowej (Rys. 5.16).



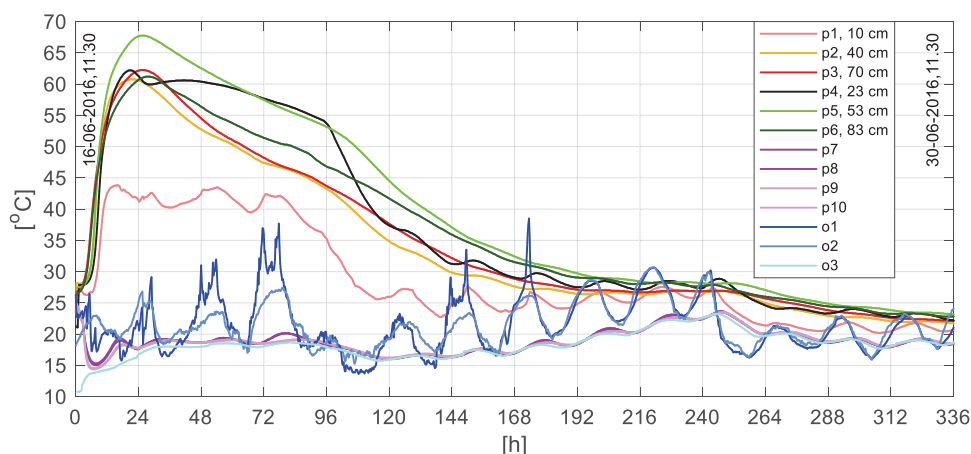
Rys. 5.16. (a) Czujniki temperatury w przekroju pomiarowym, (b) pojedynczy czujnik zamocowany na pręcie i skrzynka pomiarowa, (c) jednostka rejestrująca

Rejestracja temperatury w punktach p1 - p6 i o1 - o2 miała miejsce do momentu stabilizacji temperatury w płycie dolnej (ok. 14 dni), zaś w punktach p7 - p10 i o3 kontynuowano pomiar do 28 dni. Historię termiczną przedstawiono na Rys. 5.17. Obok symbolu punktu pomiarowego podano głębokość na jakiej mierzono temperaturę betonu, licząc od górnej powierzchni płyty. Za czas „zero” przyjęto koniec betonowania, tzn. moment, kiedy ostatni z czujników wskazał temperaturę 26,7 °C równą temperaturze początkowej mieszanki.

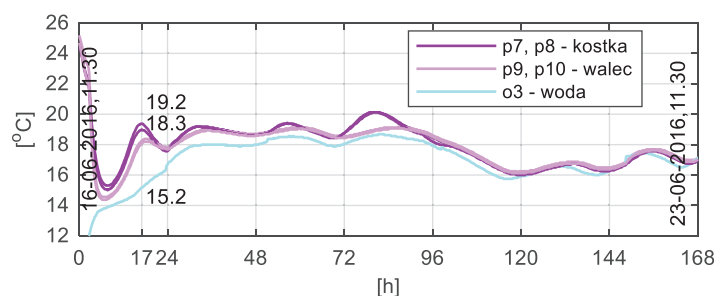
Betonowanie miało miejsce w czerwcu, przy znacznym nasłonecznieniu, kiedy temperatura otoczenia w ciągu dnia sięgała nawet 37 °C. Takie warunki sprzyjały wzrostowi temperatury betonu płyty dolnej, a co za tym idzie intensyfikacji przyrostu wytrzymałości w pierwszych dniach dojrzewania. Stawiało to jednak szczególne wymagania, co do pielęgnacji betonu. Maksymalna temperatura betonu płyty dolnej została zanotowana po upływie 25 godzin od zakończenia betonowania, osiągając w punkcie p5 (środek płyty o grubości 93 cm), temperaturę 67,8 °C. Nie została przekroczona temperatura 70 °C, którą norma [146] podaje za wartość graniczną. Po czasie 25 h następował stopniowy spadek temperatury betonu w konstrukcji. Największe różnice temperatur zarejestrowano między punktami położonymi w środku i przy powierzchni górnej płyty. Dla przekroju A-A (0,80 m), w 24 godzinie twardnienia, różnica temperatur betonu między punktami p1 i p2 odległymi o 30 cm wynosiła 19,3 °C. Taka informacja skłoniła wykonawcę do zaizolowania górnej powierzchni płyty, którą w godzinach 25 - 94 przykryto styropianem o grubości 5 cm. Jest to szczególnie widoczne

w historii termicznej punktów znajdujących się w górnej strefie płyty tj. p1 i p4. W tym czasie nie następuje chłodzenie elementu, zaś utrzymuje się stała temperatura. Wpływ warunków brzegowych obserwuje się głównie na spodzie i przy powierzchni płyty. W dolnej części znajduje się izolacja w postaci deskowania (sklejka o grubości 21 mm i drewniane dźwigary w rozstawie 30 cm), od góry zaś płyta narażona jest na działanie promieni słonecznych. Dobowe wahania temperatury betonu najbardziej widoczne są od 6 dnia twardnienia w punktach zlokalizowanych przy górnej powierzchni płyty, a stabilizację temperatury beton płyty dolnej obserwuje się po 10 dniach dojrzewania.

Temperatura betonu zarejestrowana w próbkach osiągnęła maksimum po 17 godzinach od zaformowania (Rys. 5.18). Dla próbek walcowych temperatura maksymalna (18,3 °C) jest wyższa o 3,1 °C, zaś dla sześciennych (19,2 °C) o 4,0 °C w stosunku do temp. wody (15,2 °C).



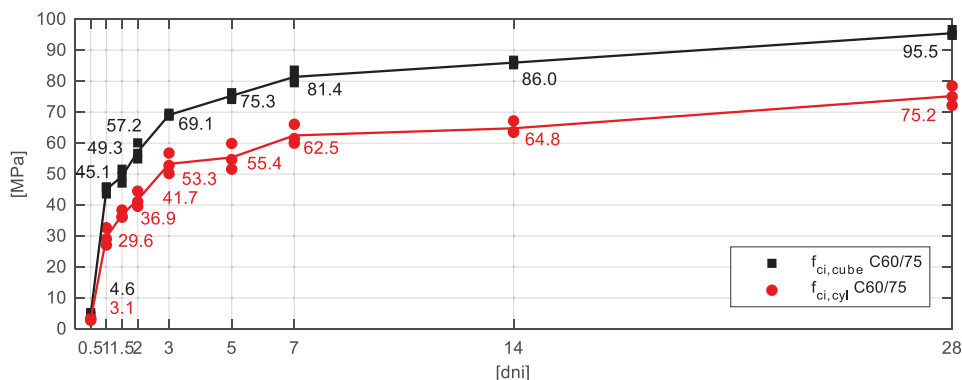
Rys. 5.17. Przebieg zmian termicznych we wszystkich punktach pomiarowych w ciągu 14 dni



Rys. 5.18. Temperatura betonu próbek sześciennych i walcowych oraz temperatura wody - pierwsze 7 dni

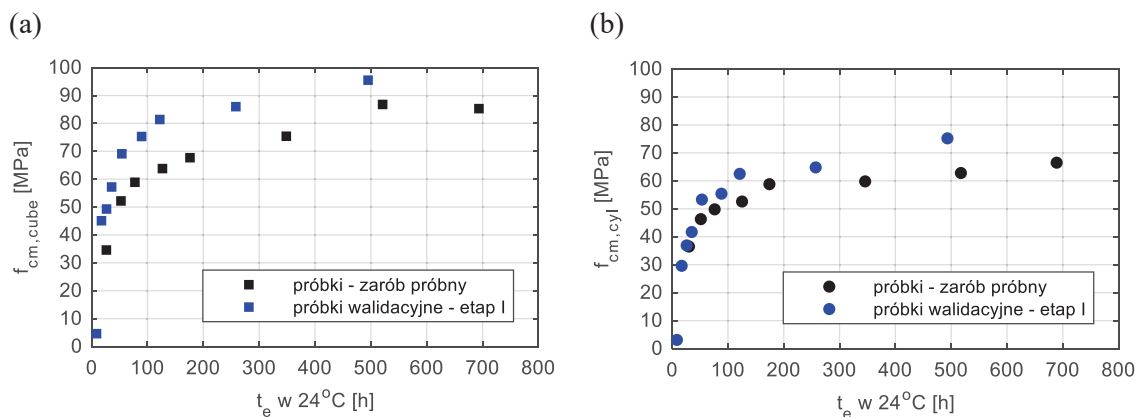
Próbki pobrane w trakcie betonowania płyty dolnej sekcji startowej posłużyły do badań walidacyjnych. Mierzono w nich zarówno temperaturę na podstawie której, można było obliczyć wskaźnik dojrzałości i oszacować wytrzymałość betonu na ściskanie jak i poddano badaniom niszczącym w terminach: 0,5, 1, 1,5, 2, 3, 5, 7; 14, i 28 dni. Próbki pobierano sukcesywnie z budowy, na trzy godziny przed planowanym terminem badania. Takie podejście umożliwiło realne sprawdzenie krzywej dojrzałości betonu opracowanej w fazie przygotowawczej. Badania niszczące pozwoliły także na weryfikację cech wytrzymałościowych dostarczonego betonu

w stosunku do zarobu próbnego z 15 kwietnia 2016. Na Rys. 5.19 przedstawiono uzyskane wytrzymałości na ściskanie. Minimalna wytrzymałość próbki walcowej po 28 dniach wynosiła 72,2, maksymalna 78,5 a średnia 75,2 MPa. Zatem spełnione zostały kryteria zgodności wg PN-EN 206-1 (kryterium I:  $f_{cm} \geq f_{ck} + 4$ ,  $75,2 \geq 64$  MPa i kryterium II:  $f_{ci} \geq f_{ck} - 4$ ,  $72,2 \geq 56$  MPa). Dla próbki sześcienniej minimalna wytrzymałość po 28 dniach wynosiła 94,8, maksymalna 96,7 a średnia 95,5 MPa. W tym przypadku również zostały spełnione oba kryteria (kryterium I:  $f_{cm} \geq f_{ck} + 4$ ,  $95,5 \geq 79$  MPa i kryterium II:  $f_{ci} \geq f_{ck} - 4$ ,  $94,8 \geq 71$  MPa).



Rys. 5.19. Wytrzymałość na ściskanie walidacyjnych próbek walcowych i sześciennych

Celem weryfikacji wytrzymałości próbek betonowych, osiągniętych w badaniach zarobu próbnego i badaniach walidacyjnych, zestawiono je na wspólnym wykresie w dziedzinie wieku równoważnego  $t_e$  w 24 °C (Rys. 5.20). Zmiana receptury mieszanki dostarczonej na budowę w stosunku do zarobu próbnego, wysokie temperatury powietrza lub inne czynniki zmienne podczas produkcji mieszanki, skutkowały zwiększonym przyrostem wytrzymałości, szczególnie dla próbek sześciennych. Warto odnotować, że tak istotnej zmiany nie obserwuje się dla próbek walcowych. Tendencja zmian wytrzymałościowych jest zachowana, jednak ze względu na istotne różnice (powyżej 10 %), szacowanie wytrzymałości betonu płyty dolnej na bazie krzywej opracowanej na podstawie próbek z zarobu próbnego nie byłoby miarodajne.

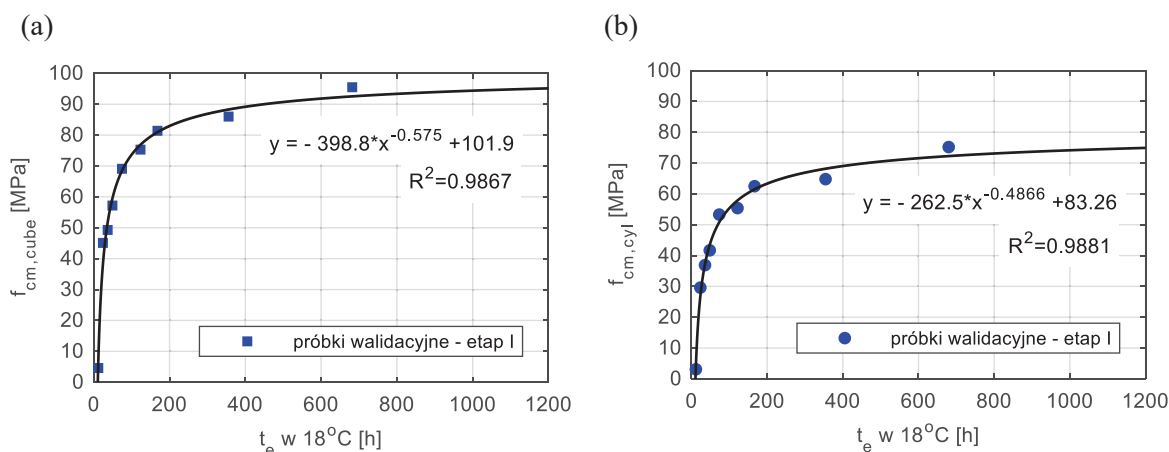


Rys. 5.20. Wytrzymałość na ściskanie w dziedzinie wieku równoważnego: (a) próbki sześciennne, (b) próbki walcowe

Biorąc po uwagę powyższe spostrzeżenia, docelową krzywą dojrzłości wyznaczono na podstawie pomiarów temperatury i wyników badań niszczących próbek walidacyjnych, pobranych w trakcie betonowania analizowanej sekcji. Średnia temperatura, w jakiej były przechowywane próbki na budowie wynosiła 18 °C, stąd funkcję dojrzłości opisano następującą formułą:

$$t_e = \sum e^{-4620 \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{273,15+18} \right)} \Delta t . \quad (5.2)$$

Krzywe dojrzłości betonu opracowane według próbek walcowych i sześciennych przedstawiono na Rys. 5.21. W obu przypadkach, do aproksymacji danych wytrzymałość - wiek równoważny zastosowano krzywą potęgową, która właściwie oddaje przyrost wytrzymałości w całym rozpatrywanym spektrum. Dobrym narzędziem jest także przeprowadzenie regresji za pomocą funkcji hiperbolicznej Carino, Freieslebena Hansena i Pedersena oraz China. Niewłaściwym równaniem dla analizowanego betonu jest krzywa Płowmana oraz funkcja wykładnicza.

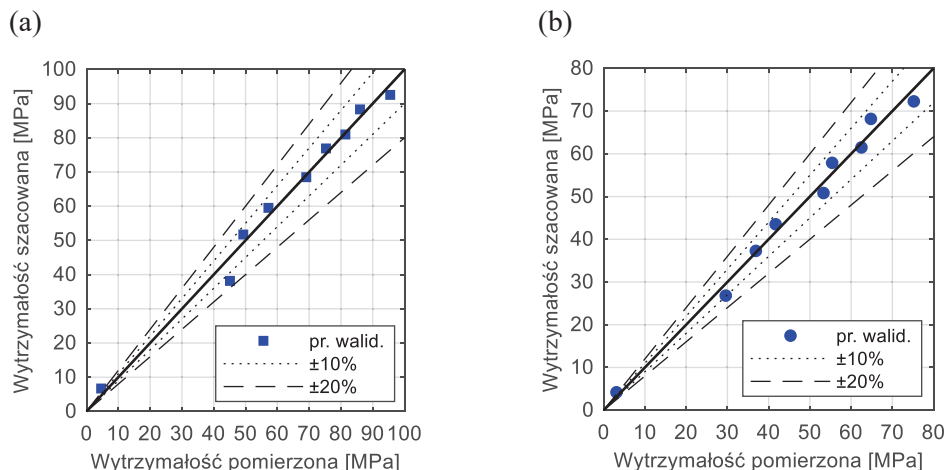


Rys. 5.21. Krzywa dojrzłości betonu: (a) dla próbek sześciennych (b) dla próbek walcowych

Równania opisujące przyrost wytrzymałości w funkcji wieku równoważnego (Rys. 5.21) sprawdzono jeszcze raz, porównując wytrzymałości estymowane na podstawie pomiarów temperatury w próbkach (sześciennych i walcowych) oraz wytrzymałości osiągnięte z badań niszczących (Rys. 5.22). Uzyskane wyniki charakteryzują się wysoką zgodnością. Największy błąd względny (26 i 9 %) widoczny jest w pierwszej dobie twardnienia betonu tj. po 12 i 24 h, co wynika z trudności w wpasowaniu krzywej dojrzłości w początkowej fazie dojrzewania i wczesnego terminu badania młodego betonu. Po czasie 1,5 doby, błąd względny kształtuje się na poziomie kilku procent, a dokładniej w wieku 1,5, 2, 3, 5, 7, 14, 28 dni wynosi odpowiednio 1, 4, 5, 4, 2, 5, 4 % , co świadczy o poprawności przyjętej krzywej i samej metody dojrzłości.



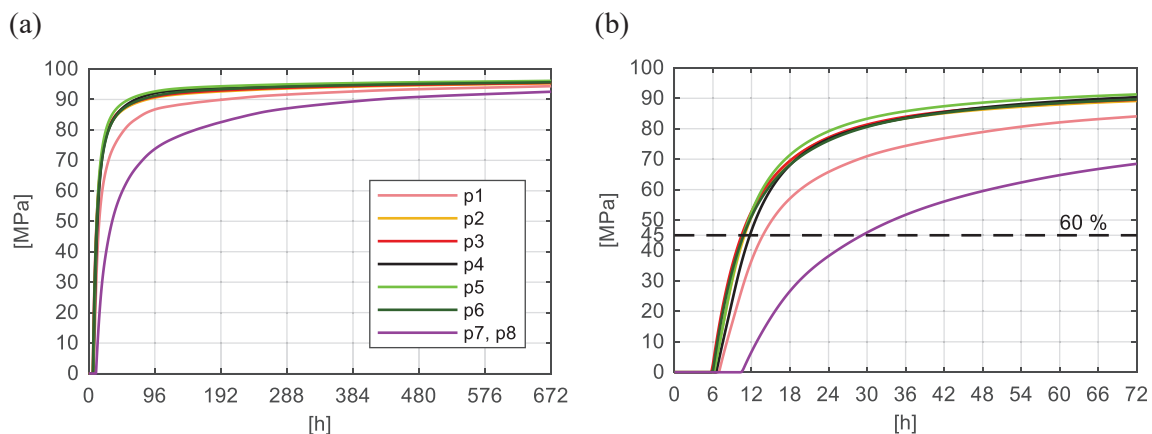




Rys. 5.22. Szacowana i pomierzona wytrzymałość betonu na ściskanie:  
(a) próbki sześciennie, (b) próbki walcowe

Z uwagi, iż temperaturę betonu płyty dolnej mierzono przez 14 dni, do obliczenia wieku równoważnego po tym czasie, przyjęto temperaturę z punktu o3 powiększoną o 2 °C. Temperatura betonu płyty dolnej i próbek pomiarowych oraz opracowane krzywe dojrzalsci (Rys. 5.21) umożliwiły wykreślenie krzywych przyrostu wytrzymałości betonu na ściskanie w funkcji czasu (Rys. 5.23 i Rys. 5.24). W rozprawie stosuje się skrócone pojęcia: wytrzymałość kostkowa i walcowa, dotyczące szacowanej wytrzymałości betonu na ściskanie, odpowiednio według krzywej dojrzalsci dla próbek sześciennych bądź walcowych.

Na Rys. 5.23 przedstawiono krzywe przyrostu wytrzymałości kostkowej, a w Tab. 5.5 zestawiono wartości liczbowe wytrzymałości betonu na ściskanie w wybranych terminach. W początkowym okresie twardnienia betonu płyty dolnej sekcji 4.1-2 obserwuje się znaczny przyrost wytrzymałości, a powyżej 2,5 doby (60 h) bardzo powolny wzrost. Jest to związane między innymi z ilością wydzielonego ciepła, które w początkowej fazie charakteryzuje się znaczną intensywnością, a w dalszym procesie następuje faza chłodzenia i stabilizacja temperatury stwardniałego betonu.



Rys. 5.23. Wytrzymałość kostkowa betonu płyty dolnej (wg p1 - p6) i próbek sześciennych (wg p7 - p8) w funkcji czasu: (a) 672 h=28 dni, (b) 72 h



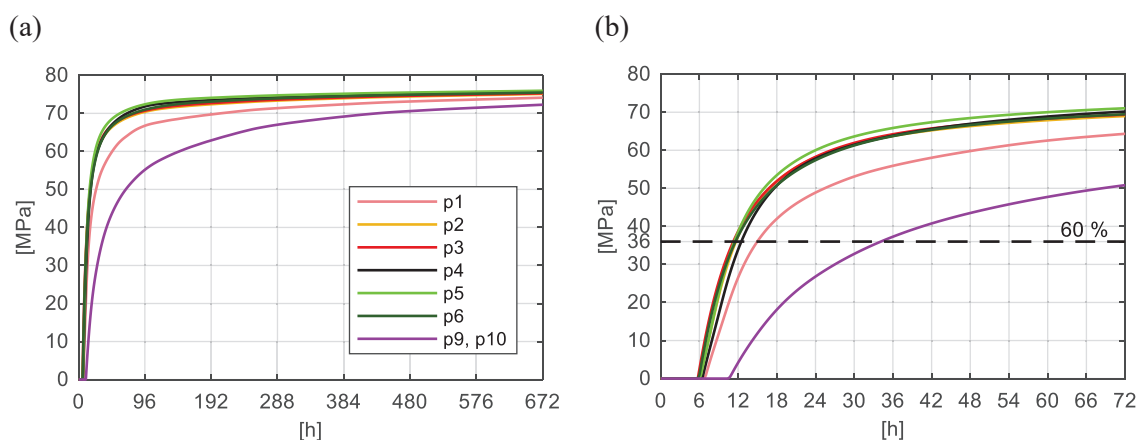
W wieku 24 h beton płyty dolnej osiąga wytrzymałość kostkową 65,8 MPa (wg p1), co stanowi 70 % osiągniętej przez wbudowany beton wytrzymałości 28-dniowej oraz 88 % wytrzymałości charakterystycznej. Wytrzymałość z badań niszczących próbek sześciennych w wieku 24 h równa jest 45,1 MPa. Chcąc uzyskać wytrzymałość na próbkach zbliżoną do 65,8 MPa, należałoby oczekiwać takiego wyniku dopiero ok. 2,5 doby (60 h). W wieku 28 dni wytrzymałość kostkowa betonu płyty dolnej wynosi 94,4 MPa (wg p1).

Rozpoczęcie sprężania przęsła mostu mogło nastąpić po osiągnięciu przez beton 60 % wytrzymałości charakterystycznej (45 MPa dla klasy C 60/75). Na podstawie metody szacowania wytrzymałości, beton płyty dolnej sekcji 4.1-2 osiąga 60 % wytrzymałości kostkowej w czasie 13,7 h według pomiarów w punkcie p1 i w czasie 10,4 h według punktu p3 (Rys. 5.23b). Biorąc po uwagę wyniki wytrzymałościowe z badań niszczących byłby to czas prawie dwukrotnie dłuższy tj. 24 h, a według szacunków dla próbek sześciennych wynosiłby 29,2 h (wg p7, p8).

Tab. 5.5. Wytrzymałość na ściskanie według krzywej dojrzałości dla próbek sześciennych

$t$ [h]	12	24	36	48	72	120	168	336	672
$t$ [doba]	0,5	1	1,5	2	3	5	7	14	28
<i>Szacowana wytrzymałość betonu płyty dolnej (według p1 - p6) [MPa]</i>									
$f_c(p1)$	36,6	65,8	74,4	78,9	84,1	87,9	89,3	92,1	94,4
$f_c(p2)$	51,1	77,0	83,4	86,3	89,1	91,4	92,3	93,9	95,3
$f_c(p3)$	52,8	77,1	83,9	86,8	89,5	91,8	92,6	94,2	95,5
$f_c(p4)$	46,5	76,6	83,5	86,9	90,4	92,8	93,5	94,7	95,8
$f_c(p5)$	52,6	79,2	85,7	88,6	91,3	93,4	94,1	95,2	96,1
$f_c(p6)$	51,2	76,1	83,4	86,6	89,6	92,1	93,1	94,5	95,7
$f_{cm}(p1 \div p6)$	48,5	75,3	82,4	85,7	89,0	91,6	92,5	94,1	95,5
$f_{c,min}(p1 \div p6)$	<b>36,6</b>	<b>65,8</b>	<b>74,4</b>	<b>78,9</b>	<b>84,1</b>	<b>87,9</b>	<b>89,3</b>	<b>92,1</b>	<b>94,4</b>
$f_{cm}(t) / f_{cm}(28)$ [%]	51	79	86	90	93	96	97	99	100
$f_{c,min}(t) / f_{c,min}(28)$ [%]	39	70	79	84	89	93	95	98	100
$f_{cm}(t) / 75$ [%]	65	100	110	114	119	122	123	125	127
$f_{c,min}(t) / 75$ [%]	<b>49</b>	<b>88</b>	<b>99</b>	<b>105</b>	<b>112</b>	<b>117</b>	<b>119</b>	<b>123</b>	<b>126</b>
<i>Szacowana wytrzymałość próbek sześciennych (według p7 - p8) [MPa]</i>									
$f_{cm}(p7 \div p8)$	<b>6,7</b>	<b>38,2</b>	<b>51,7</b>	<b>59,5</b>	<b>68,5</b>	<b>76,9</b>	<b>81,0</b>	<b>88,3</b>	<b>92,5</b>
<i>Pomierzona wytrzymałość próbek sześciennych w badaniach niszczących [MPa]</i>									
$f_{c1}$	5,3	43,6	47,1	60,1	68,7	74,1	81,0	86,0	96,7
$f_{c2}$	4,2	45,9	51,6	54,9	69,0	76,3	79,5	85,3	95,0
$f_{c3}$	4,2	45,7	49,3	56,7	69,7	75,4	83,6	86,8	94,8
$f_{cm}(1 \div 3)$	<b>4,6</b>	<b>45,1</b>	<b>49,3</b>	<b>57,2</b>	<b>69,1</b>	<b>75,3</b>	<b>81,4</b>	<b>86,0</b>	<b>95,5</b>
$f_{cm}(t) / f_{cm}(28)$ [%]	5	47	52	60	72	79	85	90	100
$f_{cm}(t) / 75$ [%]	<b>6</b>	<b>60</b>	<b>66</b>	<b>76</b>	<b>92</b>	<b>100</b>	<b>108</b>	<b>115</b>	<b>127</b>
błąd względny									
$f_{cm}(p7 \div p8)$	31	15	5	4	1	2	0	3	3
i $f_{cm}(1 \div 3)$ [%]									

Na Rys. 5.24 przedstawiono krzywe przyrostu wytrzymałości walcowej betonu płyty dolnej oraz betonu próbek walcowych, a w Tab. 5.6 zestawiono wartości liczbowe wytrzymałości betonu na ściskanie w wybranych terminach.



Rys. 5.24. Wytrzymałość walcowa betonu płyty dolnej (wg p1 - p6) i próbek walcowych (wg p9 - p10) w funkcji czasu: (a) 672 h=28 dni, (b) 72 h

W wieku 24 h beton płyty dolnej osiąga wytrzymałość walcową 48,9 MPa (wg p1), co stanowi 66 % osiągniętej w konstrukcji wytrzymałości 28-dniowej oraz 82 % wytrzymałości charakterystycznej. Wytrzymałość z badań niszczących próbek walcowych w wieku 24 h równa jest 29,6 MPa, co stanowi 39 % osiągniętej wytrzymałości 28-dniowej oraz 49 % normowej wytrzymałości. Chcąc uzyskać wytrzymałość na próbkach zbliżoną do 48,9 MPa, należałoby spodziewać się takiego wyniku ok. 2,5 doby. W wieku 28 dni wytrzymałość walcowa betonu płyty dolnej wynosi 74,1 MPa (wg p1).

Rozpoczęcie sprężania przęsła mostu mogło nastąpić po osiągnięciu przez beton 60 % wytrzymałości charakterystycznej, co w przypadku klasy C 60/75 wynosi 36 MPa dla wytrzymałości oznaczanej na próbkach walcowych (Rys. 5.24b). Beton płyty dolnej uzyskuje 36 MPa w czasie 15,0 h na podstawie pomiarów temperatury w punkcie p1 i w czasie 11,2 h w punkcie p3. Kierując się wynikami wytrzymałościowymi dla próbek walcowych, czas potrzebny do osiągnięcia wymaganej wytrzymałości byłby zdecydowanie dłuższy i wynosiłby 34,1 h według szacunków (p9 i p10) oraz 36 h według badań niszczących.

Reasumując, na podstawie pomiarów temperatury w punkcie p1, czas potrzebny do uzyskania przez wbudowany beton pożądanej wytrzymałości na ściskanie wynosi od 13,7 – 15,0 godzin w zależności od krzywej odniesienia (odpowiednio kostkowej do walcowej).

Tab. 5.6. Wytrzymałość na ściskanie według krzywej dojrzałości dla próbek walcowych

$t$ [h]	12	24	36	48	72	120	168	336	672
$t$ [doba]	<b>0,5</b>	<b>1</b>	<b>1,5</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>5</b>	<b>7</b>	<b>14</b>	<b>28</b>
<i>Szacowana wytrzymałość betonu płyty dolnej (według p1 - p6) [MPa]</i>									
$f_c(p1)$	26,5	48,9	55,9	59,8	64,3	67,8	69,2	71,9	74,1
$f_c(p2)$	37,4	58,1	63,8	66,3	69,0	71,2	72,1	73,7	75,1
$f_c(p3)$	38,7	58,3	64,2	66,8	69,4	71,5	72,4	73,9	75,3
$f_c(p4)$	33,9	57,8	63,8	66,9	70,2	72,5	73,2	74,5	75,6
$f_c(p5)$	38,5	60,0	65,9	68,5	71,0	73,1	73,9	75,0	75,9
$f_c(p6)$	37,4	57,4	63,7	66,6	69,5	71,9	72,8	74,2	75,5
$f_{cm}(p1 \div p6)$	35,4	56,8	62,9	65,8	68,9	71,3	72,3	73,9	75,3
$f_{c,min}(p1 \div p6)$	<b>26,5</b>	<b>48,9</b>	<b>55,9</b>	<b>59,8</b>	<b>64,3</b>	<b>67,8</b>	<b>69,2</b>	<b>71,9</b>	<b>74,1</b>
$f_{cm}(t) / f_{cm}(28)$ [%]	47	75	84	87	92	95	96	98	100
$f_{c,min}(t) / f_{c,min}(28)$ [%]	36	66	75	81	87	91	93	97	100
$f_{cm}(t) / 60$ [%]	59	95	105	110	115	119	120	123	125
$f_{c,min}(t) / 60$ [%]	<b>44</b>	<b>82</b>	<b>93</b>	<b>100</b>	<b>107</b>	<b>113</b>	<b>115</b>	<b>120</b>	<b>124</b>
<i>Szacowana wytrzymałość próbek walcowych (według p9 - p10) [MPa]</i>									
$f_{cm}(p9 \div p10)$	<b>4,2</b>	<b>26,8</b>	<b>37,3</b>	<b>43,5</b>	<b>50,8</b>	<b>57,9</b>	<b>61,5</b>	<b>68,2</b>	<b>72,3</b>
<i>Pomierzona wytrzymałość próbek walcowych w badaniach niszczących [MPa]</i>									
$f_{c1}$	3,4	27,1	36,3	44,5	52,8	51,6	61,5	63,7	72,2
$f_{c2}$	2,8	32,7	36,1	41,1	56,8	54,7	66,1	63,5	78,5
$f_{c3}$	3,1	29,1	38,4	39,6	50,2	59,9	60,0	67,2	75,0
$f_{cm}(1 \div 3)$	<b>3,1</b>	<b>29,6</b>	<b>36,9</b>	<b>41,7</b>	<b>53,3</b>	<b>55,4</b>	<b>62,5</b>	<b>64,8</b>	<b>75,2</b>
$f_{cm}(t) / f_{cm}(28)$ [%]	4	39	49	55	71	74	83	86	100
$f_{cm}(t) / 60$ [%]	<b>5</b>	<b>49</b>	<b>62</b>	<b>70</b>	<b>89</b>	<b>92</b>	<b>101</b>	<b>108</b>	<b>125</b>
błąd względny									
$f_{cm}(p9 \div p10)$	26	9	1	4	5	4	2	5	4
i $f_{cm}(1 \div 3)$ [%]									

W Tab. 5.7 porównano stosunek wytrzymałości walcowej do kostkowej w konstrukcji (p1÷p6), próbkach pomiarowych (p9÷p10) i próbkach poddanych badaniom niszczącym (1÷3). Powyżej 24 godzin stosunek ten kształtuje się na poziomie 0,72 - 0,79, co potwierdza normową zależność wytrzymałości charakterystycznych dla klasy C 60/75 tj. 0,80.

Tab. 5.7. Porównanie wytrzymałości walcowych do kostkowych

$t$ [doba]	0,5	1	1,5	2	3	5	7	14	28
$f_{cm,cyl}(p1 \div p6) / f_{cm,cube}(p1 \div p6)$	0,73	0,75	0,76	0,77	0,77	0,78	0,78	0,79	0,79
$f_{cm,cyl}(p9 \div p10) / f_{cm,cube}(p7 \div p8)$	0,63	0,70	0,72	0,73	0,74	0,75	0,76	0,77	0,78
$f_{cm,cyl}(1 \div 3) / f_{cm,cube}(1 \div 3)$	0,67	0,66	0,75	0,73	0,77	0,74	0,77	0,75	0,79



### 5.5.1 Podsumowanie

Przeprowadzone pomiary w zakresie badań niszczących betonu oraz rejestracji temperatury betonu próbek i płyty dolnej sekcji 4.1-2 prowadzą do następujących wniosków:

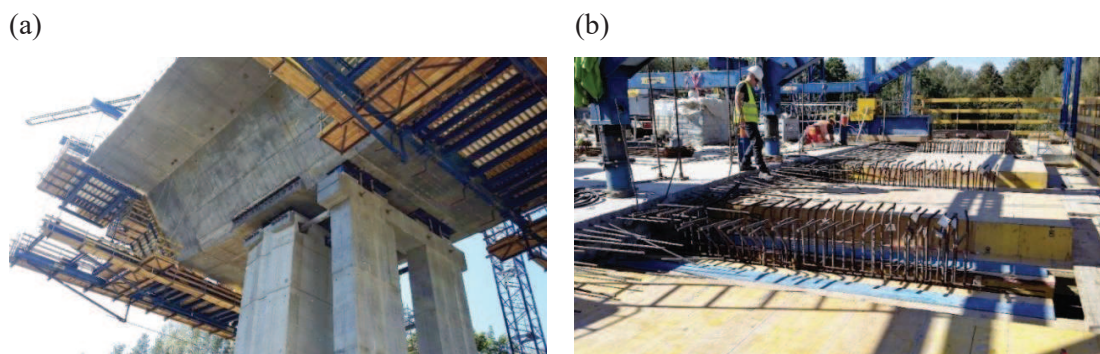
- zmiany termiczne w próbkach pomiarowych zaformowanych w warunkach laboratoryjnych (zarób próbny) i pobranych podczas realizacji etapu I są bardzo zbliżone. Maksymalna temperatura w próbkach pochodzących z zarobu próbnego wystąpiła w 19-tej godzinie twardnienia i była wyższa o 3,0 °C (walec) i 4,6 °C (kostka) w stosunku do temperatury wody. Dla mieszanki dostarczonej pod budowę płyty dolnej, maksymalną temperaturę w próbce obserwuje się w 17-tej godzinie dojrzewania (temperatura betonu wyższa o 3,1 °C (walec) i 4,0 °C (kostka) w stosunku do temperatury wody). Powyższe zmiany termiczne dowodzą jakości składu mieszanki, choć wskazują na przyspieszone tempo reakcji, w przypadku mieszanki ułożonej w deskowaniu płyty dolnej;
- analizując wytrzymałości próbek walcowych i sześciennych obu zarobów widoczny jest zdecydowany wzrost wytrzymałości betonu przeznaczonego pod budowę sekcji 4.4 przęsła mostu w stosunku do zarobu próbnego. Stąd, szacowanie wytrzymałości wykonane zostało na bazie krzywej dojrzałości opracowanej z wyników badań próbek walidacyjnych, przechowywanych w warunkach istniejących na budowie. Przeprowadzenie szacunków wytrzymałości betonu w konstrukcji na bazie krzywej laboratoryjnej skutkuje zaniżeniem wytrzymałości. Na uwagę zasługuje fakt, że wytrzymałości walcowe były bardziej zbliżone dla obu zarobów, a norma ASTM C1074 właśnie ten kształt próbek rekomenduje;
- wyniki wytrzymałościowe dla kostek i walców, szacowane i osiągnięte z badań niszczących charakteryzuje duża zgodność powyżej 24 godzin (błąd względny < 5 %);
- rozpatrywany beton w założeniu wykonawcy powinien spełniać następujące warunki wytrzymałościowe określone na próbkach sześciennych: R2: 48 - 54 MPa, R7: 64 - 74 MPa, R28: 87 - 105 MPa i spadek wytrzymałości do 1,5 %. W przypadku betonu płyty dolnej sekcji 4.1-2 wszystkie te kryteria zostały spełnione;
- najniższe wytrzymałości betonu w konstrukcji zostają osiągnięte w punkcie p1, tj. 10 cm pod powierzchnią górną płyty. Prawdopodobnie niższe wartości otrzymano by na podstawie pomiaru temperatury w strefie przypowierzchniowej (na głębokości 1 - 3 cm). Dlatego chcąc dokonywać szacunków w sposób bezpieczny, w kolejnych badaniach należałoby umieścić czujnik w strefie przypowierzchniowej;
- 60 % wytrzymałości charakterystycznej beton płyty dolnej osiąga w czasie 13,7 h według wytrzymałości kostkowej i w czasie 15,0 h dla wytrzymałości walcowej, co jest czasem około dwukrotnie krótszym od czasu potrzebnego do osiągnięcia takiego poziomu wytrzymałości przez próbkę betonową;
- określona normą klasa betonu wysokowartościowego C 60/75 została spełniona zarówno dla próbek walidacyjnych jak i betonu płyty dolnej analizowanej sekcji;



- uwzględniając wpływ błędu względnego oceny wytrzymałości szacowanych na próbkach i osiągniętych w badaniach niszczących, a także lokalizację wybranego punktu pomiarowego (p1) do szacowania wytrzymałości betonu w konstrukcji, **najszybszy możliwy termin sprężania badanego elementu to okres 1 doby, a termin sugerowany, gwarantujący znaczny poziom bezpieczeństwa to 1,5 doby;**
- w szacowaniu rozwoju wytrzymałości kolejnej sekcji mostu, należy ponownie pobrać próbki do badań walidacyjnych, ale także poddać analizie wyniki pochodzące z zarobu próbnego i badań sekcji startowej 4.1-2.

## 5.6 Badania na obiekcie - etap II, sekcja nawisowa

Drugi etap prac stanowił monitoring dojrzewania betonu sekcji 4.4 skrzynki ustroju mostu. Betonowanie segmentu 4.4 realizowano technologią nawisową za pomocą rusztowań przesuwanych, montowanych do wcześniej wykonanych segmentów ustroju (Rys. 5.25). Pomiary na obiekcie obejmowały rejestrację temperatury w płycie górnej w obrębie tras kabli sprężających oraz w środniku wewnętrznym skrzynki.



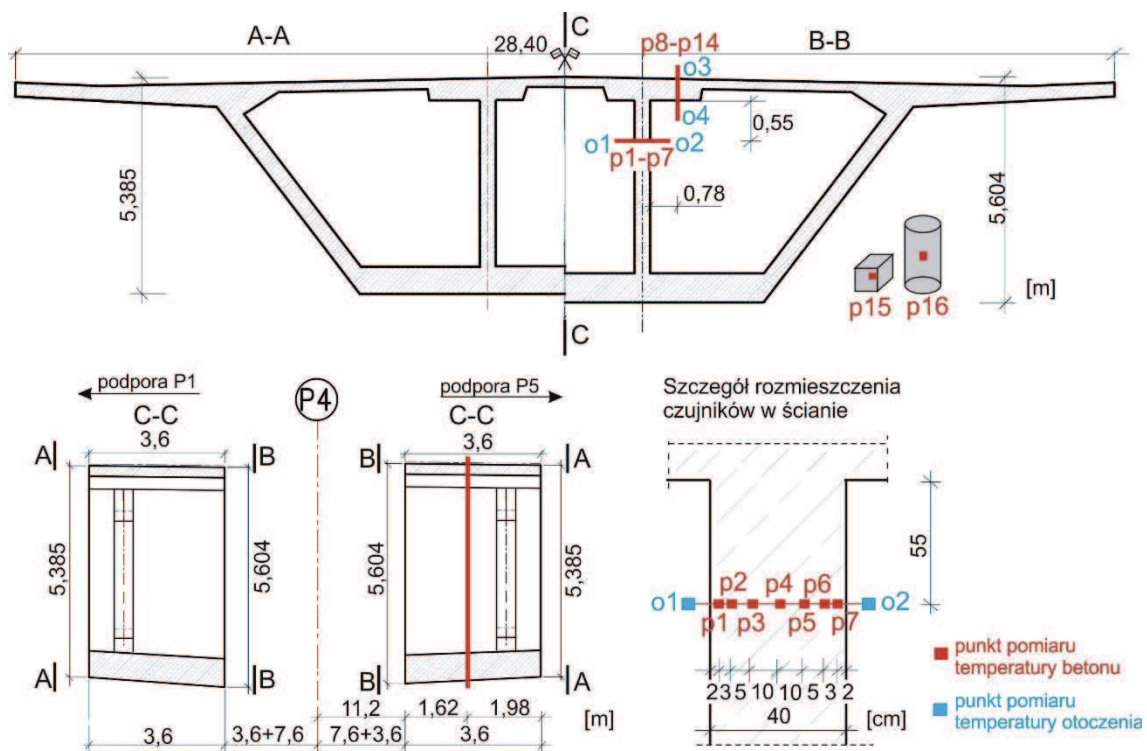
Rys. 5.25. (a) Widok na sekcję 4.4, (b) Deskowanie płyty górnej i zbrojenie środników

### 5.6.1 Sekcja nawisowa 4.4 - środnik wewnętrzny

Sekcja 4.4 o długości 3,6 m oddalona była od osi podpory P4 o 11,2 m (Rys. 5.26). Segment ten betonowano w dwóch etapach - najpierw płyta dolna i środniki (08.09.2016), a dzień później płyta górna (09.09.2016). Betonowanie środników zakończono ok. godziny 19.15.

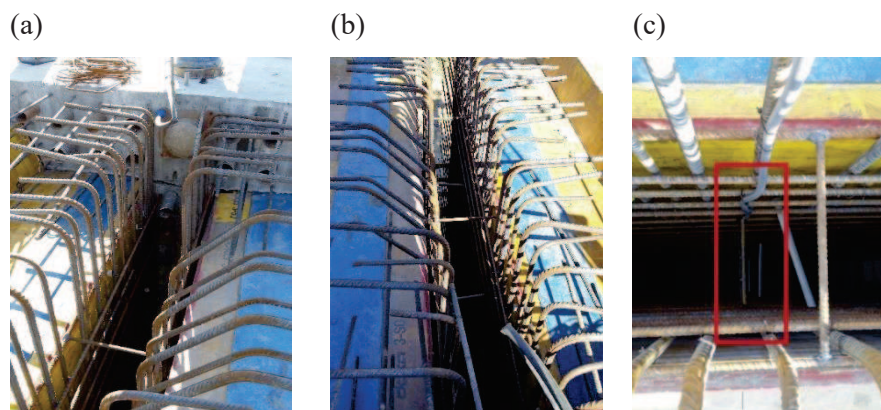
Przekrój pomiarowy znajdował się w odległości 1,62 m od już wykonanej sekcji oznaczonej numerem 4.3. Czujniki pomiaru temperatury betonu zlokalizowano w środniku wewnętrznym, 55 cm poniżej płyty dolnej (punkty p1 - p7). Pomiary zrealizowano dedykowanym do tego zadania, prefabrykowanym modułem składającym się z 9 czujników (7 do pomiaru temperatury betonu oraz 2 do pomiaru temperatury powietrza). Projekt systemu monitoringu zakładał rejestrację temperatury otoczenia po obu stronach środnika (punkty o1, o2). Z przyczyn technologicznych nie było to jednak możliwe do zrealizowania, z powodu sposobu usunięcia deskowania środnika, co powodowało ścięcie kabli i przerwanie pomiaru. W trakcie

miarów awarii uległ czujnik p7, położony na skraju środnika, co było spowodowane nieprzewidzianym zagięciem kabli w pobliżu deskowania. Pomiar temperatury betonu w środniku realizowano zatem w sześciu punktach (p1 - p6), których rozmieszczenie przedstawiono na Rys. 5.26. Widok środnika wraz z zamontowaną listwą pomiarową pokazano na Rys. 5.27.

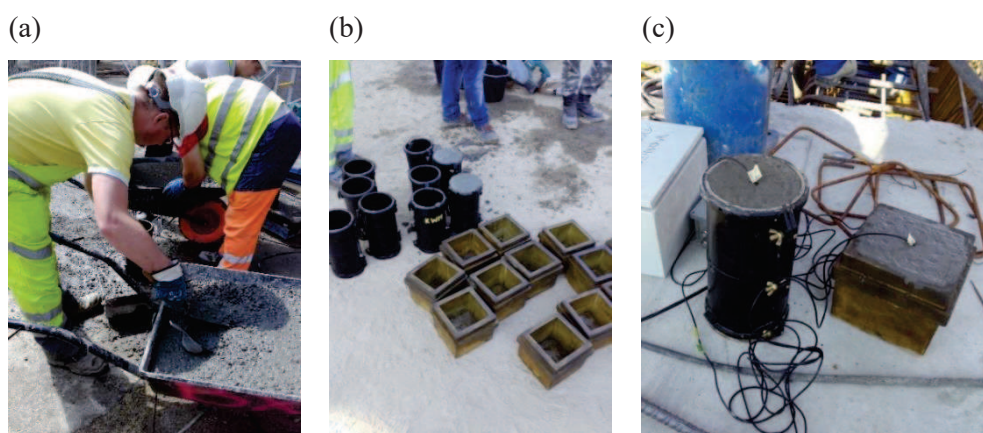


Rys. 5.26. Lokalizacja przekrojów pomiarowych w segmencie 4.4 (środnik wewnętrzny i płyta górna) oraz szczegół rozmieszczenia czujników w środniku

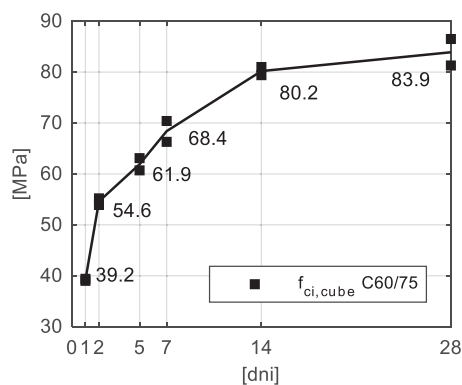
W trakcie betonowania pobrano po 13 próbek sześciennych i walcowych (Rys. 5.28a,b), które przechowywano w kąpielii wodnej w warunkach panujących na budowie przez okres 28 dni. W jednej próbce sześciennej i walcowej (p15, p16) przeprowadzono pomiar temperatury betonu (Rys. 5.28c). Pozostałe próbki poddano baniom niszczącym. Kryteria zgodności wg PN-EN 206-1 zostały spełnione wyłącznie dla próbek sześciennych (Rys. 5.29). Wytrzymałości osiągnięte z próby jednoosiowego ściskania walców nie spełniły kryterium zgodności i uznano je za niemiarodajne. Próbki walcowe zostały niewłaściwie zaformowane i zagęszczone, powierzchnia górna nie była prostopadła do boku, a gęstość mieszanki była poniżej  $2500 \text{ kg/m}^3$ .



Rys. 5.27. (a), (b) Widok zbrojonego środka, (c) Czujniki temperatury w przekroju środka



Rys. 5.28. (a) (b) Pobranie próbek do badań walidacyjnych, (c) Pomiar temperatury betonu w próbkach

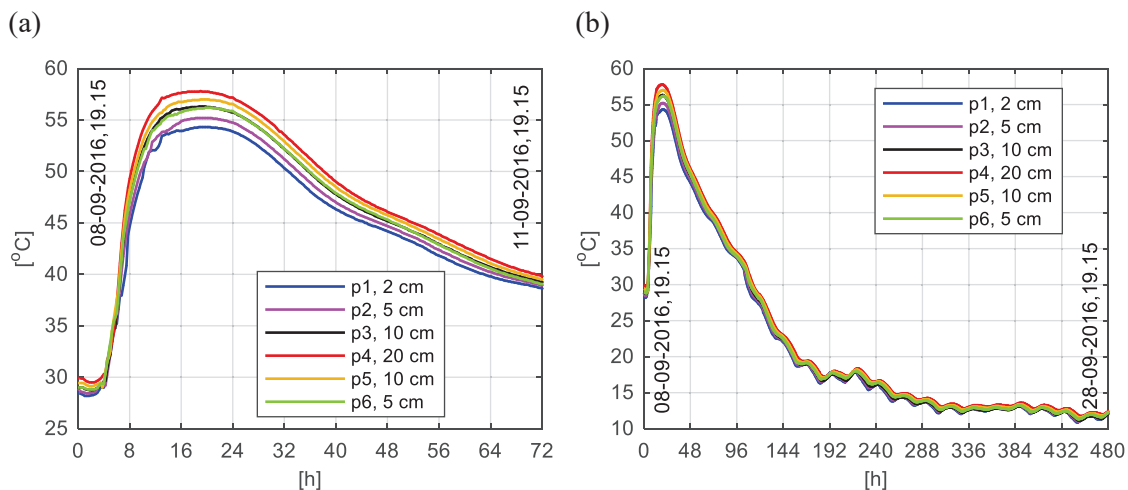


Rys. 5.29. Wytrzymałość na ściskanie próbek sześciennych

Rejestracja temperatury betonu w punktach p1 - p6 oraz w próbkach miała miejsce przez 20 dni (08-28.09.2016), co daje 1920 odczytów. Zarejestrowane zmiany temperatury przedstawione są na Rys. 5.30. Obok symbolu punktu pomiarowego podano odległość punktu od krawędzi ściany. Temperatura początkowa mieszanki wynosiła 29,1 °C. Maksymalna temperatura betonu środka została zanotowana po upływie 17,5 godzin, osiągając w punkcie p4 (środek elementu) temperaturę 57,8 °C. Niezwykle istotny jest wpływ warunków brzegowych. Temperatura betonu w środku o grubości 40 cm, otoczonym z dwóch stron deskowaniem, jest

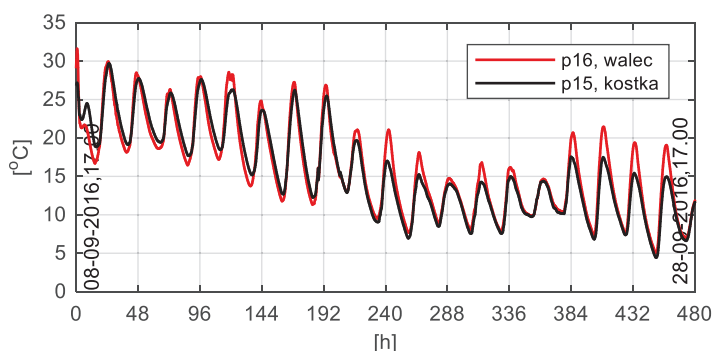


bardzo zbliżona we wszystkich punktach pomiarowych. Największa różnica temperatur ( $3,5\text{ }^{\circ}\text{C}$ ) występuje w momencie osiągnięcia ekstremum, potem zmiany temperatury są praktycznie jednakowe we wszystkich punktach pomiarowych. Dobowe wahania temperatury betonu widoczne są po 4 dniu (96 h), a stabilizację temperatur obserwuje się od 8 dnia (192 h) dojrzewania.



Rys. 5.30. Temperatura betonu środka: (a) w ciągu pierwszych 3 dni, (b) w ciągu 20 dni

Temperatura zarejestrowana w próbkach pomiarowych odpowiadała dziennym wahanom temperatur (Rys. 5.31). Z uwagi na brak pomiarów z czujników o1 i o2, o zmianach temperatury otoczenia, jaka była w tym okresie w trakcie budowy, można wnioskować na podstawie temperatur zarejestrowanych w próbkach (p15, p16), które znajdowały się na już wykonanej płycie górnej sąsiedniego segmentu. Przez pierwsze 10 dni średnia temperatura w próbkach wynosiła  $20,2\text{ }^{\circ}\text{C}$ , a przez kolejne 10 dni,  $11,5\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

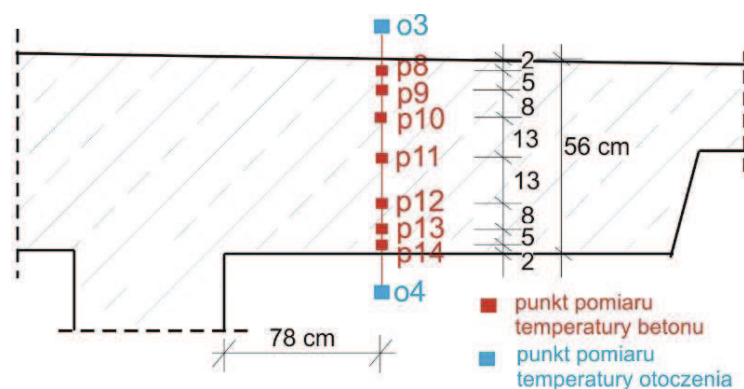


Rys. 5.31. Temperatura betonu próbek w czasie 20 dni

Zarejestrowane zmiany temperatury betonu posłużyły do obliczenia wieku równoważnego betonu  $t_e$  w temperaturze referencyjnej  $24\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Z uwagi, iż pomiary temperatury na obiekcie realizowano przez 20 dni, po tym czasie, do obliczenia wieku równoważnego betonu, w punktach p1 - p6 przyjęto stałą temperaturę równą  $12,5\text{ }^{\circ}\text{C}$ , a dla próbek (p15, p16)  $11,5\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

### 5.6.2 Sekcja nawisowa 4.4 - płyta górna

Betonowanie płyty górnej sekcji 4.4 ustroju zakończono 09.09.2016 ok. godz. 22.15 (Rys. 5.33a). Czujniki pomiaru temperatury betonu zlokalizowano w odległości 78 cm od krawędzi środnika wewnętrznego (punkty p8 - p14) i w tym samym przekroju jak w przypadku środnika tj. w odległości 1,62 m od wykonanego już segmentu 4.3 (Rys. 5.26). Projekt monitoringu zakładał także pomiar temperatury otoczenia na górze i spodzie płyty (punkty o3, o4) czego nie można było zrealizować. Czujnik o3 i o4 został zatopiony w betonie, a czujnik p8 uległ awarii, stąd pomiar temperatury betonu płyty górnej realizowano w sześciu punktach p9 - p14. Rozmieszczenie punktów pomiarowych po wysokości płyty przedstawiono na Rys. 5.32. Monitoring prowadzono z użyciem wcześniej przygotowanej listwy pomiarowej wykonanej na potrzeby niniejszego zadania (Rys. 5.33b).



Rys. 5.32. Rozmieszczenie punktów pomiarowych w płycie górnej

(a)



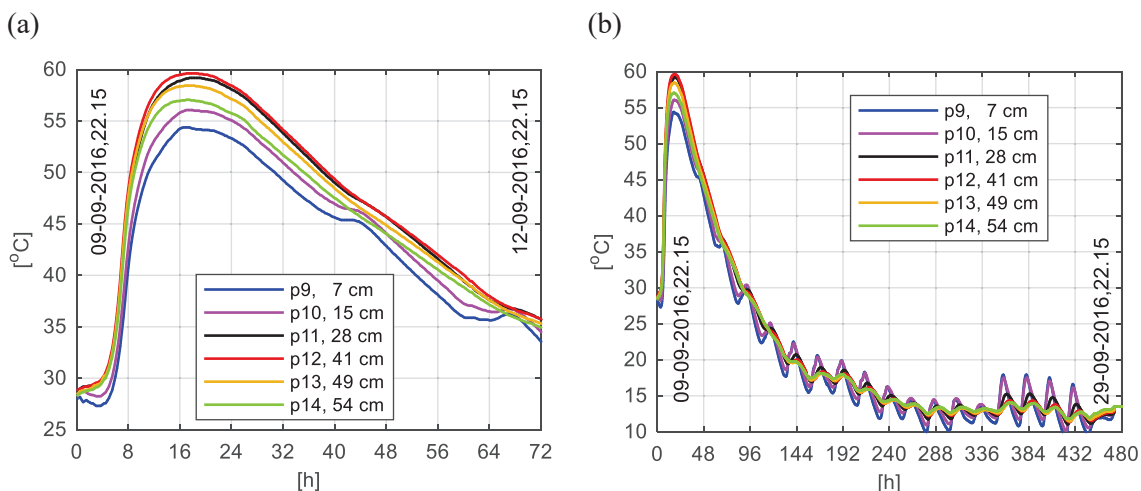
(b)



Rys. 5.33. (a) Widok płyty górnej, (b) Prefabrykowana listwa z czujnikami temp. zamocowana na pręcie

Temperatury betonu zarejestrowane w płycie górnej zobrazowano na Rys. 5.34. Obok symbolu punktu pomiarowego podano także głębokość na jakiej dokonywano odczytu licząc od górnej powierzchni płyty. Maksymalna temperatura betonu została zanotowana po upływie 17,5 godzin, osiągając w punkcie p12 (15 cm od spodu płyty) temperaturę 59,6 °C. Największa różnica (5,2 °C) występuje w momencie osiągnięcia maksymalnej temperatury. Dobbowe wahania

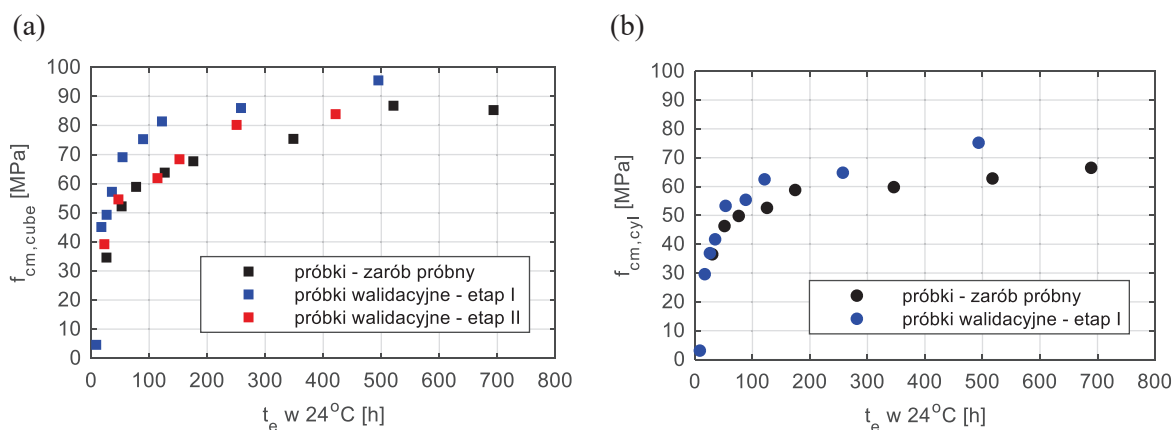
temperatury betonu najbardziej widoczne są od 2 dnia (48 h) twardnienia w punktach zlokalizowanych na górze płyty, a stabilizację temperatur w przekroju po grubości płyty obserwuje się po 6 dniu (144 h) dojrzewania. Zarejestrowane zmiany temperatury posłużyły do obliczenia wieku równoważnego betonu. Do obliczenia wskaźników po czasie 20 dni w punktach p9 - p14 przyjęto temperaturę równą 13,5 °C.



Rys. 5.34. Temperatura betonu płyty górnej: (a) w ciągu pierwszych 3 dni, (b) w ciągu 20 dni

### 5.6.3 Szacowanie wytrzymałości betonu środnika i płyty górnej

Na jednym wykresie zestawiono wyniki badań próbek betonowych pochodzących z zarobu próbnego, betonu sekcji podporowej 4.1-2 (etap I) oraz sekcji nawisowej 4.4 (etap II) w funkcji wieku równoważnego (Rys. 5.35).

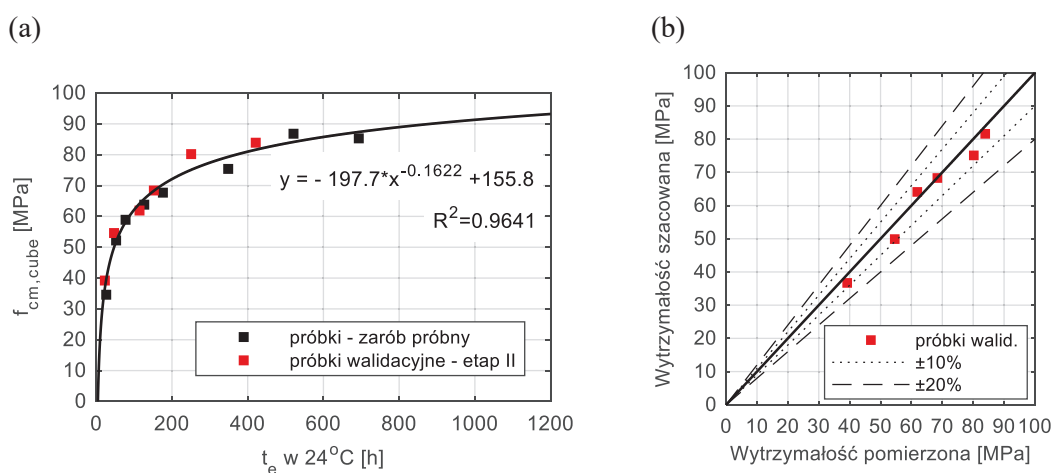


Rys. 5.35. Wytrzymałość na ściskanie w dziedzinie wieku równoważnego: (a) próbki sześciennie, (b) próbki walcowe

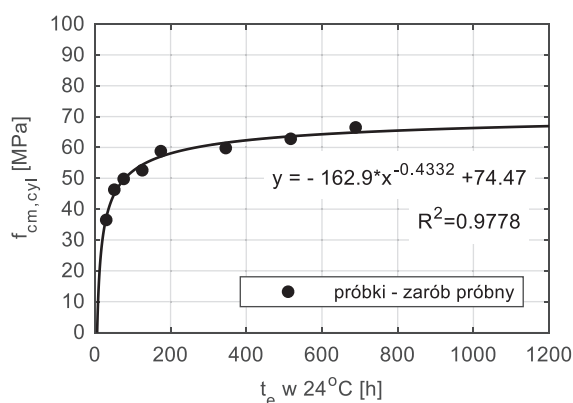
Próbki pobrane z betonu dostarczonego do budowy płyty dolnej segmentu startowego cechują wyższe wytrzymałości, a próbki z zarobu próbnego i etapu II, charakteryzują się zbliżonym przyrostem wytrzymałości na ściskanie. Tak więc, za miarodajną krzywą dla próbek sześciennych do oceny wytrzymałości betonu środnika i płyty górnej uznano krzywą dojrzałości określoną według próbek sekcji 4.4 i zarobu próbnego (czerwone i czarne punkty na Rys. 5.35a).

W przypadku próbek walcowych, do opracowania krzywej dojrzałości wykorzystano wyłącznie wyniki z zarobu próbnego (czarne punkty na Rys. 5.35b).

Krzywe dojrzałości betonu odpowiednio dla wytrzymałości kostkowej i walcowej przedstawiono na Rys. 5.36a i Rys. 5.37. Do opisu zmian wytrzymałości betonu na ściskanie w dziedzinie wieku równoważnego, wykorzystano funkcję potęgową, a w przypadku próbek sześciennych dokonano weryfikacji wytrzymałości pomierzonej i szacowanej (Rys. 5.36b). Wytrzymałość szacowana na podstawie pomiaru temperatury w próbce sześciennej i wytrzymałości osiągnięte z badań niszczących wykazują się bardzo dobrą zbieżnością. Błąd względny w żadnym z terminów badań nie przekraczał 10 %.

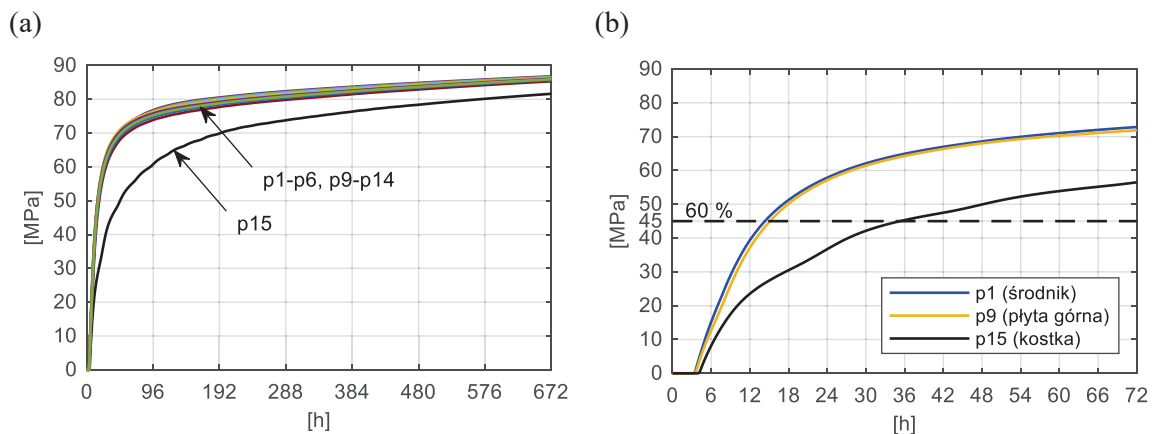


Rys. 5.36. (a) Krzywa dojrzałości betonu dla próbek sześciennych, (b) Pomierzona i szacowana wytrzymałość na ściskanie próbek sześciennych



Rys. 5.37. Krzywa dojrzałości betonu dla próbek walcowych

Na Rys. 5.38a przedstawiono krzywe przyrostu wytrzymałości kostkowej dla wszystkich punktów pomiarowych, na Rys. 5.38b dla punktów reprezentatywnych, a w Tab. 5.8 zestawiono wartości liczbowe wytrzymałości betonu na ściskanie w wybranych terminach.



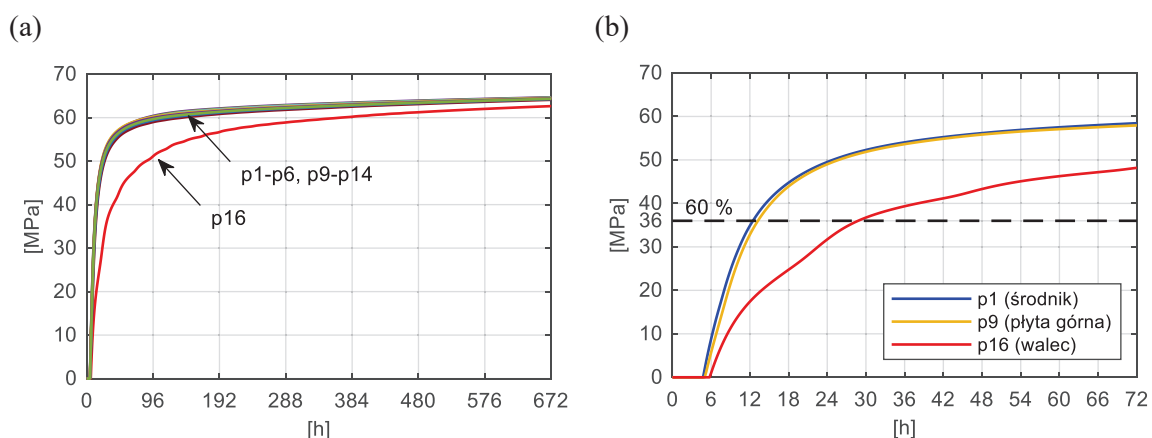
Rys. 5.38. Wytrzymałość kostkowa betonu środника i płyty górnej (wg p1 - p6, p9 - p14) oraz próbki sześcienniej (wg p15) w funkcji czasu: (a) 672 h=28 dni, (b) 72 h (wybrane punkty)

Beton środnika po 12 h twardnienia osiąga wytrzymałość kostkową równą 39,4 MPa (wg p1), a beton płyty górnej 37,1 MPa (wg p9). W badaniach niszczących próbek taka wytrzymałość (39,2 MPa) zostaje osiągnięta po 24 h dojrzewania, zatem przy wielosegmentowej budowie mostu jest to różnica znacząca. W wieku 24 h beton środnika sekcji 4.4 osiąga wytrzymałość kostkową równą 57,9 MPa (wg p1, 67 % osiągniętej w konstrukcji wytrzymałości 28-dniowej oraz 77 % wytrzymałości charakterystycznej dla klasy C 60//75), a beton płyty górnej 57,1 MPa (wg p9, 67 % wytrzymałości 28-dniowej oraz 76 % wytrzymałości normowej). Po 28 dniach średnia wytrzymałość kostkowa betonu środnika wynosi 86,4 MPa, zaś płyty górnej 85,9 MPa. Beton środnika osiąga poziom 60 % wytrzymałości kostkowej (Rys. 5.38a) w wieku 14,3 h (p1), a beton płyty górnej w wieku 15,1 h (p9). Biorąc pod uwagę wytrzymałość szacowaną na podstawie pomiaru temperatury betonu próbki sześcienniej (p15), byłby to czas 35,3 h.

Tab. 5.8. Wytrzymałość na ściskanie według krzywej dojrzałości dla próbek sześciennych

$t$ [h]	12	24	36	48	72	120	168	336	672
$t$ [doba]	<b>0,5</b>	<b>1</b>	<b>1,5</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>5</b>	<b>7</b>	<b>14</b>	<b>28</b>
<i>Szacowana wytrzymałość betonu środnika (według p1 - p6) [MPa]</i>									
$f_c$ (p1)	39,4	57,9	64,9	68,6	72,8	76,9	78,7	82,0	86,0
$f_c$ (p2)	40,0	58,4	65,4	69,1	73,2	77,2	79,0	82,2	86,2
$f_c$ (p3)	40,9	59,2	66,1	69,7	73,8	77,6	79,4	82,5	86,4
$f_c$ (p4)	42,1	60,2	67,1	70,5	74,5	78,3	79,9	83,1	86,8
$f_c$ (p5)	41,5	59,7	66,6	70,1	74,1	78,0	79,7	82,8	86,6
$f_c$ (p6)	40,8	59,1	66,1	69,7	73,7	77,6	79,3	82,5	86,4
$f_{cm}$ (p1 ÷ p6)	40,8	59,1	66,0	69,6	73,7	77,6	79,3	82,5	86,4
$f_{c,min}$ (p1 ÷ p6)	<b>39,4</b>	<b>57,9</b>	<b>64,9</b>	<b>68,6</b>	<b>72,8</b>	<b>76,9</b>	<b>78,7</b>	<b>82,0</b>	<b>86,0</b>
$f_{cm}(t) / f_{cm}(28)$ [%]	47	68	76	81	85	90	92	96	100
$f_{c,min}(t) / f_{c,min}(28)$ [%]	46	67	75	80	85	89	92	95	100
$f_{cm}(t) / 75$ [%]	54	79	88	93	98	103	106	110	115
$f_{c,min}(t) / 75$ [%]	<b>53</b>	<b>77</b>	<b>87</b>	<b>91</b>	<b>97</b>	<b>103</b>	<b>105</b>	<b>109</b>	<b>115</b>
<i>Szacowana wytrzymałość betonu płyty górnej (według p9 - p14) [MPa]</i>									
$f_c$ (p9)	37,1	57,1	64,3	68,0	71,8	75,2	77,0	80,7	85,3
$f_c$ (p10)	38,6	58,3	65,4	69,0	72,7	76,0	77,7	81,3	85,7
$f_c$ (p11)	41,2	60,5	67,3	70,7	74,2	77,3	78,8	82,0	86,2
$f_c$ (p12)	41,9	60,9	67,6	71,0	74,5	77,5	79,0	82,2	86,3
$f_c$ (p13)	41,3	60,2	67,0	70,4	73,9	77,0	78,6	81,9	86,1
$f_c$ (p14)	40,5	59,4	66,2	69,6	73,3	76,6	78,2	81,6	85,9
$f_{cm}$ (p9 ÷ p14)	40,1	59,4	66,3	69,8	73,4	76,6	78,2	81,6	85,9
$f_{c,min}$ (p9 ÷ p14)	<b>37,1</b>	<b>57,1</b>	<b>64,3</b>	<b>68,0</b>	<b>71,8</b>	<b>75,2</b>	<b>77,0</b>	<b>80,7</b>	<b>85,3</b>
$f_{cm}(t) / f_{cm}(28)$ [%]	47	69	77	81	85	89	91	95	100
$f_{c,min}(t) / f_{c,min}(28)$ [%]	43	67	75	80	84	88	90	95	100
$f_{cm}(t) / 75$ [%]	53	79	88	93	98	102	104	109	115
$f_{c,min}(t) / 75$ [%]	<b>49</b>	<b>76</b>	<b>86</b>	<b>91</b>	<b>96</b>	<b>100</b>	<b>103</b>	<b>108</b>	<b>114</b>
<i>Szacowana wytrzymałość próbek sześciennych (według p15) [MPa]</i>									
$f_c$ (p15)	<b>23,5</b>	<b>36,7</b>	<b>45,3</b>	<b>49,9</b>	<b>56,5</b>	<b>64,1</b>	<b>68,3</b>	<b>75,1</b>	<b>81,6</b>
<i>Pomierzona wytrzymałość próbek sześciennych w badaniach niszczących [MPa]</i>									
$f_{c1}$	-	39,0	-	55,2	-	63,1	70,4	81,0	81,3
$f_{c2}$	-	39,4	-	53,9	-	60,7	66,3	79,4	86,5
$f_{cm}$ (1 ÷ 2)	-	<b>39,2</b>	-	<b>54,6</b>	-	<b>61,9</b>	<b>68,4</b>	<b>80,2</b>	<b>83,9</b>
$f_{cm}(t) / f_{cm}(28)$ [%]	-	47	-	65	-	74	82	96	100
$f_{cm}(t) / 75$ [%]	-	<b>52</b>	-	<b>73</b>	-	<b>83</b>	<b>91</b>	<b>107</b>	<b>112</b>
błąd względny $f_c$ (p15)	-	6	-	9	-	3	0	6	3
i $f_{cm}$ (1 ÷ 2) [%]	-		-		-				

Na Rys. 5.39a przedstawiono krzywe przyrostu wytrzymałości walcowej dla wszystkich punktów pomiarowych, na Rys. 5.39b dla punktów reprezentatywnych, a w Tab. 5.9 zestawiono wartości liczbowe wytrzymałości betonu na ściskanie w wybranych terminach.



Rys. 5.39. Wytrzymałość walcowa betonu środника i płyty górnej (wg p1 - p6, p9 - p14) oraz próbki walcowej (wg p16) w funkcji czasu: (a) 672 h=28 dni, (b) 72 h (wybrane punkty)

Bazując na szacunkach według wytrzymałości walcowej, beton środnika po 12 h osiąga wytrzymałość równą 34,8 MPa (wg p1), a beton płyty górnej 32,8 MPa (wg p9). Po czasie 24 h beton środnika osiąga wytrzymałość walcową 49,5 MPa (wg p1) co stanowi 77 % osiągniętej wytrzymałości 28-dniowej oraz 83 % wytrzymałości charakterystycznej, zaś beton płyty górnej 49,0 MPa (wg p9, 76 % osiągniętej w konstrukcji wytrzymałości 28-dniowej oraz 82 % normowej wytrzymałości). Po 28 dniach średnia wytrzymałość walcowa betonu środnika wynosi 64,4 MPa, zaś płyty górnej 64,1 MPa. Poziom 60 % wytrzymałości walcowej (Rys. 5.39b) beton uzyskuje odpowiednio w czasie 12,5 h (wg p1), 13,2 h (wg p9) i 28,8 h (wg p16).

Biorąc pod uwagę oba monitorowane elementy, czas do osiągnięcia wymaganej wytrzymałości kształtuje się w zakresie od 13,2 - 15,1 h, odpowiednio wg wytrzymałości walcowej do kostkowej. W obu przypadkach spełnienie warunku wytrzymałościowego wiązałby się z dwukrotnie dłuższym czasem dojrzewania betonu, gdyby wytrzymałość betonu w konstrukcji określano na podstawie wytrzymałości próbek.

Tab. 5.9. Wytrzymałość na ściskanie według krzywej dojrzałości dla próbek walcowych

$t$ [h]	12	24	36	48	72	120	168	336	672
$t$ [doba]	<b>0,5</b>	<b>1</b>	<b>1,5</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>5</b>	<b>7</b>	<b>14</b>	<b>28</b>
<i>Szacowana wytrzymałość betonu środnika (według p1 - p6) [MPa]</i>									
$f_c(p1)$	34,8	49,5	54,0	56,2	58,4	60,4	61,3	62,7	64,4
$f_c(p2)$	35,4	49,9	54,3	56,4	58,7	60,6	61,4	62,9	64,4
$f_c(p3)$	36,2	50,4	54,8	56,8	58,9	60,8	61,6	63,0	64,5
$f_c(p4)$	37,3	51,1	55,3	57,2	59,3	61,1	61,9	63,2	64,7
$f_c(p5)$	36,8	50,7	55,0	57,0	59,1	61,0	61,7	63,1	64,6
$f_c(p6)$	36,2	50,4	54,7	56,8	58,9	60,8	61,6	63,0	64,5
$f_{cm}(p1 \div p6)$	36,1	50,3	54,7	56,7	58,9	60,8	61,6	63,0	64,5
$f_{c,min}(p1 \div p6)$	<b>34,8</b>	<b>49,5</b>	<b>54,0</b>	<b>56,2</b>	<b>58,4</b>	<b>60,4</b>	<b>61,3</b>	<b>62,7</b>	<b>64,4</b>
$f_{cm}(t) / f_{cm}(28)$ [%]	56	78	85	88	91	94	95	98	100
$f_{c,min}(t) / f_{c,min}(28)$ [%]	54	77	84	87	91	94	95	97	100
$f_{cm}(t) / 60$ [%]	60	84	91	95	98	101	103	105	108
$f_{c,min}(t) / 60$ [%]	<b>58</b>	<b>83</b>	<b>90</b>	<b>94</b>	<b>97</b>	<b>101</b>	<b>102</b>	<b>105</b>	<b>107</b>
<i>Szacowana wytrzymałość betonu płyty górnej (według p9 - p14) [MPa]</i>									
$f_c(p9)$	32,8	49,0	53,6	55,8	57,9	59,6	60,5	62,2	64,1
$f_c(p10)$	34,1	49,8	54,3	56,4	58,4	60,0	60,8	62,4	64,3
$f_c(p11)$	36,5	51,3	55,4	57,3	59,2	60,6	61,3	62,8	64,5
$f_c(p12)$	37,1	51,5	55,6	57,5	59,3	60,7	61,4	62,8	64,5
$f_c(p13)$	36,6	51,1	55,2	57,1	59,0	60,5	61,2	62,7	64,4
$f_c(p14)$	35,9	50,5	54,8	56,7	58,7	60,3	61,1	62,6	64,3
$f_{cm}(p9 \div p14)$	35,5	50,5	54,8	56,8	58,8	60,3	61,1	62,6	64,4
$f_{c,min}(p9 \div p14)$	<b>32,8</b>	<b>49,0</b>	<b>53,6</b>	<b>55,8</b>	<b>57,9</b>	<b>59,6</b>	<b>60,5</b>	<b>62,2</b>	<b>64,1</b>
$f_{cm}(t) / f_{cm}(28)$ [%]	55	79	85	88	91	94	95	97	100
$f_{c,min}(t) / f_{c,min}(28)$ [%]	51	76	84	87	90	93	94	97	100
$f_{cm}(t) / 60$ [%]	59	84	91	95	98	100	102	104	107
$f_{c,min}(t) / 60$ [%]	<b>55</b>	<b>82</b>	<b>89</b>	<b>93</b>	<b>97</b>	<b>99</b>	<b>101</b>	<b>104</b>	<b>107</b>
<i>Szacowana wytrzymałość próbek walcowych (według p16) [MPa]</i>									
$f_c(p16)$	<b>17,4</b>	<b>31,7</b>	<b>39,3</b>	<b>43,3</b>	<b>48,2</b>	<b>53,3</b>	<b>55,8</b>	<b>59,6</b>	<b>62,6</b>

#### 5.6.4 Podsumowanie

Na podstawie badań laboratoryjnych, monitoringu dojrzewania betonu sekcji 4.1-2 oraz środnika i płyty górnej analizowanego segmentu (4.4) sformułowano następujące wnioski:

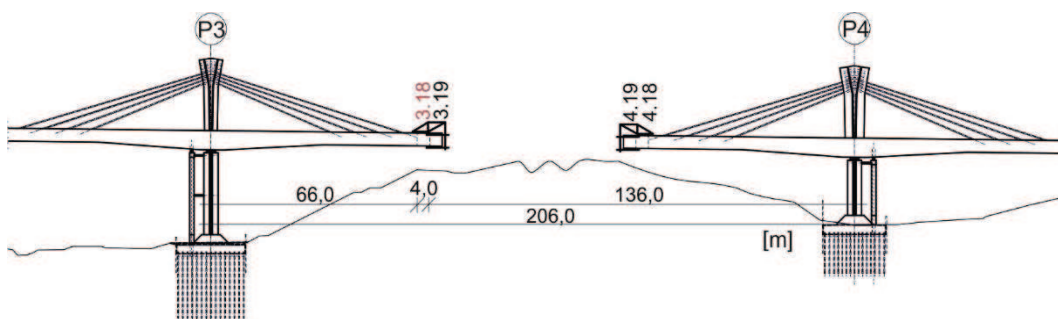
- określona normą klasa betonu C 60/75 została spełniona zarówno dla betonu środnika jak i płyty górnej sekcji 4.4;
- przy szacowaniu wytrzymałości trzeba mieć na uwadze grubość elementu betonowego i wpływ warunków brzegowych. Z przeprowadzonych doświadczeń wynika, że dla elementów o mniejszych grubościach (środnik - 40 cm) dodatkowo odizolowanych



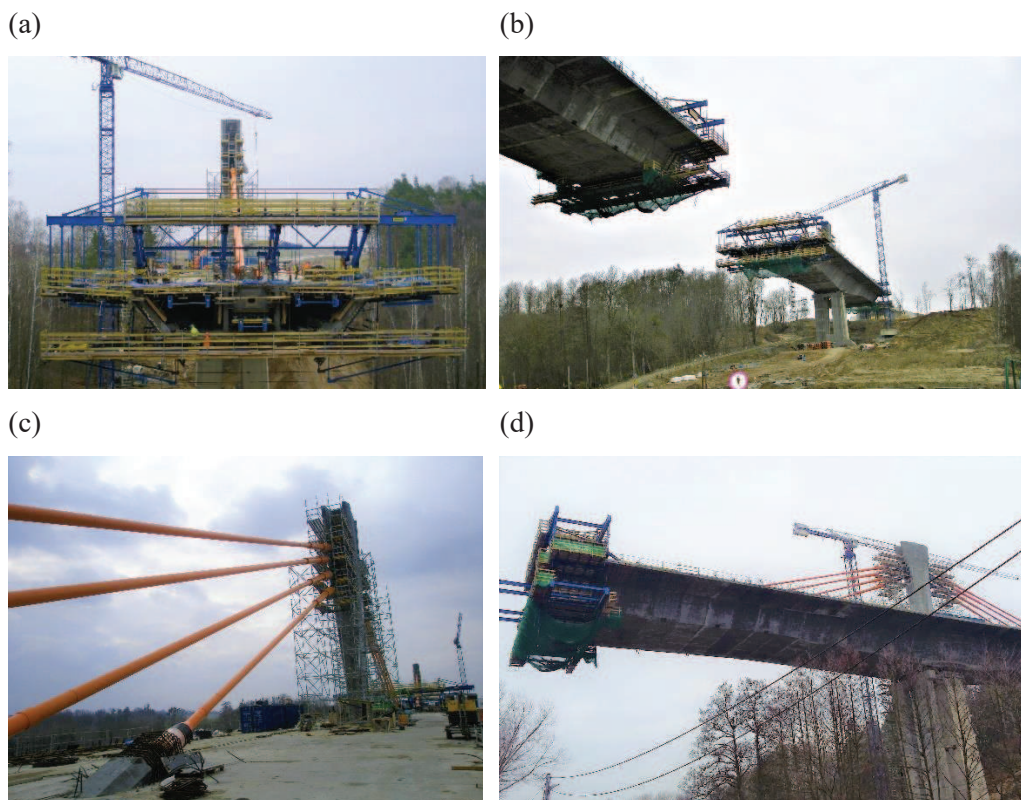
- z dwóch stron deskowaniem i nienarażonych na bezpośrednie działanie słońca, zmiany termiczne we wszystkich punktach przekroju są praktycznie jednakowe, a wytrzymałość przyrasta w sposób jednorodny dla całego przekroju. W takim wypadku można ograniczyć liczbę czujników, nawet do jednego w środku grubości elementu. Inaczej jest w przypadku elementów o „średniej” grubości (płyta górna - 56 cm) izolowanych od dołu deskowaniem i narażonych na bezpośrednie działanie promieni słonecznych. Tutaj należy umieścić czujniki jak najbliżej powierzchni górnej i dolnej oraz rozmieścić je po grubości płyty;
- wytrzymałość betonu sekcji 4.4 przyrasta nieco wolniej od betonu sekcji 4.1-2, co wynika z niższych temperatur powietrza w tym okresie. Dla płyty górnej minimalne wytrzymałości oszacowano na podstawie pomiaru temperatury w punkcie p9 (7 cm pod powierzchnia górną płyty). Biorąc pod uwagę mniejszą głębokość, estymowane wytrzymałości byłyby odpowiednio niższe. Uwzględniając wszelkie niepewności, beton wbudowany w konstrukcję osiąga minimum 60 % wytrzymałości charakterystycznej w wieku 1 doby, zatem zachowując margines bezpieczeństwa **sprężenie badanej sekcji można rozpocząć po czasie 1,5 doby od zakończenia betonowania**;
  - opracowaną w paragrafie 5.6.3 krzywą dojrzałości uznano za miarodajną do szacowania wytrzymałości betonu ustroju mostu MS-3B.

### 5.7 Badania na obiekcie - etap III, sekcja nawisowa

Trzeci etap prac na moście realizowano na sekcji 3.18 o długości 4 m, oddalonej o 66 m od osi podpory P3 (Rys. 5.40). Betonowanie całego segmentu odbywało się w jednym cyklu i miało miejsce 10.03.2017. W trakcie betonowania pobrano 15 próbek walcowych do badania modułów sprężystości, 21 próbek sześciennych do badań wytrzymałościowych oraz po jednej próbce walcowej i sześciennej do pomiaru temperatury. Widok na podporę P4 i stan zaawansowania budowy przedstawiono na Rys. 5.41.



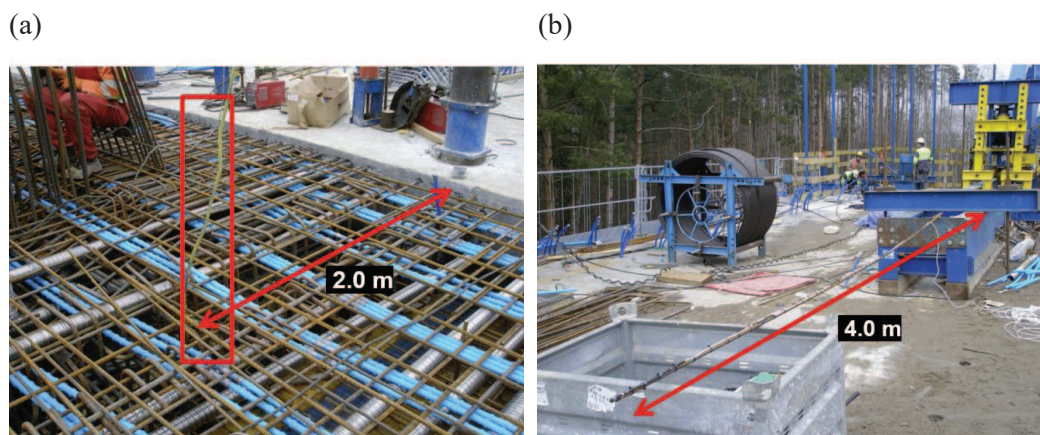
Rys. 5.40. Widok na przęsło P3-P4 z zaznaczoną sekcją pomiarową



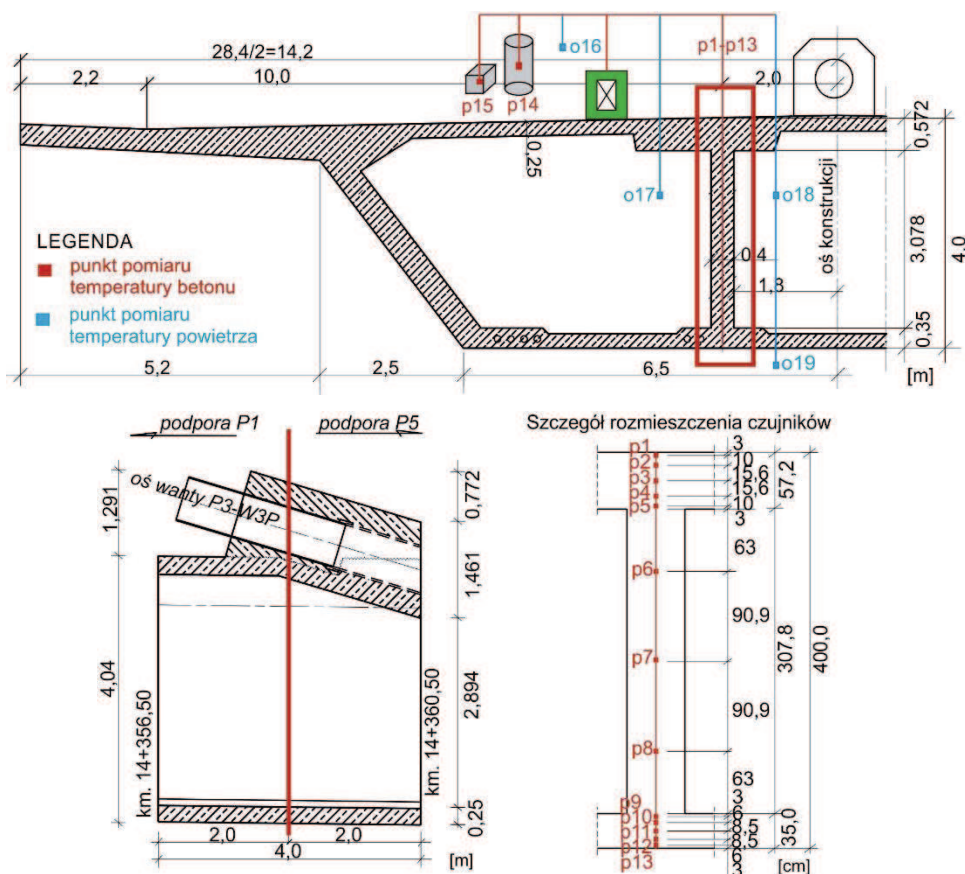
Rys. 5.41. (a) Widok z podpory P3 na podporę P4, (b), (c), (d) Obiekt w trakcie budowy (marzec 2017)

### 5.7.1 Monitoring zmian temperaturowych

Przekrój pomiarowy zlokalizowano w środku sekcji 3.18, tj. w odległości 2 m od już wykonanego segmentu ustroju (Rys. 5.42a). Czujniki pomiaru temperatury betonu umieszczono w płycie górnej (p1 - p5), środku wewnętrznym (p6 - p8) i płycie dolnej (p9 - p13). Rejestrację temperatury w konstrukcji zrealizowano prefabrykowanym modułem pomiarowym zaprojektowanym i wykonanym na potrzeby niniejszego monitoringu, który składał się z 13 czujników (Rys. 5.42b). Równoległe monitorowano temperaturę w próbce walcowej i sześcienniej (p14, p15) oraz temperaturę powietrza nad przęsłem (o16), wewnątrz (o17, o18) i pod skrzyńką (o19). Lokalizację punktów pomiarowych przedstawia Rys. 5.43.

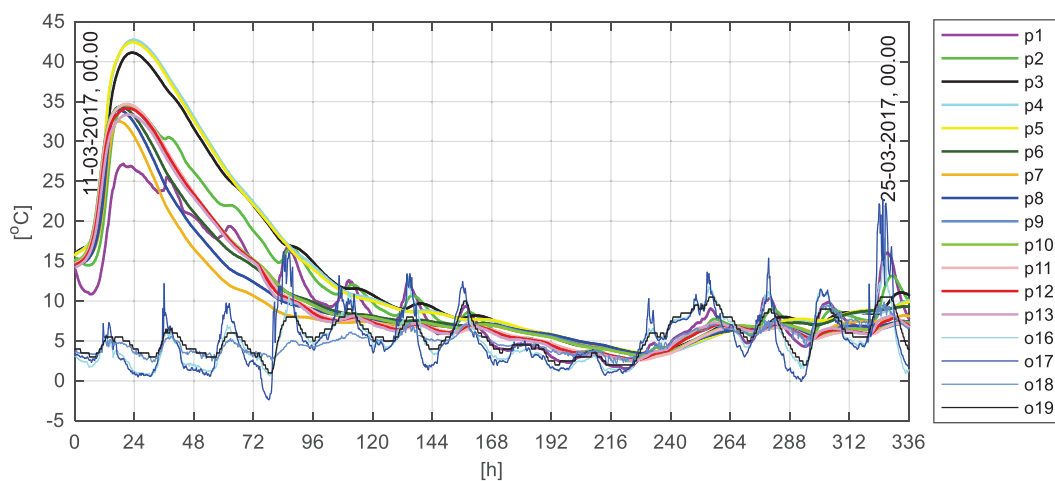


Rys. 5.42.(a) Lokalizacja przekroju pomiarowego, (b) Pręt z zamocowanymi czujnikami temperatury



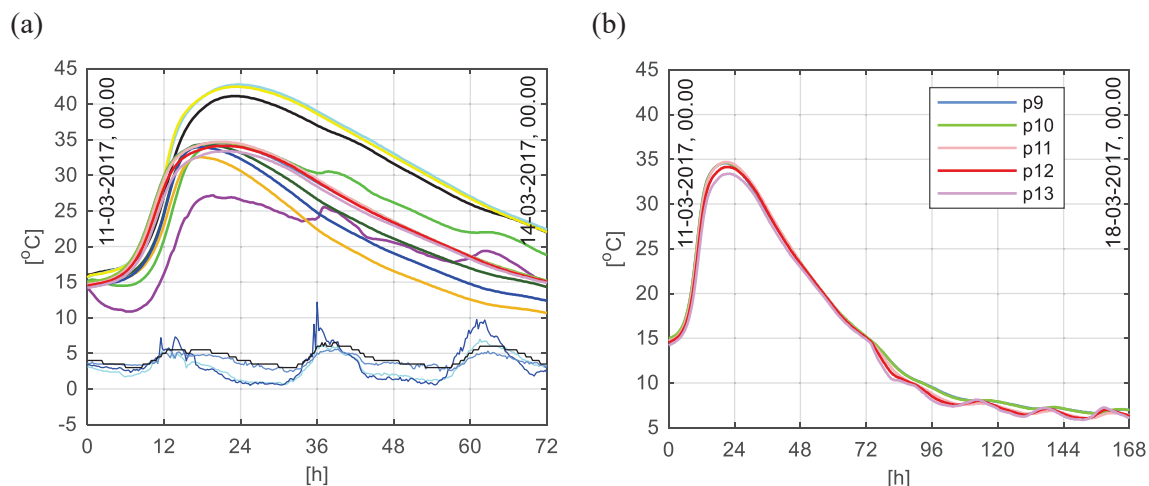
Rys. 5.43. Przekrój poprzeczny i podłużny sekcji nawisowej, lokalizacja punktów pomiarowych

Betonowanie płyty dolnej zakończyło się 10.03.2017 ok. godz. 21.00, betonowanie śródników zakończono ok. godz. 23.00, a betonowanie płyty górnej 11.03.2017 ok. godz. 00.00. Temperatura początkowa mieszanki betonowej dostarczonej na plac budowy wynosiła 14,8 °C. Jako „czas zero” przyjęto godzinę zabetonowania całego badanego przekroju tj. 11.03.2017, godzina 00.00. Zarejestrowane zmiany temperatury we wszystkich punktach pomiarowych oraz z podziałem na poszczególne elementy konstrukcji przedstawiono na Rys. 5.44 - Rys. 5.46.

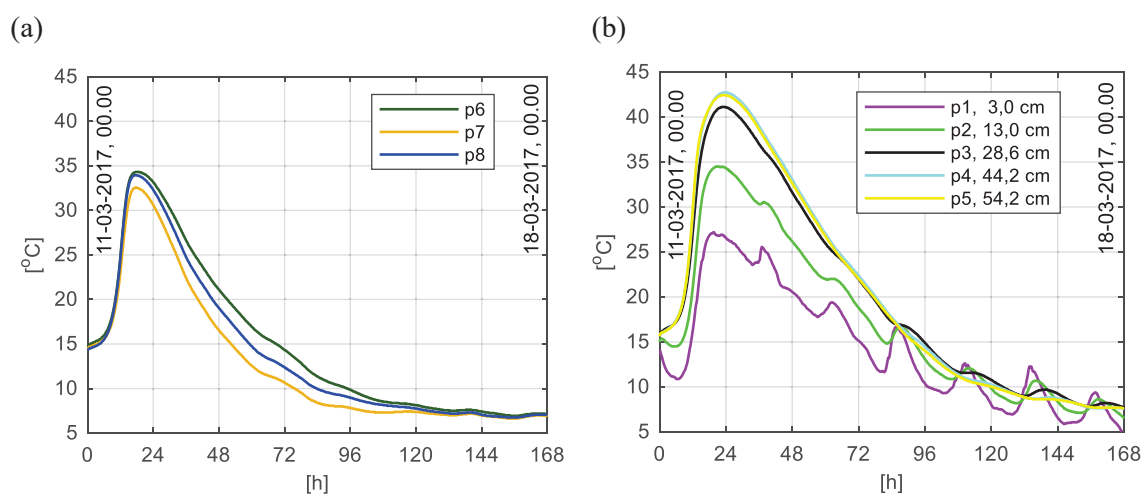


Rys. 5.44. Zarejestrowana temperatura w okresie 14 dni

Temperatura betonu płyty dolnej (Rys. 5.45b) jest najbardziej zbliżona we wszystkich punktach. Maksymalna wartość temperatury betonu wynosi 34,7 °C (punkt p11) i zostaje osiągnięta po 20 h. Nieznacznie niższa jest temperatura w punkcie p13 co wynika wprost z położenia na spodzie płyty dolnej. Dobowe wahania temperatur widoczne są w punktach p11 - p13 od 3,5 doby twardnienia, a równowaga termiczna zostaje osiągnięta po ok. 9 dniach dojrzewania.



Rys. 5.45. (a) Temperatura w ciągu 3 pierwszych dni, (b) Temperatura betonu płyty dolnej w ciągu 7 dni



Rys. 5.46. (a) Temperatura betonu środka - 7 dni, (b) Temperatura betonu płyty górnej - 7 dni

Maksymalna temperatura betonu środka (Rys. 5.46a) kształtuje się na poziomie 34,3 °C i zostaje osiągnięta po 17,5 h od przyjętego „czasu zero”. Najniższa temperatura występuje w środku wysokości środka (punkt p7). Nieco wyższe są temperatury w punktach p6 i p8, co wynika z wpływu energii cieplnej pochodzącej od twardniejących płyt (dolnej i górnej). Temperatury w środku są najmniej podatne na dobowe wahania temperatur z uwagi na jednorodne warunki brzegowe tj. deskowanie występujące po obu stronach środka i zbliżone temperatury otoczenia wewnątrz skrzynki wewnętrznej i zewnętrznej. Temperatura betonu spada nieco gwałtowniej niż w przypadku płyty dolnej.

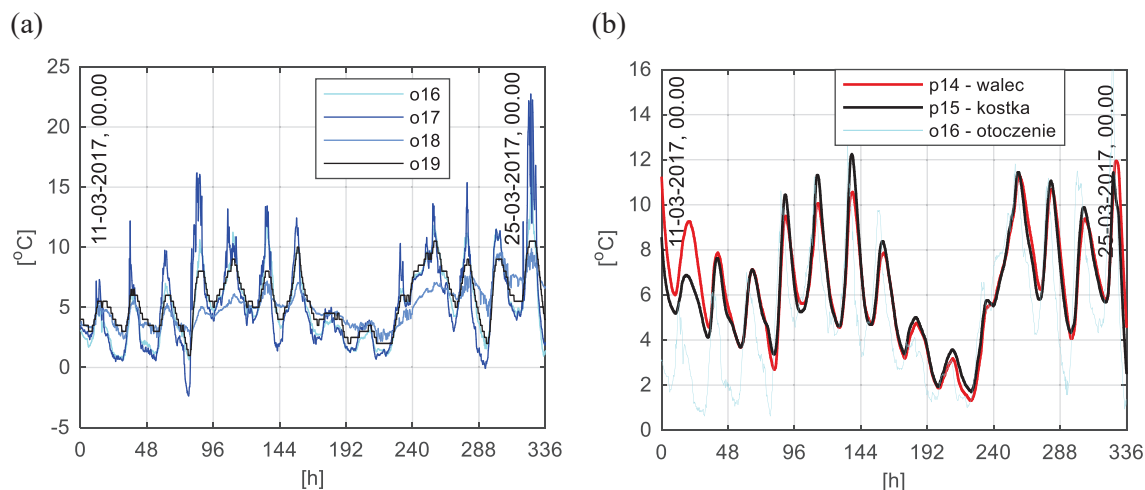
Przebieg zmian termicznych w płycie górnej jest najbardziej zróżnicowany. Obok symbolu punktu pomiarowego, na Rys. 5.46b, podano głębokość na jakiej mierzono temperaturę licząc od górnej powierzchni płyty. Maksymalna temperatura betonu wystąpiła w punkcie p4 po 23,5 h od zabetonowania (od „czasu zero”) i wyniosła 42,8 °C, w punkcie p2 po 23,5 h wyniosła 34,5 °C, zaś w punkcie p1 po 20 h była równa 27,2 °C. Jest to niewątpliwie spowodowane zróżnicowanymi warunkami brzegowymi (deskowanie na spodzie, powierzchnia odkryta na górze płyty) i niską temperaturą otoczenia. W przypadku płyty górnej widoczny jest wpływ dobowych wahań temperatur, szczególnie w punktach p1 i p2, od 36 h twardnienia. Tutaj także zarejestrowano najwyższe temperatury w porównaniu ze środkiem i płytą dolną, stąd proces osiągnięcia równowagi termicznej jest wolniejszy. W Tab. 5.10 zestawiono maksymalne temperatury i czas ich wystąpienia.

Na Rys. 5.47a przedstawiono zarejestrowane zmiany temperatury otoczenia. Średnia temperatura powietrza w ciągu 14 dni nad płytą górną (o16) wynosi 5,11 °C, w środku skrzynki zewnętrznej (o17) 5,24 °C, w środku skrzynki wewnętrznej (o18) 5,05 °C, a pod płytą dolną (o19) 5,51 °C. Najmniejsze dobowe wahania temperatur występują wewnątrz skrzynki wewnętrznej, zaś największe wewnątrz skrzynki zewnętrznej. Obniżona temperatura powietrza w okresie betonowania sekcji 3.18, skutkowałą zdecydowanie niższymi temperaturami betonu w stosunku do pomiarów realizowanych podczas etapu I i II.

Tab. 5.10. Maksymalna temperatura betonu

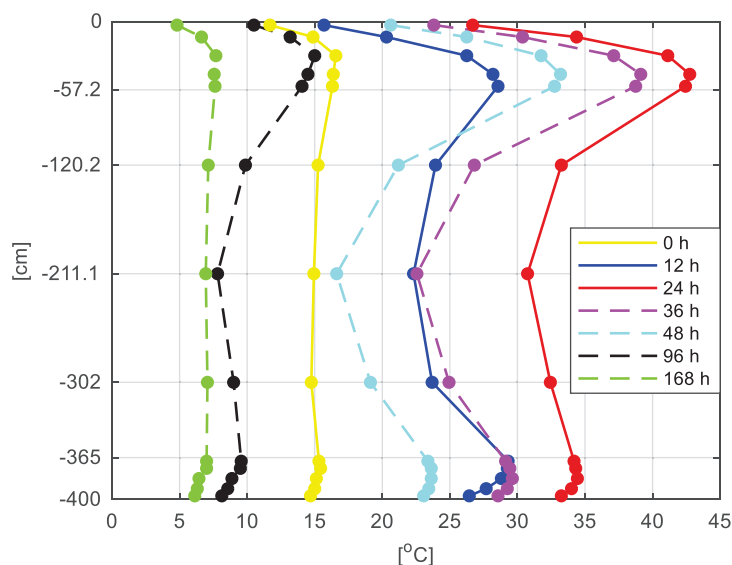
punkt	element	lokalizacja	$T_{\max}$ [°C]	$t_{\max}$ [h]
p1		3 cm od pow. gór.	27,2	20,0
p2	płyta górna gr. 57,2 cm	13 cm	34,5	21,0
p3		28,6 cm	41,1	23,0
p4		44,2 cm	<b>42,8</b>	24,0
p5		54,2 cm	42,4	24,0
p6		63 cm od pow. gór.	<b>34,3</b>	
p7	środek wys. 307,8 cm	153,9 cm	32,6	18,5
p8		244,8 cm	33,9	
p9		3 cm od pow. dol.	34,6	
p10	płyta dolna gr. 35,0 cm	9 cm	34,6	
p11		17,5 cm	<b>34,7</b>	21,5
p12		26,0 cm	34,1	
p13		32 cm	33,4	

Temperatura betonu zarejestrowana w próbkach pomiarowych (Rys. 5.47b) osiągnęła wartość maksymalną po ok. 21 h od zabetonowania. W próbce walcowej wyniosła 9,3 °C, a w próbce sześcienniej 6,9 °C podczas gdy temperatura otoczenia wynosiła 3,4 °C. Temperatura początkowa próbek różniła się o ok. 2,7 °C. Po osiągnięciu maksimum temperatur, zmiany termiczne wewnątrz próbek odpowiadały dobowym wahanom temperatury powietrza.



Rys. 5.47. Temperatura w ciągu 14 dni: (a) temperatura powietrza, (b) temperatura betonu próbek oraz powietrza w otoczeniu próbek

Na podstawie analizy przebiegu zmian termicznych w poszczególnych punktach pomiarowych wnioskuje się, że największy wpływ na wielkość i intensywność wydzielania ciepła w procesie hydratacji cementu (poza samym składem) mają warunki brzegowe tj. temperatura otoczenia, geometria, deskowanie, wpływ sąsiednich bloków betonowych. Stworzenie jednorodnych warunków brzegowych dla płyty dolnej czy środka powoduje jednakowy wzrost temperatur w trakcie dojrzewania we wszystkich punktach pomiarowych. W przypadku płyty górnej wprowadzenie pewnego zaburzenia jakim jest odkryta górna powierzchnia płyty, dodatkowo narażona na dobowe wahania temperatur powoduje znaczne gradienty wewnątrz twardniejącej płyty. Dlatego tak ważne jest zabezpieczanie odkrytych powierzchni elementów betonowych. Na Rys. 5.48 przedstawiono zmiany temperatury betonu po wysokości ustroju w 12, 24, 36, 48, 96 i 168 godzinie twardnienia licząc od „czasu zero” tj. od zabetonowania całego badanego przekroju (11.03.2017, 0.00).



Rys. 5.48. Rozkład temperatury betonu w czasie i po wysokości przekroju pomiarowego

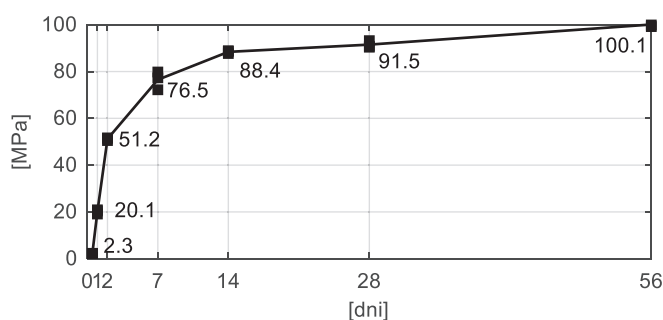
W Tab. 5.11 zestawiono gradienty temperatury betonu przeliczone na metr. Pomiędzy punktami p1 - p5 i p5 - p6 został przekroczony gradient  $15\text{ }^{\circ}\text{C/m}$  w czasie od 12 do 48 godzin. W warunkach polskich przyjęło się, aby podawać gradient na metr, zaś w Danii i Szwecji takiego podejścia się nie stosuje. Istotna jest natomiast różnica między maksymalną temperaturą betonu, a temperaturą przypowierzchniową. W takiej sytuacji różnica temperatur nie powinna być większa niż  $15 - 20\text{ }^{\circ}\text{C}$  w zależności od grubości elementu. Gdyby stosować takie kryterium, tylko w wieku 24 h została zanotowana różnica temperatur równa  $15,7\text{ }^{\circ}\text{C}$  pomiędzy punktami p1 i p5.

Tab. 5.11. Gradienty temperatury betonu

Pkt	[m]	12h		24h		36h		48h		96h		168h	
		T [°C]	$\nabla T$ [°C/m]	T [°C]	$\nabla T$ [°C/m]	T [°C]	$\nabla T$ [°C/m]	T [°C]	$\nabla T$ [°C/m]	T [°C]	$\nabla T$ [°C/m]	T [°C]	$\nabla T$ [°C/m]
p1	0,512	15,69	<b>25,1</b>	26,69	<b>30,8</b>	23,81		20,63		10,50		4,81	
p5		28,56		42,44		38,75	<b>29,2</b>	32,75	<b>23,7</b>	14,06	<b>7,0</b>	7,63	<b>5,5</b>
p5	0,660	28,56	<b>7,0</b>	42,44	<b>13,9</b>	38,75		32,75		14,06		7,63	
p6		23,94		33,25		26,81	<b>18,1</b>	21,19	<b>17,5</b>	9,88	<b>6,3</b>	7,13	<b>0,8</b>
p6	0,909	23,94	<b>1,8</b>	33,25	<b>2,8</b>	26,81		21,19		9,88		7,13	
p7		22,31		30,75		22,56	<b>4,7</b>	16,63	<b>5,0</b>	7,81	<b>2,3</b>	6,94	<b>0,2</b>
p7	0,909	22,31	<b>1,5</b>	30,75	<b>1,9</b>	22,56		16,63		7,81		6,94	
p8		23,69		32,44		24,94	<b>2,6</b>	19,13	<b>2,8</b>	9,00	<b>1,3</b>	7,06	<b>0,1</b>
p8	0,660	23,69	<b>8,5</b>	32,44	<b>2,7</b>	24,94		19,13		9,00		7,06	
p9		29,31		34,19		29,13	<b>6,3</b>	23,38	<b>6,4</b>	9,56	<b>0,9</b>	7,00	<b>0,1</b>
p9	0,290	29,31	<b>9,9</b>	34,19	<b>3,2</b>	29,13		23,38		9,56		7,00	
p13		26,44		33,25		28,56	<b>1,9</b>	23,06	<b>1,1</b>	8,13	<b>5,0</b>	6,13	<b>3,0</b>

### 5.7.2 Szacowanie wytrzymałości betonu sekcji nawisowej 3.18

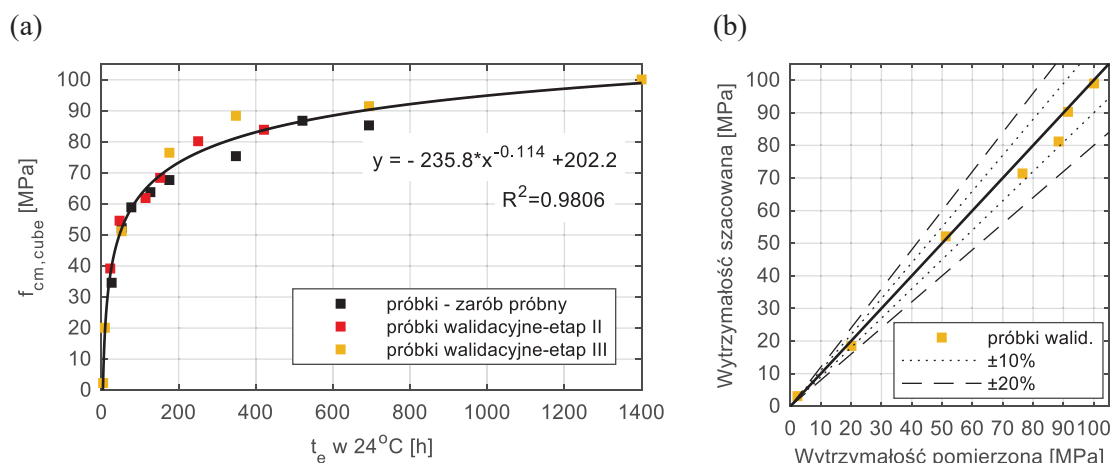
W trakcie betonowania pobrano 21 próbek sześciennych o boku 150 mm. Z uwagi na fakt, iż wykonawca nie zastosował się do zaleceń i przewiózł próbki do laboratorium by dojrzewały w normowych warunkach, pobrane kostki przechowywano przez 24 h w warunkach istniejących na budowie, tj. w temperaturze ok.  $5\text{ }^{\circ}\text{C}$ , a następnie w laboratorium ( $20 \pm 2\text{ }^{\circ}\text{C}$ ) do 56 dnia. Badania niszczące przeprowadzono w terminach: 12 h, 1, 2, 7, 14, 28, 56 dni (Rys. 5.49). W wyniku działania obniżonych temperatur, po 12 h próbki osiągnęły wytrzymałość 2,3 MPa, a po 24 h, 20,1 MPa. Później dojrzewały w warunkach normowych stąd, przyrosty wytrzymałości są znaczne, a po 28 dniach wytrzymałość średnia osiąga wartość 91,5 MPa.



Rys. 5.49. Wytrzymałość na ściskanie próbek sześciennych

Zarejestrowane temperatury posłużyły do obliczenia wieku równoważnego betonu. Do obliczenia wskaźników po czasie 14 dni, w punktach p1 - p15, przyjęto stałą temperaturę równą 8,0 °C. Temperaturę tę ustalono na podstawie danych z systemu monitoringu sił w podporach tymczasowych, który działał wówczas na obiekcie i rejestrował także temperaturę otoczenia.

Krzywą dojrzałości określoną dla próbek sześciennych przedstawiono na Rys. 5.50a. Do jej aproksymacji wykorzystano dane z badań laboratoryjnych zarobu próbnego, badań betonu sekcji 4.4 i sekcji 3.18. W Tab. 5.12 zestawiono oszacowane wytrzymałości kostkowe betonu.



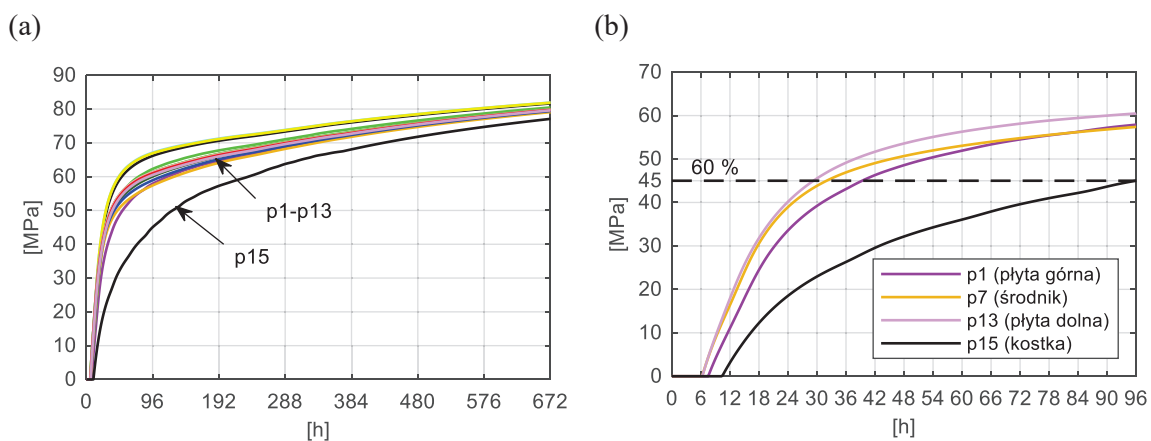
Rys. 5.50. (a) Krzywa dojrzałości betonu dla próbek sześciennych, (b) Wytrzymałość szacowana i pomierzona na próbkach walidacyjnych z etapu III

Wytrzymałość betonu próbki sześciennej obliczono w dwóch wariantach (Tab. 5.12):  $f_c(p15)$  to wytrzymałości oszacowane na podstawie temperatury betonu próbki twardniejącej na budowie, zaś  $f_c(k)$  to wytrzymałości oszacowane, dla których w wieku 12 i 24 h przyjęto wskaźniki wyliczone na podstawie temperatury zarejestrowanej na budowie, zaś po tym czasie próbki dojrzewały w laboratorium ( $20 \pm 2$  °C), więc wiek równoważny obliczany był dla takich warunków. Zabieg ten pozwolił na porównanie wytrzymałości szacowanej i pomierzonej na próbkach sześciennych o boku 150 mm, dla których błąd nie przekracza 10 % (Rys. 5.50b).

Krzywe przyrostu wytrzymałości betonu płyty górnej, środka i płyty dolnej w funkcji czasu przedstawiono na Rys. 5.51. Po 12 godzinach, wytrzymałość betonu na ściskanie płyty górnej wynosiła 11,1 MPa (wg p1), środka 16,4 MPa (wg p7), a płyty dolnej 17,9 MPa (wg p13). Zatem najwyższa wytrzymałość wczesna została osiągnięta w płycie dolnej, zaś najniższa w płycie górnej. Poziom 60 % wytrzymałości charakterystycznej (Rys. 5.51b) zostaje osiągnięty dla betonu płyty górnej (p1) w czasie 39,3 h, dla środka (p7) w wieku 32,0 h, a dla płyty dolnej (p13) w czasie 29,3 h. Z kolei szacując wytrzymałość na podstawie pomiarów temperatury w próbce sześcienniej (punkt p15) wytrzymałość 45 MPa beton osiągnąłby dopiero w 3 dobie (95,9 h). W badaniach niszczących próbek sześciennych, które po 24 godzinach dojrzewały w warunkach normowych, beton osiągnął wytrzymałość równą 51,2 MPa (68 %)

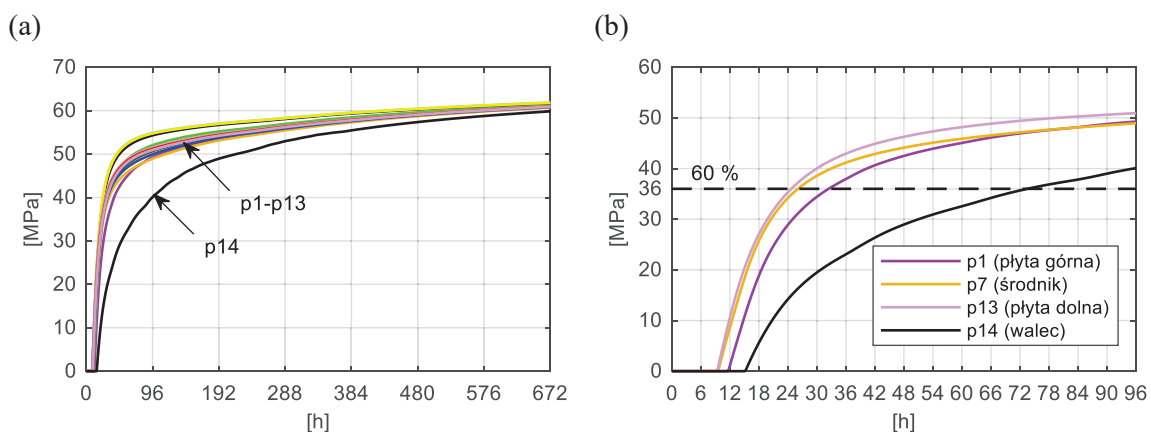


w wieku 2 dni. Tak więc, określając wytrzymałość betonu w konstrukcji na bazie wytrzymałości próbek, czas oczekiwania byłby wydłużony. Po 28 dniach szacowana wytrzymałość betonu płyty górnej wynosi 79,3 MPa (wg p1), środka 79,1 MPa (wg p7), a płyty dolnej 79,6 MPa (wg p13). Wymagania wytrzymałościowe stawiane klasie C 60/75 zostały spełnione.



Rys. 5.51. Wytrzymałość kostkowa betonu sekcji 3.18 (wg p1 - p13) oraz próbki sześcienniej (wg p15) w funkcji czasu: (a) 672 h=28 dni, (b) 72 h (wybrane punkty)

Wytrzymałości walcowe betonu sekcji 3.18 obliczono według krzywej dojrzalności przedstawionej w punkcie 5.6.3 dysertacji (Rys. 5.37). Wartości liczbowe estymowanych wytrzymałości zestawiono w Tab. 5.13, a krzywe przyrostu wytrzymałości na Rys. 5.52. W wieku 12 h wytrzymałość walcowa w płycie górnej osiąga wartość 1,1 (wg p1), w środku 8,6 (wg p7), a w płycie dolnej 10,6 MPa (wg p13). Po 24 h wytrzymałość ta wzrasta odpowiednio dla każdego elementu do 28,9, 34,2 i 35,3 MPa. 60 % wytrzymałości charakterystycznej na ściskanie beton płyty górnej osiąga w czasie 32,4 h (wg p1), beton środka w czasie 26,0 h (wg p7), zaś dla płyty dolnej jest to czas równy 24,7 h (wg p13). Szacując wytrzymałość walcową na podstawie pomiarów temperatury w próbce (wg p14), wytrzymałość 36 MPa beton osiągnąłby w czasie 73,5 h. Po 28 dniach dojrzewania oszacowana wytrzymałość walcowa w płycie górnej, wynosi 60,8 MPa (wg p1), w środku 60,7 MPa (wg p7), a w płycie dolnej 60,9 MPa (wg p13).



Rys. 5.52. Wytrzymałość walcowa betonu sekcji 3.18 (wg p1 - p13) oraz próbki walcowej (wg p14) w funkcji czasu: (a) 672 h=28 dni, (b) 72 h (wybrane punkty)

Tab. 5.12. Wytrzymałość na ściskanie według krzywej dojrzałości dla próbek sześciennych

$t$ [h]	12	24	36	48	72	120	168	336	672	1344
$t$ [doba]	<b>0,5</b>	<b>1</b>	<b>1,5</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>5</b>	<b>7</b>	<b>14</b>	<b>28</b>	<b>56</b>
<i>Szacowana wytrzymałość betonu płyty górnej (według p1 - p5) [MPa]</i>										
$f_c(p1)$	11,1	33,6	43,1	48,6	54,5	60,2	63,5	70,6	79,3	88,1
$f_c(p2)$	15,2	39,3	49,1	54,2	59,5	64,1	66,8	72,7	80,5	88,6
$f_c(p3)$	18,8	44,1	54,1	59,0	63,8	67,6	69,8	74,8	81,7	89,3
$f_c(p4)$	19,4	45,3	55,4	60,3	64,9	68,5	70,5	75,2	81,9	89,4
$f_c(p5)$	19,4	45,4	55,3	60,1	64,7	68,3	70,3	75,1	81,9	89,4
$f_{cm}(p1 \div p5)$	16,8	41,5	51,4	56,4	61,5	65,7	68,2	73,7	81,1	89,0
$f_{c,min}(p1 \div p5)$	<b>11,1</b>	<b>33,6</b>	<b>43,1</b>	<b>48,6</b>	<b>54,5</b>	<b>60,2</b>	<b>63,5</b>	<b>70,6</b>	<b>79,3</b>	<b>88,1</b>
$f_{c,min}(t) / f_{c,min}(28)$ [%]	13	38	49	55	62	68	72	80	90	100
$f_{c,min}(t) / 75$ [%]	<b>15</b>	<b>45</b>	<b>57</b>	<b>65</b>	<b>73</b>	<b>80</b>	<b>85</b>	<b>94</b>	<b>106</b>	<b>117</b>
<i>Szacowana wytrzymałość betonu środnika (według p6 - p8) [MPa]</i>										
$f_c(p6)$	17,1	40,4	48,9	53,1	57,5	61,9	64,8	71,5	79,8	88,3
$f_c(p7)$	16,4	38,9	46,9	50,7	54,8	59,4	62,7	70,1	79,1	88,0
$f_c(p8)$	16,6	40,0	48,2	52,2	56,4	60,9	63,9	70,8	79,4	88,1
$f_{cm}(p6 \div p8)$	16,8	40,1	48,4	52,5	56,8	61,2	64,2	71,0	79,5	88,2
$f_{c,min}(p6 \div p8)$	<b>16,6</b>	<b>40,0</b>	<b>48,2</b>	<b>52,2</b>	<b>56,4</b>	<b>60,9</b>	<b>63,9</b>	<b>70,8</b>	<b>79,4</b>	<b>88,1</b>
$f_{c,min}(t) / f_{c,min}(28)$ [%]	19	45	55	59	64	69	73	80	90	100
$f_{c,min}(t) / 75$ [%]	<b>22</b>	<b>53</b>	<b>64</b>	<b>70</b>	<b>75</b>	<b>81</b>	<b>85</b>	<b>94</b>	<b>106</b>	<b>117</b>
<i>Szacowana wytrzymałość betonu płyty dolnej (według p9 - p13) [MPa]</i>										
$f_c(p9)$	19,8	41,7	50,2	54,5	58,9	62,9	65,6	71,8	79,9	88,4
$f_c(p10)$	19,8	41,7	50,3	54,6	59,0	63,0	65,7	71,8	79,9	88,4
$f_c(p11)$	19,4	41,5	50,3	54,6	59,0	62,9	65,5	71,5	79,8	88,3
$f_c(p12)$	18,7	40,9	49,8	54,2	58,7	62,6	65,3	71,5	79,8	88,3
$f_c(p13)$	17,9	40,2	49,1	53,6	58,1	62,2	64,9	71,3	79,6	88,2
$f_{cm}(p9 \div p13)$	19,1	41,2	49,9	54,3	58,7	62,7	65,4	71,6	79,8	88,3
$f_{c,min}(p9 \div p13)$	<b>17,9</b>	<b>40,2</b>	<b>49,1</b>	<b>53,6</b>	<b>58,1</b>	<b>62,2</b>	<b>64,9</b>	<b>71,3</b>	<b>79,6</b>	<b>88,2</b>
$f_{c,min}(t) / f_{c,min}(28)$ [%]	20	46	56	61	66	71	74	81	90	100
$f_{c,min}(t) / 75$ [%]	<b>24</b>	<b>54</b>	<b>65</b>	<b>71</b>	<b>77</b>	<b>83</b>	<b>87</b>	<b>95</b>	<b>106</b>	<b>118</b>
<i>Szacowana wytrzymałość próbek sześciennych [MPa]</i>										
$f_c(p15)$	3,1	18,5	26,3	32,2	39,6	49,3	55,3	66,3	77,1	87,0
$f_c(k)$	<b>3,1</b>	<b>18,5</b>	<b>47,2</b>	<b>52,1</b>	<b>58,6</b>	<b>66,4</b>	<b>71,4</b>	<b>81,2</b>	<b>90,3</b>	<b>99,0</b>
<i>Pomierzona wytrzymałość kostek w badaniach niszczących. [MPa]</i>										
$f_{c1}$	2,3	20,4	-	50,5	-	-	72,2	88,6	90,4	99,9
$f_{c2}$	2,2	20,9	-	51,5	-	-	77,3	87,7	90,8	102,1
$f_{c3}$	2,3	19,1	-	51,6	-	-	79,8	88,9	93,2	99,2
$f_{cm}(1 \div 3)$	<b>2,3</b>	<b>20,1</b>	-	<b>51,2</b>	-	-	<b>76,5</b>	<b>88,4</b>	<b>91,5</b>	<b>100,1</b>
$f_{cm}(t) / f_{cm}(28)$ [%]	3	22	-	56	-	-	84	97	100	109
$f_{cm}(t) / 75$ [%]	<b>3</b>	<b>27</b>	-	<b>68</b>	-	-	<b>102</b>	<b>118</b>	<b>122</b>	<b>133</b>
b. w. $f_c(k)$ i $f_{cm}^{(1+3)}$ [%]	26	8	-	2	-	-	7	8	1	1

Tab. 5.13. Wytrzymałość na ściskanie według krzywej dojrzalności dla próbek walcowych

$t$ [h]	12	24	36	48	72	120	168	336	672	1344
$t$ [doba]	<b>0,5</b>	<b>1</b>	<b>1,5</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>5</b>	<b>7</b>	<b>14</b>	<b>28</b>	<b>56</b>
<i>Szacowana wytrzymałość betonu płyty górnej (według p1 - p5) [MPa]</i>										
$f_c$ (p1)	1,1	28,9	37,9	42,5	46,9	50,8	52,8	56,7	60,8	64,1
$f_c$ (p2)	7,0	34,5	42,9	46,7	50,3	53,2	54,7	57,8	61,3	64,3
$f_c$ (p3)	11,8	38,8	46,7	50,0	53,0	55,1	56,3	58,8	61,8	64,5
$f_c$ (p4)	12,5	39,8	47,6	50,8	53,6	55,6	56,6	59,0	61,9	64,6
$f_c$ (p5)	12,5	39,9	47,5	50,7	53,5	55,5	56,6	58,9	61,8	64,6
$f_{cm}$ (p1 ÷ p5)	9,0	36,4	44,5	48,1	51,5	54,0	55,4	58,2	61,5	64,4
$f_{c,min}$ (p1 ÷ p5)	<b>1,1</b>	<b>28,9</b>	<b>37,9</b>	<b>42,5</b>	<b>46,9</b>	<b>50,8</b>	<b>52,8</b>	<b>56,7</b>	<b>60,8</b>	<b>64,1</b>
$f_{c,min}(t) / f_{c,min}(28)$ [%]	2	45	59	66	73	79	82	88	95	100
$f_{c,min}(t) / 60$ [%]	<b>2</b>	<b>48</b>	<b>63</b>	<b>71</b>	<b>78</b>	<b>85</b>	<b>88</b>	<b>96</b>	<b>101</b>	<b>107</b>
<i>Szacowana wytrzymałość betonu środnika (według p6 - p8) [MPa]</i>										
$f_c$ (p6)	9,6	35,6	42,8	45,9	49,0	51,8	53,5	57,2	61,0	64,2
$f_c$ (p7)	8,6	34,2	41,2	44,1	47,1	50,3	52,3	56,5	60,7	64,1
$f_c$ (p8)	8,9	35,2	42,2	45,2	48,2	51,2	53,0	56,8	60,8	64,1
$f_{cm}$ (p6 ÷ p8)	<b>9,0</b>	<b>35,0</b>	<b>42,1</b>	<b>45,1</b>	<b>48,1</b>	<b>51,1</b>	<b>52,9</b>	<b>56,8</b>	<b>60,8</b>	<b>64,1</b>
$f_{c,min}$ (p6 ÷ p8)	<b>8,6</b>	<b>34,2</b>	<b>41,2</b>	<b>44,1</b>	<b>47,1</b>	<b>50,3</b>	<b>52,3</b>	<b>56,5</b>	<b>60,7</b>	<b>64,1</b>
$f_{c,min}(t) / f_{c,min}(28)$ [%]	13	53	64	69	73	78	81	88	95	100
$f_{c,min}(t) / 60$ [%]	<b>14</b>	<b>57</b>	<b>69</b>	<b>74</b>	<b>79</b>	<b>84</b>	<b>87</b>	<b>94</b>	<b>101</b>	<b>107</b>
<i>Szacowana wytrzymałość betonu płyty dolnej (według p9 - p13) [MPa]</i>										
$f_c$ (p9)	13,0	36,7	43,8	46,9	49,9	52,4	54,0	57,3	61,0	64,2
$f_c$ (p10)	13,1	36,7	43,8	47,0	50,0	52,5	54,0	57,3	61,0	64,2
$f_c$ (p11)	12,5	36,6	43,8	47,0	50,0	52,4	54,0	57,2	61,0	64,2
$f_c$ (p12)	11,6	36,0	43,5	46,7	49,8	52,3	53,8	57,2	61,0	64,2
$f_c$ (p13)	10,6	35,3	42,9	46,3	49,4	52,0	53,6	57,1	60,9	64,2
$f_{cm}$ (p9 ÷ p13)	12,2	36,3	43,6	46,8	49,8	52,3	53,9	57,2	61,0	64,2
$f_{c,min}$ (p9 ÷ p13)	<b>10,6</b>	<b>35,3</b>	<b>42,9</b>	<b>46,3</b>	<b>49,4</b>	<b>52</b>	<b>53,6</b>	<b>57,1</b>	<b>60,9</b>	<b>64,2</b>
$f_{c,min}(t) / f_{c,min}(28)$ [%]	17	55	67	72	77	81	83	89	95	100
$f_{c,min}(t) / 60$ [%]	<b>18</b>	<b>59</b>	<b>72</b>	<b>77</b>	<b>82</b>	<b>87</b>	<b>89</b>	<b>95</b>	<b>102</b>	<b>107</b>
<i>Szacowana wytrzymałość próbek walcowych (według p14) [MPa]</i>										
$f_c$ (p14)	-	<b>14,2</b>	<b>23,1</b>	<b>29,0</b>	<b>35,7</b>	<b>43,4</b>	<b>47,6</b>	<b>54,5</b>	<b>59,9</b>	<b>63,8</b>

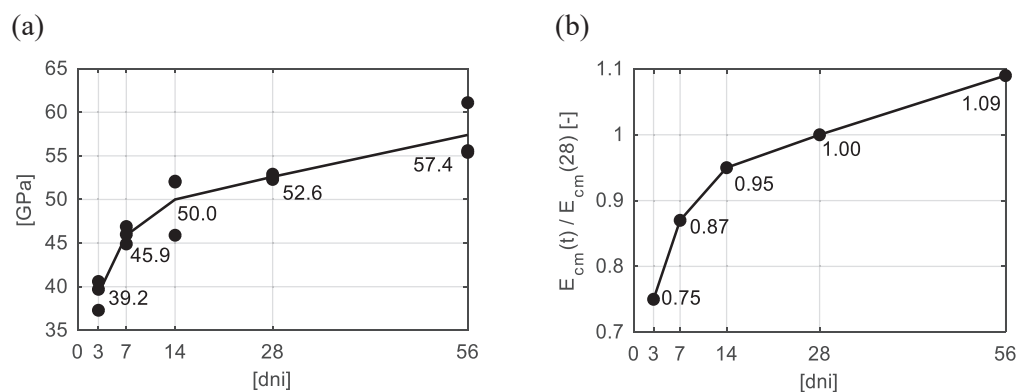
Wytrzymałość betonu sekcji 3.18 przyrasta znacznie wolniej w stosunku do rozpatrywanej uprzednio sekcji 4.4 i 4.1-2, co jest wynikiem dojrzewania betonu w niskich temperaturach otoczenia. Należy odnotować, że szacując wytrzymałość według krzywej walcowej, czas do osiągnięcia przez wbudowany beton 60 % wytrzymałości charakterystycznej byłby krótszy, niż w przypadku stosowania krzywej kostkowej (odpowiednio 32,4 do 39,3 h, wg punktu p1). Taka sama zależność dotyczyła wytrzymałości betonu szacowanej na sekcji 4.4 (etap II).

Uwzględniając wpływ błędu względnego oceny wytrzymałości szacowanych na próbkach i osiągniętych w badaniach niszczących oraz wytrzymałości szacowanych w konstrukcji, wskazywany najszybszy możliwy **termin sprężania sekcji następuje po 2 dobach**.

### 5.7.3 Moduł sprężystości betonu

Podczas betonowania sekcji 3.18, pobrano także próbki walcowe, które przeznaczone były wyłącznie do badania modułów sprężystości. Próbki przewieziono do laboratorium Politechniki Gdańskiej i zbadano po 3, 7, 14, 28 i 56 dniach dojrzewania. Górne powierzchnie próbek oszlifowano w celu uzyskania równoległych podstaw. Do pomiaru odkształceń wykorzystano modułomierz do badania odkształceń betonu, a badania przeprowadzono przy użyciu maszyny wytrzymałościowej Advantest 9 sterowanej komputerowo, co gwarantuje m.in. utrzymanie stałego przyrostu naprężenia oraz odpowiednią częstość wykonywania odczytów.

Moduł sprężystości określono według Eurokodu 2 [160], dla zakresu naprężeń między  $(0 \div 0,4) \cdot f_{cm}$ . Wyniki badań zestawiono na Rys. 5.53 i w Tab. 5.14. Średnia wartość modułu sprężystości po 3 dniach wynosi 39,2 GPa, po 28 dniach wzrasta do wartości 52,5 GPa, a po 56 dniach osiąga 57,4 GPa. Wyniki te są zbliżone z wartościami wyznaczonymi w badaniach przygotowawczych w paragrafie 5.3.3 i spełniają wymagania stawiane tej klasie betonu.



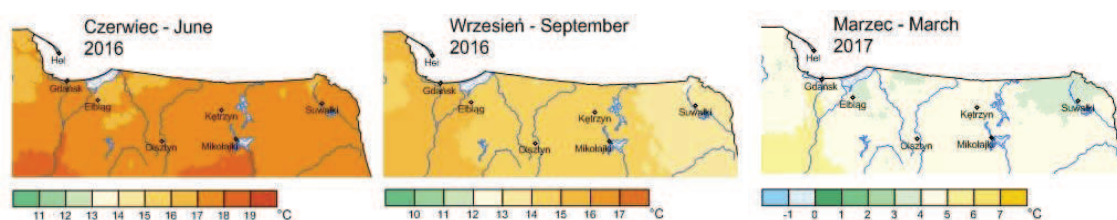
Rys. 5.53. (a) Moduł sprężystości betonu, (b) Względny moduł sprężystości betonu

Tab. 5.14. Wyniki badań próbek walcowych betonu C 60/75

$t$ [doba]	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$\rho_{sr}$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$E_c$ [GPa]	$E_{cm}$ [GPa]
	2567		40,6	
3	2519	2553	37,3	39,2
	2574		39,7	
	2583		46,0	
7	2589	2572	44,9	45,9
	2545		46,9	
	2600		45,9	
14	2587	2577	52,0	50,0
	2543		52,1	
	2566		52,3	
28	2545	2564	52,9	52,6
	2582		52,5	
	2601		55,4	
56	2582	2581	61,1	57,4
	2560		55,6	

## 5.8 Wnioski

Monitoring dojrzewania betonu przęsła mostu extradosed wdrożony na trzech sekcjach, na różnych etapach budowy i w różnych porach roku dostarczył wielu cennych informacji, co do zmian termicznych i wytrzymałościowych betonu wysokowartościowego klasy C 60/75. Badania na obiekcie mostowym realizowano w następujących miesiącach: czerwiec, wrzesień i marzec, kiedy to średnia temperatura otoczenia w ciągu pierwszych 14 dni od zabetonowania wynosiła odpowiednio 21,5 °C, 17,7 °C i 5,2 °C. Powyższe pomiary znajdują potwierdzenie w danych meteorologicznych podawanych przez IMGW (Rys. 5.54).



Rys. 5.54. Średnia temperatura powietrza na poszczególnych etapach monitorowania konstrukcji [168]

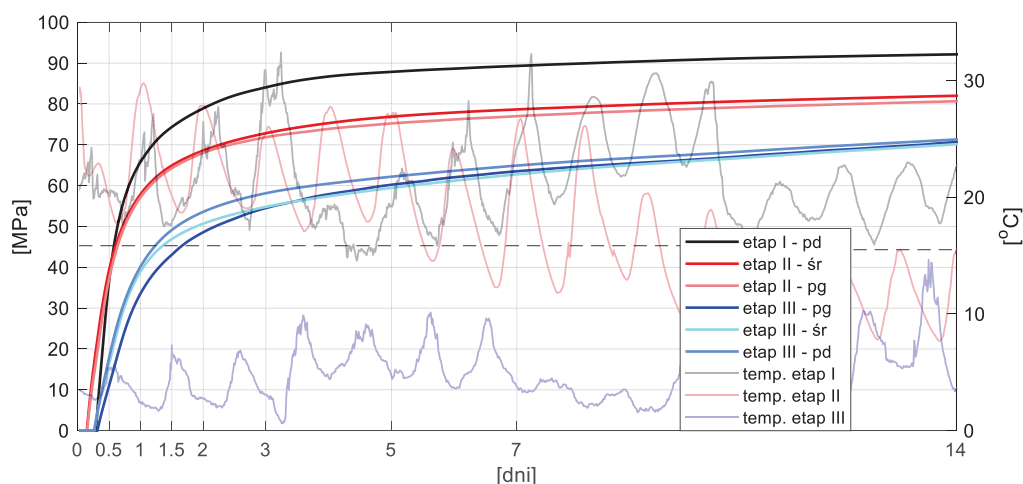
W Tab. 5.15 zestawiono charakterystyczne wartości temperatur dla poszczególnych etapów badań: średnią dobową temperaturę powietrza z 14 dni  $T_{sr, pow.}^{14dni}$ , temperaturę początkową mieszanki  $T_0$ , maksymalną temperaturę betonu  $T_{max}$  i czas jej wystąpienia  $t_{max}$ , maksymalny przyrost temperatury  $\Delta T$  i maksymalną prędkość wzrostu temperatury betonu  $\Delta T / t_{max}$ . Zestawione wyniki pomiarów temperatury pokazują jak duży wpływ ma temperatura otoczenia na temperaturę dojrzewającego betonu. Obniżone temperatury powietrza skutkują wolniejszym tempem wzrostu temperatury betonu. W żadnym z monitorowanych elementów konstrukcyjnych maksymalna temperatura betonu nie przekroczyła 70 °C.

Tab. 5.15. Charakterystyczne wartości temperatur

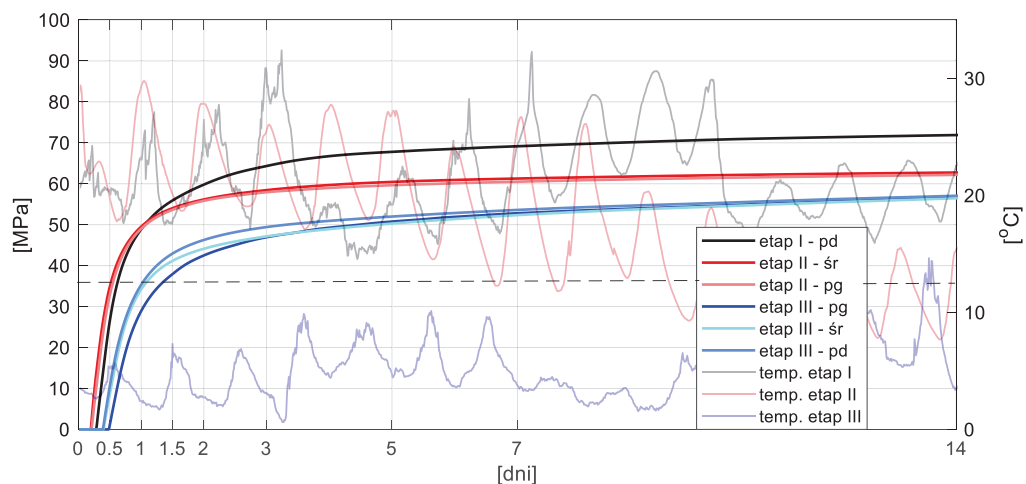
element	Etap I (4.1-2) czerwiec		Etap II (4.4) wrzesień		Etap III (3.18) marzec		
	plyta dolna		plyta gorna	środek	plyta gorna	środek	plyta dolna
$h$ [m]	0,80	0,93	0,56	0,40	0,57	0,40	0,35
$T_{sr, pow.}^{14dni}$ [°C]	21,5		17,7		5,2		
$T_0$ [°C]	26,7		28,5	29,1	14,8		
$T_{max}$ [°C]	62,3	67,8	59,6	57,8	42,8	34,3	34,7
$t_{max}$ [h]	25,0	25,0	17,5	17,5	23,5	17,5	20,0
$\Delta T$ [°C]	35,6	41,1	31,1	28,7	28,0	19,5	19,9
$\Delta T / t_{max}$ [°C/h]	1,42	1,64	1,78	1,64	1,19	1,11	1,00



W celu porównania przyrostu wytrzymałości betonu w zależności od warunków atmosferycznych, na Rys. 5.55 i Rys. 5.56 zestawiono krzywe przyrostu wytrzymałości osiągnięte w poszczególnych etapach i elementach konstrukcji (pd - płyta dolna, pg - płyta górna, śr - środek) oraz zmiany temperatury powietrza. Reprezentatywne krzywe przyrostu wytrzymałości opracowano na podstawie punktów pomiarowych, dla których zarejestrowano najniższą temperaturę betonu (etap I wg p1, etap II wg p1 i p9, etap III wg p1, p7, p13). Istnieje znacząca różnica w przyroście wytrzymałości betonu w konstrukcji na poszczególnych etapach badań, co dowodzi jak duży jest wpływ temperatury powietrza na temperaturę betonu, a przez to na wytrzymałość na ściskanie (Rys. 5.55, Rys. 5.56).



Rys. 5.55. Wytrzymałość kostkowa betonu w konstrukcji oraz temperatura otoczenia



Rys. 5.56. Wytrzymałość walcowa betonu w konstrukcji oraz temperatura otoczenia

W Tab. 5.16 zestawiono czas osiągnięcia przez wbudowany beton poziomu 60 % wytrzymałości charakterystycznej dla klasy C 60/75, przewidzianej do rozpoczęcia sprężenia oraz prędkość przyrostu tej wytrzymałości. W przypadku etapu III, w stosunku do etapów I i II, czas potrzebny do osiągnięcia 60 % wytrzymałości normowej jest ok. dwukrotnie dłuższy. Mimo tego tempo przyrostu wytrzymałości jest znaczne i zgodne z projektem. We wszystkich

przypadkach spełnione zostało założenie technologów dotyczące przyrostu wytrzymałości równej 1 MPa/h, nawet w temperaturze uznawanej za minimalną do betonowania (5 °C).

Ważnym aspektem jest także wybór kształtu próbki przejętej do opracowania krzywej dojrzałości. Interesujący jest fakt, że beton badany w etapie I, osiągnął szybciej poziom 60 % wytrzymałości charakterystycznej według krzywej dojrzałości dla próbek sześciennych, zaś dla etapu II i III, wcześniej dla krzywej walcowej. Powyższa zależność wskazuje, że aby szacować wytrzymałość betonu w konstrukcji po stronie bezpiecznej należałoby stosować krzywą dojrzałości opracowaną dla próbek sześciennych.

Tab. 5.16. 60 % wytrzymałości charakterystycznej dla betonu w konstrukcji

60 % wytrzymałości klasy C 60/75 /prędkość przyrostu wytrzymałości	Etap I		Etap II		Etap III		
	pd	pg	śr	pg	śr	pd	
60 % · 75 MPa = 45 MPa	[h]	13,7	15,1	14,3	39,3	32,0	29,3
	[MPa/h]	3,3	3,0	3,1	1,1	1,4	1,5
60 % · 60 MPa = 36 MPa	[h]	15,0	13,2	12,5	32,4	26,0	24,7
	[MPa/h]	2,4	2,7	2,9	1,1	1,4	1,5

W Tab. 5.17 pokazano minimalną wytrzymałość kostkową betonu w konstrukcji w wieku 24 h. Osiąga ona wartości od 33,6 MPa dla płyty górnej etapu III, do 65,8 MPa dla płyty dolnej etapu I. Wytrzymałość średnia z badań niszczących próbek sześciennych twardniejących w warunkach panujących na budowie, w wieku 24 h wynosiła 45,1, 39,2 i 20,1 MPa, odpowiednio dla etapu I, II i III. Wartości te dowodzą jak istotny jest udział temperatury betonu wywołanej samonagrzewem na wzrost wytrzymałości betonu na ściskanie.

Tab. 5.17. Wytrzymałość kostkowa betonu w konstrukcji w wieku 24 h i prędkość przyrostu wytrzymałości

Wytrzymałość	Etap I		Etap II		Etap III	
	pd	pg	śr	pg	śr	pd
[MPa]	65,8	57,1	57,9	33,6	38,9	40,2

Na podstawie badań przeprowadzonych na moście sformułowano wiele praktycznych wskazówek, dotyczących monitorowania dojrzałości betonu w konstrukcji. Z uwagi na zróżnicowane warunki brzegowe i grubość elementu, najbardziej podatnymi na wystąpienie znacznych różnic temperatur są płyta górna i dolna, dla których liczba punktów pomiarowych powinna być największa. W szczególności istotny jest pomiar temperatury przy powierzchni płyty. W środku zaś, liczbę czujników można zminimalizować, gdyż panuje tam jednorodny stan termiczny. W przypadku badanego przekroju mostu, warto także rozszerzyć pomiary o monitorowanie temperatury betonu na wspornikach płyty pomostu. Są to elementy o stosunkowo niewielkiej grubości, dodatkowo poddane znacznemu oddziaływaniu wpływów atmosferycznych.

Innym aspektem jest pobieranie, przechowywanie i badanie próbek do badań walidacyjnych. Jedną z możliwości jest pobieranie próbek z betonu dostarczonego na budowę,



przechowywanie ich w warunkach normowych ( $20 \pm 2$  °C, wilgotność względna  $\geq 95$  %) i poddanie badaniom niszczącym w określonym terminie. Jest to klasyczna procedura praktykowana na budowie, która może także stanowić narzędzie do weryfikacji krzywej dojrzałości betonu opracowanej w fazie przygotowawczej. Innym podejściem jest przechowywanie próbek w kąpeli wodnej w warunkach panujących na budowie z równoległym pomiarem temperatury betonu w dwóch próbkach i sukcesywnym pobieraniem ich do badań niszczących. Jeśli wytrzymałość betonu szacowana na podstawie pomierzonych w tych próbkach temperaturach według opracowanej wcześniej krzywej dojrzałości jest zbliżona do wytrzymałości uzyskanej w badaniach niszczących tych próbek, poprawność krzywej dojrzałości dla badanego betonu zostaje potwierdzona. Na III etapie badań realizowanych na moście sposób przechowywania próbek nie był ujednoczony. Ważne jest przestrzeganie przez wykonawcę zaleceń nadzoru naukowego, dopilnowanie terminów badań i właściwej pielęgnacji próbek. Zatem dobra współpraca jest jednym z czynników warunkujących stosowanie metody szacowania wytrzymałości betonu z powodzeniem.

Przeprowadzone badania, szczególnie na etapie I, dowiodły, że pobieranie próbek do badań walidacyjnych jest bardzo dobrym narzędziem zwiększającym pewność stosowanej metody dojrzałości. Takie działanie pozwala zweryfikować poprawność krzywej wyznaczonej w początkowej fazie badań i wiarygodnie szacować wytrzymałość betonu w konstrukcji. Przy budowie konstrukcji wielosegmentowych takich jak analizowany most, zaleca się przetestować system i zweryfikować wytrzymałość betonu dostarczonego na budowę na początkowych sekcjach, a potem stosować go z powodzeniem na kolejnych segmentach.

Szczególnie istotne ze względów praktycznych, jest wcześniejsze rozpoznanie technologii budowy i ograniczeń, z jakimi można się spotkać w trakcie montażu systemu dojrzewania betonu. Podczas realizowanych prac badawczych napotkano na utrudnienia zarówno technologiczne jak i losowe, które eliminowały bądź utrudniały zaplanowane pomiary.

Zastosowanie metody dojrzałości do szacowania wytrzymałości betonu ustroju mostu przyczyniło się do przyspieszenia harmonogramu prac, co w oczywisty sposób przełożyło się na obniżenie kosztów budowy obiektu. Kierownik budowy posiadał informację o bieżącej temperaturze betonu w konstrukcji i występujących gradientach, co umożliwiło stosowanie właściwej pielęgnacji zabetonowanego elementu, a przede wszystkim dysponował wiedzą o aktualnej wytrzymałości betonu w konstrukcji. Pozwoliło to na bezpieczne podjęcie decyzji dotyczącej rozpoczęcia procesu sprężenia ustroju.

Niezależnie od napotkanych trudności pomiarowych, monitorowanie stanu dojrzałości betonu przyniosło nieocenione korzyści wykonawcy i technologom betonu, a w szczególności spotkało się z uznaniem kierownika budowy największego mostu extradosed w Europie, na którym system monitoringu wdrożono po raz pierwszy.





## 6 Sformułowanie, implementacja i symulacje numeryczne pól temperatury

### 6.1 Wprowadzenie

Pierwsze próby sformułowania równań opisujących zmienne w czasie właściwości betonu podjęto w latach sześćdziesiątych w Rosji, Stanach Zjednoczonych i Japonii. Witakowski w swojej pracy [132] wskazuje na szereg trudności z jakimi wówczas zmagali się naukowcy. Niedostateczne rozpoznanie mechanizmu hydratacji generowało problemy z opisem procesu wydzielania się ciepła hydratacji, sformułowaniem modelu matematycznego uwzględniającego zmiany właściwości materiałowych betonu w młodym wieku oraz rozwiązaniem równań opisujących stan wyężenia betonu. Poszukiwano równań konstytutywnych właściwie opisujących proces wiązania i twardnienia betonu. Przegląd i analizę porównawczą zaproponowanych równań zestawiał w swojej pracy Wojewódzki [133]. Rozwój metod numerycznych i technik obliczeniowych umożliwił wykorzystanie nieliniowej teorii do opisu twardnienia betonu. Kluczowe było wprowadzenie przez Zienkiewicza [137] metody elementów skończonych, która pozwoliła na dokładniejsze rozwiązywanie zagadnień termicznych w konstrukcjach, w porównaniu z metodami analitycznymi [54]. Mimo lepszych narzędzi obliczeniowych modelowanie dojrzewającego betonu pozostaje zagadnieniem złożonym, gdyż w odróżnieniu od klasycznych przypadków projektowych oprócz pola przemieszczeń, odkształceń i naprężeń pojawia się pole temperatury.

Monitorowanie rozwoju temperatury betonu w konstrukcji jest niezwykle ważne, jednak wykorzystanie symulacji numerycznych do zidentyfikowania pól temperatury już na etapie projektowania dostarcza nieocenionych korzyści. Numeryczny model twardniejącego betonu stanowi uzupełnienie dla systemu pomiarowego. Umożliwia on modyfikację właściwości zaprojektowanej mieszanki, wskazanie newralgicznych miejsc w konstrukcji i wybór punktów pomiarowych, w których powinno się monitorować zmiany temperatury w konstrukcji.

W rozdziale tym omówiono aspekty towarzyszące twardnieniu betonu i modele matematyczne o różnym stopniu zaawansowania. Przedstawiono implementację numeryczną i symulacje rozwoju temperatury betonu w próbkach i elementach konstrukcyjnych mostu, przy wykorzystaniu autorskiego programu z użyciem metody różnic skończonych (1D) i programu bazującego na metodzie elementów skończonych (2D). Do opisu rozwoju temperatury betonu mostowego klasy C 60/75 zastosowano model niewnikający w mikrostrukturę materiału, bazujący na równaniu przewodnictwa ciepła sprzężonego z równaniem kinetyki chemicznej.



## 6.2 Zjawiska towarzyszące dojrzewaniu betonu

Mnogość oraz nierozpoznawalność zjawisk zachodzących w betonie w trakcie jego dojrzewania i starzenia się zmusza do prowadzenia szerokich badań eksperymentalnych i budowy modelu, w którym beton definiuje się, jako materiał o nieustalonych właściwościach. Modele matematyczne dostępne w literaturze uwzględniają cztery aspekty towarzyszące procesowi wiązania, twardnienia i starzenia się betonu. Można powiedzieć, że w dojrzewającym betonie istnieje silne sprzężenie zjawisk cieplnych, chemicznych, wilgotnościowych i mechanicznych.

### 6.2.1 Aspekt termiczny

Aspekt termiczny zagadnienia dojrzewania betonu wymaga wprowadzenia równania bilansu energii, gdyż w tym miejscu powstaje główna siła napędowa, jaką jest wewnętrzne źródło ciepła uwalniane w trakcie reakcji hydratacji. Proces dojrzewania betonu z punktu widzenia termodynamiki związany jest ze zmianą składu fazowego ośrodka. Przemianom fazowym towarzyszą zjawiska termiczne związane z wydzielaniem ciepła przez materiał wiążący.

Beton w ogólności jest materiałem heterogenicznym (niejednorodnym), anizotropowym i porowatym. Jednak do przewidywania ogólnego rozkładu temperatury w konstrukcji betonowej nie ma potrzeby znać rozkładu temperatury na poziomie ziarna cementu czy kruszywa. Uwzględnia się zatem podejście makroskopowe, w którym przestrzenną równowagę fazy stałej ciekłej i gazowej można scharakteryzować reprezentatywną objętością elementarną. W skali makro, beton można traktować, jako materiał jednorodny, izotropowy i porowaty. Choć wiele zjawisk, które występują w skali mikroskopowej potrafimy identyfikować, a ich modelowanie jest możliwe, transpozycja wyników do poziomu konstrukcji dostarcza olbrzymich obliczeń, co czyni takie podejście nieefektywnym. Uśrednione podejście zakłada, że wszystkie fazy dojrzewającego betonu są uwzględniane w każdym elemencie objętościowym. Jednakże, należy zachować ostrożność przy wyborze możliwych rozmiarów elementów, które powinny być wystarczająco duże, aby niejednorodności miały znikomy wpływ tj. powinny być większe niż pory lub kruszywo, ale równocześnie wystarczająco małe, aby tworzyć kontinuum w relacji do całego medium poddanego symulacji [3].

#### 6.2.1.1 Równanie przewodnictwa ciepła

W ogólności istnieją trzy mechanizmy wymiany ciepła: przewodzenie, konwekcja i radiacja. Przewodzenie dotyczy transportu ciepła w ciałach stałych. W wyniku różnicy temperatur następuje wymiana energii w kierunku od temperatury wyższej do temperatury niższej. Analiza termodynamiczna pozwala ustalić ilość ciepła wymienianego przez układ przy przejściu z jednego stanu równowagi do drugiego oraz co ważne, określić tempo tych zmian. W wyniku przewodzenia ciepła w każdym obszarze ciała pojawiają się pola temperatury. W latach trzydziestych ukazały się pierwsze prace w zakresie teorii przewodnictwa ciepła, które

miały na celu przewidywanie pól temperatur, a w latach czterdziestych Carslaw i Jaeger opublikowali monografię poświęconą przewodnictwu ciepła w ciałach stałych [29]. Podstawowym prawem do wyprowadzenia równania opisującego zmiany temperatury w twardniejącym betonie jest prawo Fouriera, wiążące strumień ciepła  $q_x$  z gradientem temperatury. W zadaniu jednowymiarowym możemy je zapisać następująco:

$$q_x = -\lambda A_a \frac{\partial T}{\partial x}, \quad (6.1)$$

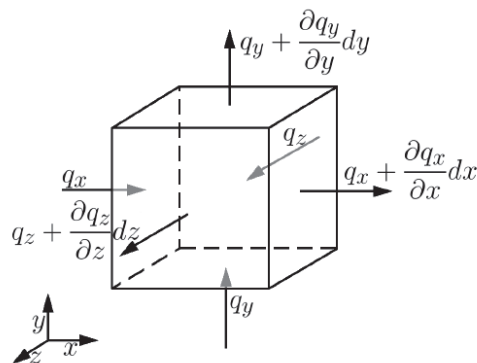
gdzie  $A_a$  oznacza powierzchnię prostopadłą do kierunku przepływu ciepła,  $T$  temperaturę betonu,  $\lambda$  współczynnik przewodzenia ciepła, a  $x$  współrzędną. W przypadku materiału porowatego jakim jest beton, równanie transportu ciepła powinno być rozpatrywane równolegle z transportem wilgoci i zgodnie z prawem Dufoura wyrażenie (6.1) należy uzupełnić o dodatkowy człon związany z polem wilgoci:

$$q_x = -\lambda A_a \frac{\partial T}{\partial x} - \lambda_{duf} A_a \frac{\partial w}{\partial x}, \quad (6.2)$$

gdzie  $\lambda_{duf}$  to współczynnik proporcjonalności Dufoura, a  $w$  masa wolnej wody. Jak dowodzi wielu badaczy, wpływ dyfuzji wilgoci na ruch ciepła w betonie jest niewielki, dlatego w dalszej części pracy zostanie pominięty [3], [10], [72], [75].

Makroskopowe równanie bilansu energetycznego we współrzędnych kartezjańskich można podać w odniesieniu do elementu objętościowego przedstawionego na Rys. 6.1. W wyniku gradientów cieplnych przewodzenie ciepła odbywa się przez powierzchnie do nich prostopadłe. Energia dostarczana jest w postaci strumieni reprezentowanych przez składowe  $q_x$ ,  $q_y$  i  $q_z$ . Po przejściu przez element o długości  $dx$ , strumienie wychodzące przedstawia się za pomocą rozwinięcia w szereg Taylora z pominięciem wyrazów drugiego i wyższego rzędu:

$$q_{x+dx} = q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} dx, \quad q_{y+dy} = q_y + \frac{\partial q_y}{\partial y} dy, \quad q_{z+dz} = q_z + \frac{\partial q_z}{\partial z} dz. \quad (6.3)$$



Rys. 6.1. Przewodzenie ciepła przez element objętościowy [75]

Bilans energetyczny w odniesieniu do czasu można zapisać w formie pierwszej zasady termodynamiki:

$$\dot{E}_{in} + \dot{E}_g - \dot{E}_{out} = \dot{E}_{st}, \quad (6.4)$$

gdzie  $E_{in}$  to energia cieplna dostarczona do elementu,  $E_g$  energia cieplna wytworzona w układzie na skutek hydratacji,  $E_{out}$  energia odprowadzona z elementu, a  $E_{st}$  to energia skumulowana wewnątrz elementu.

W przypadku dojrzewającego betonu mamy do czynienia z wewnętrznym źródłem ciepła związanym z reakcją hydratacją składników cementu. Powoduje to w konsekwencji przestrzenne zróżnicowanie pól temperatur. Oznaczając, jako  $q_c$  gęstość źródła ciepła, prędkość zmian energii wytworzonej wewnątrz elementu objętościowego wyraża się wzorem:

$$\dot{E}_g = q_c dx dy dz = q_c dv. \quad (6.5)$$

Prędkość zmian energii skumulowanej w elemencie, można wyrazić, jako funkcję pochodnej temperatury  $\dot{T}$  w odniesieniu do czasu, ciepła właściwego betonu  $c$  i jego gęstości  $\rho$ :

$$\dot{E}_{st} = \rho c \dot{T} dx dy dz = \rho c \dot{T} dv. \quad (6.6)$$

Biorąc pod uwagę prędkość zmian energii doprowadzanej  $\dot{E}_{in}$  i odprowadzanej  $\dot{E}_{out}$  z elementu objętościowego oraz podstawiając równanie (6.5) i (6.6) do (6.4), bilans energetyczny możemy zapisać następująco:

$$\begin{aligned} q_x + q_y + q_z + q_c dx dy dz - q_{x+dx} - q_{y+dy} - q_{z+dz} &= \rho c \dot{T} dx dy dz, \\ q_x + q_y + q_z + q_c dv - q_{x+dx} - q_{y+dy} - q_{z+dz} &= \rho c \dot{T} dv. \end{aligned} \quad (6.7)$$

Uwzględniając z kolei wychodzące strumienie ciepła według równania (6.3), bilans energetyczny (6.7) wyraża się wzorem:

$$\begin{aligned} -\frac{\partial q_x}{\partial x} dx - \frac{\partial q_y}{\partial y} dy - \frac{\partial q_z}{\partial z} dz + q_c dx dy dz &= \rho c \dot{T} dx dy dz, \\ -\frac{\partial q_x}{\partial x} dx - \frac{\partial q_y}{\partial y} dy - \frac{\partial q_z}{\partial z} dz + q_c dv &= \rho c \dot{T} dv. \end{aligned} \quad (6.8)$$

Dopuszczając anizotropię przewodności cieplnej, zgodnie z prawem Fouriera:

$$q_x = -\lambda_x dy dz \frac{\partial T}{\partial x}, \quad q_y = -\lambda_y dx dz \frac{\partial T}{\partial y}, \quad q_z = -\lambda_z dx dy \frac{\partial T}{\partial z}. \quad (6.9)$$

Całkując wzór (6.8) po objętości  $dv$  otrzymujemy równanie przewodnictwa ciepła w postaci parabolicznego równania różniczkowego cząstkowego Fouriera-Kirchhoffa [110], [69]:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) + q_c = \rho c \dot{T}. \quad (6.10)$$



W podejściu makroskopowym, beton możemy traktować, jako materiał izotropowy i jednorodny, w którym przewodność cieplna jest stała ( $\lambda \equiv \lambda_x = \lambda_y = \lambda_z \neq \lambda(x, y, z) = const$ ). Równanie (6.10) można zatem zapisać wzorem:

$$\lambda \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + q_c = \rho c \dot{T} \quad (6.11)$$

lub jego równoważną postacią:

$$\begin{aligned} \nabla \cdot (\lambda \nabla T) + q_c &= \rho c \dot{T}, \\ \lambda \nabla^2 T(x, y, z; t) + q_c &= \rho c \dot{T}(x, y, z; t) \end{aligned} \quad (6.12)$$

### 6.2.1.2 Warunki początkowe i brzegowe

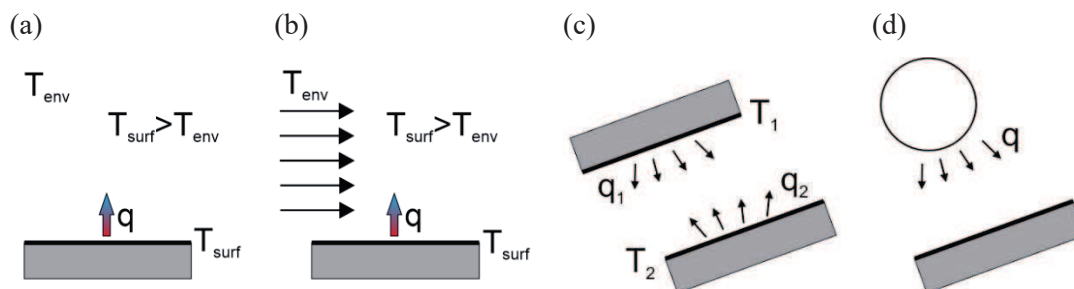
Rozwiązanie zagadnienia ewolucji temperatury w twardniejącym betonie wymaga zdefiniowania warunków początkowych oraz brzegowych. Przy założeniu, że model opisuje rozwój temperatury od momentu wytworzenia mieszanki, warunek początkowy można zapisać w następującej formie:

$$T(x, y, z; t = 0) = T_0(x, y, z), \quad (6.13)$$

gdzie  $T_0$  oznacza początkowy rozkład temperatury.

W przypadku rozpatrywania warunków brzegowych należy rozważyć dwa mechanizmy wymiany ciepła, które odbywa się na drodze konwekcji i promieniowania (Rys. 6.2). Wyróżniamy dwa rodzaje konwekcji: swobodną i wymuszoną. W konwekcji swobodnej odpływ ciepła z powierzchni betonu odbywa się na skutek różnicy temperatur betonu i otoczenia. W procesie konwekcji wymuszonej dodatkowym czynnikiem przyspieszającym wymianę ciepła jest np. działanie wiatru.

Drugim mechanizmem transportu ciepła jest promieniowanie. Radiacja polega na transporcie energii w postaci promieniowania elektromagnetycznego o określonej długości fal. Promieniowanie długofalowe dotyczy każdej substancji stałej, która emituje i odbiera promieniowanie z otoczenia. Promieniowanie krótkofalowe, to rodzaj transmisji energii zwykle rozważanej w odniesieniu do energii emitowanej przez słońce.



Rys. 6.2 (a) Konwekcja swobodna, (b) Konwekcja wymuszona, (c) Promieniowanie długofalowe, (d) Promieniowanie krótkofalowe [3]



Równanie bilansu energii na brzegu betonu kontaktującego się z powietrzem lub warstwą izolacji uzupełnione jest warunkiem zadanego strumienia energii najczęściej w postaci warunku Newtona (konwekcja) lub Stefana-Boltzmana (radiacja) [5]. Z fizycznego punktu widzenia wymiana ciepła pomiędzy powierzchnią, a otoczeniem odbywa się zarówno poprzez konwekcję jak i promieniowanie. Azenh [3] w swojej pracy przywołuje zależność radiacyjnego współczynnika przejmowania ciepła w zależności od temperatury otoczenia. Formalnie jednak współczynnik przejmowania ciepła jest współczynnikiem typu konwekcyjnego [63]. Strumień ciepła dopływający do powierzchni betonu (równanie (6.1)) musi być przejęty przez otaczające powietrze. Niezależnie od siły napędowej ruchu powietrza, odpływ ciepła z powierzchni elementu może być wyrażony przez prawo Newtona:

$$q_0 = \alpha (T_{surf} - T_{env}), \quad (6.14)$$

gdzie  $\alpha$  jest współczynnikiem przejmowania ciepła na powierzchni betonu, a  $T_{env}$  i  $T_{surf}$  oznaczają odpowiednio temperaturę otoczenia i powierzchni betonu. Chociaż podjęto wiele teoretycznych prób w celu ustalenia równań predykcyjnych dla współczynnika przejmowania ciepła, dokładne przewidywania są dostępne tylko dla bardzo prostych geometrii i kontrolowanych warunków środowiska. W przypadkach nieregularnych, takich jak zmienne warunki zewnętrzne i skomplikowana geometria konstrukcji inżynierskich, prognozy ograniczono do empirycznych korelacji [3]. Według Instytutu Fizyki Politechniki Krakowskiej [169] współczynnik przejmowania ciepła na powierzchni betonu dla konwekcji swobodnej  $\alpha_{ks}$  wynosi  $7 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ . Klemczak podaje wartość  $6 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$  [72], a także proponuje wzór [2]:

$$\alpha_{ks} = 2,62 (T_{surf} - T_{env})^{0,25}. \quad (6.15)$$

Dla konwekcji wymuszonej współczynnik przejmowania ciepła na powierzchni betonu  $\alpha_{kw}$  zależy od prędkości wiatru  $v_w$  (Rys. 6.3) i może być obliczany z następujących zależności:

- propozycja McAdamsa [96] i Jonassona [64]:

$$\alpha_{kw} = \begin{cases} 4,3 v_w + 6,2 & \text{if } v_w \leq 5 \text{ m/s} \\ 7,6 v_w^{0,78} & \text{if } v_w > 5 \text{ m/s} \end{cases}, \quad (6.16)$$

- propozycja Branco [13]:

$$\alpha_{kw} = 6,0 + 3,7 v_w, \quad (6.17)$$

- propozycja Ruitza [116]:

$$\alpha_{kw} = 1,06 \cdot 3,727 C_r \cdot (0,9(T_{surf} + T_{env}) - 459,67)^{-0,181} (T_{surf} - T_{env})^{0,266} \sqrt{1 + 2,857 v_w}, \quad (6.18)$$

$$C_r = \begin{cases} 1,79 & \text{dla powierzchni poziomej cieplejszej niż powietrze} \\ 0,89 & \text{dla powierzchni poziomej zimniejszej niż powietrze} \end{cases}$$

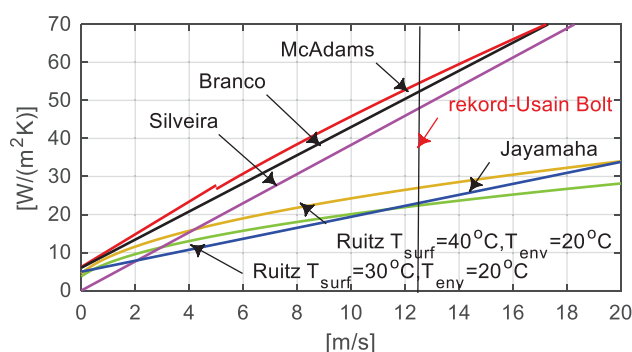
- propozycja Silveira [120]:

$$\alpha_{kw} = 3,83 v_w, \quad (6.19)$$



– propozycja Jayamaha [38]:

$$\alpha_{kw} = 1,444v_w + 4,955. \quad (6.20)$$



Rys. 6.3. Propozycje wyznaczenia konwekcyjnego współczynnika przejmowania ciepła

Należy podkreślić, że równania te są oparte na eksperymentach, w których precyzja, cel i procedury takie jak pomiar prędkości wiatru, geometria badanego ciała i zakres badanych prędkości wiatru mogą znacznie różnić się dla każdej z przedstawionych propozycji. Ponieważ każde z tych równań empirycznych ma zastosowanie tylko w przypadku doskonałej reprodukcji oryginalnych eksperymentów, w innych sytuacjach mogą one jedynie dostarczyć przybliżonych rozwiązań. Mimo to korelacje empiryczne odgrywają bardzo ważną rolę w analizach wrażliwości i sprawdzaniu ekstremalnych scenariuszy [3].

Przy modelowaniu elementów betonowych w warunkach polowych należy uwzględnić stany pogodowe (temperaturę otoczenia i prędkość wiatru) i rodzaj zastosowanej pielęgnacji. Wpływają one na szybkość wymiany ciepła, która jest proporcjonalna do różnicy temperatur oraz zależy od typu i czasu deskowania [75]. Na budowie bardzo często stosuje się dodatkową warstwę izolacji powierzchni betonowej w postaci styropianu czy folii. Dla warunków ustalonych termicznie, gdzie strumień ciepła jest prostopadły do powierzchni, można wyznaczyć zastępczy współczynnik przejmowania ciepła  $\alpha_z$  uwzględniający grubość  $l_i$  i współczynnik przewodzenia poszczególnych warstw  $\lambda_i$ :

$$\alpha_z = \left( \frac{1}{\alpha} + \sum_{i=1}^{i=n} \frac{l_i}{\lambda_i} \right)^{-1}. \quad (6.21)$$

Jonasson podaje, że w przypadku młodego betonu współczynnik przejmowania ciepła jest teoretycznie poprawny tylko dla odkrytej powierzchni, ale powyższy wzór można stosować, jako pewne przybliżenie gdy izolacja ma dużo mniejszą pojemność cieplną niż beton, a objętość innych materiałów w deskowaniu (dodatkowa sklejka, styropian) jest niewielka tzn. ciepło zgromadzone w deskowaniu może być pominięte w porównaniu z energią cieplną betonu [63]. W przypadku, gdy między dźwigarami deskowania znajduje się izolacja, strumień ciepła nie jest prostopadły do powierzchni i równanie (6.21) nie może być stosowane. Jonasson podaje przykłady wyznaczenia współczynnika przejmowania ciepła dla różnych typów deskowań [63].

### 6.2.2 Aspekt chemiczny

Aspekt chemiczny uwarunkowany jest odpowiednią pielęgnacją betonu w celu zapewnienia prawidłowego przebiegu reakcji chemicznych hydratyzującego cementu i uzyskania betonu o projektowanych właściwościach. Zabiegi pielęgnacyjne i monitorujące dotyczą utrzymania odpowiedniej temperatury (chłodzenie latem, dogrzewanie zimą) i wilgotności betonu oraz jego ochronę przed szkodliwymi oddziaływaniami czynników atmosferycznych. Proces hydratacji cementu znacznie zmniejsza się, jeżeli wilgotność względna wewnątrz porów kapilarnych spada poniżej 80 % [134]. Wynika z tego, że w celu kontynuacji hydratacji należy zapobiec utracie wilgoci z betonu, pod warunkiem, że w mieszance betonowej ilość wody jest wystarczająca do kontynuowania hydratacji. Generalnie przyjmuje się, że tylko połowa wody zawartej w zaczynie może być wykorzystana do reakcji chemicznych [134]. Sutkiem postępującego procesu hydratacji cementu jest samowysychanie, zatem woda stracona wewnątrz betonu musi być zastąpiona wodą z zewnątrz. Można wyróżnić dwa przypadki pielęgnacji, dla których umowną granicą jest stosunek wodno-cementowy. Gdy  $w/c$  jest powyżej 0,5 należy zapobiec ubytkowi wody z betonu, zaś gdy wskaźnik  $w/c$  wynosi mniej niż 0,5 konieczne jest zapewnienie dostępu wody z zewnątrz dla ułatwienia procesu hydratacji [134].

### 6.2.3 Aspekt transportu wilgoci

Aspekt transportu wilgoci w materiałach cementowych ogranicza się często do badania zjawiska suszenia, czyli przypadku, gdy proces jest napędzany stosunkowo niską wilgotnością względną otaczającego powietrza. Zazwyczaj wilgotność względna powietrza jest niższa od minimalnej, równej 80 %, niezbędnej do prawidłowego przebiegu hydratacji. Według Zhang [135], w naturalnych warunkach atmosferycznych zachodzi bardziej złożone zjawisko - suszenie lub nawilżanie dojrzewającego betonu. Matematyczne modelowanie stanu wilgotności materiału porowatego, podlegającego reakcjom chemicznym i przemianom fazowym, sprowadza się zwykle do obrania właściwego parametru stanu. W literaturze [135], [36] spotyka się podejścia wykorzystujące wilgotność względną w porach, ciśnienie porowe lub kapilarne, całkowitą zawartość wody lub pary wodnej. Koniecznym jest także określenie współczynnika przejmowania wilgoci z ośrodka porowatego (beton) przez otaczające powietrze lub wodę. Właściwy poziom wilgotności betonu ma znaczenie również na trwałość związków powstałych w wyniku hydratacji. Trwałość betonów jest ściśle związana z warunkami zewnętrznymi panującymi w jego otoczeniu (suszące działanie wiatru, nawilżanie deszczem), zarówno podczas dojrzewania jak i w czasie eksploatacji. Ruch ciekłej wody i powietrza oraz jonów gazów są istotnymi zjawiskami mającymi wpływ na główne mechanizmy zniszczenia betonu, takie jak atak chlorków, uwęglanie, korozja.



#### 6.2.4 Aspekt mechaniczny

Aspekt mechaniczny dotyczy zjawiska skurczu, który jest problemem w betonach jeszcze nieobciążonych. Związany jest on ściśle z procesami fizykochemicznymi przebiegającymi w zaczynie cementowym. Skurczem nazywa się zmniejszenie objętości betonu wynikające z utraty wody w wyniku wiązania, twardnienia i wysychania betonu [111]. Skurcz wywołuje mikropęknięcia niebezpieczne dla długotrwałego życia i eksploatacji obiektów betonowych.

W trakcie dojrzewania betonu występuje skurcz autogeniczny, termiczny i skurcz spowodowany wysychaniem. Skurcz autogeniczny, nazywany też samoczynnym, pojawia się podczas wiązania oraz w początkowym okresie twardnienia betonu i spowodowany jest utratą wody, która wchodzi w reakcję z cementem (skurcz chemiczny) oraz odparowaniem wody z zewnętrznych warstw zaczynu, gdy beton jest w stanie plastycznym. Skurcz autogeniczny występuje więc w pierwszych godzinach od zabetonowania i narasta stosunkowo szybko.

Początkowy rozwój skurczu chemicznego i autogenicznego w czasie jest identyczny. W fazie ciekłej dostęp do wody jest duży, zatem nie pojawia się skurcz autogeniczny, a jest jedynie skurcz chemiczny. W kolejnych fazach wzrost skurczu chemicznego powoduje wzrost skurczu autogenicznego. Kiedy zaczyna formować się szkielet, struktura staje się bardziej sztywna, a beton zaczyna opierać się naprężeniom skurczu chemicznego. Ciśnienie kapilarne powoduje, że meniski wody zaczynają się rozciągać, powstają większe naprężenia na ściankach porów kapilarnych, w efekcie czego pojawia się skurcz od wysychania [5], [7], [122].

Skurcz spowodowany wysychaniem, nazywany skurczem fizycznym, związany jest z utratą wody przez stwardniały beton. Odkształcenia skurczowe w tym przypadku narastają wolniej, ale na przestrzeni długiego okresu czasu i mogą pojawiać się nawet po kilkudziesięciu latach. W większości przypadków, to właśnie skurcz spowodowany wysychaniem, decyduje o wielkości naprężeń skurczowych i jest miarodajny do obliczeń [111].

Podczas zmian temperatury dochodzi do zmiany objętości betonu, czego wynikiem jest pęcznienie i skurcz termiczny, który ma charakter zjawiska odwracalnego. W termosprężystości, zakłada się, że objętościowym odkształceniom termicznym towarzyszy sferyczny tensor naprężeń termicznych poprzez współczynnik rozszerzalności termicznej. Innym mechanizmem generującym naprężenia termiczne jest wpływ utwierdzenia elementu w podstawie, czy złożone procesy zachodzące w konstrukcjach zespolonych [5].

Wzrost temperatury dojrzewającego betonu jest konsekwencją zachodzących reakcji chemicznych i przemian fazowych. W zależności od typu i ilości cementu w mieszance, przyrosty te dochodzą nawet do wartości 70 °C. Wraz z rosnącą temperaturą wzrasta przepływ wilgoci, wywołany zmiennymi w czasie upustami masy wody swobodnej i zmniejszaniem się porowatości. Skutkiem wymiany ciepła z otoczeniem jest chłodzenie elementu na brzegu stąd w elemencie betonowym powstaje niejednorodne pole temperatury. Element betonowy deformuje się, co sprzyja powstawaniu naprężeń termicznych [48]. W początkowej fazie,



w konsekwencji wyższej temperatury rdzenia elementu naprężenia rozciągające pojawiają się na brzegu, a ściskające w środku. Gdy zastępcze naprężenia przekroczą aktualną wytrzymałość betonu na rozciąganie w warstwie zewnętrznej bloku betonowego pojawią się spękania i rysy. Pod koniec reakcji hydratacji zmniejsza się ilość wydzielanego ciepła i w wyniku przewodzenia następuje faza spadku temperatury do temperatury otoczenia. Wówczas powierzchniowe warstwy elementu powstrzymują odkształcenia stygnącego wnętrza, naprężenia ściskające powstają w zewnętrznych strefach a naprężenia rozciągające w środku. Rysy powierzchniowe powstałe w fazie „uderzenia termicznego” mogą połączyć się z rysami wewnętrznymi powstałymi w wyniku stygnięcia prowadząc do pęknięcia całego przekroju [47], [132].

Należy nadmienić, że w elementach posiadających swobodę przemieszczeń termicznych, o ryzyku powstania rysy decyduje różnica temperatur między powierzchnią, a środkiem elementu. Inaczej jest w elementach o ograniczonej warunkami brzegowymi deformacji, gdzie o niebezpieczeństwie utraty ciągłości elementu decyduje maksymalna temperatura wewnętrzna, a następnie jej spadek do temperatury otoczenia. Skurcz termiczny jest wyjątkowo groźny w elementach masywnych, w których wzrost temperatury jest znacznie wyższy niż w elementach cienkościennych [5]. Zwykle, pojawienie się rysy stanowi sygnał o zagrożeniu dla użyteczności i trwałości konstrukcji, a pęknięcia mogą być powodem jej dyskwalifikacji.

### 6.3 Modele matematyczne

W literaturze opisano bardzo dużą liczbę modeli matematycznych dojrzewającego betonu, uwzględniających w różny sposób aspekty termo-hygro-chemo-mechaniczne [4], [30], [31], [51], [56], [57], [72], [87], [95]. Modele modyfikowano pod kątem rodzaju analizowanego obiektu betonowego i celu jakiego miały służyć, natomiast wspólnym elementem każdego podejścia jest niewątpliwie równanie bilansu energii cieplnej. W dysertacji przedstawiono kilka koncepcji modelowania dojrzewającego betonu o różnym poziomie zaawansowania.

#### 6.3.1 Model Cervery

Jednym z modeli służącym do opisu zachowania się betonu w młodym wieku, uwzględniającym aspekt termiczno-chemiczny (model termo-chemiczny dojrzewającego betonu) jest model Cervery [30], który sprowadza się do dwóch sprzężonych ze sobą równań: równania równowagi termicznej (6.22) i równania kinetyki chemicznej wyrażonej w funkcji ewolucji stopnia hydratacji (6.23):

$$\nabla \cdot \lambda \nabla T + Q_{\xi} \dot{\xi} = \rho c \dot{T}, \quad (6.22)$$

$$\dot{\xi} = \tilde{A}(\xi) \exp\left(-\frac{E_a}{RT}\right), \quad (6.23)$$

gdzie za zjawisko transportu ciepła hydratacji odpowiadają następujące parametry: gęstość betonu  $\rho$ , ciepło właściwe betonu  $c$ , przewodnictwo cieplne betonu  $\lambda$ , stała materiałowa  $Q_\xi$  (ciepło hydratacji cementu w betonie), energia aktywacji  $E_a$  i stała gazowa  $R$ . Niestety, wszystkie te parametry, nie są, jak w większości materiałów, stałe w ani przestrzeni, ani w czasie. Szybkość ciepła hydratacji zmienia się w trakcie dojrzewania i po początkowym wzroście do wartości maksymalnej stopniowo maleje z czasem. Zmiana właściwości mechanicznych postępuje wraz z procesem starzenia się betonu, a dominującym mechanizmem hydratacji cementu jest tworzenie się nowych hydratów. Zatem w modelu wprowadzono znormalizowaną zmienną wewnętrzną, tj. stopień hydratacji  $\xi$ , którego ewolucja pozwala na przewidywanie stanu zaawansowania procesu twardnienia. Ze względu na aktywowany termicznie charakter hydratacji cementu obserwuje się silną zależność  $\xi$  od temperatury  $T$ , a za kinetykę tych zmian odpowiada prawo typu Arrheniusa. Funkcja postępu hydratacji  $\tilde{A}(\xi)$  wyrażona jest jako iloczyn powinowactwa chemicznego  $\bar{A}$  i przepuszczalności  $\eta$  bezpośrednio związanej z mikrokrążeniem wolnej wody przez hydraty:

$$\tilde{A}(\xi) = \bar{A} \eta. \quad (6.24)$$

Perlokacja wody jest hamowana wraz ze wzrostem hydratów, zatem przepuszczalność  $\eta$  musi zmniejszać się wraz ze wzrostem stopnia hydratacji  $\xi$  i w konsekwencji, według De Schuttera [39], opisana jest wyrażeniem:

$$\eta = \frac{1}{n_0} \exp\left(-\bar{n} \frac{\xi}{\xi_{\max}}\right), \quad (6.25)$$

gdzie  $n_0$  i  $\bar{n}$  to stałe materiałowe. Wartość finalnego stopnia hydratacji  $\xi_{\max}$  zależy od stosunku wodno-cementowego i można ją określić w przybliżony sposób z wykorzystaniem wzoru zaproponowanego przez Millsa [100]:

$$\xi_{\max} = (1,031 \cdot w/c) / (0,194 + w/c) \quad (6.26)$$

lub Wallera [127]:

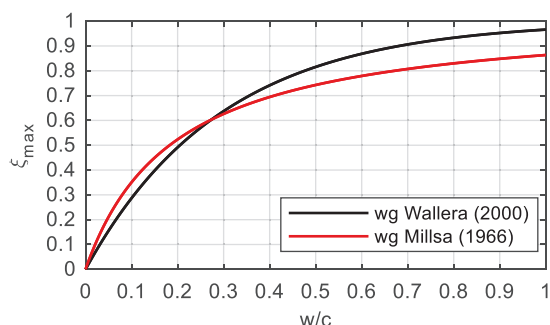
$$\xi_{\max} = 1 - 1 / \exp(3,38(w/c - \delta)), \quad (6.27)$$

przy czym  $\delta = 0$  przy braku popiołów lotnych i pyłów krzemionkowych. Porównanie obu podejść przedstawia Rys. 6.4. Obie propozycje dają zbliżone rezultaty dla wskaźnika  $w/c < 0,27$ , a powyżej tej wartości zaczynają się rozbiegać. Przedstawione wzory nie uwzględniają jednak typu cementu oraz stopnia rozdrobienia.

Definicję powinowactwa chemicznego opisuje równanie:

$$\bar{A} = \kappa \left( \frac{A_0}{\kappa} \frac{1}{\xi_{\max}} + \xi \right) (\xi_{\max} - \xi), \quad (6.28)$$

w którym  $A_0$  to początkowe powinowactwo chemiczne dla  $\xi = 0$ , zaś  $\kappa$  to dodatkowy parametr.



Rys. 6.4 Zależność finalnego stopnia hydratacji cementu od wskaźnika wodno-cementowego

Uwzględniając powyższe równania szybkość stopnia hydratacji wyraża się wzorem:

$$\dot{\xi} = \frac{\kappa}{n_0} \underbrace{\left( \frac{A_0}{\kappa} \frac{1}{\xi_{\max}} + \xi \right)}_{\tilde{A}(\xi) = \tilde{A} \eta \text{ (znormalizowane powinowactwo chemiczne)}} (\xi_{\max} - \xi) \exp\left(-\bar{n} \frac{\xi}{\xi_{\max}}\right) \underbrace{\exp\left(-\frac{E_a}{RT}\right)}_{\text{(prawo typu Arrheniusa)}}. \quad (6.29)$$

Znormalizowane powinowactwo chemiczne  $\tilde{A}(\xi)$  jest bezpośrednio mierzalne podczas testu adiabatycznego, w którym nie dochodzi do wymiany ciepła z otoczeniem, zatem równanie (6.22) upraszcza się do postaci:

$$Q_{\xi} \dot{\xi}_a = \rho c \dot{T}_a. \quad (6.30)$$

Na koniec przemiany adiabatycznej  $T_a = T_{a,\max}$ , a  $\xi_a = \xi_{\max}$  co pozwala wyrazić stałą  $Q_{\xi}$  jako:

$$Q_{\xi} = \rho c (T_{a,\max} - T_0) / \xi_{\max}. \quad (6.31)$$

Podstawiając równanie (6.23) i (6.31) do (6.30) otrzymujemy:

$$\tilde{A}_{\text{test}} = \frac{\xi_{\max} \dot{T}_a}{(T_{a,\max} - T_0) \exp(-E_a / (RT_a))}. \quad (6.32)$$

Równanie (6.32) umożliwia obliczenie znormalizowanego powinowactwa poprzez pomiar szybkości zmian temperatury  $T_a$  podczas doświadczenia przeprowadzonego w warunkach adiabatycznych. Parametry  $\kappa/n_0$ ,  $A_0/\kappa$  i  $\bar{n}$  wyznacza się z regresji wyników badań kalorymetrycznych przez wpasowanie funkcji  $\tilde{A}(\xi)$  przyjętej w modelu do wyników eksperymentu  $\tilde{A}_{\text{test}}$ .

Parametry przyjęte przez Cerverę są stosunkowo łatwe do uzyskania na podstawie pomiaru temperatury betonu próbki sześcienniej dojrzewającej w warunkach adiabatycznych. Model ten jest odpowiedni zarówno dla betonów zwykłych jak i wysokich wytrzymałości, a jego możliwości przedstawione są przez szeroki zestaw badań eksperymentalnych. Dodatkową zaletą jest praktyczne wykorzystanie zaproponowanych równań do symulacji twardnienia betonu pomostu wiaduktu Öresund Link zlokalizowanego między Danią a Szwecją.

### 6.3.2 Model Freitas

Innym z modeli, w którym pomija się pola wilgoci i skurczu (model termo-chemiczny) jest model Freitas i innych [51]. Upraszcza się on do dwóch równań: różniczkowego równania na pole temperatury i ewolucyjnego równania na postęp hydratacji:

$$\nabla \cdot \lambda \nabla T + Q_{\xi} \dot{\xi} = \rho c \dot{T}, \quad (6.33)$$

$$\dot{\xi} = A_k f(\xi) \exp\left(-\frac{E_a}{RT}\right). \quad (6.34)$$

Za zjawisko transportu ciepła hydratacji odpowiadają te same parametry jak w przypadku podejścia Cervery. W pracy Freitas, funkcja postępu hydratacji wyrażona jest poprzez trzy współczynniki  $a_f$ ,  $b_f$ ,  $c_f$  wyznaczone z badań kalorymetrycznych przez wpasowanie danych doświadczalnych według wzoru:

$$f(\xi) = \left(\frac{\xi}{a_f}\right)^{b_f} \left(\frac{1-\xi}{1-a_f}\right)^{c_f}. \quad (6.35)$$

Pole postępu reakcji hydratacji  $\xi$  jest równaniem typu ewolucyjnego, stąd warunki brzegowe upraszczają się jedynie do warunku stawianego na pole temperatury. Z powyższego wynika, że model ten posiada minimalną ilość stałych - w objętości są to:  $\rho$ ,  $c$ ,  $\lambda$ ,  $Q_{\xi}$  (równanie transportu energii cieplnej),  $A_k$ ,  $a_f$ ,  $b_f$ ,  $c_f$ ,  $E_a$ ,  $R$  (równanie ewolucji hydratacji) oraz warunek konwekcyjno-radiacyjny na brzegu. Warunek początkowy ogranicza się do temperatury początkowej mieszanki betonowej i stopnia hydratacji, a wydzielane ciepło hydratacji jest proporcjonalne do postępu reakcji, które posiada sprzężenie poprzez udział temperatury w członie Arrheniusa. O nieliniowości decyduje tutaj silnie nieliniowe równanie postępu reakcji hydratacji. Równania (6.33) i (6.34) są sprzęgnięte (temperatura występuje w równaniu postępu reakcji i postęp reakcji występuje jako źródło w równaniu temperatury), jednak o wpływie reakcji chemicznej na punkty o mniej zaawansowanej reakcji decyduje pośrednik w postaci pola temperatury [5].

Omówiony model został poddany walidacji, a następnie zastosowano go do opisu pól temperatury i postępu reakcji w masywnej zaporze, podczas budowy której prowadzono etapowanie wraz z podziałem na obszary. Dodatkowym czynnikiem, zmiennym w czasie kilkuset dni dojrzewania, była temperatura zewnętrzna zmieniająca się w ciągu dnia i nocy. Powyższy model przygotowany przez Freitas i innych ma swoje praktyczne zastosowania. Może być pomocny do optymalizacji dwóch procedur: chłodzenie wewnętrzne elementu betonowego za pomocą systemu rur z przepływającą wodą lub powietrzem oraz podział masywnego elementu na bloki betonowane w ściśle określonej kolejności i określonym czasie (etapowanie betonowania).

### 6.3.3 Model Martinelli

Model opisany w pracy Martinelli i innych [95], [77], [107] jest także modelem termochemicznym, jednak różni się od wcześniejszych oryginalną propozycją opisu rozwoju temperatury betonu. Autorzy opracowali równania, które pozwalają symulować rozwój temperatury betonu w warunkach adiabatycznych i nieadiabatycznych. Referencyjną krzywą odpowiedzialną za generowanie źródła ciepła jest krzywa rozwoju temperatury betonu w warunkach adiabatycznych, a odpowiedź układu stanowi temperatura w warunkach nieadiabatycznych np. semiadiabatycznych.

Proces dojrzewania betonu jest wynikiem hydratacji cementu, zatem miarą dojrzałości betonu może być stopień hydratacji cementu, który w ogólności rozumie się jako stosunek cementu zhydratyzowanego do całkowitej ilości cementu zawartego w mieszance. Nie jest to jednak oczywiste ze względu na fakt, iż nie ma eksperymentu pokazującego bezpośrednio stopień hydratacji [132]. Byfors [20] przedstawia 5 różnych definicji stopnia hydratacji dostosowanych do konkretnych możliwości badawczych. Według jednej z nich oraz według pracy Martinelli, stopień hydratacji  $\xi_a(t)$  w warunkach adiabatycznych wyraża się wzorem:

$$\xi_a(t) = \frac{Q_a(t)}{Q_{\max}}, \quad (6.36)$$

gdzie  $Q_a(t)$  oznacza ciepło hydratacji wydzielone w czasie  $t$  w warunkach adiabatycznych, zaś  $Q_{\max}$  całkowite ciepło hydratacji (ciepło, które mogłoby być wydzielone po zhydratyzowaniu całego cementu dla którego stopień hydratacji byłby równy 1). Wytworzone ciepło zależy od temperatury, która z kolei uwarunkowana jest od wymiarów próbki i warunków brzegowych. Analityczny związek między stopniem hydratacji  $\xi_a(t)$  i odpowiadającym mu przyrostem temperatury  $\Delta T_a(t)$  w idealnym przypadku adiabatycznym wyraża się zależnością:

$$\Delta T_a(t) = \frac{C}{\rho c} Q_a(t) = \frac{C}{\rho c} \xi_a(t) Q_{\max}, \quad (6.37)$$

gdzie  $C$  oznacza zawartość cementu na jednostkę objętości betonu. Uwzględniając równania (6.36) i (6.37) oraz temperaturę początkową mieszanki  $T_0$ , aktualna temperatura samoociepnięcia panująca w twardniejącym betonie może być wyrażona równaniem:

$$T_a(t) = T_0 + \Delta T_a(t) = T_0 + \frac{C}{\rho c} \xi_a(t) Q_{\max}. \quad (6.38)$$

W trakcie procesu hydratacji tylko część ziaren cementu wejdzie w reakcję, zatem rzeczywiste wydzielone ciepło będzie mniejsze od całkowitego ciepła  $Q_{\max}$ , a maksymalny stopień uwodnienia  $\xi_{\max}$  osiągnięty pod koniec procesu hydratacji będzie zawsze mniejszy od jedności ( $\xi_{\max} < 1$ ). Biorąc pod uwagę powyższe zależności, stan zawansowania reakcji w warunkach



adiabaticznych  $\xi_a(t)$  można wyrazić względem przyrostu temperatury, gdzie  $\Delta T_{a,max}$  to maksymalny przyrost temperatury w procesie adiabaticznym:

$$\xi_a(t) = \frac{Q_a(t)}{Q_{max}} = \frac{\Delta T_a(t)}{\Delta T_{a,max}} \xi_{max}. \quad (6.39)$$

Na podstawie wyników badań eksperymentalnych na próbkach betonowych twardniejących w warunkach adiabaticznych, Van Breugel [124] zaproponował dwa możliwe wyrażenia analityczne do aproksymacji ewolucji pomierzonego ciepła  $Q_a(t)$  w czasie:

$$Q_a(t) = Q_{max} \xi_{max} (1 - e^{-r \cdot t}), \quad (6.40)$$

$$Q_a(t) = Q_{max} \xi_{max} e^{-\left(\frac{\tau}{t}\right)^\beta}, \quad (6.41)$$

gdzie  $r$ ,  $\tau$ ,  $\beta$  są współczynnikami regresji funkcji.

W rzeczywistości wiązanie i twardnienie betonu odbywa się najczęściej w warunkach nieadiabaticznych, na skutek czego powstają niejednorodne pola temperatury. W ogólności transport ciepła przez ciało stałe może być opisany równaniem Fouriera wraz z warunkami brzegowymi i warunkiem początkowym. W przypadku rozwiązywania zagadnienia 1D równanie różniczkowe cząstkowe można wyrazić w postaci:

$$\lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + q_c(x,t) = \rho c \frac{\partial T}{\partial t}, \quad (6.42)$$

gdzie  $q_c$  oznacza gęstość ciepła hydratacji cementu w betonie po uwzględnieniu ilości cementu w 1 m<sup>3</sup> betonu:

$$q_c(x,t) = C \frac{dQ_c}{dt}. \quad (6.43)$$

Aktualna wartość temperatury betonu wpływa znacząco na gęstość źródła ciepła  $q_c$ , z kolei temperatura zależy od wyprodukowanego ciepła, zatem istotny jest efekt sprzężenia zwrotnego pomiędzy  $q_c$  a  $T$ . Efekt wpływu temperatury  $T$  na szybkość zachodzenia reakcji chemicznych  $k(T)$  można wyrazić za pomocą równania:

$$k(T) = A_k \exp\left(-\frac{E_a}{R \cdot T}\right). \quad (6.44)$$

Wartości  $A_k$  (stała Arrheniusa) i  $E_a$  można wyznaczyć poprzez pomiar stałej szybkości reakcji wraz z temperaturą pielęgnacji. Procedurę do określenia tych stałych podaje między innymi amerykańska norma ASTM C1074 [138], co zostało omówione szczegółowo w punkcie 3.3.7. Równanie Arrheniusa (6.44) jest użyteczne do wyrażenia zależności między rzeczywistą gęstością ciepła  $q_c(T)$  i odpowiadającą mu gęstością  $q_a(T_a)$  pomierzoną w warunkach adiabaticznych na tym samym etapie reakcji (Rys. 6.5a). Jeśli beton dojrzewający w warunkach nieadiabaticznych osiągnął stopień hydratacji  $\xi(t)$  w czasie  $t$ , to można zdefiniować czas



ekwiwalentny  $t_{eq}$ , w którym zostanie osiągnięty ten sam stopień hydratacji w warunkach adiabatycznych ( $\xi_a(t_{eq}) = \xi(t)$ ) [95]. Stąd ciepło wydzielone w warunkach adiabatycznych w czasie  $t_{eq}$  można opisać równaniem:

$$Q_a(t_{eq}) = \xi(t) \cdot Q_{max} \cdot \quad (6.45)$$

Wyrażenie na czas równoważny  $t_{eq}$  zależy od analitycznej formy równania opisującej zmiany ciepła hydratacji  $Q_a(t_{eq})$  (6.45), które w oparciu o równanie (6.41) można zapisać:

$$Q_a(t_{eq}) = Q_{max} \xi_{max} \left(1 - e^{-\left(\frac{\tau}{t_{eq}}\right)^\beta}\right) \quad (6.46)$$

lub na podstawie wzoru (6.40):

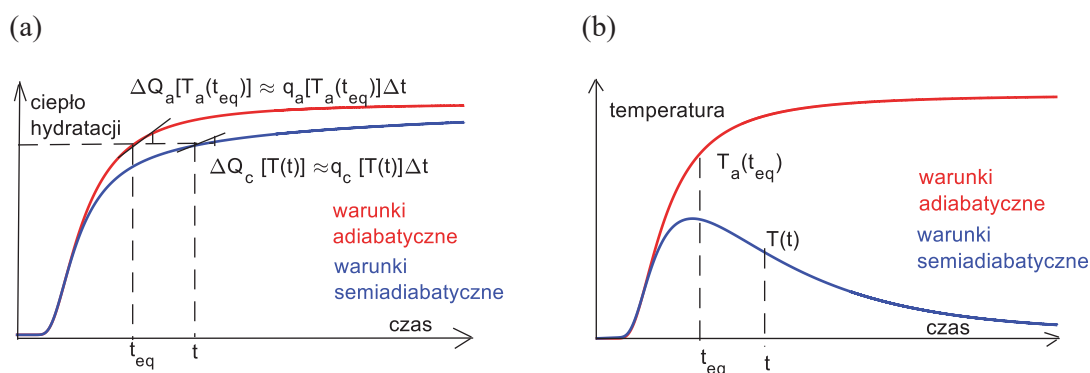
$$Q_a(t_{eq}) = Q_{max} \xi_{max} (1 - e^{-r \cdot t_{eq}}) \cdot \quad (6.47)$$

Przyrównanie wyrażeń (6.45) i (6.46) prowadzi do następującego wzoru na czas równoważny:

$$t_{eq} = \tau / \left( -\ln \left( \frac{\xi(t)}{\xi_{max}} \right) \right)^{\frac{1}{\beta}}, \quad (6.48)$$

zaś zestawienie ze sobą równań (6.45) i (6.47):

$$t_{eq} = -\frac{1}{r} \ln \left( 1 - \frac{\xi(t)}{\xi_{max}} \right). \quad (6.49)$$



Rys. 6.5. Warunki adiabatyczne i semiadiabatyczne: (a) ciepło hydratacji, (b) temperatura [95]

Mimo iż, ciepło wydzielone w warunkach semiadiabatycznych  $Q_c(T(t))$  w czasie  $t$  jest równe ciepłu powstającemu w procesie adiabatycznym  $Q_a(T_a(t_{eq}))$  w czasie  $t_{eq}$ , to wartość temperatury  $T(t)$  i  $T_a(t_{eq})$  nie jest sobie równa (Rys. 6.5b). Mając na uwadze powyższą zależność, stosunek gęstości ciepła hydratacji cementu w betonie w obu warunkach twardnienia można wyrazić przy użyciu równania (6.44) w następujący sposób:



$$\frac{q_c(T(t))}{q_a(T_a(t_{eq}))} = \frac{e^{-\frac{E_A}{R \cdot T(t)}}}{e^{-\frac{E_A}{R \cdot T_a(t_{eq})}}} = e^{-\frac{E_A}{R} \cdot \frac{T_a(t_{eq}) - T(t)}{T_a(t_{eq}) \cdot T(t)}}, \quad (6.50)$$

zaś gęstość źródła ciepła w warunkach adiabatycznych:

$$q_a(T_a(t_{eq})) = C \frac{dQ_a(t_{eq})}{dt_{eq}}. \quad (6.51)$$

Według de Schuttera [39], podejście Arrheniusa jest najbardziej dokładne dla cementów portlandzkich CEM I i CEM II, gdzie dominującą jest faza krzemianowa C<sub>3</sub>S. Zatem opisując gęstość ciepła  $q_c(T(t))$  za pomocą wzoru (6.50), równanie różniczkowe cząstkowe opisujące bilans energii cieplnej wyraża się formułą:

$$\lambda \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + q_a(T_a(t_{eq})) \cdot e^{-\frac{E_A}{R} \cdot \frac{T_a(t_{eq}) - T(t)}{T_a(t_{eq}) \cdot T(t)}} = \rho c \frac{\partial T}{\partial t}. \quad (6.52)$$

Równanie (6.52) wraz ze zdefiniowanym warunkiem początkowo-brzegowym pozwala na wyznaczenie rozkładu temperatury betonu w warunkach nieadiabatycznych.

Walidację zaproponowanego modelu matematycznego przeprowadzono na danych pozyskanych z badań rozwoju temperatury betonu próbki sześcienniej o boku 150 mm dojrzewającej w warunkach adiabatycznych oraz próbce pryzmatycznej twardniejącej w warunkach semiadiabatycznych. Uzyskane wyniki doświadczalne i numeryczne wykazały się wysoką zgodnością i możliwością zaaplikowania modelu pod kątem szacowania wytrzymałości betonu na ściskanie.

#### 6.3.4 Model Azenha

Trójpolowym modelem (model termo-hygro-mechaniczny z rysami skurczowymi), opisującym zjawiska w dojrzewającym betonie, jest model Azenha i innych [4], [3], w którym pole temperatury, wilgotności względnej i przemieszczeń są podstawowymi niewiadomymi, natomiast rozwój rys w betonie wyznaczany jest z empirycznego algebraicznego domknięcia. Układ równań ma więc trójpolową postać.

W modelu Azenha, stopień rozwoju ciepła definiuje się jako ilość ciepła wydzielonego podczas eksperymentu w danej chwili czasowej, do maksymalnej ilości ciepła. Postęp reakcji hydratacji opisuje równanie (6.34). W modelu tym, podobnie jak w podejściu zaproponowanym przez Freitas, zjawisko transportu ciepła hydratacji opisywane jest stałymi współczynnikami: gęstość betonu, ciepło właściwe, przewodnictwo cieplne betonu, całkowite ciepło hydratacji i stała Arrheniusa. Równanie transportu energii cieplnej może być rozwiązane niezależnie i służyć jako dawca pola temperatury w każdej chwili procesu, gdyż żadne inne pole nie ingeruje we wskazane powyżej współczynniki [5].

Ze względu na naturalne warunki brzegowe, stan termodynamiczny wyrażony jest przez wilgotność względną. Przyjęty przez Azenha i innych badaczy portugalskich model transportu



wilgoci wymaga właściwego zdefiniowania współczynnika dyfuzji wilgoci oraz źródła wewnętrznego. Na powierzchni betonu następuje wymiana ciepła z otoczeniem, zatem konieczne jest określenie współczynnika „przejmowania” wilgoci z ośrodka porowatego (beton) przez otaczające go powietrze lub wodę. W modelu tym, współczynnik dyfuzji wilgoci nie jest stały i zależy od wilgotności względnej, według formuły zawartej w Eurokodzie MC90, zaś współczynnik przejmwania wilgoci jest stały i niezależny od temperatury. Wewnętrzne źródło wilgoci, ze względu na wysoki stosunek  $w/c$  nie jest rozpatrywane. Oznacza to, że równie transportu wilgoci nie jest zależne od pola temperatury i może być rozpatrywane oddzielnie [5].

Część mechaniczna jest natomiast sprzęgnięta zarówno z polem wilgoci jak i polem termicznym poprzez odkształcenia wywołane skurczem oraz odkształcenia wynikające z rozszerzalności termicznej. Moduł Younga i współczynnik Poissona są określone jako empiryczne funkcje czasu dojrzewania. Pęknięcia i rozwój rys wprowadza się w modelu w sposób numeryczny. Pęknięcia zależą od zadanej progowej energii deformacji, określonej energią pęknięcia, którą wyznacza się w funkcji wytrzymałości na rozciąganie. W sytuacji, gdy w pobliżu pęknięcia zlokalizowane jest zbrojenie, to przejmuje ono naprężenia. W omawianym modelu parametry energii pęknięcia i wytrzymałości na rozciąganie przyjęto jako stałe.

Podsumowując, model Azenha realizuje jednostronne sprzężenie niezależnych i rozdzielonych pól temperatur i wilgoci z polem mechanicznym, a przez niego z ewolucją zniszczenia w postaci rys. Dwustronne sprzężenie mogłoby oznaczać, że pęknięcia w betonie mają wpływ na współczynniki dyfuzji [5]. Model ten pozwala na uwzględnienie współpracy betonu ze stalą oraz na wprowadzenie obciążenia zewnętrznego w którymś dowolnym dniu dojrzewania - stąd wyznaczenie maksymalnego obciążenia krytycznego jakie może być przyłożone, na przykład w 14 i 28 dniu dojrzewania, jest ważnym rezultatem pracy.

### 6.3.5 Model Di Luizo - Cusatisa

Rozwinięciem powyższego modelu jest model Di Luzio-Cusatisa [87] (model termo-chemo-hygro-mechaniczny z dwoma reakcjami). Model ten uwzględnia źródła ciepła z dwóch wiodących reakcji chemicznych: hydratacji cementu, wyrażonej przez stopień hydratacji  $\xi_c$  oraz reakcji krzemionkowej - opisywanej przez  $\xi_s$ . Układ równań zostaje w ten sposób uzupełniony o dwa chemiczne równania ewolucyjne, będące głównym mechanizmem napędowym dojrzewania betonu. Ponadto, model ten bogatszy jest o uźmiennienie wszystkich stałych w równaniach transportu ciepła i wilgoci, dodanie wewnętrznych źródeł wilgoci pochodzących z reakcji oraz rozbudowanie części mechanicznej o złożone efekty lepko-pelzaniowe. Z uwagi na swoją złożoność model ten dedykowany jest wybitnie do zjawiska obciążania betonu niedojrzałego. Posiada on jednostronne sprzężenie, lecz jego struktura dopuszcza uzupełnienie prowadzące do dwustronnego sprzężenia. Domknięcia na współczynniki modelu wymagają wprowadzenia ok. 40 stałych empirycznych [5].



Podejście zaproponowane przez Di Luzio-Cusatisa pokazuje jak można, oprócz dwóch podstawowych reakcji, uwzględnić inne reakcje opisujące efekty składników takich jak cement hutniczy, cement pucolanowy czy dodatki w postaci np. popiołu lotnego. Przedstawiony model może z powodzeniem symulować zjawiska starzenia betonu, pęcznienia, narastania jego wytrzymałości, oraz powstawania spękań w związku z przechodzeniem przez kolejne fazy samoogrzewaniem jak i schnięciem.

#### 6.4 Koncepcja modelu spójnego z możliwościami pomiarowymi

Powyższe modele zapewniają dobry wgląd na proces twardnienia betonu, ale z uwagi na swoją kompleksowość model Azenha [4] czy Di Luizo-Cusatisa [87] nie są odpowiednie do zastosowań inżynierskich, gdzie bardzo często dysponuje się ograniczonymi danymi. Według zebranych doświadczeń pomiary temperatury i wydzielanego ciepła w trakcie dojrzewania są głównym parametrem pomiarowym wokół którego można budować hipotezy co do przebiegu zjawisk, teorię matematyczną jak i modele symulacyjne. Pomiar wilgotności względnej można ocenić przypowierzchniowo, jednak rejestracja zmian wilgotności betonu na dowolnej głębokości elementu betonowego, jest skomplikowana choćby z uwagi na skonstruowanie tego rodzaju czujnika. Pomiar odkształceń betonu czy wykrywanie mikrospełkań mogłoby być realizowane przy wykorzystaniu metod ultradźwiękowych stosowanych coraz częściej z powodzeniem, ale wymagających niezwykle precyzyjnej oceny. Wdrożenie tak rozbudowanego systemu, monitorującego parametry termiczne, wilgotnościowe i mechaniczne w warunkach panujących na placu budowy, w połączeniu z analizą numeryczną staje się zadaniem niezwykle pracochłonnym i zbyt złożonym, by konkurować z tradycyjnymi metodami oceny właściwości mechanicznych twardniejącego betonu. Nie stoi to jednak na przeszkodzie by zintegrować możliwość rejestracji zmian termicznych w konstrukcji z numeryczną weryfikacją i prognozowaniem rozkładu temperatury w czasie i przestrzeni. Mapy pól termicznych w połączeniu z metodą dojrzałości pozwolą przewidywać nie tylko temperaturę, ale i wytrzymałość betonowych elementów konstrukcyjnych.

Aspekt termiczny dojrzewania betonu winien ostatecznie skupiać się na integralnych parametrach stosowanych przez inżynierów podczas kontrolowania procesu twardnienia betonu. Parametry te powinny mieć jasny sens techniczny, być łatwo mierzalne w systemie monitoringu oraz mieć swe odpowiedniki w modelu matematycznym. Do głównych parametrów termicznych należą:

- temperatura początkowa mieszanki [°C],
- temperatura otoczenia [°C],
- temperatura przy powierzchni betonowej [°C],
- maksymalna temperatura betonu i czas jej wystąpienia [°C], [h],

- maksymalny przyrost temperatury jako różnica temperatury maksymalnej i temperatury początkowej [°C];
- maksymalna prędkość wzrostu temperatury określona jako iloraz różnicy temperatury w okresie jego wzrostu do czasu trwania tego okresu [°C/h],
- przestrzenny gradient temperatury zdefiniowany jako iloraz maksymalnej różnicy temperatury zmierzonej w tym samym czasie w dwóch wybranych punktach,
- wydzielone ciepło hydratacji cementu liczone na podstawie przybliżonych formuł.

Ponadto należy kontrolować prędkość wiatru [m/s], uwzględnić grubość elementu [m], typ i okres deskowania oraz rodzaj zastosowanej izolacji.

W funkcji powyższych parametrów uzyskanych na podstawie pomiarów temperatury rozpatrywanego betonu oraz przy znajomości podstawowych współczynników termofizycznych, przeprowadzono symulacje pól temperatury dojrzewającego betonu. W tym celu wykorzystano dwa omówione powyżej modele termo-chemiczne przedstawione w pracach Cervery [30] i Martinelli [95]. Równania zaproponowane przez Martinelli i innych pozwoliły na wyznaczenie przebiegu rozwoju temperatury betonu w warunkach adiabatycznych, na podstawie pomiaru temperatury betonu próbki sześcienniej twardniejącej w warunkach semiadiabatycznych. Znajomość adiabatycznej krzywej rozwoju temperatury betonu umożliwiła wyznaczenie trzech parametrów materiałowych niezbędnych w modelu matematycznym opisanym przez Cerverę. Uwzględnienie rzeczywistych warunków początkowo-brzegowych pozwoliło na zastosowanie przedstawionej koncepcji do prognozowania zmian termicznych betonowych elementów konstrukcyjnych mostu extradosed, twardniejących w zmiennych warunkach atmosferycznych.

## 6.5 Symulacje 1D - metoda różnic skończonych (MRS)

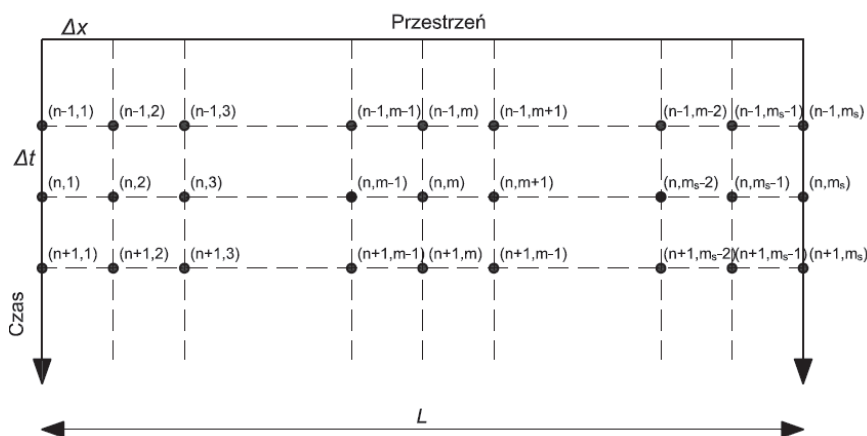
### 6.5.1 Implementacja numeryczna zadania jednowymiarowego według pracy Martinelli

Równanie różniczkowe przewodnictwa ciepła w betonie (6.52), zaproponowane w pracy Martinelli [95], rozwiązano za pomocą metody różnic skończonych w autorskim programie napisanym w środowisku MATLAB.

W metodzie różnic skończonych, w klasycznym sformułowaniu równania różniczkowego, pochodne funkcji zastępujemy różnicami skończonymi (ilorazami różnicowymi) w zdyskretyzowanej przestrzeni. Szukając rozkładu temperatury  $T(x,t)$  przyjmuje się siatkę węzłów o wymiarze  $m_s$  (liczba węzłów po przestrzeni) na  $n_s$  (liczba węzłów po czasie), (Rys. 6.6). Dla przestrzeni o długości  $L$  odległość między węzłami wynosi:

$$\Delta x = L / (m_s - 1). \quad (6.53)$$





Rys. 6.6. Dyskretyzacja przestrzeni

Stosując jawną metodę dyskretyzacji długość kroku czasowego musi spełniać kryterium stabilności schematu różnicowego:

$$\Delta t \leq \frac{\rho c}{2\lambda} (\Delta x^2). \quad (6.54)$$

Obliczenia rozpoczyna się od zadania warunku początkowego tj. temperatury początkowej mieszanki betonowej  $T_0$  we wszystkich węzłach ( $m = 1 \dots m_s$ ) w chwili czasowej  $t = 0$ :

$$T_{n,m} = T_0 \quad (6.55)$$

oraz wydzielonego ciepła równego w tym przypadku zero:

$$Q_{c,n,m} = 0. \quad (6.56)$$

Na podstawie znajomości aktualnej wartości ciepła hydratacji wyznacza się stopień hydratacji:

$$\xi_{n,m} = Q_{c,n,m} / Q_{\max} \quad (6.57)$$

oraz czas ekwiwalentny:

$$t_{eq,n,m} = \tau / \left( -\ln \left( \frac{\xi_{n,m}}{\xi_{\max}} \right) \right)^{\frac{1}{\beta}}. \quad (6.58)$$

Ciepło jakie wydzielili się w warunkach adiabatycznych w czasie  $t_{eq}$  odpowiada ciepłu jakie wydzielilo się w warunkach nieadiabatycznych w czasie  $t$ :

$$Q_a(t_{eq,n,m}) = \xi_{n,m} Q_{\max}, \quad (6.59)$$

zaś temperatura wynosi wówczas:

$$T_a(t_{eq,n,m}) = T_0 + \frac{C}{\rho c} Q_a(t_{eq,n,m}). \quad (6.60)$$

W trakcie całego procesu za generację źródła ciepła odpowiada krzywa wyznaczona z badań adiabatycznych (6.41), a jej pochodną można wyliczyć w sposób analityczny:

$$\begin{aligned}
 q_{a,t_{eq},n,m} &= \frac{dQ_a(t_{eq})}{dt_{eq}} = \xi_{max} \cdot Q_{max} \cdot \exp\left(-\left(\frac{\tau}{t_{eq,n,m}}\right)^\beta\right) \cdot \left(-\beta\left(\frac{\tau}{t_{eq,n,m}}\right)^{(\beta-1)}\right) \cdot \left(-\frac{\tau}{t_{eq,n,m}^2}\right) = \\
 &= \xi_{max} \cdot Q_{max} \cdot \exp\left(-\left(\frac{\tau}{t_{eq,n,m}}\right)^\beta\right) \cdot \beta \cdot \left(\frac{\tau}{t_{eq,n,m}}\right)^{(\beta-1)} \cdot \left(\frac{\tau}{t_{eq,n,m}^2}\right)
 \end{aligned} \quad (6.61)$$

Uwzględniając prawo typu Arrheniusa, gęstość ciepła hydratacji cementu w betonie w warunkach nieadiabatycznych wyraża się formułą:

$$q_{c,n,m} = q_{a,t_{eq},n,m} \exp\left(-\frac{E_a}{R} \cdot \frac{T_{a,t_{eq},n,m} - T_{n,m}}{T_{a,t_{eq},n,m} \cdot T_{n,m}}\right). \quad (6.62)$$

Pochodne temperatury występujące w równaniu bilansu ciepła (6.52) można zastąpić przyrostami, stosując iloraz centralny w przestrzeni i iloraz różnicowy w przód w dziedzinie czasu. Pierwszą i drugą pochodną pola temperatury  $T(t, x)$  w dziedzinie czas - przestrzeń  $(n, m)$  wyznaczmy ze wzoru:

$$\left[\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\right]_{n,m} \approx \frac{T_{n,m+1} - 2 \cdot T_{n,m} + T_{n,m-1}}{\Delta x^2}, \quad \left[\frac{\partial T}{\partial t}\right]_{n,m} \approx \frac{T_{n+1,m} - T_{n,m}}{\Delta t} \quad (6.63)$$

Aby obliczyć temperaturę w kolejnym kroku  $T_{n+1,m}$  dla wszystkich węzłów w przestrzeni należy rozwiązać równanie bilansu ciepła:

$$\begin{aligned}
 \lambda \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + q_a(T_a(t_{eq})) \cdot e^{-\frac{E_a}{R} \cdot \frac{T_a(t_{eq}) - T(t)}{T_a(t_{eq}) \cdot T(t)}} &= \rho c \frac{\partial T}{\partial t}, \\
 \lambda \frac{T_{n,m+1} - 2 \cdot T_{n,m} + T_{n,m-1}}{\Delta x^2} + C \cdot q_{a,t_{eq},n,m} \cdot e^{-\frac{E_a}{R} \cdot \frac{T_{a,t_{eq},n,m} - T_{n,m}}{T_{a,t_{eq},n,m} \cdot T_{n,m}}} &= \rho c \frac{T_{n+1,m} - T_{n,m}}{\Delta t}, \\
 T_{n+1,m} = T_{n,m} + \frac{\lambda \Delta t}{\rho c \Delta x^2} (T_{n,m+1} - 2 \cdot T_{n,m} + T_{n,m-1}) + C \cdot \frac{\Delta t}{\rho c} q_{a,t_{eq},n,m} \cdot e^{-\frac{E_a}{R} \cdot \frac{T_{a,t_{eq},n,m} - T_{n,m}}{T_{a,t_{eq},n,m} \cdot T_{n,m}}}.
 \end{aligned} \quad (6.64)$$

Podstawiając formułę na  $q_{a,t_{eq},n,m}$  (6.61) do wzoru (6.64) wylicza się poszukiwaną wartość temperatury w kolejnym kroku czasowym:

$$\begin{aligned}
 T_{n+1,m} = T_{n,m} + \frac{\lambda \Delta t}{\rho c \Delta x^2} (T_{n,m+1} - 2 \cdot T_{n,m} + T_{n,m-1}) + \\
 + \frac{\Delta t}{\rho c} \cdot C \cdot \xi_{max} Q_{max} \exp\left(-\left(\frac{\tau}{t_{eq,n,m}}\right)^\beta\right) \beta \left(\frac{\tau}{t_{eq,n,m}}\right)^{(\beta-1)} \left(\frac{\tau}{t_{eq,n,m}^2}\right) \cdot e^{-\frac{E_a}{R} \cdot \frac{T_{a,t_{eq},n,m} - T_{n,m}}{T_{a,t_{eq},n,m} \cdot T_{n,m}}}
 \end{aligned} \quad (6.65)$$

Pozostaje jeszcze ustalenie ciepła jakie wygeneruje się w warunkach nieadiabatycznych. Licząc gęstość źródła ciepła:

$$q_{c,n+1,m} = q_{a,t_{eq},n+1,m} \exp\left(-\frac{E_a}{R} \cdot \frac{T_{a,t_{eq},n+1,m} - T_{n+1,m}}{T_{a,t_{eq},n+1,m} \cdot T_{n+1,m}}\right) \quad (6.66)$$

i używając schematu Eulera w przód, ciepło wydzielone przez twardniejący beton opisuje zależność:

$$Q_{c,n+1,m} = Q_{c,n,m} + q_{c,n+1,m} \cdot \Delta t. \quad (6.67)$$

Poprawne rozwiązanie przestawionego algorytmu wymaga każdorazowo spełnienia warunku zbieżności procesu iteracyjnego ( $\varepsilon$ ):

$$\frac{Q_{c,n+1,m} - Q_{c,n,m}}{Q_{c,n+1,m}} \leq \varepsilon. \quad (6.68)$$

W przypadku występowania izolacji, strumień ciepła dopływający do powierzchni betonu musi być przejęty przez tę warstwę, zatem warunki brzegowe w reprezentacji różnicowej dla lewej i prawej krawędzi można wyrazić wzorami:

$$\frac{\lambda}{\Delta x} \cdot (T_{n+1,2} - T_{n+1,1}) = \frac{\lambda_{iz}}{d_{iz}} \cdot (T_{env} - T_{n+1,1}), \quad T_{n+1,1} = \frac{\frac{\lambda_{iz}}{d_{iz}} T_{env} + \frac{\lambda}{\Delta x} T_{n+1,2}}{\frac{\lambda_{iz}}{d_{iz}} + \frac{\lambda}{\Delta x}}, \quad (6.69)$$

$$-\frac{\lambda}{\Delta x} \cdot (T_{n+1,m} - T_{n+1,m_s-1}) = \frac{\lambda_{iz}}{d_{iz}} \cdot (T_{n+1,m_s} - T_{env}), \quad T_{n+1,m_s} = \frac{\frac{\lambda_{iz}}{d_{iz}} T_{env} + \frac{\lambda}{\Delta x} T_{n+1,m_s-1}}{\frac{\lambda_{iz}}{d_{iz}} + \frac{\lambda}{\Delta x}}, \quad (6.70)$$

gdzie  $\lambda_{iz}$  współczynnik przewodności cieplnej izolacji, a  $d_{iz}$  grubość izolacji.

### 6.5.2 Implementacja numeryczna zadania jednowymiarowego według pracy Cervery

Równania przedstawione w pracy Cervery również rozwiązano metodą różnic skończonych przyjmując siatkę węzłów o wymiarze  $m_s$  na  $n_s$  (przestrzeń i czas) oraz stosując założenia iteracji prostej. Jako wartości startowe do predykcji przyjmuje się:

$$T_{n,m} = T_0, \quad \xi_{n,m} = 0, \quad (6.71)$$

skąd wylicza się szybkość stopnia hydratacji:

$$\dot{\xi}_{n,m} = \frac{\kappa}{n_0} \left( \frac{A_0}{\kappa} \frac{1}{\xi_{\max}} + \xi_{n,m} \right) (\xi_{\max} - \xi_{n,m}) \exp\left(-\bar{n} \frac{\xi_{n,m}}{\xi_{\max}}\right) \exp\left(-\frac{E_a}{R T_{n,m}}\right). \quad (6.72)$$

Na podstawie powyższych danych wyznacza się wartości startowe do iteracji  $\xi_{n+1,m}$ :

$$\xi_{n+1,m} = \xi_{n,m} + \dot{\xi}_{n,m} \Delta t \quad (6.73)$$

oraz  $T_{n+1,m}$ :

$$\begin{aligned} \lambda \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + Q_{\xi} \dot{\xi} &= \rho c \frac{\partial T}{\partial t}, \\ \lambda \frac{T_{n,m+1} - 2 \cdot T_{n,m} + T_{n,m-1}}{\Delta x^2} + Q_{\xi} \dot{\xi}_{n,m} &= \rho c \frac{T_{n+1,m} - T_{n,m}}{\Delta t}, \\ T_{n+1,m} &= T_{n,m} + \frac{\lambda}{\rho c} \frac{\Delta t}{\Delta x^2} (T_{n,m+1} - 2 T_{n,m} + T_{n,m-1}) + \frac{\Delta t}{\rho c} C Q_{\max} \dot{\xi}_{n,m}. \end{aligned} \quad (6.74)$$



Następnie stosując schemat iteracji prostej wyznacza się wartość temperatury w nowym kroku. Proces iteracyjny kończy spełnienie warunku:

$$\left| T_{n+1,m}^{(i+1)} - T_{n+1,m}^{(i)} \right| / T_r < \varepsilon, \quad (6.75)$$

gdzie  $T_r$  oznacza przyjętą temperaturę referencyjną. Wyniki iteracji aktualizuje się do nowego kroku, a warunki brzegowe przyjmuje się każdorazowo według równań (6.69) i (6.70).

Dla opisanych powyżej modeli pomyślnie przeprowadzono proces walidacji na podstawie danych literaturowych [30], [95], a następnie zastosowano do analizy własnych przypadków rozkładu temperatury betonu.

### 6.5.3 Właściwości termofizyczne betonu klasy C 60/75

Przeprowadzenie obliczeń numerycznych wymaga zdefiniowania parametrów termofizycznych betonu mostowego klasy C 60/75. Zawartość cementu w mieszance betonowej  $C$ , gęstość betonu  $\rho$ , energię aktywacji  $E_a$  i stosunek wodno-cementowy  $w/c$  przyjęto na podstawie składu mieszanki i wcześniejszych badań (punkt 5.3). Pozostałe parametry wyznaczono przy użyciu przybliżonych formuł.

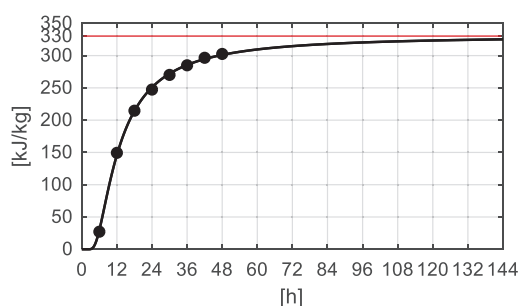
Maksymalny stopień hydratacji  $\xi_{\max}$  wyliczono ze wzorów (6.26) i (6.27):

$$\xi_{\max} = (1,031 \cdot 0,325) / (0,194 + 0,325) = 0,65, \quad (6.76)$$

$$\xi_{\max} = 1 - 1 / \exp[3,38 (0,325 - 0)] = 0,67. \quad (6.77)$$

Otrzymano zbliżoną wartość  $\xi_{\max}$ , a do obliczeń przyjęto  $\xi_{\max} = 0,65$  według propozycji Millsa.

Ciepło hydratacji cementu CEM I 52,5 N SR3/NA podane przez producenta [172] po 48 h wynosi ok. 302 kJ/kg (Rys. 6.7), zatem jako całkowite ciepło przyjęto wartość ekstrapolowaną:  $Q_{\max} = 330 \text{ kJ/kg}$ .



Rys. 6.7 Ciepło hydratacji cementu CEM I 52,5 N SR3/NA [172]

Ciepło właściwe betonu wyznaczono na podstawie równania (2.5), Tab. 2.2 i Tab. 5.1. Dla stopnia hydratacji  $\xi = 0$  ciepło właściwe wyrażone w  $[\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})]$  wynosi:

$$c = \frac{W_{\text{cem}} \cdot c_{\text{cem}} + W_{\text{baz}} \cdot c_{\text{baz}} + W_{\text{kwar}} \cdot c_{\text{kwar}} + W_w \cdot c_w - 0,2 \cdot W_{\text{cem}} \cdot \xi \cdot c_w}{W_{\text{cem}} + W_{\text{agg}} + W_w} = \quad (6.78)$$

$$= \frac{440 \cdot 456 + 1283 \cdot 766 + 632 \cdot 699 + 143 \cdot 4187}{40 + 1283 + 632 + 143} = 890,28$$



a dla  $\xi = \xi_{\infty} = 0,65$ :

$$c = \frac{W_{cem} \cdot c_{cem} + W_{baz} \cdot c_{baz} + W_{kwar} \cdot c_{kwar} + W_w \cdot c_w - 0,2 \cdot W_{cem} \cdot \xi \cdot c_w}{W_{cem} + W_{agg} + W_w} =$$

$$= \frac{440 \cdot 456 + 1283 \cdot 766 + 632 \cdot 699 + 143 \cdot 4187 - 0,2 \cdot 440 \cdot 0,65 \cdot 4187}{40 + 1283 + 632 + 143} = 794,41 \quad (6.79)$$

Bazując na powyższych obliczeniach w modelu przyjęto uśrednioną wartość ciepła właściwego równą  $840 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K}) = 0,84 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ .

Współczynnik przewodzenia ciepła betonu wyrażony w  $[\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})]$  oszacowano na podstawie równania (2.4), Tab. 2.1 i Tab. 5.1:

$$\lambda = \frac{W_{cem} \cdot \lambda_{cem} + W_{baz} \cdot \lambda_{baz} + W_{kwar} \cdot \lambda_{kwar} + W_w \cdot \lambda_w}{W_{cem} + W_{baz} + W_{kwar} + W_w} =$$

$$= \frac{440 \cdot 1,23 + 1283 \cdot 1,91 + 632 \cdot 3,09 + 143 \cdot 0,6}{440 + 1283 + 632 + 143} = 2,01 \quad (6.80)$$

Według Neville [104], współczynnik ten dla betonu z kruszywem bazaltowym wynosi  $2,0 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ , a według Breugela [16] waha się od  $1,9$  do  $2,2 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ , zatem wyliczona wartość współczynnika przewodzenia ciepła jest zgodna z propozycjami literaturowymi i do dalszych obliczeń przyjęto  $\lambda = 2,0 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ .

W Tab. 6.1 zestawiono wszystkie parametry termofizyczne, niezmiennie dla analizowanego w tym rozdziale betonu wysokowartościowego klasy C 60/75.

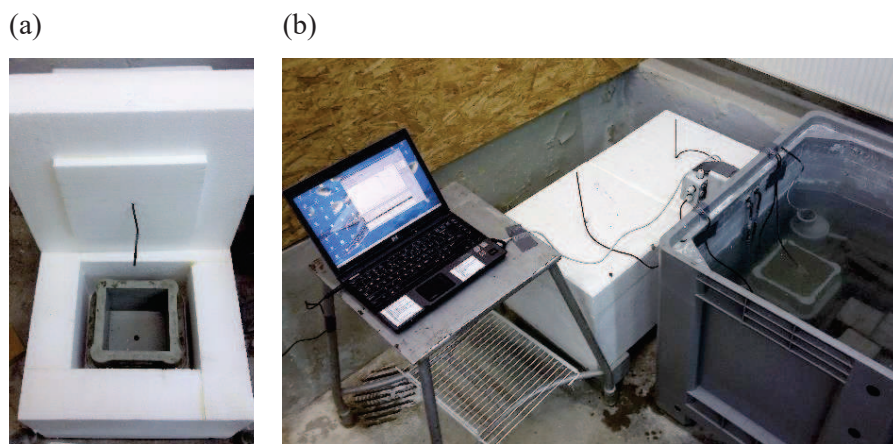
Tab. 6.1. Właściwości termofizyczne betonu klasy C 60/75

$C$	$\rho$	$E_a / R$	$w / c$	$\xi_{max}$	$Q_{max}$	$c$	$\lambda$
$[\text{kg}/\text{m}^3]$	$[\text{kg}/\text{m}^3]$	$[\text{K}]$	$[-]$	$[-]$	$[\text{kJ}/\text{kg}]$	$[\text{kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})]$	$[\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})]$
440	2570	4620	0,325	0,65	330	0,84	2,0

#### 6.5.4 Identyfikacja wybranych parametrów modelu dojrzewającego betonu

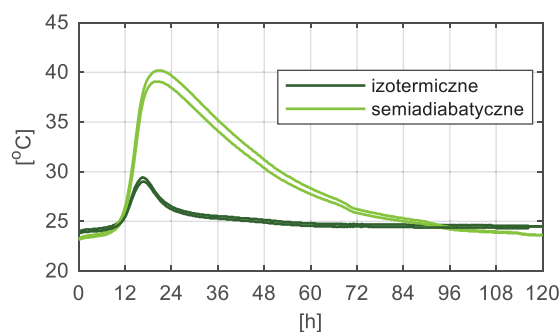
W celu zidentyfikowania parametrów modelu ( $\kappa / n_0$ ,  $\bar{n}$  i  $A_0 / \kappa$ ), niezbędnych do przeprowadzenia symulacji numerycznych twardnienia betonu elementów konstrukcyjnych mostu, przeprowadzono eksperyment, w którym zmierzono temperaturę betonu próbek sześciennych twardniejących w warunkach izotermicznych i semiadiabatywnych. W tym celu przygotowano 4 próbki sześciennie o boku  $150 \text{ mm}$ , wykonane według receptury analizowanego betonu wysokowartościowego. Po zaformowaniu, dwie kostki umieszczono w kąpielu wodnej o stałej temperaturze, równej  $24 \text{ }^\circ\text{C}$  i rejestrowano zmianę temperatury betonu w warunkach izotermicznych. Dwie kolejne kostki umieszczone zostały w specjalnie przygotowanym pojemniku wykonanym ze styropianu, o ściankach grubości  $10 \text{ cm}$ , tak by możliwe było monitorowanie zmian temperatury w warunkach semiadiabatywnych tj. (z ograniczeniem wymiany ciepła z otoczeniem). Pojemnik został tak skonstruowany, aby możliwe było swobodne

umieszczenie próbki w formie oraz wprowadzenie czujnika pomiarowego (Rys. 6.8a). Stanowisko pomiarowe przedstawiono na Rys. 6.8b.



Rys. 6.8 (a) Pojemnik semiadiabacyjny, (b) Stanowisko pomiarowe

Na Rys. 6.9 przedstawiono temperaturę betonu pomierzoną w czterech próbkach sześciennych. Maksymalna temperatura betonu osiągnięta w warunkach semiadiabacyjnych była o 10,4 °C wyższa niż w warunkach izotermicznych, przy grubości elementu pomiarowego równej 150 mm. Charakterystyczne wartości pomierzonych temperatur zestawiono w Tab. 6.2.



Rys. 6.9 Pomierzona temperatura betonu w warunkach izotermicznych i semiadiabacyjnych

Tab. 6.2. Charakterystyczne wartości temperatur

warunki	$T_0$ [°C]	$T_{env}$ [°C]	$T_{max}$ [°C]	$t_{max}$ [h]	$\Delta T$ [°C]	$\Delta T / t_{max}$ [°C/h]
izotermiczne	24,0	24,0	29,2	16,5	5,2	0,32
semiadiabacyjne	23,2	24,0	39,6	20,0	16,4	0,82

#### 6.5.4.1 Zidentyfikowanie parametrów modelu z wykorzystaniem podejścia Martinelli

Model przedstawiony w pracy Martinelli [95] pozwala na symulacje rozwoju temperatury betonu twardniejącego w warunkach adiabacyjnych i nieadiabacyjnych. Pomierzone temperatury betonu w próbkach sześciennych (Rys. 6.9) posłużyły do wyznaczenia temperatury betonu próbki dojrzewającej w warunkach adiabacyjnych.

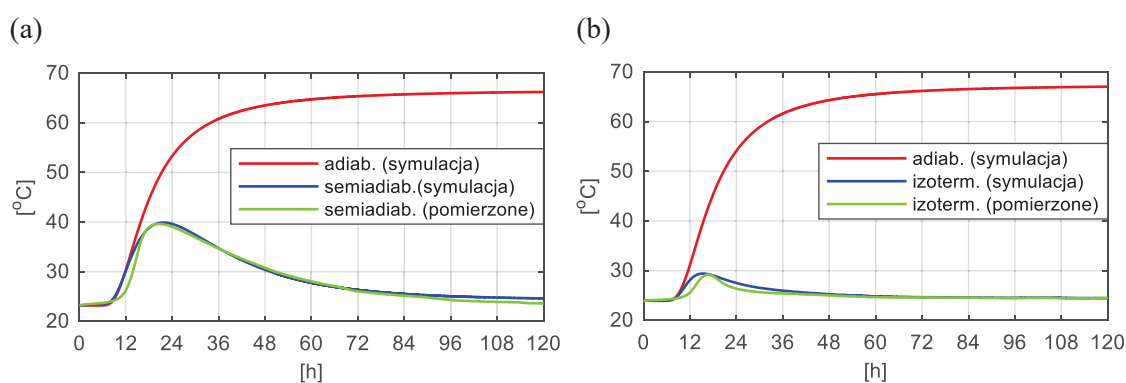
Współczynniki regresji dla funkcji (6.41) aproksymującej ewolucję ciepła w warunkach adiabatycznych ( $\tau$ ,  $\beta$ ) oraz współczynniki przejmowania ciepła na powierzchni betonu twardniejącego w warunkach izotermicznych ( $\alpha_{ks}^w$ ) i semiadiabatycznych ( $\alpha_z$ ) ustalono poprzez wpasowanie wyników numerycznych do danych doświadczalnych (Tab. 6.3). Pozwoliło to na opracowanie prognozy rozwoju temperatury betonu w warunkach adiabatycznych (bez wymiany ciepła z otoczeniem), (Rys. 6.10). Uzyskano temperaturę dążącą do wartości granicznej równej 67,0 °C. Celem weryfikacji tej wartości, obliczono temperaturę betonu po uwzględnieniu temperatury początkowej mieszanki i temperatury samoociepnięcia w warunkach adiabatycznych według wzoru (6.38):

$$T_{a,max} = T_0 + \frac{C \cdot \xi_{max} \cdot Q_{max}}{c \cdot \rho} = 23,2 + \frac{440 \cdot 0,65 \cdot 330}{0,84 \cdot 2570} = 23,2 + 43,7 = 66,9 [^{\circ}\text{C}]. \quad (6.81)$$

Otrzymano zbieżną maksymalną wartość temperatury betonu w warunkach adiabatycznych, co dowodzi poprawności rozwiązań przyjętych w modelu numerycznym. Ponadto wartość ta jest zgodna z maksymalną temperaturą (67,8 °C) jaką pomierzono w środku płyty dolnej o grubości 93 cm (punkt p5, rozdział 5.5), dla której można założyć warunki bliskie do adiabatycznych.

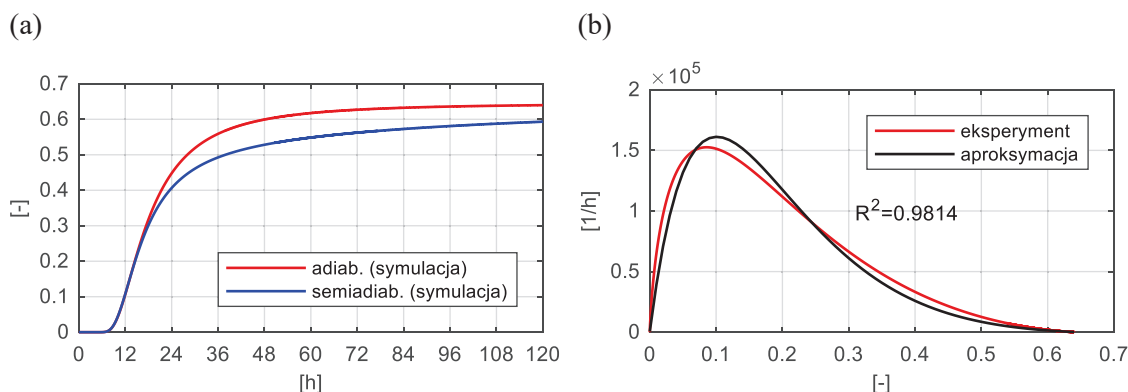
Tab. 6.3. Parametry modelu według podejścia Martinelli

$\tau$	$\beta$	$\alpha_z$	$\alpha_{ks}^w$
[-]	[-]	[W/(m <sup>2</sup> ·K)]	[W/(m <sup>2</sup> ·K)]
15,5	2,3	3,0	20,0



Rys. 6.10 Temperatura betonu w warunkach: (a) semiadiabatycznych, (b) izotermicznych

W wyniku przeprowadzonych symulacji sporządzono wykres rozwoju stopnia hydratacji  $\xi$  w czasie (Rys. 6.11a) oraz wykreślono zależność powinowactwa chemicznego  $\tilde{A}_{test}$  w funkcji stopnia hydratacji według równania (6.32). Poprzez aproksymację nieliniową powinowactwa  $\tilde{A}(\xi)$  do wyników eksperymentu  $\tilde{A}_{test}$  otrzymano trzy poszukiwane parametry modelu:  $\kappa / n_0 = 6,6 \cdot 10^6$ ,  $\bar{n} = 5,2$  i  $A_0 / \kappa = 1 \cdot 10^{-4}$  (Rys. 6.11b).

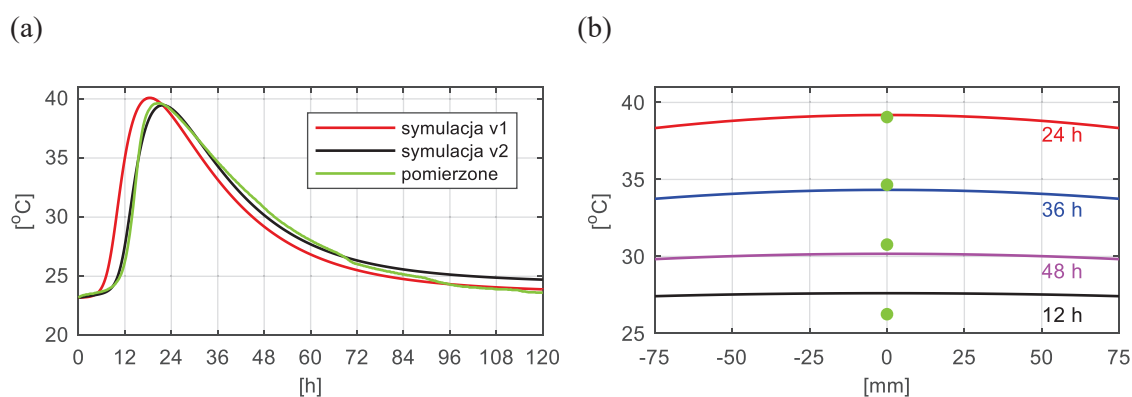


Rys. 6.11 (a) Stopień hydratacji cementu, (b) Powinowactwo chemiczne w funkcji stopnia hydratacji

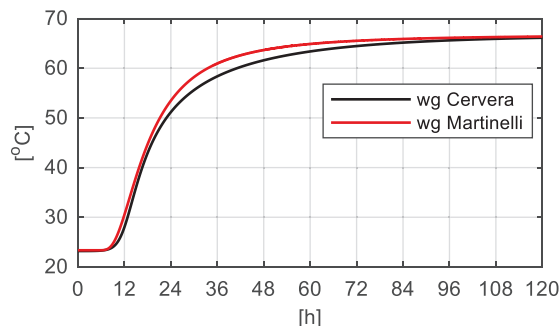
#### 6.5.4.2 Zidentyfikowanie parametrów modelu według podejścia Cervery

Kolejnym krokiem było sprawdzenie stałych wyznaczonych w modelu według Martinelli, do symulacji temperatury kostki betonowej według podejścia Cervery i ewentualna ich modyfikacja. Przeprowadzono dwie symulacje: v1 dla wyznaczonych stałych:  $\kappa / n_0 = 6,6 \cdot 10^6$ ,  $\bar{n} = 5,2$  i  $A_0 / \kappa = 1 \cdot 10^{-4}$  oraz v2, w której przyjęto współczynnik  $A_0 / \kappa = 1 \cdot 10^{-5}$ . Zmiana parametru  $A_0 / \kappa$  wpłynęła na poprawę rozwiązania, które pokrywa się z danymi pomiarowymi (Rys. 6.12).

Przewidywana w modelu temperatura betonu twardniejącego w warunkach adiabatycznych jest zgodna z rozwiązaniem uzyskanym według propozycji Martinelli (Rys. 6.13). Wyniki uzyskane w tej części pracy stanowią sprawdzenie samych modeli jak i wyznaczonych parametrów oraz wskazują na poprawność przyjętych założeń.



Rys. 6.12 Temperatura betonu w warunkach semiadiabatycznych: (a) w czasie, (b) w przekroju próbki sześcienniej o boku 150 mm w wybranych godzinach (symulacja + wartości pomierzone)



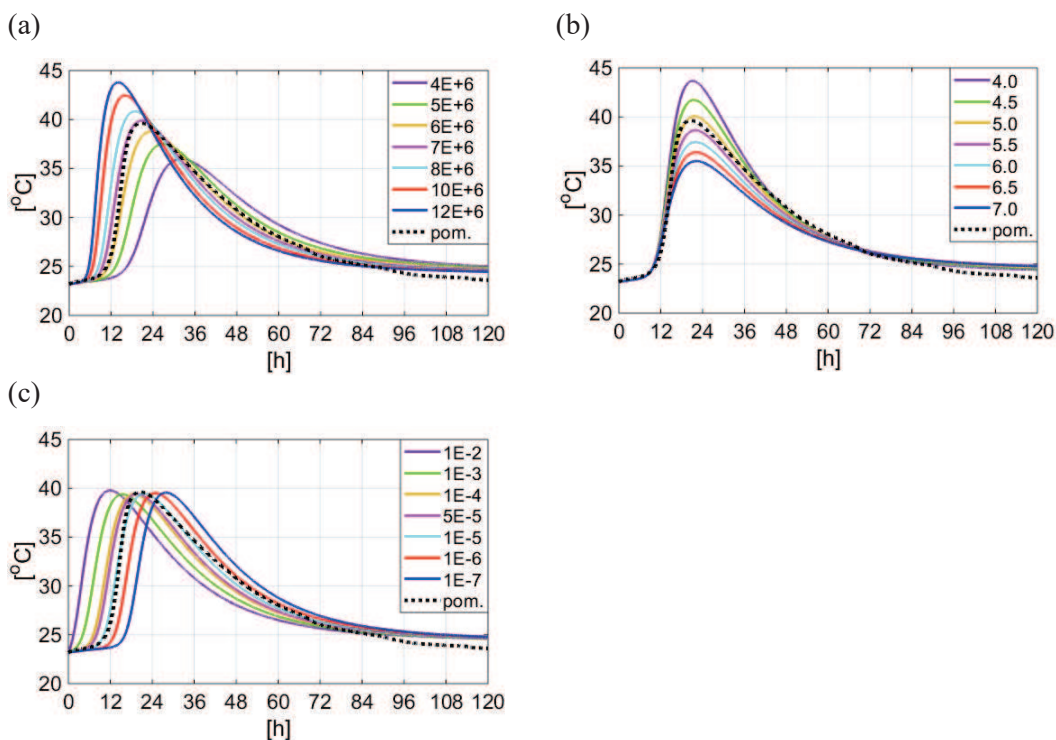
Rys. 6.13. Temperatura betonu w warunkach adiabatycznych według obu modeli

#### 6.5.4.2.1 Analiza współczynników modelu Cervery

Dodatkowo, w celu rozpoznania wpływu parametrów  $\kappa/n_0$ ,  $\bar{n}$  i  $A_0/\kappa$  na rozkład temperatury betonu przeanalizowano trzy testowe przypadki, w których jeden z wymienionych parametrów ulegał zmianie, a dwa kolejne pozostawały niezmienniczone:

- przypadek 1: zmienny współczynnik  $\kappa/n_0$ , stałe  $\bar{n} = 5,2$  i  $A_0/\kappa = 1 \cdot 10^{-5}$ ,
- przypadek 2: zmienny współczynnik  $\bar{n}$ , stałe  $\kappa/n_0 = 6,6 \cdot 10^6$  i  $A_0/\kappa = 1 \cdot 10^{-5}$ ,
- przypadek 3: zmienny współczynnik  $A_0/\kappa$ , stałe  $\bar{n} = 5,2$  i  $\kappa/n_0 = 6,6 \cdot 10^6$ .

Na Rys. 5.5 przedstawiono wyniki obliczeń w postaci krzywych rozwoju temperatury betonowej próbki sześcienniej. Temperaturę pomierzoną doświadczalnie oznaczono linią przerywaną. Na podstawie Rys. 5.5 stwierdzono, że współczynnik  $\kappa/n_0$  wpływa na szybkość reakcji,  $\bar{n}$  odpowiada za ekstremalną wartość temperatury, a  $A_0/\kappa$  za czas jej wystąpienia.

Rys. 6.14 Wpływ parametrów modelu na temperaturę betonu próbki: (a)  $\kappa/n_0$ , (b)  $\bar{n}$ , (c)  $A_0/\kappa$

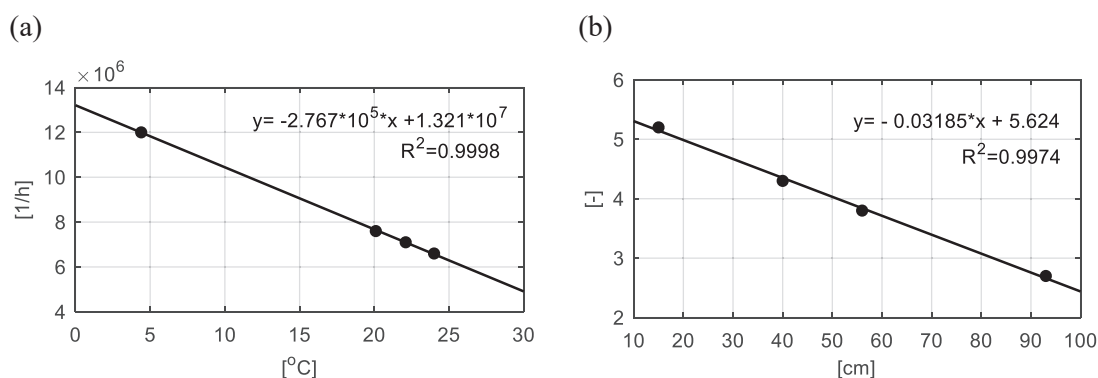
### 6.5.5 Symulacje pól temperatury elementów konstrukcyjnych mostu

Model jednowymiarowy (1D) służy do prognozowania rozwoju temperatury betonu regularnej płyty bez zaburzeń. W przypadku wystąpienia jakichkolwiek nieregularności takich jak np. bliskość wyprowadzonego zbrojenia (startery) czy wpływ temperatury sąsiedniego elementu, wyznaczone uprzednio parametry modelu przestają obowiązywać. Możliwe jest przeprowadzenie modyfikacji wybranych współczynników, ale modelu jednowymiarowego nie zaleca się stosować do opisu ewolucji temperatury betonu w płytach nieregularnych. Dlatego też symulacje rozwoju temperatury w elementach konstrukcyjnych mostu, w przestrzeni jednowymiarowej, podzielono na przypadki regularne i nieregularne.

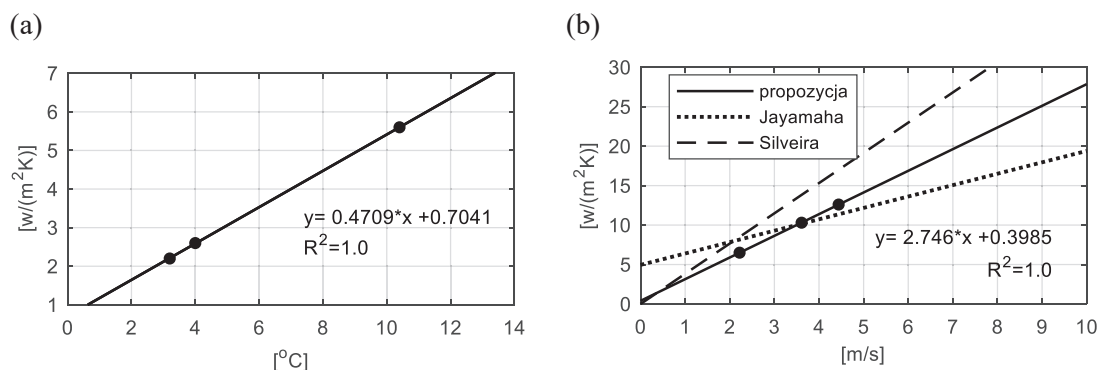
#### 6.5.5.1 Przypadki regularne

Przypadki regularne obejmują elementy dla których przekroje pomiarowe zlokalizowane były zdala od wystającego zbrojenia i wpływu temperatury wcześniej zabetonowanych części, zatem o dość jasno zdefiniowanych warunkach brzegowych. Dotyczy to przekroju B-B płyty dolnej etapu I, środnika i płyty górnej etapu II oraz środnika etapu III. Symulacje rozwoju temperatury betonu przeprowadzono dla każdego etapu badań, bazując na stałych wyznaczonych eksperymentalnie i wykorzystując propozycje przedstawione na Rys. 6.15 i Rys. 6.16, dedykowane dla analizowanego betonu mostowego. Parametr  $A_0 / \kappa$  odpowiada głównie za czas wystąpienia ekstremum temperatur, zatem dla elementów o większych grubościach (80 i 93 cm) przyjęto wartość  $1 \cdot 10^{-5}$ , a dla elementów cieńszych (35, 40 i 56 cm)  $A_0 / \kappa = 1 \cdot 10^{-4}$ .

W przyszłości, aby wyznaczyć miarodajne nomogramy (jak np. Rys. 6.15 i Rys. 6.16), należałoby przeprowadzić serię badań konkretnego betonu, dla różnych warunków przechowywania i różnych objętości betonu. Takie podejście byłoby uzasadnione w przypadku elementów powtarzalnych, produkowanych np. w zakładzie prefabrykacji. Natomiast dla pojedynczych konstrukcji, wymagane byłoby przeprowadzenie co najmniej badań pomiaru temperatury kostki betonowej w kalorymetrze adyabatycznym oraz zamontowanie systemu pomiarowego w jednym regularnym przekroju na obiekcie np. sekcji startowej.



Rys. 6.15 Propozycja wyznaczania współczynników: (a)  $\kappa / n_0$  w funkcji temperatury otoczenia, (b)  $\bar{n}$  w funkcji grubości płyty



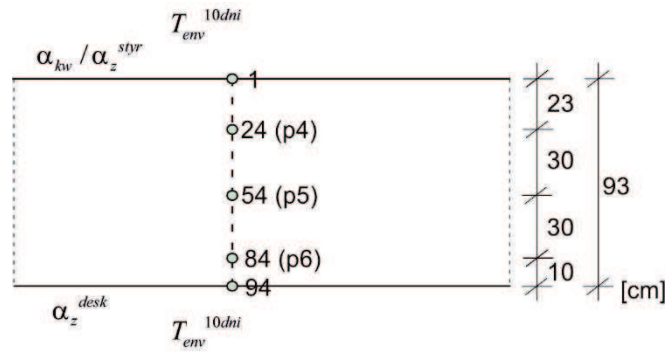
Rys. 6.16 Propozycja wyznaczenia współczynników przejmowania ciepła:

(a) na powierzchni betonu z warstwą deskowania w funkcji różnicy temperatury początkowej mieszanki i temperatury otoczenia  $\alpha_z^{desk}$ , (b) dla konwekcji wymuszonej w funkcji prędkości wiatru  $\alpha_{kw}$

#### 6.5.5.1.1 Płyta dolna (etap I)

Jako pierwsze wykonano symulacje rozwoju temperatury w płycie dolnej o grubości 93 cm, dla której wstępne wyniki zostały opublikowane w pracach [34], [35], [131], przy czym dobór parametrów modelu bazował wówczas na pozycjach literaturowych.

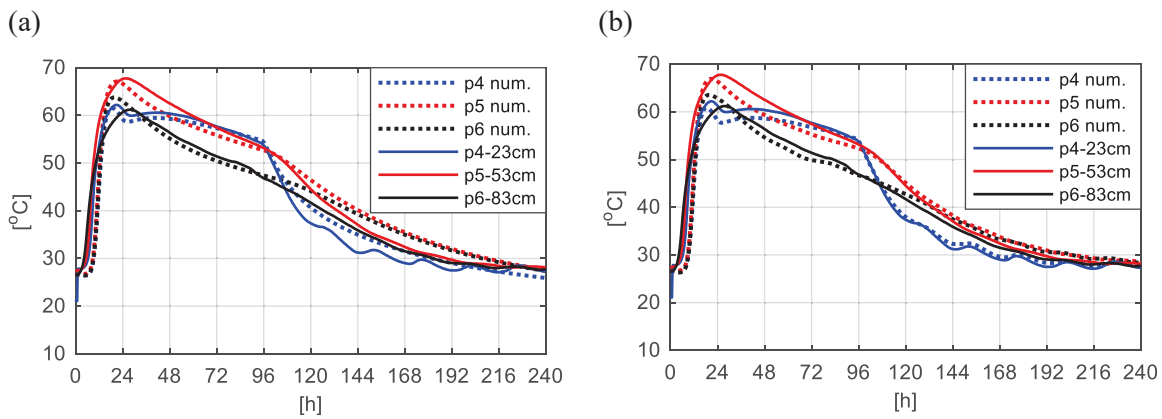
Płyta betonowana była w czerwcu, kiedy średnia temperatura otoczenia z 10 dni wynosiła 22,1 °C. Przyjęto, że przez cały analizowany okres na dolnej powierzchni płyty znajduje się deskowanie (sklejka i dźwigary), a górna powierzchnia płyty jest odkryta, przy czym między godziną 23 a 94 górną powierzchnię płyty przykryto styropianem, o grubości 5 cm. Średnia prędkość wiatru wynosiła w tym okresie ok. 16 km/h = 4,44 m/s [174], zatem zgodnie z propozycją przedstawioną na Rys. 6.16b, współczynnik  $\alpha_{kw} = 12,6 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ . Stosując metodę różnic skończonych, przyjęto siatkę węzłów o wymiarze  $m_s = 94$  (liczba węzłów po przestrzeni) na  $n_s = 18000$  (liczba węzłów po czasie). Dla płyty o grubości 93 cm, odległość między węzłami  $\Delta x$  wynosiła 1 cm (Rys. 6.17). Obliczenia przeprowadzono dla stałej (Rys. 6.18a) i zmiennej temperatury otoczenia, pomierzonej pod i nad płytą betonową, interpolowanej do przyjętego kroku  $dt$  (Rys. 6.18b). Linia przerywaną oznaczono wyniki symulacji, a linią ciągłą pomierzone temperatury betonu na odpowiednich głębokościach, licząc od górnej powierzchni płyty. Parametry termofizyczne przyjęto według Tab. 6.1 i Tab. 6.4. Otrzymano dużą zgodność wyników. Na Rys. 6.19 i Rys. 6.20 przedstawiono rozkład temperatury, w czasie i po grubości płyty, w dwóch wariantach - dla stałej i zmiennej temperatury otoczenia. Na Rys. 6.19b i Rys. 6.20b można zauważyć wpływ dobowych wahań temperatury, szczególnie na górnej powierzchni płyty.



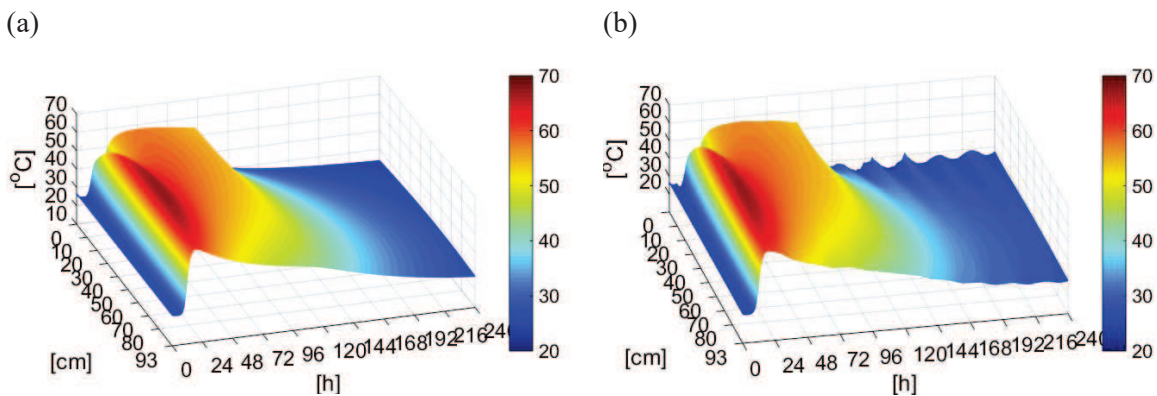
Rys. 6.17. Dyskretyzacja po przestrzeni

Tab. 6.4. Parametry termofizyczne - płyta dolna gr. 93 cm, etap I

$\kappa / n_0$	$\bar{n}$	$A_0 / \kappa$	$T_0$	$T_{env}^{10dni}$	$t_{styr}$	$\alpha_z^{styr}$	$\alpha_{kw}$	$\alpha_z^{desk}$
[1/h]	[-]	[-]	[°C]	[°C]	[h]	[W/(m <sup>2</sup> ·K)]	[W/(m <sup>2</sup> ·K)]	[W/(m <sup>2</sup> ·K)]
$7,1 \cdot 10^6$	2,7	$1 \cdot 10^{-5}$	26,7	22,1	23 - 94	0,40	12,6	2,2

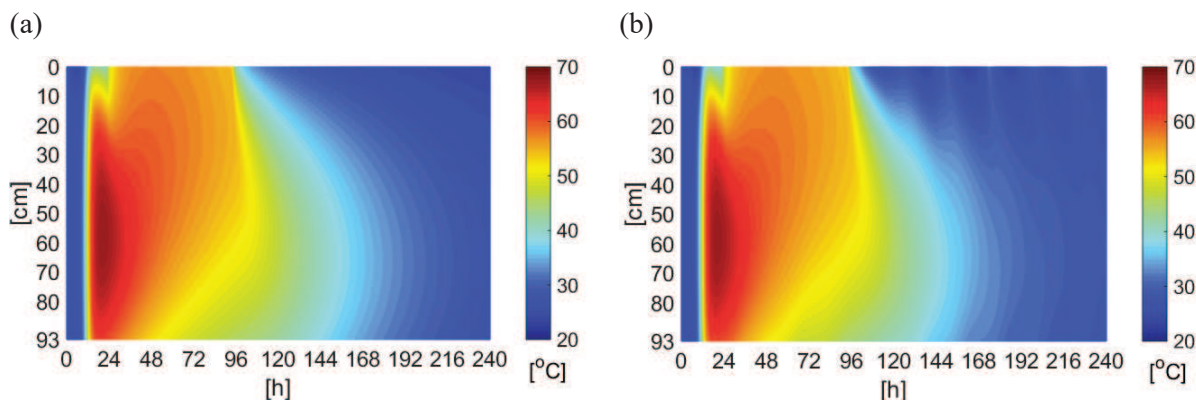


Rys. 6.18. Temperatura betonu płyty dolnej o grubości 93 cm (etap I): (a) stała temperatura otoczenia, (b) zmienna, pomierzona temperatura otoczenia



Rys. 6.19. Rozkład temperatury betonu płyty dolnej o grubości 93 cm (etap I): (a) stała temperatura otoczenia, (b) zmienna, pomierzona temperatura otoczenia





Rys. 6.20. Mapa rozkładu temperatury betonu płyty dolnej o grubości 93 cm (etap I): (a) stała temperatura otoczenia, (b) zmienna, pomierzona temperatura otoczenia

#### 6.5.5.1.2 Środek i płyta górna (etap II)

Kolejny regularny przypadek stanowi środek (40 cm) i płyta górna (56 cm) betonowane podczas realizacji monitoringu dojrzewania betonu we wrześniu. Wstępne wyniki dotyczące symulacji rozkładu temperatury w płycie górnej zostały opublikowane w pracach [90] i [91], gdzie dobór parametrów modelu bazował na pozycjach literaturowych.

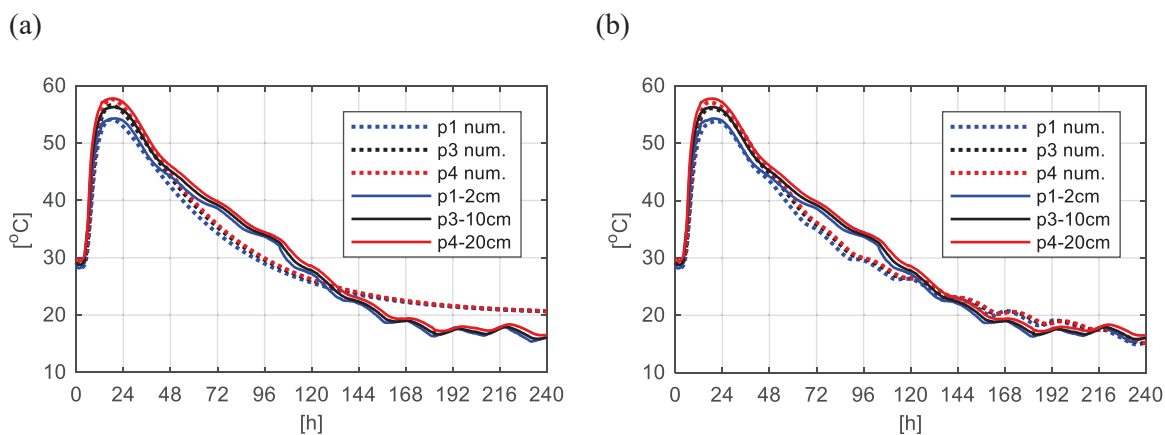
W okresie betonowania sekcji nawisowej etapu II średnia temperatura otoczenia z 10 dni była równa 20,1 °C. Średnia prędkość wiatru wynosiła w tym okresie 8 km/h = 2,22 m/s [174]. W przypadku płyty górnej przyjęto, że przez cały rozpatrywany okres na dolnej powierzchni płyty znajduje się deskowanie, a górna powierzchnia płyty jest odkryta. Dla środka z kolei założono deskowanie na obu ścianach. Obliczenia podobnie jak wcześniej, wykonano dla stałej i zmiennej temperatury otoczenia. Parametry termofizyczne przyjęto według Tab. 6.1, Tab. 6.5 i Tab. 6.6. Pomiar temperatury w środku i płycie górnej realizowany był w sześciu punktach, zaś na wykresie przedstawiono rezultaty z trzech charakterystycznych punktów (z uwagi na czytelność wykresu). Wyniki symulacji numerycznych są bardziej zbliżone do rzeczywistych pomiarów w przypadku zmiennej temperatury otoczenia (Rys. 6.21b, Rys. 6.23b, Rys. 6.24). Dobre rezultaty otrzymano także dla rozkładu temperatury w przekroju środka i płyty górnej, gdzie kropkami oznaczono wartości zmierzone (Rys. 6.22a, Rys. 6.25). Dla środka spełniony jest warunek symetrii rozkładu temperatur.

Tab. 6.5. Parametry termofizyczne - środek gr. 40 cm, etap II

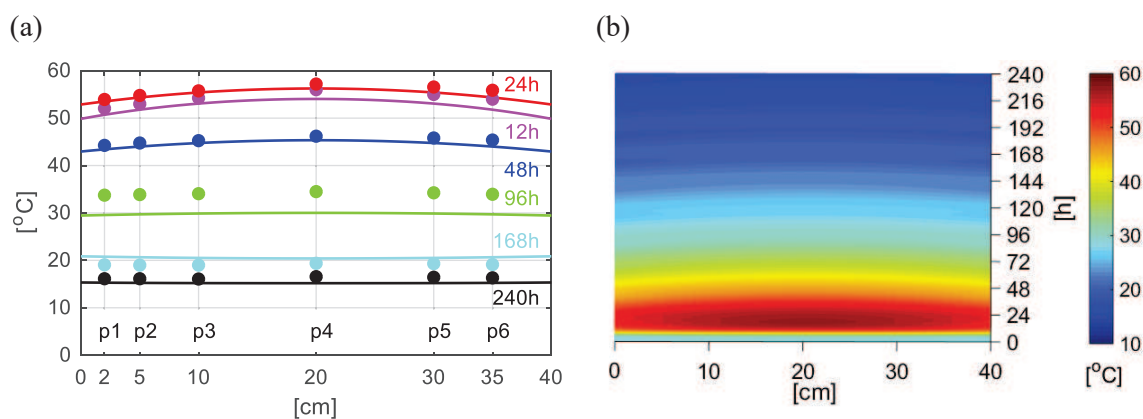
$\kappa / n_0$	$\bar{n}$	$A_0 / \kappa$	$T_0$	$T_{env}^{10dni}$	$\alpha_z^{desk}$
[1/h]	[-]	[-]	[°C]	[°C]	[W/(m <sup>2</sup> ·°K)]
$7,6 \cdot 10^6$	4,3	$1 \cdot 10^{-4}$	29,1	20,1	2,6

Tab. 6.6. Parametry termofizyczne - płyta górna gr. 56 cm, etap II

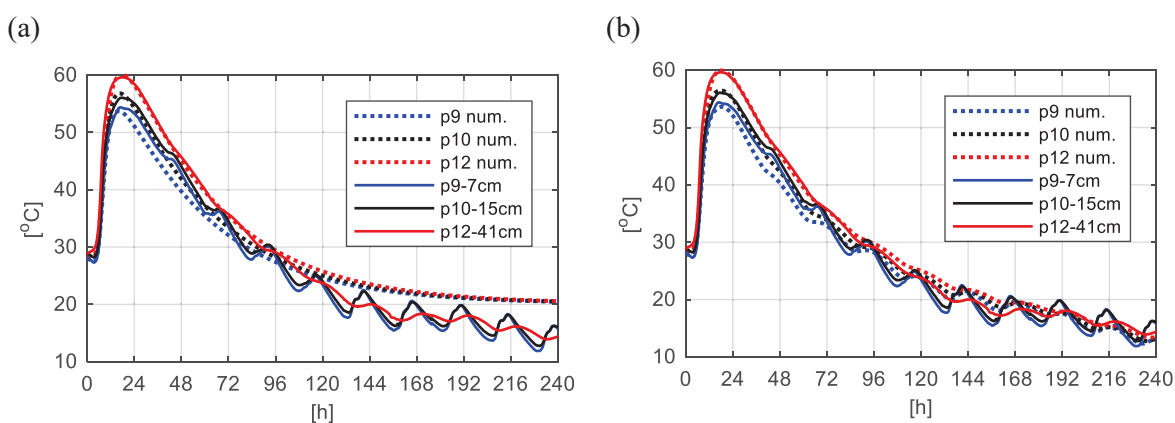
$\kappa / n_0$	$\bar{n}$	$A_0 / \kappa$	$T_0$	$T_{env}^{10dni}$	$\alpha_{kw}$	$\alpha_z^{desk}$
[1/h]	[-]	[-]	[°C]	[°C]	[W/(m <sup>2</sup> ·°K)]	[W/(m <sup>2</sup> ·°K)]
$7,6 \cdot 10^6$	3,8	$1 \cdot 10^{-4}$	28,5	20,1	6,5	2,6



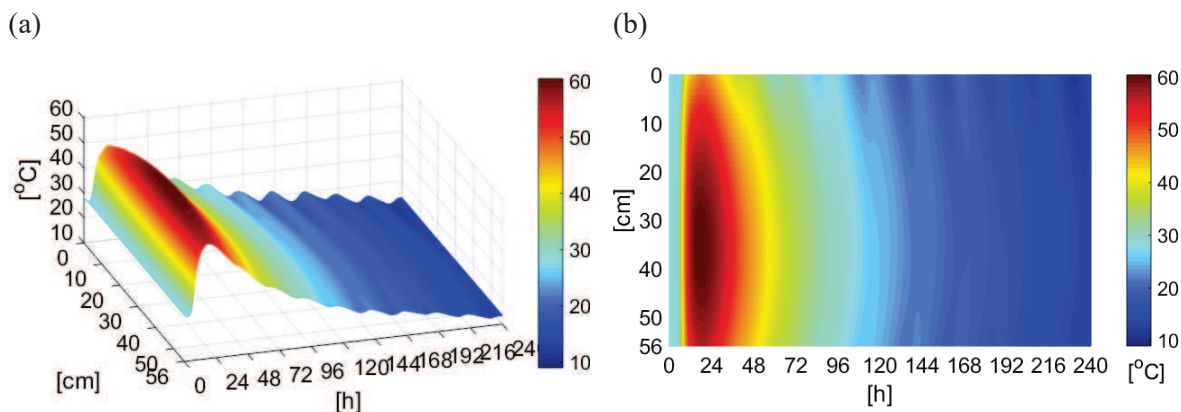
Rys. 6.21. Temperatura betonu środnika o grubości 40 cm (etap II): (a) stała temperatura otoczenia, (b) zmienna, pomierzona temperatura otoczenia



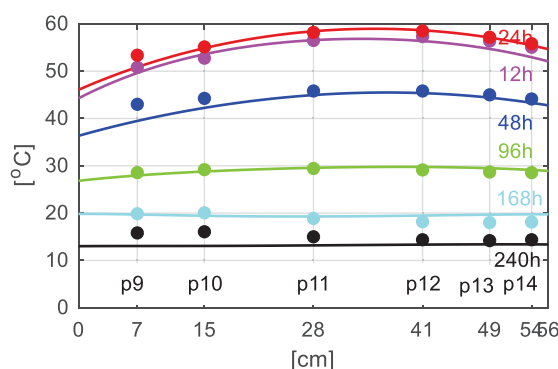
Rys. 6.22. (a) Rozkład temperatury betonu w przekroju środnika w wybranych godzinach, (b) Mapa rozkładu temperatury betonu (w obu przypadkach zmienna, pomierzona temperatura otoczenia)



Rys. 6.23. Temperatura betonu płyty górnej o grubości 56 cm (etap II): (a) stała temperatura otoczenia, (b) zmienna, pomierzona temperatura otoczenia



Rys. 6.24. Temperatura betonu płyty górnej: (a) rozkład, (b) mapa, (zmienna temperatura otoczenia)



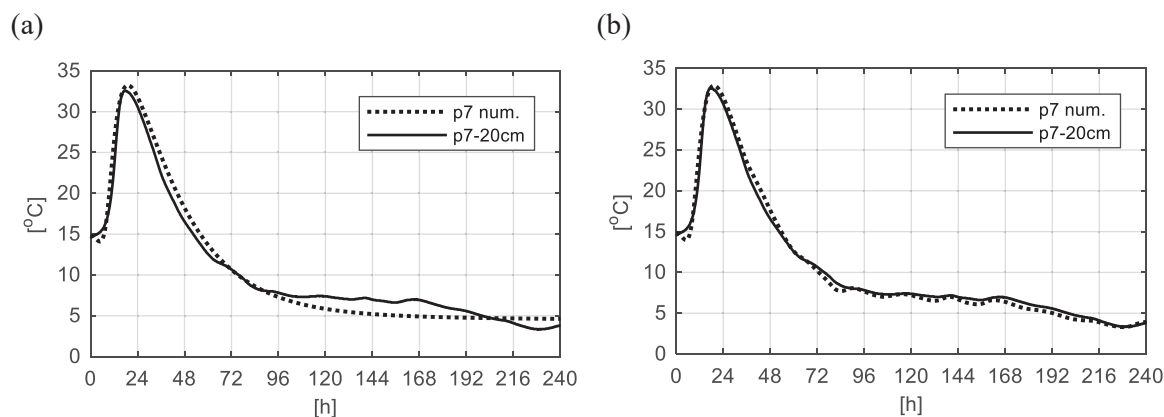
Rys. 6.25. Temperatura betonu w przekroju płyty górnej w wybranych godzinach (zmienna, pomierzona temperatura otoczenia)

### 6.5.5.1.3 Środek (etap III)

III etap badań na obiekcie mostowym przeprowadzono w marcu, kiedy średnia temperatura otoczenia z 10 dni była najniższa z dotychczas rozpatrywanych przypadków i wynosiła 4,4 °C. Średnia prędkość wiatru była równa w tym okresie 13 km/h = 3,61 m/s [174]. Przyjęto, że przez cały analizowany czas, na powierzchniach bocznych środka znajduje się deskowanie. Parametry termofizyczne przyjęto według Tab. 6.1 i Tab. 6.7. Pomiar temperatury w środku realizowany był tym razem po jego wysokości, zatem do obliczeń wybrano punkt najmniej narażony na jakiegokolwiek zaburzenia i zlokalizowany w środku wysokości środka (p7). Wyniki symulacji numerycznych zarówno dla stałej jak i zmiennej temperatury otoczenia bardzo dobrze odpowiadają wartościom pomierzonym (Rys. 6.26).

Tab. 6.7. Parametry termofizyczne - środek gr. 40 cm, etap III

$\kappa / n_0$	$\bar{n}$	$A_0 / \kappa$	$T_0$	$T_{env}^{10dni}$	$\alpha_z^{desk}$
[1/h]	[-]	[-]	[°C]	[°C]	[W/(m <sup>2</sup> ·K)]
$12,0 \cdot 10^6$	4,3	$1 \cdot 10^{-4}$	14,8	4,4	5,6



Rys. 6.26. Temperatura betonu środka o grubości 40 cm (etap III): (a) stała temperatura otoczenia, (b) zmienna, pomierzona temperatura otoczenia

#### 6.5.5.1.4 Podsumowanie - przypadki regularne

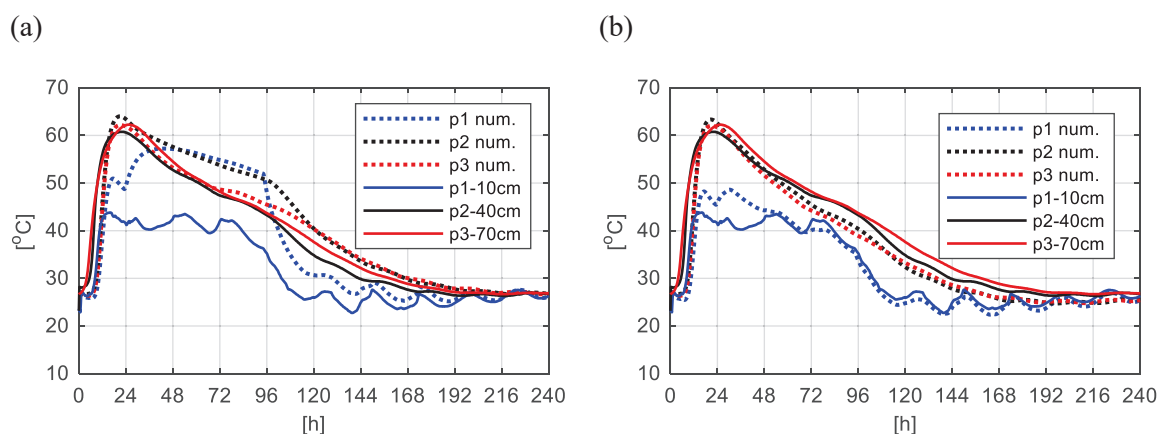
Analizy numeryczne przeprowadzone w celu symulacji rozwoju temperatury w elementach konstrukcyjnych ustroju mostu są zbieżne z danymi temperaturowymi zarejestrowanymi podczas pomiarów *in situ*. W każdym przypadku odnotowano szybki przyrost temperatury w pierwszych dniach twardnienia betonu. Proponowany model jest w stanie dobrze przewidzieć zarówno fazę grzania jak i chłodzenia, co jest istotne w odniesieniu do wystąpienia niepożądanych naprężeń rozciągających.

#### 6.5.5.2 Przypadki nieregularne

Przypadki nieregularne dotyczą płyty dolnej etapu I, dla której przekrój pomiarowy A-A zlokalizowany był tuż przy wystającym zbrojeniu środka i nie mógł być dobrze izolowany warstwą styropianu oraz płyty górnej i dolnej etapu III, w których temperatura twardnienia betonu środka nie pozwoliła na jednoznaczne zdefiniowanie warunków brzegowych. Dla tych elementów wybrane parametry uległy modyfikacji. Uzyskane rozwiązania są zadawalające, jednak dla przypadków szczególnych zaleca się wykonanie obliczeń modelem dwuwymiarowym.

Dla płyty dolnej etapu I (80 cm) przeprowadzono symulacje w dwóch wariantach. Pierwszy dla współczynników termofizycznych określonych dla płyty o gr. 93 cm (Tab. 6.4) z modyfikacją parametru  $\bar{n} = 3,1$  według Rys. 6.15b. Drugie podejście ze zmianą współczynników przejmowania ciepła  $\alpha_z^{styr}$  i  $\alpha_{kw}$  (Tab. 6.8). Rezultaty obliczeń przedstawiono na Rys. 6.27. Biorąc pod uwagę rozkład temperatury w punktach położonych przy powierzchni górnej płyty (p1, p2 - Rys. 6.27a) można stwierdzić, że nie było tam pełnej izolacji styropianem i istotny był wpływ wystającego w pobliżu zbrojenia, stąd przyjęcie współczynników przejmowania ciepła  $\alpha_z^{styr}$  i  $\alpha_{kw}$  jak w przypadku regularnej płyty (gr. 93 cm) było błędnym rozwiązaniem. Modyfikacja tych parametrów, a dokładniej ich zwiększenie wpłynęło na poprawę rozwiązania (Rys. 6.27b).





Rys. 6.27. Temperatura betonu płyty dolnej o grubości 80 cm (etap I): (a) wariant 1, (b) wariant 2

Tab. 6.8. Parametry termofizyczne - płyta dolna gr. 80 cm (etap I)

$\kappa / n_0$	$\bar{n}$	$A_0 / \kappa$	$T_0$	$T_{env}^{10dni}$	$t_{styr}$	$\alpha_z^{styr}$	$\alpha_{kw}$	$\alpha_z^{desk}$
[1/h]	[-]	[-]	[°C]	[°C]	[h]	[W/(m <sup>2</sup> ·K)]	[W/(m <sup>2</sup> ·K)]	[W/(m <sup>2</sup> ·K)]
$7,1 \cdot 10^6$	3,1	$1 \cdot 10^{-5}$	26,7	22,1	23 - 94	5,4	18,6	2,2

W przypadku etapu III przekrój skrzynkowy mostu betonowany był w całości. Zatem dla powierzchni górnej płyty dolnej i powierzchni dolnej płyty górnej istotny był wpływ temperatury pochodzącej od zabetonowanego środka. Tak więc dla wymienionych powierzchni przyjęto zastępczy współczynnik przejmowania ciepła oznaczając go symbolem  $\alpha_z^{bet}$  (Tab. 6.9, Tab. 6.10). Pozostałe parametry, z wyjątkiem  $A_0 / \kappa$  dla płyty górnej oraz  $\bar{n}$  dla płyty dolnej (modyfikacja  $\bar{n}$  według Rys. 6.15b) pozostały niezmienione w stosunku do elementu regularnego dla etapu III, tzn. środka (Tab. 6.7). Dodatkowo dla obliczeń w wariancie stałej temperatury otoczenia, dla odkrytej powierzchni płyty, przyjęto temperaturę powietrza (4,4 °C), a od strony środka, średnią temperaturę betonu środka z 10 dni z punktu p6 dla płyty górnej ( $T_{env\_g}^{10dni}$ ) i z punktu p8 dla płyty dolnej ( $T_{env\_g}^{10dni}$ ). Rezultaty obliczeń w wariancie stałej i zmiennej temperatury otoczenia przedstawiono na Rys. 6.28 i Rys. 6.29. Wyniki są zadowalające, choć wymagają przyjęcia dodatkowych założeń.

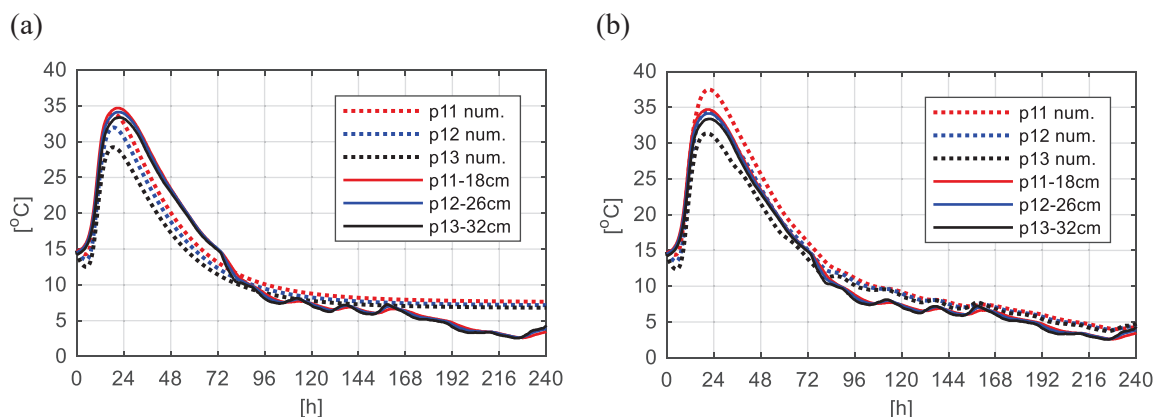
Tab. 6.9. Parametry termofizyczne - płyta dolna gr. 35 cm (etap III)

$\kappa / n_0$	$\bar{n}$	$A_0 / \kappa$	$T_0$	$T_{env\_g}^{10dni}$	$T_{env\_d}^{10dni}$	$\alpha_z^{desk}$	$\alpha_z^{bet}$
[1/h]	[-]	[-]	[°C]	[°C]	[°C]	[W/(m <sup>2</sup> ·°K)]	[W/(m <sup>2</sup> ·°K)]
$12,0 \cdot 10^6$	4,5	$1 \cdot 10^{-4}$	14,8	11,3	4,4	5,6	4,0

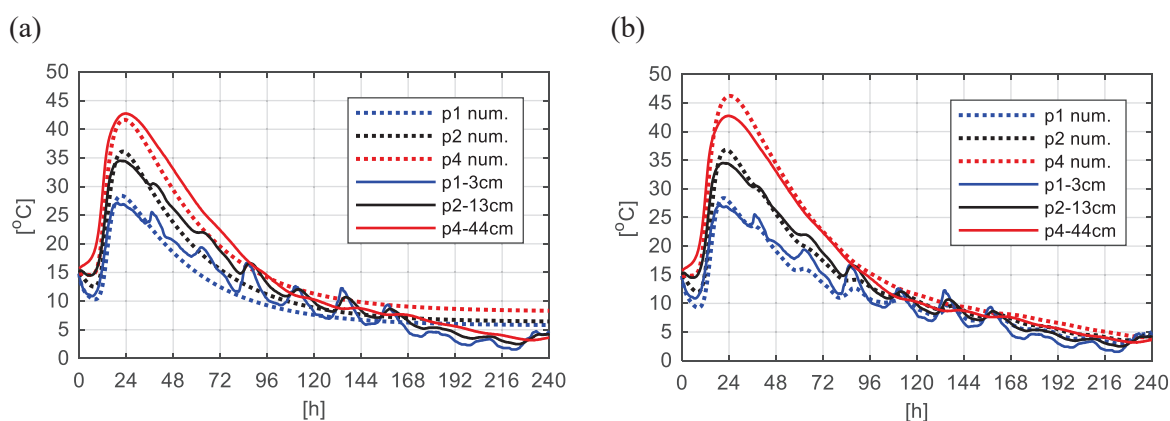
Tab. 6.10. Parametry termofizyczne - płyta górna gr. 57,2 cm (etap III)

$\kappa / n_0$	$\bar{n}$	$A_0 / \kappa$	$T_0$	$T_{env\_g}^{10dni}$	$T_{env\_d}^{10dni}$	$\alpha_{kw}$	$\alpha_z^{bet}$
[1/h]	[-]	[-]	[°C]	[°C]	[°C]	[W/(m <sup>2</sup> ·°K)]	[W/(m <sup>2</sup> ·°K)]
$12,0 \cdot 10^6$	3,8	$1 \cdot 10^{-5}$	14,8	4,4	11,9	10,3	4,0





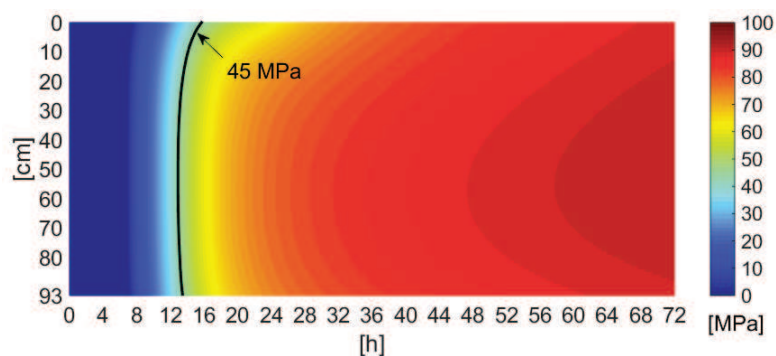
Rys. 6.28. Temperatura betonu płyty dolnej o grubości 35 cm (etap III): (a) stała temperatura otoczenia, (b) zmienna, pomierzona temperatura otoczenia



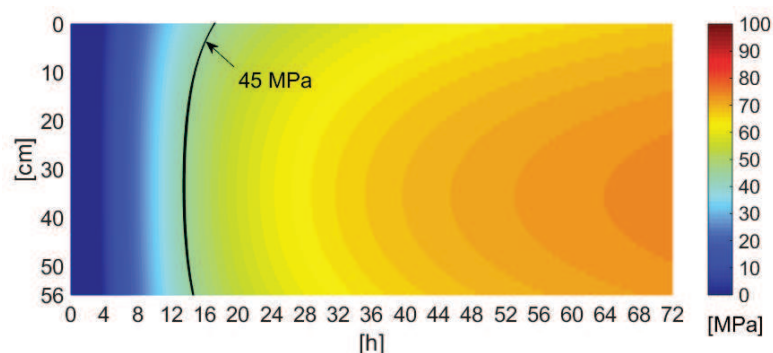
Rys. 6.29. Temperatura betonu płyty górnej o grubości 57,2 cm (etap III): (a) stała temperatura otoczenia, (b) zmienna, pomierzona temperatura otoczenia

### 6.5.6 Rozkład wytrzymałości betonu na ściskanie wybranych elementów konstrukcyjnych mostu

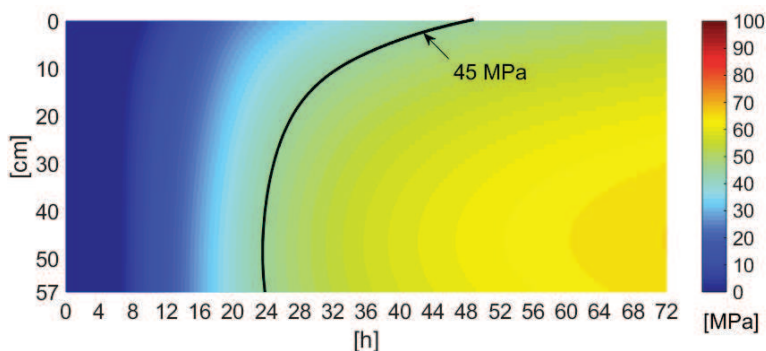
Na podstawie otrzymanych map pól temperatury i równań metody dojrzałości sporządzono mapy rozkładu wczesnej wytrzymałości betonu na ściskanie. W każdym z rozpatrywanych przypadków, wytrzymałość obliczono według krzywej dojrzałości betonu dla próbek sześciennych, opracowanej odpowiednio po I, II i III etapie badań przeprowadzonych na moście (Rys. 5.21a, Rys. 5.36a, Rys. 5.50a). Na Rys. 6.30 - Rys. 6.32 przedstawiono wyniki dla płyty dolnej etapu I oraz płyty górnej etapu II i III, zaznaczając wartość 45 MPa, jako wymaganą do sprzężenia ustroju. Opracowane mapy obrazują jak zmienia się w czasie moment osiągnięcia wytrzymałości 45 MPa dla poszczególnych etapów badań. W przypadku płyty górnej etapu III, istotna jest wytrzymałość betonu w strefie przypowierzchniowej, która zostaje osiągnięta znacznie później niż dla dolnej i środkowej części płyty.



Rys. 6.30. Mapa rozkładu wczesnej wytrzymałości na ściskanie betonu płyty dolnej (etap I)



Rys. 6.31. Mapa rozkładu wczesnej wytrzymałości na ściskanie betonu płyty górnej (etap II)



Rys. 6.32. Mapa rozkładu wczesnej wytrzymałości na ściskanie betonu płyty górnej (etap III)

## 6.6 Symulacje 2D - metoda elementów skończonych (MES)

Przewidywanie rozwoju temperatury betonu w przypadkach złożonej geometrii przekroju wymagało wykorzystania metody elementów skończonych. W niniejszej pracy, obliczenia przeprowadzono bazując na autorskim programie opracowanym przez prof. Chróścielewskiego [33]. Na potrzeby analiz numerycznych dojrzewającego betonu, program został rozwinięty o zagadnienia związane z transportem ciepła [9], [112] i autorskie procedury umożliwiające wprowadzanie warunków początkowych i brzegowych, przy dowolnej geometrii. W niniejszym rozdziale przedstawione są symulacje dwuwymiarowe (2D). Przyjęto założenie, że rozpatrywane struktury mają regularne przekroje i są silnie wydłużone (formalnie nieskończenie długie), a zastosowane algorytmy nie obowiązują na 'końcach' rozpatrywanego obiektu, co stanowi



ograniczenie modelu dwuwymiarowego. Poniżej przedstawiono równania MES dla zagadnienia przepływu ciepła oraz wyniki wykonanych obliczeń.

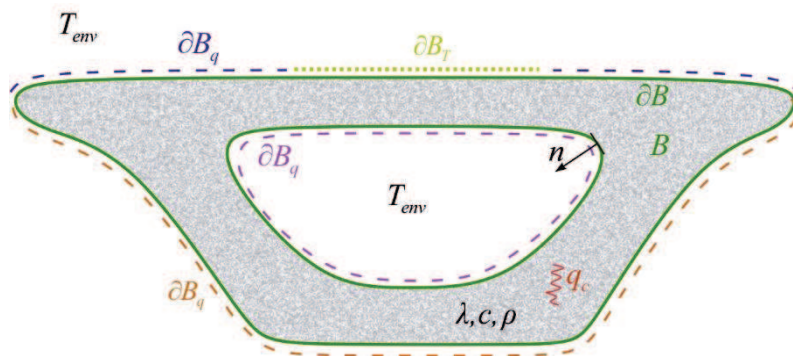
### 6.6.1 Sformułowanie MES dla równania przewodnictwa ciepła

#### 6.6.1.1 Zestawienie równań problemu przepływu ciepła

Początkiem rozważań będzie zestawienie równań różniczkowych zagadnienia trójwymiarowego (3D) przepływu ciepła (tzw. sformułowanie silne lub klasyczne):

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) + q_c - \rho c \dot{T} = 0 \text{ na } B. \quad (6.82)$$

Tutaj, tak jak dyskutowano w poprzednich podrozdziałach współczynniki  $\lambda_x$ ,  $\lambda_y$  i  $\lambda_z$  to współczynniki przewodzenia ciepła betonu,  $\rho$  i  $c$  oznaczają odpowiednio gęstość i ciepło właściwe betonu,  $q_c$  to gęstość źródła ciepła, zaś  $B$  oznacza ciało materialne (Rys. 6.33).



Rys. 6.33. Ciało materialne

Warunki brzegowe zdefiniowano w następującej formie: warunek pierwszego rodzaju, Dirichleta, uwzględniający znany rozkład temperatury  $\bar{T}$  na brzegu  $\partial B_r$

$$T(x, y, z; t) = \bar{T}_{\partial B_r}(x, y, z; t) \text{ dla } t > 0 \text{ na } \partial B_r, \quad (6.83)$$

i rodzaju drugiego Neumana, który w przypadku analizowanych konstrukcji betonowych ograniczymy do wariantu powierzchniowego, konwekcyjnego odpływu ciepła (6.14), gdy zdefiniowana jest funkcja określająca gęstość strumienia ciepła  $q_0$  na brzegu obszaru  $\partial B_q$ :

$$-\left( \lambda_x \frac{\partial T}{\partial x} n_x + \lambda_y \frac{\partial T}{\partial y} n_y + \lambda_z \frac{\partial T}{\partial z} n_z \right) = \alpha (T_{surf} - T_{env}) = q_0 \text{ dla } t > 0 \text{ na } \partial B_q, \quad (6.84)$$

gdzie  $n_x$ ,  $n_y$  i  $n_z$  oznaczają cosinusy kierunkowe wektora normalnego  $\mathbf{n}$  do brzegu  $\partial B_q$ .

Ponadto zakłada się, że określone są warunki początkowe w postaci:

$$T(x, y, z, t=0) = T_0(x, y, z) \text{ na } B. \quad (6.85)$$

Równoważnym do sformułowania silnego (6.82)÷(6.84) jest postać wariacyjna problemu (tzw. słaba) w formie funkcyjna (zob. np. [9], [112], [137]):



$$I = \frac{1}{2} \int_B \left( \lambda_x \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + \lambda_y \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 + \lambda_z \left( \frac{\partial T}{\partial z} \right)^2 - 2 \left( q_c - \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \right) T \right) dB + \frac{1}{2} \int_{\partial B_q} \alpha (T_{surf} - T_{env})^2 d(\partial B_q), \quad (6.86)$$

którego równaniami Eulera-Lagrange'a są równanie (6.82) i warunki brzegowe (6.84), zaś warunki (6.83) spełniane są bezpośrednio, a w ramach MES nie następują trudności. Ostatecznie wyznaczenie pola temperatury  $T(x, y, z; t) \in \mathcal{U}$  dla  $t > 0$  na  $B \subset \mathbb{E}^{n_B}$  sprowadza się do minimalizacji funkcjonału (6.86) przy spełnieniu warunków początkowych (6.85). Tutaj  $\mathcal{U}$  jest przestrzenią wszystkich rozwiązań dopuszczalnych, zaś  $n_B = 3$  jest wymiarem przestrzeni Euklidesowej [33].

#### 6.6.1.2 Aproksymacja po przestrzeni (MES)

Dyskretyzacja zapisanego problemu początkowo-brzegowego, przy założeniu iż spełnia on warunki czasoprzestrzeni Galileusza ( $\mathbb{E}^{n_B} \times \mathbb{R}_+$ ), podzielona będzie na dwie fazy. Faza pierwsza obejmie dyskretyzację po przestrzeni ( $B \cup \partial B \subset \mathbb{E}^{n_B}$ , gdzie  $n_B = 1, 2, 3$  jest wymiarem przestrzeni) metodą elementów skończonych, zaś faza druga dyskretyzację w dziedzinie czasu ( $t \in \mathbb{R}_+$ ) z wykorzystaniem jednokrokowego różnicowego schematu całkowania Eulera w przód.

Zależności metody elementów skończonych (MES) na ogół formułowane są za pomocą jednego z następujących sposobów, np. w ramach:

- 1) tzw. bezpośredniego podejścia - używając inżyniersko intuicyjnych analogów do prostych modeli mechanicznych,
- 2) wariacyjnego podejścia, czyli założenia istnienia i minimalizacji funkcjonału (6.86),
- 3) metody Galerkinia zastosowanej do równań (6.82)÷(6.84).

Ze względu na ogólność metody, w dalszej części tego rozdziału, przyjmiemy metodę Galerkinia.

Klasycznym zapisem metody elementów skończonych (MES), wygodnym w realizacji kodów programów obliczeniowych jest notacja symboliczno-macierzowa. Stąd np. skalarnie pole temperatur można zapisać następująco  $T(x, y, z; t) = T(\mathbf{x}; t) \in \mathcal{U}$ , gdzie  $\mathbf{x} \in B$  jest wektorem położenia dowolnego punktu ciała  $B$ , który w zależności od wymiaru dziedziny  $n_B$  może przyjąć odpowiednią postać:

$$\mathbf{x} = \{x\} \text{ dla } n_B = 1; \quad \mathbf{x} = \begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix} \text{ dla } n_B = 2; \quad \mathbf{x} = \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} \text{ dla } n_B = 3. \quad (6.87)$$

W MES aproksymację wielkości polowych, np. rozwiązania  $T(\mathbf{x}; t) \in \mathcal{U}$ ,  $\mathbf{x} \in B$ , przeprowadza się oddzielnie w skończone wymiarowym podobszarze domkniętym dziedziny  $B$ , tj. każdego typowego elementu  $B_{(e)} \cup \partial B_{(e)} \subset B$  na drodze interpolacji poprzez zbiór wartości węzłowych  $\mathbf{T}_{(e)}$  aproksymowanego pola  $T(\mathbf{x}; t) \in \mathcal{U}$ . Standardowa interpolacja pól wektorowych najczęściej

opiera się na jednoczesnym i jednakowym interpolowaniu ich wszystkich składowych w  $\mathbb{R}^{n_s}$ . Z postaci funkcjonału (6.86) wynika, że rząd wielomianów interpolacyjnych, tzw. funkcji kształtu, musi spełnić warunek ciągłości tylko klasy  $C^0$ , tj. samej funkcji bez jej pochodnych. W takim przypadku możliwe jest zastosowanie wielomianów interpolacyjnych Lagrange'a w powiązaniu z koncepcją elementu izoparametrycznego, pozwalającą na swobodę doboru rzędu funkcji kształtu (wielomianu) i wierne odwzorowania złożonych geometrii układów [33].

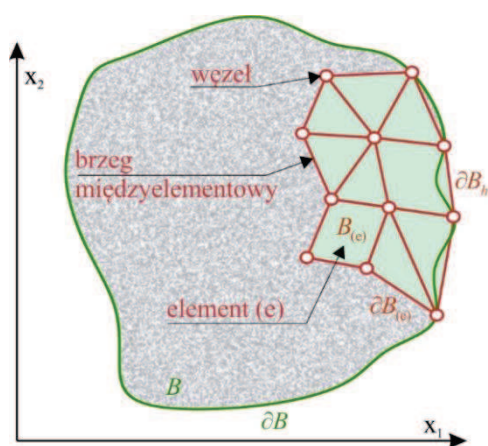
Procedurę dyskretyzacji po przestrzeni na elementy skończone metodą Galerkina zrealizowano w poniższych krokach.

**Krok 0.** Podział dziedziny problemu  $B \cup \partial B \subset \mathbb{E}^2$  (tu przekrój konstrukcji z betonu, Rys. 6.34) na  $n_{(e)}$  podobszarów  $B_{(e)}$  o brzegu  $\partial B_{(e)}$ , tj. elementów skończonych sygnowanych etykietą  $(e)$ , liczbie węzłów  $n$  każdy, spełniający warunki:

$$B_{(e)} \cap B_{(f)} = \begin{cases} \emptyset & \text{dla elementu } (e) \text{ nie sąsiadującego z } (f) \\ \partial B_{(ef)} = \partial B_{(e)} \cap \partial B_{(f)} & \text{dla elementu } (e) \text{ sąsiadującego z } (f) \end{cases}, \quad (6.88)$$

$$\bigcup_{e=1}^{n_{(e)}} (B_{(e)} \cup \partial B_{(e)}) = \begin{cases} B \cup \partial B, & (\text{brzezi prostoliniowe}) \\ B_h \cup \partial B_h \rightarrow B \cup \partial B \text{ przy } h \rightarrow \infty & (\text{brzezi krzywoliniowe}) \end{cases}. \quad (6.89)$$

Tutaj  $h$  jest parametrem charakterystycznym aproksymacji, np. liczbą stopni swobody układu, wówczas  $h$  jest wymiarem dyskretnej przestrzeni rozwiązań  $\mathcal{U}_h \subset \mathcal{U}$ . I tak  $h$  zależy od przyjętej liczby  $n$  węzłów elementu i rzędu wymaganej ciągłości międzyelementowej  $\partial B_{(ef)}$ , a więc powiązane jest z typem elementów.



Rys. 6.34. Dyskretyzacja np. przekrój konstrukcji betonowej [33]

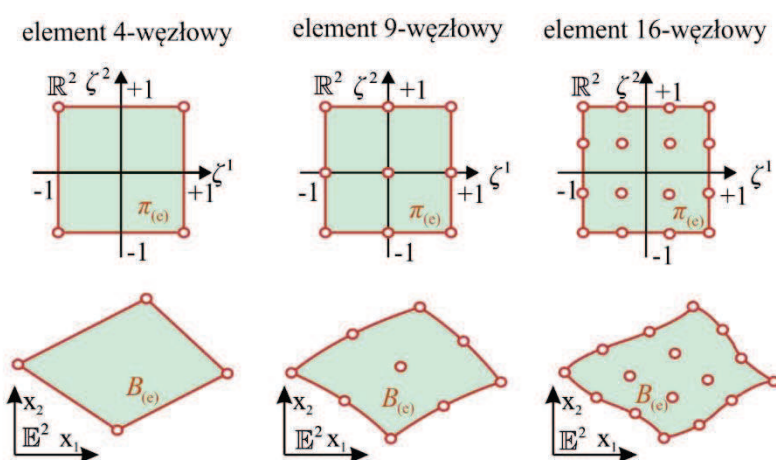
**Krok 1.** Dyskretyzacja geometrii układu, opisanej wektorem wodzącym  $\mathbf{x} \in B$  (6.87) każdego jej punktu, następuje jednocześnie z podziałem dziedziny na elementy skończone  $B_{(e)}$ . Dyskretyzację geometrii z wykorzystaniem wielomianów interpolacyjnych Lagrange'a:

$$L_p^{n_w}(\zeta) = \prod_{q=1, q \neq p}^{n_L=n_w+1} \frac{\zeta - \zeta_{(q)}}{\zeta_{(p)} - \zeta_{(q)}}, \quad \zeta \in [-1, +1] \subset \mathbb{R}, \quad (6.90)$$

przeprowadza się w ramach typowego elementu skończonego  $B_{(e)} \cup \partial B_{(e)}$ ,  $e=1, 2, \dots, n$  za pośrednictwem tzw. znormalizowanych współrzędnych powierzchniowych  $\boldsymbol{\zeta}(\mathbf{x}) = (\zeta^1(\mathbf{x}), \zeta^2(\mathbf{x}))$  określonych w ramach tzw. elementu wzorcowego (Rys. 6.35):

$$\boldsymbol{\zeta} = (\zeta^1, \zeta^2) \in \pi_{(e)} \cup \partial \pi_{(e)} = [-1, +1] \times [-1, +1] \subset \mathbb{R}^2. \quad (6.91)$$

W (6.90)  $p, q=1, 2, \dots, n_L$  oznaczają węzły interpolacyjne w liczbie  $n_L$ ,  $p$  jest węzłem do którego odnosi się wielomian  $L_p^{n_w}(\zeta)$ , zaś  $n_w = n_L - 1$  jest jego rzędem.



Rys. 6.35. Elementy Lagrange'owskie w zagadnieniach dwuwymiarowych [33]

Aproksymacja  $\tilde{\mathbf{x}}$  geometrii  $\mathbf{x}$  w obrębie  $B_{(e)} \cup \partial B_{(e)}$  typowego elementu skończonego (e) o  $n$  węzłach ma postać:

$$\tilde{\mathbf{x}}(\boldsymbol{\zeta}) = \sum_{a=1}^n \mathbf{N}_{\mathbf{x}}^a(\boldsymbol{\zeta}) \mathbf{x}_a = \mathbf{N}_{\mathbf{x}(e)}(\boldsymbol{\zeta}) \mathbf{x}_{(e)}, \quad \boldsymbol{\zeta} = (\zeta^1, \zeta^2) \in \pi_{(e)} \cup \partial \pi_{(e)}, \quad (6.92)$$

gdzie:

$$\mathbf{N}_{\mathbf{x}(e)}(\boldsymbol{\zeta}) = [\mathbf{N}_{\mathbf{x}}^1(\boldsymbol{\zeta}) \quad \mathbf{N}_{\mathbf{x}}^2(\boldsymbol{\zeta}) \quad \dots \quad \mathbf{N}_{\mathbf{x}}^a(\boldsymbol{\zeta}) \quad \dots \quad \mathbf{N}_{\mathbf{x}}^n(\boldsymbol{\zeta})], \quad \mathbf{N}_{\mathbf{x}}^a(\boldsymbol{\zeta}) = \begin{bmatrix} N_a(\boldsymbol{\zeta}) & 0 \\ 0 & N_a(\boldsymbol{\zeta}) \end{bmatrix} = N_a(\boldsymbol{\zeta}) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (6.93)$$

są tzw. macierzami kształtu geometrii elementu  $\mathbf{N}_{\mathbf{x}(e)}$  i geometrii węzła  $\mathbf{N}_{\mathbf{x}}^a$ , złożonym z funkcji kształtu  $N_a(\boldsymbol{\zeta})$ , zaś obiekty:

$$\mathbf{x}_{(e)} = \{\mathbf{x}^1 \quad \mathbf{x}^2 \quad \dots \quad \mathbf{x}^a \quad \dots \quad \mathbf{x}^n\}^T, \quad \mathbf{x}^a = \begin{Bmatrix} x_a \\ y_a \end{Bmatrix} \quad (6.94)$$

są tzw. węzłowymi wektorami geometrii elementu  $\mathbf{x}_{(e)}$  i geometrii węzła  $\mathbf{x}^a$ .

Powierzchniowa funkcja kształtu  $N_a(\boldsymbol{\zeta})$  elementu (e), tu o jednakowej liczbie węzłów

$n = n_L \cdot n_L$  w obu kierunkach  $\zeta^1, \zeta^2$ , konstruowana jest jako iloczyn wielomianów interpolacyjnych Lagrange'a (6.90) i ma postać:

$$N_a(\boldsymbol{\zeta}) = N_a(\zeta^1, \zeta^2) = L_k^{n_L}(\zeta^1) \cdot L_l^{n_L}(\zeta^2), \quad a = \text{identyfikacja } z(k, l). \quad (6.95)$$

Identyfikacja numeru węzła  $a$  elementu, z dwoma numerami punktu  $k$  w kierunku  $\zeta^1$  i punktu  $l$  w kierunku  $\zeta^2$  odbywa się na zasadach identyfikacji położenia figury w szachach. Zauważmy, że element skończony  $B_{(e)} \cup \partial B_{(e)}$  jest parametryzowany przez współrzędne naturalne  $\boldsymbol{\zeta} = (\zeta^1, \zeta^2)$  w obszarze elementu wzorcowego  $\pi_{(e)} \cup \partial \pi_{(e)}$ . Zaś równania polowe problemu zawierają pochodne cząstkowe względem współrzędnych fizycznych  $\mathbf{x} = (x, y) \equiv (x_1, x_2) \in B \cup \partial B \subset \mathbb{E}^2$ . Niezbędna jest transformacja, pozwalająca wyrazić pochodne po współrzędnych  $(x_1, x_2)$  przez pochodne po  $(\zeta^1, \zeta^2)$ . Traktując  $\mathbf{x}$  jako funkcje złożoną, wyrażoną względem układu obu współrzędnych  $\mathbf{x} = \mathbf{x}(\zeta^j(x_i))$ ,  $i, j = 1, 2$ , na podstawie reguły łańcuchowej, otrzymuje się:

$$\frac{\partial x_i}{\partial x_k} = \frac{\partial x_i}{\partial \zeta^j} \frac{\partial \zeta^j}{\partial x_k} = \delta_{ik} \Rightarrow \begin{bmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial \zeta^1} & \frac{\partial x_1}{\partial \zeta^2} \\ \frac{\partial x_2}{\partial \zeta^1} & \frac{\partial x_2}{\partial \zeta^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial \zeta^1}{\partial x_1} & \frac{\partial \zeta^1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial \zeta^2}{\partial x_1} & \frac{\partial \zeta^2}{\partial x_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (6.96)$$

co po wprowadzeniu jakobianu i oznaczeniu:

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} \\ J_{21} & J_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial \zeta^1} & \frac{\partial x_1}{\partial \zeta^2} \\ \frac{\partial x_2}{\partial \zeta^1} & \frac{\partial x_2}{\partial \zeta^2} \end{bmatrix} \quad j = \det \mathbf{J} = \frac{\partial x_1}{\partial \zeta^1} \frac{\partial x_2}{\partial \zeta^2} - \frac{\partial x_1}{\partial \zeta^2} \frac{\partial x_2}{\partial \zeta^1}, \quad (6.97)$$

daje poszukiwaną regułę transformacji:

$$\mathbf{J}^{-1} = \begin{bmatrix} \hat{J}_{11} & \hat{J}_{12} \\ \hat{J}_{21} & \hat{J}_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \zeta^1}{\partial x_1} & \frac{\partial \zeta^1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial \zeta^2}{\partial x_1} & \frac{\partial \zeta^2}{\partial x_2} \end{bmatrix} = j^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial x_2}{\partial \zeta^2} & -\frac{\partial x_2}{\partial \zeta^1} \\ -\frac{\partial x_1}{\partial \zeta^2} & \frac{\partial x_1}{\partial \zeta^1} \end{bmatrix} \equiv j^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial y}{\partial \zeta^2} & -\frac{\partial y}{\partial \zeta^1} \\ -\frac{\partial x}{\partial \zeta^2} & \frac{\partial x}{\partial \zeta^1} \end{bmatrix}. \quad (6.98)$$

Stąd pochodne dowolnej funkcji, a więc także funkcji kształtu  $N_a(\boldsymbol{\zeta})$  po współrzędnych fizycznych  $\mathbf{x} = (x, y) \equiv (x_1, x_2)$  mają postać:

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_a(\boldsymbol{\zeta})}{\partial x} &= \frac{\partial N_a(\boldsymbol{\zeta})}{\partial \zeta^1} \frac{\partial \zeta^1}{\partial x} + \frac{\partial N_a(\boldsymbol{\zeta})}{\partial \zeta^2} \frac{\partial \zeta^2}{\partial x} = \frac{\partial N_a(\boldsymbol{\zeta})}{\partial \zeta^1} \hat{J}_{11} + \frac{\partial N_a(\boldsymbol{\zeta})}{\partial \zeta^2} \hat{J}_{21} \\ \frac{\partial N_a(\boldsymbol{\zeta})}{\partial y} &= \frac{\partial N_a(\boldsymbol{\zeta})}{\partial \zeta^1} \frac{\partial \zeta^1}{\partial y} + \frac{\partial N_a(\boldsymbol{\zeta})}{\partial \zeta^2} \frac{\partial \zeta^2}{\partial y} = \frac{\partial N_a(\boldsymbol{\zeta})}{\partial \zeta^1} \hat{J}_{12} + \frac{\partial N_a(\boldsymbol{\zeta})}{\partial \zeta^2} \hat{J}_{22} \end{aligned}, \quad (6.99)$$

zaś powierzchniowy element różniczkowy wynosi:

$$dx_1 dx_2 = dx dy = j(\boldsymbol{\zeta}) d\zeta^1 d\zeta^2. \quad (6.100)$$

**Krok 2.** Dyskretyzację pola niewiadomych przeprowadza się zgodnie ze standardowym podejściem MES. Temperatura betonu  $T(\mathbf{x}, t)$  i prędkość jej zmian  $\dot{T}(\mathbf{x}, t)$ , w dowolnym punkcie elementu (e) o współrzędnych macierzystych  $\boldsymbol{\zeta}=(\zeta^1, \zeta^2)$  z obszaru fizycznego  $B_{(e)} \cup \partial B_{(e)}$ , jest interpolowana poprzez dyskretny wektor zbioru wartości  $\mathbf{T}_{(e)}(t)$ , (odpowiednio  $\dot{\mathbf{T}}_{(e)}(t)$ ) określonych w węzłach tego elementu (e). Zasadę interpolacji opisuje zależność:

$$T_{(e)}(\boldsymbol{\zeta}, t) = \mathbf{N}_{(e)}(\boldsymbol{\zeta}) \mathbf{T}_{(e)}(t), \quad (6.101)$$

$$\dot{T}_{(e)}(\boldsymbol{\zeta}, t) = \frac{\partial T_{(e)}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{N}_{(e)}(\boldsymbol{\zeta}) \mathbf{T}_{(e)}(t)) = \mathbf{N}_{(e)}(\boldsymbol{\zeta}) \dot{\mathbf{T}}_{(e)}(t), \quad (6.102)$$

gdzie

$$\mathbf{T}_{(e)}(t) = \begin{Bmatrix} T_1(t) \\ T_2(t) \\ \vdots \\ T_n(t) \end{Bmatrix}, \quad \dot{\mathbf{T}}_{(e)}(t) = \begin{Bmatrix} \partial T_1(t)/\partial t \\ \partial T_2(t)/\partial t \\ \vdots \\ \partial T_n(t)/\partial t \end{Bmatrix}, \quad (6.103)$$

$T_a(t)$ ,  $\dot{T}_a = \partial T_a(t)/\partial t$  są wartościami temperatury oraz prędkością jej zmian w węzle  $a$  elementu skończonego (e), zaś  $\mathbf{N}_{(e)}(\boldsymbol{\zeta})$  jest tzw. macierz kształtu niewiadomych elementu o postaci:

$$\mathbf{N}_{(e)}(\boldsymbol{\zeta}) = [N_1(\boldsymbol{\zeta}) \ N_2(\boldsymbol{\zeta}) \ \dots \ N_a(\boldsymbol{\zeta}) \ \dots \ N_n(\boldsymbol{\zeta})], \quad (6.104)$$

zaś  $N_a(\boldsymbol{\zeta})$  są funkcjami kształtu (interpolacyjnymi) w węzle  $a$  elementu (e), dane wzorem (6.95), jak wcześniej w (6.94),  $n = n_L \cdot n_L$  jest liczba węzłów w elemencie. Wektory węzłowe niewiadomych elementu  $\mathbf{T}_{(e)}(t)$ , (także  $\dot{\mathbf{T}}_{(e)}(t)$ ), otrzymuje się jako:

$$\mathbf{T}_{(e)}(t) = \mathbf{A}_{(e)} \mathbf{T}(t), \quad \dot{\mathbf{T}}_{(e)}(t) = \mathbf{A}_{(e)} \dot{\mathbf{T}}(t), \quad (6.105)$$

gdzie  $\mathbf{A}_{(e)} : \mathbf{T}(t) \rightarrow \mathbf{T}_{(e)}(t)$  jest operatorem ekstrakcji węzłowego wektora temperatury elementu  $\mathbf{T}_{(e)}(t)$  z węzłowego wektora temperatury całego układu  $\mathbf{T}(t)$ :

$$\mathbf{T}(t) = \{T_1(t) \ T_2(t) \ \dots \ T_{n_n}(t)\}^T, \quad (6.106)$$

gdzie  $n_n$  jest całkowitą liczbą stopni swobody układu i w przypadku skalarnego pola niewiadomych jakim jest temperatura pokrywa się z całkowitą liczbą węzłów układu. Tutaj  $\mathbf{A}_{(e)}$  jest Boole'owską (zerojedynkową) macierzą tworzoną na podstawie tablicy incydencji  $\mathbf{IC}$  elementu (e) [33].



**Krok 3.** Sformułowanie zależności elementowych. W słabym sformułowaniu Galerkinia, jako funkcje wagowe obiera się funkcje kształtu elementu  $\mathbf{N}_{(e)}(\xi)$ , wówczas całka z (6.82) w sensie residuum ważonego (reszt ważonych) w dziedzinie elementu skończonego  $B_{(e)} \cup \partial B_{(e)}$  pozostaje zbiorem wartości zerowych. Ponieważ jednak poszukiwane rozwiązanie MES (6.101)÷(6.102), jako aproksymacja nie są ściśle, to po podstawieniu ich do (6.82) generuje się wartości różne od zera zamiast oczekiwanych zer. Te niezerowe wartości stanowią właśnie residuum (resztę). Stąd kryterium do spełnienia dla aproksymacji równania (6.82) z warunkiem brzegowym Neumanna (6.84) w objętości elementu  $B_{(e)}$  i brzegu  $\partial B_q \cap \partial B_{(e)}$  w dowolnej chwili  $t$  można zapisać w następującej formie:

$$\int_{B_{(e)}} \mathbf{N}_{(e)}^T \left( \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda_x \frac{\partial T_{(e)}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda_y \frac{\partial T_{(e)}}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda_z \frac{\partial T_{(e)}}{\partial z} \right) + q_c - \rho c \frac{\partial T_{(e)}}{\partial t} \right) dB + \int_{\partial B_q \cap \partial B_{(e)}} \mathbf{N}_{(e)}^T (q_0 - \alpha(T_{(e)} - T_{env})) d(\partial B) = \mathbf{0} \quad (6.107)$$

Sformułowanie słabe uzyskujemy całkując przez części trzy pierwsze człony wyrażenia podcałkowego równania (6.107), wykorzystując twierdzenie Ostrogradskiego-Gaussa do zmiany całki po objętości ciała  $B$  na całkę powierzchniową wzdłuż brzegu  $\partial B$ :

$$\int_{B_{(e)}} \mathbf{N}_{(e)}^T \left( \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda_x \frac{\partial T_{(e)}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda_y \frac{\partial T_{(e)}}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda_z \frac{\partial T_{(e)}}{\partial z} \right) \right) dB = - \int_{B_{(e)}} \left( \lambda_x \frac{\partial \mathbf{N}_{(e)}^T}{\partial x} \frac{\partial T_{(e)}}{\partial x} + \lambda_y \frac{\partial \mathbf{N}_{(e)}^T}{\partial y} \frac{\partial T_{(e)}}{\partial y} + \lambda_z \frac{\partial \mathbf{N}_{(e)}^T}{\partial z} \frac{\partial T_{(e)}}{\partial z} \right) dB + \int_{\partial B_{(e)}} \mathbf{N}_{(e)}^T \left( \lambda_x \frac{\partial T}{\partial x} n_x + \lambda_y \frac{\partial T}{\partial y} n_y + \lambda_z \frac{\partial T}{\partial z} n_z \right) d(\partial B) \quad (6.108)$$

Całkę powierzchniową na brzegu ze wzoru (6.108) rozdziela się na dwa składniki, tj.: całkę po części brzegu  $\partial B_r \cap \partial B_{(e)}$ , na której określone są warunki Dirichleta i całkę po części brzegu  $\partial B_q \cap \partial B_{(e)}$  z określonymi warunkami Neumanna:

$$\int_{\partial B_{(e)}} \mathbf{N}_{(e)}^T \left( \lambda_x \frac{\partial T}{\partial x} n_x + \lambda_y \frac{\partial T}{\partial y} n_y + \lambda_z \frac{\partial T}{\partial z} n_z \right) d(\partial B) = \int_{\partial B_q \cap \partial B_{(e)}} \mathbf{N}_{(e)}^T \left( \lambda_x \frac{\partial T}{\partial x} n_x + \lambda_y \frac{\partial T}{\partial y} n_y + \lambda_z \frac{\partial T}{\partial z} n_z \right) d(\partial B) + \int_{\partial B_r \cap \partial B_{(e)}} \mathbf{N}_{(e)}^T \left( \lambda_x \frac{\partial T}{\partial x} n_x + \lambda_y \frac{\partial T}{\partial y} n_y + \lambda_z \frac{\partial T}{\partial z} n_z \right) d(\partial B) \quad (6.109)$$

Uwzględniając, iż warunki brzegowe Dirichleta wzdłuż  $\partial B_r \cap \partial B_{(e)}$  spełnione są w sposób trywialny, przez uwzględnienie działania temperatury na etapie rozwiązania



numerycznego, z wyrażenia (6.109) wypada drugi człon. Wykorzystując ten fakt, po wstawieniu wzoru (6.108) i (6.109) do równania (6.107) otrzymuje się:

$$\int_{B_{(e)}} \left( \lambda_x \frac{\partial \mathbf{N}_{(e)}^T}{\partial x} \frac{\partial T_{(e)}}{\partial x} + \lambda_y \frac{\partial \mathbf{N}_{(e)}^T}{\partial y} \frac{\partial T_{(e)}}{\partial y} + \lambda_z \frac{\partial \mathbf{N}_{(e)}^T}{\partial z} \frac{\partial T_{(e)}}{\partial z} \right) dB + \int_{B_{(e)}} \mathbf{N}_{(e)}^T \rho c \frac{\partial T_{(e)}}{\partial t} dB - \int_{B_{(e)}} \mathbf{N}_{(e)}^T q_c dB + \int_{\partial B_q \cap \partial B_{(e)}} \mathbf{N}_{(e)}^T \alpha T_{(e)} d(\partial B) - \int_{\partial B_q \cap \partial B_{(e)}} \mathbf{N}_{(e)}^T \alpha T_{env} d(\partial B) = \mathbf{0} \quad (6.110)$$

Oczywiście, całka wzdłuż brzegu elementu  $\partial B_{(e)}$  w (6.110) nie występuje, jeśli w elemencie (e) nie ma części wspólnej  $\partial B_q \cap \partial B_{(e)} = \emptyset$  z brzegiem ciał  $\partial B_q$  na którym opisane są warunki Neumanna. W zapisie macierzowym występujący w (6.110) gradient temperatury:

$$\nabla T_{(e)} = \frac{\partial T_{(e)}}{\partial \mathbf{x}} = \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} (\mathbf{N}_{(e)}(\boldsymbol{\zeta}) \boldsymbol{\tau}_{(e)}(t)) = \frac{\partial \mathbf{N}_{(e)}(\boldsymbol{\zeta})}{\partial \mathbf{x}} \boldsymbol{\tau}_{(e)}(t) = \mathbf{B}_{(e)} \boldsymbol{\tau}_{(e)}, \quad (6.111)$$

oraz prędkość jej zmian:

$$\dot{T}_{(e)} = \frac{\partial T_{(e)}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{N}_{(e)}(\boldsymbol{\zeta}) \boldsymbol{\tau}_{(e)}(t)) = \mathbf{N}_{(e)} \frac{\partial \boldsymbol{\tau}_{(e)}(t)}{\partial t} = \mathbf{N}_{(e)} \dot{\boldsymbol{\tau}}_{(e)}, \quad (6.112)$$

w przypadku zagadnień dwuwymiarowych (2D) ma postać:

$$\frac{\partial T_{(e)}}{\partial \mathbf{x}} = \left\{ \begin{array}{c} \frac{\partial T_{(e)}}{\partial x} \\ \frac{\partial T_{(e)}}{\partial y} \end{array} \right\}, \quad \mathbf{B}_{(e)} = \nabla \mathbf{N}_{(e)} = \left[ \begin{array}{c} \frac{\partial \mathbf{N}_{(e)}}{\partial x} \\ \frac{\partial \mathbf{N}_{(e)}}{\partial y} \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{ccc} \frac{\partial N_1(\boldsymbol{\zeta})}{\partial x} & \frac{\partial N_2(\boldsymbol{\zeta})}{\partial x} & \dots & \frac{\partial N_n(\boldsymbol{\zeta})}{\partial x} \\ \frac{\partial N_1(\boldsymbol{\zeta})}{\partial y} & \frac{\partial N_2(\boldsymbol{\zeta})}{\partial y} & \dots & \frac{\partial N_n(\boldsymbol{\zeta})}{\partial y} \end{array} \right]. \quad (6.113)$$

W obliczeniu pochodnych po współrzędnych fizycznych w (6.113) wykorzystuje się regułę (6.99). Współczynnik  $\lambda_x$  i  $\lambda_y$ , zestawia się w macierz:

$$\boldsymbol{\lambda} = \begin{bmatrix} \lambda_x & 0 \\ 0 & \lambda_y \end{bmatrix}. \quad (6.114)$$

Wykorzystując wprowadzone oznaczenia równanie (6.110) można zapisać w formie tzw. macierzy elementowych:

$$\mathbf{M}_{(e)} \dot{\boldsymbol{\tau}}_{(e)} + [\mathbf{K}_{M(e)} + \mathbf{K}_{L(e)}] \boldsymbol{\tau}_{(e)} = \mathbf{f}_{q_c(e)} + \mathbf{f}_{T_{env}(e)}, \quad (6.115)$$

gdzie poszczególne macierze elementowe wyrażają się następująco:

$$\mathbf{K}_{M(e)} = \int_{B_{(e)}} \nabla \mathbf{N}_{(e)}^T \boldsymbol{\lambda} \nabla \mathbf{N}_{(e)} dB = \int_{B_{(e)}} \mathbf{B}_{(e)}^T \boldsymbol{\lambda} \mathbf{B}_{(e)} dB, \quad (6.116)$$

$$\mathbf{K}_{L(e)} = \int_{\partial B_q \cap \partial B_{(e)}} \mathbf{N}_{(e)}^T \alpha \mathbf{N}_{(e)} d(\partial B), \quad (6.117)$$

$$\mathbf{M}_{(e)} = \int_{B_{(e)}} \mathbf{N}_{(e)}^T \rho c \mathbf{N}_{(e)} dB, \quad (6.118)$$

zaś wektory przyjmują formę:

$$\mathbf{f}_{q_c(e)} = \int_{B_{(e)}} \mathbf{N}_{(e)}^T q_c dB, \quad (6.119)$$

$$\mathbf{f}_{T_{env}(e)} = \int_{\partial B_q \cap \partial B_{(e)}} \alpha T_{env} \mathbf{N}_{(e)}^T d(\partial B). \quad (6.120)$$

Całkowanie zależności elementowych (6.116)÷(6.120) przeprowadza się na drodze numerycznej. Ze struktury zależności (6.116)÷(6.120) wynika, że występują całki typu:

$$\mathbf{K} \equiv \iint_{B_{(e)}} \mathbf{K}(\mathbf{x}) dB = \iint_{[-1,+1] \times [-1,+1]} \mathbf{K}(\boldsymbol{\zeta}) j(\boldsymbol{\zeta}) d\zeta^1 d\zeta^2, \quad (6.121)$$

lub typu:

$$\mathbf{f} \equiv \int_{\partial B \cap \partial B_{(e)}} \mathbf{f}(s) d(\partial B) = \int_{[-1,+1]} \mathbf{f}(\zeta) i(\zeta) d\zeta, \quad i(\zeta) = \frac{ds(\zeta)}{d\zeta}. \quad (6.122)$$

Zastosowana w pracy kwadratura Gaussa–Legendre’a ma, w stosunku do (6.121) i (6.122), odpowiednią postać:

$$\mathbf{K}^I = \sum_{p=1}^I w_k(\zeta_k^1) w_l(\zeta_l^2) j(\boldsymbol{\zeta}_p) \mathbf{K}(\boldsymbol{\zeta}_p), \quad \boldsymbol{\zeta}_p = (\zeta_k^1, \zeta_l^2), \quad p = \text{identyfikacja } z(k,l), \quad (6.123)$$

$$\mathbf{f}^I = \sum_{k=1}^{\sqrt{p}} w_k(\zeta_k) i(\zeta_k) \mathbf{f}(\zeta_k). \quad (6.124)$$

W (6.123)  $p = 1, 2, \dots, I$  są punktami całkowania w płaszczyźnie o incydencji z parametrami jednowymiarowymi  $(k,l)$  konstruowanymi analogicznie do (6.95), a  $\boldsymbol{\zeta}_p = (\zeta_k^1, \zeta_l^2) \in [-1, +1] \times [-1, +1]$  są współrzędnymi tych punktów, zaś wielkości  $w_k(\zeta_k)$  są współczynnikami wagowymi w tych punktach (Tab. 6.11).

Tab. 6.11. Kwadratura Gaussa–Legendre’a: współrzędne  $\zeta_k$  i współczynniki  $w_k$

Reguła całkowania (liczba pkt. całkowania $K$ )	$\int_{-1}^{+1} f(\zeta) d\zeta = \sum_{k=1}^K w_k f(\zeta_k)$ węzły $\zeta_k$	współczynniki $w_k$
1	0.00000 00000 00000	2.00000 00000 00000
2	$\mp$ 0.57735 02691 89626	1.00000 00000 00000
3	$\mp$ 0.77459 66692 41484 0.00000 00000 00000	0.55555 55555 55556 0.88888 88888 88889
4	$\mp$ 0.86113 63115 94053 $\mp$ 0.33998 10435 84856	0.34785 48451 37454 0.65214 51548 62546

Zadaniem metod całkowania numerycznego jest zapewnienie zbieżności aproksymacji  $\mathbf{K}^I \rightarrow \mathbf{K}$  przy  $I \rightarrow \infty$  dla możliwie najszerszej klasy obiektów funkcyjnych typu  $\mathbf{K}(\boldsymbol{\zeta})$  i  $\mathbf{f}(\boldsymbol{\zeta})$ . Zastosowana kwadratura Gaussa–Legendre’a należy do najbardziej efektywnych, wysoce dokładnych i prostych w implementacji komputerowej. W przypadku czworobocznych elementów Lagrange’owskich o  $n \times n$  – węzłach wymagany rząd całkowania kwadraturą Gaussa–Legendre’a wynosi  $n \times n$  punktów [137]. Taki rząd całkowania w MES nazywa się pełnym (oznacza się go przez FI, ang. *full integration*).



**Krok 4.** Do formalnego zapisu równań układu (globalnych) wykorzystuje się Boole'owski operator ekstrakcji (6.105) wiążący  $\mathbf{A}_{(e)} : \mathbf{T}(t) \rightarrow \mathbf{T}_{(e)}(t)$  niewiadome z poziomu globalnego układu  $\mathbf{T}(t)$  (6.106) i lokalnego elementu  $\mathbf{T}_{(e)}(t)$ . I tak podstawiając do (6.115) zależności (6.105) i przemnażając lewostronnie przez  $\mathbf{A}_{(e)}^T$  otrzymuje się:

$$\left[ \mathbf{A}_{(e)}^T \mathbf{M}_{(e)} \mathbf{A}_{(e)} \right] \dot{\mathbf{T}} + \left[ \mathbf{A}_{(e)}^T \mathbf{K}_{M(e)} \mathbf{A}_{(e)} + \mathbf{A}_{(e)}^T \mathbf{K}_{L(e)} \mathbf{A}_{(e)} \right] \mathbf{T} = \mathbf{A}_{(e)}^T \mathbf{f}_{q_c(e)} + \mathbf{A}_{(e)}^T \mathbf{f}_{T_{env}(e)}, \quad (6.125)$$

a następnie sumując po wszystkich elementach  $e = 1, 2, \dots, n_{(e)}$  tworzy się poszukiwany globalny układ równań:

$$\mathbf{M} \dot{\mathbf{T}} + \mathbf{K} \mathbf{T} = \mathbf{f}, \quad (6.126)$$

gdzie

$$\mathbf{M} = \sum_{e=1}^{n_{(e)}} \left[ \mathbf{A}_{(e)}^T \mathbf{M}_{(e)} \mathbf{A}_{(e)} \right] \equiv \mathbf{A}_{e=1}^{n_{(e)}} \mathbf{M}_{(e)}, \quad (6.127)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{K} &= \sum_{e=1}^{n_{(e)}} \left[ \mathbf{A}_{(e)}^T \mathbf{K}_{M(e)} \mathbf{A}_{(e)} \right] = \sum_{e=1}^{n_{(e)}} \left[ \mathbf{A}_{(e)}^T \mathbf{K}_{L(e)} \mathbf{A}_{(e)} \right], \\ &\equiv \mathbf{A}_{e=1}^{n_{(e)}} \left[ \mathbf{K}_{M(e)} \right] + \mathbf{A}_{e=1}^{n_{(e)}} \left[ \mathbf{K}_{L(e)} \right] = \mathbf{K}_M + \mathbf{K}_L, \end{aligned} \quad (6.128)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{f} &= \sum_{e=1}^{n_{(e)}} \left\{ \mathbf{A}_{(e)}^T \mathbf{f}_{q_c(e)} \right\} + \sum_{e=1}^{n_{(e)}} \left\{ \mathbf{A}_{(e)}^T \mathbf{f}_{T_{env}(e)} \right\} \\ &\equiv \mathbf{A}_{e=1}^{n_{(e)}} \left\{ \mathbf{f}_{q_c(e)} \right\} + \mathbf{A}_{e=1}^{n_{(e)}} \left\{ \mathbf{f}_{T_{env}(e)} \right\} = \mathbf{f}_{q_c} + \mathbf{f}_{T_{env}}, \end{aligned} \quad (6.129)$$

$n_e$  jest liczbą elementów skończonych w dyskretyzacji, zaś  $\mathbf{A}_{e=1}^{n_{(e)}}$  operatorem tzw. agregacji, tj. specjalnego sumowania macierzy o różnych wymiarach bez udziału  $\mathbf{A}_{(e)}$

**Krok 5.** Warunki brzegowe pierwszego rodzaju Dirichleta (6.83), które jak zaznaczono w kroku 4 w kontekście (6.110), spełniane są na etapie rozwiązania numerycznego przez podstawie wartości temperatury  $\bar{T}_{\partial B_T}(\mathbf{x}; t)$  dla  $t > 0$ , w węzłach należących do brzegu  $\mathbf{x} \in \partial B_T$ , np. zgrupowanych w części o danych wartościach  $\bar{\mathbf{T}}_B \Leftarrow \bar{T}_{\partial B_T}(\mathbf{x}; t)$  wektora  $\mathbf{T}$ , oczywiście  $\dot{\bar{\mathbf{T}}}_B = \partial \bar{\mathbf{T}}_B / \partial t \equiv \bar{\mathbf{O}}_B$ . Wówczas formalnie macierze równania (6.126) można przegrupować do postaci:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{AA} & \bar{\mathbf{M}}_{AB} \\ \bar{\mathbf{M}}_{BA} & \mathbf{M}_{BB} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{T}}_A \\ \bar{\mathbf{O}}_B \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{AA} & \bar{\mathbf{K}}_{AB} \\ \bar{\mathbf{K}}_{BA} & \mathbf{K}_{BB} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{T}_A \\ \bar{\mathbf{T}}_B \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{f}_A \\ \bar{\mathbf{f}}_B \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{T} = \begin{Bmatrix} \mathbf{T}_A \\ \bar{\mathbf{T}}_B \end{Bmatrix}, \quad (6.130)$$

i ograniczyć się do rozwiązania części stanowiącej niewiadome, do tzw. aktywnych stopni swobody:

$$\mathbf{M}_{AA} \dot{\mathbf{T}}_A + \mathbf{K}_{AA} \mathbf{T}_A = \mathbf{f}_A - \bar{\mathbf{K}}_{AB} \bar{\mathbf{T}}_B. \quad (6.131)$$

Oczywiście w chwili  $t=0$  obowiązuje warunek początkowy (6.85) realizowany przez podstawie w węzłach dyskretyzacji odpowiednich do rozkładu przestrzennego wartości  $T_0(\mathbf{x}; t=0) \Rightarrow \mathbf{T}_0$  na  $B$ , do wektora startowego  $\mathbf{T}(t=0) = \mathbf{T}_0$ .

## 6.6.1.3 Aproksymacja po czasie metodą Eulera

Od strony formalnej pozostał problem przybliżonego rozwiązania równania różniczkowego bilansu energii cieplnej (6.126) w dziedzinie czasu:

$$\mathbf{M}\dot{\mathbf{r}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{r}(t) = \mathbf{f}(t). \quad (6.132)$$

W rozwiązaniach przybliżonych dziedziną, tj. przedział czasowy poczynając od chwili  $t_0=0$  dzielony jest na odcinki czasu o długości  $\Delta t = t_{n+1} - t_n$ , a  $t_n$  i  $t_{n+1}$  odnoszą się do dwóch kolejnych chwil czasowych. Zakłada się, że znane są wszystkie rozwiązania do chwili  $t=t_n$  włącznie  $\mathbf{r}_n = \mathbf{r}(t_n)$ ,  $\dot{\mathbf{r}}_n = \dot{\mathbf{r}}(t_n)$ , w szczególności określone są:  $\mathbf{f}_n = \mathbf{f}(t_n)$ ,  $\mathbf{M}_n = \mathbf{M}(t_n)$ ,  $\mathbf{K}_n = \mathbf{K}(t_n)$ , zaś zadaniem jest znalezienie rozwiązania przybliżonego  $\mathbf{r}_{n+1} = \mathbf{r}(t_{n+1})$ ,  $\dot{\mathbf{r}}_{n+1} = \dot{\mathbf{r}}(t_{n+1})$  w chwili następniej  $t_{n+1} = t_n + \Delta t$ . Istnieje wiele metod rozwiązania tego zadania. W pracy, całkowanie w dziedzinie czasu realizowane jest za pomocą aproksymacji w formie jednokrokowego schematu całkowania w przód Eulera:

$$\dot{\mathbf{r}}(t_{n+1}) \approx \dot{\mathbf{r}}_{n+1} = \frac{1}{\Delta t} \{ \mathbf{r}_{n+1} - \mathbf{r}_n \}. \quad (6.133)$$

Przybliżone równanie (6.126) zapisane w chwili  $t_{n+1}$  ma następującą postać:

$$\mathbf{M}_{n+1} \dot{\mathbf{r}}_{n+1} + \mathbf{K}_{n+1} \mathbf{r}_{n+1} = \mathbf{f}_{n+1}. \quad (6.134)$$

Podstawiając (6.133) do (6.134) uzyskuje się schemat względem  $\mathbf{r}_{n+1}$  jako niewiadomej:

$$\left[ \frac{1}{\Delta t} \mathbf{M}_{n+1} + \mathbf{K}_{n+1} \right] \mathbf{r}_{n+1} = \mathbf{f}_{n+1} + \frac{1}{\Delta t} \mathbf{M}_{n+1} \mathbf{r}_n, \quad (6.135)$$

gdzie, zgodnie z (6.129):

$$\mathbf{K}_{n+1} = \mathbf{K}_{M_{n+1}} + \mathbf{K}_{L_{n+1}}, \quad \mathbf{f}_{n+1} = \mathbf{f}_{q_{c_{n+1}}} + \mathbf{f}_{T_{env_{n+1}}}. \quad (6.136)$$

W tej analizie zakładamy, że  $\rho c \neq \rho(T)c(T)$ ,  $\lambda \neq \lambda(T)$ ,  $\alpha \neq \alpha(T)$  nie są funkcjami temperatury,

stąd  $\mathbf{M}_{n+1} = \mathbf{A}_{e=1}^{n(e)} \mathbf{M}_{n+1(e)} \equiv \mathbf{M} \neq \mathbf{M}(T)$ ,  $\mathbf{K}_{n+1} = \mathbf{A}_{e=1}^{n(e)} \mathbf{K}_{n+1(e)} \equiv \mathbf{K} \neq \mathbf{K}(T)$  i  $\mathbf{f}_{T_{env_{n+1}}} = \mathbf{A}_{e=1}^{n(e)} \mathbf{f}_{T_{env_{n+1}(e)}} \neq \mathbf{f}_{T_{env}}(T)$ ,

bo  $\mathbf{M}_{n+1(e)} = \mathbf{M}_{(e)} = \int_{B_{(e)}} \mathbf{N}_{(e)}^T \rho c \mathbf{N}_{(e)} dB \neq \mathbf{M}_{(e)}(T)$  (6.118),  $\mathbf{K}_{M_{n+1(e)}} = \mathbf{K}_{M(e)} = \int_{B_{(e)}} \mathbf{B}_{(e)}^T \lambda \mathbf{B}_{(e)} dB \neq \mathbf{K}_{M(e)}(T)$

(6.116),  $\mathbf{K}_{L_{n+1(e)}} = \mathbf{K}_{L(e)} = \int_{\partial B_q \cap \partial B_{(e)}} \mathbf{N}_{(e)}^T \alpha \mathbf{N}_{(e)} d(\partial B) \neq \mathbf{K}_{L(e)}(T)$  (6.117) i  $\mathbf{f}_{T_{env_{n+1}(e)}} = \mathbf{f}_{T_{env}(e)} =$

$= \int_{\partial B_q \cap \partial B_{(e)}} \alpha T_{env} \mathbf{N}_{(e)}^T d(\partial B) \neq \mathbf{f}_{T_{env}(e)}(T)$  (6.120), chociaż mogą ulegać zmianom bezpośrednio w funkcji

czasu. Ponieważ szybkość wydzielania ciepła hydratacji cementu  $q_c \neq q_c(T)$  zgodnie z równaniem (6.29), w tym prawem Arrheniusa, zależy od temperatury, stąd w kroku  $n+1$  wektor

$\mathbf{f}_{q_{c_{n+1}}} = \mathbf{A}_{e=1}^{n(e)} \mathbf{f}_{q_{c(e)}}(T_{n+1}) \equiv \mathbf{f}_{q_c}(T)$  wynikający z (6.119)  $\mathbf{f}_{q_{c_{n+1}(e)}} = \int_{B_{(e)}} \mathbf{N}_{(e)}^T q_c(T_{n+1}) dB = \mathbf{f}_{q_{c_{n+1}(e)}}(T)$

wymaga znajomości temperatury  $\mathbf{r}_{n+1}$ . Uwzględniając powyższe spostrzeżenia równanie (6.135)

można zapisać w znanej ze statyki formie:

$$\hat{\mathbf{K}}\boldsymbol{\tau}_{n+1} = \mathbf{f}_{n+1}(\boldsymbol{\tau}_{n+1}), \quad (6.137)$$

$$\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{K}}_{AA} & \hat{\mathbf{K}}_{AB} \\ \hat{\mathbf{K}}_{BA} & \hat{\mathbf{K}}_{BB} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \boldsymbol{\tau}_A \\ \boldsymbol{\tau}_B \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{f}_A \\ \mathbf{f}_B \end{Bmatrix}, \quad \boldsymbol{\tau} = \begin{Bmatrix} \boldsymbol{\tau}_A \\ \boldsymbol{\tau}_B \end{Bmatrix}, \quad (6.138)$$

$$\hat{\mathbf{K}}_{AA}\boldsymbol{\tau}_A = \mathbf{f}_A - \hat{\mathbf{K}}_{AB}\boldsymbol{\tau}_B, \quad (6.139)$$

gdzie

$$\hat{\mathbf{K}} = \left[ \frac{1}{\Delta t} \mathbf{M} + \mathbf{K} \right], \quad (6.140)$$

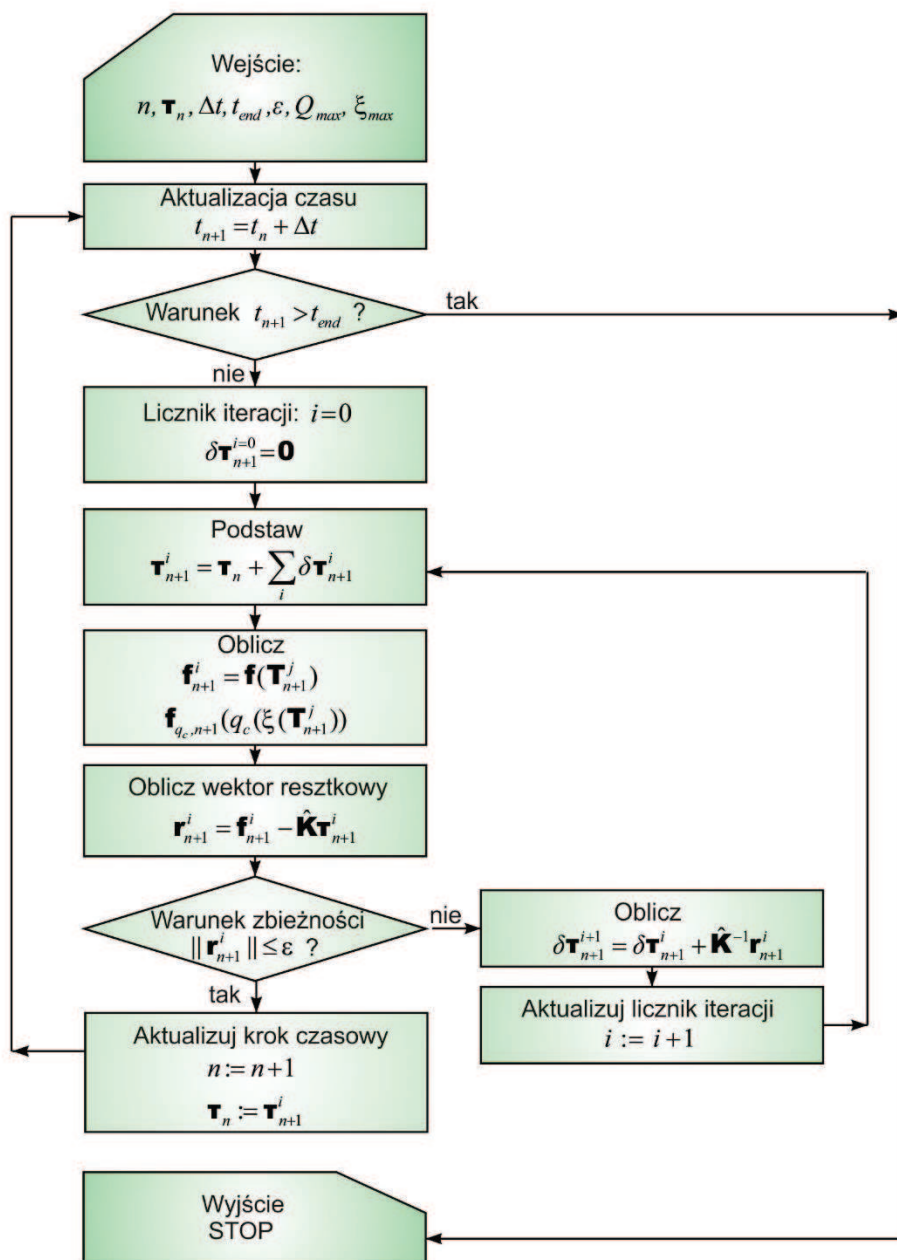
$$\mathbf{f}_{n+1}(\boldsymbol{\tau}_{n+1}) = \mathbf{f}_{q_c, n+1}(\boldsymbol{\tau}_{n+1}) + \{ \mathbf{f}_{r_{env}, n+1} + \frac{1}{\Delta t} \mathbf{M}\boldsymbol{\tau}_n \}, \quad (6.141)$$

na etapie przyrostu  $\boldsymbol{\tau}_{n+1} := \boldsymbol{\tau}_n$  oraz na etapie iteracji:

$$\mathbf{r}_{n+1}^i = \delta \mathbf{f}(\boldsymbol{\tau}_{n+1}^i) = \mathbf{f}_{n+1}(\boldsymbol{\tau}_{n+1}^i) - \hat{\mathbf{K}}\boldsymbol{\tau}_{n+1}^i = \mathbf{f}_{n+1}(\boldsymbol{\tau}_{n+1}) - \mathbf{f}_{n+1}^i = \mathbf{f}_{q_c, n+1}(\boldsymbol{\tau}_{n+1}^i) + \{ \mathbf{f}_{r_{env}, n+1} - \mathbf{f}_{n+1}^i \}. \quad (6.142)$$

Ze względu na wektor  $\mathbf{f}_{q_c}(q_c(T))$ , równanie (6.135) staje się prawostronnie silnie nieliniowe, a do jego rozwiązania przyjmuje się algorytm przyrostowo-iteracyjny (np. Newtona-Raphsona, czy iteracji prostej) do określenia temperatury  $\boldsymbol{\tau}_{n+1}$ .

Ogólny algorytm iteracji w  $(n+1)$ -tym kroku czasowym analizy termicznej dojrzewającego betonu przedstawiono w postaci schematu blokowego na Rys. 6.36.

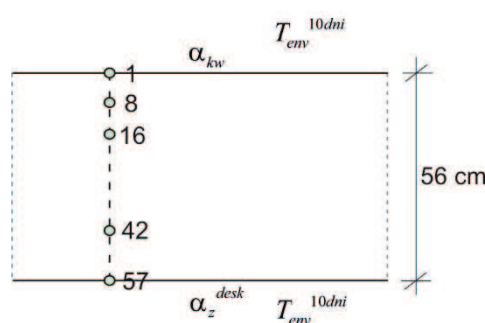


Rys. 6.36. Schemat blokowy działania programu

### 6.6.2 Weryfikacja programu metody elementów skończonych na podstawie zadania jednowymiarowego przepływu ciepła

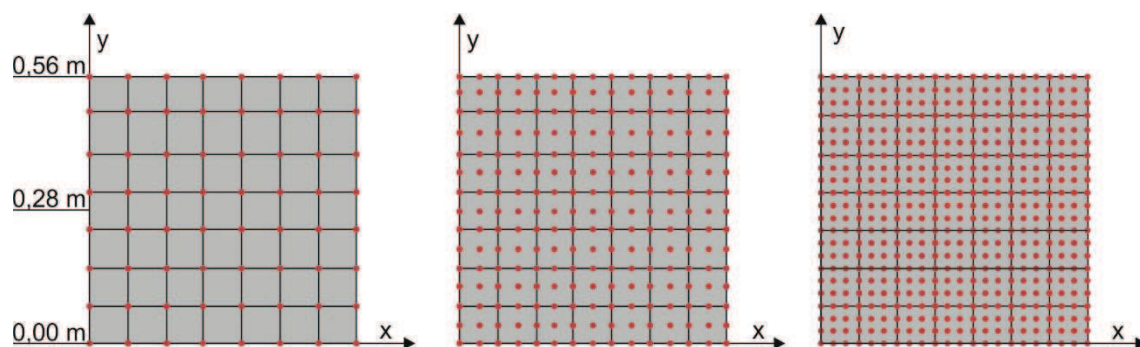
Program wykorzystujący metodę elementów skończonych poddano sprawdzeniu poprzez rozwiązanie zagadnienia jednowymiarowego przepływu ciepła w betonie, oprogramowanego uprzednio z wykorzystaniem metody różnic skończonych. Obliczenia numeryczne przeprowadzono dla płyty górnej przęsła mostu, opisanej w punkcie 6.5.5.1.2 rozprawy.

Stosując metodę różnic skończonych, przyjęto siatkę węzłów o wymiarze  $m_s = 57$  (liczba węzłów po przestrzeni) na  $n_s = 18000$  (liczba węzłów po czasie). Dla płyty o grubości 56 cm, odległość między węzłami wynosiła 1 cm (Rys. 6.37).



Rys. 6.37. Dyskretyzacja MRS

W modelu MES parametry termofizyczne i warunki brzegowe przyjęto zgodnie z Tab. 6.6, przyjmując stałą temperaturę otoczenia. Symulacje przeprowadzono z użyciem czworobocznych elementów skończonych, cztero- dziewięcio- oraz szesnastowęzłowych (Rys. 6.38). W celu sprawdzenia poprawności przyjętej dyskretyzacji, obliczenia wykonano dla 21 wariantów siatki, stosując trzy typy elementów czworobocznych i różną liczbę elementów skończonych po grubości płyty (od 2 do 112). Zbieżność rozwiązania badano poprzez analizę maksymalnej temperatury betonu dla punktów położonych na powierzchni ( $y = 0,00$  m,  $y = 0,56$  m) i w środku płyty ( $y = 0,28$  m). W metodzie różnic skończonych (MRS) maksymalna temperatura betonu dla  $y = 0,00$ ,  $y = 0,28$  i  $0,56$  m wynosiła odpowiednio 46,9603, 60,3309 i 55,6611 °C. Błąd względny pomiędzy rozwiązaniem uzyskanym przy użyciu MRS i MES jest poniżej 1 %, z wyjątkiem przypadku dwóch elementów skończonych czterowęzłowych, gdzie błąd względny wynosi 2,5 % (Tab. 6.12 - Tab. 6.14). Stosowanie elementów 9-węzłowych dostarcza zbieżnego rozwiązania niezależnie od liczby elementów skończonych, podobnie jak w przypadku elementów 16-węzłowych, dla których jednak zwiększeniu ulega czas obliczeń. Rozkład temperatury betonu w płycie górnej z zastosowaniem elementów skończonych 9-węzłowych (56 elementów po grubości płyty) i wyniki obliczeń MRS przedstawiono na Rys. 6.39. Uzyskane wyniki potwierdziły poprawność modelu MES, co pozwoliło na sporządzenie map rozkładu temperatury i wytrzymałości na ścislenie betonu płyty górnej (Rys. 6.40, Rys. 6.41).



Rys. 6.38. Dyskretyzacja płyty –  $7 \times 7 = 49$  czworobocznych elementów skończonych z użyciem elementów cztero-, dziewięcio- i szesnastowęzłowych

Tab. 6.12. Maksymalna temperatura betonu dla  $y = 0,56$  m

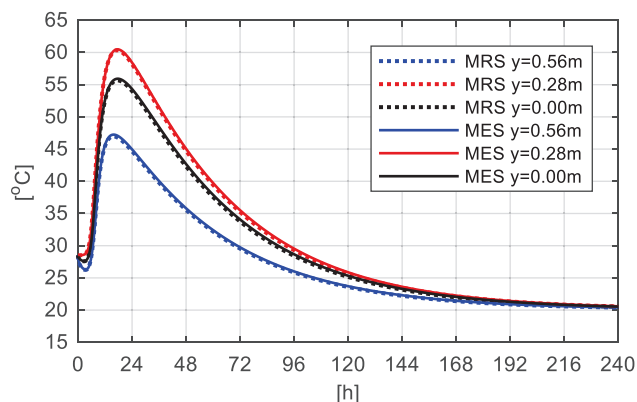
Liczba węzłów elementu / Liczba elementów po grubości płyty	4-węzłowy		9-węzłowy		16-węzłowy	
	$T_{max}$ [°C]	Błąd wzgl. [%]	$T_{max}$ [°C]	Błąd wzgl. [%]	$T_{max}$ [°C]	Błąd wzgl. [%]
2	48,1458	2,5	47,2140	0,5	47,2439	0,6
4	47,4402	1,0	47,2424	0,6	47,2442	0,6
7	47,3069	0,7	47,2440	0,6	47,2441	0,6
14	47,2597	0,6	47,2441	0,6	47,2441	0,6
28	47,2480	0,6	47,2441	0,6	47,2441	0,6
56	47,2451	0,6	47,2441	0,6	47,2441	0,6
112	47,2444	0,6	47,2441	0,6	47,2441	0,6

Tab. 6.13. Maksymalna temperatura betonu dla  $y = 0,28$  m

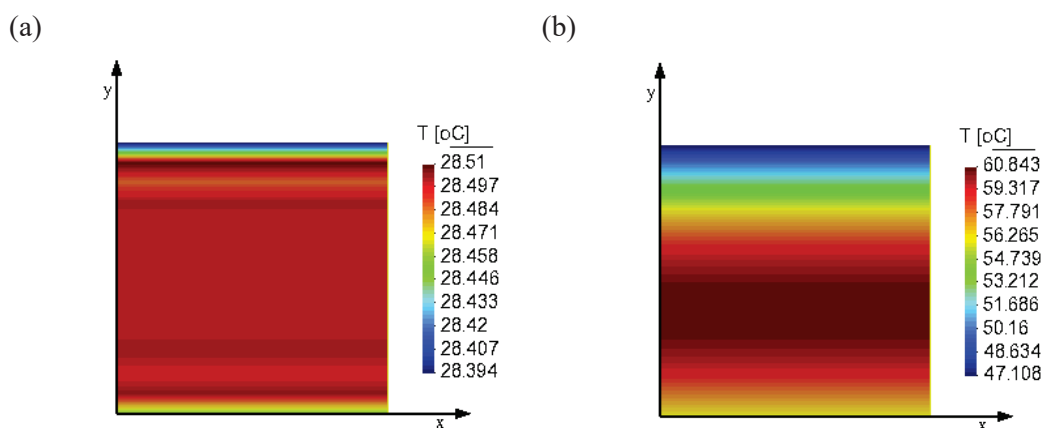
Liczba węzłów elementu / Liczba elementów po grubości płyty	4-węzłowy		9-węzłowy		16-węzłowy	
	$T_{max}$ [°C]	Błąd wzgl. [%]	$T_{max}$ [°C]	Błąd wzgl. [%]	$T_{max}$ [°C]	Błąd wzgl. [%]
2	61,8059	2,4	60,4979	0,3	60,4796	0,2
4	60,8171	0,8	60,4807	0,3	60,4800	0,2
7	60,9453	1,0	60,4801	0,2	60,6359	0,5
14	60,5074	0,3	60,4800	0,2	60,4800	0,2
28	60,4869	0,3	60,4800	0,2	60,4800	0,2
56	60,4817	0,2	60,4800	0,2	60,4800	0,2
112	60,4804	0,2	60,4800	0,2	60,4800	0,2

Tab. 6.14. Maksymalna temperatura betonu dla  $y = 0,00$  m

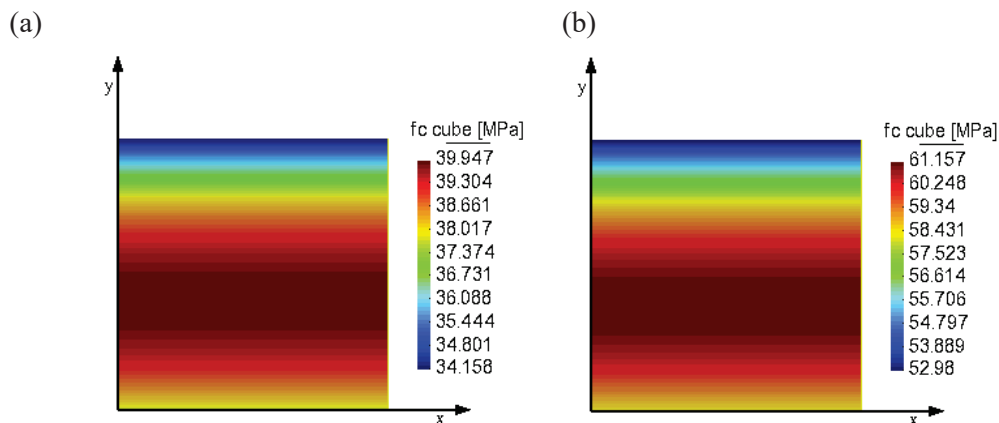
Liczba węzłów elementu / Liczba elementów po grubości płyty	4-węzłowy		9-węzłowy		16-węzłowy	
	$T_{max}$ [°C]	Błąd wzgl. [%]	$T_{max}$ [°C]	Błąd wzgl. [%]	$T_{max}$ [°C]	Błąd wzgl. [%]
2	57,0765	2,5	55,9031	0,4	55,9225	0,5
4	56,1869	0,9	55,9216	0,5	55,9228	0,5
7	56,0075	0,6	55,9227	0,5	55,9228	0,5
14	55,9438	0,5	55,9228	0,5	55,9228	0,5
28	55,9280	0,5	55,9228	0,5	55,9228	0,5
56	55,9241	0,5	55,9228	0,5	55,9228	0,5
112	55,9231	0,5	55,9228	0,5	55,9228	0,5



Rys. 6.39. Porównanie rozkładu temperatury betonu płyty górnej przy użyciu metody MRS i MES



Rys. 6.40. Mapa rozkładu temperatury betonu płyty górnej w czasie: (a) 0,013 h, (b) 17,3 h



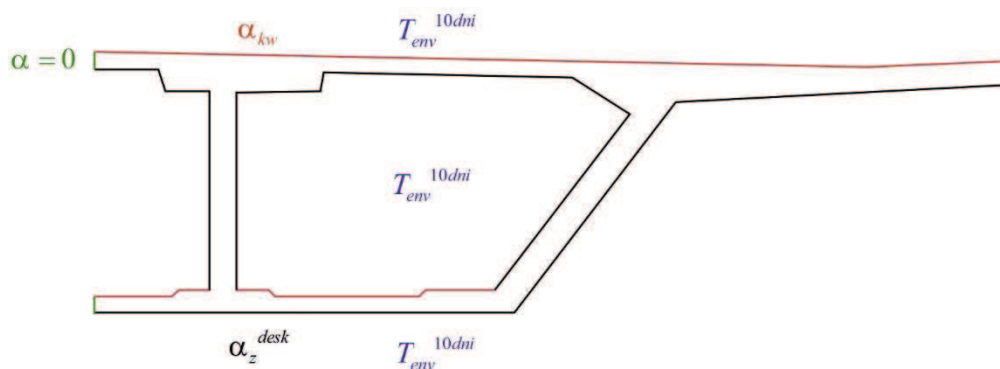
Rys. 6.41. Mapa rozkładu wytrzymałości kostkowej betonu płyty górnej na ściskanie w czasie: (a) 12,0 h, (b) 24,0h

Powyższe obliczenia weryfikują program MAI\_Temp przeznaczony do analizy termicznej dojrzewającego betonu. Opracowane procedury numeryczne posłużą do analizy całego przekroju skrzynki mostowej w zakresie zmian termicznych i wytrzymałościowych betonu.

### 6.6.3 Symulacje rozkładu temperatury i wytrzymałości betonu na ściskanie dla całego przekroju skrzynki mostowej

Symulacje numeryczne rozkładu temperatury betonu w przekroju przęsła mostu przeprowadzono w środowisku metody elementów skończonych, przy użyciu zweryfikowanego w poprzednim punkcie programu MAI\_Temp. Program ten bazuje na autorskim programie MES opracowanym przez prof. Chróścielewskiego [33]. Dokonane modyfikacje programu dotyczą definiowania geometrii przekroju oraz warunków początkowo-brzegowych, aproksymacji rozwiązania po czasie, obliczania wytrzymałości betonu oraz generowania plików wynikowych.

Parametry geometryczne monitorowanej na III etapie badań sekcji nawisowej mostu, przyjęto na podstawie dokumentacji technicznej, a parametry termofizyczne betonu według Tab. 6.1 i Tab. 6.15. Współczynnik  $\bar{n}$  w obliczeniach jednowymiarowych uzależniony był od grubości płyty, stąd w analizie całego przekroju przyjęto uśrednioną wartość tego współczynnika. Warunki brzegowe przyjęto zgodnie z oznaczeniami pokazanymi na Rys. 6.42.



Rys. 6.42. Warunki brzegowe

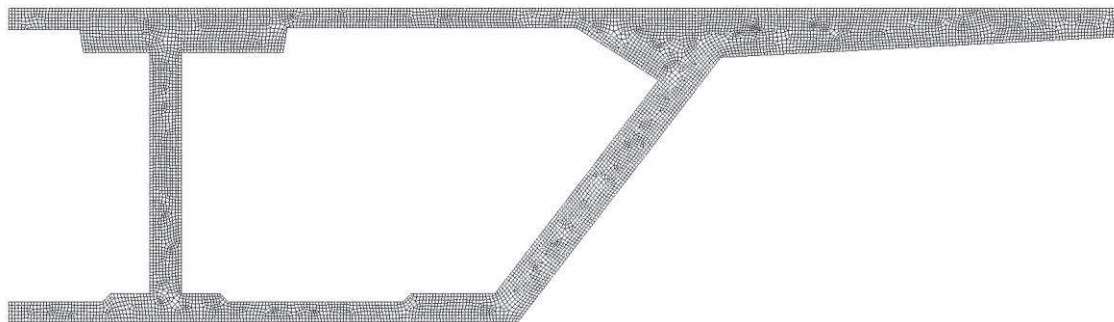
Tab. 6.15. Parametry termofizyczne - etap III

$\kappa / n_0$	$\bar{n}$	$A_0 / \kappa$	$T_0$	$T_{env}^{10dni}$	$\alpha_z^{desk}$	$\alpha_{kw}$
[1/h]	[-]	[-]	[°C]	[°C]	[W/(m <sup>2</sup> ·K)]	[W/(m <sup>2</sup> ·°K)]
$12,0 \cdot 10^6$	4,0	$1 \cdot 10^{-4}$	14,8	4,4	5,6	10,3

Z uwagi na symetryczny przekrój sekcji nawisowej, obliczenia przeprowadzono dla połowy przekroju. W przyjętym modelu zastosowano 9-węzłowe, czworoboczne elementy powierzchniowe, a na brzegach 3-węzłowe elementy liniowe (Rys. 6.35). Pod kątem formalnego użycia MES przeprowadzono analizę zbieżności rozwiązania. Stopień złożoności wykorzystanego modelu MES opisuje liczba użytych elementów skończonych: 7370 elementów powierzchniowych, 1380 elementów liniowych oraz 30860 węzłów. Do dyskretyzacji przekroju wykorzystano program GID.

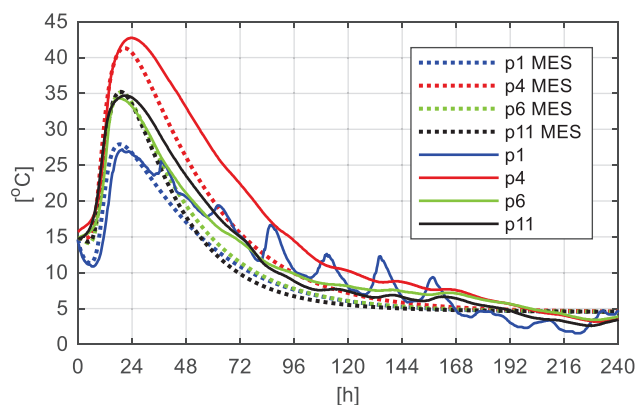




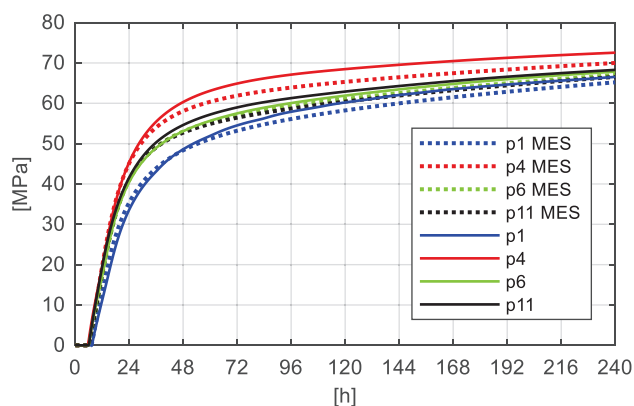


Rys. 6.43. Dyskretyzacja połowy przekroju mostu

Na Rys. 6.44 przedstawiono temperaturę betonu pomierzoną w trakcie realizacji III etapu badań na obiekcie mostowym i temperaturę otrzymaną w wyniku obliczeń numerycznych, dla wybranych punktów pomiarowych. Co ważne, wszystkie parametry betonu określone na etapie rozwiązywania zagadnień jednowymiarowych zostały z powodzeniem zaimplementowane w modelu dwuwymiarowym. Wyniki numeryczne bardzo dobrze oddają zmiany temperatury betonu zarejestrowane dla sekcji nawisowej mostu. Należy dodać, że w modelu tym przyjęto stałą temperaturę otoczenia, równą  $4,4\text{ }^{\circ}\text{C}$ , a w rzeczywistości obserwuje się znaczny wpływ dobowych wahań temperatury powietrza na temperaturę betonu w konstrukcji. Dla punktów pokazanych na Rys. 6.44 wykreślono także krzywe przyrostu szacowanej wytrzymałości betonu na ściskanie (wg Rys. 5.50), dla których przebiegi są bardzo zbliżone (Rys. 6.45).

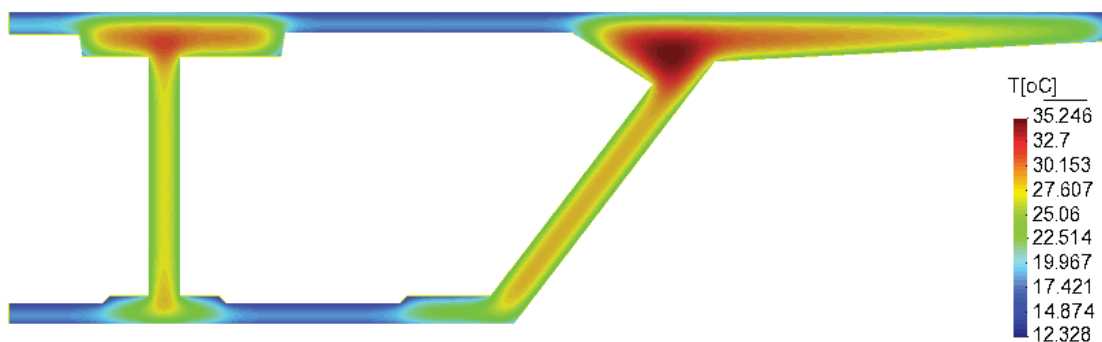


Rys. 6.44. Pomierzona i obliczona temperatura betonu analizowanej sekcji mostu

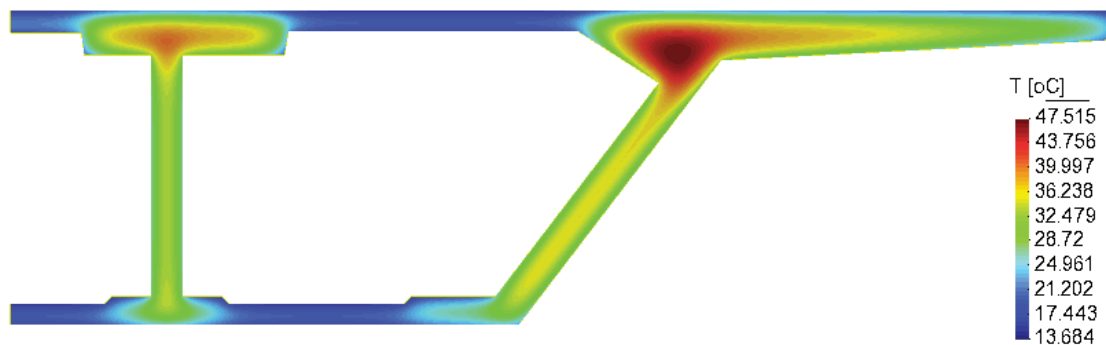


Rys. 6.45. Wytrzymałość betonu analizowanej sekcji mostu

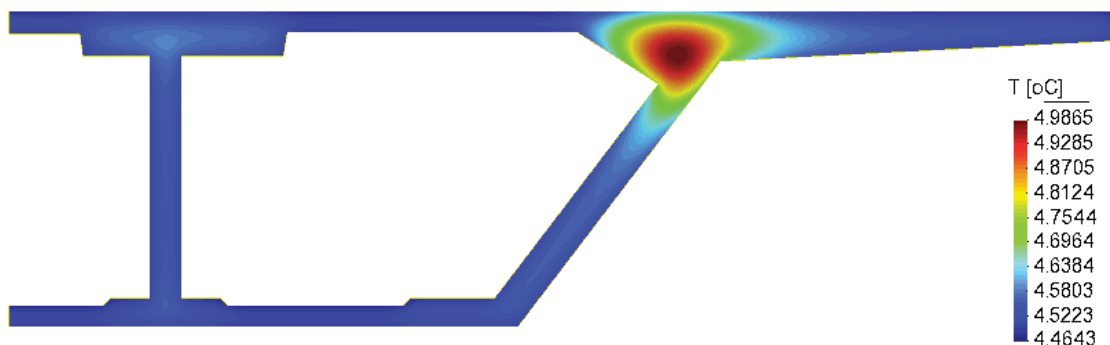
Obliczenia przeprowadzone w przestrzeni dwuwymiarowej umożliwiły sporządzenie map pól temperatury betonu. Do reprezentacji graficznej wyników wykorzystano program GID. Na Rys. 6.46 - Rys. 6.48 przedstawiono temperaturę betonu w czasie 12, 24 i 240 godzin. Po 24 godzinach, dla płyty górnej w przekroju przechodzącym przez środek środnika wewnętrznego, różnica temperatury betonu na górnej powierzchni skrzynki mostu (23,3 °C) i 40 cm poniżej (40,8 °C) wynosi 17,5 °C, co w przeliczeniu na metr skutkowałoby gradientem równym 43,8 °C/m (Rys. 6.47). Największe źródło generowanej energii cieplnej zlokalizowane jest w miejscach o największej objętości betonu. Środnik wewnętrzny i zewnętrzny z uwagi na obecność deskowania po obu stronach znajduje się w najbardziej jednolitym stanie termicznym. Szczególnie podatnymi na wychłodzenie elementami są fragmenty płyty górnej i dolnej o najmniejszej grubości oraz koniec wspornika płyty górnej. W wieku ok. 10 dni kończy się faza chłodzenia betonu i w całym przekroju obserwuje się temperaturę bliską temperaturze powietrza (Rys. 6.48).



Rys. 6.46. Temperatura betonu w przekroju przęsła mostu w czasie 12 h



Rys. 6.47. Temperatura betonu w przekroju przęsła mostu w czasie 24 h

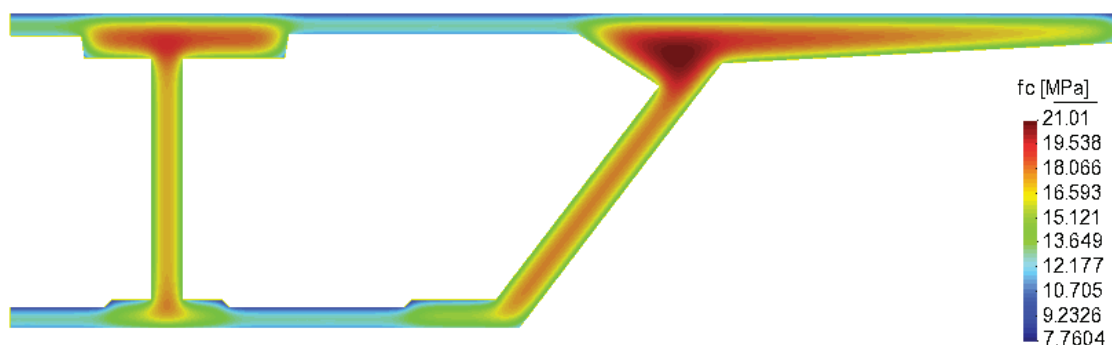


Rys. 6.48. Temperatura betonu w przekroju przęsła mostu w czasie 240 h = 10 dni

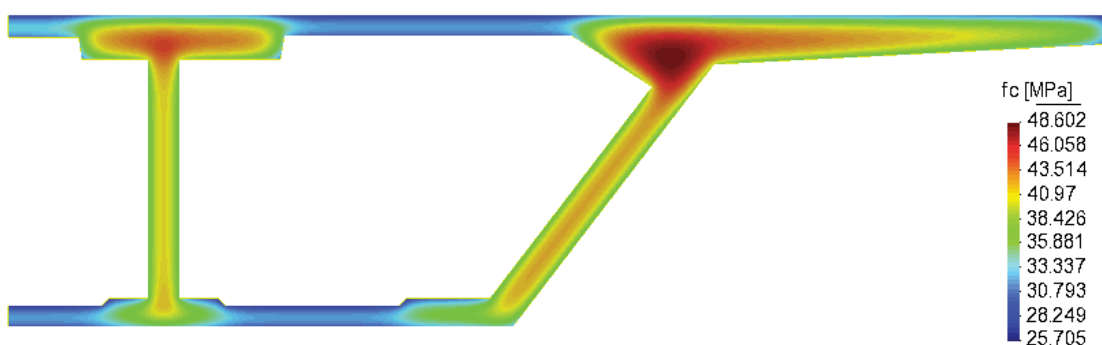
Wyniki obliczeń numerycznych w postaci temperatury betonu pozwoliły na opracowanie map rozkładu wytrzymałości betonu na ściskanie (Rys. 6.49 - Rys. 6.53). Wytrzymałość młodego betonu w czasie 12 h zmienia się od 7,7604 MPa dla odkrytej powierzchni płyty górnej i dolnej do 21,01 MPa dla strefy o największej ilości wbudowanego betonu (Rys. 6.49). W wieku 24 godzin minimalna wytrzymałość betonu równa jest 25,705 MPa i dotyczy głównie naroży oraz zewnętrznych stref płyty górnej i dolnej o grubości 25 cm (Rys. 6.50).

W wieku 48 h wytrzymałość betonu na ściskanie wynosi od 37,973 do 63,34 MPa (Rys. 6.51). W punkcie 5.7.2 sugerowany możliwy termin rozpoczęcia sprężania sekcji przęsła mostu określono na 2 doby, co znajduje potwierdzenie w symulacjach numerycznych MES dla badanego na moście przekroju pomiarowego przechodzącego przez środek środnika wewnętrznego skrzynki (Rys. 6.54). Jednak beton najcieńszego fragmentu płyty górnej i dolnej, w wieku 48 h, nie osiąga poziomu 60 % wytrzymałości charakterystycznej. Wytrzymałość betonu na ściskanie równa 45 MPa w całym rozpatrywanym przekroju zostaje osiągnięta po 3,5 dobach dojrzewania betonu (Rys. 6.52).

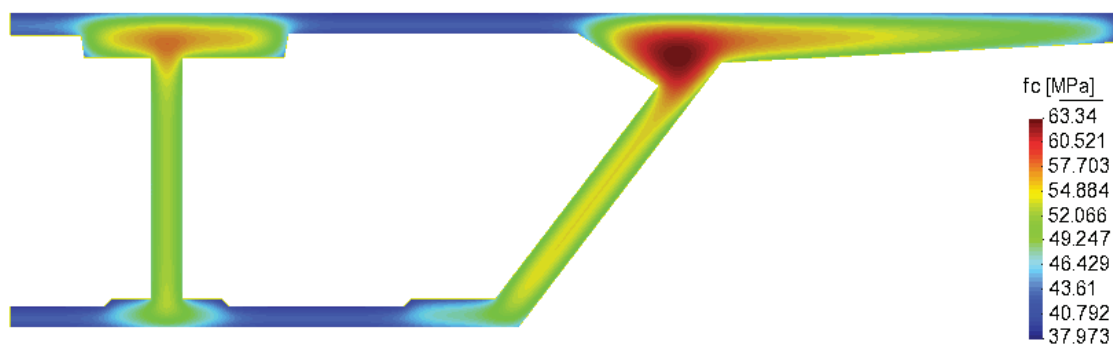
W wieku 28 dni beton wysokowartościowy osiąga w całej objętości wytrzymałość na ściskanie minimum 75 MPa, zatem spełnia wymagania stawiane klasie C 60/75 (Rys. 6.53).



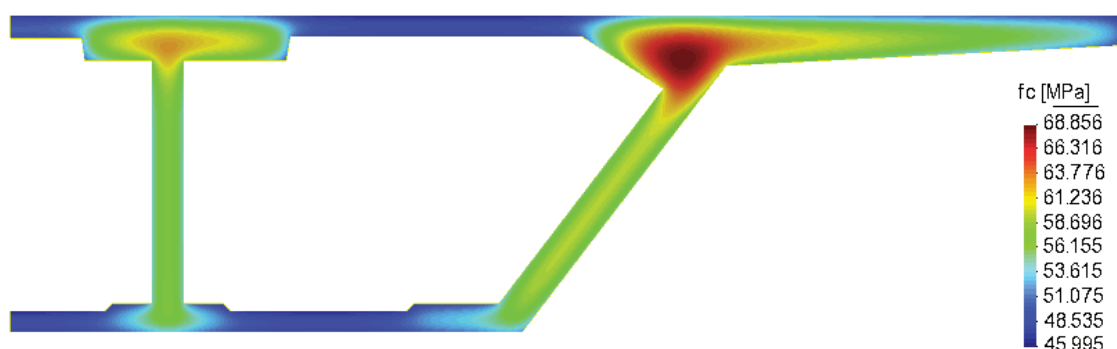
Rys. 6.49. Wytrzymałość kostkowa betonu w przekroju przęsła mostu w wieku 12 h



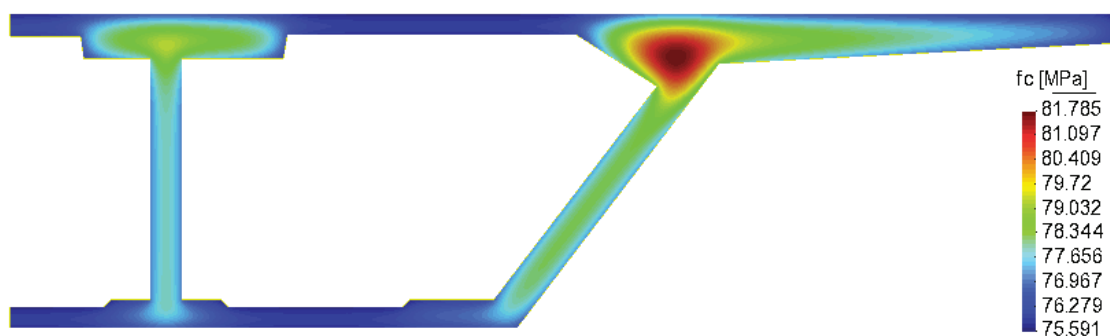
Rys. 6.50. Wytrzymałość kostkowa betonu w przekroju przęsła mostu w wieku 24 h



Rys. 6.51. Wytrzymałość kostkowa betonu w przekroju przęsła mostu w wieku 48 h



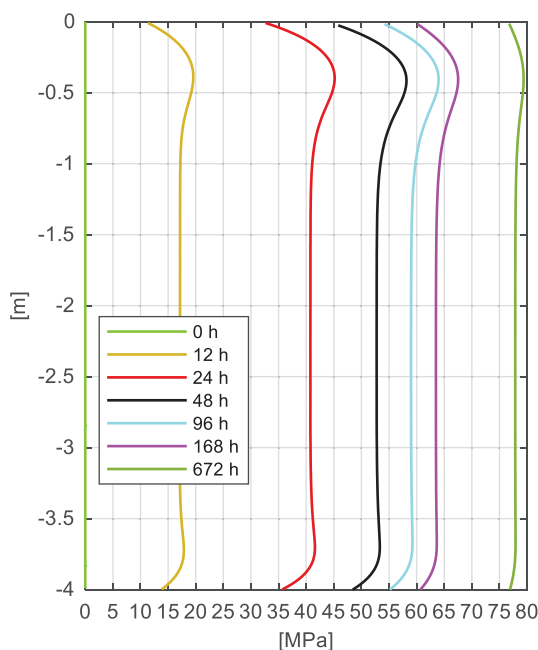
Rys. 6.52. Wytrzymałość kostkowa betonu w przekroju przęsła mostu w wieku 84 h = 3,5 doby



Rys. 6.53. Wytrzymałość kostkowa betonu w przekroju przęsła mostu w wieku 28 dni

Zmiany wytrzymałości betonu w przekroju przechodzącym przez płytę górną, środek wewnętrzny i płytę dolną pokazano na Rys. 6.54. Wytrzymałość betonu zmienia się analogicznie do rozkładu temperatury. Największe różnice wytrzymałości pomiędzy punktami pomiarowymi widoczne są po 24 h twardnienia betonu, w obrębie płyty górnej. Na górnej powierzchni skrzynki, po 24 godzinach wytrzymałość betonu na ściskanie wynosi 32,6 MPa, a dla punktu położonego 40 cm niżej równa jest 45,1 MPa (Rys. 6.54). W wieku 28 dni wytrzymałość betonu w konstrukcji jest nie mniejsza niż 75 MPa.





Rys. 6.54. Wytrzymałość kostkowa betonu w przekroju przechodzącym przez płytę górną, środek wewnętrzny i płytę dolną

Wyniki symulacji numerycznych pokazują jak ważny jest wybór punktów pomiarowych na podstawie, których chcemy szacować wytrzymałość betonu w konstrukcji. Aplikacja metody dojrzałości rozbudowanej o obliczenia numeryczne bazujące na metodzie elementów skończonych, znacznie zwiększa dokładność metody w zakresie wyznaczania wytrzymałości betonu szacowanego w konstrukcji. Przed docelowym betonowaniem i wdrożeniem systemu monitoringu na obiekcie betonowym, możliwe jest wykonanie wielu wariantów obliczeń numerycznych z uwzględnieniem zmiennych parametrów termofizycznych betonu oraz warunków początkowo-brzegowych, np. oceny wpływu izolacji styropianem na rozwój temperatury i wytrzymałości betonu.

Wykonanie obliczeń dwuwymiarowych umożliwia dokładne śledzenie zmian temperatury i wytrzymałości betonu w całym przekroju betonowanego elementu. Wiedza taka może stanowić uzupełniający materiał dla inżyniera i inspektora nadzoru, pozwalający na bardziej precyzyjną kontrolę procesu budowy obiektu oraz zwiększenie bezpieczeństwa realizacji prac z korzyścią dla jakości produktu.

## 6.7 Wnioski

Opracowanie modelu numerycznego wiernie odzwierciedlającego rozkład temperatury betonu dojrzewającego w konstrukcji stanowi niezwykle złożone zagadnienie. Celem pracy jest stworzenie narzędzi, dzięki którym możliwe byłoby prognozowanie rozkładu temperatury betonu w czasie i przestrzeni, na podstawie ograniczonej ilości danych. Zaproponowane w pracy rozwiązanie, uwzględniające aspekt termiczny i chemiczny twardniejącego betonu, umożliwiło

w relatywnie prosty sposób, przeprowadzanie symulacji numerycznych procesu dojrzewania betonu. Połączenie dwóch propozycji modeli termo-chemicznych opisanych w pracach Martinelliego i Cervery pozwoliło na eksperymentalną identyfikację parametrów modelu. Sformułowanie i implementacja równań bilansu energii cieplnej metodą różnic skończonych oraz metodą elementów skończonych umożliwiło analizę numeryczną przypadków jedno- i dwuwymiarowych. Podejście MRS jest właściwe dla elementów o możliwie regularnych warunkach brzegowych i prostej geometrii (np. płyt betonowych). Z kolei MES pozwala na analizę złożonych elementów betonowych.

Oprócz właściwego opisu matematycznego, kluczowe w modelowaniu rozkładu temperatury betonu są parametry modelu i właściwości termofizyczne rozpatrywanego betonu. Największą trudność stanowi precyzyjne określenie warunków brzegowych, w tym współczynników przejmowania ciepła na powierzchni betonu. Współczynniki odpowiedzialne za wymianę ciepła z otoczeniem mają olbrzymi wpływ na tempo wzrostu i spadku temperatury betonu oraz na ekstremalne wartości temperatury betonu. Dlatego w celu rzetelnego prognozowania zmian termicznych betonu w konstrukcji wielosegmentowej, należałoby przeprowadzić badania wstępne na sekcji startowej, mierząc między innymi temperaturę przy powierzchni betonu, przy powierzchni deskowania, temperaturę otoczenia i prędkość wiatru. Propozycje badaczy służące określeniu współczynników przejmowania ciepła dla konwekcji wymuszonej bądź dla przegród warstwowych, stanowią bardzo często wynik szczególnych badań eksperymentalnych i są właściwe tylko w tym konkretnym przypadku. Zaproponowane przez autora zależności do określania parametrów betonu i współczynników przejmowania ciepła dla rozpatrywanego betonu wysokowartościowego zostały pozytywnie zweryfikowane w obliczeniach dwuwymiarowych w programie MAI\_Temp.

W wyniku przeprowadzonych obliczeń numerycznych otrzymano dużą zgodność pomierzonych i teoretycznych wartości temperatur betonu elementów konstrukcyjnych mostu. Model 2D w połączeniu z krzywą dojrzałości betonu klasy C 60/75 pozwolił na sporządzenie map rozkładu wytrzymałości betonu w czasie, w przekroju skrzynkowym. Najważniejszym rezultatem tej części pracy jest opracowanie algorytmów numerycznych do prognozowania rozkładu pól temperatury i wytrzymałości betonu na ściskanie, co stanowi rozwinięcie klasycznej metody dojrzałości.



## 7 Praktyczne zalecenia dotyczące stosowania metody dojrzałości

Przeprowadzone w rozprawie badania doświadczalne i obliczenia numeryczne dostarczyły skutecznych rozwiązań pozwalających na monitorowanie stanu betonu wbudowanego w konstrukcję. Podczas całego procesu badawczego autor napotkał jednak pewne trudności na poziomie badań laboratoryjnych, terenowych jak i symulacji zjawiska rozwoju temperatury betonu. Zdobyte doświadczenia pozwoliły na sformułowanie praktycznych zaleceń w stosowaniu metody dojrzałości.

### 7.1 Badania laboratoryjne

W przypadku badań laboratoryjnych pierwszym, bazowym wymogiem jest pobranie z węzła betoniarskiego odpowiedniej ilości suchych materiałów (cement, kruszywo) oraz dodatków i domieszek stosowanych w rozpatrywanej mieszance.

W badaniach zaprawy pielęgnowanej w stałych temperaturach można pominąć wyznaczanie czasów wiązania, gdyż wyznaczenie temperatury odniesienia i energii aktywacji z wykorzystaniem analizy liniowej nie dostarcza poprawnych wyników. Lepszym rozwiązaniem jest wykonanie badań np. dla sześciu temperatur, co zwiększy pewność co do temperatury odniesienia i energii aktywacji. Terminy badań muszą zostać dostosowane do tempa rozwoju wytrzymałości. Dla czystych cementów portlandzkich badania należy rozpocząć zdecydowanie szybciej, niż w przypadku cementów hutniczych czy wieloskładnikowych.

Ze względów praktycznych, zaleca się opracowanie krzywej dojrzałości betonu dla próbek sześciennych z uwagi na ich mniejszą masę, łatwość transportu i większą dostępność tego typu form na placu budowy. Ważne by wymaganą liczbę próbek zaformować samodzielnie w laboratorium badawczym (minimum  $3 \cdot 6 + 2 = 20$  próbek), a także pobrać próbki na dedykowanym dla danej konstrukcji węźle betoniarskim (minimum 18 próbek). Zmiany wytrzymałości w czasie próbek przechowywanych w warunkach normowych ( $20 \pm 2$  °C) pozwolą na weryfikację rozwoju wytrzymałości betonu na ściskanie, niezależnie od technologii wykonania betonu.

Pomiary temperaturowe wymagają zarejestrowania temperatury początkowej mieszanki, zmian temperatury betonu próbek oraz otaczającej ich wody i powietrza. Zalecane jest stosowanie do tego celu cyfrowych czujników pomiaru temperatury.

## 7.2 Badania terenowe

Przed rozpoczęciem montażu systemu monitoringu należy zgromadzić wszelkie informacje dotyczące technologii budowy obiektu bądź elementu, mając na uwadze harmonogram i etapowość betonowań. Istotna jest tutaj wiedza na temat czasu trwania betonowania, kolejności montażu i demontażu deskowań, dostępności wybranych miejsc do przeprowadzenia instalacji czujników i kabli pomiarowych oraz możliwości podłączenia urządzenia rejestrującego do zasilania. Niezbędna jest znajomość rysunków ogólnych i zbrojeniowych monitorowanych elementów, co pozwoli na uniknięcie kolizji między składowymi systemu pomiarowego, a zbrojeniem czy kanałami kablowymi ułożonymi z rur osłonowych.

Zaleca się monitorowanie temperatury betonu w pobliżu przeprowadzania kabli sprężających, w środku elementów masywnych, a także w miejscach najcieńszych, podatnych na szybkie wychłodzenie. Dodatkowo należy rejestrować temperaturę przy powierzchni betonu i na głębokości rzędu 1 - 2 cm. Idea tworzenia zintegrowanych listew pomiarowych wdrożona na drugim i trzecim etapie badań na obiekcie mostowym dobrze się sprawdziła, gdyż pozwoliła na znaczne ograniczenie okablowania i czasu montażu. Konieczne jest monitorowanie temperatury w kilku bądź kilkunastu punktach, z uwagi na dokładne odwzorowanie rozkładu temperatury w całym przekroju, w modelu numerycznym. Natomiast wnioskowanie o szacowanej wytrzymałości betonu w konstrukcji powinno się odbywać na podstawie pomiarów temperatury betonu z czujników zlokalizowanych w warstwach przypowierzchniowych.

W celu uwzględnienia wpływów atmosferycznych na rozkład temperatury betonu w konstrukcji wymagane jest monitorowanie temperatury powietrza w kluczowych miejscach, a dla powierzchni odkrytych dobrym rozwiązaniem jest pomiar prędkości wiatru.

Należy odnotować sposób pielęgnacji świeżego betonu, a w przypadku gdy stosuje się izolację, czas jej trwania oraz parametry termofizyczne warstwy izolującej.

Kolejny aspekt stanowią próbki do badań walidacyjnych pobrane z betonu dostarczonego bezpośrednio do wbudowania w monitorowany element. Tutaj konieczna jest współpraca nadzoru naukowego z laboratorium budowy, gdyż najczęściej, z uwagi na znaczne odległości nie ma możliwości pobierania próbek do badań wytrzymałościowych przez zespół naukowy. Pobrane próbki powinny dojrzewać w ustalonych warunkach (albo normowych albo panujących na budowie). Ważne by zapewnić im właściwą pielęgnację i badać w określonych terminach. Wyniki wytrzymałościowe posłużą do ewentualnej bieżącej rekalkulacji krzywej dojrzałości.

Cały system pomiarowy należy właściwie zabezpieczyć aby nie doprowadzić do uszkodzenia kabli i przerwania przesyłu danych, na podstawie których dostarczana jest ciągła informacja o aktualnej temperaturze betonu i szacowanej wytrzymałości na ściskanie.



### 7.3 Symulacje numeryczne

Opracowanie modelu numerycznego do wiarygodnego prognozowania rozkładu temperatury betonu wymaga zdefiniowania parametrów modelu, t.j. przeprowadzenia walidacyjnych pomiarów temperatury betonu w warunkach laboratoryjnych i polowych przy znanych warunkach brzegowych.

W tym celu należy pomierzyć temperaturę betonowej próbki sześcienną twardniejącą w kalorymtrze adiabatycznym oraz w warunkach semiadiabatycznych bądź izotermicznych. Pomiar temperatury w warunkach nieadiabatycznych najlepiej wykonać dla minimum dwóch elementów betonowych o różnej wielkości i znanych warunkach brzegowych. Ważna jest także informacja dotycząca ciepła hydratacji stosowanego cementu, którą najlepiej uzyskać od producenta. Należy mieć na uwadze, że system monitoringu dojrzewającego betonu ma umożliwić sprawne wdrożenie na placu budowy, a ilość badań przygotowawczych, szczególnie eksperymentalnych nie powinna być nadmiernie rozbudowana.

Model numeryczny jak i sama krzywa dojrzałości betonu powinny być zaktualizowane na podstawie pomiarów temperatury wybranego elementu twardniejącego na budowie i wyników wytrzymałościowych próbek walidacyjnych. Należy zatem zainstalować system monitoringu betonu na segmencie (sekcji, elemencie) startowym o znanych warunkach brzegowych i możliwie regularnej geometrii.



## 8 Wnioski końcowe i dalsze kierunki badań

W rozprawie przedstawiono procedury badawcze i numeryczne służące do szacowania wczesnej wytrzymałości betonu na ściskanie, na bazie pomiarów temperatury. Uwzględniono podstawowe założenia metody dojrzałości, przedstawiono własne zalecenia dotyczące stosowania tej metody i opracowano numeryczne modele rozwoju temperatury betonu w czasie i przestrzeni. Przedstawiona w dysertacji problematyka, skupiona była głównie na połączeniu równań metody dojrzałości z numerycznymi obliczeniami przepływu ciepła w betonie, by w wiarygodny sposób odzwierciedlić rozkład wytrzymałości betonu wysokowartościowego zastosowanego do budowy przęsła mostu typu extradosed.

Przedstawiona w pracy metoda dojrzałości została przeanalizowana wielowątkowo w celu zwiększenia jej efektywności, tak by z jak największą dokładnością szacować wytrzymałość betonu w konstrukcji. Rezultaty badań laboratoryjnych pokazały pewne ograniczenia i mankamenty metody oraz dały podstawę do świadomego jej stosowania. Wnioski z przeprowadzonych badań laboratoryjnych opisano w punkcie 4.4, a dodatkowe zalecenia sformułowano w paragrafie 7.1 rozprawy. Najważniejsze z nich przedstawiono poniżej.

Funkcja dojrzałości powinna być każdorazowo opracowana w odniesieniu do danego rodzaju betonu. Wyniki badań podkreślają wyższość wyrażania dojrzałości w postaci wieku równoważnego betonu w stosunku do wskaźnika temperaturowo-czasowego Nurse'a-Saula, a także propozycji innych badaczy. Stałe szybkości reakcji fizykochemicznych należy wyznaczać w badaniach próbek sześciennych zaprawy o boku 50 mm, pielęgnowanych w kąpielii wodnej o ustalonej temperaturze, z wykorzystaniem aproksymacji nieliniowej za pomocą funkcji podanej przez Carino bądź Freieslebena Hansena i Pedersena. Określona w sposób eksperymentalny energia aktywacji jest gwarancją właściwie zdefiniowanej funkcji dojrzałości. Do opisu zależności: wytrzymałość betonu na ściskanie - wskaźnik dojrzałości, możliwe jest wykorzystanie kilku funkcji omówionych szczegółowo w rozdziale 3 oraz zaproponowanej w pracy funkcji wykładniczej i potęgowej. Wybór funkcji aproksymującej zależy od indywidualnych cech betonu, jego właściwości cieplnych i mechanicznych. Dla rozpatrywanych betonów najmniej odpowiednim równaniem okazała się logarytmiczna funkcja Płowmana. Proponuje się wprowadzenie dodatkowego terminu badań próbek betonowych w wieku 56 dni, co pozwoli na określenie granicznej wytrzymałości betonu i zwiększenia dokładności krzywej regresji.



Ważnym aspektem jest wybór kształtu próbki, na podstawie której sporządza się krzywą dojrzałości betonu. Analizy porównawcze wytrzymałości szacowanych i niszczących dla próbek walcowych i sześciennych wykazały nieco większą zgodność w przypadku próbek walcowych. Ponadto, czas potrzebny do osiągnięcia 60 % wytrzymałości charakterystycznej przez beton wysokowartościowy w konstrukcji, jest krótszy według krzywej dojrzałości betonu opracowanej w badaniach próbek walcowych. Spostrzeżenia te mogą wskazywać na słuszność rekomendacji tego typu próbek przez amerykańską normę. Na budowach w Polsce ocenę wytrzymałości prowadzi się najczęściej na próbkach sześciennych i zdaniem autora jest to dobre rozwiązanie, gdyż wykorzystanie tego typu próbek jest lepsze ze względów praktycznych, a dodatkowo wytrzymałość betonu szacowana w konstrukcji jest po stronie bezpiecznej tzn. czas do osiągnięcia wymaganej wytrzymałości jest dłuższy. W badaniach wbudowanego betonu klasy C 60/75 czas do osiągnięcia wytrzymałości na ściskanie równej 45 MPa był od 2 do 7 godzin dłuższy niż wytrzymałości 36 MPa. Biorąc pod uwagę tempo prac na obiekcie i aspekt bezpieczeństwa, jest to różnica znacząca.

Monitoring dojrzewania betonu przęsła mostu extradosed wdrożono na trzech etapach budowy ustroju nośnego tj. sekcji startowej oraz sekcjach nawisowych. Do pomiaru temperatury betonu i przesyłu zarejestrowanych danych wykorzystano zaprojektowany i wykonany do tego celu system pomiarowy pracujący na innowacyjnych, cyfrowych czujnikach 1-wire. Badania na obiekcie mostowym zrealizowano w trzech etapach, w różnych warunkach atmosferycznych. Pomiar potwierdził, że parametrem, który w znacznej mierze opóźniał bądź przyspieszał przyrost temperatury, a w następstwie wytrzymałości młodego betonu, była temperatura otoczenia. Wiedza o aktualnej temperaturze betonu w konstrukcji przyczyniła się do zastosowania właściwej pielęgnacji betonowanych elementów.

Badania niszczące próbek walidacyjnych pobieranych na każdym etapie monitorowania betonu mostowego skutecznie zweryfikowały krzywą dojrzałości betonu opracowaną w fazie przygotowawczej, co wpłynęło na zwiększenie dokładności stosowanej metody. Implementacja metody dojrzałości na wybranych sekcjach mostu, dostarczyła informacji o rzeczywistej wytrzymałości betonu na ściskanie, a także przyczyniła się określenia terminów osiągnięcia przez wbudowany beton poziomu 60 % wytrzymałości normowej dla klasy C 60/75. Umożliwiło to bezpieczne podjęcie decyzji dotyczącej rozpoczęcia procesu sprężania badanej sekcji przęsła mostu, w efekcie przyspieszając harmonogram prac budowlanych.

Pomiar temperatury betonu próbek sześciennych dojrzewających w warunkach izotermicznych i semiadiabacyjnych, w przygotowanym do tego celu stanowisku, a także historia termiczna elementów konstrukcyjnych betonu wysokowartościowego, dostarczyły danych wejściowych do numerycznego modelu rozwoju temperatury betonu. Zaproponowane w pracy funkcje służące wyznaczeniu parametrów modelu, m.in. współczynników przejmowania ciepła na powierzchni betonu, sprawdzą się w symulacjach rozkładu temperatury betonu przęsła

mostu z użyciem autorskiego programu metody różnic skończonych (1D) i w modelowaniu dwuwymiarowym (2D) całego przekroju skrzynki mostowej. Uzyskane wyniki numeryczne zostały pozytywnie zweryfikowane poprzez dane pomiarowe. Na podstawie rozkładu pól temperatur, sporządzono mapy rozkładu wytrzymałości betonu na ściskanie, co umożliwiło wskazanie miejsc szczególnie narażonych na spowolnienie tempa przyrostu wytrzymałości. W przypadku analizowanej skrzynki mostowej są to miejsca o najmniejszej grubości oraz naroża przekroju.

Zaprezentowana praca stanowi ważną część procesu projektowania mieszanki i wykonawstwa betonowych elementów konstrukcyjnych. Znajomość krzywej dojrzałości betonu wyznaczonej w warunkach laboratoryjnych dostarcza informacji o rozwoju wytrzymałości betonu przed docelowym betonowaniem konstrukcji. Monitorując proces twardnienia betonu w konstrukcji, możliwa jest realna weryfikacja postępu hydratacji mieszanki dostarczonej na plac budowy i ewentualne działania naprawcze bądź regulujące parametry świeżej mieszanki. System monitoringu dojrzewającego betonu umożliwia także ograniczenie liczby badań niszczących, na rzecz monitorowania stanu betonu w konstrukcji.

Koncepcja zintegrowania założeń metody bazującej na pomiarach temperatury betonu z oprogramowaniem MES umożliwia prognozowanie i szacowanie rozkładu pól temperatury i wytrzymałości betonu na ściskanie. Połączenie możliwości pomiarowych i numerycznych dostarczyło skutecznych narzędzi, by w relatywnie prosty sposób wspierać metodykę kontrolowania zmian termicznych i wytrzymałościowych betonowych elementów konstrukcyjnych, a tym samym zwiększyć poziom ufności co do rzeczywistej wytrzymałości wbudowanego betonu, jakości i trwałości obiektu.

Podjęta metodyka badawcza będzie sukcesywnie rozbudowywana pod względem niezawodności i efektywności działania. Planuje się bezpośredni pomiar ciepła hydratacji betonowej próbki sześcienniej w kalorymetrze adiabatycznym, kolejne badania i obserwacje twardniejących elementów konstrukcyjnych, a przez to rozwinięcie modelu numerycznego spójnego z możliwościami pomiarowymi, tak by jak najlepiej oddawał rzeczywiste przebiegi mierzonych parametrów. Dąży się także do uproszczenia montażu czujników pomiarowych, minimalizacji okablowania i pełnego oprogramowania pakietu doświadczalno-numerycznego, który aktualizowałby się na bieżąco, a istotne wyniki były dostępne *on line* na każdym etapie twardnienia betonu. W dalszej perspektywie podjęta będzie także próba rozszerzenia zakresu prognozowanych właściwości mechanicznych betonu. Wstępne badania wskazują na możliwość opisu modułu sprężystości betonu w funkcji wskaźnika dojrzałości.





## Bibliografia

- [1] Ajdukiewicz. A., Mames J., Konstrukcje z betonu sprężonego, Polski Cement, Kraków, 2004.
- [2] Andreasik M., Naprężenia termiczno-skurczowe w masywach betonowych. Praca doktorska, Kraków 1982.
- [3] Azenha M., Numerical simulation of the structural behaviour of concrete since its early ages. Civil Engineering, Faculty of Engineering, University of Porto, September 2009.
- [4] Azenha M., Sousa C., Faria R., Neves A., Thermo–hygro–mechanical modelling of self-induced stresses during the service life of RC structures, *Engineering Structures* 33, 3442–3453, 2011.
- [5] Badur J., Notaki nieopublikowane, 2016.
- [6] Baran T., Badanie ciepła hydratacji cementu CEM I 42,5 R przeprowadzone w Oddziale Szkła i Materiałów Budowlanych w Krakowie.
- [7] Barcelo L., Moranville M., Clavaud B., Autogenous shrinkage of concrete: balance between autogenous swelling and self-desiccation, *Cem. Concr. Res.* 35, 177–183, 2005.
- [8] Barcik W., Sieńko R., Biliszczyk J., System monitorowania konstrukcji mostu Rędziańskiego we Wrocławiu, *Wrocławskie Dni Mostowe, Aktualne realizacje mostowe*, Wrocław, 24–25 listopada, 2011.
- [9] Bathe K. J, *Finite Element Procedures*, Prentice Hall, 1982.
- [10] Bažant Z.P., Thonguthai W., Pore pressure and drying of concrete at high temperature, *Journal of the Engineering Mechanics Division* 104.5, 1059–1079, 1978.
- [11] Bentz D. P. A review of early age properties of cement-based materials. *Cement and Concrete Research* 38, 2008, 194–204.
- [12] Bergström S. G., Curing temperature, age and strength of concrete, *Mag. Concr. Res.*, 5, 61–66, 1953.
- [13] Branco, F., Mendes, P., Mirambell, E., Heat of hydration effects in concrete structures. *ACI Materials Journal*, 89 (2), 139–145, 1992.
- [14] Bresson J., Prediction of strength of concrete products. *Rilem International conference on Concrete at Early Ages*, Paris, 1, 111–115, 1982.
- [15] Breugel, K., Artificial cooling of hardening concrete. *Concrete Structures*, Delft University of Technology, Delft, 1980.



- [16] Breugel, K., Prediction of temperature development in hardening concrete. In: Prevention of thermal cracking in concrete at early ages. Report 15, R. Springenschmid, E & FN SPON, 1998.
- [17] Brooks A., Schindler A., Barnes R., Maturity Method Evaluated for Various Cementitious Materials, *Journal of Materials in Civil Engineering*, 19 (12), 2007.
- [18] Brunarski L., Instrukcja 194/98. Badania cech mechanicznych betonu na próbkach wykonanych w formach. Instytut Techniki Budowlanej, Warszawa 1998.
- [19] Brzozowski P., Horszczaruk E., Hrabiuk K., The influence of natural and nano-additives on early strength of cement mortars, 12th International Conference on Modern Building Materials, Structures and Techniques, *Procedia Engineering* 172, 127–134, 2017.
- [20] Byfors J., Plain concrete at early ages, Technical Rep. No. 3:80, Swedish Cement and Concrete Institute, Stockholm, Sweden, 1980.
- [21] Carette G.G., Malhotra V.M., Long-term Strength Development of Silica Fume Concrete, CANMET/ACI International Workshop on the Use of Silica Fume, April 7–9, Washington, DC, 1991.
- [22] Carino N. J., Lew H. S., Volz C. K., Early Age Temperature Effects on Concrete Strength Prediction by the Maturity Method, *Journal of American Concrete Institute*, 80 (2), 93–101, 1983.
- [23] Carino N. J., Maturity Functions for Concrete, *Proceedings, RILEM International Conference on Concrete at Early Ages (Paris)*, I, 123–128, 1982.
- [24] Carino N. J., Tank R. C., Maturity functions for concretes made with various cements and admixtures, *ACI Mater. J.*, 89 (2), 188–196, 1992.
- [25] Carino N. J., The maturity method. *CRC handbook on nondestructive testing of concrete*, Chap. 5, CRC, Boca Raton, Fla., 101–146, 1991.
- [26] Carino N.J., Lew H.S., The Maturity Method: From Theory to Application, *Proceedings of the Structures Congress & Exposition*, May 21-23, Washington, D.C., American Society of Civil Engineers, Reston, Virginia, 2001.
- [27] Carino N.J., Temperature Effects on the Strength-Maturity Relation of Mortar, *National Bureau of Standards*, Washington, 1981.
- [28] Carino N.J., The Maturity Method: Theory and Application, *Journal of Cement, Concrete and Aggregates (ASTM)*, 6 (2), 61–73, 1984.
- [29] Carslaw H.S., Jaeger J.G., *Conduction of heat in solids*, The Clarendon Press, Oxford 1947.
- [30] Cervera M., Faria R., Oliver J., Prato T., Numerical modelling of concrete curing, regarding hydration and temperature phenomena. *Computers and Structures* 80, 1511–1521, 2002.



- [31] Cervera M., Oliver J., Prato T., Thermo-chemo-mechanical model for concrete. I: hydration and aging, *Journal of Engineering Mechanics* 125 (9), 1018–1027, 1999.
- [32] Chin F. K., Relation between strength and maturity of concrete, *ACI Journal Proceedings*, 68 (3), 196–203, 1971.
- [33] Chróścielewski J., Makowski J., Pietraszkiewicz W., *Statyka i dynamika powłok wielopłatowych. Nieliniowa teoria i metoda elementów skończonych*, 2004.
- [34] Chróścielewski J., Mariak A., Sabik A., Meronk B., Wilde K., Monitoring of concrete curing in extradosed bridge supported by numerical simulation, *Advances in Science and Technology Research Journal*, 10 (32), 254–262, 2016.
- [35] Chróścielewski J., Mariak A., Sabik A., Wilde K., Symulacje procesu dojrzewania betonu dolnej płyty skrzynki mostowej, *XIV Konferencja Naukowo-Techniczna Techniki Komputerowe w Inżynierii*, 18–21. 10. 2016.
- [36] Coussy O., *Mechanics and physics of porous solids*, John Wiley & Sons, Ltd, United Kingdom, 2010.
- [37] Czarnecki L. i inni, *Beton według normy PN–EN 206–1 – komentarz*. Polski Cement, Kraków, 2004.
- [38] Davies, M., *Building heat transfer*, Wiley, 2004.
- [39] De Schutter G, Tearwe L., Degree of hydration-based description of mechanical properties of early age concrete. *Mater. Struct.*, 29 (6), 335–44, 1996.
- [40] De Vree R., Tegelaar R., Gewichtete Reife des Betons, *Beton*, 48 (11), 674–678, 1998.
- [41] Doliński J., Zimno, zimno, ciepło czyli Lämpömittari, *Elektronika Praktyczna*, 6, 77–80, 2003
- [42] Drobiec Ł., Jasiński R., Piekarczyk A., *Diagnostyka konstrukcji żelbetowych. Metodologia, badania polowe, badania laboratoryjne betonu i stali. T. 1*. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 2010.
- [43] Dybeł P., Furtak K., Influence of silica fume content on the quality of bond conditions in high-performance concrete specimens, *Archives of Civil and Mechanical Engineering*, 17, 4, 2017.
- [44] Emborg M., *Thermal stress in concrete structures at early ages*, Doctoral thesis, Luleå Univ. of Technology, Luleå, Sweden, 1989.
- [45] Flaga K., Funkcja temperatury betonu tężącego w warunkach podwyższonych temperatur, *Archiwum Inżynierii Lądowej*, 1–2, 339–357, 1969.
- [46] Flaga K., Klemczak B., Knoppik-Wróbel A., Metody obliczeniowe przewidywania ryzyka zarysowania ścian przyczółków mostowych, *Inżynieria i Budownictwo*, 5, 271–276, 2013.



- [47] Flaga K., Klemczak B., Określanie wczesnych naprężeń termiczno-skurczowych i ryzyka zarysowania w masywnych płytach fundamentowych, *Inżynieria i Budownictwo*, 7, 366–371, 2016.
- [48] Flaga K., Wpływ ciepła hydratacji cementu na możliwość zarysowania konstrukcji żelbetowych o rozwiniętym przekroju poprzecznym, *Inżynieria i Budownictwo*, 5, 243–245, 1998.
- [49] Freiesleben Hansen P., Pedersen E. J., Curing of concrete structures. Draft DEB - Guide to durable concrete structures. Appendix 1. Comité Euro-International du Béton, Switzerland, 1985.
- [50] Freiesleben Hansen, P., Pedersen, E. J., Måleinstrument til kontrol af betons haerding. *J. Nord. Concrete Fed.*, in Swedish, 1, 21–25, 1977.
- [51] Freitas J.A.T., Cuong P.T., Faria R., Azenh M., Modelling of cement hydration in concrete structures with hybrid finite elements, *Finite Elements in Analysis and Design* 77, 16–30, 2013.
- [52] Furtak K., Śliwiński J., *Materiały budowlane w mostownictwie*, WKŁ, Warszawa 2004.
- [53] Furtak K., *Wprowadzenie do projektowania mostów*, Podręcznik dla studentów wyższych szkół technicznych, Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej, 1999.
- [54] Furtak K., Wrana B., *Mosty zintegrowane*, Wydawnictwa Komunikacji i Łączności, Warszawa, 2005
- [55] Gajewski R., Szabat Ł.: System symulacji i monitorowania cech młodego betonu w konstrukcji, *Polski Cement*, 42–45, 2005.
- [56] Gawin D., Pesavento F., Schrefler B.A., Hygro-thermo-chemo-mechanical modelling of concrete at early ages and beyond. Part I: Hydration and hygro-thermal phenomena, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 67, 299–331, 2006.
- [57] Gawin D., Pesavento F., Schrefler B.A., Hygro-thermo-chemo-mechanical modelling of concrete at early ages and beyond. Part II: Shrinkage and creep of concrete, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 67, 332–363, 2006.
- [58] Geiker M., *Studies of Portland Cement Hydration by Measurements of Chemical Shrinkage and Systematic Evaluation of Hydration Curves by Means of the Dispersion Model*, PhD Dissertation, Technical University of Denmark, 1983.
- [59] Haustein E. *Notatki własne nieopublikowane - mikrostruktura zaprawy*, 2017.
- [60] Horszczaruk E., Mijowska E., Cendrowski K., Sikora P., Wpływ nowej metody dodawania nanosfer krzemionkowych na właściwości mechaniczne zapraw cementowych, *Cement Wapno Beton*, 5, 308–216, 2014



- [61] Jonasson J. E., Hett-A computer program for the calculation of strength, equivalent hydration period and temperature, Swedish Cement and Concrete Research Institute, Stockholm, 1988.
- [62] Jonasson J.E, Retelius A., Zastosowanie wskaźnika dojrzałości do oceny rozwoju wytrzymałości betonu na ściskanie, Drogi i Mosty, 3, 2011.
- [63] Jonasson J.E., Groth P., Hedlund H., Modeling of temperature and moisture field in concrete to study early age movements as a basis for stress analysis, International Symposium Thermal Cracking in Concrete at Early Ages, Munich, 45–52, 1994.
- [64] Jonasson, J.-E., Modelling of Temperature, Moisture and Stresses in Young Concrete. Doctoral Thesis, Lulea University of Technology, Lulea, 1994.
- [65] Karaś S., Miśkiewicz R., Ocena wytrzymałości betonu według normy PN–EN 13791, Drogownictwo, 2, 42–48, 2011.
- [66] Karaś S., Norma PN–EN 13791 – pytania o definiowanie klasy wytrzymałości betonu, Inżynier budownictwa, 10, 66–68, 2011.
- [67] Kaszyńska M., Early age properties of high-strength/high-performance concrete, Cem. Contr. Comp. 24, 253–261, 2002.
- [68] Kaszyńska M., Właściwości BWW w początkowym okresie dojrzewania, Konferencja Dni Betonu, 2002.
- [69] Kącki E., Równania różniczkowe cząstkowe w fizyce i technice. WNT, Warszawa 1992.
- [70] Kiernożycki W., Betonowe konstrukcje masywne, Polski Cement, Karków, 2003.
- [71] Kjellsen K. O., Detwiler, R. J. Later-age strength prediction by a modified maturity model. ACI Mater. J., 90 (3), 220–227, 1993.
- [72] Klemczak B., Modelowanie efektów termiczno-wilgotnościowych i mechanicznych w betonowych konstrukcjach masywnych. Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice, 2008.
- [73] Klieger P., Effects of Mixing and Curing Temperatures on Concrete Strength, Journal of the American Concrete, 54 (12), 1063–1082, 1956.
- [74] Knor G., Glinicki M., Holnicki-Szulc J., Wyznaczanie parametrów termicznych twardniejących betonów za pomocą rozwiązania problemu odwrotnego, Drogi i mosty, 11, 281–294, 2012.
- [75] Knor G., Identyfikacja, modelowanie i sterowanie polami temperatury w konstrukcjach betonowych, Warszawa, 2014.
- [76] Knudsen T., On Particle Size Distribution in Cement Hydration, Proceedings, 7th International Congress on the Chemistry of Cement, Editions Septima, Paris, II, I, 170–175, 1980.

- [77] Koenders E.A.B., Pepe M., Martinelli E., Compressive strength and hydration processes of concrete with recycled aggregates, *Cem. and Concr. Res.* 56, 203–212, 2014.
- [78] Kurdowski W., *Chemia betonu i cementu*, PWN, Kraków 2010.
- [79] Kurdowski W., Pichniarczyk P., Kłopoty z równaniem Arrheniusa przy ocenie dojrzałości betonu, *Cement -Wapno -Beton*, 3, 149–156, 2016.
- [80] Kurpińska M., Ferenc T., Application of lightweight cement composite with foamed glass aggregate in shell structures, *Shell Structures: Theory and Applications*, Vol. 4, 549–552, 2018.
- [81] Kurpińska M., Ferenc T., Effect of porosity on physical properties of lightweight cement composite with foamed glass aggregate, *II International Conference of Computational Methods in Engineering Science (CMES'17)*, EDP Sciences, 1–5, 2017.
- [82] Lew H. S., Reichard T. W., Mechanical Properties of Concrete at Early Ages, *Journal of the American Concrete Institute*, 75 (10), 533–542, 1978.
- [83] Lew H. S., Reichard T. W., Prediction of Strength of Concrete from Maturity, Accelerated Strength Testing, American Concrete Institute, Detroit, 229–248, 1978.
- [84] Lew H.S., Fattal S.G., Shaver J.R., Reinhold T.A., Hunt B.J., Investigation of Construction Failure of Reinforced Concrete Cooling Tower at Willow Island, West Virginia, NBS, 1979.
- [85] Lew H.S., West Virginia Cooling Tower Collapse Caused by Inadequate Concrete Strength, *Civil Engineering–ASCE*, 50 (2), 62–67, 1980.
- [86] Lura, P. and Breugel, K., Thermal Properties of Concrete: Sensitivity studies. IPACS Document, Subtask 2.5, 2001.
- [87] Luzio G. Di, Cusatis G., Solidification–microprestress–microplane (SMM) theory for concrete at early age: Theory, validation and application, *International Journal of Solids and Structures* 50, 957–975, 2013.
- [88] Małolepszy J., *Podstawy technologii materiałów budowlanych i metody badań*, Kraków 2013.
- [89] Mancio M., Harvey J.T., Ali A., Zhang J., Evaluation of the Maturity Method for Flexural Strength Estimation in Concrete Pavement, University of California Berkeley and University of California Davis, 2004.
- [90] Mariak A., Chróścielewski J., Wilde K., Symulacje przepływu ciepła przez płytę betonową, *Wydawnictwo Uczelniane Zachodniopomorskiego Uniwersytetu Technicznego w Szczecinie*, 1049–1058, 2017.
- [91] Mariak A., Chróścielewski J., Wilde K., Numerical simulation of hardening of concrete plate, *Shell Structures: Theory and Applications*, Vol. 4, / ed. W.Pietraszkiewicz, W.Witkowski Leiden: CRC Press/Balkema, s. 557–560, 2018

- [92] Mariak A., Eksperymentalna weryfikacja szacowania wytrzymałości młodego betonu wg normy ASTM C1074, *Współczesny stan wiedzy w Inżynierii Lądowej*, 233–240, 2015.
- [93] Mariak A., Wilde K., Wykładnicze równanie Arrheniusa jako funkcja dojrzałości twardniejącego betonu, *Monografie Technologii Betonu*, 611–626, 2016
- [94] Mariak A., Wilde K., Wyznaczanie wytrzymałości betonu na podstawie funkcji dojrzałości wg amerykańskiej normy ASTM C1074–11, *Materiały Budowlane*, 4, 68–71, 2015.
- [95] Martinelli E., Koenders E.A.B., Caggiano A., A numerical recipe for modelling hydration and heat flow in hardening concrete. *Cement & Concrete Composites* 40, 48–58, 2013.
- [96] McAdams, W., *Heat transmission*, McGraw-Hill, 532, 1954.
- [97] McIntosh J. D., *Electrical Curing of Concrete*, *Magazine of Concrete Research*, 1 (1), 21–28, 1949.
- [98] McIntosh J. D., *The Effects of Low-temperature Curing on the Compressive Strength of Concrete*, *Proceedings, RILEM Symposium on Winter Concreting*, Copenhagen, Danish Institute for Building Research Copenhagen, 1956.
- [99] Michałek J., Wyznaczanie modułu sprężystości betonu przy ściskaniu, *Materiały Budowlane*, 6, 64–65, 2015.
- [100] Mills R.H., *Factors influencing cessation of hydration in water cured cement pastes*, Special Report No. 90, *Proceedings of the Symposium on the Structure of Portland Cement Paste and Concrete*, Highway Research Board, Washington DC, USA, 406–424, 1966.
- [101] Moczko A., Nowoczesne metody nieniszczącej kontroli wytrzymałości dojrzewającego betonu, *Polski Cement*, 35–37, 2002.
- [102] Nagrodzka-Godycka K., *Badanie właściwości betonu i żelbetu w warunkach laboratoryjnych*. Arkady, Warszawa, 1999.
- [103] Nagrodzka-Godycka K., *Skrypt do laboratorium z konstrukcji betonowych*, Wydawnictwo Politechniki Gdańskiej, 1998.
- [104] Neville AM., *Właściwości betonu*. Polski Cement, Kraków, 2000.
- [105] Nocuń-Wczelik W., Trybalska B., Wpływ wybranych domieszek chemicznych na szybkość hydratacji i mikrostrukturę zaczynu cementowego, *Cement Wapno Beton*, 24 (6), 284–289, 2007.
- [106] Nurse R. W., *Steam Curing of Concrete*, *Magazine of Concrete Research*, 1 (2), 79–88, 1949.



- [107] Pepe M., Koenders E.A.B., Faella C., Martinelli E., Structural concrete made with recycled aggregates: Hydration process and compressive strength models, *Mechanics Research Communications* 58, 139–145, 2014.
- [108] Piasta W., Budzyński W., Góra J., Wpływ rodzaju kruszywa grubego na odkształcalność betonów zwykłych, *Przegląd Budowlany*, 7–8, 35–38, 2012.
- [109] Plowman J. M., Maturity and the Strength of Concrete, *Magazine of Concrete Research*, 8 (22), 13–22, 1956.
- [110] Poński M., Paluszyński J., Dubała K., Modele przepływu ciepła w ciałach stałych, *ZN Politechniki Częstochowskiej nr 169, Budownictwo* 19, 129–134, 2013.
- [111] Raczkiewicz W., Skurecz betonu – cechy istotne z uwagi na projektowanie konstrukcji z betonu, *Przegląd budowlany*, 2, 43–46, 2012.
- [112] Rao S. S., *The Finite Element Method in Engineering*, Elsevier, 2005.
- [113] Rastrup E., Heat of hydration in concrete, *Mag. Concr. Res.*, 6, 79–92, 1954.
- [114] Reinhardt H.W., Grosse C. U., Report 31: Advanced Testing of Cement-Based Materials during Setting and Hardening – Report of RILEM Technical Committee 185 ATC, 2005.
- [115] RILEM TC119-TCE, Avoidance of Thermal Cracking in Concrete at Early Ages. *Materials and Structures*, 30, 451–464, 1997.
- [116] Ruiz, J., Schindler, A., Rasmussen, R., Kim, P., Chang, G., Concrete temperature modeling and strength prediction using maturity concepts in the FHWA HIPERPAV software, 7th International Conference on Concrete Pavements, Orlando, Florida, USA, 2001.
- [117] Saul A. G. A., Principles Underlying the Steam Curing of Concrete at Atmospheric Pressure, *Magazine of Concrete Research*, 2 (6), 127–140, 1951.
- [118] Schellhammer J., Delatte N., Bosela, P., Another Look at the Collapse of Skyline Plaza at Bailey's Crossroads Virginia, *J. Perform. Constr. Facil.*, 27 (3), 354–361, 2013.
- [119] Schindler A.K., Effect of temperature on hydration of cementitious materials, *W: ACI Materials Journal*, 101.1, 72–81, 2004.
- [120] Silveira, A., The influence of thermal actions in the behavior of reinforced concrete bridges (in Portuguese), PhD Thesis, LNEC, Lisbon, 1996.
- [121] Tank R.C., Carino N.J., Rate Constant Functions for Strength Development of Concrete, *ACI Materials Journal*, 88 (1), 74–83, 1991.
- [122] Tazawa E., Miyazawa S., Kasai T., Chemical shrinkage and autogenous shrinkage of hydrating cement paste, *Cem. Conc. Res.* 25, 288–292, 1995.
- [123] Tegelaar R., Controlling the curing process on the basis of concrete maturity, *BFT*, 4, 30–37, 2002.



- [124] Van Breugel, K., Simulation of hydration and formation of structure in hardening cement-based materials. Delft University of Technology, Delft, NL, Ph.D. Thesis, 1991.
- [125] Verbeck G. J., Helmuth R. H., Structure and physical properties of cement pastes. Proc., 5th Int. Symp. on the Chemistry of Cement, Tokyo, 3, 1–32, 1968.
- [126] Voellmy, A., High concrete quality in cold weather, RILEM Symposium, Copenhagen, 1956.
- [127] Waller V., Relations entre compositions des betons, exothermie en cours de prise et resistance en compression., LCPC, ERLPC, OA, 35, 2000.
- [128] Wawrzeńczyk J., Kotwa A., Możliwość oszacowania wytrzymałości betonu na ściskanie za pomocą funkcji dojrzałości, Cement Wapno Beton, 3, 145–149, 2013.
- [129] Wawrzeńczyk J., Lech M., Estimation, based on maturity function, of the strength of early age concrete cured at elevated temperature, Structure and environment, 3, 123–131, 2015.
- [130] Weaver J., Sadgrove B.M., Striking times of formwork-tables of curing periods to achieve given strength, Construction Industry Research and Information association, London, 36, 1971.
- [131] Wilde K., Monitorowanie i diagnostyka jako niezbędny element użytkowania współczesnych konstrukcji budowlanych, 63. Konferencja Naukowa Komitetu Inżynierii Lądowej i Wodnej PAN oraz Komitetu Nauki PZITB, 2017.
- [132] Witakowski P., Termodynamiczna teoria dojrzenia. Zastosowanie do konstrukcji masywnych z betonu. Politechnika Krakowska, Zeszyt Naukowy nr 1, Kraków 1998.
- [133] Wojewódzki W. i inni, O relacjach konstytutywnych modelujących własności mechaniczne betonu, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, 1995.
- [134] Woyciechowski P., Chudan A., Metody i środki pielęgnacji betonu w formach i „in situ”, XVII Ogólnopolska Konferencja Warsztat Pracy Projektanta Konstrukcji, Ustroń, 2002.
- [135] Zhang Z., Thiery M., Baroghel-Bouny V., Numerical modelling of moisture transfers with hysteresis within cementitious materials: Verification and investigation of the effects of repeated wetting–drying boundary conditions, Cement and Concrete Research 68, 10–23, 2015.
- [136] Zielenkiewicz W., Utzig E., Wyznaczanie ciepła hydratacji cementu metodą semi-adiabaticzną według normy europejskiej PN–EN 196–9, Cement Wapno Beton, 3, 202–208, 2006.
- [137] Zienkiewicz O.C., Cheung Y.K., Metoda elementów skończonych, Arkady, Warszawa, 1972.



**Normy i rozprządzenia:**

- [138] ASTM C1074–11, Standard Practice for Estimating Concrete Strength by the Maturity Method, ASTM International, West Conshohocken, PA, 2011.
- [139] ASTM C1074–98, Standard Practice for Estimating Concrete Strength by the Maturity Method, ASTM International, West Conshohocken, PA, 1998,
- [140] ASTM C109/C109M–07, Standard Test Method for Compressive Strength of Hydraulic Cement Mortars (Using 2-in. or [50-mm] Cube Specimens), ASTM International, West Conshohocken, PA, 2007.
- [141] ASTM C192/C192M–06, Standard Practice for Making and Curing Concrete Test Specimens in the Laboratory, ASTM International, West Conshohocken, PA, 2006,
- [142] ASTM C39/C39M–04a, Standard Test Method for Compressive Strength of Cylindrical Concrete Specimens, ASTM International, West Conshohocken, PA, 2004.
- [143] ASTM C403/C403M–08, Standard Test Method for Time of Setting of Concrete Mixtures by Penetration Resistance, ASTM International, West Conshohocken, PA, 2008.
- [144] NEN 5970: Determination of strength of fresh concrete with the method of weighted maturity, in Dutch, 2001.
- [145] PN–B–06250:88 Beton zwykły.
- [146] PN–EN 13670: 2011 Wykonywanie konstrukcji z betonu.
- [147] PN–EN 12350: 2001 Badania mieszanki betonowej. Część 2: Badanie konsystencji metodą opadu stożka.
- [148] PN–EN 12350: 2001 Badania mieszanki betonowej. Część 7:Badanie zawartości powietrza – Metody ciśnieniowe.
- [149] PN–EN 12350: 2001 Badania mieszanki betonowej. Część 6 Gęstość.
- [150] PN–EN 12390–1: 2001 Badania betonu. Część 1: Kształt, wymiary i inne wymagania dotyczące próbek do badania i form.
- [151] PN–EN 12390–13: 2014–02 Badania betonu. Część 13: Wyznaczenie siecznego modułu sprężystości przy ściskaniu.
- [152] PN–EN 12390–2: 2001 Badania betonu. Część 2: Wykonywanie i pielęgnacja próbek do badań wytrzymałościowych.
- [153] PN–EN 12390–3: 2001 Badania betonu. Część 3: Wytrzymałość na ściskanie próbek do badania.
- [154] PN–EN 12390–4: 2001 Badania betonu. Część 4: Wytrzymałość na ściskanie. Wymagania dla maszyn wytrzymałościowych.





- [155] PN-EN 12504-1: 2001 Badania betonu w konstrukcjach. Część 1: Odwierty rdzeniowe - Wycinanie, ocena i badanie wytrzymałości na ściskanie.
- [156] PN-EN 13791: 2008 Ocena wytrzymałości betonu na ściskanie w konstrukcjach i prefabrykowanych wyrobach betonowych.
- [157] PN-EN 196-3: 2006 Metody badania cementu. Część 3: Oznaczanie czasów wiązania i stałości objętości.
- [158] PN-EN 196-8: 2010 Metody badania cementu Część 8: Ciepło hydratacji Metoda rozpuszczania.
- [159] PN-EN 196-9: 2010 Metody badania cementu Część 9: Ciepło hydratacji Metoda semiadiabatyczna.
- [160] PN-EN 1992-1-1: 2008 Eurokod 2. Projektowanie konstrukcji z betonu. Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków.
- [161] PN-EN 206-1: 2016 Beton Część 1: Wymagania, właściwości, produkcja i zgodność.

#### **Źródła internetowe:**

- [162] Basf: <https://www.basf.com/pl/pl/products-and-industries/construction.html>
- [163] Command center – Monitor Concrete Maturity & Strength : <http://www.maturitycentral.com/monitor-concrete-maturity-and-strength/>
- [164] Concretemote Doka: <https://www.doka.com/pl/system-groups/doka-system-components/concretemote-hardware/Concretemote>
- [165] Dziennik Ostródzki: <https://ostroda.wm.pl>
- [166] GDDKiA: <https://www.gddkia.gov.pl>
- [167] Humboldt Maturity Meter: <https://www.humboldtmfg.com/multi-channel-maturity-meter-set.html>
- [168] IMGW: [http://klimat.pogodynka.pl/pl/climate-maps/#mean\\_temperature/Monthly](http://klimat.pogodynka.pl/pl/climate-maps/#mean_temperature/Monthly)
- [169] Instytut Fizyki Politechniki Krakowskiej: <http://www.fizyka.pk.edu.pl/>
- [170] IntelliRock II: <http://www.flir.com/instruments/concrete/display/?id=44885>
- [171] Kurier Olsztyński: <http://twojkurierolsztynski.pl>, autor wizualizacji – Tadeusz Stefanowski:
- [172] Lafarge: <https://www.lafarge.pl/cementownie>
- [173] Learning from Building Failures – materiały dostępne na stronie internetowej: <https://buildingfailures.wordpress.com/1978/04/27/willow-island-cooling-tower/>
- [174] Pogoda: <http://www.ekologia.pl/pogoda/polska/warminsko-mazurskie/ostroda/>
- [175] System Conreg - <http://conregsystem.com/>
- [176] System SmartRock2: <https://www.giatecscientific.com/concrete-sensors/smartrock2/>





## Załączniki

## A. Wyniki badań zaprawy z cementem CEM III - dotyczy punktu 4.3

Tab. A.1. Wyniki badań próbek sześciennych zaprawy o boku 50 mm - temperatura 9 °C

$t$ [doba]	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$v_b$ [MPa/s]	$F$ [kN]	$f_c$ [MPa]	$f_{cm}$ [MPa]	$SD$ [MPa]	$CV$ [%]
1	2356		<del>1,16</del>	<del>0,5</del>			
	2390	0,2	3,48	1,4	1,4	0,0	0,6
	2294		3,51	1,4			
2	2320		<del>10,75</del>	<del>4,3</del>			
	2408	0,2	13,57	5,4	5,4	0,0	0,1
	2390		13,58	5,4			
4	2410		31,29	12,5			
	2400	0,4	35,89	14,4	13,3	1,0	7,3
	2376		32,34	12,9			
8	2410		48,12	19,3			
	2361	0,4	42,16	16,9	18,0	1,2	6,6
	2340		44,95	18,0			
16	2410		70,13	28,1			
	2392	0,4	<del>57,80</del>	<del>23,1</del>	28,6	0,8	2,8
	2400		72,93	29,2			
32	2400		100,66	40,3			
	2375	0,4	95,17	38,1	39,5	1,3	3,2
	2410		100,63	40,3			

Tab. A.2. Wyniki badań próbek sześciennych zaprawy o boku 50 mm - temperatura 24 °C

$t$ [doba]	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$v_b$ [MPa/s]	$F$ [kN]	$f_c$ [MPa]	$f_{cm}$ [MPa]	$SD$ [MPa]	$CV$ [%]
1	2350		<del>6,62</del>	<del>2,7</del>			
	2372	0,2	15,64	6,3	6,2	0,1	1,0
	2390		15,42	6,2			
2	2410		26,07	10,4			
	2407	0,2	24,45	9,8	10,1	0,5	4,5
	2403		<del>33,29</del>	<del>13,3</del>			
4	2370		41,08	16,4			
	2420	0,4	<del>57,25</del>	<del>22,9</del>	17,3	1,2	6,7
	2390		45,17	18,1			
8	2406		80,11	32,0			
	1380	0,4	<del>97,28</del>	<del>38,9</del>	33,5	2,0	6,0
	2400		87,16	34,9			
16	2406		114,25	45,7			
	2396	0,4	105,31	42,1	43,9	2,5	5,8
	2360		<del>134,93</del>	<del>54,0</del>			
32	2402		151,98	60,8			
	2375	0,4	149,19	59,7	60,3	0,6	0,9
	2400		150,71	60,3			

Tab. A.3. Wyniki badań próbek sześciennych zaprawy o boku 50 mm - temperatura 40 °C

$t$ [doba]	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$v_b$ [MPa/s]	$F$ [kN]	$f_c$ [MPa]	$f_{cm}$ [MPa]	$SD$ [MPa]	$CV$ [%]
1	2400		28,61	11,4			
	2334	0,2	28,94	11,6	11,4	0,2	1,5
	2350		28,09	11,2			
2	2390		58,66	23,5			
	2401	0,2	56,95	22,8	22,8	0,6	2,7
	2370		55,62	22,3			
4	2421		<del>77,64</del>	<del>31,1</del>			
	2390	0,4	113,03	45,2	44,2	1,5	3,4
	2300		107,72	43,1			
8	2405		126,13	50,5			
	2400	0,4	139,42	55,8	54,0	3,1	5,7
	2378		139,36	55,8			
16	2380		150,03	60,0			
	2400	0,4	<del>91,29</del>	<del>36,5</del>	60,7	0,9	1,5
	2394		153,28	61,3			
32	2400		152,46	61,0			
	2393	0,4	147,75	59,1	61,3	2,3	3,8
	2403		159,40	63,8			

### B. Wyniki badań betonu z cementem CEM III – dotyczy punktu 4.3

Tab. B.1. Wyniki badań próbek sześciennych betonu o boku 100 mm - temperatura 9 °C

$t$ [doba]	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$v_b$ [MPa/s]	$F$ [kN]	$f_c$ [MPa]	$f_{cm}$ [MPa]	$SD$ [MPa]	$CV$ [%]	ocena jednorodności
1	2360	0,2	14,31	1,4	1,4	-	-	-
	2355		<del>47,72</del>	<del>4,8</del>				
2	2390	0,2	106,84	10,7	10,9	0,3	2,9	b. dobra
	2405		111,32	11,1				
4	2364	0,2	154,93	15,5	16,0	0,8	4,7	b. dobra
	2340		165,55	16,6				
8	2355	0,3	200,88	20,1	20,5	0,6	2,7	b. dobra
	2360		208,66	20,9				
16	2402	0,3	277,17	27,7	28,7	1,3	4,7	b. dobra
	2363		296,22	29,6				
32	2391	0,3	394,35	39,4	40,5	1,6	3,7	b. dobra
	2340		415,33	41,5				

Tab. B.2. Wyniki badań próbek sześciennych betonu o boku 100 mm - temperatura 24 °C

<i>t</i> [doba]	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$v_b$ [MPa/s]	<i>F</i> [kN]	$f_c$ [MPa]	$f_{cm}$ [MPa]	<i>SD</i> [MPa]	<i>CV</i> [%]	ocena jednorodności
1	2341	0,2	68,41	6,8	6,8	0,1	1,0	-
	2376		67,46	6,7				
2	2342	0,2	157,63	15,8	16,1	0,5	3,0	b. dobra
	2352		164,40	16,4				
4	2360	0,2	274,92	27,5	28,2	1,0	3,4	b. dobra
	2347		288,45	28,8				
8	2400	0,3	316,49	31,6	35,1	4,9	14,0	dostateczna
	2398		385,82	38,6				
16	2371	0,3	579,52	58,0	56,4	2,2	3,9	b. dobra
	2400		548,31	54,8				
32	2371	0,3	642,92	64,3	64,7	0,6	0,9	b. dobra
	2340		651,10	65,1				

Tab. B.3. Wyniki badań próbek sześciennych betonu o boku 100 mm – temperatura 40 °C

<i>t</i> [doba]	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$v_b$ [MPa/s]	<i>F</i> [kN]	$f_c$ [MPa]	$f_{cm}$ [MPa]	<i>SD</i> [MPa]	<i>CV</i> [%]	ocena jednorodności
1	2357	0,2	71,52	7,2	7,2	-	-	-
	2350		<del>13,20</del>	<del>1,3</del>				
2	2405	0,2	221,12	22,1	21,2	1,4	6,8	b. dobra
	2353		200,71	20,1				
4	2390	0,2	337,04	33,7	36,9	4,5	12,1	średnia
	2380		400,12	40,0				
8	2405	0,3	556,86	55,7	56,4	1,0	1,8	b. dobra
	2380		571,51	57,2				
16	2403	0,3	591,39	59,6	58,3	1,2	2,0	b. dobra
	2390		574,82	63,2				
32	2330	0,3	595,52	59,6	61,4	2,6	4,3	b. dobra
	2360		632,45	63,2				

Tab. B.4. Wyniki badań próbek walcowych 150/300 mm - temperatura 9 °C

<i>t</i> [doba]	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$v_b$ [MPa/s]	<i>F</i> [kN]	$f_c$ [MPa]	$f_{cm}$ [MPa]	<i>SD</i> [MPa]	<i>CV</i> [%]	ocena jednorodności
1	2345	0,3	19,69	1,1	1,2	0,1	4,6	b. dobra
	2370		<del>56,91</del>	<del>3,2</del>				
	2356		21,02	1,2				
3	2401	0,3	188,78	10,7	11,1	0,6	5,6	b. dobra
	2345		204,43	11,6				
7	2350	0,3	232,91	13,2	14,9	2,4	16,3	niedostateczna
	2400		293,56	16,6				
14	2372	0,3	344,47	19,5	21,0	2,2	10,3	dobra
	2375		398,72	22,6				
28	2402	0,3	454,10	25,7	26,7	1,2	4,6	b. dobra
	2363		495,94	28,1				
	2360		464,62	26,3				



Tab. B.5. Wyniki badań próbek walcowych 150/300 mm - temperatura 24 °C

<i>t</i> [doba]	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$v_b$ [MPa/s]	<i>F</i> [kN]	$f_c$ [MPa]	$f_{cm}$ [MPa]	<i>SD</i> [MPa]	<i>CV</i> [%]	ocena jednorodności
1	2360	0,3	91,03	5,2	5,6	0,6	11,1	średnia
	2350		106,51	6,0				
3	2356	0,3	246,03	13,9	13,3	0,9	7,1	b. dobra
	2379		222,44	12,6				
7	2398	0,3	455,02	25,8	26,3	0,8	3,1	b. dobra
	2349		475,11	26,9				
14	2380	0,3	614,65	34,8	35,6	1,3	3,6	b. dobra
	2400		615,82	34,9				
	2380		654,78	37,1				
28	2390	0,3	713,91	40,4	43,5	4,4	10,2	dobra
	2365		<del>629,54</del>	<del>35,6</del>				
	2356		824,56	46,7				

Tab. B.6. Wyniki badań próbek walcowych 150/300 mm - temperatura 40 °C

<i>t</i> [doba]	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$v_b$ [MPa/s]	<i>F</i> [kN]	$f_c$ [MPa]	$f_{cm}$ [MPa]	<i>SD</i> [MPa]	<i>CV</i> [%]	ocena jednorodności
1	2390	0,3	207,01	11,7	11,7	0,1	0,7	b. dobra
	2360		204,87	11,6				
3	2403	0,3	363,71	20,6	21,6	1,5	6,9	b. dobra
	2400		401,02	22,7				
7	2346	0,3	593,12	33,6	35,2	2,3	6,4	b. dobra
	2403		649,72	36,8				
14	2384	0,3	627,79	35,5	36,6	1,5	4,1	b. dobra
	2395		<del>846,11</del>	<del>47,9</del>				
	2390		664,82	37,6				
28	2404	0,3	804,03	45,5	45,9	0,5	1,1	b. dobra
	2350		<del>587,31</del>	<del>33,2</del>				
	2379		817,02	46,2				

Tab. B.7. Wyniki badań próbek sześciennych o boku 150 mm - temperatura 9 °C

<i>t</i> [doba]	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$v_b$ [MPa/s]	<i>F</i> [kN]	$f_c$ [MPa]	$f_{cm}$ [MPa]	<i>SD</i> [MPa]	<i>CV</i> [%]	ocena jednorodności
1	2400	0,3	35,91	1,6	1,6	0,1	3,6	b. dobra
	2390		34,12	1,5				
3	2369	0,5	315,20	14,0	14,2	0,2	1,6	b. dobra
	2355		322,20	14,3				
7	2400	0,5	425,12	18,9	19,8	1,2	6,3	b. dobra
	2390		464,80	20,7				
14	2384	0,5	715,80	31,8	30,6	1,6	5,4	b. dobra
	2363		663,33	29,5				
28	2402	0,5	913,50	40,6	42,8	3,1	7,4	dobra
	2395		1013,72	45,1				



Tab. B.8. Wyniki badań próbek sześciennych o boku 150 mm - temperatura 24 °C

$t$ [doba]	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$v_b$ [MPa/s]	$F$ [kN]	$f_c$ [MPa]	$f_{cm}$ [MPa]	$SD$ [MPa]	$CV$ [%]	ocena jednorodności
1	2380	0,3	142,60	6,3	6,2	0,2	3,6	b. dobra
	2374		135,43	6,0				
3	2348	0,5	430,29	19,1	21,4	3,3	15,2	niedostateczna
	2350		534,00	23,7				
7	2345	0,5	935,62	41,6	41,4	0,3	0,8	b. dobra
	2360		925,50	41,1				
14	2400	0,5	1245,11	55,3	52,5	4,0	7,6	dobra
	2378		1118,70	49,7				
28	2369	0,5	1423,37	63,3	64,3	1,5	2,3	b. dobra
	2352		1470,61	65,4				

Tab. B.9. Wyniki badań próbek sześciennych o boku 150 mm - temperatura 40 °C

$t$ [doba]	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$v_b$ [MPa/s]	$F$ [kN]	$f_c$ [MPa]	$f_{cm}$ [MPa]	$SD$ [MPa]	$CV$ [%]	ocena jednorodności
1	2360	0,3	257,42	11,4	11,8	0,5	4,0	b. dobra
	2345		272,43	12,1				
3	2389	0,5	644,04	28,6	29,9	1,8	5,9	b. dobra
	2402		700,15	31,1				
7	2355	0,5	1151,31	51,2	51,7	0,8	1,5	b. dobra
	2358		1176,81	52,3				
14	2362	0,5	1256,73	55,9	57,3	2,0	3,6	b. dobra
	2365		1321,74	58,7				
28	2350	0,5	1319,91	58,7	59,6	1,3	2,1	b. dobra
	2347		1359,89	60,4				

Tab. B.10. Średni moduł sprężystości betonu

$T$ [°C]	$E_{cm}$ [GPa]				
$t$ [dni]	1	3	7	14	28
9	0,00	17,49	22,07	28,45	30,21
24	5,38	19,30	29,96	32,64	35,46
40	13,98	24,73	32,68	36,95	37,03

### C. Wyniki badań zaprawy z cementem CEM I - dotyczy punktu 5.3

Tab. C.1. Wyniki badań próbek sześciennych zaprawy o boku 50 mm - temperatura 5 °C

$t$ [doba]	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$v_b$ [MPa/s]	$F$ [kN]	$f_c$ [MPa]	$f_{cm}$ [MPa]	$SD$ [MPa]	$CV$ [%]
2	2392		17,51	7,0			
	2480	0,4	<del>6,68</del>	<del>2,7</del>	6,9	0,2	2,3
	2424		16,94	6,8			
3	2480		66,24	26,5			
	2480	0,4	68,66	27,5	26,9	0,5	1,9
	2504		66,80	26,7			
4	2440		109,40	43,8			
	2416	0,6	108,58	43,4	43,4	0,5	1,1
	2472		107,15	42,9			
5	2432		127,27	50,9			
	2536	0,6	124,43	49,8	52,3	3,4	6,5
	2552		140,35	56,1			
7	2456		<del>175,04</del>	<del>70,0</del>			
	2456	0,6	138,04	55,2	56,3	1,6	2,8
	2496		143,53	57,4			
14	2520		211,19	84,5			
	2448	0,6	206,69	82,7	84,1	1,2	1,5
	2544		212,64	85,1			

Tab. C.2. Wyniki badań próbek sześciennych zaprawy o boku 50 mm - temperatura 24 °C

$t$ [doba]	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$v_b$ [MPa/s]	$F$ [kN]	$f_c$ [MPa]	$f_{cm}$ [MPa]	$SD$ [MPa]	$CV$ [%]
1	2416		<del>51,64</del>	<del>20,7</del>			
	2472	0,4	41,22	16,5	17,1	0,9	5,1
	2440		44,30	17,7			
2	2456		146,60	58,6			
	2440	0,4	146,78	58,7	58,2	0,9	1,6
	2504		142,71	57,1			
3	2448		170,29	68,1			
	2392	0,6	167,32	66,9	68,7	2,2	3,1
	2408		177,77	71,1			
5	2440		194,17	77,7			
	2456	0,6	197,15	78,9	76,0	4,0	5,3
	2584		178,32	71,3			
7	2464		213,11	85,2			
	2464	0,6	206,42	82,6	85,7	3,3	3,9
	2448		222,94	89,2			
14	2464		214,19	85,7			
	2488	0,6	228,49	91,4	90,1	3,9	4,3
	2480		232,81	93,1			





Tab. C.3. Wyniki badań próbek sześciennych zaprawy o boku 50 mm - temperatura 35 °C

$t$ [doba]	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$v_b$ [MPa/s]	$F$ [kN]	$f_c$ [MPa]	$f_{cm}$ [MPa]	$SD$ [MPa]	$CV$ [%]
1	2496		120,31	48,1			
	2464	0,4	<del>102,06</del> 40,8	40,8	47,3	1,2	2,5
	2464		116,07	46,4			
2	2504		150,22	60,1			
	1448	0,4	145,48	58,2	59,0	1,0	1,7
	2480		<del>146,60</del> 58,6	58,6			
3	2488		161,03	64,4			
	2464	0,6	171,13	68,5	66,4	2,9	4,3
	2448		<del>191,14</del> 76,5	76,5			
5	2504		199,78	79,9			
	2432	0,6	206,24	82,5	82,7	2,8	3,4
	2512		213,91	85,6			
7	2512		197,08	78,8			
	2488	0,6	198,63	79,5	81,1	3,4	4,2
	2496		212,61	85,0			
14	2488		210,88	84,4			
	2464	0,6	238,63	95,5	88,7	5,9	6,7
	2582		215,97	86,4			

**D. Wyniki badań laboratoryjnych betonu klasy C 60/75 - dotyczy punktu 5.3**

Tab. D.1. Wyniki badań próbek walcowych betonu 150/300 mm klasy C 60/75

$t$ [doba]	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$\rho_{sr}$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$f_c$ [MPa]	$f_{cm}$ [MPa]	$E_c$ [GPa]	$E_{cm}$ [GPa]
1,17 (28h)	2635		39,1		37,3	
	2601	2617	36,3	36,5	<del>28,9</del>	37,5
	2616		34,1		37,6	
2	2599		45,6		37,8	
	2623	2614	43,6	46,3	39,8	39,6
	2620		49,7		41,3	
3	2583	2579	50,3	49,8	44,8	44,3
	2575		49,4		43,9	
5	2586	2585	51,3	52,6	47,0	48,4
	2584		54,0		49,7	
7	2592	2591	58,3	58,8	46,2	47,3
	2589		59,3		48,3	
14	2592	2587	63,5	59,8	51,2	48,9
	2583		56,1		46,7	
21	2580	2589	62,5	62,8	49,3	51,1
	2598		63,1		52,9	
28	2580	2599	65,3	66,5	54,3	55,5
	2619		67,7		56,8	

OCENA KLASY BETONU wg PN-EN 206-1

Wytrzymałość [MPa]: min. 65,3, max. 67,7,  $f_{cm} = 66,5$ Wytrzymałość charakterystyczna betonu [MPa]:  $f_{ck} = 60$ Kryterium I:  $f_{cm} \geq f_{ck} + 4$ ;  $66,5 \geq 64$ ; spełnioneKryterium II:  $f_{ci} \geq f_{ck} - 4$ ;  $65,3 \geq 56$ ; spełnione

Tab. D.2. Wyniki badań próbek sześciennych o boku 150 mm klasy C 60/75

$t$ [doba]	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$\rho_{sr}$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$f_c$ [MPa]	$f_{cm}$ [MPa]
1	2563	2568	33,9	34,6
	2572		35,9	
	2570		34,0	
2	2563	2581	47,6	52,2
	2631		57,8	
	2548		51,4	
3	2585	2596	61,6	58,9
	2627		59,0	
	2577		56,2	
5	2585	2600	61,3	63,8
	2575		63,7	
	2639		66,6	
7	2609	2623	68,7	67,7
	2581		64,2	
	2678		70,2	
14	2620	2620	73,6	75,4
	2629		75,7	
	2611		76,8	
21	2617	2597	92,2	86,8
	2576		82,7	
	2597		85,6	
28	2596	2597	83,9	85,3
	2609		87,2	
	2585		84,8	

OCENA KLASY BETONU wg PN-EN 206-1

Wytrzymałość [MPa]: min. 83,9, max. 87,2,  $f_{cm} = 85,3$

Wytrzymałość charakterystyczna betonu [MPa]:  $f_{ck} = 75$

Kryterium I:  $f_{cm} \geq f_{ck} + 4$ ;  $85,3 \geq 79$ ; spełnione

Kryterium II:  $f_{ci} \geq f_{ck} - 4$ ;  $83,9 \geq 71$ ; spełnione

**E. Wyniki badań próbek walidacyjnych betonu klasy C 60/75– dotyczy punktu 5.5**

Tab. E.1. Wyniki badań próbek walcowych 150/300 mm klasy C 60/75

$t$ [doba]	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$\rho_{sr}$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$f_c$ [MPa]	$f_{cm}$ [MPa]
0,5	2556		3,4	
	2564	2555	2,8	3,1
	2547		3,1	
1	2540		27,1	
	2559	2559	32,7	29,6
	2579		29,1	
1,5	2564		36,3	
	2581	2582	36,1	36,9
	2599		38,4	
2	2583		44,5	
	2551	2566	41,1	41,7
	2564		39,6	
3	2551		52,8	
	2602	2566	56,8	53,3
	2545		50,2	
5	2554		51,6	
	2598	2576	54,7	55,4
	2576		59,9	
7	2589		61,5	
	2587	2582	66,1	62,5
	2571		60,0	
14	2562		63,7	
	2558	2563	63,5	64,8
	2567		67,2	
28	2568		72,2	
	2591	2579	78,5	75,2
	2578		75,0	

OCENA KLASY BETONU wg PN-EN 206-1

Wytrzymałość [MPa]: min. 72,2, max. 78,5,  $f_{cm} = 75,2$ Wytrzymałość charakterystyczna betonu [MPa]:  $f_{ck} = 60$ Kryterium I:  $f_{cm} \geq f_{ck} + 4$ ;  $75,2 \geq 64$ ; spełnioneKryterium II:  $f_{ci} \geq f_{ck} - 4$ ;  $72,2 \geq 56$ ; spełnione

Tab. E.2. Wyniki badań próbek sześciennych o boku 150 mm klasy C 60/75

$t$ [doba]	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$\rho_{sr}$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$f_c$ [MPa]	$f_{cm}$ [MPa]
0,5	2577		5,3	
	2593	2583	4,2	4,6
	2578		4,2	
1	2545		43,6	
	2570	2558	45,9	45,1
	2560		45,7	
1,5	2614		47,1	
	2576	2581	51,6	49,3
	2554		49,3	
2	2575		60,1	
	2593	2583	54,9	57,2
	2580		56,7	
3	2578		68,7	
	2554	2562	69,0	69,2
	2553		69,7	
5	2574		74,1	
	2595	2586	76,3	75,3
	2590		75,4	
7	2571		81,0	
	2557	2567	79,5	81,4
	2574		83,6	
14	2572		86,0	
	2569	2572	85,3	86,0
	2575		86,8	
28	2580		96,7	
	2582	2580	95,0	95,5
	2580		94,8	

OCENA KLASY BETONU wg PN-EN 206-1  
Wytrzymałość [MPa]: min. 94,8, max. 96,7,  $f_{cm} = 95,5$   
Wytrzymałość charakterystyczna betonu [MPa]:  $f_{ck} = 75$   
Kryterium I:  $f_{cm} \geq f_{ck} + 4$ ;  $95,5 \geq 79$ ; spełnione  
Kryterium II:  $f_{ci} \geq f_{ck} - 4$ ;  $94,8 \geq 71$ ; spełnione

**F. Wyniki badań próbek walidacyjnych betonu klasy C 60/75 - dotyczy punktu 5.6**

Tab. F.1. Wyniki badań walidacyjnych próbek sześciennych o boku 150 mm klasy C 60/75

$t$ [doba]	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$\rho_{sr}$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$f_c$ [MPa]	$f_{cm}$ [MPa]
1	2513	2512	39,0	39,2
	2511		39,4	
2	2528	2531	55,2	54,6
	2534		53,9	
5	2532	2516	63,1	61,9
	2501		61,9	
7	2508	2516	70,4	68,4
	2524		66,3	
14	2511	2543	81,0	80,2
	2575		79,4	
28	2508	2537	81,3	83,9
	2566		86,5	

OCENA KLASY BETONU wg PN-EN 206-1

Wytrzymałość [MPa]: min. 81,3, max. 86,5,  $f_{cm} = 83,9$

Wytrzymałość charakterystyczna betonu [MPa]:  $f_{ck} = 75$

Kryterium I:  $f_{cm} \geq f_{ck} + 4$ ;  $83,9 \geq 79$ ; spełnione

Kryterium II:  $f_{ci} \geq f_{ck} - 4$ ;  $81,3 \geq 71$  spełnione

**G. Wyniki badań próbek walidacyjnych betonu klasy C 60/75 - dotyczy punktu 5.7**

Tab. G.1. Wyniki badań próbek sześciennych o boku 150 mm klasy C 60/75

<i>t</i> [doba]	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$\rho_{sr}$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$f_c$ [MPa]	$f_{cm}$ [MPa]
0,5	2543		2,3	
	2541	2543	2,2	2,3
	2546		2,3	
1	2551		20,4	
	2547	2551	20,9	20,1
	2554		19,1	
2	2578		50,5	
	2583	2583	51,5	51,2
	2587		51,6	
7	2582		72,2	
	2603	2599	77,3	76,5
	2613		79,8	
14	2599		88,6	
	2595	2599	87,7	88,4
	2602		88,9	
28	2582		90,4	
	2580	2584	90,8	91,5
	2589		93,2	
56	2620		99,9	
	2607	2614	102,1	100,1
	2616		99,2	

OCENA KLASY BETONU wg PN-EN 206-1

Wytrzymałość [MPa]: min. 90,4, max. 93,2,  $f_{cm} = 91,5$ Wytrzymałość charakterystyczna betonu [MPa]:  $f_{ck} = 75$ Kryterium I:  $f_{cm} \geq f_{ck} + 4$ ;  $91,5 \geq 79$ ; spełnioneKryterium II:  $f_{ci} \geq f_{ck} - 4$ ;  $90,4 \geq 71$ ; spełnione