

# INŻYNIERIA i BUDOWNICTWO

2020

ISSN 0021-0315

MIESIĘCZNIK POLSKIEGO ZWIĄZKU INŻYNIERÓW I TECHNIKÓW BUDOWNICTWA

Zeszyt dedykowany Profesorowi Jerzemu Ziółko



Budowa zbiorników ze stali Lean Duplex  
o średnicy 23,5 m i ciężarze 120 t



**MIDROC**  
Rodoverken - Production

## Uprozczone metody obliczania cylindrycznych silosów z blachy falistej i słupów cienkościennych

Cylindryczne silosy są często wykorzystywane w przemyśle rolniczym do składowania materiałów sypkich, takich jak ziarna zbóż lub pasze dla zwierząt. Konstrukcje te są zazwyczaj narażone na zniszczenie przez utratę stateczności od ściskającego obciążenia pionowego powstającego wskutek tarcia materiału sypkiego o ściany silosu [2, 3, 17, 18]. Utrata stateczności następuje najczęściej przy niesymetrycznym napełnianiu i opróżnianiu, a przyczyną niesymetrii jest niejednorodny charakter materiałów sypkich [21, 23].

W celu zmniejszenia zużycia stali konstrukcyjnej ścian silosów wykonuje się z blachy falistej usztywnionej po obwodzie silosu słupami o jednakowym rozstawie, połączonymi śrubami z blachą. Blacha przenosi poziome siły rozciągające od naporu materiału sypkiego na ściany silosu, a słupy – pionowe siły ściskające od tarcia materiału sypkiego o ściany [13]. Wyznaczenie nośności wyboeczeniowej silosów za pomocą metody elementów skończonych wymaga wykonywania skomplikowanych modeli silosów 3D, bardzo dużej liczby elementów skończonych i długiego czasu obliczeń. Nośność wyboeczeniowa konstrukcji inżynierskich jest wyznaczana na podstawie liniowej analizy stateczności lub nieliniowej analizy statycznej łańcuchów równowagi między obciążeniem a przemieszczeniem. W celu określenia obciążenia granicznego oraz zachowania pokrywczego jest stosowana metoda kontroli długości łuku lub analizy dynamiczne [10]. W praktyce projektowej są potrzebne i stosowane proste formuły obliczeniowe umożliwiające szybkie i nieskomplikowane określenie nośności wyboeczeniowej analizowanej konstrukcji. Uprozczone zasady projektowania według normy PN-EN 1993-4-1 [14] oraz zaktualizowane w poprawkach do normy [15] są oparte na analizie stateczności całego układu konstrukcyjnego, bazującej na teorii powłoki ortotropowej lub stateczności słupa na podłożu sprężystym. Wybór metody obliczania wyboeczenia silosu zależy od rozstawu pionowych słupów rozmieszczonych po obwodzie silosu.

Podane w normie PN-EN 1993-4-1 [14, 15] uproszczone zależności do wyznaczenia nośności wyboeczeniowej silosów mają charakter zachowawczy, gdyż nie uwzględniają rzeczywistej przestrzennej pracy całej konstrukcji. Wyniki obliczeń (MES) opisane w artykułach [5÷9, 11, 16, 19, 20, 22] oraz badania doświadczalne przedstawione w pracy [4] wykazały, że podejście przedstawione w EC3 [14] znacznie odbiega od rozwiązań uzyskanych z wykorzystaniem metod numerycznych. W szczególności niedostateczne wyznaczenie nośności konstrukcji silosów zaobserwowano w przypadku rzadkiego rozstawu pionowych słupów. Podstawową wadą podejścia według normy [14] jest brak ciągłości rozwiązania między dwoma podejściami normowymi,

odnoszącymi się do rozstawu pionowych słupów [6, 7, 19]. Wyniki obliczeń w artykułach [7, 16, 19, 20] zawierają propozycje modyfikacji standardowych procedur normowych na podstawie kompleksowych analiz numerycznych MES całych silosów. W pracy [16] przedstawiono nowy wzór służący do określenia sztywności podłoża sprężystego, stanowiącego podparcie pionowego słupa silosowego w postaci blachy falistej, w którym uwzględniono krzywiznę cylindrycznego płaszcza silosu. Rozwiązanie to jest porównywalne z poprawkami wprowadzonymi do Eurokodu 3 [15]. W artykułach [6, 7] przedstawiono propozycję uproszczonego modelu silosu – segmentu, zawierającego 3 lub 4 słupy z odpowiednimi warunkami brzegowymi wzdłuż pionowych krawędzi płaszcza pozwalającego na uzyskanie nośności wyboeczeniowej podobnej do wyników MES całej konstrukcji.

W artykule przedstawiono sposób wyznaczenia nośności wyboeczeniowej trzech silosów wykonanych z falistej blachy ze sfaldowaniem w kierunku obwodowym, wzmocnionych słupami pionowymi, stosując modele MES całych konstrukcji i ich segmentów, oraz porównanie obliczonej nośności wyboeczeniowej z normą [14], poprawkami do tej normy [15] i metodą zaproponowaną w pracy [19]. Nowym elementem analizowanym w artykule jest porównanie różnych metod analitycznych z wynikami analiz MES oraz zapisami normowymi. W artykule zweryfikowano także metodę z pracy [19] w odniesieniu do silosów, w których słupy miały zmienny przekrój poprzeczny, dostosowany do wypadkowych obciążeń w słupach.

### Konstrukcja analizowanych silosów

Analizowano trzy silosy cylindryczne o różnej geometrii, wykonane z blachy falistej i wzmocnione słupami po obwodzie. Omawiane obiekty znajdują się w Polsce (rys. 1). Wymiary gabarytowe tych konstrukcji nieznacznie zmodyfikowano w stosunku do rzeczywistych konstrukcji w celu ujednoczenia wyników i możliwości ich porównania. Pierwszy silos (oznaczony S600) o wysokości  $H = 17,62$  m i średnicy  $D = 5,35$  m kwalifikuje się według normy PN-EN 1991-4 [13] jako silos smukły o  $H/D = 3,3$ , masie składowanego materiału sypkiego wynoszącej 355 t (rys. 1a). Płaszcz silosu stanowiła blacha falista oraz 18 pionowych słupów z cienkościennych kształtowników „C” o grubości ścianek  $t = 1,5÷4$  mm zmiennej wzdłuż wysokości. Słupy rozmieszczono po obwodzie w rozstawie  $d_s = 0,93$  m. Wypełnienie silosu stanowi materiał sypki w postaci pszenicy, a obciążenia płaszcza konstrukcji obliczono na podstawie normy [13]. W przypadku osiowosymetrycznego opróżniania maksymalny poziomy napór na ściany silosu  $p_h = 26,2$  kN/m<sup>2</sup>, a maksymalne obciążenie styczne wzdłuż

ściany  $p_w = 11,8 \text{ kN/m}^2$ . W analizie nie uwzględniono możliwości wystąpienia niesymetrycznego wypływu materiału sypkiego w postaci lokalnego wzrostu ciśnienia na płaszczu silosu, tzw. patch-load [13].

Wysokość drugiego silosu (S900)  $H = 17,62 \text{ m}$ , a średnica  $D = 8,02 \text{ m}$ , co kwalifikuje jego konstrukcję jako smukłą [13] o  $H/D = 2,2$  i masie składowanego materiału 795 t (rys. 1b). Silos wzmocniono również 18 pionowymi słupami z kształtowników cienkościennych w kształcie „C” o zmiennej grubości ścianek (por. rys. 1b). Rozstaw pionowych słupów  $d_s$  wynosił 1,39 m. W przypadku osiowo-

symetrycznego opróżniania maksymalny poziomy napór na ściany silosu  $p_h = 39,32 \text{ kN/m}^2$ , a maksymalne obciążenie styczne wzdłuż ściany  $p_w = 17,64 \text{ kN/m}^2$ .

Trzeci silos miał wysokość  $H = 17,62 \text{ m}$  i średnicę  $D = 15,15 \text{ m}$ . Silos był średnio smukły o  $H/D = 1,2$  o masie składowanego materiału wynoszącej 2840 t (rys. 1c). Silos wzmocniono 34 pionowymi słupami z kształtowników cienkościennych w kształcie „C” o zmiennej grubości ścianek (por. rys. 1c). Rozstaw pionowych słupów  $d_s = 1,39 \text{ m}$ . W przypadku osiowo-symetrycznego opróżniania maksymalny poziomy napór  $p_h$  na ściany silosu wynosił  $66,1 \text{ kN/m}^2$ , a maksymalne obciążenie styczne wzdłuż ściany  $p_w = 30,8 \text{ kN/m}^2$ . Po uwzględnieniu możliwej niesymetrii wypływu materiału sypkiego [13] obciążenia ścian silosu zwiększyły się do  $p_h = 69,5 \text{ kN/m}^2$  i  $p_w = 30,8 \text{ kN/m}^2$ .

W analizach numerycznych współczynnik obciążenia  $\lambda$  odniesiono do reakcji od obciążenia stycznego  $p_w$  działającego na ścianie silosu. Ściany silosu stanowiły arkusze blachy falistej o wysokości pojedynczej fali 18 mm i długości 76 mm. W analizie nośności wyboyczeniowej silosów przyjmowano zmienną liczbę słupów po obwodzie, zachowując stałą masę silosu (w odniesieniu do rzeczywistych konstrukcji, por. rys. 1) oraz stałą proporcję ścianek przekroju poprzecznego słupa (rys. 1d). Liczba słupów po obwodzie była zmieniana od 3 do 50. Przekrycie konstrukcji silosów nie zostało uwzględnione z uwagi na znikomy wpływ na wyniki analiz [20]. Pominiecie to było możliwe ze względu na koncentrację obciążeń oraz wyboyczenia w dolnej części konstrukcji. Przyjęto właściwości stała granica plastyczności  $f_y = 355 \text{ MPa}$ , moduł sprężystości  $E = 210 \text{ GPa}$  i współczynnik Poissona  $\nu = 0,3$ .

#### Analiza według normy PN-EN 1993-4-1

● **Podejście standardowe.** W normie PN-EN 1993-4-1 [14] podano dwie metody określenia globalnej stateczności stalowych silosów z blachy falistej wzmocnionych pionowymi słupami, których stosowność jest zależna od rozstawu pionowych żeber (słupów) po obwodzie  $d_s$ . Metoda pierwsza, oznaczona w artykule jako „EC3A” (rozdział 5.3.4.3.3 [14]), jest stosowana w przypadku gęstego rozstawu słupów, gdy  $d_s < d_{s,max}$ . Metoda ta jest oparta na teorii powłok ortotropowych. Krytyczną siłę wyboyczeniową  $N_{x,Rcr}$  na jednostkę obwodu powłoki określa się, znajdując minimum równania (1). Minimum funkcji jest poszukiwane w przypadku takich zmiennych, jak liczba fal wyboyczeniowych po obwodzie  $j$  oraz po wysokości  $l_j$

$$n_{x,Rcr} = \min \left( \frac{1}{j^2 \omega^2} \left( A_1 + \frac{A_2}{A_3} \right) \right), \quad (1)$$

gdzie:

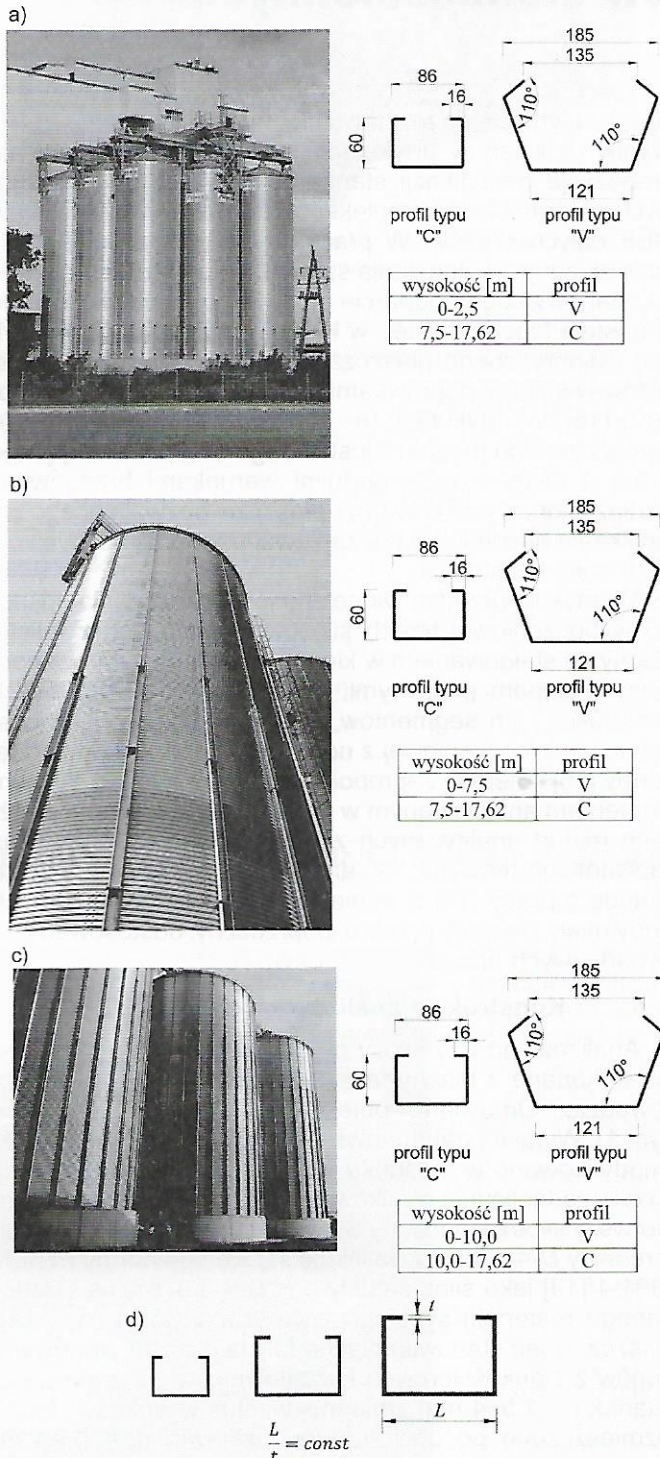
$j$  – liczba fal obwodowych,

$\omega$  – parametr uwzględniający długość fali wyboyczeniowej w kierunku pionowym ( $l_j$ ),

$A_{1,2,3}$  – parametry uwzględniające poszczególne sztywności powłoki ortotropowej.

Druga metoda (rozdział 5.3.4.3.4 normy [14]), oznaczona w artykule jako „EC3B”, jest stosowana w przypadku rzadkiego rozstawu słupów, tj. gdy  $d_s > d_{s,max}$ . Metoda jest oparta na rozwiązaniu problemu stateczności pojedynczego słupa na podłożu sprężystym, które stanowi blacha falista. Nośność na wyboyczenie  $N_{b,Rk}$  pojedynczego słupa silosowego określa się ze wzoru

$$N_{b,Rk} = 2\sqrt{EJ \cdot K}, \quad (2)$$



Rys. 1. Silosy cylindryczne z blachy falistej z pionowymi słupami cienkościennymi [6, 7]: a) silos S600 (wysokość  $H = 17,62 \text{ m}$ , średnica  $D = 5,35 \text{ m}$ ), b) silos S900 ( $H = 17,62 \text{ m}$ ,  $D = 8,02 \text{ m}$ ), c) silos S1600 ( $H = 17,62 \text{ m}$ ,  $D = 15,15 \text{ m}$ ), d) przekroje poprzeczne słupów cienkościennych

przy czym

$$K = k_s \frac{D_y}{d_s^3} \quad \text{i} \quad D_y = 0,13Etd^3, \quad (3)$$

gdzie:

$EJ$  – sztywność pojedynczego słupa przy zginaniu w płaszczyźnie prostopadłej do ściany silosu,

$K$  – sztywność podłoża sprężystego będąca sztywnością zgięciową poszycia silosu rozpiętego między pionowymi słupami,

$k_s$  – współczynnik o zalecanej wartości równej 6 [14],

$D_y$  – sztywność zgięciowa poszycia w kierunku obwodowym,

$E$  – moduł sprężystości stali,

$t$  – grubość blachy poszycia,

$d$  – wysokość fali blachy falistej.

Równania (2) i (3) zostały wyprowadzone przy założeniach:

– wybočenje słupa występuje tylko w płaszczyźnie prostopadłej do ściany silosu (pod uwagę można wziąć tylko wybočenje w jednym wymiarze);

– liczba półfal wybočeníowych wzdłuż obwodu silosu jest równa połowie liczby słupów (przy liczbie słupów podzielnej przez 4);

– słup jest obciążony tylko siłą pionową przyłożoną na jego końcu (nie uwzględnia się poziomego obciążenia ścian);

– słup jest oparty na podłożu sprężystym wzdłuż jego wysokości, przy czym sztywność podłoża jest równa sztywności zgięciowej blachy falistej;

– sztywność podłoża sprężystego  $K$  nie uwzględnia krzywizny płaszcza silosowego;

– nie uwzględnia się sztywności przechowywanego materiału sypkiego.

Graniczny rozstaw  $d_{s,max}$  określający stosowalność powyższych metod oblicza się ze wzoru

$$d_{s,max} = k_{dx} \left( \frac{r^2 D_y}{C_y} \right)^{0,25} \quad (4)$$

• **Podejście uwzględniające wprowadzone zmiany w metodzie „EC3B” [14].** W celu poprawy efektywności rozwiązań uzyskiwanych na podstawie metody „EC3B”, zmodyfikowano sposób określania sztywności podłoża sprężystego  $K$  przez uwzględnienie krzywizny płaszcza silosu [14, 16]. Zmodyfikowaną sztywność podłoża sprężystego zgodnie z [14] określa się z wyrażenia

$$K = \frac{1}{r} \left\{ \frac{2C_y D_y}{f D_y + r^2 C_y \{ f + \phi \cos^2 \phi (\tan \phi + 2g)^2 - 2X \}} \right\}, \quad (5)$$

gdzie:

$$X = [2g^2 \sin 2\phi - 2g(\cos 2\phi - \cos \phi) - \sin \phi(\cos \phi - 1)], \quad (6)$$

$$\phi = \frac{d_s}{r}, \quad (7)$$

$$f = \frac{1}{4} \{ (4g^2 + 1)(2\phi + \sin 2\phi) + 4g(1 - \cos 2\phi) - 2\sin 2\phi \}, \quad (8)$$

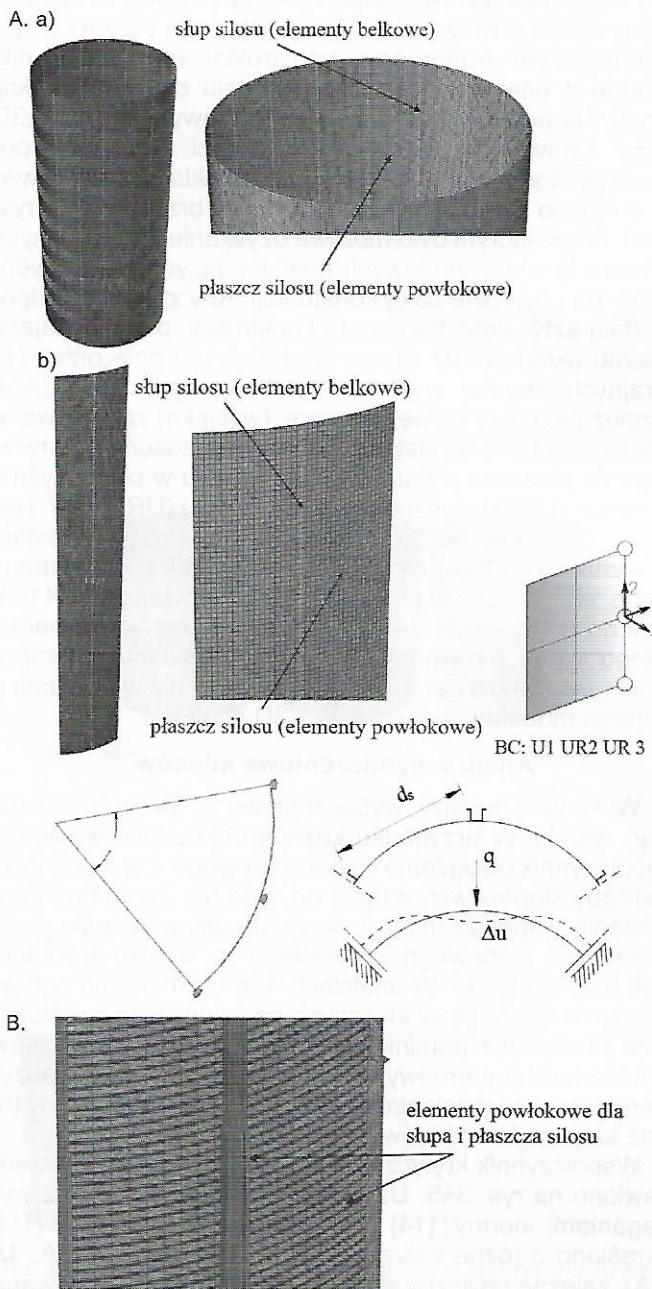
$$g = \frac{D_y \sin^2 \phi - r^2 C_y [(1 - \cos \phi)(1 + 3\cos \phi) - \phi \sin 2\phi]}{D_y (2\phi + \sin 2\phi) - r^2 C_y [2\phi(2 + \cos 2\phi) - 3\sin 2\phi]}. \quad (9)$$

W artykule metodę oznaczono jako „EC3B+”.

### Modele numeryczne w analizach MES

• **Model numeryczny całego silosu.** Podobnie jak w opracowaniach [7 ÷ 9, 11, 16, 19, 20, 22] płaszcza silosu z blachy falistej modelowano jako powłokę ortotropową,

a pionowe słupy cienkościenne jako elementy belkowe „1D” (model oznaczono jako „3D ortho”) (rys. 2Aa). Uproszczony model wykorzystujący równoważne sztywności ortotropowe umożliwia sprawne określenie globalnej nośności wybočeníowej ze względu na wykluczenie lokalnych form wybočení blachy falistej czy słupów. Model ortotropowy „3D ortho” został pozytywnie zweryfikowany w analizach numerycznych [6, 7, 9, 19] w porównaniu z pełnym modelem powłokowym silosu, w którym elementy powłokowe zastosowano do płaszcza i pionowych słupów cienkościennej („3D shell”). W modelu szczegółowym (rys. 2B) zastosowano 4-węzłowe elementy powłokowe ze zredukowanym punktem całkowania (S4R) [1]. W modelu „3D ortho” słupy opisano za pomocą elementów belkowych *Eulera-Bernoulliego* (B33) o sześciu stopniach swobody w każdym węźle,



Rys. 2. Model numeryczny silosu [6, 7]: A) model równoważnej powłoki ortotropowej płaszcza silosu wraz z prętowymi elementami 1D słupów: a) siatka elementów skończonych całego silosu „3D”, b) siatka elementów skończonych segmentu konstrukcji „StripFix 3C” z warunkami brzegowymi wzdłuż pionowych krawędzi bocznych (blokada do przemieszczenia U1 oraz obrotów UR2 i UR3); B) siatka elementów skończonych dokładnego modelu powłokowego „3D shell”

a płaszcz – 4-węzłowymi elementami powłokowymi z pełnym całkowaniem S4 [1]. Sztywności powłoki ortotropowej przyjęto na podstawie pracy [25].

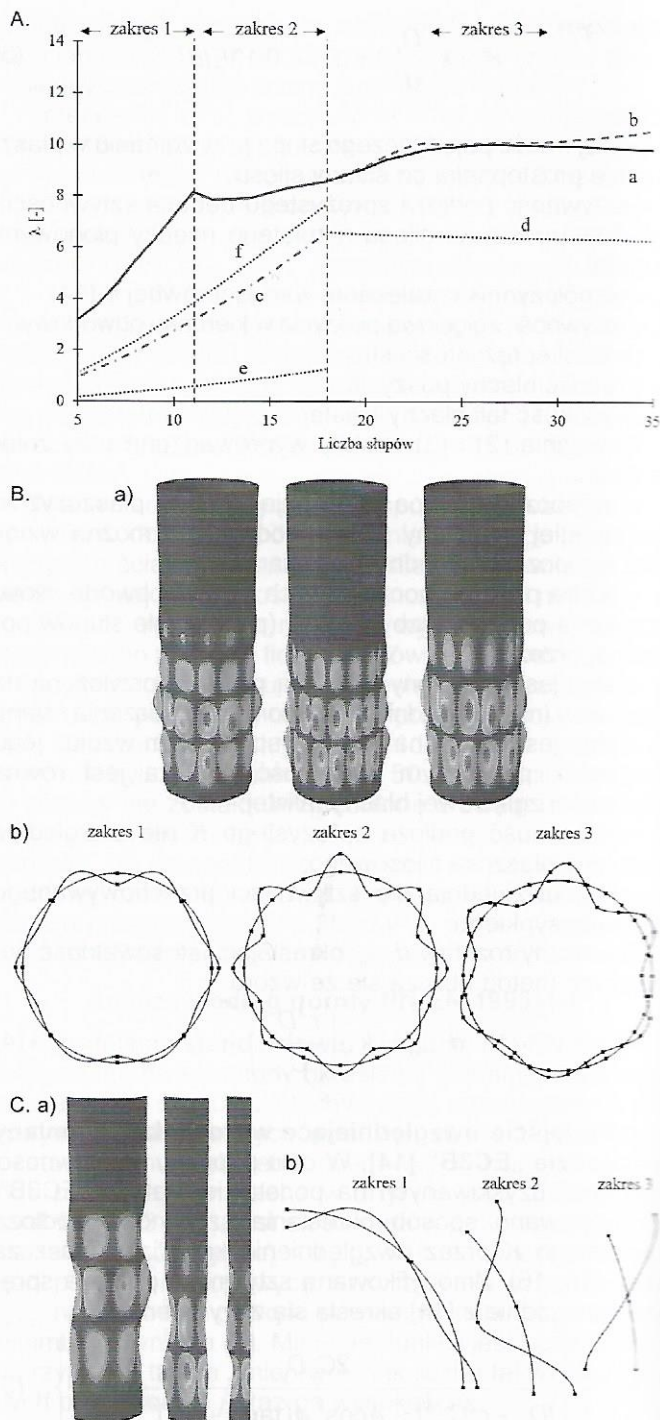
Liczba elementów skończonych w przypadku pierwszego silosu (S600) była równa w ścianach silosu – 34 200, a w słupach – 189 (model „3D ortho”). W drugim silosie (S900) wykorzystano w odniesieniu do płaszcz – 90 720 elementów skończonych, a w słupach – 252 elementy belkowe. W ostatnim, największym silosie (S1600) płaszcz opisano za pomocą 121 380 powłokowych elementów skończonych i 210 elementów belkowych do słupów.

• **Uproszczony model segmentu silosu.** Analizy NES wykonano również w przypadku fragmentu płaszcz silosu zawierającego w swoim zakresie 2 przęśta ściany, tj. 3 słupy (oznaczony „StripFix\_3C”) [6, 7]. Model uproszczony silosu utworzono w taki sposób, aby przy możliwie najmniejszym fragmencie konstrukcji uzyskać wyniki zgodne z analizą numeryczną modelu całej konstrukcji silosu. Na podstawie analiz wyboczeniowych modelu „3D ortho” zauważono pewne prawidłowości związane z postacią wyboczeniową analizowanego układu. Umożliwiło to dobranie odpowiednich warunków brzegowych (rys. 2Ab), dzięki którym było możliwe uzyskanie analogicznych deformacji wyboczeniowych powtarzających się sekwencyjnie na obwodzie całej konstrukcji. Aby zapewnić odpowiednią sztywność fragmentu konstrukcji, odpowiadającą całemu układowi 3D silosu, zredukowano pole przekroju skrajnych słupów wycinka o połowę (por. rys. 2Ab). Wzdłuż pionowej krawędzi ściany (wycinka) zablokowano stopnie swobody w postaci poziomego przesunięcia stycznego do płaszcz silosu (U1) oraz obrotu w płaszczyźnie pionowej (UR2) i stycznej do ściany silosu (UR3) (por. rys. 2 Ab). Całkowita liczba elementów skończonych została znacznie zredukowana. W modelu S600 z 18 słupami liczbę elementów skończonych zredukowano do 4158, czyli do liczby około 9-krotnie mniejszej niż w przypadku całego silosu z równoważnymi sztywnościami ortotropowymi („3D ortho”) i aż 132 razy mniejszej niż w przypadku pełnego modelu powłokowego („3D shell”).

### Analiza wyboczeniowa silosów

Wykonano analizy wyboczeniowe 3 różnych silosów (por. rys. 1). W przypadku każdego określono względny współczynnik obciążenia wyboczeniowego  $\lambda$  w zależności od liczby słupów wynoszącej od 3 do 50. Za wartość odniesienia współczynnika  $\lambda$  przyjęto całkowitą reakcję od obciążenia pionowego powstałego w wyniku działania materiału sypkiego. W analizach wyboczeniowych przyjęto jedynie działanie sił stycznych na ściany silosów. Pozostałe obciążenia pominięto w celu porównania wyników z procedurami normowymi, które nie uwzględniają pozytywnego efektu działania naporu normalnego na ściany [6] oraz sztywności składowanego materiału [12, 24].

Współczynnik krytyczny z analiz numerycznych przedstawiono na rys. 3÷5. Uzyskane wyniki porównano z wymaganiami normy [14] oraz poprawką „EC3B+” [15]. Określono 3 różne zakresy „1”, „2” i „3” (por. rys. 3A, 4A i 5A), zależne od liczby słupów, w których zidentyfikowano różne postacie wyboczeniowe (por. rys. 3B, 4B i 5B). Granica między zakresem „2” a „3” odpowiada bezpośrednio założeniom normowym, które są związane z rozstawem granicznym słupów  $d_{s,max}$  (4). Można zatem stwierdzić, że określona w normie [14] granica między zakresem „2” a „3” jest poprawna. Jednak w metodzie opisanej w pracy



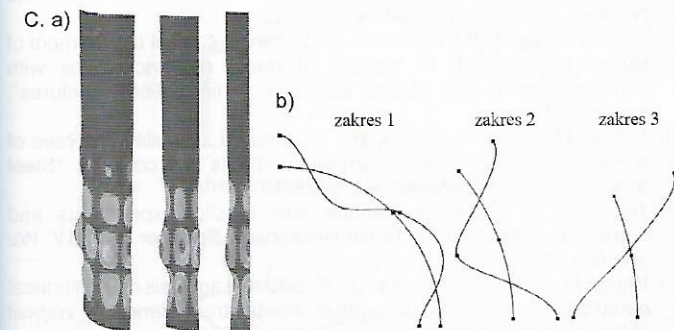
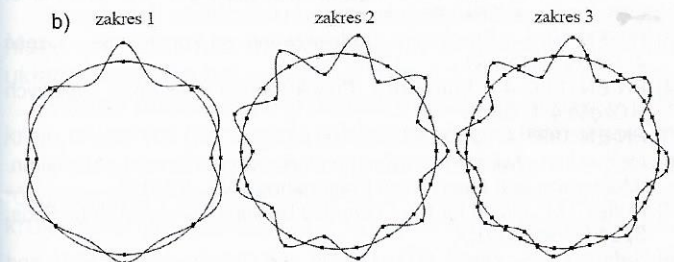
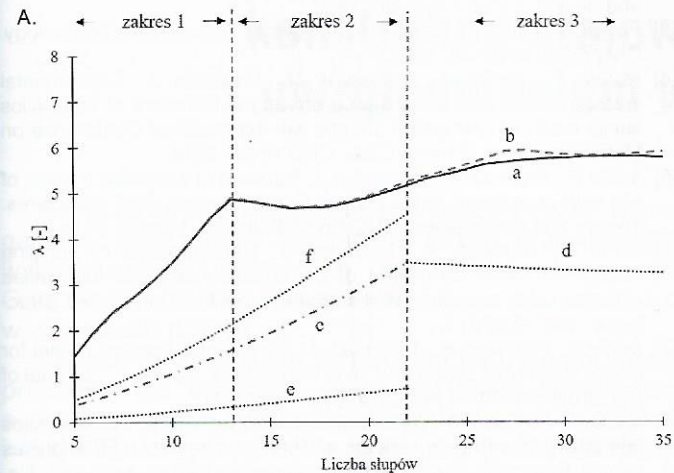
Rys. 3. Liniowa analiza wyboczenia silosu S600 (por. rys. 1a): A) współczynnik mnożnika wyboczeniowego  $\lambda$  w zależności od liczby słupów obwodowych w przypadku różnych modeli: a – „3D ortho” [6], b – „StripFix\_3C” [6], c – propozycja obliczona według metody [19], d – „EC3A” [14], e – „EC3B” [6, 14], f – „EC3B+” [6, 15]; B) deformacje wyboczenia całego modelu silosu w przypadku zakresów „1”÷„3” [6]: a) widok 3D, b) przekrój w płaszczyźnie poziomej; C) deformacje wyboczenia do analiz uproszczonego modelu „StripFix\_3C” [6]: a) widok 3D, b) przekrój w płaszczyźnie poziomej

[19] lepsze dopasowanie do wyników MES uzyskano po przesunięciu granicy  $d_{s,max}$ , stosując współczynnik  $k_{dx} = 9,2$  zamiast 7,4 (wartość zalecana w normie [14]). Zaproponowany w pracy [19] współczynnik  $k_{dx}$  umożliwia zachowanie ciągłości rozwiązania problemu stateczności między metodami „EC3A” [14] (teoria powłok ortotropowych) a zaproponowaną do rzadkiego rozstawu słupów w pracy [19]. W artykule brak ciągłości metod wynika z tego, że granicę  $d_{s,max}$  określono przy wartości  $k_{dx} = 7,4$ .

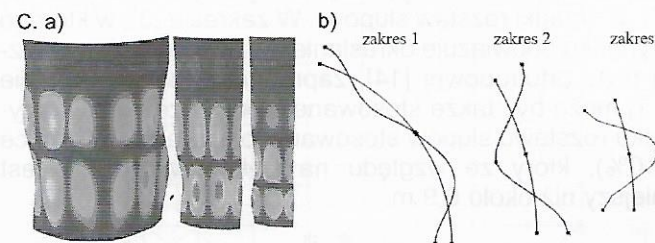
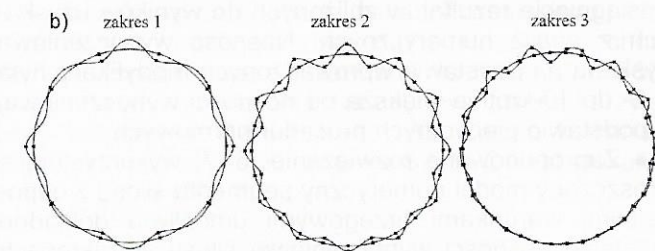
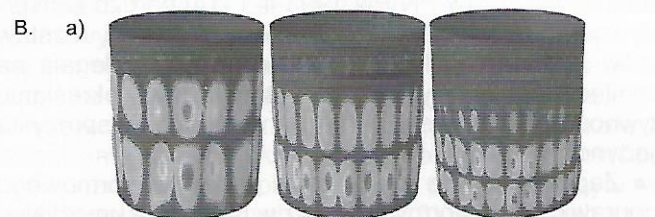
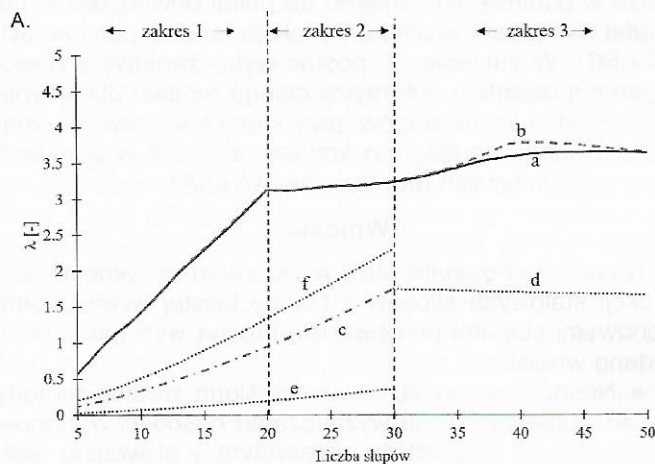
W pierwszym zakresie rozstawu słupów („1”) postać wybożeniowa w płaszczyźnie poziomej silosu charakteryzowała się trzema półfalami w przypadku dwóch przęseł między słupami. Oznacza to, że co drugi słup uległ wybożeniu giętnemu, podczas gdy sąsiednie słupy zostały podane jedynie skręcaniu (por. rys. 3Bb, 4Bb i 5Bb). Deformacja wybożeniowa w strefie „2” charakteryzowała się wybożeniem wszystkich słupów na obwodzie (na zewnątrz

i sąsiedni do wewnątrz silosu). Liczba półfal była równa liczbie słupów na obwodzie. W zakresie „3” postać wybożeniowa odpowiadała formie wybożeniowa powłoki ortotropowej, w której pojawiło się kilka słupów na półfali wybożeniowa.

Wytrzymałość wybożeniowa analizowanych silosów określona w analizach numerycznych była około 14÷24-krotnie większa w zakresie „1”, około 7÷15-krotnie większa w zakresie „2” i około 1,3÷2,2-krotnie większa w zakresie „3” w porównaniu z nośnością otrzymaną na podstawie normy [14] z „EC3B” (krzywe „a” i „e”, por. rys. 3A, 4A i 5A). Wprowadzona do normy poprawka „EC3B+” [15] wpłynęła korzystnie na uzyskane rezultaty. W zakresie „1” i „2” analiza numeryczna wykazywała nośność 1,1÷3 razy większą w porównaniu z podejściem „EC3B+” [15], czyli nośność normowa zwiększyła się o około 5÷9 razy w porównaniu z „EC3B” [14] (krzywe „a” i „f”, por. rys. 3A, 4A i 5A).



Rys. 4. Liniowa analiza wybożeniowa silosu S900 (por. rys. 1b): A) współczynnik mnożnika wybożeniowego  $\lambda$  w zależności od liczby słupów obwodowych w przypadku różnych modeli: a – „3D\_ortho” [6], b – „StripFix\_3C” [6], c – propozycja obliczona według metody [19], d – „EC3A” [14], e – „EC3B” [6, 14], f – „EC3B+” [6, 15]; B) deformacje wybożeniowa całego modelu silosu w przypadku zakresów „1”÷„3” [6]: a) widok 3D, b) przekrój w płaszczyźnie poziomej; C) deformacje wybożeniowa do analiz uproszczonego modelu „StripFix\_3C” [6]: a) widok 3D, b) przekrój w płaszczyźnie poziomej



Rys. 5. Liniowa analiza wybożeniowa silosu S1600 (por. rys. 1c): A) współczynnik mnożnika wybożeniowego  $\lambda$  w zależności od liczby słupów obwodowych w przypadku różnych modeli: a – „3D\_ortho” [6], b – „StripFix\_3C” [6], c – propozycja obliczona według metody [19], d – „EC3A” [14], e – „EC3B” [6, 14], f – „EC3B+” [6, 15]; B) deformacje wybożeniowa całego modelu silosu do zakresów „1”÷„3” [6]: a) widok 3D, b) przekrój w płaszczyźnie poziomej; C) deformacje wybożeniowa do analiz uproszczonego modelu „StripFix\_3C” [6]: a) widok 3D, b) przekrój w płaszczyźnie poziomej

Współczynnik obciążenia wyboczeniowego  $\lambda$  modelu uproszczonego, w którym analizowano jedynie segment konstrukcji silosu („StripFix\_3C”; rys. 2Ab) (krzywa „b”, por. rys. 3A, 4A i 5A), był zgodny z wynikami uzyskanymi z analizy całej konstrukcji w zakresie „1” i „2” oraz na początku zakresu „3”. Później różnice w zakresie „3” wynosiły 5÷10%.

Zaproponowana metoda określania nośności wyboczeniowej na podstawie opracowania [19] umożliwia uzyskanie podobnych rezultatów w przypadku poprawionej procedury normowej „EC3B+” [15]. Mnożniki obciążenia krytycznego w obu metodach różniły się w strefach „1” i „2” maksymalnie o 20% (krzywe „c” i „f”, por. rys. 3A, 4A i 5A).

Postać wyboczenia w modelu „StripFix\_3C” (por. rys. 2Ab) zależała od rozstawu słupów w zakresie „1” i „2” i ściśle odpowiadała formie wyboczenia całej konstrukcji silosu w odniesieniu zarówno do półfal obwodowych, jak i półfal wyboczeniowych na wysokości silosu (por. rys. 3C, 4C i 5C). W zakresie „3” postać wyboczeniowa wycinka silosu odpowiadała deformacji całego modelu 3D jedynie w przypadku liczby słupów, przy których krzywa „b” osiągała te same wartości co krzywa „a”, czyli w punktach styczności krzywych (por. rys. 3A, 4A i 5A).

### Wnioski

Na podstawie analiz MES wyboczenia globalnego konstrukcji stalowych silosów z blachy falistej wzmocnionej pionowymi słupami po obwodzie można wyciągnąć niżej podane wnioski.

- Nośność wyboczeniowa określona według metody „EC3B”, polegającej na wyznaczeniu nośności wyboczeniowej słupów na podłożu sprężystym, jest według pierwotnej wersji normy PN-EN 1993-4-1 [14] bardzo konserwatywna w obszarze jej stosowalności (rzadki rozstaw słupów pionowych). Niedokładność metody polegała na pominięciu krzywizny płaszcza silosu przy określaniu sztywności blachy falistej, która stanowi podporę sprężystą pojedynczego słupa.

- Zaproponowane modyfikacje podejścia normowego w poprawkach do normy [15] oraz w pracy [19] umożliwiają osiągnięcie rezultatów zbliżonych do wyników uzyskanych z analiz numerycznych. Nośność wyboczeniowa uzyskana na podstawie wprowadzonych modyfikacji była od 5- do 10-krotnie większa od nośności wyboczeniowej na podstawie pierwotnych procedur normowych.

- Zaproponowane rozwiązanie [6, 7] wykorzystujące uproszczony model numeryczny segmentu silosu z odpowiednimi warunkami brzegowymi umożliwia dokładne określenie nośności wyboczeniowej silosu w zakresach „1” i „2” (rzadki rozstaw słupów). W zakresie „3”, w którego przypadku obowiązuje określenie stateczności równoważnej płyty ortotropowej [14], zaproponowane rozwiązanie [6, 7] może być także stosowane z powodzeniem w przypadku rozstawu słupów stosowanego w praktyce (różnice 5÷10%), który ze względu na wykonawstwo nie jest mniejszy niż około 0,9 m.

\* \* \*

Prace badawcze zostały wykonane w ramach grantu Narodowego Centrum Nauki NCN 2011/01/B/ST8/07492 pt. „Bezpieczeństwo i optymalizacja cylindrycznych metalowych silosów zawierających materiały sypkie w zakresie globalnej stateczności” (2011-2013) oraz grantu Narodowego Centrum Badań i Rozwoju NCBR POIG.01.03.01-00-099/12 pt. „Innowacyjna metoda

wymiarowania i konstrukcji wielkogabarytowych silosów przemysłowych z blachy falistej” (2013-2015). Obliczenia numeryczne MES wykonano z wykorzystaniem zasobów obliczeniowych CI TASK Politechniki Gdańskiej.

### PIŚMIENNICTWO I WYKORZYSTANE MATERIAŁY

- [1] ABAQUS, Theory Manual, Version 6.8, Hibbit, Karlsson & Sorensen Inc. 2008.
- [2] Brown C.J., Nielsen J.: Silos – Fundamentals of theory, behaviour and design. E and FN Spon, 1998.
- [3] Fayed N., Otten L.: Handbook of Powder Science and Technology. Chapman and Hall, 1984.
- [4] Hotala E., Skotny L., Kuśnierek M., Boniecka J.: Experimental investigations on the resistance of vertical stiffeners of steel silos shells made of corrugated sheets. XIII International Conference on Metal Structures, Zielona Góra, CRC Press 2016.
- [5] Iwicki P., Rejowski K., Tejchman J.: Buckling of simplified models of silo with corrugated walls and vertical stiffeners. Shell Structures: Theory and Applications. CRC Press/Balkema, London 2018.
- [6] Iwicki P., Rejowski K., Tejchman J.: Determination of buckling strength of silos composed of corrugated walls and thin-walled columns using simplified wall segment models. „Thin-Walled Structures”, No. 135/2019.
- [7] Iwicki P., Rejowski K., Tejchman J.: Simplified numerical model for global stability of corrugated silos with vertical stiffeners. „Journal of Constructional Steel Research”, No. 138/2017.
- [8] Iwicki P., Rejowski K., Tejchman J.: Stability of cylindrical steel silos composed of corrugated sheets and columns based on FE analyses versus Eurocode 3 approach. „Engineering Failure Analysis”, No. 57/2015.
- [9] Iwicki P., Sondej M., Tejchman J.: Application of linear buckling sensitivity analysis to economic design of cylindrical steel silos composed of corrugated sheets and columns. „Engineering Failure Analysis”, No. 70/2016.
- [10] Iwicki P., Tejchman J., Chrościelewski J.: Dynamic FE simulations of buckling process in thin-walled cylindrical metal silos. „Thin-Walled Structures”, No. 84/2014.
- [11] Iwicki P., Wójcik M., Tejchman J.: Failure of cylindrical steel silos composed of corrugated sheets and columns and repair methods using a sensitivity analysis. „Engineering Failure Analysis”, No. 18/2011.
- [12] Kuczyńska N., Wójcik M., Tejchman J.: Effect of bulk solid on strength of cylindrical corrugated silos during filling. „Journal of Constructional Steel Research”, No. 115/2015.
- [13] PN-EN 1991-4 Eurokod 1: Oddziaływania na konstrukcje – Część 4: Silosy i zbiorniki.
- [14] PN-EN 1993-4-1 Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych – Część 4-1: Silosy.
- [15] PN-EN 1993-4-1:2009/A1:2017-08.
- [16] Rejowski K., Iwicki P.: Buckling analysis of cold formed silo column. „Mechanics and Mechanical Engineering”, No. 20/2016.
- [17] Rotter J.M.: Guide for the Economic Design of Circular Metal Silos. Spon Press, 2001.
- [18] Safarian S.S., Harris E.C.: Design and Construction of Silos and Bunkers. Van Nostrand Reinhold Company, 1985.
- [19] Sondej M., Iwicki P., Tejchman J., Wójcik M.: Critical assessment of Eurocode approach to stability of metal cylindrical silos with corrugated walls and vertical stiffeners. „Thin-Walled Structures”, No. 95/2015.
- [20] Sondej M., Iwicki P., Wójcik M., Tejchman J.: Stability analyses of a cylindrical steel silo with corrugated sheets and columns. „Steel and Composite Structures”, No. 20/2016.
- [21] Tejchman J.: Confined granular flow in silos-experiments and numerical investigations. Berlin-Heidelberg: Springer (eds. W. Wu and R.I. Borja), 2013.
- [22] Wójcik M., Iwicki P., Tejchman J.: 3D buckling analysis of a cylindrical metal bin composed of corrugated sheets strengthened by vertical stiffeners. „Thin-Walled Structures”, No. 49/2011.
- [23] Wójcik M., Tejchman J.: Modelling of shear localization during confined granular flow in silos within non-local hypoplasticity. „Powder Technology”, No. 192/2009.
- [24] Wójcik M., Tejchman J.: Simulation of buckling process of cylindrical metal silos with flat sheets containing bulk solids. „Thin-Walled Structures”, No. 93/2015.
- [25] Zhang Q., Rotter J.M.: Equivalent orthotropic properties of cylindrical corrugated shells, Proc. Eleventh Australasian Conference on Mechanics of Structures and Materials, Byron Bay 1988.