



**POLITECHNIKA  
GDAŃSKA**

Wydział Inżynierii  
Łądowej i Środowiska



Imię i nazwisko autora rozprawy: Mateusz Sondej  
Dyscyplina naukowa: Budownictwo

## **ROZPRAWA DOKTORSKA**

Tytuł rozprawy w języku polskim: Analizy wyboczeniowe metalowych silosów z blachy falistej wzmocnionych słupami

Tytuł rozprawy w języku angielskim: Buckling analyses of corrugated metal silos strengthened with columns

Promotor

*podpis*

dr hab. inż. Piotr Iwicki, prof. PG

Gdańsk, rok 2017



*Pragnę serdecznie podziękować wszystkim tym osobom,  
bez których praca ta nie mogłaby powstać.*

*Promotorowi dr hab. inż. Piotrowi Iwickiemu, prof PG  
za wszelką pomoc i cenne uwagi.*

*Panu prof. dr hab. inż. Jackowi Tejchmanowi oraz dr inż. Michałowi Wójcikowi  
za poświęcony czas, motywację i inspiracje.*

*Zespołowi firmy Riela Sp. z o.o.  
za owocną współpracę oraz wiele praktycznych wskazówek.*

*Mojej kochanej Żonie i Córce  
za cierpliwość, wiarę i wsparcie.*





**POLITECHNIKA  
GDAŃSKA**

Wydział Inżynierii  
Lądowej i Środowiska



## OŚWIADCZENIE

Autor rozprawy doktorskiej: mgr inż. Mateusz Sondej

Ja, niżej podpisany(a), wyrażam zgodę/nie wyrażam zgody\* na bezpłatne korzystanie z mojej rozprawy doktorskiej zatytułowanej:

*Analizy wybożeniowe metalowych silosów z blachy falistej wzmocnionych słupami*  
do celów naukowych lub dydaktycznych.<sup>1</sup>

Gdańsk, dnia .....

.....  
*podpis doktoranta*

Świadomy(a) odpowiedzialności karnej z tytułu naruszenia przepisów ustawy z dnia 4 lutego 1994 r. o prawie autorskim i prawach pokrewnych (Dz. U. z 2006 r., nr 90, poz. 631) i konsekwencji dyscyplinarnych określonych w ustawie Prawo o szkolnictwie wyższym (Dz. U. z 2012 r., poz. 572 z późn. zm.),<sup>2</sup> a także odpowiedzialności cywilno-prawnej oświadczam, że przedkładana rozprawa doktorska została napisana przeze mnie samodzielnie.

Oświadczam, że treść rozprawy opracowana została na podstawie wyników badań prowadzonych pod kierunkiem i w ścisłej współpracy z promotorem dr hab. Inż. Piotrem Iwickým, prof. PG.

Niniejsza rozprawa doktorska nie była wcześniej podstawą żadnej innej urzędowej procedury związanej z nadaniem stopnia doktora.

Wszystkie informacje umieszczone w ww. rozprawie uzyskane ze źródeł pisanych i elektronicznych, zostały udokumentowane w wykazie literatury odpowiednimi odnośnikami zgodnie z art. 34 ustawy o prawie autorskim i prawach pokrewnych.

Potwierdzam zgodność niniejszej wersji pracy doktorskiej z załączoną wersją elektroniczną.

Gdańsk, dnia .....

.....  
*podpis doktoranta*

Ja, niżej podpisany(a), wyrażam zgodę/~~nie wyrażam zgody\*~~ na umieszczenie ww. rozprawy doktorskiej w wersji elektronicznej w otwartym, cyfrowym repozytorium instytucjonalnym Politechniki Gdańskiej, Pomorskiej Bibliotece Cyfrowej oraz poddawania jej procesom weryfikacji i ochrony przed przywłaszczeniem jej autorstwa.

Gdańsk, dnia .....

.....  
*podpis doktoranta*

\*) niepotrzebne skreślić

<sup>1</sup> Zarządzenie Rektora Politechniki Gdańskiej nr 34/2009 z 9 listopada 2009 r., załącznik nr 8 do instrukcji archiwalnej PG.

<sup>2</sup> Ustawa z dnia 27 lipca 2005 r. Prawo o szkolnictwie wyższym: Rozdział 7 Odpowiedzialność dyscyplinarna doktorantów, Art. 226.



## **OPIS ROZPRAWY DOKTORSKIEJ**

**Autor rozprawy doktorskiej:** mgr inż. Mateusz Sondej

**Tytuł rozprawy doktorskiej w języku polskim:** Analizy wyboczeniowe metalowych silosów z blachy falistej wzmocnionych słupami

**Tytuł rozprawy w języku angielskim:** Buckling analyses of corrugated metal silos strengthened with columns

**Język rozprawy doktorskiej:** polski

**Promotor rozprawy doktorskiej:** dr hab. inż. Piotr Iwicki, prof. PG

**Data obrony:**

**Słowa kluczowe rozprawy doktorskiej w języku polskim:** wyboczenie, stateczność, silos, blacha falista, geometryczne imperfekcje, analiza numeryczna, Metoda Elementów Skończonych

**Słowa kluczowe rozprawy doktorskiej w języku angielskim:** buckling, stability, silo, corrugated wall, numerical analysis, geometric imperfections, Finite Element Method





### **Streszczenie rozprawy w języku polskim:**

Rozprawa doktorska dotyczy zagadnienia stateczności płaszczy metalowych silosów wykonanych z blachy falistej i wzmocnionych pionowymi żebrami. Konstrukcje te są obecnie często stosowane w różnych gałęziach przemysłu. W pracy zidentyfikowano wady aktualnie obowiązującej normy do projektowania silosów [PN-EN 1993-4-1]. Przeanalizowano problem skokowej zmiany nośności wyboczeniowej płaszczy silosu na granicy stosowalności dwóch alternatywnych metod normowych [PN-EN 1993-4-1]. Stwierdzono, że stosowanie procedury wymiarowania płaszczy, w której ścianę silosu traktuje się jako powłokę o równoważnych sztywnościach ortotropowych może w niektórych przypadkach prowadzić do przeszacowania nośności wyboczeniowej. Stosowanie drugiej alternatywnej metody może prowadzić natomiast do skrajnie nieekonomicznego projektowania. Przeprowadzono bardzo obszerne parametryczne analizy numeryczne powłok cylindrycznych metodą elementów skończonych w celu sformułowania propozycji zmian do normy [PN-EN 1993-4-1]. Zakres badań obejmował powłoki o średnicach 5-32 m. Na podstawie wyników badań zaproponowano autorską metodę obliczania nośności wyboczeniowej pozbawioną wady skokowej zmiany oraz zwiększenie zakresu stosowalności metody równoważnej powłoki ortotropowej. Drugim istotnym elementem pracy było zbadanie wpływu imperfekcji geometrycznych na spadek nośności wyboczeniowej płaszczy silosów. Na podstawie parametrycznej nieliniowej analizy numerycznej (statycznej i dynamicznej) określono ten wpływ w odniesieniu do powłok cylindrycznych i silosów.

### **Streszczenie rozprawy w języku angielskim**

The doctoral dissertation deals with stability of metal cylindrical silos composed of corrugated wall and columns. These structures are often used in the industry. Some drawbacks of the current silo design standard [PN-EN 1993-4-1] were identified. Problems of the lack of continuity between two alternative approaches [PN-EN 1993-4-1] were discussed. It was observed that the use of a silo wall dimensioning standard procedure, where the wall is treated as a shell with the equivalent orthotropic stiffness may lead to an overestimation of the buckling capacity. On the other hand, the use of a second alternative method can lead to an extremely uneconomical design. Very comprehensive parametric numerical studies of cylindrical shells using finite element method were carried out in order to formulate new proposals to the standard [PN-EN 1993-4-1]. Numerical investigations of compressed shells were limited to the diameter range of 5-32 m. Based on numerical results, the novel proposal was formulated for determining the continuous evolution of the wall buckling resistance. An increased range of the applicability of the orthotropic shell method was also proposed. The influence of geometric imperfections on the stability of silo walls was another important part of research works. The influence was determined with the use of parametric nonlinear numerical analyses (static and dynamic) with respect to cylindrical shells and silos.



# Spis treści

Wykaz ważniejszych oznaczeń i skrótów.....	13
1. WSTĘP.....	15
1.1 Wprowadzenie .....	15
1.2 Cel i zakres pracy .....	16
1.3 Teza pracy .....	17
1.4 Struktura pracy.....	17
2. PRZEGLĄD LITERATURY.....	19
2.1 Wprowadzenie .....	19
2.2 Nieuźebrowane powłoki cylindryczne .....	19
2.3 Uźebrowane powłoki cylindryczne .....	22
2.4 Uźebrowane silosy.....	23
3. CHARAKTERYSTYKA UŻEBROWANYCH SILOSÓW Z BLACHY FALISTEJ.....	28
4. OBCIĄŻENIE MATERIAŁEM SYPKIM ŚCIANY SILOSU WG PN-EN 1991-4.....	38
5. NOŚNOŚĆ WYBOCZENIOWA CYLINDRYCZNEGO PŁASZCZA SILOSU WG PN-EN 1993-4-1 .....	51
5.1 Wprowadzenie .....	51
5.2 Stateczność płaszcza wg metody równoważnej powłoki ortotropowej.....	52
5.3 Stateczność płaszcza wg metody pojedynczych żeber .....	55
6. ANALIZA NUMERYCZNA .....	58
6.1 Wprowadzenie .....	58
6.2 Metody analizy w projektowaniu powłok ze względu na wyboczenie.....	58
6.3 Blacha falista.....	59
6.3.1 Modele blachy falistej .....	59
6.3.2 Analiza MES nieuźebrowanych powłok cylindrycznych z blachy falistej.....	66
6.4 Uźebrowanie .....	72
6.5 Stateczność uźebrowanych powłok cylindrycznych .....	76
6.5.1 Wprowadzenie .....	76
6.5.2 Opis modelu MES.....	76
6.5.3 Liniowa analiza stateczności (LBA).....	78
6.5.4 Nieliniowa geometrycznie analiza dynamiczna (GNA).....	90
6.6 Stateczność uźebrowanych silosów z blachy falistej.....	96
6.6.1 Wprowadzenie .....	96
6.6.2 Opis modeli MES.....	101
6.6.3 Analiza wpływu siatki elementów skończonych na wartość mnożnika obciążenia wyboczeniowego .....	103
6.6.4 Liniowa analiza stateczności .....	108
6.6.5 Analiza geometrycznie nieliniowa (GNA) .....	116
6.6.6 Porównanie wyników nośności wyboczeniowej silosów wg MES i PN-EN 1993-4-1 .....	125
7. PODSUMOWANIE, WNIOSKI I PLANY NA PRZYSZŁOŚĆ .....	127
8. LITERATURA .....	129
Wykaz publikacji własnych .....	139
ZAŁĄCZNIK.....	140



Z.1	Program napisany w języku MATLAB obliczający obciążenie krytyczne osiowo ściskanej powłoki cylindrycznej wg teorii Sandersa, DMV oraz autorskiej metody .....	140
Z.2	Pomiar imperfekcji geometrycznych silosu w Gdańskim Terminalu Masowym .....	147
Z.3	Obciążenie i konstrukcja silosów A–F .....	149
Z.3.1	Obciążenie płaszcza silosu od materiału sypkiego .....	149
Z.3.2	Konstrukcja silosu: płaszczyzna .....	152
Z.3.3	Konstrukcja silosu: dobór uźebrowania ze względu na nośność przekroju .....	155
Z.3.4	Konstrukcja silosu: sprawdzenie nośności wybozeniowej pionowych usztywnień dobranych ze względu na warunek nośności przekroju .....	158

## Wykaz ważniejszych oznaczeń i skrótów

### Oznaczenia łacińskie – duże litery

$A$	–	pole brutto przekroju żebra pionowego
$A_{eff}$	–	efektywne pole przekroju żebra pionowego
$C_{\phi}$	–	szywność błonowa poszycia w kierunku pionowym
$C_{\phi\theta}$	–	szywność błonowa poszycia przy ścinaniu
$C_{\theta}$	–	szywność błonowa poszycia w kierunku obwodowym
$D_{\phi}$	–	szywność zgięciowa poszycia w kierunku pionowym
$D_{\phi\theta}$	–	szywność zgięciowa poszycia przy skręcaniu
$D_{\theta}$	–	szywność zgięciowa poszycia w kierunku obwodowym
$E$	–	moduł Younga
$K$	–	szywność podłoża sprężystego
$N_{b,Rd}$	–	obliczeniowa nośność na wyboczenie pionowego żebra
$N_{b,Rk}$	–	charakterystyczna nośność na wyboczenie pionowego żebra
$N_{cr}$	–	siła krytyczna przy sprężystym wyboczeniu
$N_{Ed}$	–	obliczeniowa siła normalna
$U$	–	granica plastyczności stali

### Oznaczenia łacińskie – małe litery

$d_c$	–	średnica powłoki lub silosu
$d_s$	–	rozstaw żebrowych pionowych w kierunku obwodowym
$d_{s,max}$	–	graniczny rozstaw pionowych żebrowych
$e$	–	mimośród
$f_y$	–	granica plastyczności stali
$h_c$	–	wysokość części cylindrycznej silosu do środka ciężkości stożka nasypu
$j$	–	liczba fal obwodowych odpowiadająca potencjalnej formie wyboczenia
$l_i$	–	długość półfali wyboczeniowej w kierunku pionowym
$n_{x,Rcr,MES}$	–	obciążenie krytyczne na podstawie analizy MES
$n_{x,Rcr,PN-EN}$	–	obciążenie krytyczne powłoki wg Eurokodu
$n_{x,Rcr,Sanders}$	–	obciążenie krytyczne powłoki wg teorii Sandersa
$n_{\theta,Ed}$	–	obliczeniowa siła obwodowa
$n_{\theta,Rd}$	–	obliczeniowa obwodowa nośność płaszcza
$p_h$	–	obciążenie powierzchniowe skierowane prostopadle do powłoki
$p_{he}$	–	napór normalny przy opróżnianiu
$p_{he,u}$	–	zwiększony napór normalny przy opróżnianiu
$p_{he,u,d}$	–	obliczeniowy napór normalny
$p_{hf}$	–	napór normalny przy napełnianiu
$p_w$	–	obciążenie powierzchniowe skierowane stycznie do powłoki

$\rho_{we}$	–	tarcie styczne przy opróżnianiu
$\rho_{we,u}$	–	zwiększone tarcie styczne przy opróżnianiu
$\rho_{wf}$	–	tarcie styczne przy napełnianiu
$r$	–	promień powłoki lub silosu
$t$	–	grubość ścianki
$t_{nom}$	–	nominalna grubość ścianki (z uwzględnieniem powłoki cynkowej)

### **Oznaczenia greckie**

$\alpha_x$	–	parametr imperfekcji przy wyboczeniu sprężystym
$\phi_r$	–	kąt stoku naturalnego materiału sypkiego
$\gamma_{M0}$	–	współczynnik częściowy ze względu na uplastycznienie
$\gamma_{M1}$	–	współczynnik częściowy ze względu na wyboczenie
$\lambda$	–	mnożnik obciążenia
$\mu$	–	współczynnik tarcia materiału sypkiego o ścianę
$\nu$	–	współczynnik Poissona

### **Często używane skróty**

ES	–	element skończony
GNA	–	geometrycznie nieliniowa analiza
DGNA	–	dynamiczna geometrycznie nieliniowa analiza
LBA	–	liniowa analiza stateczności
MES	–	metoda elementów skończonych

# 1. WSTĘP

## 1.1 Wprowadzenie

Silosy są konstrukcjami inżynierskimi przeznaczonymi do tymczasowego składowania materiałów sypkich (np. zboże, kukurydza, cukier, węgiel, cement, granulat drzewny, biomasa, chemikalia itp.), które wykorzystywane są głównie w przemyśle rolniczym, górnictwym, chemicznym i mineralnym [Brown i Nielsen 1998, Fayed i Otten 2013, Safarian i Harris 1985]. Konstrukcje te mogą być wykonywane z różnych materiałów, takich jak: stal, aluminium, żelbet, cegła, drewno lub rzadziej spotykane materiały wiotkie [Hołała i Aniszczuk 2013]. Przekrój poprzeczny silosu jest zazwyczaj kolisty ze względu na korzystny stan naprężenia (głównie membranowy), jednak w nietypowych sytuacjach, np. z uwagi na bardzo wysoką cenę powierzchni gruntu (porty) lub inne ograniczenia, uzasadnione ekonomicznie może być zastosowanie komór prostokątnych. W dużych terminalach masowych silosy najczęściej grupowane są w baterie.

W budownictwie przemysłowym cylindryczne silosy wykonane z blachy falistej o poziomym sfałdowaniu oraz wzmocnione pionowymi słupami znajdują szerokie zastosowanie ze względów ekonomicznych. Producenci tych konstrukcji zazwyczaj dysponują walcarkami i giętarkami przeznaczonymi do profilowania blach płaszcz i uźebrowania, co pozwala na całkowitą prefabrykację w jednym zakładzie produkcyjnym. Do najważniejszych zalet silosów z blach falistych należą m.in.: niska masa konstrukcji, prefabrykacja, łatwy i bardzo szybki czas montażu, estetyka, wysoka nośność wybozeniowa płaszcz w porównaniu do silosów z blach płaskich, możliwość modyfikacji istniejącego obiektu, możliwość wymiany uszkodzonych elementów, sprężystość konstrukcji zapewniająca większą odporność na trzęsienia ziemi oraz możliwość demontażu.

Silosy należą do konstrukcji, w których prawdopodobieństwo wystąpienia awarii jest 1000 razy wyższe niż w innych budowlach przemysłowych [Carson i Holmes 2003]. Konsekwencje błędów projektowych, wykonawczych (wstępne imperfekcje geometryczne) lub wynikających z niewłaściwej eksploatacji (niesymetryczne opróżnianie) mogą prowadzić nie tylko do strat materialnych, ale także do utraty życia ludzkiego. Często spotykanym mechanizmem zniszczenia tych konstrukcji jest utrata stateczności płaszcz [Bushnell 1981, Carson i Holmes 2003, Dogangun i inni 2009]. Ściana silosu jest w znacznym stopniu obciążona pionowymi siłami ściskającymi, pochodzącymi głównie od tarcia składowanego materiału o ścianę. W ujęciu normy [PN-EN 1993-4-1] siły tarcia są równe iloczynowi współczynnika tarcia i naporu normalnego ośrodka sypkiego. Przykładowo, współczynnik tarcia pszenicy o ścianę wykonaną z ocynkowanej blachy o poziomym sfałdowaniu zawiera się w przedziale  $\mu=0.5-0.6$  [PN-EN 1993-4-1, Wójcik i inni 2017]. Warto zwrócić uwagę, że występujące w silosach siły tarcia są znaczne i mogą stanowić nawet 60% naporu normalnego.

Prawidłowo zaprojektowany płaszcz silosu powinien mieć wystarczającą nośność do przeniesienia zarówno ściskających sił pionowych, jak i rozciągających sił obwodowych. Wymagana grubość ściany do przeniesienia poziomych sił obwodowych jest zazwyczaj niewielka. W silosach o małej średnicy ( $d_c < 5$  m) przyjmuje się minimalną grubość wynikającą z ograniczeń technologicznych ( $t_{min} \approx 0.7$  mm). Jeżeli płaszcz cylindrycznego silosu wykonany jest wyłącznie z blachy gładkiej,

wówczas grubość ta jest przeważnie niewystarczająca do przeniesienia pionowych sił ściskających. Wynika to ze względnie niskiej odporności cienkiej powłoki na wyboczenie.

W uźebrowanych silosach z blachy falistej pionowe siły przenoszone są przez uźebrowanie, natomiast tylko rozciągające siły obwodowe przejmowane są przez cienką powłokę. Sfałdowana poziomo blacha stanowi sprężyste podparcie pionowych żeber w kierunku promienistym. Zależnie od rozstawu żeber analizę stateczności płaszczka [PN-EN 1993-4-1] przeprowadza się wykorzystując jedną z dwóch alternatywnych metod:

- a) wyboczenie równoważnej powłoki ortotropowej,
- b) wyboczenie pojedynczych żeber z uwzględnieniem lub bez uwzględnienia sztywności poszycia (przy zginaniu żebra w kierunku prostopadłym do ścianki).

W obydwu metodach zakłada się, że dla rozpatrywanego przekroju rozkład naprężeń ściskających jest stały wzdłuż całej wysokości płaszczka, oraz pomija się stabilizujący wpływ sztywności materiału sypkiego i obciążenia normalnego. Założenie stałego naprężenia wzdłuż wysokości jest uzasadnione w przypadku lokalnych postaci wyboczeniowych typowych dla płaszczki izotropowych, gdzie długość półfali wyboczeniowej jest niewielka w porównaniu do wysokości całej konstrukcji. W przypadku silosów składających się z blachy falistej i pionowych żeber pierwsza postać wyboczeniowa przyjmuje formę globalną, dla której długość półfali wyboczeniowej w kierunku pionowym może być równa wysokości całego silosu. Przyjęcie zatem stałego naprężenia na całej wysokości wydaje się znacznym uproszczeniem. Ponadto różnica w nośności wyboczeniowej płaszczka na granicy stosowalności wyżej wymienionych alternatywnych metod może różnić się nawet kilkakrotnie [Sondej i inni 2015], co świadczy o niedoskonałości procedur normowych [PN-EN 1993-4-1].

## **1.2 Cel i zakres pracy**

Motywacje do podjęcia badań nośności wyboczeniowej płaszczki stalowych silosów wykonywanych z blach fałdowych oraz wzmocnionych pionowymi usztywnieniami były następujące:

- ogromne zapotrzebowanie przemysłu na silosy z blach falistych,
- brak spójności alternatywnych metod normowych dot. wyznaczania nośności wyboczeniowej płaszczka silosu,
- niska nośność wyboczeniowa płaszczka w metodzie pojedynczych żeber; duża rozbieżność z wynikami analizy MES [Iwicki i inni 2011],
- niewielka liczba badań naukowych w porównaniu do silosów wykonywanych z blach płaskich,
- brak uwzględnienia w [PN-EN 1993-4-1] wpływu naporu normalnego na nośność wyboczeniową.

Celem niniejszej pracy jest sformułowanie ogólnych wniosków dot. określania nośności wyboczeniowej uźebrowanych płaszczki o sfałdowaniu poziomym. Problemem badawczym jest zjawisko utarty stateczności płaszczka uźebrowanych silosów powstałe w wyniku działania sił ściskających pochodzących od oddziaływania materiału sypkiego. Podstawową metodą badawczą jest parametryczna analiza MES. Zakres pracy obejmuje liniowe i geometrycznie nieliniowe analizy MES



osiowo ściskanych powłok cylindrycznych oraz silosów obciążonych materiałem sypkim. Badania numeryczne wykonano dla powłok o średnicy  $d_c=5-30\text{m}$  i wysokości  $h_w=20\text{ m}$  oraz silosów o średnicy  $d_c=5.35-32.09\text{ m}$  i wysokości  $h_w=20\text{ m}$ . Przyjęte parametry geometryczne silosów (średnica płaszcza, sfałdowanie blachy falistej, przekrój poprzeczny pionowych żeber oraz ich obwodowy rozstaw) przyjęto zgodnie z systemem firmy Riela [Riela 2013]. Do innowacyjnych punktów pracy należą:

- określenie zakresu stosowalności metody powłoki ortotropowej dla dwóch rodzajów sfałdowań i dla różnych parametrów geometrycznych silosów [PN-EN 1993-4-1],
- określenie spadku nośności wybozeniowej płaszcza silosu od wstępnych imperfekcji geometrycznych,
- opracowanie alternatywnej procedury wyznaczania nośności wybozeniowej płaszcza silosu w obszarze obowiązywania metody pojedynczych żeber na podłożu sprężystym [PN-EN 1993-4-1].

Niniejsza rozprawa powstała w ramach pracy podjętej w następujących grantach badawczych:

- Narodowego Centrum Nauki (NCN) DEC-2011/01/B/ST8/07492, „Bezpieczeństwo i optymalizacja cylindrycznych metalowych silosów zawierających materiały sypkie w zakresie globalnej stateczności”, 2012-2013,
- Narodowego Centrum Badań i Rozwoju (NCBiR) WND-POIG.01.03.01-00-099/12 „Innowacyjna metoda wymiarowania i konstrukcji wielkogabarytowych silosów przemysłowych z blachy falistej”, 2013-2015.

Zawartość niniejszej pracy jest częścią autorską prac realizowanych w wyżej wymienionych grantach.

### 1.3 Teza pracy

Teza niniejszej rozprawy jest następująca:

Na podstawie symulacji numerycznych możliwe jest zaproponowanie modyfikacji procedury normowej [PN-EN 1993-4-1] wyznaczania nośności wybozeniowej płaszcza uźebrowanego silosu wykonanego z blachy falistej. Modyfikacje mają na celu wyeliminowanie skokowej zmiany nośności wybozeniowej w pobliżu granicznego rozstawu żeber  $d_{s,max}$  [PN-EN 1993-4-1] oraz zwiększenie zgodności uzyskanych nośności z wynikami analizy numerycznej.

Udowodnienie wyżej sformułowanej tezy zawarte jest w rozdziale „Analiza numeryczna”, w którym przedstawione zostały wyniki przeprowadzonych badań.

### 1.4 Struktura pracy

Praca doktorska składa się z ośmiu rozdziałów i załącznika:

- W rozdziale 1 zawarto wstęp do niniejszej pracy.
- W rozdziale 2 dokonano przeglądu literatury w aspekcie stateczności powłok cylindrycznych oraz silosów.
- W rozdziale 3 przedstawiono charakterystykę silosów z blach falistych. Omówione zostały typowe rozwiązania konstrukcyjne, materiały, profile kształtowników zimnogiętych oraz blach falistych stosowane w silosach.

- W rozdziale 4 zaprezentowano metodologię wyznaczania obciążenia od materiału sypkiego zgodnie z obowiązującą normą [PN-EN 1991-4]. Opracowane zostały algorytmy ułatwiające wyznaczenie obciążeń pochodzących od działania materiału sypkiego.
- W rozdziale 5 opisano sposób obliczeń nośności wyboczeniowej płaszcza silosu zgodnie z obowiązującą normą [PN-EN 1993-4-1]. Przedstawiono podstawowe założenia dwóch alternatywnych normowych metod obliczania nośności wyboczeniowej płaszcza silosu.
- W rozdziale 6 zawarto obszernie analizy numeryczne powłok walcowych i silosów. Na początku rozdziału przedstawiono ortotropowe modele blachy falistej oraz zweryfikowano je z wykorzystaniem powłokowego modelu MES blachy falistej. Następnie zaprezentowano wyniki liniowych i nieliniowych analiz MES cylindrycznych powłok walcowych, na podstawie których zaproponowano modyfikacje normowych procedur określania nośności wyboczeniowej. W dalszej części rozdziału pokazano analizy MES dla silosów o różnych średnicach ( $d_c=5.35-32.09$  m). Na podstawie nieliniowej analizy MES określono wpływ imperfekcji na spadek nośności wyboczeniowej. W końcowej części rozdziału porównano wyniki obliczeń MES z obliczeniami normowymi [PN-EN 1993-4-1].
- W rozdziale 7 zawarto podsumowanie, wnioski i plany na przyszłość.
- W rozdziale 8 zestawiano literaturę oraz wykaz publikacji własnych.
- W załączniku zamieszczono kod programu do obliczania obciążenia krytycznego osiowo ściskanej powłoki, pomiar imperfekcji geometrycznych silosu w Gdańskim Terminalu Masowym oraz obciążenia i konstrukcję analizowanych silosów w rozdziale 6.

## 2. PRZEGLĄD LITERATURY

### 2.1 Wprowadzenie

Pod względem typu konstrukcji uźebrowane silosy wykonane z blachy falistej klasyfikowane są jako powłoki, dlatego w niniejszym rozdziale uwagę skupiono na problemach stateczności silosów oraz osiowo ściskanych powłok cylindrycznych. W pierwszej części rozdziału omówiono rozwój teorii stateczności w odniesieniu do gładkich powłok, następnie uwagę poświęcono uźebrowanym powłokom, natomiast w końcowej części rozdziału przedstawiono aktualny stan wiedzy dotyczący nośności wyboczeniowej uźebrowanych silosów z blach falistych. Warto w tym miejscu zaznaczyć, że klasyczne rozwiązania równomiernie ściskanych powłok izotropowych i ortotropowych zastosowano w normowych procedurach [PN-EN-1993-4-1] wyznaczania nośności wyboczeniowej płaszcza silosu.

### 2.2 Nieuźebrowane powłoki cylindryczne

Konstrukcje powłokowe znajdują zastosowanie w wielu gałęziach inżynierii ze względu na ich korzystne parametry mechaniczne. Przykładowymi konstrukcjami powłokowymi są zbiorniki, chłodnie kominowe, przekrycia dachowe, samoloty, karoserie samochodów itp. Powłoki spotykane są także w środowisku naturalnym w postaci skorupki jajka, skorupy żółwia czy muszli. Z definicji powłoki charakteryzuje mała grubość w porównaniu do pozostałych wymiarów, dlatego ich zniszczenie następuje zazwyczaj przez wyboczenie, czyli stan gwałtownego (dynamicznego) przejścia formy deformacji do innej postaci przy jednoczesnym spadku sztywności. Wyboczenie jest zjawiskiem bardzo niebezpiecznym, gdyż następuje w sposób niesygnalizowany, prowadząc często do katastrofy budowlanej [Bushnell 1981]. Teoria stateczności powłok jest stosunkowo nowym działem nauki, której dynamiczny rozwój nastąpił w XX wieku. Pierwsze doświadczalne badania wyboczenia rur poddanych ściskaniu i zginaniu zostały przeprowadzone prawdopodobnie w latach 1845–1850 przez Fairbraina i Hodgkinsona w Wielkiej Brytanii [Singer i inni 2002]. Rozwiązania teoretyczne osiowo ściskanych powłok cylindrycznych pojawiły się dopiero kilkanaście lat później [Lorenz 1908, Timoshenko 1910, Southwell 1914, Dean 1925]. Wartość naprężenia krytycznego przy wyboczeniu sprężystym idealnej powłoki walcowej, z zablokowanymi przemieszczeniami radialnymi dolnej i górnej krawędzi, została określona równaniem [Timoshenko 1910]:

$$\sigma_{cr} = \frac{E}{\sqrt{3(1-\nu^2)}} \left( \frac{t}{R} \right) = 0.605E \frac{t}{R} \quad (2.1)$$

gdzie:

- $E$  – moduł Younga,
- $\nu$  – współczynnik Poissona,
- $t$  – grubość ścianki,
- $R$  – promień powłoki.

Niedługo później pojawiły się rozwiązania dla innych stanów obciążenia: cylinder poddany zewnętrznemu ciśnieniu [Mises 1914], powłoka sferyczna poddana zewnętrznemu ciśnieniu [Zoelly 1915], cylinder poddany skręcaniu [Schwerin 1925]. Donnell [Donnell 1934, 1976] sformułował

przybliżone równania dla cylindrycznych oraz mało-wyniosłych powłok, które znalazły zastosowanie w wielu inżynierskich problemach.

Obszerne badania doświadczalne oraz ich porównanie z rozwiązaniami teoretycznymi [Robertson 1928, Robertson 1929, Flugge 1932, Wilson i Newmark 1933, Lundquist 1934] wykazały znaczne różnice w nośności wyboczeniowej. Stosunek doświadczalnego naprężenia krytycznego do teoretycznego ( $\lambda = \sigma_{exp} / \sigma_{teor}$ ) zawierał się w przedziale  $\lambda = 0.10 - 0.65$  [Batdorf i inni 1943, Singer i inni 2002]. Podjęto wiele prób wyjaśnienia znacznych rozbieżności. Dalsze badania skoncentrowały się m.in. na wpływie początkowych deformacji, warunków brzegowych, mimośrodowego obciążenia i imperfekcji geometrycznych.

W klasycznej teorii stateczności zakłada się membranowy stan naprężenia przed wyboczeniem. Założenie takie warunkuje, że pod wpływem osiowego ściskania krawędzie powłoki mają możliwość swobodnego odkształcenia w kierunku radialnym. Również w przypadku powłoki obciążonej poziomo i osiowo-symetrycznie dopuszcza się możliwość takiego odkształcenia. W rzeczywistości trudno jest zrealizować takie warunki. Skrępowanie krawędzi powłoki powoduje powstanie dodatkowych naprężeń (od zginania) redukujących nośność wyboczeniową. Efekt wstępnych deformacji może prowadzić do redukcji nośności wyboczeniowej maksymalnie o 15% [Fischer 1965, Stein 1962, 1964, Yamaki i Kodama 1972, Gorman i Iwanowski 1970, Yamaki 1984]. Efekt ten nie wyjaśnia jednak problemu znacznie niższych eksperymentalnych nośności wyboczeniowych od teoretycznych oraz ich dużego rozrzutu.

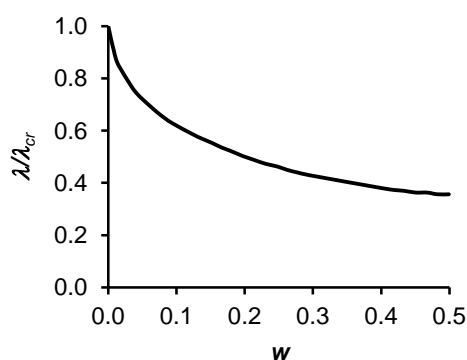
Innym czynnikiem wpływającym na nośność wyboczeniową powłok są warunki brzegowe. Różne konfiguracje warunków brzegowych były badane w pracach [Ohira 1961, 1962, Hoff 1966, Almroth 1966]. Największą redukcję nośności oprócz przypadku swobodnych brzegów stwierdzono dla swobodnego podparcia z możliwością pionowych przemieszczeń w płaszczyźnie powłoki. Dla typowych warunków brzegowych stosowanych w praktyce nie stwierdzono istotnego wpływu redukcyjnego.

Obecność niewielkiego mimośrodu obciążenia przy ściskaniu powłok cylindrycznych również nie miała kluczowego wpływu na redukcję nośności wyboczeniowej [Simitses 1985]. Główną przyczyną odpowiadającą za znaczne rozbieżności pomiędzy doświadczalną a teoretyczną nośnością wyboczeniową był brak uwzględnienia wstępnych imperfekcji geometrycznych [Karman i Tsien 1941, Koiter 1945, Donnell i Wan 1950, Budiansky i Hutchinson 1966, Yamaki 1984]. Karman i Tsien (1941) jako pierwsi zbadali stan pokrywczy ściskanej powłoki cylindrycznej, jednocześnie zauważając, że stan ten jest bardzo niestabilny. Dostrzegli oni także, że stan równowagi istnieje dla zaburzonej konfiguracji, jednak przy znacznie niższym obciążeniu niż wg klasycznej teorii. Mając świadomość losowej natury imperfekcji, podali formułę na naprężenia krytyczne (2.2) do praktycznych zastosowań inżynierskich. Naprężenia te stanowiły 1/3 wartości rozwiązania klasycznego (2.1).

$$\sigma_{cr} = 0.194E \frac{t}{R} \quad (2.2)$$

Koiter (1945) określił stan równowagi w punkcie bifurkacji lub jego pobliżu, wykorzystując nieliniową teorię stateczności. Wykazał on, że cienkie powłoki są konstrukcjami bardzo wrażliwymi na imperfekcje geometryczne (rys. 2.1). Niewielka wstępna imperfekcja powoduje nieproporcjonalnie

duży spadek nośności wyboczeniowej. Przykładowo wartość granicznego obciążenia cylindra ze wstępną imperfekcją o amplitudzie równej 10% grubości ścianki ( $w/t=0.1$ ) odpowiadała 61% wartości obciążenia krytycznego cylindra idealnego. Doświadczalnie wyznaczona nośność graniczna cylindra o stosunku promienia do grubości ścianki  $R/t=1000$  odpowiadała wartości teoretycznej ze wstępną imperfekcją o amplitudzie  $w/t=0.9$ . Koiter zauważył duży rozrzut eksperymentalnie określonych nośności wyboczeniowych, determinowany dużą wrażliwością powłok na wstępne imperfekcje geometryczne.



**Rys. 2.1.** Zależność obciążenia granicznego od amplitudy wstępnej imperfekcji geometrycznej:  $\lambda$  – obciążenie graniczne cylindra ze wstępną imperfekcją;  $\lambda_{cr}$  – obciążenie krytyczne idealnego cylindra;  $w$  – amplituda wstępnej imperfekcji;  $t$  – grubość ścianki cylindra [Koiter 1945]

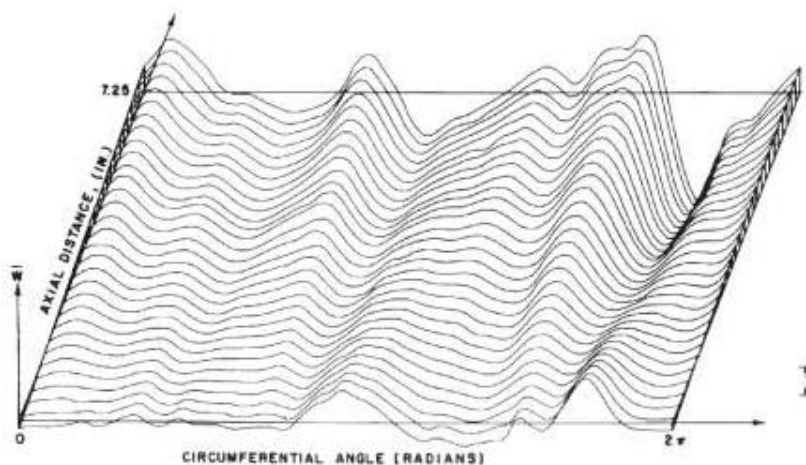
Donnell i Wan (1950), nie znając pracy Koitera (1945) napisanej w języku holenderskim, doszli do tego samego wniosku, obszernie analizując wpływ imperfekcji na redukcję nośności wyboczeniowej powłok cylindrycznych i słupów. Konserwatywne oszacowanie nośności wyboczeniowej powłok zaproponowali Hoff i inni (1966) oraz Thielemann i Esslinger (1969), przyjmując wartość rezydualną.

Należy zwrócić uwagę, że nośność wyboczeniowa powłok determinowana jest zarówno formą, jak i amplitudą wstępnych imperfekcji geometrycznych. Duży rozrzut wyników ściskanych cylindrów pokazuje, że proces wytwarzania tych konstrukcji nie jest w pełni kontrolowany zarówno w odniesieniu do kształtu, jak i amplitudy imperfekcji [Harris i inni 1957]. Koncepcja Koitera (1945) polegająca na przyjmowaniu imperfekcji odpowiadającej pierwszej postaci wyboczeniowej znalazła szerokie zastosowanie m.in. w normach projektowych [PN-EN 1993-1-6]. Dalsze badania wykazały, że dla pewnych form imperfekcji geometrycznych możliwe jest uzyskanie niższej nośności niż w przypadku stosowania pierwszej postaci wyboczeniowej [Deml i Wunderlich 1997, Schneider i inni 2001].

Kolejnym etapem rozwoju teorii stateczności była implementacja rzeczywistych imperfekcji w modelach obliczeniowych. Pierwszy profesjonalny pomiar imperfekcji przeprowadzono równolegle w GALTIC (Graduate Aeronautical Laboratories at Caltech, Uniwersytet Kalifornijski) z zastosowaniem karty perforowanej (Arbocz i Babcock 1968, 1969) oraz Uniwersytecie Stanforda z zastosowaniem przetworników analogowo-cyfrowych (Shover 1968). Wyniki pomiarów zostały zaprezentowane w formie konturów map (rys. 2.2). Analizy numeryczne stateczności powłok wykonane z uwzględnieniem pomierzonych imperfekcji wykazały dobrą zgodność z eksperymentami [Arbocz i Babcock 1978, 1980]. Simitses i Shaw (1985) wykazali, że w celu szacowania obciążenia krytycznego nie jest konieczne dokładne odwzorowanie rzeczywistych wstępnych deformacji.

Zaproponowali oni alternatywne uproszczone formy bazujące na pomierzonej amplitudzie imperfekcji. Współczesne możliwości obliczeniowe i pomiarowe pozwalają uzyskać bardzo wysoką zgodność wyników doświadczalnych z symulacją numeryczną [Hühne i inni 2008].

Badania imperfekcji powłok cylindrycznych prowadzone były w wielu krajach [Singer i inni 1978, Weller i Singer 1971, 1972, Rosen i Singer 1975, Abramovich i inni 1981], jednak dostęp do kompletnych danych był z różnych przyczyn ograniczony. W środowisku badaczy istniała potrzeba utworzenia systemu gromadzącego ujednoczone dane pomiarów imperfekcji. Arbocz i Abramovich (1979) zainicjowali utworzenie na Uniwersytecie w Delft banku imperfekcji gromadzącego pomiary wielu badań [Arbocz i Babcock 1968, 1969, Dancy i Jacobs 1988, Klomp'e i den Reyer 1989a, 1989b, Klomp'e 1993, Waters 1996, Rhijnsburger 1999].



Rys. 2.2. Imperfekcja powłoki A-12 [Arbocz i Babcock 1969]

### 2.3 Uzębrowane powłoki cylindryczne

Uzębrowane powłoki cylindryczne wykazują znacznie mniejszą rozbieżność pomiędzy teoretyczną i doświadczalną nośnością wyboczeniową. Znajdują one szerokie zastosowanie w wielu gałęziach przemysłu. W zależności od specyfiki danej branży stosuje się różne rozstawy i profile usztywnień. Konstrukcje te mogą ulegać wyboczeniu globalnemu, w którym deformacji ulega cała konstrukcja (rys. 2.3), lub lokalnemu, występującemu w powłoce pomiędzy żebrami lub w samych żebrach. Pierwsze teoretyczne rozwiązania stateczności były oparte głównie na modelu równoważnej powłoki ortotropowej o rozmytych sztywnościach [Block i inni 1965, Singer i inni 1967]. Następujące zagadnienia były przedmiotem badań uzębrowanych powłok cylindrycznych: wrażliwość na imperfekcje, warunki brzegowe, początkowe deformacje, mimośrodowe położenie żeber, mimośrodowe obciążenie i stabilizujący wpływ ciśnienia wewnętrznego.



**Rys. 2.3.** Wyboczenie osiowo ściskanego cylindra wzmocnionego pionowymi żebrami [Singer i Abramovich 1979]

Weller i Singer (1977) pokazali wpływ imperfekcji geometrycznych na nośność wyboczeniową w zależności od stosunku pola przekroju poprzecznego usztywnienia do grubości płaszczka i rozstawu żeber. Weller (1978) wskazał na istotny wpływ warunków brzegowych. Wzrost obciążenia krytycznego ściskanej uźebrowanej powłoki, w której zablokowano swobodę odkształcenia brzegu w kierunku pionowym, wynosił nawet 45% [Weller 1978]. Innym ważnym problemem badawczym był sposób przykładania obciążenia. Rozwiązania teoretyczne dotyczyły zazwyczaj równomiernego obciążenia powierzchni środkowej powłoki. Siły przyłożone w osiach pionowych usztywnień znajdują się na pewnym mimośrodku względem płaszczka. Taki sposób przyłożenia obciążenia w uźebrowanych cylindrach nazywany jest powszechnie obciążeniem mimośrodkowym. Cylindry obciążone mimośrodkowo mogą osiągnąć około 20–40% niższą nośność niż w przypadku obciążenia przyłożonego w osi płaszczka [Block 1968, Singer 1983]. Mimośrodkowe położenie żeber względem powłoki wynika ze specyfiki konstrukcji. Mimośrodek konstrukcyjny zwiększa efektywną sztywność zgięciową żebra oraz powoduje sprzężenie stanu membranowego powłoki ze zgięciowym [Singer 1967]. Badania doświadczalne [Card i Jones 1966] wykazały, że te same cylindry uźebrowane zewnętrznie mogą osiągać nawet 2 razy większą nośność w porównaniu do uźebrowanych wewnętrznie.

#### **2.4 Uźebrowane silosy**

Uźebrowane powłoki, które charakteryzuje wysoka nośność wyboczeniowa, są obecnie często wykorzystywane w silosach przeznaczonych do składowania materiałów sypkich. Aktualny stan wiedzy dot. nośności wyboczeniowej uźebrowanych silosów z blach falistych wciąż nie jest w pełni zadowalający. Rozwiązanie problemu stateczności początkowej równomiernie ściskanej ortotropowej powłoki jest podstawą wymiarowania uźebrowanego płaszczka silosu wg [PN-EN 1993-4-1]. Warto jednak zauważyć, że istnieje wiele istotnych różnic pomiędzy ściskaną ortotropową powłoką a uźebrowanym silosem, do których należą m.in.:

- sposób obciążenia (jednoczesne obciążenie poziome i pionowe zmieniające się nieliniowo na wysokości),
- obecność materiału sypkiego (wpływ sztywności materiału na stateczność),
- cienkościenne uźebrowanie,
- skokowa zmiana sztywności powłoki wzdłuż wysokości,
- technologia wytwarzania i montażu.

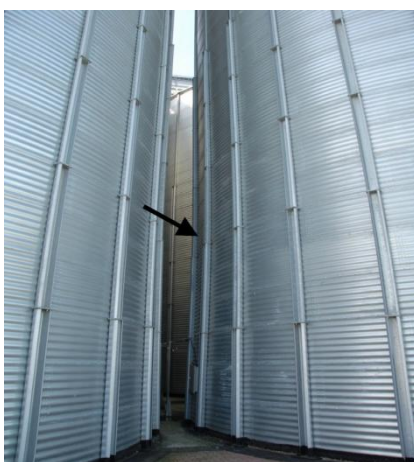
W ciągu ostatnich lat (2010–2016) nastąpił znaczący wzrost liczby publikacji poświęconych tematyce uźebrowanych silosów o sfaldowaniu poziomym [Antonowicz i inni 2014, Błażejowski i Marcinowski 2012, 2013a, 2013b, Gallego i inni 2011, Kuczyńska i inni 2015, 2016, Rejowski i Iwicki 2016, Rotter i Sadowski 2012, Hotała i Aniszczuk 2013, 2016, Hotała i inni 2015, 2016, Hotała i Kuśnierek 2016, Hotała i Pawłowski 2011, Hotała i Skotny 2011, Hotała i Zambrowicz 2010, Iwicki i inni 2011, 2014, 2015a, 2015b, 2016, Iwicki i Sondej 2012, Sondej 2013, Sondej i inni 2012, 2013, 2014a, 2014b, 2015, 2016, Wójcik i inni 2011a, 2011b, 2013, 2014, Wójcik i Tejchman 2015, Wójcik i Tejchman 2016].

Stany awaryjne tych konstrukcji opisano w [Ansourian i Glaesle 2002, Bauer 2014, Hotała 2006, Hotała i Pawłowski 2011, Piskoty i inni 2005, Pasternak 2002, Iwicki i inni 2011]. Uszkodzenia spowodowane wyboczeniem płaszcza pochodzącym od sił tarcia materiału sypkiego należały do rzadkości [Iwicki i inni 2011] w przeciwieństwie do silosów z blach gładkich [Carson i Holmes 2003, Dogangun i inni 2009]. Znane przypadki awarii silosów z blachy falistej najczęściej występowały w połączeniu leja z płaszczem lub konstrukcją podporową [Hotała 2006, Hotała i Pawłowski 2011]. Wynika to z niedoszacowania obciążeń leja (brak uwzględnienia podatności blachy falistej na wzrost naporu pionowego) oraz wadliwych rozwiązań konstrukcyjnych [Hotała 2006]. Innym spotykanym mechanizmem zniszczenia było plastyczne wyboczenie blachy falistej w strefie przejścia nieuźebrowanego płaszcza w uźebrowany [Ansourian i Glaesle 2002]. Korozja oraz osłabienie płaszcza w pobliżu drzwi rewizyjnych mogą być także jedną z przyczyn całkowitego zniszczenia konstrukcji [Piskoty i inni 2005, Bauer 2014].

Pierwsze obszerne analizy wyboczeniowe uźebrowanego silosu z blachy falistej przedstawiono w [Wójcik i inni 2011a, 2011b]. Silos w całości modelowano elementami powłokowymi, odzwierciedlając rzeczywistą geometrię blachy falistej oraz pionowych usztywnień, zmieniających się skokowo wzdłuż wysokości. Analizowano obciążenie symetryczne i niesymetryczne ścian i leja oraz inne przypadki obciążenia (wiatr, śnieg i temperatura). Przeprowadzono geometrycznie i materiałowo nieliniowe analizy MES, w których uwzględniono wstępne imperfekcje w formie: pierwszej postaci wyboczeniowej, deformacji owalnej, poziomym przemieszczeniu środkowej części słupa oraz pomiarów geodezyjnych. Wykazano, że nośność wyboczeniowa silosu wg [PN-EN 1993-4-1] jest podobna do nośności wyznaczonej na podstawie analizy MES z uwzględnieniem wstępnej imperfekcji o dużej amplitudzie  $w=10$  cm. Dla małej amplitudy imperfekcji ( $w=0.5$  cm) otrzymano lokalne zniszczenie silosu w miejscu mimośrodkowego połączenia pionowych profili. Obciążenie lokalne [PN-EN 1991-4], uwzględniające niesymetryczny rozkład naporu, miało niewielki wpływ na obciążenie graniczne. Analizę przyczyn wyboczenia płaskodennego silosu o wysokości 23.3 m i średnicy 12.5 m przedstawiono w [Iwicki i inni 2011]. Płaszcz tej konstrukcji składał się z 24 pierścieni blachy falistej



o małej wyniosłości (wysokość fałdy  $d=10$  mm) i 28 pionowych żeber. Wyboczenie silosu nastąpiło przy jednoczesnym opróżnianiu i napełnianiu, powodując deformacje całej ściany (rys. 2.4). Trwałe przemieszczenie w kierunku radialnym wynosiło 15 cm, natomiast w chwili wyboczenia było równe 50 cm. Analiza statyczna wykazała, że naprężenia w konstrukcji nie przekroczyły granicy plastyczności stali zarówno dla wyływu centrycznego, jak i mimośrodowego. Nośność wyboczeniowa żeber wg [PN-EN 1993-4-1] była natomiast od 2 do 4 razy przekroczona, gdyż warunki stateczności nie zostały uwzględnione na etapie projektowania. Na podstawie analizy MES wykazano, że dla wstępnej imperfekcji o amplitudzie  $w=13$  cm (w formie 1-postaci wyboczeniowej) nośność silosu nie była wystarczająca do przeniesienia obciążeń normowych. Otrzymane numerycznie deformacje nie odzwierciedlały jednak rzeczywistej postaci wyboczeniowej (rys. 2.4). Warto zwrócić uwagę, że norma [PN-EN 1991-4] nie zawiera procedur wyznaczania obciążenia w fazie jednoczesnego napełniania i opróżniania, w której występuje największe obciążenie.



**Rys. 2.4.** Wyboczenie ściany silosu o wysokości 23.3 m i średnicy 12.5 m [Iwicki i inni 2011]

Stosowanie szczegółowych modeli powłokowych MES silosów [Wójcik i inni 2011b, Iwicki i inni 2011] w analizie stateczności wymaga czasochłonnych obliczeń. Alternatywny uproszczony model silosu składający się z elementów belkowych (żebra) i powłokowych o równoważnych sztywnościach ortotropowych (blacha falista) wykorzystano w [Sondej i inni 2012, 2013, 2014a, 2014b, 2015, 2016, Iwicki i inni 2016]. Łączna liczba elementów skończonych w modelu uproszczonym była kilkakrotnie mniejsza niż w modelu szczegółowym. Otrzymanie globalnych postaci wyboczeniowych było zdecydowanie łatwiejsze niż w modelu szczegółowym, w którym zazwyczaj pierwsze postaci wyboczeniowe odpowiadały miejscowemu lub dystorsyjnemu wyboczeniu słupów. Dalsze analizy silosu o takiej samej geometrii jak w [Wójcik i inni 2011b] podjęto w [Sondej i inni 2014a, 2015, 2016]. W [Sondej i inni 2014a] wykazano, że silosy z blachy falistej są znacznie mniej wrażliwe na imperfekcje geometryczne w porównaniu do silosów z blach gładkich. Analizy porównawcze różnych sposobów wyznaczania nośności wyboczeniowej silosów z blachy falistej wzmocnionej słupami przeprowadzono w [Sondej i inni 2016]. W artykule określono nośność wyboczeniową silosu według procedur normowych oraz przy pomocy 3 modeli numerycznych: słup na sprężystym podłożu (model analogiczny do [PN-EN 1993-4-1]), model uproszczony oraz model dokładny. W nieliniowych analizach uwzględniono różne formy imperfekcji uzyskanych na podstawie liniowej analizy wyboczeniowej oraz pomiarów geodezyjnych. Prezentowane pomiary deformacji

silosu pustego i napełnionego potwierdziły istnienie problemu braku możliwości odkształcenia radialnego żeber w strefie podporowej opisane szerzej w [Hotąła i inni 2015]. Przeprowadzone analizy wykazały pozytywny wpływ naporu normalnego na nośność wyboczeniową, który powodował prawie dwukrotny wzrost obciążenia krytycznego. Metody wyznaczania nośności wyboczeniowej płaszczy silosów wg [PN-EN 1991-4] poddano szczegółowej weryfikacji w pracy [Sondej i inni 2015]. Na podstawie analiz parametrycznych z wykorzystaniem uproszczonego modelu MES wykazano, że różnica w nośności wyboczeniowej obliczonej wg [PN-EN 1993-4-1] dwoma alternatywnymi metodami może być nawet kilkakrotna na granicy ich stosowności. Studia numeryczne pozwoliły precyzyjnie określić zakres obowiązywania metody równoważnej powłoki ortotropowej oraz sformułować nową procedurę obliczeniową zastępującą metodę wydzielonych żeber. Zauważono, że w silosach smukłych o małej średnicy ( $d_c < 5$  m) teoria DMV [Donnell 1933, Mushtari 1938, Vlasov 1944], na której bazuje metoda równoważnej powłoki ortotropowej, może prowadzić do istotnego przeszacowania nośności. Ponadto zaobserwowano, że wytrzymałość wyboczeniowa silnie zależy od kształtu blachy falistej. Silosy wykonane z blachy o wysokiej faldzie mogą mieć większą nośność o nawet 100% w porównaniu do blach o niskim profilu. Zastosowanie analizy wrażliwości w ekonomicznym projektowaniu silosów ze względu na warunki stateczności globalnej zaprezentowano w [Iwicki i inni 2016]. Badane silosy o różnej liczbie pionowych usztywnień zostały w pierwszym kroku zaprojektowane ze względu na dopuszczalne naprężenia, a następnie były wzmocniane do momentu uzyskania założonej nośności wyboczeniowej. Przyjęto, że krytyczny mnożnik obciążenia normowego otrzymany na podstawie liniowej analizy wyboczeniowej powinien być równy co najmniej  $\lambda = 4$ . Wykazano, że przy zastosowaniu analizy wrażliwości [Komkov i inni 1986] można zaprojektować silos o 10–25% lżejszy niż według standardowej procedury. Zauważono, że w pewnym ograniczonym zakresie masa silosu zmniejsza się wraz ze wzrostem liczby słupów.

Pozytywny wpływ materiału sypkiego na nośność wyboczeniową płaszcza silosu opisywany był zwykle podłożem Winklera [Rotter i Zhang 1990, Knebel i Schweizerhof 1995, Knödel 1995, Tejchman 2004]. W podejściu tym sztywność materiału odwzorowywana była poziomymi sprężynami o charakterystyce liniowej lub nieliniowej (brak rozciągania). Zjawiska takie jak zagęszczenie materiału, wpływ poziomu naprężenia czy kierunek deformacji nie były brane pod uwagę. Bezpośrednie uwzględnienie materiału sypkiego z wykorzystaniem hipoplastycznego prawa konstytutywnego [von Wolffersdorff 1996, Niemunis i Herle 1997] z nielokalnym osłabieniem zaprezentowano w [Kuczyńska i inni 2015, Wójcik i Tejchman 2015, 2016]. Wójcik i Tejchman (2015) analizowali numerycznie silos z blachy gładkiej wypełniony piaskiem, badany wcześniej doświadczalnie [Knödel 1995, Ummenhofer 1996]. Wysokość silosu wynosiła 5.17 m, średnica 1.25 m i grubość ścian 0.625–1 mm. Obciążenie wywołane działaniem materiału sypkiego było niewystarczające do wyboczenia płaszcza, dlatego konieczne było wprowadzenie zewnętrznej siły ściskającej. Wyniki doświadczeń pokazały, że nośność wyboczeniowa badanego silosu wypełnionego piaskiem była o 35–135% wyższa od nośności silosu pustego, w zależności od grubości płaszcza silosu i granicy plastyczności stali. Amplituda pomierzonych imperfekcji wynosiła 0.5–1.5 mm. Obliczenia MES wykazały również istotny wpływ materiału sypkiego na wzrost nośności wyboczeniowej ścianki silosu. Dla silosu obciążonego jak w badaniu doświadczalnym wzrost wynosił

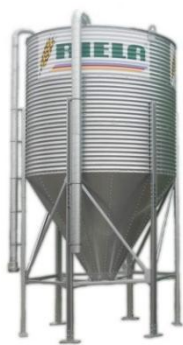
10–110 % dla imperfekcji o amplitudzie 0–1.35 mm. W silosach o mniejszej grubości ścianek i obciążonych wyłącznie materiałem sypkim wzrost nośności wyboczeniowej wynosił nawet do 365%. Wpływ materiału sypkiego na nośność nieuźebrowanego silosu z blachy falistej, z wykorzystaniem hipoplastycznego prawa konstytutywnego, zaprezentowano w [Kuczyńska i inni 2015]. Stwierdzono duży wpływ podatności płaszczu w kierunku pionowym na rozkład sił tarcia i naporu materiału sypkiego. Dla bardzo podatnych ścian siły tarcia praktycznie zanikały, natomiast obciążenie od naporu normalnego wzrastało, przyjmując rozkład liniowy. Analiza pustego silosu wykazała, że mała sztywność pionowa płaszczu determinuje niską wytrzymałość na obciążenia od wiatru lub obciążenia sejsmiczne oraz nadmierne deformacje. Wpływ podatności płaszczu na stan obciążenia w silosach z blach falistych był także opisywany w [Hołała i Pawłowski 2011]. Porównawcze wyniki analizy stateczności cienkościennych silosów z blachy płaskiej i falistej w stanie napełniania z zastosowaniem hipoplastycznego modelu materiału pokazano w [Wójcik i Tejchman 2016].

W niniejszej pracy podjęto dalsze badania nośności wyboczeniowej silosów oraz ściskanych powłok cylindrycznych z wykorzystaniem liniowej analizy stateczności oraz geometrycznie nieliniowej analizy dynamicznej. Liczne analizy numeryczne pozwoliły sformułować analityczną metodę określania nośności wyboczeniowej płaszczu silosu oraz określić wpływ wstępnych imperfekcji geometrycznych na redukcję nośności wyboczeniowej silosu.

### 3. CHARAKTERYSTYKA UŻEBROWANYCH SILOSÓW Z BLACHY FALISTEJ

Stalowe silosy z blachy falistej wzmocnione słupami przeznaczone są do składowania różnych materiałów sypkich. Konstrukcje te znajdują zastosowania zarówno w drobnych gospodarstwach rolnych (rys. 3.1a), jak i portowych terminalach masowych o dużych pojemnościach (rys. 3.1b). Producenci silosów zazwyczaj uczestniczą w całym procesie inwestycyjnym (projektowanie, wytwarzanie i montaż). Do wytwarzania tych konstrukcji wykorzystuje się stal ocynkowaną, która zapewnia ochronę antykorozyjną oraz estetyczny wygląd. Granica plastyczności podstawowych gatunków stali stosowanych na płaszczyznę i żebra wynosi od 350 do 420 MPa. Montaż silosów w przeciwieństwie do większości innych obiektów inżynierskich rozpoczyna się od scalania dachu (rys. 3.2). W następnym etapie konstrukcja jest stopniowo wznoszona niewielkimi podnośnikami rozmieszczonymi równomiernie na obwodzie i dołączane są kolejne cargo. Metoda ta nie wymaga pracy na wysokości ani specjalistycznych i drogich maszyn budowlanych.

Średnice silosów z blach falistych oferowanych przez różnych producentów wynoszą od około 3.5 m do 42 m, natomiast ich pojemność może dochodzić do  $V=45000 \text{ m}^3$  (tab. 3.1). W większości dostępnych ofert średnica silosów jest nie większa niż  $d_c=32 \text{ m}$ . Smukłość silosów, zdefiniowana jako stosunek wysokości części cylindrycznej do średnicy [PN-EN 1993-4-1], zawiera się w przedziale  $h/d_c=0.4\text{--}3.5$ . Konstrukcje wielkośrednicowe zazwyczaj nie przekraczają smukłości  $h/d_c=1.0$ .



a)



b)

**Rys. 3.1.** Silosy z blachy falistej: a) silos przeznaczony dla małych gospodarstw [1], b) baterie silosów w Gdańskim Terminalu Masowym [2]

Silosy mogą być wyposażone w leje (rys. 3.3–4) umożliwiające całkowite grawitacyjne rozładowywanie składowanego materiału. Przy większych średnicach ( $d_c > 10 \text{ m}$ ) rozwiązanie to nie jest opłacalne z powodu dużych obciążeń działających na dno. Leje wykonuje się z gładkich arkuszy blach połączonych ze sobą radialnymi i obwodowymi rzędami śrub. Kąt nachylenia tworzącej leja do poziomu podłoża wynosi od  $30^\circ$  do  $60^\circ$ . W małych silosach lej może być bezpośrednio połączony z lokalnie pogrubioną ścianą (rys. 3.1a). Standardowym rozwiązaniem jest zastosowanie pierścienia, którego funkcją jest przeniesienie znacznych obwodowych sił ściskających oraz przekazanie pionowych sił na słupy (rys. 3.4a). Pierścienie wykonuje się przeważnie z elementów walcowanych na gorąco, jednak spotykane są także systemowe rozwiązania z profili giętych na zimno. Alternatywnym rozwiązaniem jest oparcie leja na niezależnej konstrukcji wsporczej (rys. 3.4b). Słupy silosu stęży się płaskownikami lub kątownikami tak, aby były one zdolne do przeniesienia poziomych sił pochodzących głównie od oddziaływania wiatru.



**Rys. 3.2.** Bateria silosów w różnych fazach budowy [13]

**Tabela 3.1.** Wymiary największych uzebroanych silosów z blach falistych dostępnych w ofertach wybranych producentów

Producent	Średnica $d_c$ [m]	Objętość $V$ [m <sup>3</sup> ]	Masa [T]	Wysokość do okapu $H$ [m]	Smukłość $H/D$
Agora Services Limited	32.0	14 213	11 370	14.6	0.46
Behlen	32.0	26 450	21 160	29.0	0.91
Brock	32.0	24 247	19 398	27.7	0.86
Chief Industries	32.1	26 635	21 308	30.2	0.94
Conrad-American/Eaton	27.4	14 387	11 509	21.7	0.79
Frame	31.8	21 915	17 532	24.7	0.78
Goldrain	27.0	12 500	10 000	19.2	0.71
GSI	41.1	37 734	30 187	24.4	0.59
Komsomolets Plant	27.5	15 000	12 000	23.0	0.84
Riela	32.1	24 189	19 351	29.2	0.91
Scafco	42.1	41 070	32 856	25.0	0.59
Shelley Engineering	32.0	26 063	20 850	31.4	0.98
Sukup	47.5	45 720	36 576	21.2	0.45
Symaga	32.1	17 081	13 665	18.3	0.57



a)  $d_c=5.35$  m,  $h_c=12.58$  m (Węgry)



b)  $d_c=9.20$  m,  $h_c=18.30$  m (Węgry)

**Rys. 3.3.** Silosy lejowe produkcji SYMAGA [14]



a) Lej połączony z pierścieniem (Gdańsk)



b) Lej z niezależną konstrukcją (Golub-Dobrzyń)

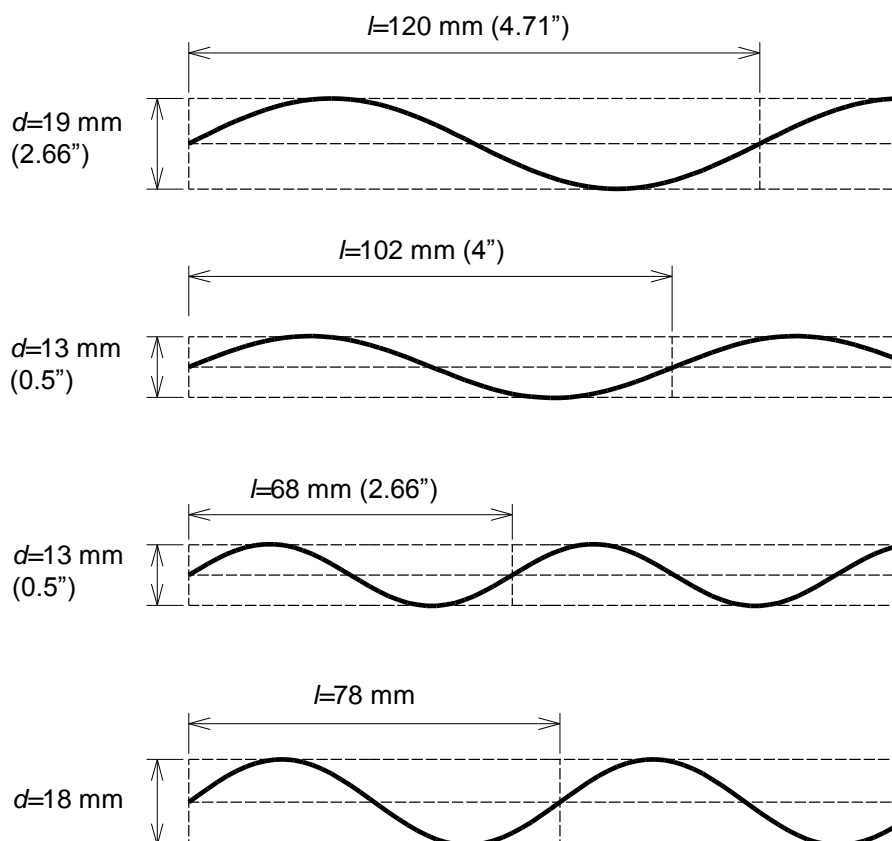
#### Rys. 3.4. Silosy lejowe

Płaszcz silosu składający się z blachy falistej i pionowych usztywnień tworzy ortotropową powłokę o znacznie większej sztywności zgięciowej (w kierunku pionowym i obwodowym) w porównaniu do płaszczy izotropowych. Zadaniem blachy fałdowej jest przeniesienie obwodowych sił powstałych od poziomego naporu ośrodka, natomiast funkcją żeber jest przeniesienie sił pionowych. Arkusze blachy tworzące ścianę silosu łączone są poziomymi i pionowymi rzędami śrub. Grubość pojedynczej blachy wynosi od 0.75 do 3 mm. Większą grubość płaszcza można otrzymać, stosując jednocześnie kilka warstw arkuszy w przekroju. W pionowych złączach stosuje się zazwyczaj od 1 do 4 rzędów śrub.

Sfałdowanie blachy powoduje zwiększenie sztywności i wytrzymałości na zginanie w kierunku profilowania przy jednoczesnym obniżeniu nośności na ściskanie w kierunku prostopadłym. Parametrami określającymi geometrię sfałdowania są: wysokość fałdy  $d$ , długość fałdy  $l$  i lokalny promień gięcia  $R_\phi$ . Typowa dla silosów wysokość fałdy wynosi od 10 do 20 mm, natomiast jej długość wynosi od 68 do 120 mm (tab. 3.2 i rys. 3.5). Określenie optymalnej geometrii sfałdowania nie jest trywialne, gdyż poza charakterystykami wytrzymałościowymi należy rozważyć również wpływ sfałdowania na wartość efektywnego współczynnika tarcia materiału o ścianę oraz aspekty utrzymania czystości ściany. Płaszcz niewielkiego silosu może uzyskać wystarczającą nośność na ściskanie bez konieczności stosowania wzmocnień w postaci pionowych kształtowników. Dla takiego układu lepsze jest stosowanie blach falistych o małej wyniosłości. Alternatywnym rozwiązaniem dla blachy falistej może być blacha trapezowa stosowana przykładowo przez firmę Behlen. W systemie tym blacha trapezowa ma dodatkowe usztywnienie (rys. 3.6), które zwiększa odporność płaszcza na oddziaływanie wiatru i podciśnienie. Należy jednak zauważyć, że płaszcze z blach trapezowych są rzadko spotykane.

**Tabela 3.2.** Wymiary przekroju poprzecznego blach falistych stosowanych na ściany silosu przez wybranych producentów

Producent	Blacha falista	
	Długość fali [mm]	Wysokość fali [mm]
Agora Services Limited (Wielka Brytania)	104	12
Agos (Polska)	75	12
Agrosec Polska (Polska)	76	14
Brock (USA)	68 i 102	13
Chief Industries (USA)	120	19
Cordoba (Hiszpania)	104	12
GSI (USA)	68 i 102	13
Prive SA (Francja)	104	12
Riela (Niemcy)	76	18
Scafco (USA)	68	13
Sukup (USA)	102	-



Rys. 3.5. Blachy faliste stosowane w silosach



**Rys. 3.6.** Zmodyfikowany profil blachy trapezowej firmy BEHLEN [15]

Pionowe żebra płaszcza wykonuje się praktycznie wyłącznie z profili giętych na zimno o przekroju otwartym (rys. 3.7). Rozwiązanie to ma zalety ekonomiczne (własna produkcja), logistyczne (składowanie i transport) i montażowe (lekkie elementy, proste połączenia). Grubość ścianki wynosi od 1.5 do 10 mm, natomiast nośność przekroju w warunkach osiowego ściskania zawiera się w przedziale od 50 kN (rys. 3.7j) do 2700 kN (rys. 3.7i).

Kształtowniki o niewielkich grubościach ścianki narażone są na miejscową i dystorsyjną utratę stateczności, co może prowadzić do nieefektywnego wykorzystania ich przekroju poprzecznego. Zwiększenie odporności na efekty lokalne może być realizowane poprzez wprowadzenie dodatkowych zagięć ścianek (rys. 3.7e,i,k). Z punktu widzenia stateczności globalnej pożądane jest, aby przekrój miał możliwie dużą sztywność zgięciową. Dla przekroju 4-giętego siła krytyczna odpowiadająca lokalnej formie wyboczenia jest stała w przedziale kąta gięcia  $\varphi=90-128^\circ$ , natomiast maksymalny moment bezwładności na zginanie osiąga ekstremum dla  $\varphi\approx 110^\circ$  (rys. 3.8). Można zatem stwierdzić, że kształt przekroju V (rys. 3.7d) jest korzystniejszy w porównaniu do przekroju C (rys. 3.7b), gdyż przy tej samej nośności na ściskanie ma większą sztywność zgięciową.

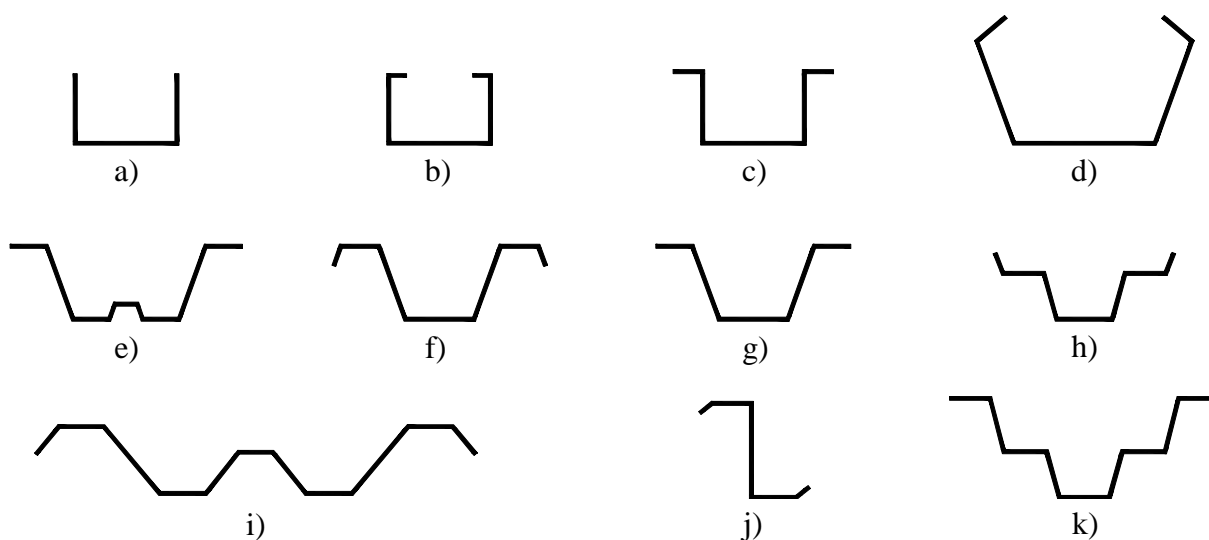
Długość żeber determinowana jest technologią montażu i wynosi od 2 do 3 m. Zgodnie z [PN-EN 1993-4-1] wymagane jest zapewnić ciągłości zgięciowej żeber na całej wysokości. Stosowane w praktyce połączenia często nie zapewniają pełnej ciągłości zgięciowej (rys. 3.9), a niektóre z nich wydają się bliższe złączom przegubowym (rys. 3.9d,f). Problemy wadliwych połączeń były sygnalizowane w pracy [Hotała i inni 2015]. Zastosowanie profili o niezmiennym przekroju na całej wysokości silosu zapewnia osiowe przekazanie siły. Jeżeli w połączeniu występuje zmiana profilu np. z C na V, należy uwzględnić dodatkowy moment zginający pochodzący od mimośrodowego przekazania siły. Złącza te mogą być najsłabszym miejscem konstrukcji [Wójcik i inni 2011], dlatego wymagają one szczególnej uwagi w procesie projektowania.

Kształtowniki mocowane są zazwyczaj jednym rzędem śrub do blachy falistej w każdej przylegającej fałdzie (rys. 3.9b). Łączniki powinny zapewnić pełne zespolenie blachy fałdowej

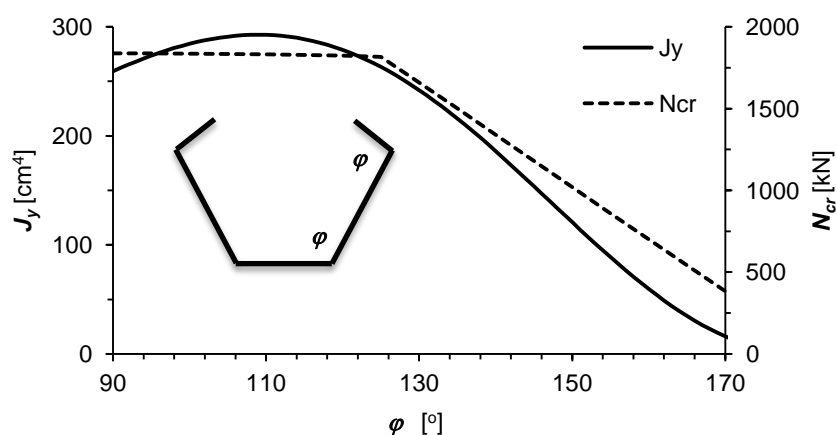


z uźebrowaniem oraz być zdolne do przeniesienia pionowego obciążenia. Tarcie materiału sypkiego o ścianę, działające na niewielkie pasmo równe szerokości rozstawu słupów i wysokości jednej fali blachy, generuje względnie małe obciążenie na pojedynczy łącznik, dlatego stosowane śruby mogą mieć niewielkie średnice (np. M6).

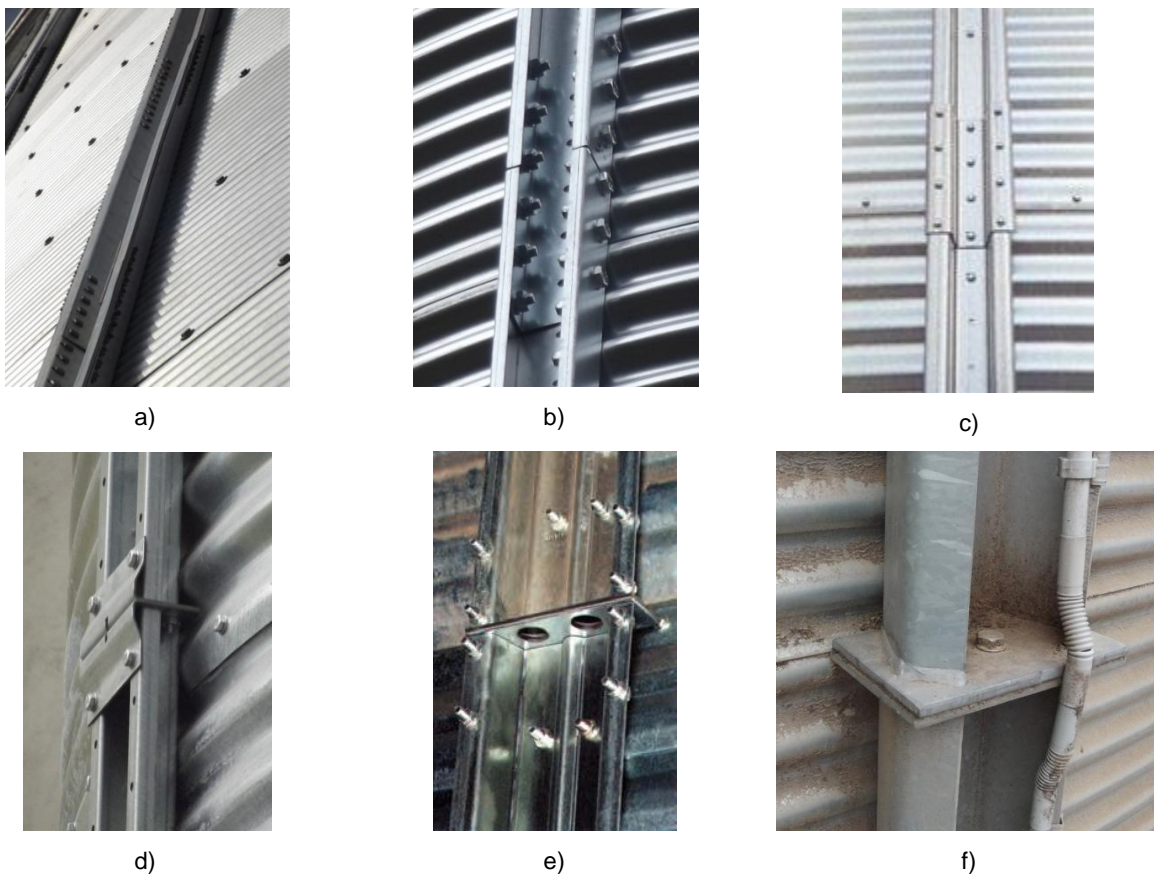
Połączenie żeber z fundamentem wykonuje się w praktyce jako nieprzesuwne. Zapewnienie swobodnego przesuwu w kierunku radialnym jest trudne, gdyż rozpierająca siła pozioma nie jest w stanie pokonać sił tarcia blachy podstawy [Hotała i inni 2015]. Konsekwencją tego skrępowania jest powstanie lokalnego zginania żeber, które często nie jest brane pod uwagę przez projektantów, a może mieć istotne znaczenie dla nośności całej konstrukcji [Rotter i Sadowski 2012, Hotała i inni 2015]. Problem ten jest szczególnie ważny w silosach o dużych średnicach.



**Rys. 3.7.** Typowe przekroje poprzeczne kształtowników giętych na zimno mocowanych do poszycia o sfałdowaniu poziomym



**Rys. 3.8.** Zależność momentu bezwładności i siły krytycznej (lokale i dystorsyjne wyboczenie) przekroju typu V od kąta gięcia ścianek  $\varphi$



**Rys. 3.9.** Typowe połączenia kształtowników giętych na zimno [I6]

Dachy silosów stalowych wykonuje się w formie stożkowej. Kąt nachylenia tworzącej stożka wynika często z kąta stoku naturalnego materiału sypkiego, który w przypadku zbóż wynosi od  $24^\circ$  do wokół  $34^\circ$  zależnie od wilgotności [Kobus i inni 2010]. Stożkowa forma dachu ma dwie zasadnicze zalety: umożliwia efektywne wypełnienie całej objętości silosu oraz tworzy korzystny schemat statyczny. W zależności od średnicy silosu i występujących obciążeń stosuje się dachy krokwiowe lub bezkrokwiowe.

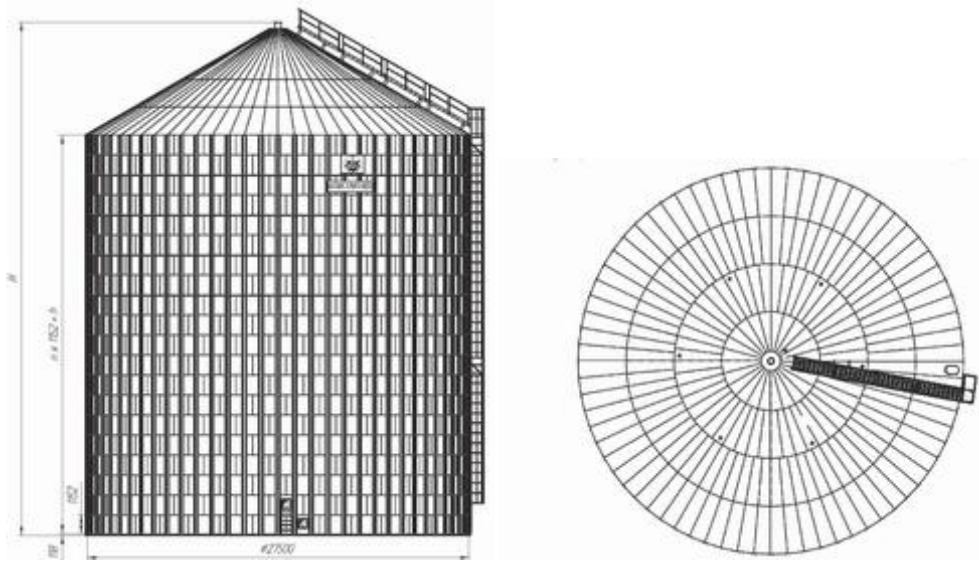
Dach bezkrokwiowy składa się z zespołu profilowanych blach (paneli) układanych na zakład (rys. 3.10). Panele dachowe mają zagięcia na obydwu brzegach: pełnią one funkcję nośną oraz stanowią szczelne połączenie. Powierzchnia pomiędzy zagięciami może być płaska lub nisko profilowana (rys. 3.6). Zaletą dachu bezkrokwiowego jest brak dodatkowej konstrukcji wsporczej oraz łatwy i szybki montaż.



**Rys. 3.10.** Konstrukcja dachu bezkrokwiowego [16]

Przy większej rozpiętości racjonalne jest wykonywanie dachów krokwiowych, w których panele dachowe pełnią funkcję osłonową. Główny układ nośny stanowi ruszt składający się z promieniście ułożonych krokwi oraz obwodowo zorientowanych belek (rys. 3.11). Panele dachowe układa się radialnie w kierunku od ściany silosu do wierzchołka dachu. Poszczególne pierścienie nachodzą na siebie, zapewniając szczelność dachu. Każdy wyżej położony pierścień ma taką samą lub mniejszą liczbę paneli. Redukcja liczby paneli w kolejnych pierścieniach umożliwia zachowanie rozsądnych proporcji (uniknięcie długich i wąskich paneli). Przykładową realizację dachu z trzema pierścieniami paneli, w którym liczba paneli pierścienia wyższego w stosunku do niższego była równa odpowiednio  $2/3$  i  $1/2$ , pokazano na rysunku 3.12.

W dachu krokwiowym obciążenie z połączeń przekazywane jest na ruszt, a następnie za pośrednictwem krokwi na słupy. Krokwie pracują w złożonym stanie naprężenia (zginanie, ściskanie i skręcanie). Obwodowe belki (rys. 3.13) zabezpieczają krokwie przed zwichrzeniem i wybočeniami giętnym w płaszczyźnie stycznej do powierzchni bocznej stożka dachu. W celu prawidłowego stężenia krokwi niezbędne jest zaprojektowanie tężnika dachowego (rys. 3.14), który usztywnia całą konstrukcję oraz zapewnia globalną stateczność. Panele dachowe są dodatkowym elementem stężającym, natomiast oszacowanie ich wpływu wymaga przeprowadzenia zaawansowanej analizy MES.



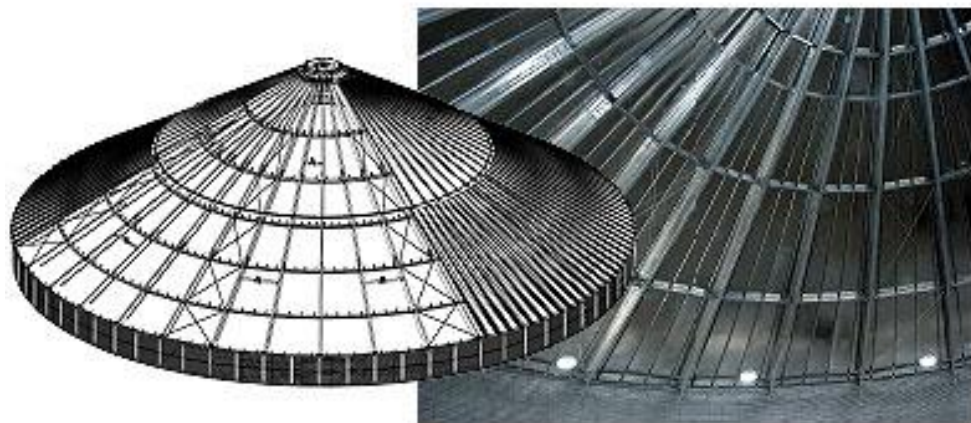
**Rys. 3.11.** Widok z boku oraz rzut konstrukcji dachu silosu o nachyleniu  $30^\circ$  i średnicy  $d_c=27.5$  m [I7]



**Rys. 3.12.** Dach silosu składający się z 3 pierścieni paneli [I7]



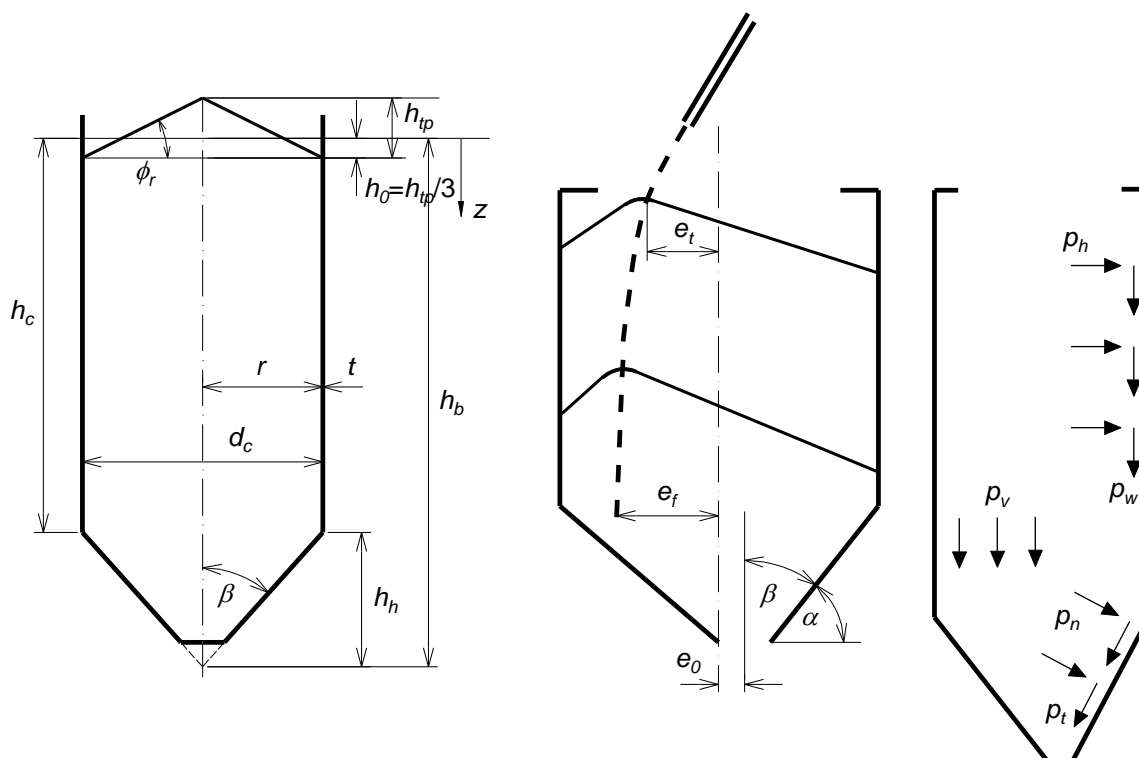
**Rys. 3.13.** Konstrukcja dach krokwiowy w fazie montażu [I1]



**Rys. 3.14.** Konstrukcja dachu krokwiowego z pokazanymi stężeniami [I8]

#### 4. OBCIĄŻENIE MATERIAŁEM SYPKIM ŚCIANY SILOSU WG PN-EN 1991-4

Głównym obciążeniem w silosach jest oddziaływanie składowanego materiału sypkiego na konstrukcję. W aktualnie obowiązującej normie dot. obciążeń silosów i zbiorników [PN-EN 1991-4] podano ogólne zasady wyznaczania oddziaływań od składowanych ośrodków rozdrobnionych oraz innych czynników (efekty różnic temperatury, aspekty różnicy osiadań w bateriach silosów, rozkład ciśnienia wiatru). Zakres stosowalności normy został ograniczony następującymi wymiarami:  $h_d/d_c < 10$ ,  $h_b < 100$  i  $d_c < 60$  m (rys. 4.1):



Rys. 4.1. Oznaczenia wymiarów i naporu w silosach wg [PN-EN-1991-4]

Podstawowymi parametrami geometrycznymi silosu jest średnica komory  $d_c$  oraz wysokość części cylindrycznej  $h_c$  mierzona od tzw. powierzchni zastępczej położonej na wysokości środka ciężkości stożka nasypu do miejsca, w którym ściana pionowa przechodzi w dno (rys. 4.1). Położenie powierzchni zastępczej ustala się dla najwyższego możliwego położenia stożka nasypu, którego nachylenie tworzącej jest równe kątowi stoku naturalnego  $\phi_r$ . Parcie materiału sypkiego oblicza się w funkcji głębokości z liczonej od poziomu powierzchni zastępczej przy całkowitym napełnieniu. W celu wyznaczenia funkcji naporu i tarcia materiału sypkiego należy ustalić parametry ośrodka rozdrobnionego, klasę oddziaływań, smukłość, rodzaj przepływu oraz klasę szorstkości ściany.

Ze względu na losowe właściwości składowanego materiału przyjmuje się ekstremalne wartości z ich zakresu statystycznego. Górną wartość ciężaru składowanego materiału przyjmuje się we wszystkich przypadkach obciążenia. Pozostałe parametry ośrodka sypkiego, tj. współczynnik tarcia o ścianę  $\mu$ , iloraz parcia bocznego  $K$  i kąt tarcia wewnętrznego  $\phi_n$  przyjmuje się w taki sposób, aby dla danej sytuacji obliczeniowej uzyskać największą wartość obciążenia (tab. 4.1). W danym stanie granicznym wszystkie obciążenia (napór pionowy, poziomy i tarcie) wyznacza się dla jednego

(zdefiniowanego) stanu ośrodka. Wyjątek stanowią silosy w pierwszej klasie oddziaływań, które można obliczać alternatywnie z użyciem średnich wartości współczynnika tarcia  $\mu_m$ , ilorazu parcia bocznego  $K_m$  i kąta wewnętrznego  $\varphi_{im}$  składowanego ośrodka rozdrobnionego.

**Tabela 4.1.** Ekstremalne wartości ośrodka używane dla danej sytuacji obliczeniowej [PN-EN 1991-4]

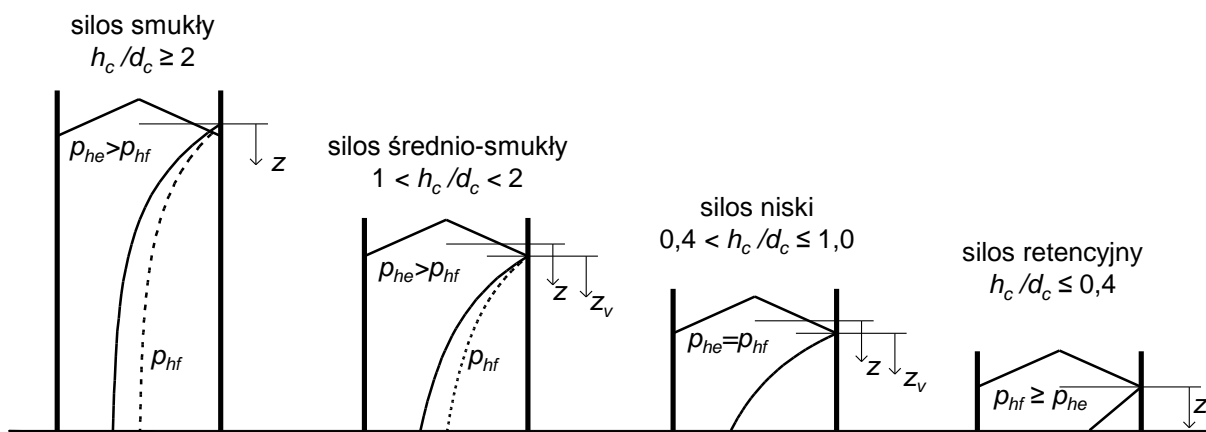
Przeznaczenie	Przyjmowane wartości charakterystyczne		
	Współczynnik tarcia o ścianę $\mu$	Iloraz parcia bocznego $K$	Kąt tarcia wewnętrznego $\phi$
Dla ściany pionowej lub cylindra			
Maksymalne parcie normalne na pionową ścianę silosu	Dolne	Górne	Dolne
Maksymalne tarcie powierzchniowe na pionową ścianę silosu	Górne	Górne	Dolne
Maksymalne obciążenie na lej lub płaskie dno silosu	Dolne	Dolne	Górne

W zależności od pojemności oraz mimośrodowość otworu wysypowego rozróżnia się 3 klasy oddziaływań na silosy (tab. 4.2). Im wyższa klasa oddziaływań, tym stawiane wymagania są bardziej restrykcyjne. Dopuszcza się przyjęcie wyższej klasy oceny oddziaływań od wymaganej.

Procedurę wyznaczania obciążenia od materiału sypkiego ustala się na podstawie smukłości silosu zdefiniowanej jako stosunek wysokości  $h_c$  do średnicy  $d_c$  komory. Wyróżnia się 4 klasy smukłości: smukłe ( $h_c/d_c \geq 2$ ), średnio-smukłe ( $1 < h_c/d_c < 2$ ), niskie ( $0,4 < h_c/d_c \leq 1$ ) i retencyjne ( $h_c/d_c \leq 0,4$ ). Zwiększony napór dla stanu opróżniania przyjmuje się w silosach smukłych i średniej smukłości (rys. 4.2).

**Tabela 4.2.** Klasy oceny oddziaływań wg [PN-EN-1991-4]

Klasa oceny oddziaływań	Opis
Klasa oceny oddziaływań 3	Silosy o objętości składowania ponad 10 000 ton Silosy o objętości składowania ponad 1 000 ton, w których występuje którakolwiek z następujących sytuacji obliczeniowych: a) niecentryczne opróżnianie przy $e_d/d_c > 0,25$ (rys. 4.1) b) niskie silosy przy mimośrodku górnego stożka nasypu $e_d/d_c > 0,25$
Klasa oceny oddziaływań 2	Wszystkie silosy omówione w niniejszej normie i nieumieszczone w innej klasie
Klasa oceny oddziaływań 1	Silosy o objętości składowania poniżej 100 ton



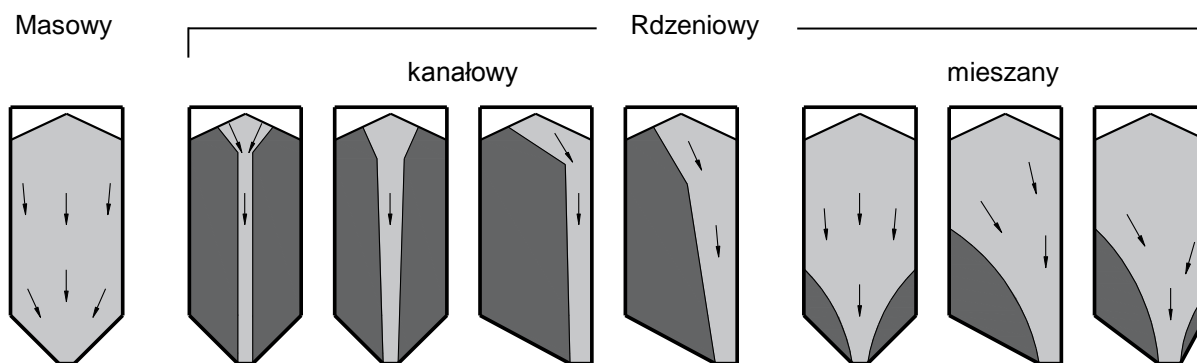
**Rys. 4.2.** Rozkład symetrycznego parcia poziomego dla silosów o różnej smukłości wg [PN-EN-1991-4]: linia przerywana – parcie po napełnieniu  $p_{hf}$ , linia ciągła – parcie podczas opróżniania  $p_{he}$

W czasie opróżniania silosu wystąpić mogą różne profile przepływu materiału (rys. 4.3) zależne od: smukłości, nachylenia leja, współczynnika tarcia o ścianę oraz mimośrodowo napełnienia i opróżniania. Wyróżnia się dwa podstawowe rodzaje przepływu:

- masowy – gdy cała objętość materiału jest w ruchu,
- rdzeniowy – gdy część objętości materiału jest w ruchu.

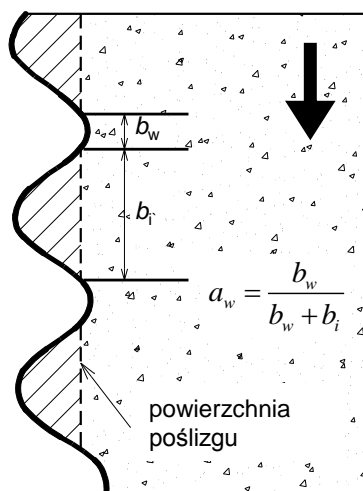
Różne profile przepływu materiału sypkiego w silosie pokazano na rysunku 4.3. Przepływ masowy umożliwia szybkie rozładowanie silosu oraz uniknięcie powstawania segregacji i stref bezruchu. W czasie przepływu masowego występuje znaczny wzrost naporu, który może stanowić nawet 2-krotną wartość naporu w stanie spoczynku [Wójcik i inni 2017]. Rodzaj przepływu można kształtować, stosując odpowiednie wkładki nad otworem wyspowym lub perforowane rury odciążające umiejscowione w osi komory na całej wysokości. W [PN-EN-1991-4] zawarto metodę identyfikacji rodzaju przepływu silosów lejowych (z lejem stożkowym lub klinowym) w zależności od współczynnika tarcia o ścianę leja i jego nachylenia. Jeżeli w silosie występuje przepływ kanałowy, wówczas można pominąć wzrost parcia przy opróżnianiu. Przyjmuje się, że w niskich i retencyjnych silosach z centrycznym wysypem grawitacyjnym występuje przepływ kanałowy. W pozostałych przypadkach należy uwzględnić wzrost obciążenia przy opróżnianiu lub doświadczalnie zbadać rodzaj przepływu. Alternatywnymi rozwiązaniami w celu uzyskania pożądanego rodzaju przepływu są rury odciążające (zmiana przepływu masowego w kominowy) lub specjalne wkładki (zmiana przepływu kominowego w masowy).





Rys. 4.3. Podstawowe rodzaje przepływu materiału podczas opróżniania wg [PN-EN-1991-4]

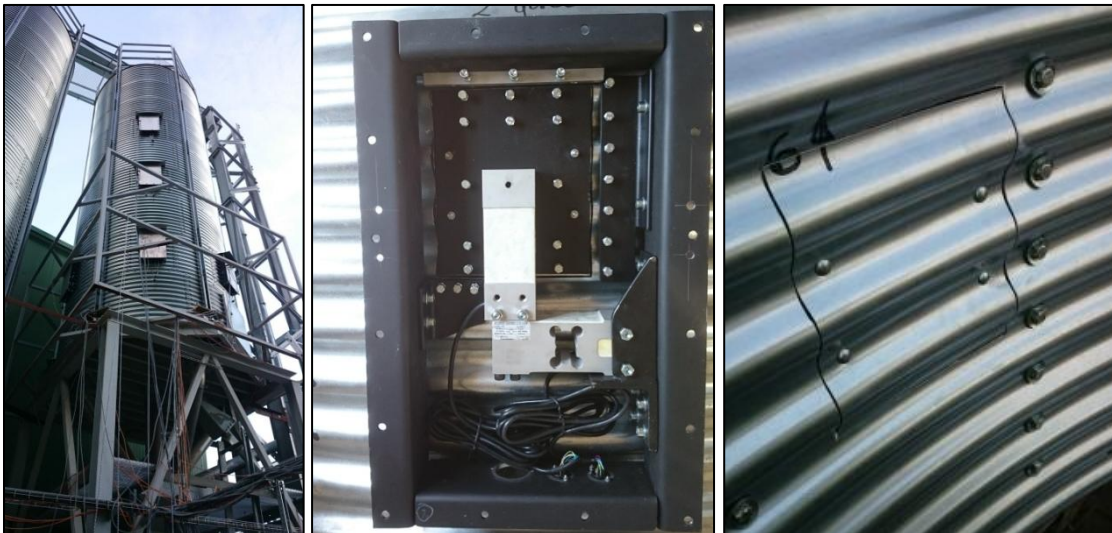
Do wyznaczenia funkcji naporu niezbędne jest określenie współczynnika tarcia materiału sypkiego o powierzchnię ściany  $\mu$ . W normie [PN-EN 1991-4] wyszczególniono 4 kategorie szorstkości ściany: D1 (śliska), D2 (gładka), D3 (szorstka), D4 (nieregularna). Ściana silosu wykonana z blachy o sfałdowaniu poziomym jest typową powierzchnią zaliczaną do kategorii D4, dla której wyznacza się efektywny współczynnik tarcia  $\mu_{eff}$ . Zakłada się, że powierzchnia poślizgu ośrodka (rys. 4.4) znajduje się częściowo na powierzchni ściany ( $b_w$ ) i częściowo w materiale sypkim ( $b_i$ ). Dla sfałdowań o podobnej geometrii jak na rysunku 4.4 zaleca się przyjmować, że poślizg w materiale sypkim występuje w 80% długości fali [PN-EN 1991-4]. Prawidłowość tych założeń potwierdzają badania doświadczalne [Wójcik i inni 2017] silosu z blachy falistej (profil 18×76 mm) o średnicy  $d_c=2.67$  m i wysokości  $h_c=7.5$  m wypełnionego pszenicą o masie 30 ton (rys. 4.5). Badania obejmowały bezpośredni pomiar naporu normalnego i tarcia stycznego na różnych wysokościach za pomocą czujników (rys. 4.6) o powierzchni pomiaru  $20 \times 23$  cm<sup>2</sup>, co odpowiadało długości 3 fald. Współczynnik tarcia materiału o ścianę obliczony, jako stosunek tarcia stycznego do naporu normalnego dla jednego cyklu napełnienia i opróżnienia, pokazano na rysunku 4.7. Jego wartość w stanie napełnienia zawierała się pomiędzy dolną ( $\mu_{eff,F}=0.47$ ) i górną ( $\mu_{eff,U}=0.62$ ) wartością efektywnego współczynnika tarcia obliczonego wg [PN-EN-1991-4]. Największa wartość współczynnika tarcia wystąpiła na wysokości drugiego czujnika ( $h=2.9$  m) i wynosiła w stanie napełnienia  $\mu_{eff,exp}=0.6$  (rys. 4.7).



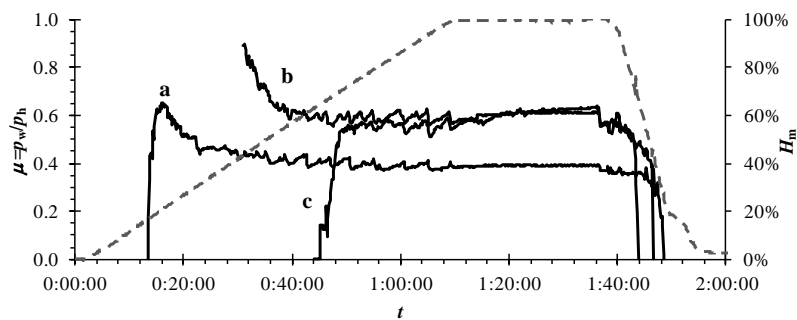
Rys. 4.4. Powierzchnia poślizgu ośrodka sypkiego w ścianie z blachy falistej wg [PN-EN-1991-4]



**Rys. 4.5.** Stanowisko badawcze silosów (silos do przechowywania materiału z lewej strony, silos pomiarowy z prawej strony) [Wójcik i inni 2017]



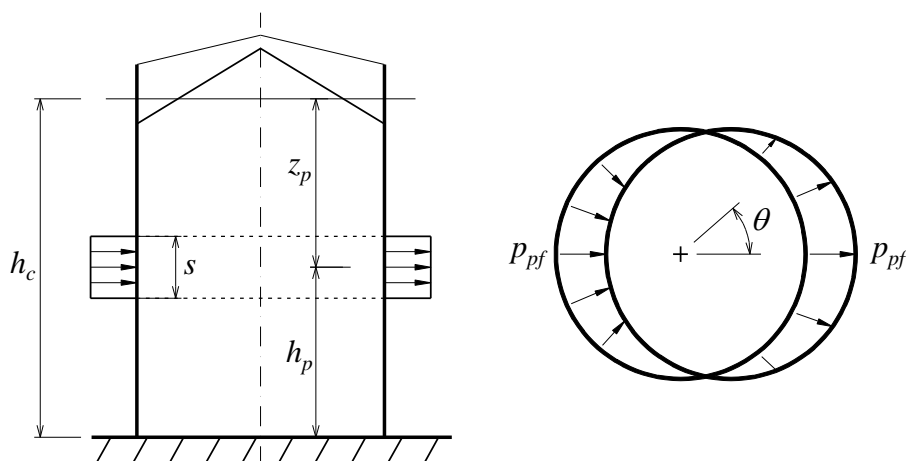
**Rys. 4.6.** Czujnik naporu w blaszce falistej: a) widok z zewnątrz, b) wnętrze czujnika, c) zewnętrzna powierzchnia pomiarowa [Wójcik i inni 2017]



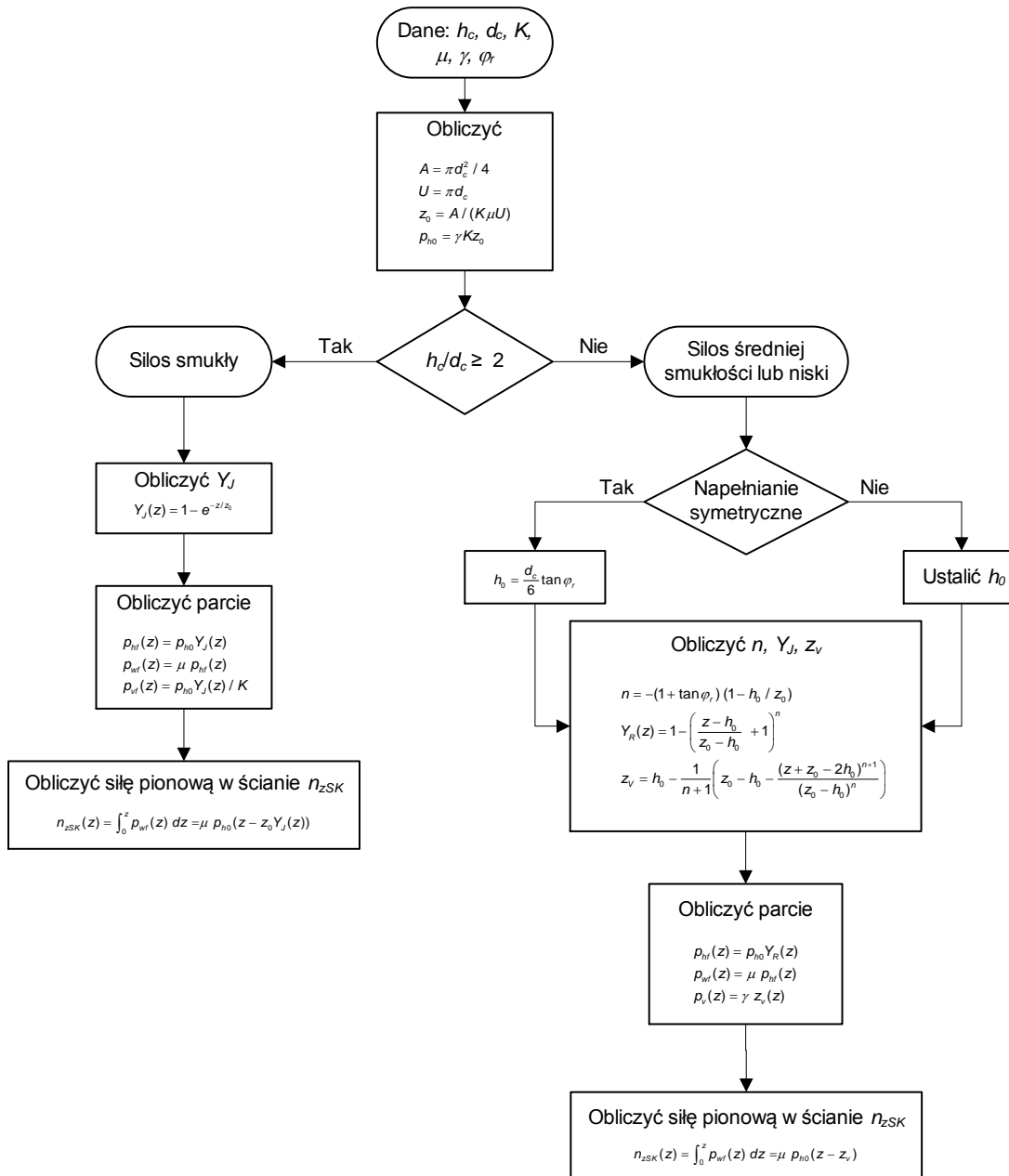
**Rys. 4.7.** Efektywny współczynnik tarcia  $\mu$  w funkcji czasu na podstawie badań doświadczalnych silosu o średnicy  $d_c=2.67\text{m}$  i wysokości  $h_c=7.5\text{m}$  [Wójcik i inni 2017]: a – czujnik na wysokości  $h=1.22\text{m}$ , b – czujnik na wysokości  $h=2.9\text{m}$ , c – czujnik na wysokości  $h=4.57\text{m}$ ,  $H_m$  – poziom wypełnienia silosu

Wpływ małego mimośrodowo napełniania i opróżniania oraz imperfekcji (niejednorodności) materiału sypkiego uwzględnia się poprzez wprowadzenie obciążenia lokalnego (rys. 4.8). W silosach z blach falistych (z połączeniami śrubowymi) obciążenie lokalne może działać na dowolnej wysokości [PN-EN 1991-4]. Gallego i inni (2011) wyprowadzili formuły pozwalające na określenie położenia obciążenia lokalnego generującego największe wertykalne siły dla rozważanego przekroju. Możliwa do uzyskania w ten sposób obwiednia sił wewnętrznych jest podobna do sił wyznaczonych z wykorzystaniem zastępczego równomiernego wzrostu parcia.

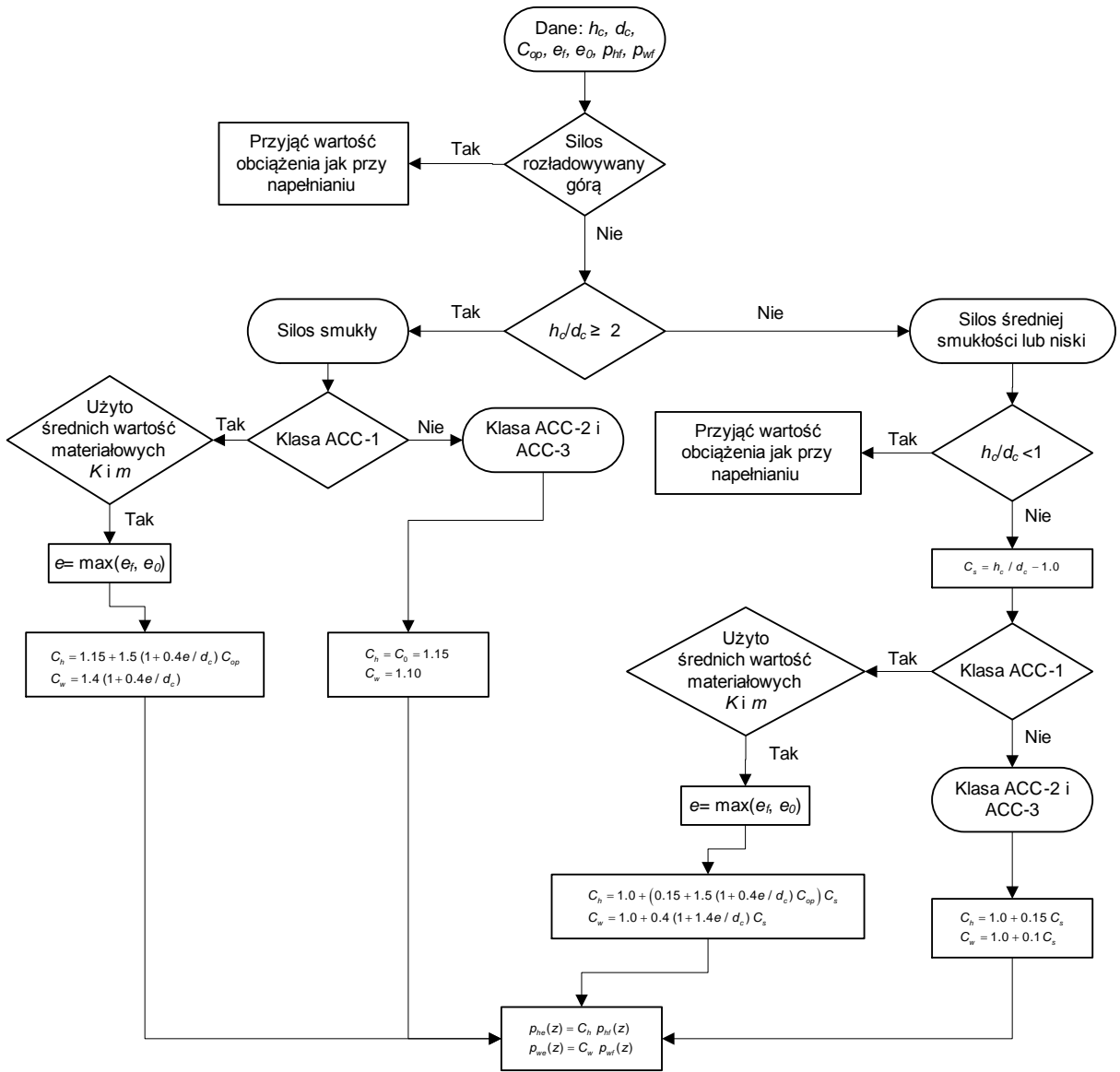
W celu ilustracji procedur wyznaczania obciążeń wg [PN-EN 1991-4] sporządzono własne graficzne algorytmy obliczeniowe (rys. 4.9–15). Wytyczne do określania symetrycznego parcia dla silosów kołowych w stanie napełniania i opróżniania przedstawiono na rysunkach 4.9–10. Ogólne zasady obliczania obciążenia lokalnego w stanie napełniania pokazano na rysunku 4.11, natomiast dodatkowe możliwości uproszczenia obliczeń dla silosów niskich i średniej smukłości przedstawiono na rysunku 4.12. Ogólne i szczegółowe wytyczne dot. obciążenia lokalnego dla stanu opróżniania przedstawiono odpowiednio na rysunkach 4.13–14. W niektórych sytuacjach obciążenie lokalne musi lub może być alternatywnie zastąpione równomiernym wzrostem naporu, którego sposób obliczenia pokazano na rysunku 4.15.



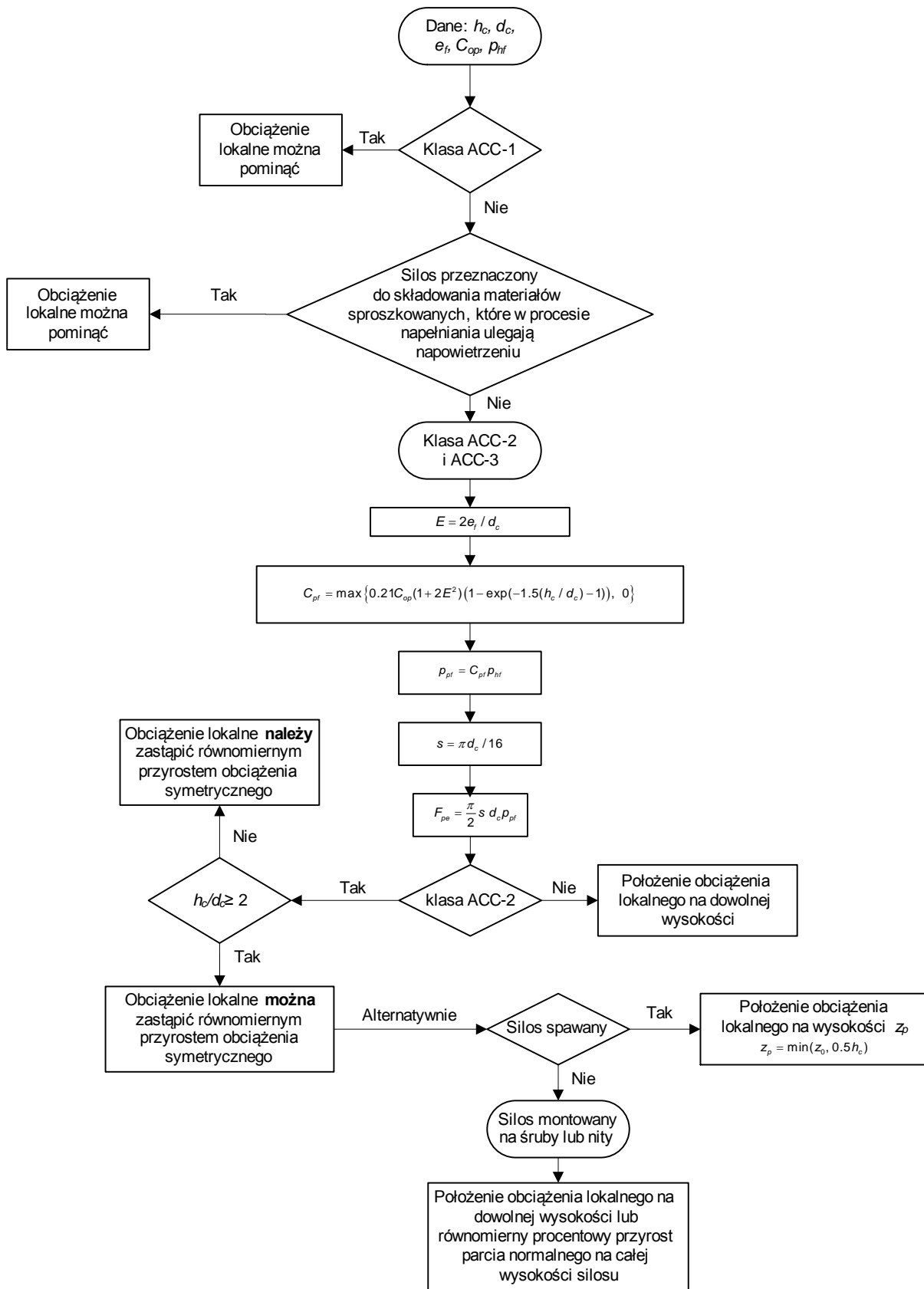
**Rys. 4.8.** Obciążenie lokalne w cienkościennym silosie kołowym wg [PN-EN-1991-4]



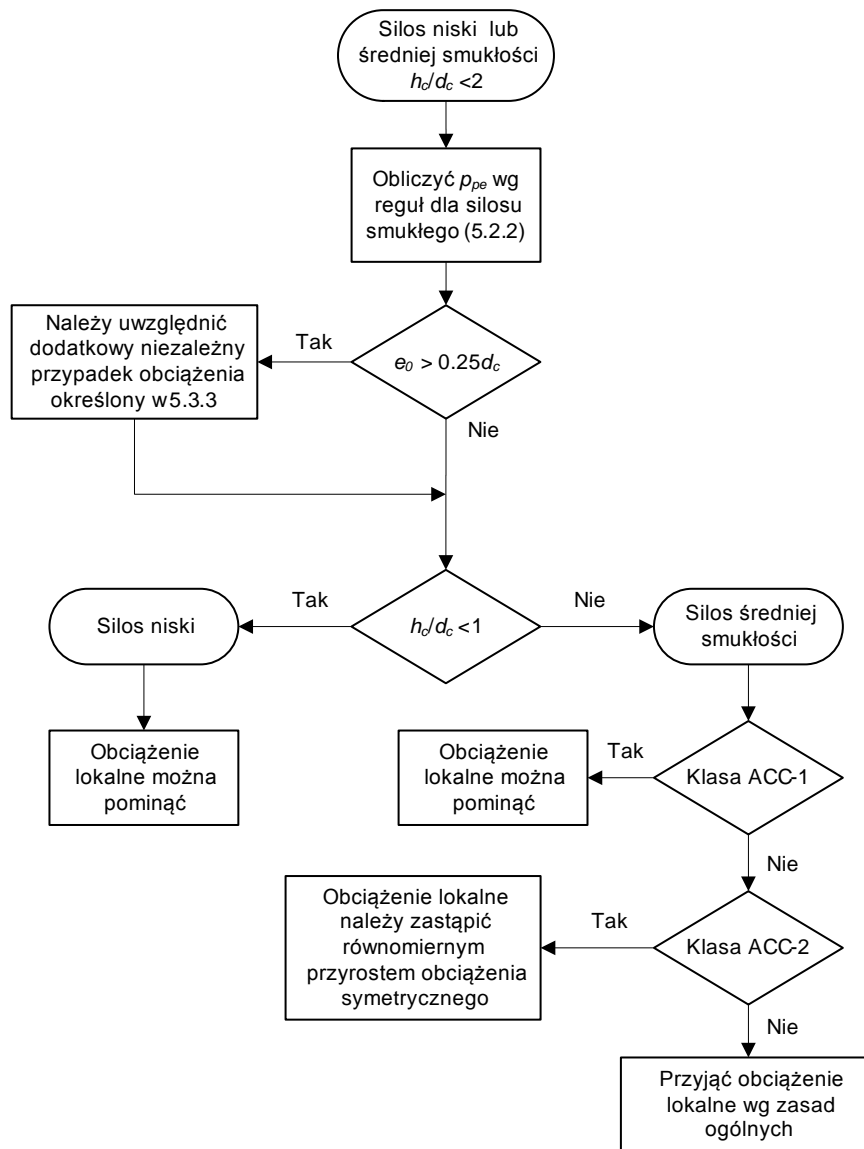
**Rys. 4.9.** Algorytm wyznaczania wartości symetrycznego parcia od materiału sypkiego oraz siły ściskającej w ścianie w silosach kołowych w stanie napełniania



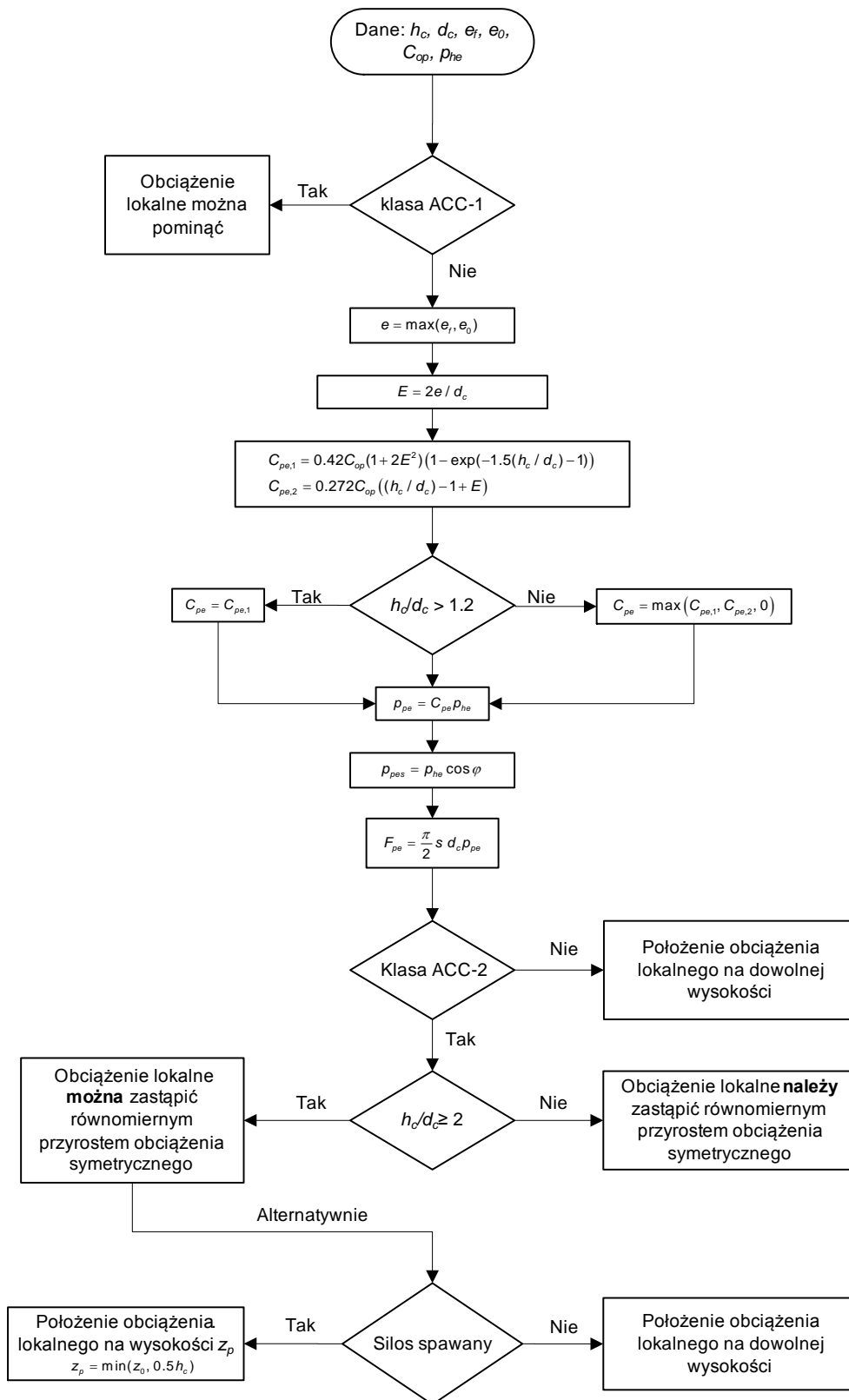
**Rys. 4.10.** Algorytm wyznaczania wartości symetrycznego parcia od materiału sypkiego w silosach kołowych w stanie opróżniania



Rys. 4.11. Algorytm wyznaczania wartości obciążenia lokalnego w cienkościennych silosach kołowych ( $d/t > 200$ ) w stanie napełniania – zasady ogólne

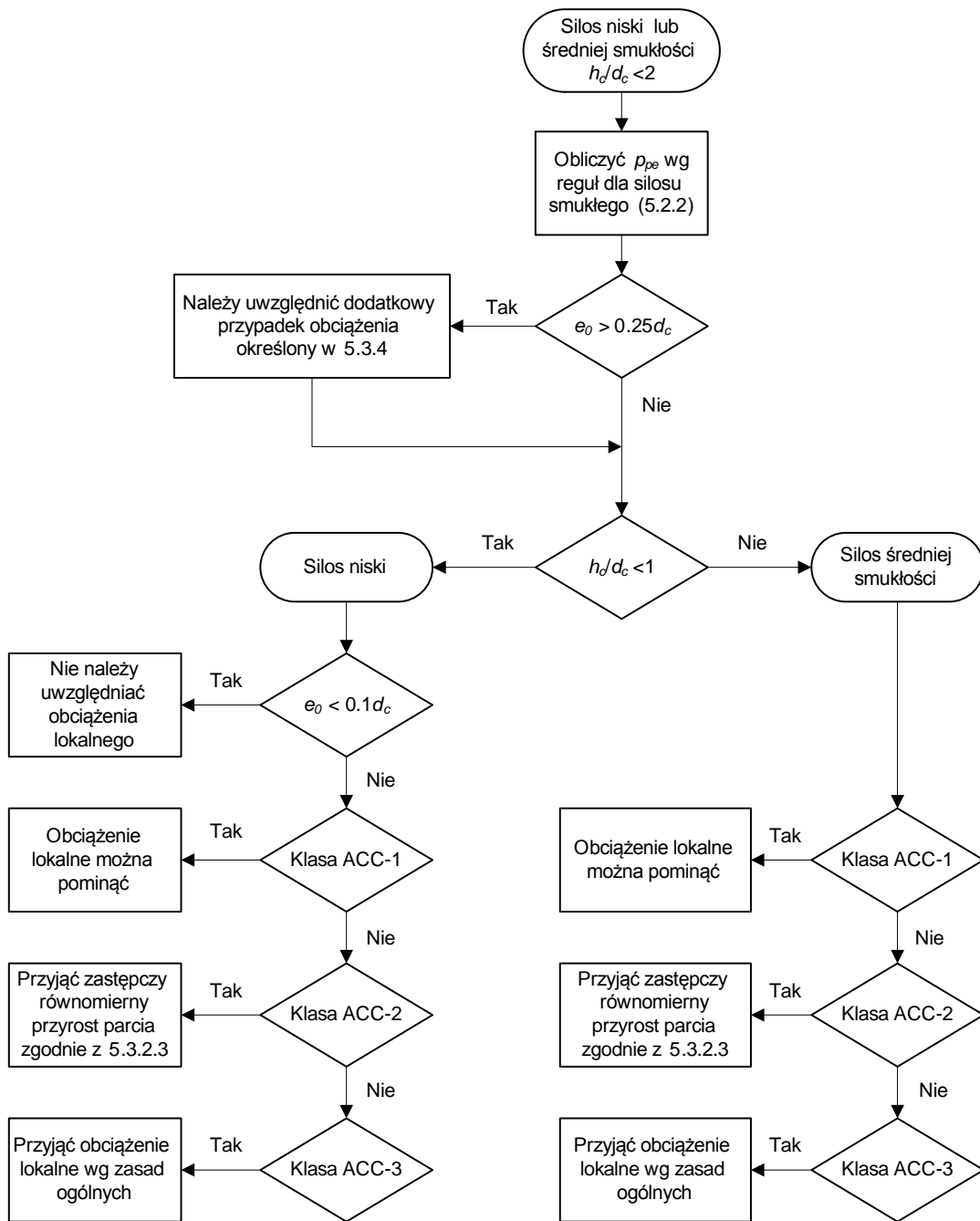


**Rys. 4.12.** Algorytm wyznaczania wartości obciążenia lokalnego w cienkościennych silosach kołowych – zasady szczegółowe dla silosów niskich oraz średniej smukłości w stanie napełniania

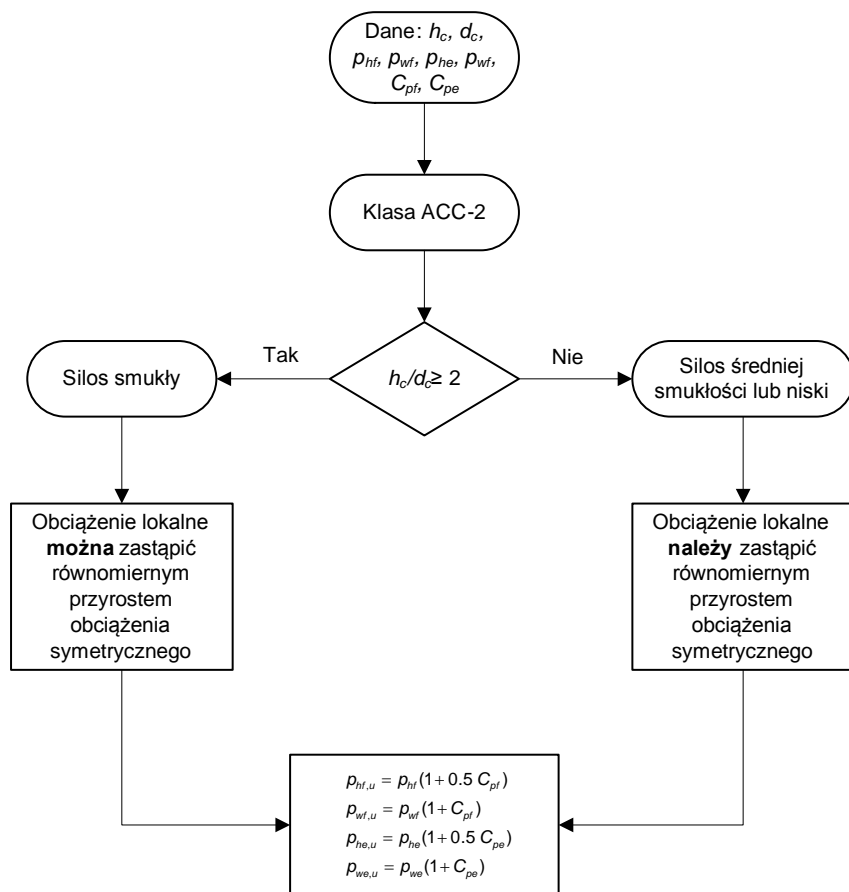


Rys. 4.13. Algorytm wyznaczania wartości obciążenia lokalnego w cienkościennych silosach kołowych ( $d/d > 200$ ) w stanie opróżniania – zasady ogólne





**Rys. 4.14.** Algorytm wyznaczania wartości obciążenia lokalnego w cienkościennych silosach kołowych – zasady szczegółowe dla silosów niskich oraz średniej smukłości w stanie opróżniania



**Rys. 4.15.** Algorytm wyznaczania zastępczego równomiernego parcia symetrycznego w cienkościennych silosach kołowych

## 5. NOŚNOŚĆ WYBOCZENIOWA CYLINDRYCZNEGO PŁASZCZA SILOSU WG PN-EN 1993-4-1

### 5.1 Wprowadzenie

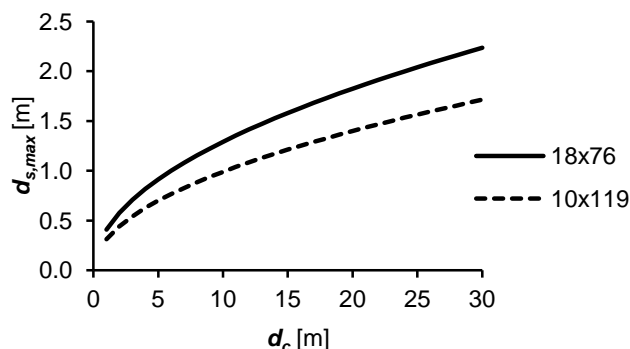
Analityczne obliczenia nośności wyboeczeniowej płaszcza silosu o skokowo zmiennej grubości, wzmocnionego pionowymi żebrami o skokowo zmiennych charakterystykach geometrycznych (grubość ścianki, kształt przekroju poprzecznego), wiążą się z koniecznością stosowania uproszczonych modeli obliczeniowych. Norma [PN-EN 1993-4-1] zależnie od rozstawu pionowych usztywnień  $d_s$  podaje dwie alternatywne metody wyznaczania nośności wyboeczeniowej uźebrowanego płaszcza o sfałdowaniu poziomym. Jeżeli rozstaw żeber  $d_s$  jest mniejszy od granicznego danego równaniem (5.1), wówczas płaszcz silosu zastępuje się równoważną powłoką ortotropową i dla niej wyznacza się obciążenie krytyczne. W przeciwnej sytuacji (tj. gdy rozstaw  $d_s > d_{s,max}$ ) sprawdza się stateczność pojedynczych żeber – przy założeniu, że pobocznica z blachy fałdowej nie przenosi siły podłużnej.

$$d_{s,max} = k_{dx} \left( \frac{r^2 D_y}{C_y} \right)^{0.25} \quad (5.1)$$

gdzie:

- $C_y$  – sztywność błonowa w kierunku sfałdowania (patrz 6.2 (6.5)),
- $D_y$  – sztywność zgięciowa w kierunku sfałdowania (patrz 6.2 (6.5)),
- $k_{dx}$  – współczynnik (zaleca się przyjmować  $k_{dx} = 7.4$ ),
- $r$  – promień silosu.

Graniczny rozstaw słupów (5.1) jest funkcją: sztywności giętej i błonowej w kierunku obwodowym, promienia silosu oraz współczynnika korekcyjnego  $k_{dx}$ . Stosunek sztywności  $D_y/C_y$  zależy wyłącznie od kształtu przekroju poprzecznego blachy falistej. Formułę (5.1) w funkcji średnicy silosu zilustrowano na rysunku 5.1 dla dwóch profili blachy fałdowej (profil wysoki 18×76 mm i niski 10×119 mm). Blachy faliste o wyższym profilu cechuje większy graniczny rozstaw pionowych usztywnień (rys. 5.1). Przykładowo, w silosach z gęstym uźebrowaniem  $d_s=0.70$  m oraz wysokim sfałdowaniem blachy (18×76) metodę równoważnej powłoki ortotropowej stosuje się od średnicy  $d_c=3$  m, czyli w większości praktycznych przypadków. Dla rzadkiego rozstawu słupów  $d_s=1.40$  m oraz niskiego profilu (10×119) minimalna średnica jest duża i wynosi 20 m (silosy wielkogabarytowe).



**Rys. 5.1.** Graniczny rozstaw pionowych żeber  $d_{s,max}$  w funkcji średnicy silosu  $d_c$  dla blachy o wysokim (18×76 mm) i niskim (10×119 mm) sfałdowaniu

## 5.2 Stateczność płaszcza wg metody równoważnej powłoki ortotropowej

W metodzie tej określa się nośność wyboczeniową osiowo ściskanej powłoki cylindrycznej o właściwościach ortotropowych (rys. 5.2a–b). Obciążenie krytyczne wyznacza się w oparciu o teorię DMV (Donnell–Mushtari–Vlasov), która jest szeroko stosowana ze względu na prostotę obliczeń oraz wystarczającą dokładność w zagadnieniach inżynierskich. W niektórych przypadkach (np. smukłe powłoki walcowe) wyniki otrzymane na podstawie teorii DMV mogą być obarczone znaczącym błędem [Simitses i inni 1985, Sondej i inni 2015]. W przeciwieństwie do bardziej zaawansowanych teorii [Sanders 1963] nie jest możliwe uzyskanie postaci wyboczeniowej typu Eulerowskiego (wyboczenie ściskanego pręta). Typową postać wyboczeniową powłoki ortotropowej (rys. 5.2b–c) charakteryzują liczba fal obwodowych ( $m$ ) i półfal wzdłuż pobocznic ( $n$ ). Jeżeli spełniony jest warunek granicznego rozstawu słupów, wówczas postaci wyboczeniowe i obciążenia krytyczne powłok z uźebrowaniem rozmytym (rys. 5.2b) i dyskretnym (rys. 5.2c) są bardzo zbliżone lub identyczne. Założenia metody równoważnej powłoki ortotropowej są następujące:

- równomierne liniowe obciążenie ściskające przyłożone jest do obydwu brzegów cylindra (do powierzchni środkowej),
- sztywność płaszcza składającego się z blachy falistej i uźebrowania jest uśredniona (rozmyta) i stała na całej wysokości,
- powierzchnia środkowa równoważnej powłoki pokrywa się z powierzchnią środkową blachy falistej,
- mimośród żeber i pierścieni usztywniających mierzony jest od powierzchni środkowej,
- brzegi powłoki cylindrycznej mają zablokowane przemieszczenia radialne i obwodowe,
- postaci wyboczenia opisane są funkcjami trygonometrycznymi.

Charakterystyczną wartość obciążenia krytycznego oblicza się w każdym rozpatrywanym przekroju silosu, minimalizując wyrażenie (5.2) ze względu na liczbę fal obwodowych  $j$  oraz na wysokość wyboczeniową  $l_j$  pobocznic powłoki. W ujęciu normowym problem stateczności powłoki jest nietypowy, gdyż zakłada się jedną półfalę wyboczeniową w kierunku pionowym i dla niej poszukuje się wysokości ( $l_j$ ) odpowiadającej minimalnej wartości wyrażenia (5.2). Dach silosu traktuje się jako sztywne podparcie w kierunku radialnym, co ogranicza długość wyboczeniową do wysokości części cylindrycznej.

$$n_{x,Rcr} = \frac{1}{j^2 \omega^2} \left( A_1 + \frac{A_2}{A_3} \right) \quad (5.2)$$

przy czym:

$$A_1 = j^4 \left[ \omega^4 C_{44} + 2\omega^2 (C_{45} + C_{66}) + C_{55} \right] + C_{22} + 2j^2 C_{25} \quad (5.3)$$

$$A_2 = 2\omega^2 (C_{12} + C_{33}) (C_{22} + j^2 C_{25}) (C_{12} + j^2 \omega^2 C_{14}) + \\ - (\omega^2 C_{11} + C_{33}) (C_{22} + j^2 C_{25})^2 - \omega^2 (C_{22} + \omega^2 C_{33}) (C_{12} + j^2 \omega^2 C_{14})^2 \quad (5.4)$$

$$A_3 = (\omega^2 C_{11} + C_{33}) (C_{22} + C_{25} + \omega^2 C_{33}) - \omega^2 (C_{12} + C_{33})^2 \quad (5.5)$$

oraz:

$$C_{11} = C_\phi + EA_s / d_s \quad (5.6)$$

$$C_{12} = \nu \sqrt{C_\phi C_\theta} \quad (5.7)$$

$$C_{14} = e_s EA_s / (rd_s) \quad (5.8)$$

$$C_{44} = [D_\phi + EI_s / d_s + EA_s e_s^2 / d_s] / r^2 \quad (5.9)$$

$$C_{45} = \nu \sqrt{D_\phi D_\theta} / r^2 \quad (5.10)$$

$$C_{22} = C_\theta + EA_r / d_r \quad (5.11)$$

$$C_{33} = C_{\phi\theta} \quad (5.12)$$

$$C_{25} = e_r EA_r / (rd_r) \quad (5.13)$$

$$C_{55} = [D_\theta + EI_r / d_r + EA_r e_r^2 / d_r] / r^2 \quad (5.14)$$

$$C_{66} = [D_{\phi\theta} + 0,5(GI_{ts} / d_s + GI_{tr} / d_r)] / r^2 \quad (5.15)$$

$$\omega = \frac{\pi r}{jl_i} \quad (5.16)$$

gdzie:

- $j$  – liczba fal obwodowych, odpowiadająca potencjalnej formie wyboczenia,
- $l_i$  – długość półfali w kierunku pionowym, odpowiadająca potencjalnej formie wyboczenia,
- $A_s$  – pole powierzchni przekroju żebra pionowego,
- $I_s$  – moment bezwładności przekroju żebra pionowego względem osi obwodowej,
- $d_s$  – rozstaw żeber pionowych w kierunku obwodowym,
- $I_{ts}$  – moment bezwładności przy swobodnym skręcaniu żebra pionowego,
- $e_s$  – mimośród żebra pionowego względem powierzchni środkowej powłoki,
- $A_r$  – pole powierzchni przekroju pierścienia usztywniającego,
- $I_r$  – moment bezwładności przekroju pierścienia usztywniającego względem osi pionowej,
- $d_r$  – rozstaw pierścieni usztywniających w kierunku pionowym,
- $I_{tr}$  – moment bezwładności przy swobodnym skręcaniu pierścienia usztywniającego,
- $e_r$  – mimośród pierścienia usztywniającego względem powierzchni środkowej powłoki,
- $C_\phi$  – sztywność błonowa w kierunku pionowym (patrz 6.2 (6.5)),
- $C_\theta$  – sztywność błonowa w kierunku obwodowym (patrz 6.2 (6.5)),
- $C_{\phi\theta}$  – sztywność błonowa przy ścinaniu (patrz 6.2 (6.5)),
- $D_\phi$  – sztywność zgięciowa w kierunku pionowym (patrz 6.2 (6.5)),
- $D_\theta$  – sztywność zgięciowa w kierunku obwodowym (patrz 6.2 (6.5)),
- $D_{\phi\theta}$  – sztywność zgięciowa przy skręcaniu (patrz 6.2 (6.5)).

Obliczeniowe obciążenie krytyczne  $n_{x,Rd}$  powłoki ortotropowej wyznacza się z wyrażenia (5.17) uwzględniając negatywny wpływ imperfekcji poprzez współczynnik redukcyjny  $\alpha_x=0.8$ . Uproszczona metoda szacowania wpływu imperfekcji jest akceptowalna z uwagi na znacznie mniejszą wrażliwość na imperfekcje uźebrowanych powłok w porównaniu do gładkich powłok walcowych. Możliwość lokalnej utraty stateczności żebra uwzględnia się w formule (5.18). Obliczeniową nośność powłoki wyznacza się jako mniejszą z wartości (5.17) i (5.18).

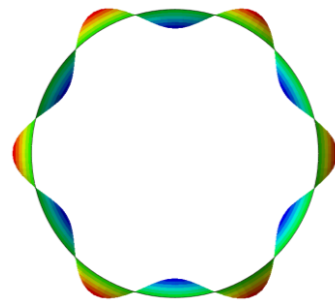
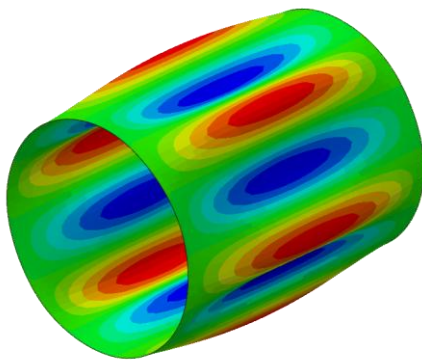
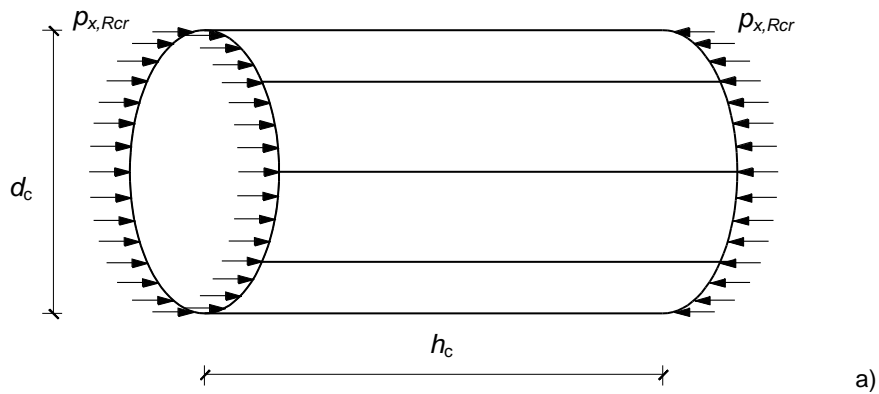
$$n_{x,Rd} = \frac{\alpha_x n_{x,Rcr}}{\gamma_{M1}} \quad (5.17)$$

oraz

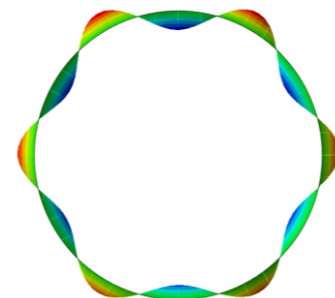
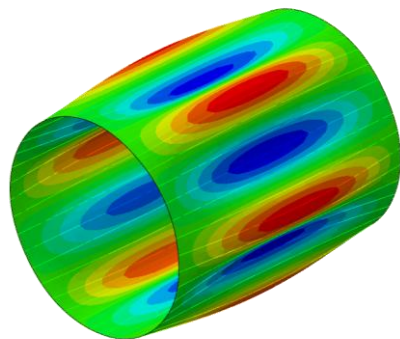
$$n_{x,Rd^*} = \frac{A_{eff} f_y}{d_s \gamma_{M1}} \quad (5.18)$$

gdzie:

- $\alpha_x$  – współczynnik imperfekcji (redukcyjny) przy wyboczeniu sprężystym,
- $\gamma_{M1}$  – współczynnik częściowy ze względu na wyboczenie ( $\gamma_{M1}=1.10$ ),
- $A_{eff}$  – efektywne pole przekroju żebra wg [PN-EN 1993-1-3].



b)



c)

**Rys. 5.2.** Powłoka cylindryczna o właściwościach ortotropowych: a) geometria i obciążenie, b) 1-postać wyboczeniowa powłoki ortotropowej (rozmyta sztywność blachy falistej i słupów), c) 1-postać wyboczeniowa uźebrowanej powłoki ortotropowej (rozmyta sztywność blachy falistej)

### 5.3 Stateczność płaszczka wg metody pojedynczych żeber

W silosach o rzadkim rozstawie pionowych żeber, tj. gdy rozstaw słupów  $d_s$  jest większy od wartości granicznej  $d_{s,max}$ , nośność wyboczeniową oblicza się jedną z dwóch alternatywnych metod:

- pomijając sztywność płaszczka w kierunku radialnym,
- uwzględniając sztywność płaszczka w kierunku radialnym.

W obydwu metodach przyjmuje się następujące założenia:

- blacha fałdowa nie przenosi siły podłużnej,
- poszycie usztywnia całkowicie zebro w płaszczyźnie stycznej do ścianki.

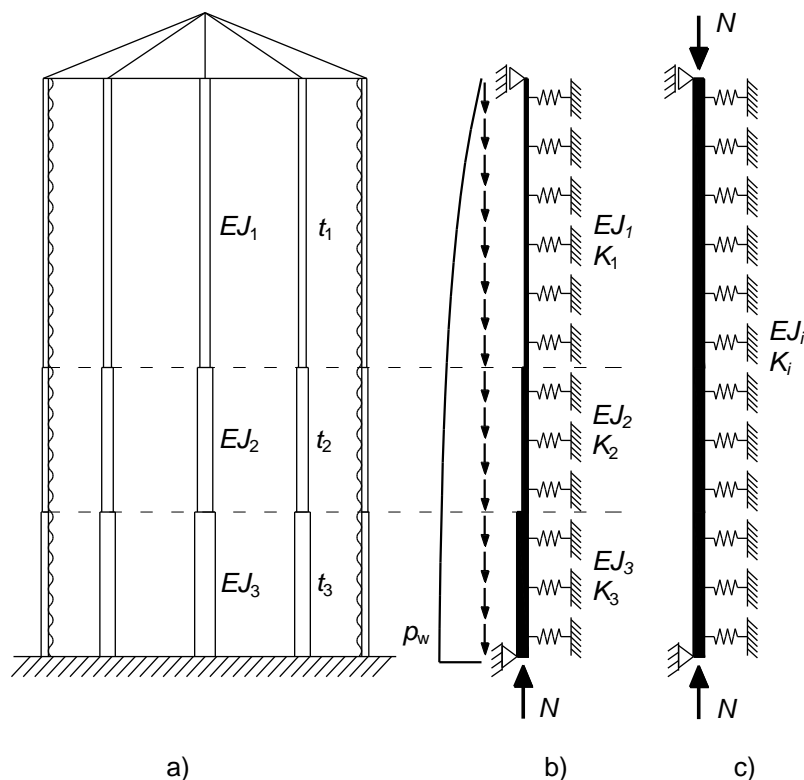
W metodzie (a) nośność żebra wyznacza się dla stanu osiowego ściskania zgodnie z zasadami [PN-EN 1993-4-1]. Nośność obliczona metodą (a) jest zazwyczaj znacznie niższa w porównaniu do metody (b) ze względu na duże długości wyboczeniowe.

W metodzie (b) zakłada się, że poszycie stanowi podłoże sprężyste dla ściskanego żebra (rys. 5.3). Obliczenie nośności wyboczeniowej żebra o jednocześnie skokowo zmiennym przekroju poprzecznym oraz zmienną siłą normalną (rys. 5.3b) wymaga zastosowania analizy MES. Jeżeli nie przeprowadza się dokładniejszych obliczeń, charakterystyczną nośność na wyboczenie pojedynczego pionowego żebra z uwzględnieniem sztywności poszycia (rys. 5.3c) oblicza się z poniższego wyrażenia:

$$N_{b,Rk} = 2\sqrt{EI_y K} \quad (5.19)$$

gdzie:

- $I_y$  – moment bezwładności słupa w kierunku prostopadłym do ściany silosu,  
 $K$  – sztywność podłoża sprężystego.



**Rys. 5.3.** Model wyznaczania nośności wyboczeniowej żebra: a) geometria silosu, b) model żebra na podłożu sprężystym, c) uproszczony model żebra na podłożu sprężystym

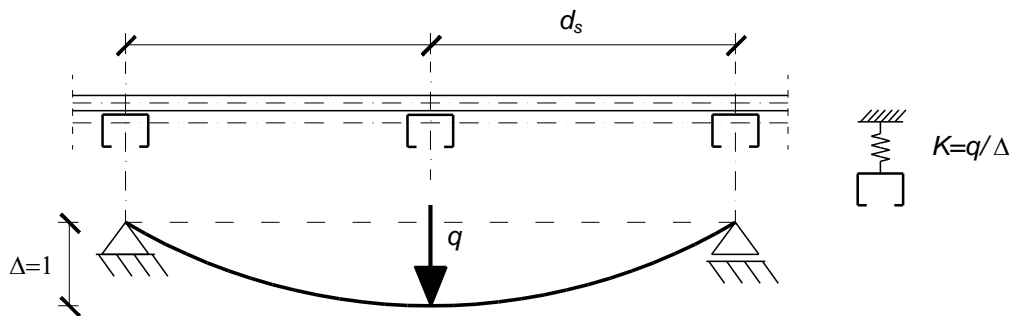
Rozwiązanie (5.19) zostało wyprowadzone przy następujących założeniach:

- wyboczenie żebra występuje tylko w płaszczyźnie prostopadłej do ściany silosu (blacha falista usztywnia wystarczająco żebro w płaszczyźnie stycznej do ściany oraz na skręcanie),
- siła ściskająca jest stała na całej długości żebra (rys. 5.3c),
- żebro jest oparte na podłożu sprężystym wzdłuż jego wysokości (rys. 5.3c),
- żebro jest podparte przegubowo na obu końcach (rys. 5.3c),
- siła krytyczna nie zależy od wysokości żebra.

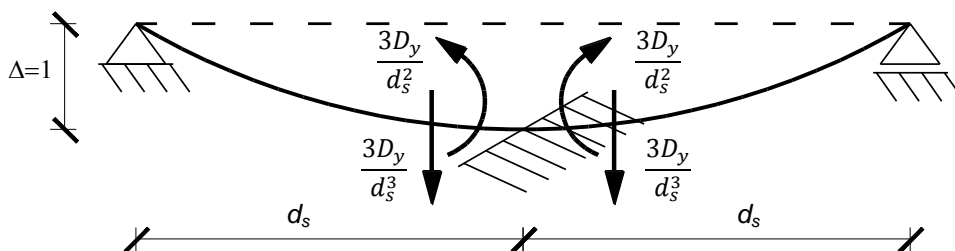
Siła krytyczna funkcyjnie obciążonego słupa o skokowo zmiennej sztywności zgięciowej, (rys. 5.3b) może być wyższa o 80% w porównaniu do siły krytycznej obliczonej na podstawie modelu uproszczonego (rys. 5.3c) [Wójcik i inni 2011, Sondej i inni 2013, Sondej i inni 2016]. W metodzie słupa na podłożu sprężystym nie uwzględnia się redukcyjnego wpływu imperfekcji, gdyż szacowana nośność wyboczeniowa jest bardzo konserwatywna.

Sztywność podłoża sprężystego  $K$  wyznacza się na podstawie założonej postaci wyboczeniowej. Równanie opisujące sztywność  $K$  (5.20) jest funkcją sztywności zgięciowej poszycia w kierunku obwodowym ( $D_y$ ), rozstawu słupów ( $d_s$ ) oraz współczynnika przyjętego schematu statycznego ( $k_s$ ). Zaleca się przyjmować długość obwodowej półfali wyboczeniowej równą podwójnemu rozstawowi słupów (rys. 5.4), co odpowiada parametrowi  $k_s=6$ . Wzór na sztywność podłoża sprężystego (5.20) można łatwo wyprowadzić, posługując się np. metodą przemieszczeń ((5.21) i rys. 5.5). Przy wyznaczaniu sztywności  $K$  nie uwzględnia się zakrzywienia płaszcza silosu.

$$K = k_s \frac{D_y}{d_s^3} \quad (5.20)$$



Rys. 5.4. Określenie sztywności poszycia przy wyboczeniu słupa



Rys. 5.5. Wyznaczenie sztywności  $K$  metodą przemieszczeń



$$\left(\frac{3D_y}{d_s^3} + \frac{3D_y}{d_s^3}\right)\Delta = q \quad \Rightarrow \quad K = \frac{q}{\Delta} = \frac{6D_y}{d_s^3} \quad (5.21)$$

Uwzględniając możliwość lokalnej utarty stateczności, obliczeniową nośność wyboczeniową  $N_{b,Rd}$  wyznacza się jako mniejszą z wielkości (5.22) i (5.23).

$$N_{b,Rd} = 2\sqrt{EI_y K} / \gamma_{M1} \quad (5.22)$$

oraz:

$$N_{b,Rd} = \begin{cases} \frac{A_{eff} f_y}{\gamma_{M1}} & \text{dla } A_{eff} < A \\ \frac{A f_y}{\gamma_{M0}} & \text{dla } A_{eff} \geq A \end{cases} \quad (5.23)$$

gdzie:

- $A$  – pole brutto przekroju żebra,
- $A_{eff}$  – efektywne pole przekroju żebra wg [PN-EN 1993-1-3],
- $\gamma_{M0}$  – współczynnik częściowy ze względu na uplastycznienie ( $\gamma_{M0}=1.00$ ),
- $\gamma_{M1}$  – współczynnik częściowy ze względu na wyboczenie ( $\gamma_{M1}=1.10$ ),
- $f_y$  – granica plastyczności stali,
- $EI_y$  – sztywność na zginanie żebra względem osi obwodowej.

## 6. ANALIZA NUMERYCZNA

### 6.1 Wprowadzenie

W niniejszym rozdziale zawarto obszernie studia numeryczne powłok walcowych. Przeprowadzono analizy wyboczeniowe osiowo ściskanych powłok cylindrycznych oraz silosów obciążonych naporem normalnym i stycznym pochodzącym od składowanego materiału sypkiego. Powłoki będące przedmiotem analiz były wykonane z blachy falistej o sfałdowaniu poziomym oraz pionowych żeber o przekroju otwartym (stalowe profile gięte na zimno). W wyniku zespolenia blachy falistej z uźebrowaniem uzyskuje się powłokę o tzw. ortotropii strukturalnej. Obciążenie krytyczne walcowej powłoki ortotropowej obliczone na podstawie rozwiązań analitycznych [Donnell 1934, Sanders 1963] jest ważne w pewnym organicznym zakresie. W obowiązującej normie [PN-EN 1993-4-1] zakres ten został określony granicznym rozstawem żeber danym równaniem (5.1). Zawarte w niniejszym rozdziale analizy numeryczne pozwoliły uściślić zakres ważności rozwiązań analitycznych [Donnell 1934, Sanders 1963] oraz określić ich przydatność w projektowaniu silosów. Sformułowano także przybliżoną metodę określania obciążenia krytycznego ortotropowych powłok w obszarach, dla których nie obowiązują rozwiązania klasyczne [Donnell 1934, Sanders 1963]. Na początku rozdziału opisano modele blachy ortotropowej, a w dalszej części przedstawiono wyniki liniowych i nieliniowych analiz MES powłok cylindrycznych oraz silosów.

### 6.2 Metody analizy w projektowaniu powłok ze względu na wyboczenie

Stan graniczny niestateczności przejawia się gwałtownym przyrostem przemieszczeń normalnych do powierzchni powłoki w wyniku wyboczenia ścianki w warunkach naprężeń ściskających lub ścinających, co może prowadzić do utraty nośności i całkowitego zniszczenia konstrukcji. Przy sprawdzaniu stanu granicznego niestateczności z wykorzystaniem analizy numerycznej stosuje się jedną lub kilka poniższych metod [PN-EN 1993-1-6].

- Liniowa analiza sprężysta (LA)  
Analiza stanowi podstawową metodę wyznaczania naprężeń i sił w konstrukcji. Obowiązuje teoria pierwszego rzędu (małe deformacje i odkształcenia) oraz liniowo sprężysty model materiału.
- Liniowa analiza stateczności (LBA)  
Na podstawie analizy LBA wyznacza się obciążenie krytyczne konstrukcji. Zakłada się, że obciążenie jest jednoparametrowe, zmieniające się proporcjonalnie do parametru obciążenia. Obciążenie jest zachowawcze, tzn. nie zmienia kierunku podczas odkształcania się konstrukcji. Ustrój jest idealny, pozbawiony geometrycznych lub obciążeniowych imperfekcji [Rakowski i Kacprzyk 2010].
- Analiza fizycznie nieliniowa (MNA)  
Na podstawie analizy MNA wyznacza się referencyjną nośność plastyczną konstrukcji. Obowiązuje teoria pierwszego rzędu (małe deformacje i odkształcenia).
- Analiza geometrycznie nieliniowa (GNA)

Na podstawie analizy GNA wyznacza się sprężystą nośność wyboczeniową konstrukcji idealnej. Zachowanie się układu pod działaniem obciążenia jest zależne od deformacji.

- Analiza geometrycznie i fizycznie nieliniowa (GMNA)  
Na podstawie analizy GMNA wyznacza się sprężysto-plastyczną nośność wyboczeniową konstrukcji idealnej. Przyjmuje się nieliniowy model materiału oraz nieliniowe związki geometryczne.
- Analiza geometrycznie nieliniowa z uwzględnieniem wstępnych imperfekcji geometrycznych (GNIA)  
Na podstawie analizy GNIA wyznacza się sprężystą nośność wyboczeniową konstrukcji idealnej z uwzględnieniem imperfekcji geometrycznych. Zachowanie się układu pod działaniem obciążenia jest zależne od deformacji.
- Analiza geometrycznie i fizycznie nieliniowa z uwzględnieniem wstępnych imperfekcji geometrycznych (GMNIA)  
Na podstawie analizy GMNIA wyznacza się sprężysto-plastyczną nośność wyboczeniową konstrukcji idealnej z uwzględnieniem imperfekcji geometrycznych. Przyjmuje się nieliniowy model materiału oraz nieliniowe związki geometryczne.

W niniejszej pracy badano powłoki i silosy z wykorzystaniem analiz: LBA, GNA oraz GNIA. W celu wyznaczenia sprężystej nośności wyboczeniowej zastosowano dynamiczną analizę GNIA, która jest z powodzeniem wykorzystywana w analizach stateczności konstrukcji [Choong i Ramm 1998, Kuhl i Ramm 1999, Kobayashi i inni 2012].

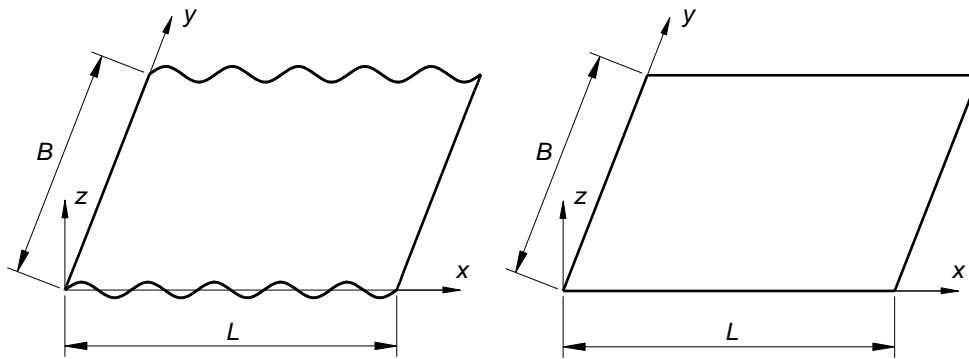
### **6.3 Blacha falista**

#### **6.3.1 Modele blachy falistej**

Blachy fałdowe znajdują szerokie zastosowanie m.in. w budownictwie, przemyśle motoryzacyjnym, stoczniowym i lotniczym, jako elementy nośne obudowy konstrukcji stalowych. Blachy profilowane na zimno powstają w wyniku zagięcia płaskiej taśmy lub arkusza blachy. Uformowany w ten sposób wyrób wykazuje znacznie większą sztywność i nośność w kierunku profilowania od arkusza wyjściowego. Fałda blachy może mieć kształt trapezowy lub falisty, przy czym zasadnicza większość producentów silosów stosuje sfałdowanie faliste. Proces profilowania blachy jest w pełni zautomatyzowany i przebiega na specjalnej linii produkcyjnej. Rozwinięta z rolki blacha przechodzi przez szereg stacji profilujących, które stopniowo wprowadzają kolejne fałdy. W dalszym etapie zostają wybite otwory oraz następuje przecięcie arkusza blachy. W ostatniej fazie zostaje wprowadzona krzywizna łukowa o zdefiniowanym promieniu.

W celu obliczenia nośności wyboczeniowej silosu niezbędne jest przyjęcie modelu obliczeniowego blachy falistej. W analizie MES blachę fałdową modeluje się elementami powłokowymi. Blachę fałdową można opisać, odwzorowując bezpośrednio geometrię powierzchni środkowej, jednak podejście takie wymaga użycia bardzo dużej ilości elementów skończonych [Wójcik i inni 2011, Iwicki i inni 2011, 2015]. Konsekwencją tego podejścia jest istotne wydłużenie czasu obliczeń oraz wzrost zapotrzebowania pamięci RAM. Z uwagi na okresowy charakter blachy

fałdowej oraz relatywnie mały wymiar fałdy w porównaniu do wymiaru siłosa alternatywną możliwością jest przyjęcie płaskiej powłoki o równoważnych sztywnościach ortotropowych. W tym celu należy zhomogenizować strukturę fałdową, tzn. określić stałe, które w skali makro opisują jej własności sprężyste (rys. 6.1). Podstawy teoretyczne płyt anizotropowych zostały podane w [Gehring 1877, Boussinesq 1879], jednak istotny wkład w odniesieniu do anizotropii makroskopowej miał Huber (1914, 1921). Wykazał on, że elementy takie jak płyty uźebrowane czy blacha falista mogą być z dostatecznym przybliżeniem opisane modelem ortotropowym.



**Rys. 6.1.** Blacha fałdowa oraz odpowiadająca jej płaska powłoka ortotropowa

Przy przyjęciu klasycznego modelu cienkiej płyty Kirchhoffa oraz pominięciu sprzężenia stanu giętego z membranowym równanie konstytutywne płyty ortotropowej przyjmuje postać:

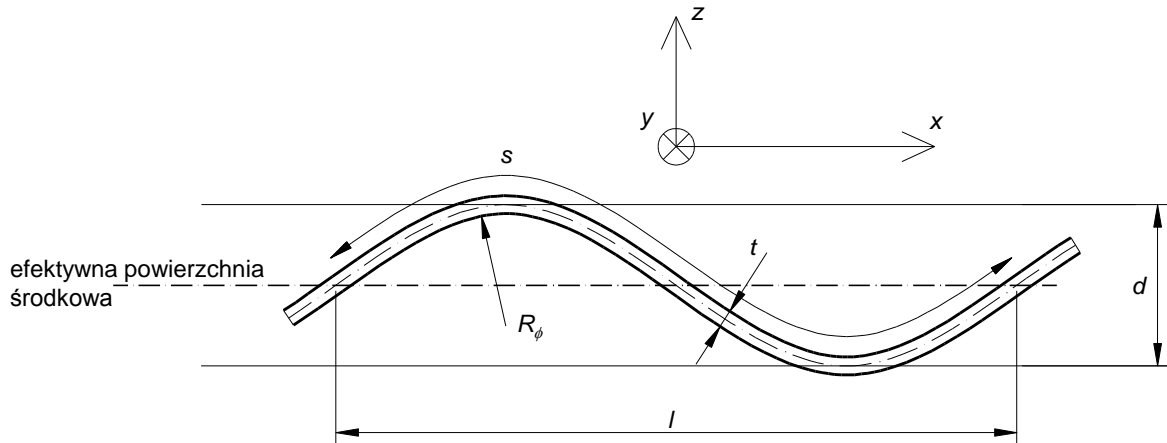
$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_x & C_{v_x} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ C_{v_x} & C_y & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_{xy} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_x & D_{v_x} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_{v_x} & D_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & D_{xy} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \\ \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} \quad (6.1)$$

gdzie:

- $x, y$  – ortogonalne współrzędne w płaszczyźnie płyty (rys. 6.1),
- $N_x, N_y, N_{xy}$  – siły membranowe (tarczowe),
- $M_x, M_y, M_{xy}$  – momenty zginające,
- $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}$  – odkształcenia membranowe (tarczowe),
- $\kappa_x, \kappa_y, \kappa_{xy}$  – krzywizny,
- $C, D$  – sztywność dla stanu membranowego i giętego.

Jakość zastępczego modelu opisującego zachowanie blachy fałdowej zależy w głównej mierze od poprawności identyfikacji sztywności stanu membranowego i giętego (6.1). Metody wyznaczania zastępczych sztywności można podzielić na inżynierskie bazujące na klasycznej wytrzymałości materiałów oraz bardziej zaawansowane – asymptotyczne. Pierwsze inżynierskie formuły na sztywności płytowe blachy falistej (rys. 6.2) podał Seydel (1931), bazując na koncepcji Hubera:

$$\begin{aligned}
 D_x &= \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \cdot \frac{l}{s} \\
 D_{\nu x} &= 0 \\
 D_y &= EJ_y \\
 D_{xy} &= \frac{Gt^3}{12(1+\nu)} \cdot \frac{s}{l}
 \end{aligned}
 \tag{6.2}$$



**Rys. 6.2.** Przekrój sfałdowania i parametry geometryczne, gdzie:  $d$  – wysokość blachy fałdowej,  $l$  – szerokość fałdy,  $R_\phi$  – lokalny promień zagięcia grzbietu i doliny fałdy,  $s$  – długość fali,  $t$  – grubość blachy

Przy założeniu, że powierzchnia środkowa blachy falistej opisana jest funkcją:

$$z(x) = \frac{d}{2} \sin\left(\frac{2\pi x}{l}\right)
 \tag{6.3}$$

długość fali wynosi:

$$s = \int_0^l \sqrt{1 + \left(\frac{\pi d}{l} \cos\left(\frac{2\pi x}{l}\right)\right)^2} dx
 \tag{6.4}$$

Obliczenie wartości całki (6.4) bez zastosowania metod numerycznych nie jest trywialne. Przybliżone analityczne metody obliczeń długości fali  $s$  oraz momentu bezwładności  $I_x$  podano w [Lekhnitskii 1968, Szilard 1974, Lau 1981, Lee 1981]. Luo i Suhling (1992) przedstawili aproksymowane formuły dla fali o kształcie sinusoidalnym, eliptycznym i odcinkowo prostym z łukowym zakrzywieniem.

Zhang i Rotter (1988) analizowali różne formuły na sztywności ortotropowe [Abdel-Sayed 1970, Trahair i inni 1983, Briassoulis 1986] w odniesieniu do powłok cylindrycznych. Na podstawie porównania z wynikami MES stwierdzili, że najlepsze propozycje równoważnych sztywności przedstawił Abdel-Sayed (1970):  $C_y$ ,  $C_{xy}$ ,  $D_x$ ,  $D_y$ ,  $D_{xy}$  oraz Trahair i inni (1983)  $C_x$ ,  $C_y$ . Stwierdzili oni również, że krzywizna powłok cylindrycznych może mieć istotny wpływ na wartość równoważnych sztywności ortotropowych. Zestawienie różnych formuł na zastępcze sztywności z ujednoczonymi oznaczeniami (rys. 6.2) przedstawiono w tabeli 6.1.

**Tabela 6.1** Zastępcze sztywności płyty ortotropowej [Abdel-Sayed 1970, Trahair i inni 1983, Briassoulis 1986]

Sztywność	Abdel-Sayed (1970)	Trahair i inni (1983)	Briassoulis (1986)
$C_x$	$\frac{E}{(1-\nu^2)} \frac{2t^3}{3d^2}$	$E \frac{2t^3}{3d^2}$	$\frac{Et^3}{t^2 + \frac{3}{2}(1-\nu^2)d^2 \left( \frac{s^2}{l^2} - \frac{s}{2\pi l} \sin\left(\frac{2\pi s}{l}\right) \right)}$
$C_y$	$Et \frac{s}{l}$	$Et \left( 1 + \frac{\pi^2 d^2}{4l^2} \right)$	$Et \frac{s}{l}$
$C_{yx}$	-	-	$\nu C_x$
$C_{xy}$	$Gt \frac{l}{s}$	$\frac{Gt}{\left( 1 + \frac{\pi^2 d^2}{4l^2} \right)}$	$Gt$
$D_x$	$\frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \cdot \frac{l}{s}$	$\frac{Et^3}{12} \cdot \frac{1}{\left( 1 + \frac{\pi^2 d^2}{4l^2} \right)}$	$\frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \cdot \frac{l}{s}$
$D_{yx}$	-	-	$\nu D_x$
$D_y$	$0.522Et \left( \frac{d}{2} \right)^2$	$E \frac{d^2 t}{8} \left( 1 + \frac{\pi^2 d^2}{8l^2} \right)$	$\frac{Etd^2}{8} + \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)}$
$D_{xy}$	$\frac{Gt^3}{12} \cdot \frac{s}{l}$	$\frac{Gt^3}{3} \cdot \left( 1 + \frac{\pi^2 d^2}{4l^2} \right)$	$\frac{Gt^3}{12}$

Propozycje równoważnych cech ortotropowych [Abdel-Sayed 1970 i Trahair i inni 1983] zawarto w aktualnej normie do projektowania konstrukcji silosów [PN-EN-1993-4-1]:

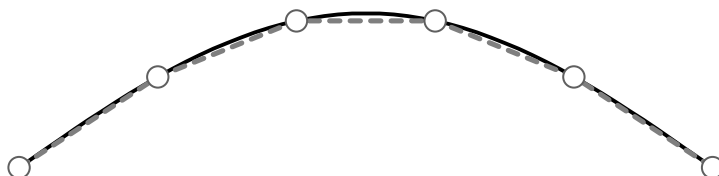
$$\begin{aligned}
 C_x &= Et_x = E \frac{2t^3}{3d^2} \\
 C_y &= Et_y = Et \left( 1 + \frac{\pi^2 d^2}{4l^2} \right) \\
 C_{xy} &= Gt_{xy} = \frac{Gt}{\left( 1 + \frac{\pi^2 d^2}{4l^2} \right)} \\
 D_x &= EJ_x = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \cdot \frac{1}{\left( 1 + \frac{\pi^2 d^2}{4l^2} \right)} \\
 D_y &= EJ_y = 0.13Etd^2 \\
 D_{xy} &= GJ_{xy} = \frac{Gt^3}{12} \cdot \left( 1 + \frac{\pi^2 d^2}{4l^2} \right)
 \end{aligned} \tag{6.5}$$

W powyższych formułach (6.5) sztywności traktowane są niezależnie, tzn. nie występują efekty związane ze współczynnikiem Poissona ( $C_{yx}$ ,  $D_{yx}$ ). Stosunek długości rozprostowanej fałdy  $s$  do szerokości fali  $l$  (6.6) oraz wartość momentu bezwładności (6.7) opisane są wartościami przybliżonymi jak w pracy [Trahair i inni 1983].

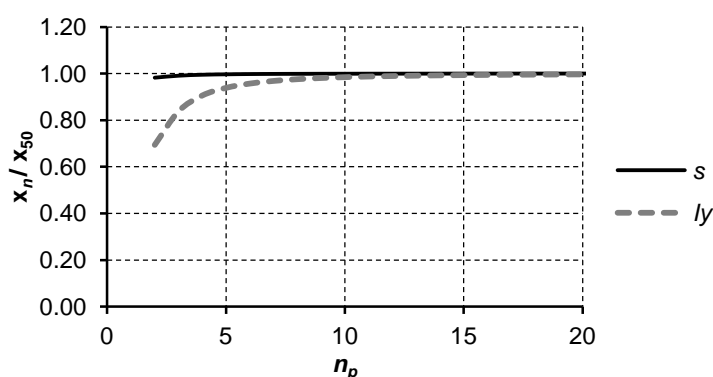
$$\frac{s}{l} = 1 + \frac{\pi^2 d^2}{4l^2} \tag{6.6}$$

$$J_y = 0.13td^2 \tag{6.7}$$

W celu określenia jakości aproksymowanych formuł obliczono wartości  $s$ ,  $C_x$  i  $I_y$  dla blachy falistej o parametrach:  $l=76$  mm,  $t=1$  mm,  $E=210$  GPa i  $\nu=0.3$  w funkcji wysokości fali  $d=1-36$  mm. Uzyskane wyniki porównano z obliczeniami numerycznymi, w których przyjęto sinusoidalny kształt blachy oraz dyskretyzację półfali (rys. 6.3) na  $n_p=50$  elementów. Wpływ liczby elementów  $n_p$  ma pomijalne znaczenie na wartości  $s$ , w przeciwieństwie do  $I_y$ , gdzie dokładność przybliżenia  $\varepsilon=0.01$  uzyskano dopiero dla  $n_p=13$  elementów (rys. 6.4).

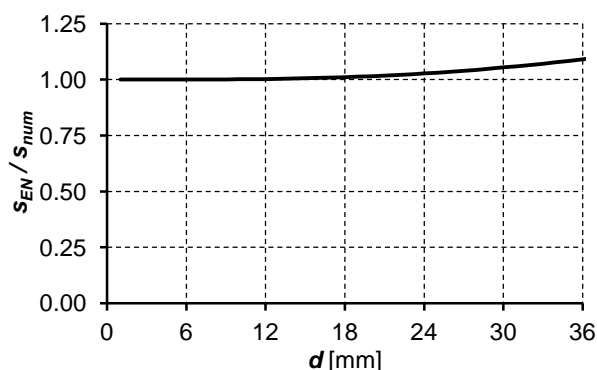


Rys. 6.3. Przykładowa dyskretyzacja półfali: liczba elementów  $n_p=5$



Rys. 6.4. Wpływ dyskretyzacji na wartość  $s$  i  $I_y$  dla blachy falistej o parametrach:  $d=18$  mm,  $l=76$  mm i  $t=1$  mm, gdzie  $x_n$  oznacza badany parametr dla  $n_p$ -tej liczby elementów

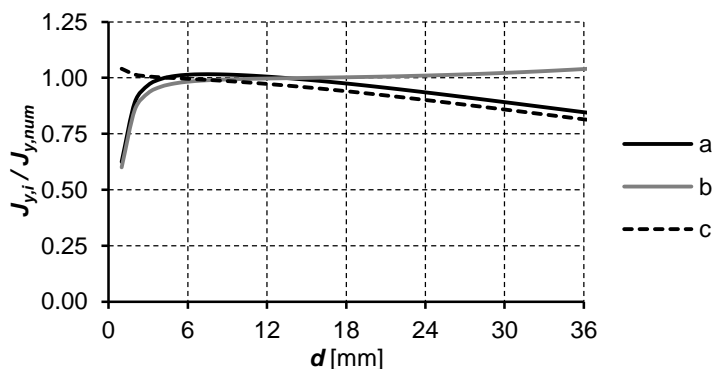
Porównanie długość rozwiniętej fali  $s$  [Trahair i inni 1983, PN-EN-1993-4-1] z wynikami numerycznymi w zależności od wysokości fali  $d$  pokazano na (rys. 6.5). Bardzo dobrą dokładność przybliżenia otrzymano w zakresie typowych profili blach falistych stosowanych w silosach (tab. 3.2). Wraz ze wzrostem wysokości fali wartość aproksymowana rośnie względem wartości numerycznej (rys. 6.5).



Rys. 6.5. Stosunek długości rozwiniętej fali  $s_{EN}$  wg [PN-EN-1993-4-1] do długości obliczonej numerycznie  $s_{num}$  w funkcji wysokości fali  $d$  przy stałej szerokości  $l=76$  mm

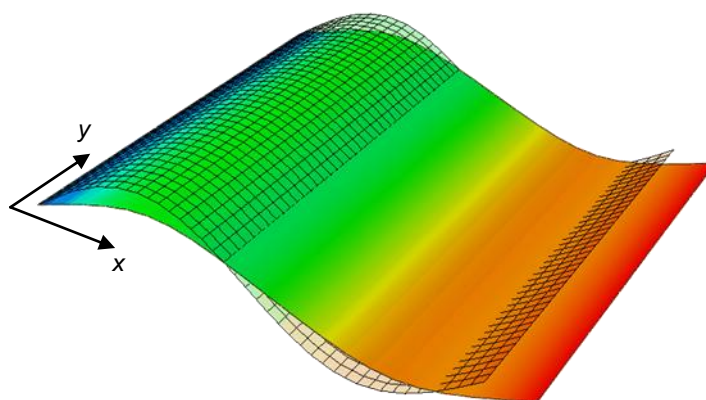
Większe rozbieżności występują w formułach na moment bezwładności  $J_y$  oraz sztywność błonową  $C_x$ . Porównanie wyrażeń na  $J_y$  zaproponowanych w [PN-EN-1993-4-1, Trahair i inni 1983

i Briassoulis 1986] z wynikami numerycznymi pokazano na rysunku 6.6. Formuły [PN-EN-1993-4-1, Trahair i inni 1983] znacząco zaniżają wartość momentu bezwładności dla mało wyniosłych profili ( $d < 3\text{mm}$ ), w przeciwieństwie do [Briassoulis 1986]. Najlepsze przybliżenie dla wysokich sfałdowań podali Trahair i inni (1983). W zakresie typowych blach dla silosów ( $d = 6\text{--}18\text{ mm}$ ) wszystkie analizowane propozycje przybliżają wartość  $J_y$  z wystarczającą dokładnością.



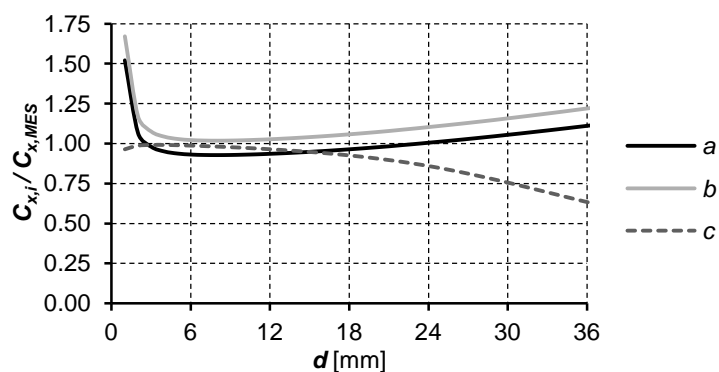
**Rys. 6.6.** Stosunek momentu bezwładności  $J_y$  do numerycznie obliczonego momentu o sfałdowaniu sinusoidalnym  $J_{y,num}$  w funkcji wysokości fali  $d$  przy stałej szerokości  $l=76\text{ mm}$ , gdzie  $J_y$  obliczono wg: a) [PN-EN-1993-4-1], b) [Trahair i inni 1983] i c) [Briassoulis 1986]

W celu numerycznego wyznaczenia sztywności  $C_x$  przeprowadzono liniową analizę MES dla reprezentatywnego elementu strukturalnego (rys. 6.7). Węzły na krawędziach równoległych do kierunku  $y$  zostały połączone sztywno z węzłami referencyjnymi umiejscowionymi w połowie długości krawędzi. Na krawędziach równoległych do kierunku  $x$  zablokowano swobodę przemieszczeń w kierunku  $y$ . Sztywność  $C_x$  obliczono jako stosunek działającej siły (przyłożonej do węzła referencyjnego) do przemieszczenia na kierunku  $x$ . Stosunek sztywności  $C_x$  obliczonej wg [PN-EN-1993-4-1, Abdel-Sayed (1970) i Briassoulis 1986] do wartości uzyskanej metodą elementów skończonych pokazano na rysunku 6.8. Podobnie jak dla momentu bezwładności  $J_y$ , formuły [PN-EN-1993-4-1, Abdel-Sayed (1970)] nie są prawidłowe dla mało wyniosłych sfałdowań, w przeciwieństwie do [Briassoulis 1986]. Wartość  $C_x$  wg [Abdel-Sayed 1970] jest przybliżana odgórnie, natomiast wg [Briassoulis 1986] oddolnie. Sztywność  $C_x$  wg [PN-EN-1993-4-1] jest o 10% mniejsza niż wg [Abdel-Sayed 1970] z uwagi na brak uwzględnienia efektu Poissona.



**Rys. 6.7.** Model MES ( $n=20$ ) do wyznaczenia sztywności  $C_x$





**Rys. 6.8.** Stosunek sztywności błonowej  $C_{x,i}$  do sztywności obliczonej metodą elementów skończonych  $C_{x,MES}$  w funkcji wysokości fali  $d$  przy stałej szerokości  $l=76$  mm i grubości  $t=1$  mm, gdzie  $C_{x,i}$  obliczono wg: a – [PN-EN-1993-4-1], b – [Abdel-Sayed 1970] i c – [Briassoulis 1986]

Do bardziej zaawansowanych procedur wyznaczania zastępczych sztywności ortotropowych należą metody oparte na analizie asymptotycznej [Lee i Yu 2011, Ye 2013, Ye i inni 2014] oraz na analizie energii odkształcenia [Xia i inni 2012]. Wykorzystanie metody elementów skończonych do wyznaczania równoważnych sztywności można znaleźć w pracach [Bartolozzi i inni 2013, Kress i Winkler 2010, Winkler i Kress 2012, Xia i inni 2012]. Przykładowe wartości sztywności dla blachy falistej o parametrach:  $l=640$  mm,  $d=220$  mm,  $t=5$  mm,  $E=30$  GPa i  $\nu=0,2$  wyznaczone dla różnych propozycji zestawiono w tabeli 6.2. Różnica otrzymanych wielkości metodami asymptotycznymi [Lee i Yu 2011, Ye i inni 2014] oraz energetycznymi [Xia i inni 2012] wyniosła mniej niż 2% dla wszystkich parametrów oprócz  $D_y$ , gdzie różnica ta była równa 4%. Największe różnice między PN-EN 1993-4-1 a metodami asymptotycznymi wystąpiły dla  $C_x$  i  $D_y$  (równe 8%), natomiast dla pozostałych sztywności różnice nie przekraczały 4%.

**Tabela 6.2.** Zastępcze sztywności blachy falistej o parametrach:  $l=640$  mm,  $d=220$  mm,  $t=5$  mm,  $E=30$  GPa i  $\nu=0,2$ , wyznaczone wg różnych propozycji: Abd – [Abdel-Sayed 1970], Tra – [Trahair i inni 1983], Bri – [Briassoulis 1986], Xia – [Xia i inni 2012], VAPAS – [Lee i Yu 2011], Ye – [Ye i inni 2014], PN – [PN-EN 1993-4-1]

Sztyw.	Jedn.	Abd	Tra	Bri	Xia	VAPAS	Ye	PN-EN
$C_x$	N/m	53805	51653	39602	47613	48152	47613	51653
$C_{1,x}$	N/m	0	0	7920	9523	9630	9523	0
$C_y$	N/m	1.871E+08	1.937E+08	1.871E+08	1.871E+08	1.869E+08	1.871E+08	1.937E+08
$C_{xy}$	N/m	5.012E+07	4.839E+07	6.250E+07	5.011E+07	5.010E+07	5.011E+07	4.839E+07
$D_x$	Nm	261.0	242.0	261.0	261.0	264.0	261.0	252.0
$D_{mx}$	Nm	0	0	52.2	52.2	53.0	52.2	0
$D_y$	Nm	9.474E+05	1.040E+06	9.078E+05	1.068E+06	1.023E+06	1.026E+06	9.438E+05
$D_{xy}$	Nm	162.4	672.7	130.2	162.4	163.4	162.4	168.2

Porównania wyników analizy statycznej modelu ortotropowego ze szczegółowym modelem powłokowym pokazano w pracach [Ahmed 2003, Xia i inni 2012, Ye 2013]. W powyższych analizach uzyskano wysoką zgodność modelu ortotropowego z modelem dokładnym (geometria odwzorowana elementami powłokowymi). Zastosowanie modelu ortotropowego (dla blachy trapezowej) w analizie modalnej oraz nieliniowej analizie statycznej przedstawiono w [Samanta i Mukhopadhyay 1999]. Rezultaty modelu zhomogenizowanego były w dobrej zgodności z pełnym modelem 3D niezależnie od

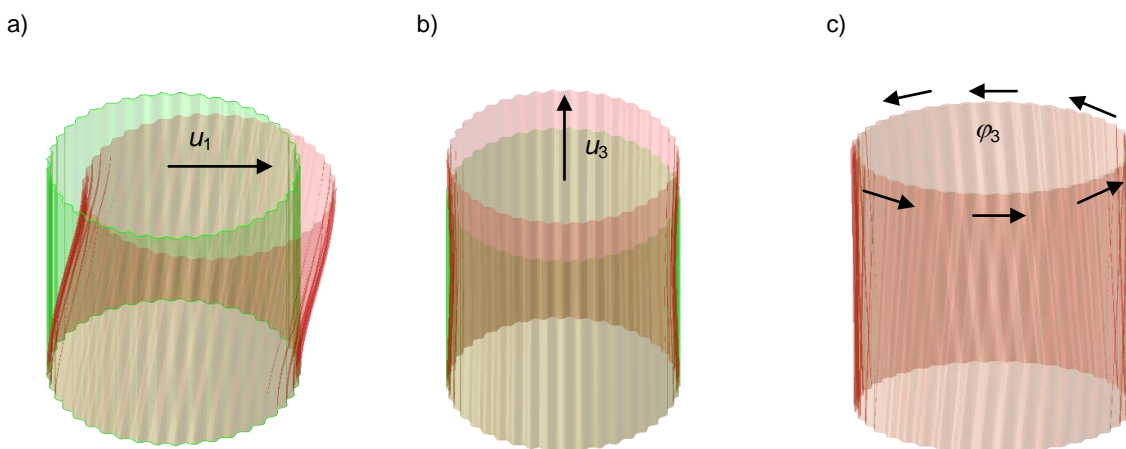
geometrii trapezu oraz warunków brzegowych. Częstotliwości drgań własnych były nieznacznie niższe w modelu ortotropowym w przeciwieństwie do analiz [Liew i inni 2009].

Weryfikację modelu ortotropowego w aspekcie analizy wyboczeniowej płyt falistych podjęto w [Liew i inni 2006, Wennberg i inni 2011]. Liew i inni (2006) i zastosowali bezsiatkową metodę Galerkiną dla modelu ortotropowego oraz metodę elementów skończonych dla powłokowego modelu referencyjnego. Uzyskane wartości naprężeń krytycznych były wyższe dla modelu ortotropowego, przy czym maksymalne różnice wynosiły 8% dla gęstej siatki. Wennberg i inni (2011) zastosowali dla obydwu modeli metodę elementów skończonych. Wartość obciążenia krytycznego dla modelu ortotropowego odpowiadająca pierwszej postaci wyboczeniowej była o 15% od modelu referencyjnego. W obydwu pracach [Liew i inni 2006, Wennberg i inni 2011] wystąpiła zgodność postaci wyboczeniowych dla obydwu modeli.

### 6.3.2 Analiza MES nieujębrowanych powłok cylindrycznych z blachy falistej

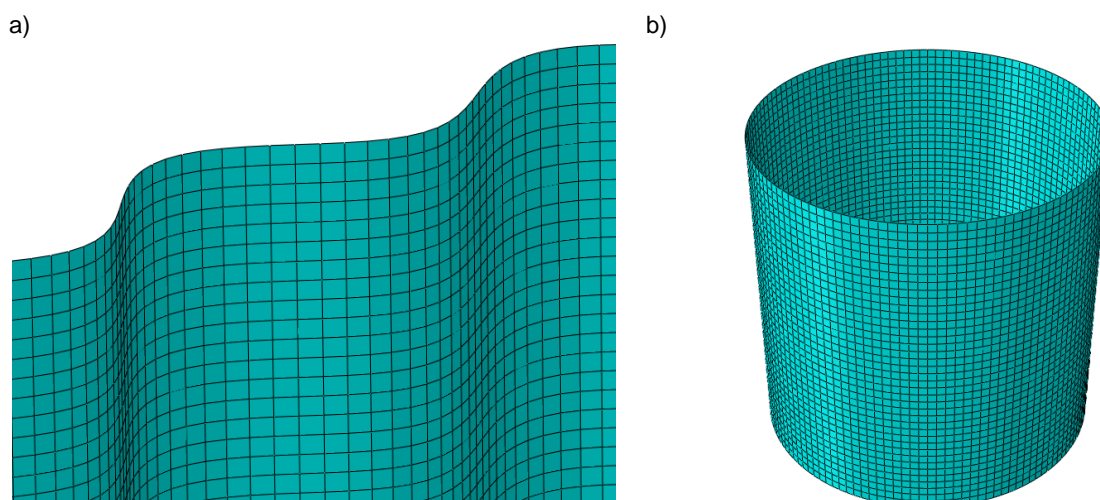
#### Opis modelu MES

Z uwagi na małą liczbę prac porównujących rezultaty modelowania konstrukcji inżynierskich z blach falistych w sposób szczegółowy (z odzwierciedleniem faldowej struktury) oraz przybliżony (z zastosowaniem równoważnej powłoki o właściwościach ortotropowych) przeprowadzono własne badania powłok cylindrycznych. Przyjęto, że ściana badanych cylindrów wykonana jest z blachy falistej (sinusoidalnej) o wysokości fałdy  $d=18$  mm, długości fałdy  $l=76$  mm i grubości  $t=1$  mm. Moduł sprężystości blachy wynosił  $E=210$  GPa oraz współczynnik Poissona  $\nu=0.3$ . Badania obejmowały cylindry o wysokości  $h_c=1500$  mm dla sfałdowania pionowego i  $h_c=19 \times 6=114$  mm dla sfałdowania poziomego. Smukłość cylindrów wyrażona jako stosunek wysokości do średnicy wynosiła  $h_c/d_c=0.5, 1, 2, 3$ . Dolna i górna krawędź powłoki została sztywno połączona z referencyjnymi węzłami rozmieszczonymi w osi konstrukcji (w płaszczyźnie dolnej i górnej krawędzi). Powłoki cylindryczne obciążono wymuszonym przemieszczeniem lub rotacją przyłożoną do górnego węzła referencyjnego (rys. 6.9). Wartość przemieszczenia dla stanu ścinania (rys. 6.9a) i rozciągania (rys. 6.9b) wynosiła  $u=1$  mm, natomiast dla stanu skręcania (rys. 6.9c) była równa  $\varphi=1$  rad. Pozostałe stopnie swobody w węzłach referencyjnych zostały zablokowane.



**Rys. 6.9.** Deformacje dla jednostkowych stanów przemieszczeń: a) ścinanie ( $u_1=1$  mm), b) rozciąganie ( $u_3=1$  mm), c) skręcanie ( $\varphi_3=1$  rad)

Reakcje podporowe na kierunku działania wymuszonego przemieszczenia wyznaczono na podstawie liniowej analizy statycznej w programie Abaqus. Ścianę cylindra opisano 4-węzłowymi elementami powłokowymi typu S4R ze zredukowanym całkowaniem. Zbadano wpływ siatki elementów skończonych na wartość uzyskanych reakcji dla obydwu modeli ścian. W przypadku pełnego modelu powłokowego obliczenia wykonano dla różnej liczby elementów ( $n_p=2\div 12$ ) na półfali (rys. 6.3 i rys. 6.10a), natomiast dla modelu z powłoką ortotropową sprawdzono wpływ liczby elementów na obwodzie części cylindrycznej ( $n_o=128, 256$  i  $512$ ; rys. 6.10b). Równoważne sztywności ortotropowe obliczono wg [PN-EN-1993-4-1] i [Abdel-Sayed 1970], przy czym  $J_y$  w formule na  $D_y$  obliczono numerycznie. Przyjęte w analizie MES wartości liczbowe zastępczych sztywności płyty ortotropowej zestawiono w tabeli 6.3.



**Rys. 6.10.** Siatka elementów skończonych: a) fragment ściany cylindra w modelu szczegółowym ( $n_p=12$ ), b) model ortotropowy ( $n_o=128$ )

**Tabela 6.3.** Równoważne sztywności ortotropowe blachy falistej o parametrach:  $l=76$  mm,  $d=18$  mm,  $t=1$  mm,  $E=120$  GPa i  $\nu=0.3$ .

Sztyw.	Jedn.	PN-EN-1993-4-1	Abdel-Sayed (1970)
$C_x$	N/mm	432	475
$C_{1x}$	N/mm	0	142
$C_y$	N/mm	239065	236587
$C_{xy}$	N/mm	70949	71693
$D_x$	Nmm	16893	17070
$D_{1x}$	Nmm	0	5121
$D_y$	Nmm	8845200	9072740
$D_{xy}$	Nmm	7662	7583

#### Liniowa analiza powłok cylindrycznych o sfaldowaniu pionowym

Wyniki liniowej analizy statycznej powłok cylindrycznych pokazano w tabeli 6.4. Wpływ siatki elementów skończonych był pomijalny dla obydwu modeli (<2% dla modelu dokładnego i <0.1% dla modelu ortotropowego). Błąd względny reakcji podporowych obliczony dla najgęstszych siatek elementów skończonych względem modelu szczegółowego podano w tabeli 6.5. Rezultaty uzyskane za pomocą modelu ortotropowego dla rozważanych stanów przemieszczeń były bardzo zbliżone do

wyników otrzymanych dla modelu szczegółowego. Maksymalny błąd względny wynosił -1% dla równoważnych sztywności wg [PN-EN 1993-4-1] oraz -0.1% dla sztywności wg [Abdel-Sayed 1970].

**Tabela 6.4.** Powłoka cylindryczna o sfałdowaniu pionowym i wysokości  $h_c=1500$  mm: wartości reakcji podporowych [ $\times 10^6$  N dla  $u_1$ ,  $u_3$  oraz  $\times 10^6$  Nmm dla  $\varphi_3$ ] od wymuszonych stanów przemieszczeń (rys. 6.9)

Stan obciążenia	$d_c$ [mm]	Model szczegółowy				Model ortotropowy [PN-EN-1993-4-1]		
		Liczba ES na półfali blachy falistej ( $n_p$ )				Obwodowa liczba ES ( $n_o$ )		
		2	3	6	12	128	256	512
$u_1$	750	0.040476	0.040359	0.040241	0.040208	0.039975	0.039973	0.03997
	1500	0.10392	0.10323	0.10262	0.10246	0.10156	0.10153	0.10151
	3000	0.22367	0.22192	0.2204	0.21999	0.21783	0.21782	0.21776
	4500	0.34031	0.33756	0.33519	0.33454	0.33114	0.33119	0.33112
$u_3$	750	0.36514	0.36837	0.37097	0.37163	0.37545	0.37548	0.37549
	1500	0.73039	0.7368	0.74198	0.74329	0.75092	0.75098	0.75099
	3000	1.4609	1.4737	1.484	1.4866	1.5018	1.502	1.502
	4500	2.1915	2.2106	2.2261	2.23	2.2527	2.2529	2.2529
$\varphi_3$	750	16117	15992	15882	15852	15665	15670	15670
	1500	129000	127940	127020	126770	125360	125390	125380
	3000	1032200	1023500	1016100	1014000	1003000	1003400	1003300
	4500	3483600	3454400	3429200	3422300	3384400	3386600	3386400

**Tabela 6.5.** Błąd względny reakcji podporowej obliczonej dla modelu ortotropowego ( $n_o=512$ ) względem modelu szczegółowego ( $n_p=12$ )

Stan obciążenia	$d_c$ [mm]	PN-EN-1993-4-1	Abdel-Sayed 1970
$u_1$	750	-0.59%	-0.13%
	1500	-0.93%	-0.07%
	3000	-1.01%	-0.03%
	4500	-1.02%	-0.01%
$u_3$	750	1.04%	-0.02%
	1500	1.04%	-0.02%
	3000	1.04%	-0.01%
	4500	1.03%	-0.02%
$\varphi_3$	750	-1.15%	-0.11%
	1500	-1.10%	-0.06%
	3000	-1.06%	-0.02%
	4500	-1.05%	-0.01%

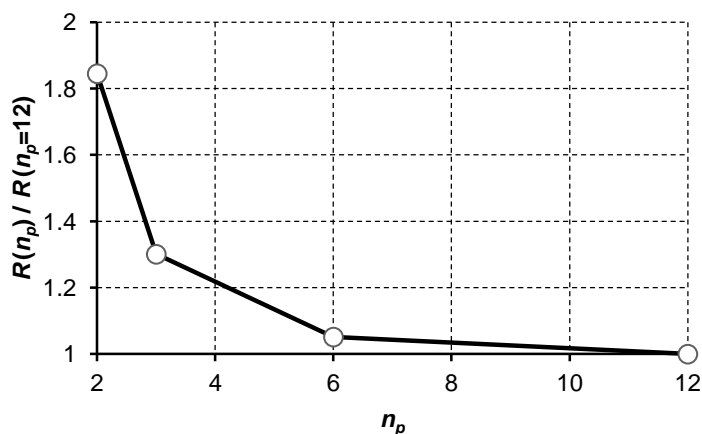
#### Liniowa analiza powłok cylindrycznych o sfałdowaniu poziomym

Wyniki liniowej analizy statycznej cylindrów o sfałdowaniu poziomym podano w tabeli 6.6. W modelu szczegółowym stwierdzono istotny wpływ siatki elementów skończonych w stanie ścinania (70%) i rozciągania (84%, rys. 6.11), natomiast nieznaczny (2%) dla stanu skręcania. Wpływ siatki na wartość reakcji węzłów referencyjnych był zależny od średnicy i zwiększał się wraz z jej wzrostem (rys. 6.12).

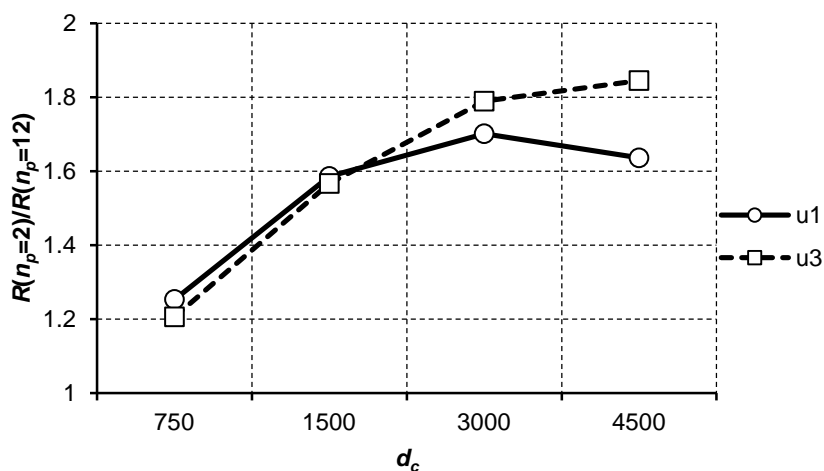
W modelu ortotropowym wpływ siatki na wartość reakcji węzłów referencyjnych był pomijalny. Istotna różnica pomiędzy reakcjami podporowymi wyznaczonymi z wykorzystaniem modelu szczegółowego i ortotropowego wystąpiła dla stanu wymuszenia przemieszczeniami  $u_1$  i  $u_3$  (tab. 6.7). Różnice pomiędzy obydwo modelami zmniejszały się wraz ze wzrostem średnicy. Podobnie jak dla sfałdowania pionowego, lepsze wyniki otrzymano, przyjmując sztywności ortotropowe wg [Abdel-Sayed 1970]. Dla cylindra o średnicy  $d_c=4500$  mm, ze sztywnościami obliczonymi zgodnie z [PN-EN-1993-4-1], błąd względny wynosił -12.4% i -11% odpowiednio dla obciążenia przemieszczeniem  $u_1$  i  $u_3$ , natomiast dla sztywności określonych na podstawie [Abdel-Sayed 1970] błąd był mniejszy i wynosił -5.1% i -2.3%.

**Tabela 6.6.** Powłoka cylindryczna o sfałdowaniu poziomym: wartości reakcji podporowych [ $u_1$ ,  $u_3 \times 10^6$  N,  $\varphi_3 \times 10^6$  Nmm] od wymuszonych stanów przemieszczeń (rys. 6.9)

Stan obc.	$d_c$ [mm]	Model dokładny				Model ortotropowy [PN-EN-1993-4-1]		
		Liczba ES na półfali blachy falistej ( $n_p$ )				Obwodowa liczba ES ( $n_o$ )		
		2	3	6	12	128	256	512
$u_1$	750	0.001101	0.000942	0.000888	0.000878	0.000287	0.000284	0.000284
	1500	0.005780	0.00438	0.003768	0.003644	0.002266	0.002246	0.002240
	3000	0.035466	0.026224	0.021777	0.020846	0.017141	0.016986	0.016942
	4500	0.097906	0.07453	0.062447	0.059842	0.05306	0.052546	0.052399
$u_3$	750	0.002566	0.002247	0.002145	0.002127	0.000705	0.000705	0.000705
	1500	0.003464	0.002639	0.002283	0.002211	0.00141	0.001410	0.001410
	3000	0.006035	0.004315	0.003533	0.003373	0.00282	0.002820	0.002820
	4500	0.008772	0.006185	0.004999	0.004755	0.00423	0.004230	0.0042304
$\varphi_3$	750	16726	16588	16467	16435	16277	16282	16282
	1500	133990	132870	131900	131640	130250	130280	130270
	3000	1072300	1063300	1055500	1053400	1042100	1042600	1042400
	4500	3619300	3588900	3562600	3555500	3516700	3519000	3518800



**Rys. 6.11.** Model szczegółowy powłoki cylindrycznej o średnicy  $d_c=4500$  mm: stosunek sumarycznej reakcji podporowej  $R$  na kierunku przyłożonego wymuszenia przemieszczeniem pionowym  $u_3$  w zależności od liczby elementów skończonych  $n_p$



**Rys. 6.12.** Model szczegółowy powłoki cylindrycznej: stosunek reakcji podporowej (na kierunku przyłożonego wymuszenia  $u_1$  lub  $u_3$ ) modelu z siatką rzadką  $R(n_p=2)$  do reakcji modelu z siatką gęstą  $R(n_p=12)$  w zależności od średnicy  $d_c$

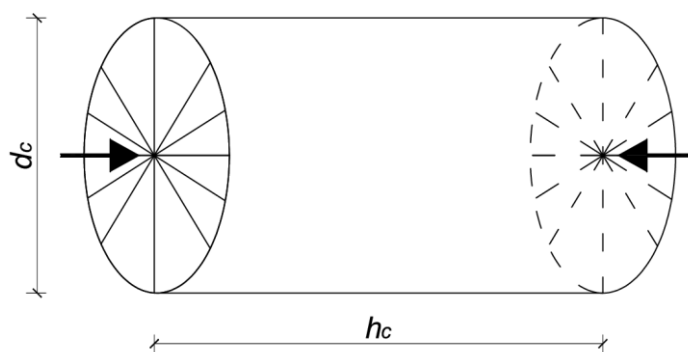
**Tabela 6.7.** Błąd względny reakcji podporowej obliczonej z wykorzystaniem modelu ortotropowego ( $n_o=512$ ) względem reakcji obliczonej z wykorzystaniem modelu szczegółowego ( $n_p=12$ )

Stan obciążenia	$d_c$ [mm]	PN-EN-1993-4-1	Abdel-Sayed (1970)
$u_1$	750	-67.64%	-64.47%
	1500	-38.53%	-32.58%
	3000	-18.73%	-11.28%
	4500	-12.44%	-5.05%
$u_3$	750	-66.86%	-63.59%
	1500	-36.22%	-29.93%
	3000	-16.40%	-8.15%
	4500	-11.03%	-2.25%
$\varphi_3$	750	-0.93%	0.10%
	1500	-1.04%	-0.01%
	3000	-1.04%	-0.01%
	4500	-1.03%	0.00%

#### Liniowa analiza wybozeniowa powłok o sfałdowaniu pionowym

Analizy MES nieuźebrowanych powłok przeprowadzono wyłącznie dla sfałdowania pionowego ze względu na możliwość uzyskania globalnej postaci wybozeniowej. Analogicznie jak w analizie statycznej krawędzie cylindra połączono sztywno z węzłami referencyjnymi, do których przyłożono siły skupione ściskające powłokę (rys. 6.13). Wartość obciążenia krytycznego ( $n_{x,Rcr}=P_{cr}/\pi d_c$ ) wyznaczonego z wykorzystaniem modelu szczegółowego i ortotropowego podano w tabeli 6.8. Stwierdzono znacznie większy wpływ siatki elementów skończonych niż w analogicznej analizie statycznej. W modelu szczegółowym wpływ siatki na wartość obciążenia krytycznego wynosił maksymalnie 35% (rys. 6.14), natomiast w modelu ortotropowym 6%. Obciążenie krytyczne wyznaczone z wykorzystaniem modelu ortotropowego, dla którego równoważne sztywności obliczono wg [PN-EN-1993-4-1], było niższe niż dla modelu szczegółowego i różniło się maksymalnie o 3.1%. W przypadku równoważnych sztywności ortotropowych obliczonych wg [Abdel-Sayed 1970]

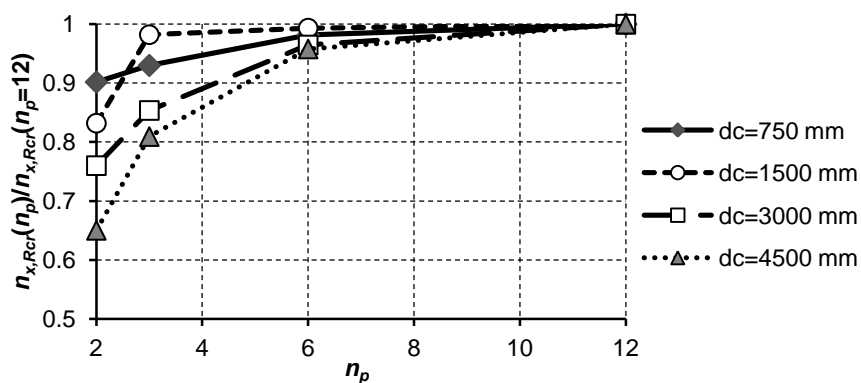
obciążenie krytyczne było wyższe, przy czym maksymalna różnica wynosiła 3.9%. Stosując normowy [PN-EN 1993-4-1] model blachy falistej, uzyskano lepszą zgodność wyników z modelem szczegółowym z wyjątkiem cylindra o średnicy  $d_c=1500$  mm (tab. 6.9).



**Rys. 6.13.** Schemat obciążenia powłoki cylindrycznej w analizie numerycznej

**Tabela 6.8.** Wartość uśrednionego obciążenia krytycznego w N/mm dla powłok cylindrycznych o wysokości  $h_c=1500$  mm, średnicy  $d_c$  oraz liczby elementów skończonych  $n_p$  i  $n_o$

$d_c$ [mm]	Model szczegółowy				Model ortotropowy		
	$n_p$				$n_o$		
	2	3	6	12	128	256	512
750	414.7	427.6	451.4	459.9	462.21	457.33	456.05
1500	237.6	280.5	283.7	285.6	284.77	278.33	276.72
3000	144.5	162.3	183.4	190.1	194.98	189.37	187.83
4500	111.1	138.3	163.7	170.9	180.56	172.06	170.06



**Rys. 6.14.** Model szczegółowy powłoki cylindrycznej: stosunek naprężenia krytycznego  $n_{x,Rcr}$  powłok o średnicy  $d_c=750\div 4500$  mm w zależności od liczby elementów skończonych  $n_p$

**Tabela 6.9.** Błąd względny obciążenia krytycznego powłoki cylindrycznej obliczonego modelem ortotropowym ( $n_o=512$ ) względem modelu szczegółowego ( $n_p=12$ )

$d_c$ [mm]	PN-EN-1993-4-1	Abdel-Sayed (1970)
750	-0.83%	3.91%
1500	-3.10%	1.55%
3000	-1.21%	2.54%
4500	-0.48%	2.69%

## 6.4 Uzebrowanie

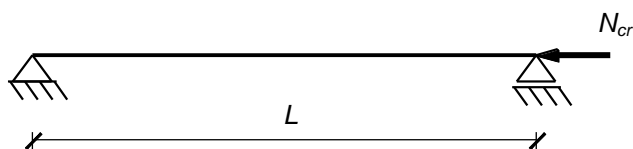
Pionowe usztywnienia, które w silosach najczęściej wykonywane są z profili giętych na zimno, mogą być modelowane w sposób dyskretny lub rozmyty. W pierwszym przypadku usztywnienia mogą być opisane elementami belkowymi lub powłokowymi, natomiast w drugim przypadku sztywność żeber uwzględniona jest w zastępczej powłoce ortotropowej. Zawarte w niniejszej pracy analizy powłok cylindrycznych oraz silosów przeprowadzono z wykorzystaniem dyskretnego opisu pionowych usztywnień. W programie Abaqus [Abaqus 2010] dostępne są różne elementy skończone, dlatego w celu określenia ich przydatności w analizie wyboczeniowej silosów wykonano dwa proste przykłady obliczeniowe. Analizie poddano ściskany pręt swobodnie podparty o dwóch różnych długościach oraz ściskany pręt spoczywający na podłożu sprężystym. Założono, że rozważany pręt wykonany jest z zimnogiętego ceownika C4 (wymiary i charakterystyki przekroju poprzecznego podano w rozdziale 6.6). W obliczeniach zastosowano powłokowe elementy skończone z pełnym całkowaniem S4 i ze zredukowanym całkowaniem S4R oraz belkowe elementy skończone z sześcioma stopniami swobody w węźle B31, B33 oraz siedzioma stopniami swobody B31OS [Abaqus 2010]. Analizy z wykorzystaniem elementów belkowych z dodatkowym siódmym stopniem swobody w węźle opisującym deplanację przekroju poprzecznego przedstawiono w pracach [Gotluru i inni 2000, Kreja i inni 2004, Mohri i inni 2003]. Badania stateczności skrętnej osiowo cienkościennego pręta o przekroju dwuteowym z wykorzystaniem różnych elementów powłokowych pokazano w pracy [Chróścielewski i inni 2006, Szymczak i inni 2003]. Warto zauważyć, że możliwe jest także sformułowanie dodatkowego stopnia swobody opisującego dystorsję przekroju poprzecznego cienkościennego pręta [Kujawa 2012, Szymczak i Kujawa 2017, Yiu 2005].

W pierwszym przykładzie obliczeniowym analizowano ściskany pręt swobodnie podparty w sposób widełkowy o długości  $L=2.5$  m oraz  $L=5$  m (rys. 6.15). Analizę zbieżności siatki elementów skończonych przeprowadzono dla pręta o długości  $L=2.5$  m modelowanego elementami belkowymi B31OS oraz powłokowymi S4R. Zbieżność siatki badano, biorąc pod uwagę 3 pierwsze siły krytyczne. W modelu belkowym uzyskano założoną zbieżność (błąd  $<5\%$ ) przy użyciu 16 elementów skończonych (rys. 6.16). W modelu powłokowym (rys. 6.17) analizowano 3 siatki elementów skończonych (rys. 6.18), przy czym każda kolejna siatka miała 2 razy mniejszy wymiar boku ES. Maksymalny błąd względny 3 pierwszych sił krytycznych liczony względem najgęstszej siatki (rys. 6.18c) był mniejszy niż  $0.5\%$  dla siatki o rozmiarze ES  $10 \times 10 \text{ mm}^2$  (rys. 6.18b) oraz mniejszy niż  $5\%$  dla siatki o rozmiarze ES  $20 \times 20 \text{ mm}^2$ . Postacie wyboczeniowe odpowiadające 3 pierwszym siłom krytycznym pokazano na rysunku 6.19. Siły krytyczne wyznaczono także w sposób analityczny, posługując się wyrażeniami (6.8)-(6.11) [PN-EN 1993-1-3]. Zestawienie sił krytycznych obliczonych w sposób analityczny oraz numeryczny (z wykorzystaniem elementów powłokowych i belkowych) zawarto w tabeli 6.10. Numerycznie wyznaczone siły krytyczne z wykorzystaniem elementów powłokowych S4 i S4R oraz belkowych B31OS były zbliżone do sił obliczonych wzorami (6.8)-(6.11). Najlepszą zgodność uzyskano dla modelu belkowego (B31OS), dla którego siły krytyczne były nieznacznie mniejsze od rozwiązań analitycznych ( $0.2\%$ ). Siły krytyczne otrzymane w modelach powłokowych były maksymalnie o  $2.2\%$  mniejsze w przypadku zastosowania elementów z pełnym całkowaniem (S4) oraz  $3.4\%$  w przypadku użycia elementów ze zredukowanym całkowaniem (S4R).

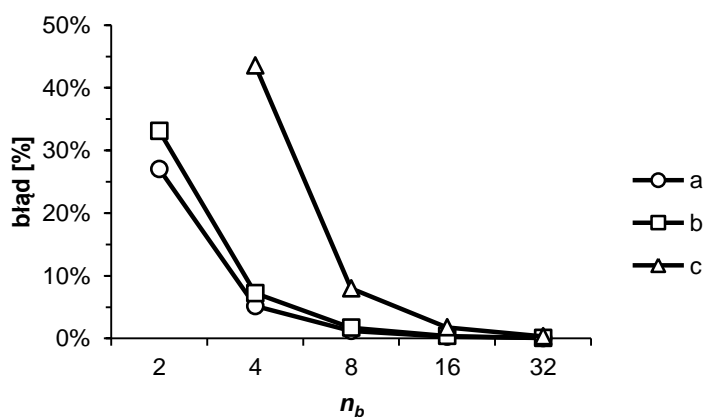


Pierwsze 24 siły krytyczne wyznaczone na podstawie modeli belkowych z elementami B31 i B33 miały zbliżoną wartość i odpowiadały postaciom skrętnym. W obu przypadkach dopiero 25 postać wyboczeniowa odpowiadała postaci giętej.

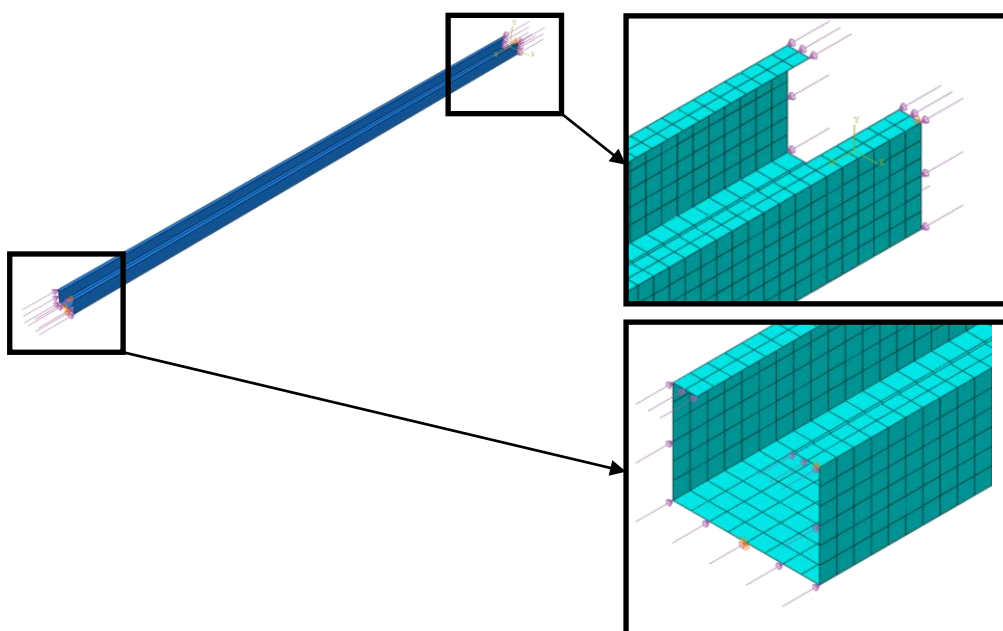
W pręcie o długości  $L=5$  m, dla którego pierwsza siła krytyczna odpowiadała postaci giętej, uzyskano podobną wartość siły krytycznej (różnica < 1%) niezależnie od zastosowanego elementu skończonego (tab. 6.11). Podobnie jak w pręcie o długości  $L=2.5$  m, siły krytyczne odpowiadające postaciom giętno-skrętnym zostały błędnie oszacowane w modelach z elementami B31 i B33.



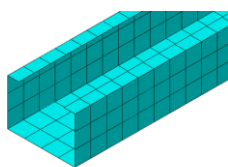
Rys. 6.15. Schemat statyczny ściskanego pręta



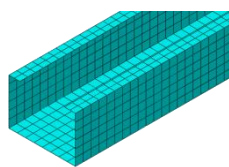
Rys. 6.16. Wpływ liczby elementów skończonych (B31OS)  $n_b$  na względny błąd trzech pierwszych sił krytycznych (a, b i c) ściskanego pręta o długości  $L=2.5$  m. Błąd procentowy liczony względem sił krytycznych wyznaczonych dla  $n_b=64$



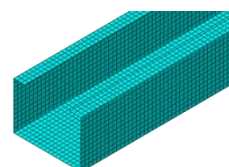
Rys. 6.17. Model powłokowy ściskanego pręta C4 o długości  $L=2.5$  m



a)

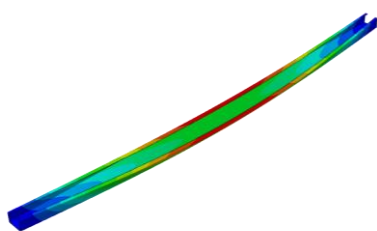


b)

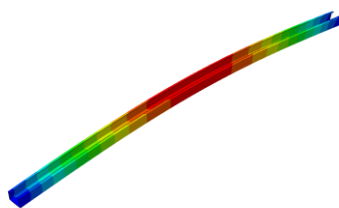


c)

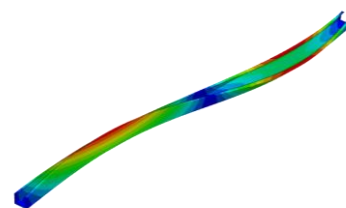
**Rys. 6.18.** Rozpatrywane siatki elementów skończonych w modelu powłokowym ściskanego pręta: a) rozmiar ES  $\approx 20 \times 20 \text{ mm}^2$ , łącznie 1.5 tys. ES, b) rozmiar ES  $\approx 10 \times 10 \text{ mm}^2$ , łącznie 6 tys. ES i c) rozmiar ES  $\approx 5 \times 5 \text{ mm}^2$ , łącznie 24 tys. ES



a)



b)



c)

**Rys. 6.19.** Postacie wyboczeniowe odpowiadające 3 pierwszym siłom krytycznym: a) postać giętno-skrętna  $N_{cr}=116.9 \text{ kN}$ , b) postać giętą  $N_{cr}=156.7 \text{ kN}$  i c) postać giętno-skrętną  $N_{cr}=287.7 \text{ kN}$

$$N_{cr,y} = \frac{\pi^2 E I_y}{L_{cr}^2} \quad (6.8)$$

$$N_{cr,z} = \frac{\pi^2 E I_z}{L_{cr}^2} \quad (6.9)$$

$$N_{cr,T} = \frac{1}{i_0^2} \left[ G I_t + \frac{\pi^2 E I_w}{L_{cr}^2} \right] \quad (6.10)$$

$$N_{cr,TF} = \frac{N_{cr,y}}{2 \left( 1 - \left( \frac{y_0}{i_0} \right)^2 \right)} \left[ 1 + \frac{N_{cr,T}}{N_{cr,y}} - \sqrt{\left( 1 - \frac{N_{cr,T}}{N_{cr,y}} \right)^2 + 4 \left( \frac{y_0}{i_0} \right)^2 \frac{N_{cr,T}}{N_{cr,y}}} \right] \quad (6.11)$$

przy czym:

$$i_0^2 = i_y^2 + i_z^2 + y_0^2 + z_0^2 \quad (6.12)$$

gdzie:

$i_y$  – promień bezwładności względem osi y-y,

$i_z$  – promień bezwładności względem osi z-z,

$y_0, z_0$  – współrzędne środka ścinania względem środka ciężkości przekroju,

$L_{cr}$  – długość wyboczeniowa,

$N_{cr,y}$  – siła krytyczna przy sprężystym wyboczeniu giętym względem osi y-y,

$N_{cr,z}$  – siła krytyczna przy sprężystym wyboczeniu giętym względem osi z-z,

$N_{cr,T}$  – siła krytyczna przy sprężystym wyboczeniu skrętnym,

$N_{cr,TF}$  – siła krytyczna przy sprężystym wyboczeniu giętno-skrętnym.

**Tabela 6.10.** Siły krytyczne w [kN] ściskanego pręta C4 o długości  $L=2.5$  m

Nr siły krytycznej	Postać	Rozwiązanie analityczne	Elementy powłokowe		Elementy belkowe		
			S4R	S4	B31OS	B31	B33
1	giętno-skrętna	116.9	114.0	114.84	116.9	75.7	94.6
2	giętna z-z	159.6	156.7	157.92	159.4	83.6	112.1
3	giętno-skrętna	287.7	277.9	281.3	288.2	85.2	115.9

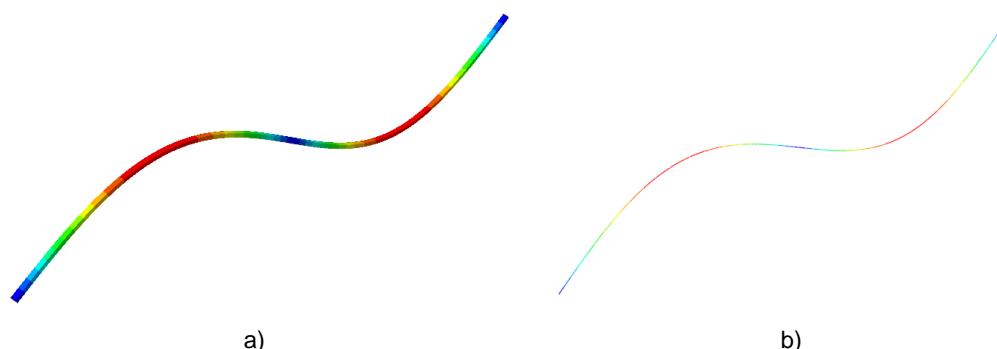
**Tabela 6.11.** Siły krytyczne w [kN] ściskanego pręta C4 o długości  $L=5.0$  m

Nr siły krytycznej	Postać	Rozwiązanie analityczne	Elementy powłokowe		Elementy belkowe		
			S4R	S4	B31OS	B31	B33
1	giętna z-z	39.9	39.6	39.9	39.9	39.9	39.9
2	giętno-skrętna	56.5	55.4	55.6	56.5	52.0	56.7
3	giętno-skrętna	116.9	114.3	115.1	117.1	75.7	94.6

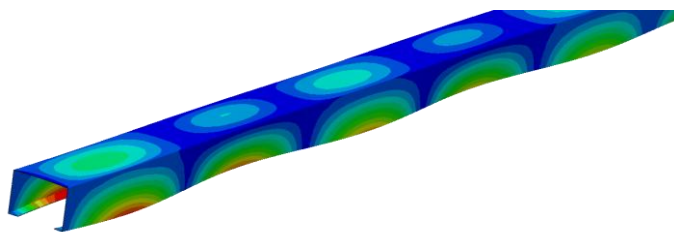
W drugim przykładzie obliczeniowym analizowano ściskany pręt o długości  $L=10$  m podparty sprężystością na całej długości. Na jednym końcu pręta wprowadzono podporę przegubowo-nieprzesuwną, natomiast na drugim końcu podporę przegubowo-przesuwną oraz siłę ściskającą  $P=1$  kN. Model ten stosowany jest w obliczaniu nośności wyboczeniowej płaszcza silosu metodą pojedynczych żeber (rys. 5.3). W rozważanym przykładzie sztywność podłoża sprężystego  $K=14.5$  kN/m/m obliczono ze wzoru (5.21) przy założeniu, że:  $d_s=1400$  mm,  $t=0.75$  mm,  $d=18$  mm,  $k_s=6$  oraz  $E=210$  GPa. W modelu wprowadzono dodatkowo sprężystą więź rotacyjną [Wójcik i inni 2011] o sztywności danej poniższym równaniem:

$$K_{\Theta} = \frac{M}{\Theta} = \frac{6D_y}{d_s} \quad (6.13)$$

Siła krytyczna ściskanego pręta wyznaczona z równania (5.19) wynosiła  $N_{cr}=76.6$  kN i była bardzo zbliżona do siły krytycznej otrzymanej na podstawie modelu powłokowego z elementami S4R (rys. 6.20a,  $N_{cr}=76.3$  kN) i belkowego z elementami B31, B31OS i B33 (rys. 6.20b,  $N_{cr}=76.7$  kN). W modelu powłokowym 9 najmniejszych sił krytycznych odpowiadało zgięciowym formom wyboczeniowym, natomiast 10 siła krytyczna miała postać dystorsyjną (rys. 6.21).



**Rys. 6.20.** Pierwsza postać wyboczeniowa ściskanego pręta podpartego sprężystością: a) model powłokowy, b) model belkowy



Rys. 6.21. Dystorsyjna postać wyboczeniowa ściskanego pręta podpartego sprężystości

## 6.5 Stateczność uźebrowanych powłok cylindrycznych

### 6.5.1 Wprowadzenie

W niniejszym rozdziale przedstawiono wyniki liniowych analiz stateczności (LBA) oraz geometrycznie nieliniowych analiz quasi-statycznych (DGNA) uźebrowanych powłok cylindrycznych poddanych osiowemu ściskaniu. Analizy quasi-statyczne przeprowadzono, stosując analizę dynamiczną z niejawną metodą całkowania równań ruchu. Prędkość przykładania obciążenia dobrano tak, aby efekty dynamiczne były pomijalne przed osiągnięciem wyboczenia. Cele niniejszego rozdziału są następujące:

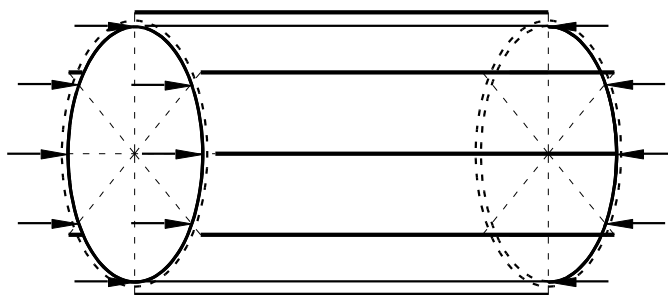
- określenie zakresu stosowalności modelu powłoki ortotropowej [PN-EN 1993-4-1] (stosowanego do wyznaczania nośności wyboczeniowej silosów) na podstawie liniowej analizy stateczności,
- określenie redukcyjnego wpływu imperfekcji geometrycznych na nośność uźebrowanych powłok cylindrycznych na podstawie geometrycznie nieliniowej analizy dynamicznej (DGNA).

Obliczenia numeryczne zostały przeprowadzone w programie Abaqus [Abaqus 2010]. Badania obejmowały powłoki o różnych parametrach geometrycznych.

### 6.5.2 Opis modelu MES

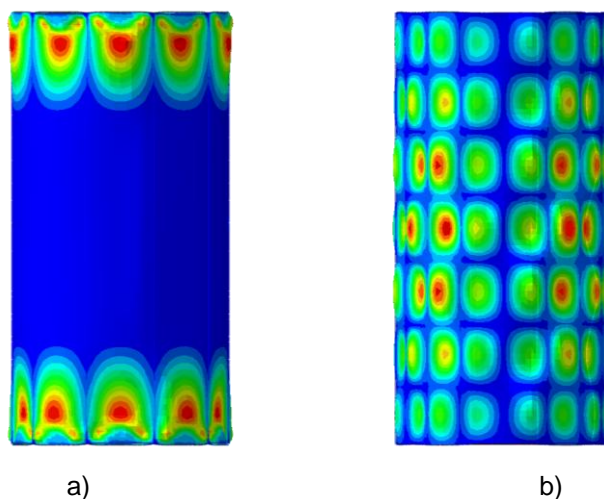
Powłoki wykonano ze stali o module sprężystości  $E=210$  GPa oraz współczynnika Poissona  $\nu=0.3$ . W modelu MES przyjęto następujące założenia:

- blachę falistą modelowano jako powłokę o właściwościach ortotropowych elementami powłokowymi S4 (pełne całkowanie),
- pionowe żebra modelowano elementami belkowymi B31OS,
- żebra połączono sztywno z powłoką,
- mimośród żeber mierzono od powierzchni środkowej,
- brzegi powłoki zamocowano przegubowo ze swobodą przemieszczeń w kierunku pionowym,
- obciążenie ściskające przyłożono do powierzchni środkowej powłoki w formie sił skupionych (rys. 6.22).



**Rys. 6.22.** Schemat obciążenia siłami skupionymi uźebrowanej powłoki cylindrycznej

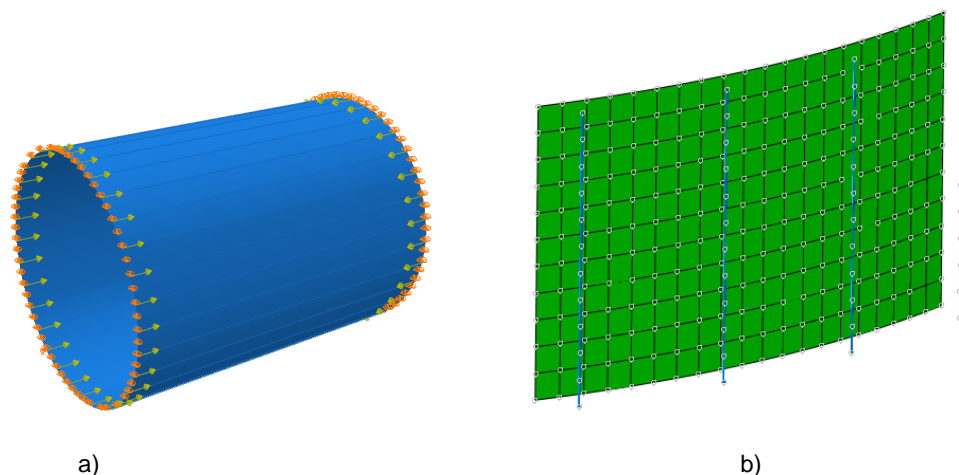
Przyjęte założenia modelu MES powłoki cylindrycznej są identyczne jak w modelu analitycznym [PN-EN 1993-4-1] z wyłączeniem sposobu wprowadzenia obciążenia. W modelu MES zdecydowano się na zastąpienie równomiernego obciążenia ekwiwalentnymi siłami skupionymi. Pozwoliło to wyeliminować miejscowe wyboczenie brzegów powłoki (rys. 6.23a). Nawiązując do uźebrowanych silosów z blachy falistej warto zauważyć, że w konstrukcjach tych nie zachodzi zjawisko lokalnego wyboczenia blachy falistej, gdyż nie istnieje przypadek przyłożenia całkowitego obciążenia do jej brzegu. Model powłoki obciążanej siłami skupionymi charakteryzuje się deformacją wyboczeniową występującą na całej wysokości płaszcza (rys. 6.23b).



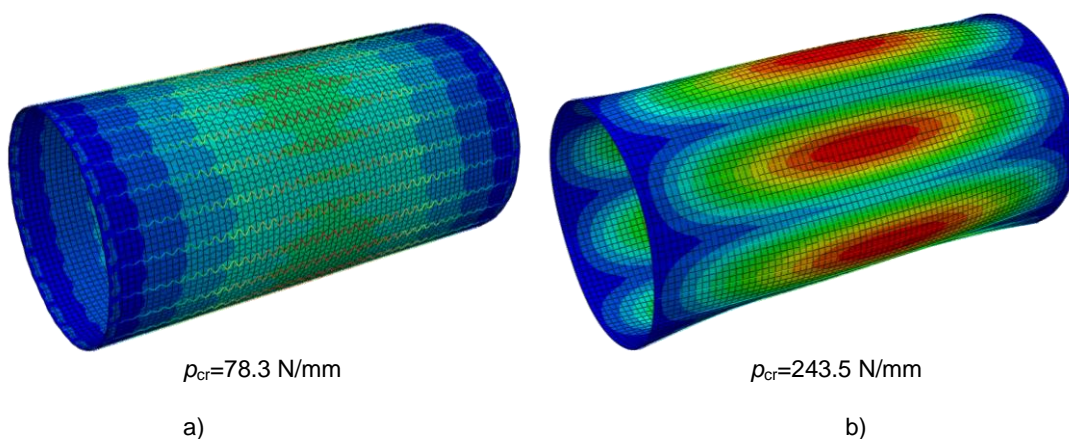
**Rys. 6.23.** Pierwsza postać wyboczeniowa powłoki cylindrycznej obciążonej na górnej krawędzi: a) równomiernie, b) siłami skupionymi w bezpośrednim sąsiedztwie żeber

Uźebrowanie opisano elementami belkowymi B31OS, które połączono sztywno z powłoką, wykorzystując algorytm „Tie” [Abaqus 2010]. Oś żeber usytuowano mimośrodowo względem powierzchni środkowej powłoki (rys. 6.24). Siatkę elementów skończonych powłoki generowano tak, aby uzyskać elementy o stosunku długości boków  $h/b \approx 1$ . Wysokość elementu belkowego słupa ustalono jako równą wysokości elementu powłokowego (rys. 6.24b). Proces generacji modelu MES oraz obliczeń numerycznych wielu zadań został zautomatyzowany autorskimi skryptami napisanymi w środowisku Python. Zastępcze sztywności ortotropowe blachy falistej przyjęto według [PN-EN 1993-4-1]. Składniki macierzy sztywności wprowadzono z wykorzystaniem procedury „General shell stiffness” [Abaqus 2010]. Płaszcz modelowano elementami skończonymi z pełnym całkowaniem (S4), które w przeciwieństwie do elementów ze zredukowanym całkowaniem (S4R) nie wykazały deformacji

pasożytniczych (rys. 6.25). Formy pasożytnicze (tzw. postaci fałszywe, zero-energetyczne) przybierają kształt klepsydry, stąd często spotykana nazwa „postaci klepsydralnych” [Belytschko i inni 1984]. Problem ten w odniesieniu do analiz silosów podjęty był m.in. w pracy doktorskiej [Song 2002]. Więcej informacji na temat form pasożytniczych oraz technik eliminacji podano w [Chrościelewski i inni 2004, Kreja i Cywiński 1988].



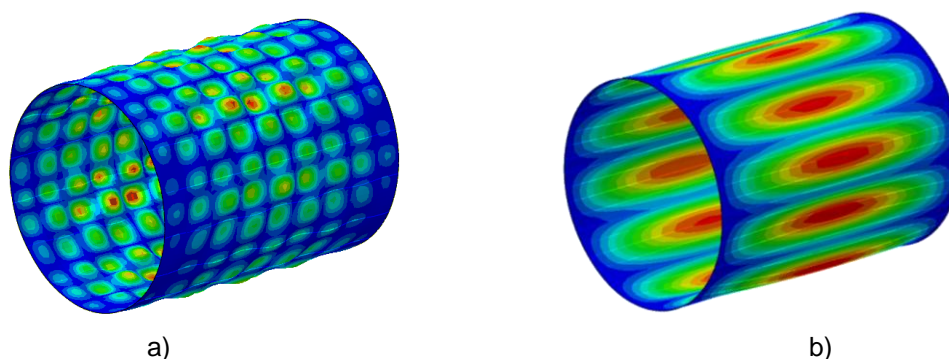
**Rys. 6.24.** Model uźebrowanej powłoki cylindrycznej w programie Abaqus: a) widok ogólny z pokazanym obciążeniem i podporami, b) fragment siatki elementów skończonych



**Rys. 6.25.** Pierwsza postać wyboczenia ściskanej powłoki cylindrycznej modelowanej elementami: a) ze zredukowanym całkowaniem (S4R), b) z pełnym całkowaniem (S4)

### 6.5.3 Liniowa analiza stateczności (LBA)

Prezentowane w niniejszym rozdziale analizy wyboczeniowe przeprowadzono w odniesieniu do powłoki idealnej. Celem analiz jest określenie obszarów, w których nośność wyboczeniowa powłok z uźebrowaniem modelowanym w sposób dyskretny jest porównywalna do nośności powłok z uźebrowaniem modelowanym w sposób rozmyty. Postać wyboczenia odpowiadająca obciążeniu krytycznemu powłoki z rzadko rozmieszczonymi żebrami może charakteryzować się względnie małą długością fali wyboczeniowej (rys. 6.26a). Stosując model z uźebrowaniem rozmytym, praktycznie nie jest możliwe uzyskanie takiego rozwiązania. Możliwe jest natomiast wyznaczenie wyłącznie tzw. postaci globalnej (rys. 6.26b), w której długość fali wyboczeniowej jest znacznie większa niż w przypadku formy lokalnej.



**Rys. 6.26.** Deformacja wyboczeniowa (LBA) uźebrowanej powłoki cylindrycznej: a) postać lokalna b) postać globalna

Obliczenia MES obejmowały powłoki o stałej wysokości  $h_w=20$  m i różnych średnicach ( $d_c=5-30$  m), żebrach (C1.5, C4, V10), sfałdowaniach (18×76, 10×119) oraz grubościach płaszcza ( $t=0.75-6$  mm). Wymiary i charakterystyki wytrzymałościowe przekrojów poprzecznych pionowych usztywnień podano w rozdziale 6.6. Zakres badań podano w tabeli 6.12 wraz z odwołaniami do wykresów z wynikami obciążeń krytycznych. Łącznie wykonano 6240 analiz MES (rys. 6.27–32). Podobne analizy powłok, różniące się sposobem obciążenia, zostały przedstawione wcześniej w publikacji [Sondej i inni 2014].

**Tabela 6.12.** Zakres badań MES ściskanych powłok cylindrycznych

Żebro	Sfałdowanie	Grubość blachy					Rysunek
		0.75	1.5	3	-	-	
C1.5	18×76	0.75	1.5	3	-	-	rys. 6.27
C4	18×76	0.75	1.5	3	4.5	6	rys. 6.28
V10	18×76	0.75	1.5	3	4.5	6	rys. 6.29
C1.5	10×119	0.75	1.5	3	-	-	rys. 6.30
C4	10×119	0.75	1.5	3	4.5	6	rys. 6.31
V10	10×119	0.75	1.5	3	4.5	6	rys. 6.32

Wyniki badań numerycznych przedstawiono w formie zależności względnych naprężeń krytycznych od liczby pionowych żeber. Naprężenia krytyczne obliczone analitycznie wg teorii Sandersa lub [PN-EN 1993-4-1] odniesiono do wartości otrzymanych metodą elementów skończonych. Wykorzystane autorskie skrypty napisane w środowisku MATLAB, obliczające nośność wyboczeniową wg teorii Sandersa i [PN-EN 1993-4-1], zawarto w załączniku Z.1. Stosunek naprężeń krytycznych równy jedności oznaczał zgodność rozwiązania analitycznego z rozwiązaniem MES. Analitycznie wyznaczone obciążenie krytyczne powłok o dużym rozstawie pionowych żeber ( $d_s > d_{s,max}$ ) było większe od wartości MES, natomiast odpowiadająca postać wyboczeniowa (MES) charakteryzowała się dużą liczbą fal wyboczeniowych (rys. 6.26a).

Wraz ze wzrostem liczby pionowych żeber wartość obciążenia krytycznego obliczonego analitycznie dążyła do rozwiązania MES (rys. 6.27–32). Postacie wyboczeniowe cylindrów, dla których uzyskano zgodność rozwiązania analitycznego i MES, charakteryzowały się 1 półfalą wyboczeniową wzdłuż wysokości oraz kilkoma falami wzdłuż obwodu; ich liczba zwiększała się wraz ze wzrostem średnicy. Długości obwodowych fal wyboczeniowych zawierały się w przedziale od 3.9 m ( $d_c=5$  m) do

11.8 m ( $d_c=30$  m). Postacie wyboczeniowe powłok z rozstawem żeber  $d_s < d_{s,max}$  miały w większości przypadków tę samą liczbę fal wyboczeniowych niezależnie od liczby usztywnień.

Wyniki obliczeń wg teorii Sandersa dla rozstawu żeber  $d_s < d_{s,max}$  wykazywały bardzo dobrą zgodność z wynikami analizy MES. Dla profili C1.5 i C4 stosunek naprężeń krytycznych wynosił 0.95–0.99 dla sfałdowania 18×76 i 0.93–0.98 dla sfałdowania 10×119. Największe różnice wystąpiły dla powłok z najsztyniejszymi żebrami V10 i najcieńszym płaszczem ( $t=0.75$  mm), gdzie stosunek naprężeń krytycznych zawierał się w przedziale 0.81–0.94 (sfałdowanie 18×76, rys. 6.29) i 0.74–0.92 (sfałdowanie 10×119, rys. 6.32). Wraz ze wzrostem liczby żeber obciążenie krytyczne wg teorii Sandersa dążyło do wartości mniejszych niż otrzymane na drodze MES. Zakres zmienności stosunku obciążeń krytycznych był mniejszy dla grubszych blach falistych. Przykładowo dla powłoki o grubości  $t=6$  mm uźebrowanej profilami C4 różnica pomiędzy rozwiązaniem wg teorii Sandersa i obliczeniami MES wynosiła maksymalnie 20% (rys. 6.28) i była kilkukrotnie niższa niż dla grubości  $t=0.75$ –3 mm.

W obszarach stosowalności modelu ortotropowego ( $d_s < d_{s,max}$ ) obciążenie krytyczne wyznaczone wg [PN-EN 1993-4-1] było w niektórych przypadkach większe niż wg teorii Sandersa i obliczeń MES (rys. 6.27–32). Dla żeber C1.5 i C4 stosunek obciążenia krytycznego wg [PN-EN 1993-4-1] i MES wynosił  $0.97 \div 1.43$  (sfałdowanie 18×76) i  $0.95 \div 1.25$  (sfałdowanie 10×119), natomiast dla żebra V10 wynosił  $0.85 \div 1.16$  (sfałdowanie 18×76) i  $0.76 \div 1.08$  (sfałdowanie 10×119). Największe rozbieżności pomiędzy rozwiązaniem normowym i MES (różnica 43%) wystąpiły dla średnicy  $d_c=5$  m i sfałdowania 18×76 (rys. 6.27:  $t=3$  mm).

Identyfikację granicznej liczby pionowych usztywnień (odpowiadających granicznym rozstawom  $d_{s,max}$ ) przeprowadzono na podstawie obliczeń wg teorii Sandersa i MES. Analizowano powłoki składające się z blachy falistej (18×76 i 10×119) o grubości  $t \leq 3$  mm wzmocnione pionowymi żebrami (C1.5, C4 i V10). Dla powłok o małej grubości blachy falistej ( $t=0.75$  mm) wzmocnionej lekkimi profilami C1.5 graniczne liczby żeber (lub odpowiadające im rozstawy  $d_{s,max}$ ) były wyraźnie zauważalne (rys. 6.27 i rys. 6.30), natomiast w przypadku powłok o grubych płaszczach ( $t > 3$  mm) praktycznie nie były możliwe do określenia (rys. 6.28 i rys. 6.31). W celu jednoznacznego wyznaczenia granicznej liczby żeber przyjęto następujące kryteria:

- dopuszczalna wartość stosunku naprężeń krytycznych ( $\leq 1.05$ ),
- zgodność liczby fal wyboczeniowych odpowiadających pierwszej postaci wyboczeniowej,
- wartość pochodnej stosunku naprężeń względem liczby słupów ( $\leq 0.01$ ).

Spełnienia wszystkich powyższych kryteriów żądano dla powłok wzmocnionych kształtownikami C1.5 i C4. W powłokach uźebrowanych profilami V10 występowały większe różnice pomiędzy rozwiązaniem analitycznym i MES, dlatego w ich przypadku wymagano spełnienia jedynie kryterium (c).

Wyniki granicznych liczb słupów  $n_{min}$  w funkcji średnicy powłoki pokazano na rysunku 6.33. Linia ciągłą oznaczono graniczną liczbę słupów wg [PN-EN 1993-4-1], a linią przerywaną propozycję zmiany zależności (5.1) polegającą na modyfikacji współczynnika  $k_{dx}$ . Nową wartość współczynnika  $k_{dx}$  otrzymano, stosując aproksymację metodą najmniejszych kwadratów. Największe wartości  $n_{min}$  otrzymano dla blach falistych o najmniejszej grubości ( $t=0.75$  mm), dlatego też dla nich obliczono wartość współczynnika  $k_{dx}$ . Dla blach o wysokim profilu (18×76) współczynnik wynosił  $k_{dx}=9.3$  i był



większy od wartości normowej o 26%, natomiast dla blach o niskim profilu (10×119) wynosił  $k_{dx}=11.6$  i był większy od wartości normowej o 57%. Proponowana korekta współczynnika  $k_{dx}$  może prowadzić do znacznych oszczędności w projektowaniu silosów o rozstawie żeber znajdującym się w proponowanym zwiększonym zakresie obowiązywania metody równoważnej powłoki ortotropowej.

Podstawową wadą metody wyznaczania nośności wyboczeniowej płaszczy silosów wg normy [PN-EN 1993-4-1] jest brak spójności pomiędzy alternatywnymi procedurami. Na granicy stosowalności obydwu metod obliczeniowych ( $d_s=d_{s,max}$ ) nośność wyboczeniowa wyznaczona wg metody równoważnej powłoki ortotropowej może być kilkukrotnie większa od nośności wyboczeniowej wyznaczonej wg metody pojedynczych żeber (rys. 6.34). Proponowana korekta współczynnika  $k_{dx}$  powiększa zakres obowiązywania metody powłoki ortotropowej, dla której otrzymuje się większe nośności wyboczeniowe, jednak nie rozwiązuje problemu braku spójności obydwu metod. Obciążenie krytyczne powłok wzmocnionych kształtownikami C1.5 i C4, wyznaczone na podstawie analizy MES, zwiększa się w sposób wykładniczy i przybiera kształt funkcji wklęsłej aż do uzyskania zgodności z metodą powłoki ortotropowej (rys. 6.34), która z kolei ma kształt funkcji wypukłej. W metodzie pojedynczych żeber składnikiem odpowiedzialnym za kształt zależności obciążenia krytycznego od liczby słupów jest parametr  $d_s^{-1.5}$ . Podstawiając (5.20) do (5.19), otrzymuje się zależność:

$$N_{b,Rk} = 2\sqrt{EI_y k_s D_y} d_s^{-1.5} \quad (6.14)$$

w której wszystkie parametry oprócz  $d_s$  są stałymi. Na podstawie formuły (6.14) oraz konieczności zachowania spójności obydwu metod zaproponowano poniższą zależność:

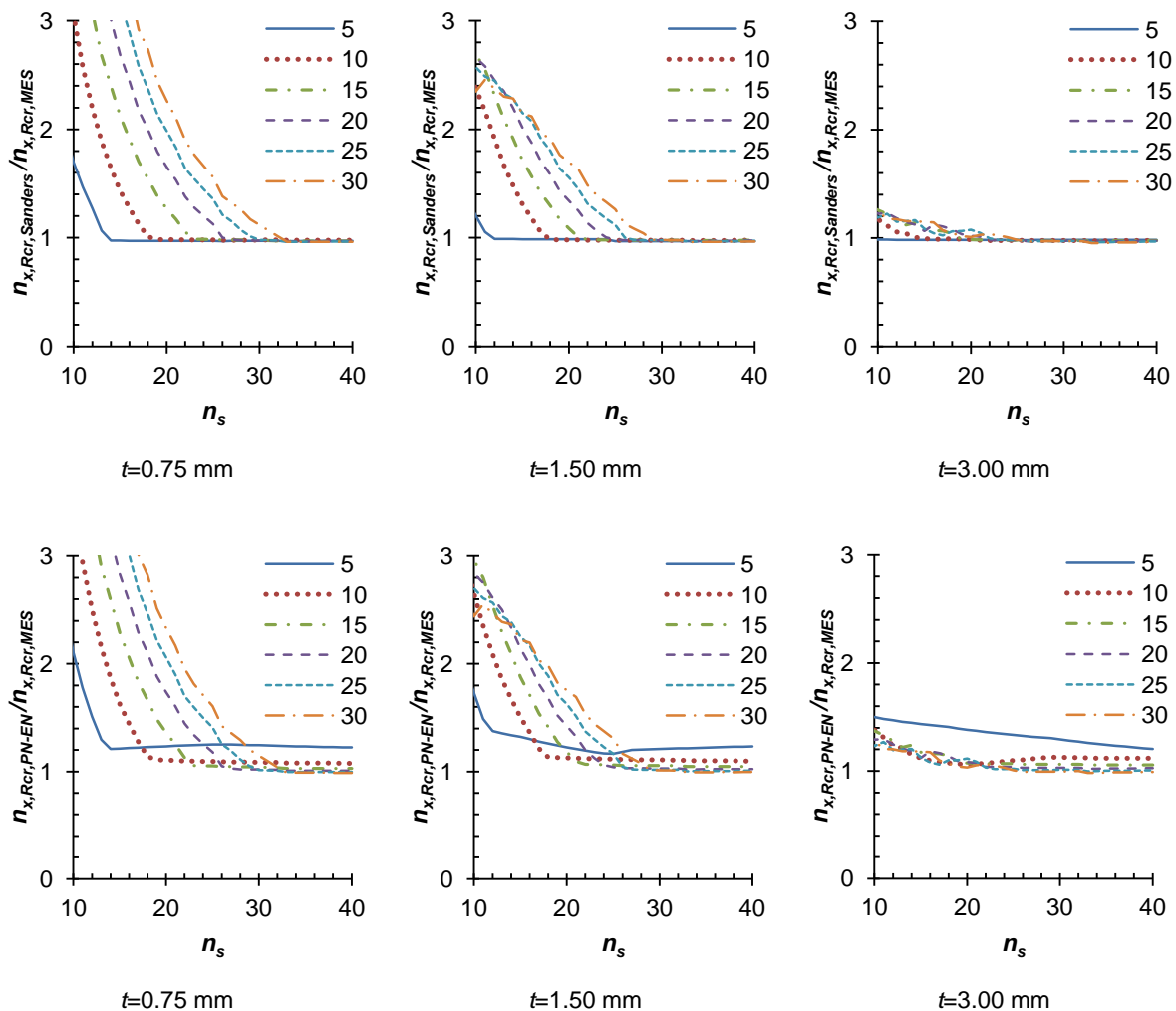
$$N_{b,Rk}^* = n_{x,Rcr}(d_{s,max}) \cdot d_{s,max} \cdot \left(\frac{d_s}{d_{s,max}}\right)^{-1.5} \quad (6.15)$$

lub

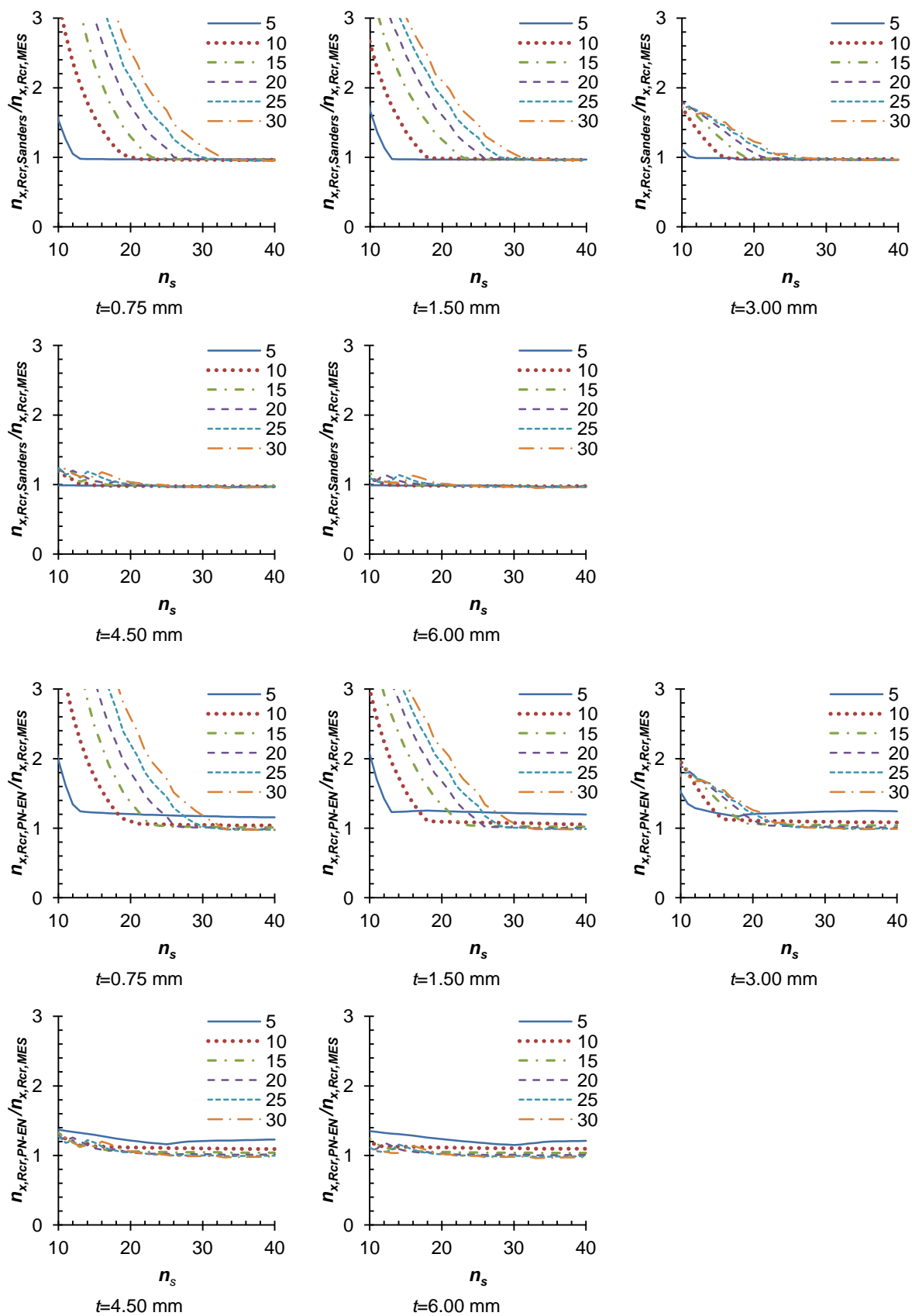
$$n_{b,Rk}^* = n_{x,Rcr}(d_{s,max}) \cdot d_{s,max} \cdot \left(\frac{d_s}{d_{s,max}}\right)^{-1.5} / d_s \quad (6.16)$$

Powyższe propozycje zostały oparte na stałym wykładniku funkcji oraz obciążeniu krytycznym wyznaczonym dla granicznego rozstawu żeber ( $d_{s,max}$ ) metodą równoważnej powłoki ortotropowej. Proponowana koncepcja pomimo swojej prostoty wykazała bardzo dobrą zgodność z obliczeniami MES (rys. 6.34), w szczególności przy zastosowaniu nowych wartości współczynnika  $k_{dx}$ . W analizowanych przypadkach obciążenie krytyczne wg (6.16) było zawsze mniejsze od wartości uzyskanych na drodze MES (oszacowanie bezpieczne). Przy zastosowaniu normowej wartości  $k_{dx}$  nośność wyboczeniowa nie była w tak dobrej zgodności z rozwiązaniem MES jak w przypadku proponowanych wartości  $k_{dx}$ , jednak pozostała znacznie wyższa niż wg [PN-EN 1993-4-1], gwarantując ciągłość obydwu alternatywnych metod (rys. 6.34). Największe różnice pomiędzy rozwiązaniem MES i obliczeniami analitycznymi wystąpiły dla powłok wzmocnionych ciężkimi żebrami V10.

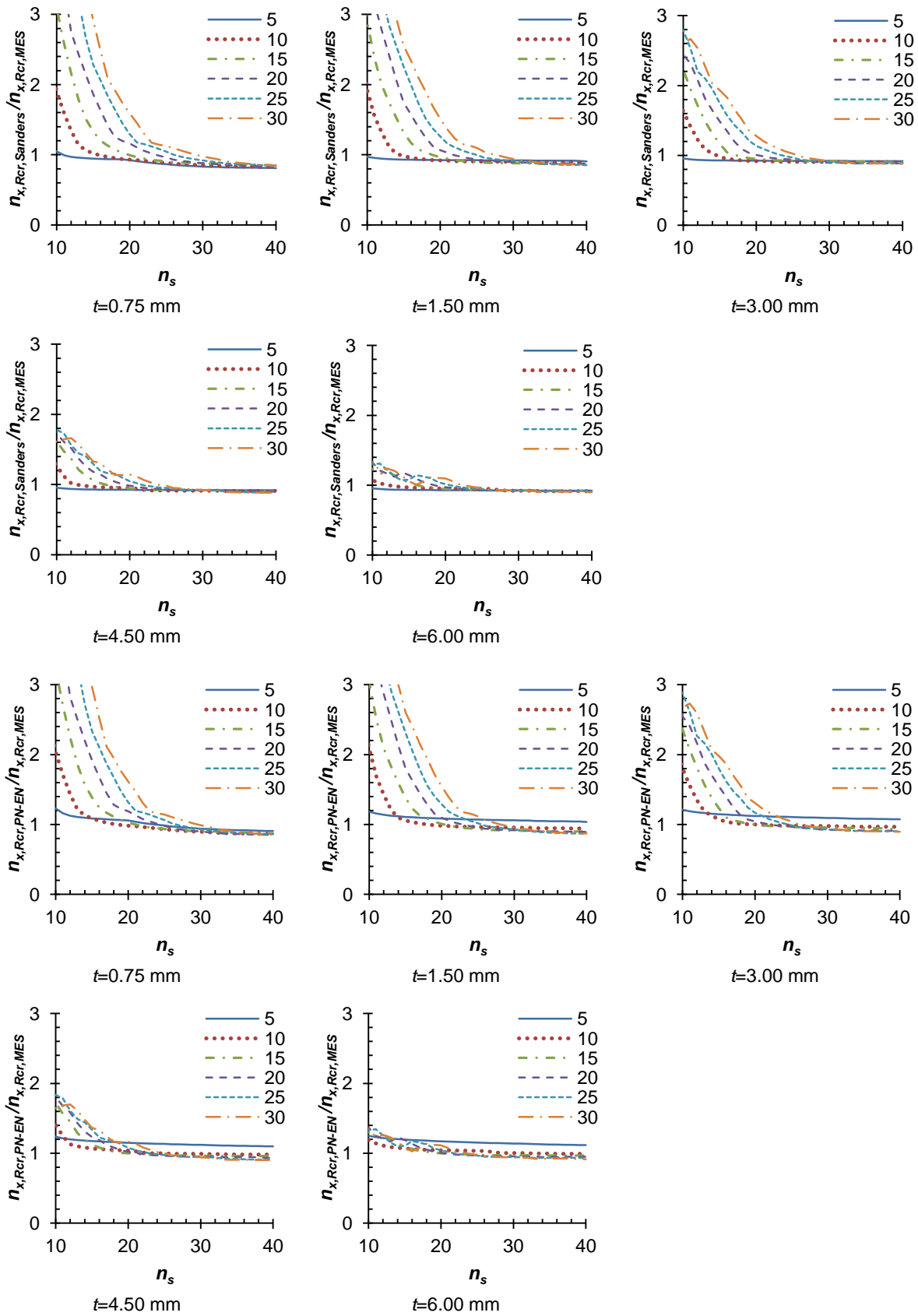




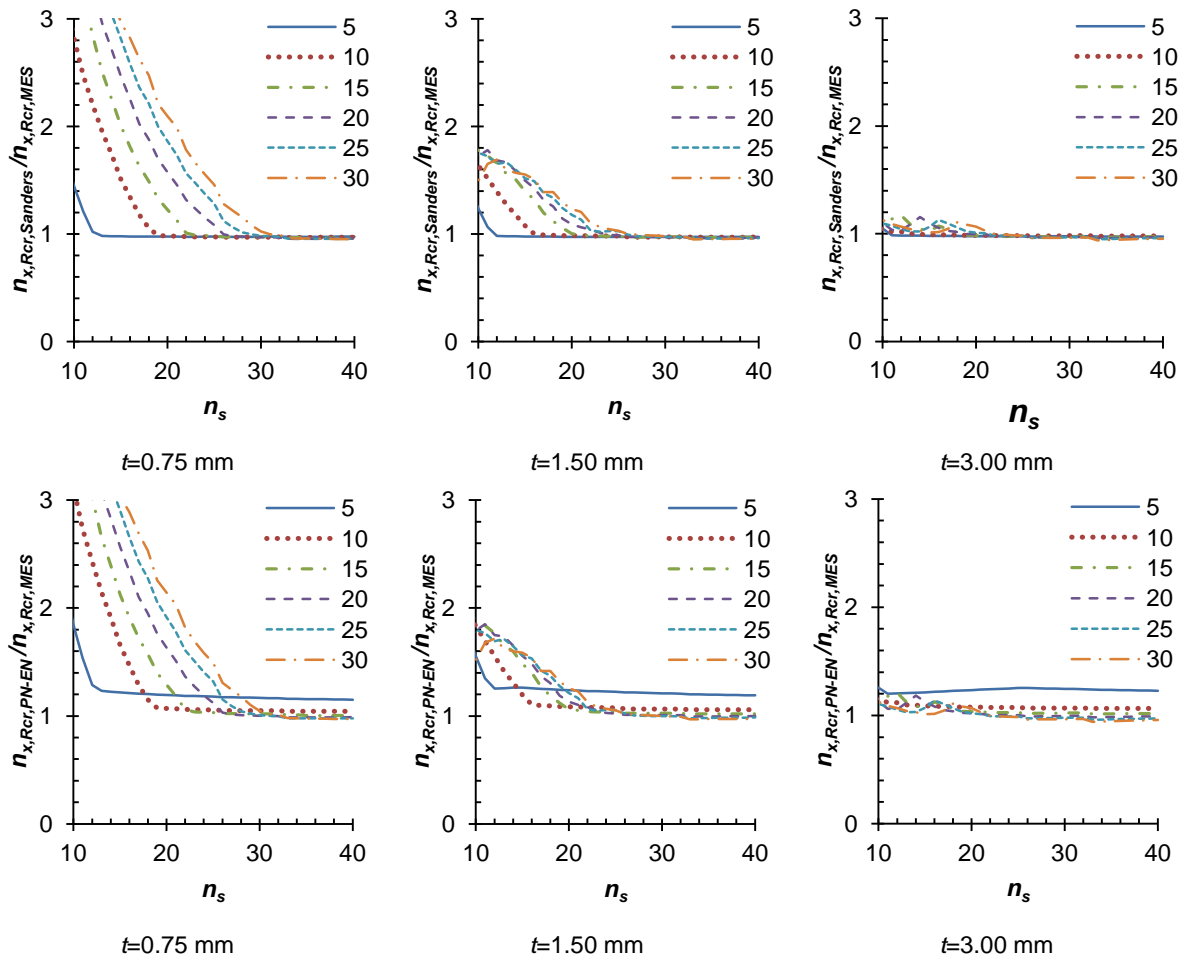
**Rys. 6.27.** Stosunek obciążeń krytycznych powłoki walcowej ( $n_{x,Rcr,Sanders}$  – obciążenie krytyczne wg teorii Sandersa,  $n_{x,Rcr,PN-EN}$  – obciążenie krytyczne wg Eurokodu (5.2),  $n_{x,Rcr,MES}$  – obciążenie krytyczne na podstawie MES) dla różnych średnic ( $d_c=5\div 30$  m) i grubości  $t$  blachy falistej (18×76 mm), w zależności od liczby pionowych wzmocnień typu C1.5



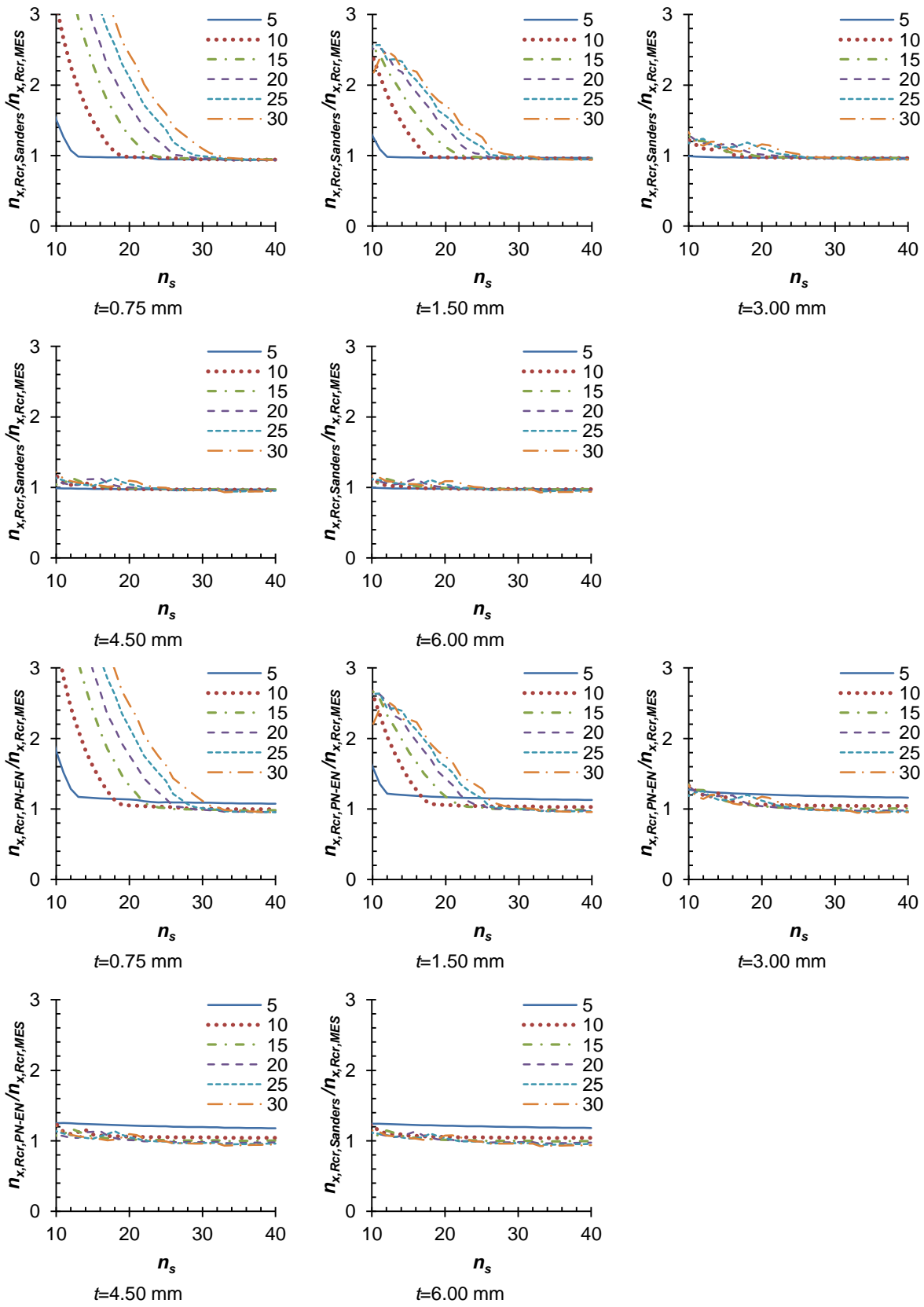
**Rys. 6.28.** Stosunek obciążeń krytycznych powłoki walcowej ( $n_{x,Rcr,Sanders}$  – obciążenie krytyczne wg teorii Sandersa,  $n_{x,Rcr,PN-EN}$  – obciążenie krytyczne wg Eurokodu (5.2),  $n_{x,Rcr,MES}$  – obciążenie krytyczne na podstawie MES) dla różnych średnic ( $d_c=5\div 30$  m) i grubości  $t$  blachy falistej (18×76 mm), w zależności od liczby  $n_s$  pionowych wzmocnień typu C4



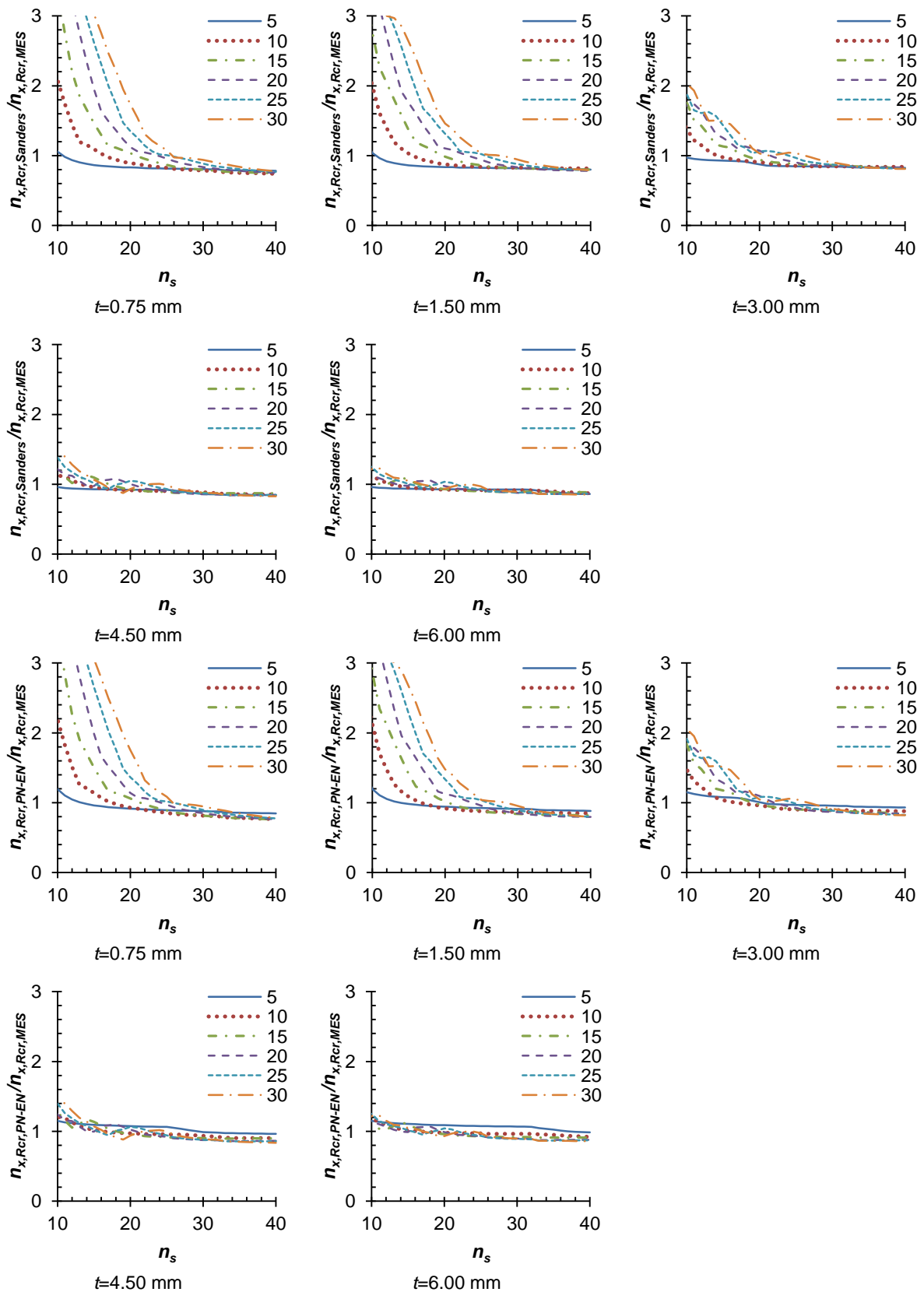
**Rys. 6.29.** Stosunek obciążeń krytycznych powłoki walcowej ( $n_{x,Rcr,Sanders}$  – obciążenie krytyczne wg teorii Sandersa,  $n_{x,Rcr,PN-EN}$  – obciążenie krytyczne wg Eurokodu (5.2),  $n_{x,Rcr,MES}$  – obciążenie krytyczne na podstawie MES) dla różnych średnic ( $d_c=5\div 30$  m) i grubości  $t$  blachy falistej (18×76 mm), w zależności od liczby  $n_s$  pionowych wzmocnień typu V10



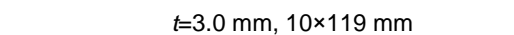
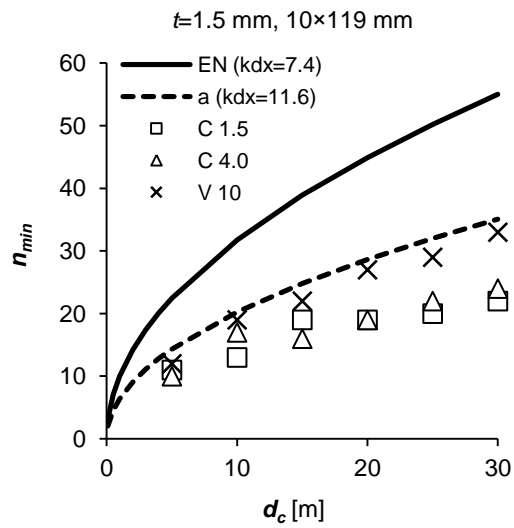
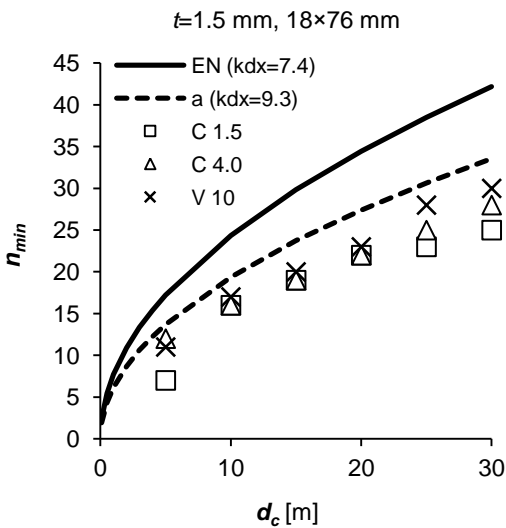
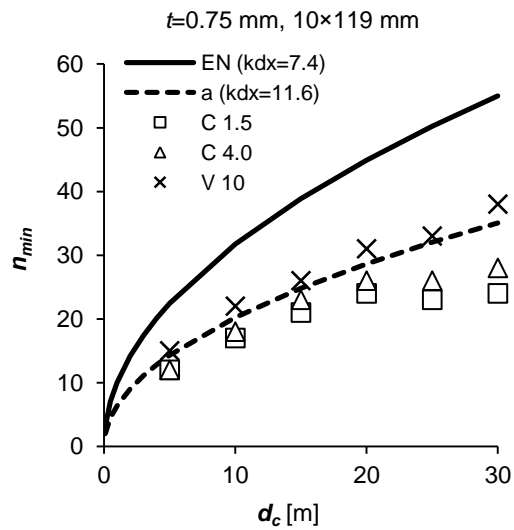
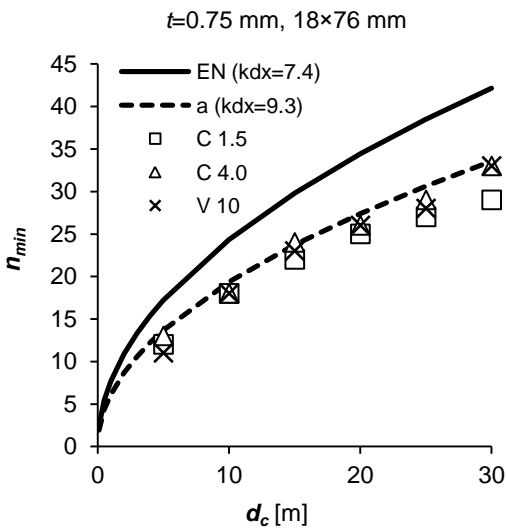
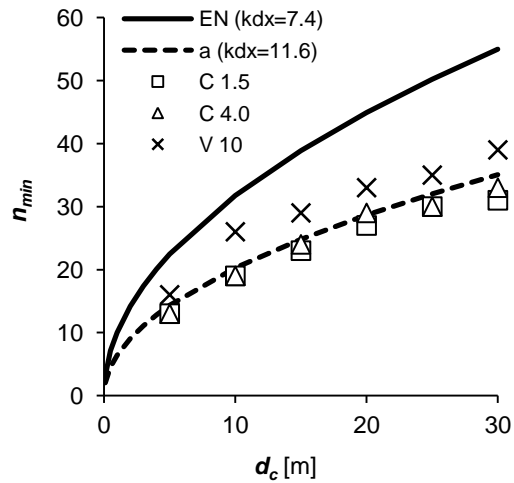
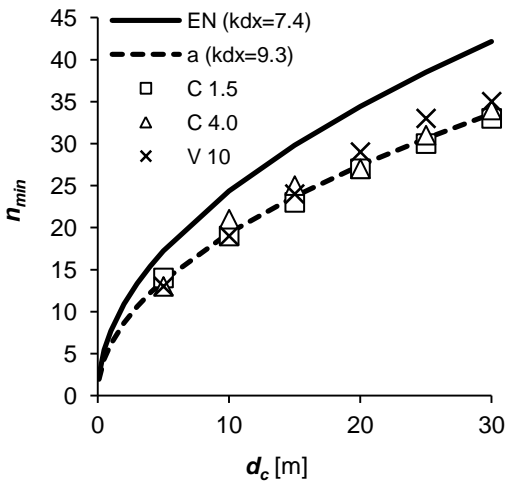
**Rys. 6.30.** Stosunek obciążeń krytycznych powłoki walcowej ( $n_{x,Rcr,Sanders}$  – obciążenie krytyczne wg teorii Sandersa,  $n_{x,Rcr,PN-EN}$  – obciążenie krytyczne wg Eurokodu (5.2),  $n_{x,Rcr,MES}$  – obciążenie krytyczne na podstawie MES) dla różnych średnic ( $d_c=5\div 30$  m) i grubości  $t$  blachy falistej ( $10\times 119$  mm), w zależności od liczby  $n_s$  pionowych wzmocnień typu C1.5



**Rys. 6.31.** Stosunek obciążeń krytycznych powłoki walcowej ( $n_{x,Rcr,Sanders}$  – obciążenie krytyczne wg teorii Sandersa,  $n_{x,Rcr,PN-EN}$  – obciążenie krytyczne wg Eurokodu (5.2),  $n_{x,Rcr,MES}$  – obciążenie krytyczne na podstawie MES) dla różnych średnic ( $d_c=5\div 30$  m) i grubości  $t$  blachy falistej (10×119 mm), w zależności od liczby  $n_s$  pionowych wzmocnień typu C4

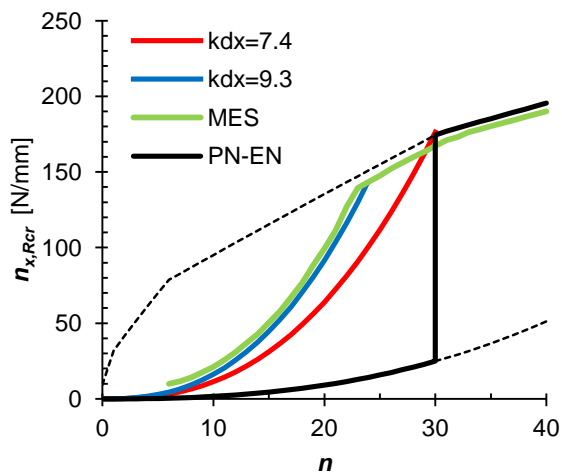


**Rys. 6.32.** Stosunek obciążeń krytycznych powłoki walcowej ( $n_{x,Rcr,Sanders}$  – obciążenie krytyczne wg teorii Sandersa,  $n_{x,Rcr,PN-EN}$  – obciążenie krytyczne wg Eurokodu (5.2),  $n_{x,Rcr,MES}$  – obciążenie krytyczne na podstawie MES) dla różnych średnic ( $d_c=5\div 30$  m) i grubości  $t$  blachy falistej ( $10\times 119$  mm), w zależności od liczby  $n_s$  pionowych wzmocnień typu V10

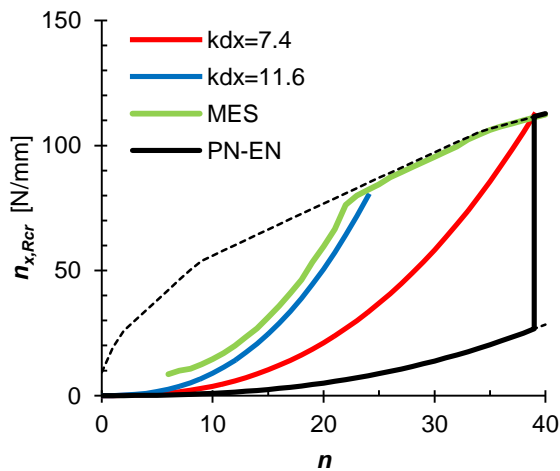


**Rys. 6.33.** Minimalna liczba pionowych żeber  $n_{min}$  w zależności od średnicy  $d_c$  dla różnych żeber (C1.5, C4, V10) oraz grubości i sfałdowania ściany powłoki: EN – graniczny rozstaw żeber wg [PN-EN 1993-4-1], a – proponowany graniczny rozstaw żeber

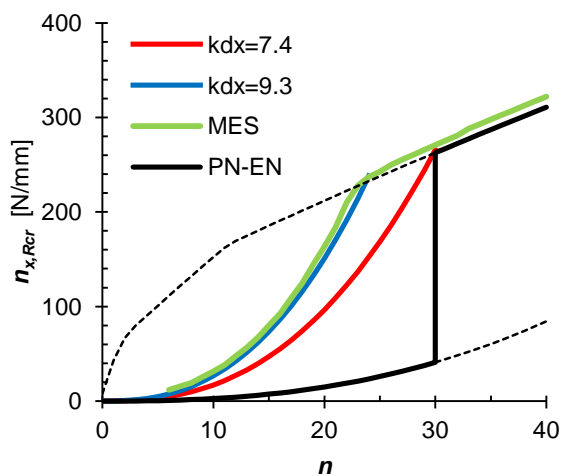




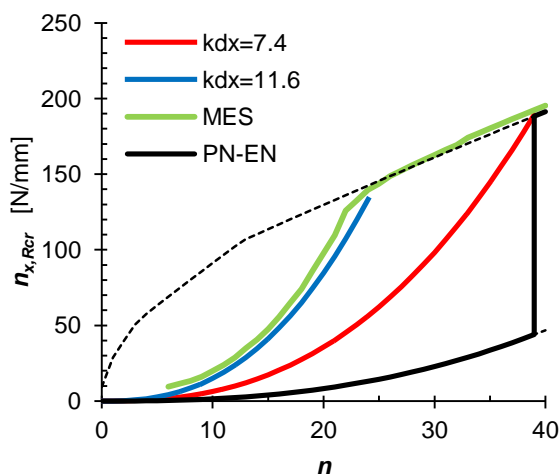
C1.5, 18×76 mm



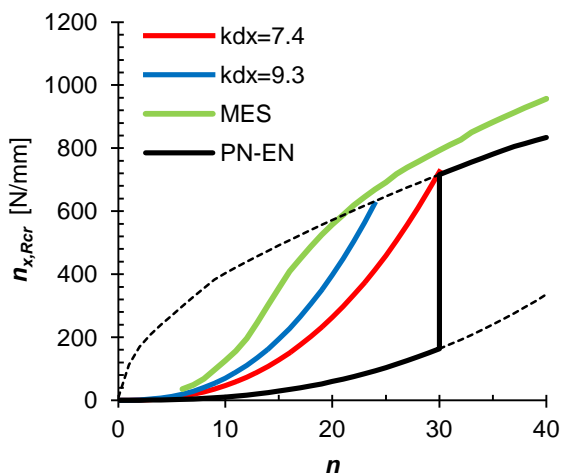
C1.5, 10×119 mm



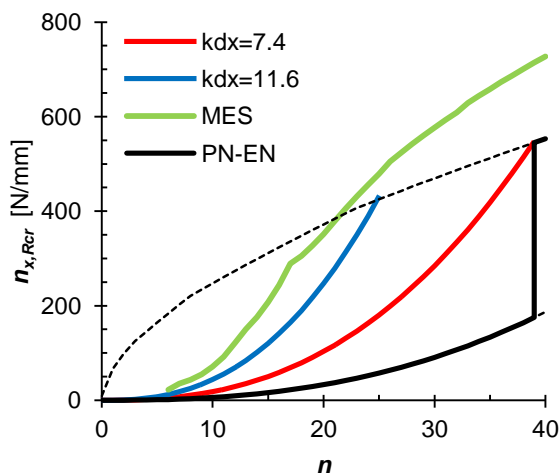
C4, 18×76 mm



C4, 10×119 mm



V10, 18×76 mm



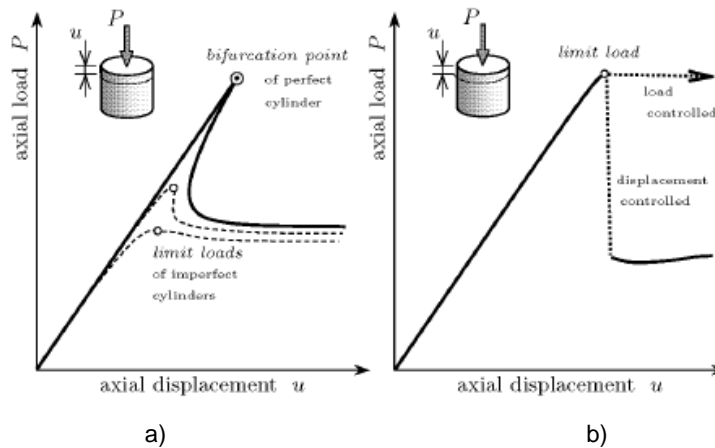
V10, 10×119 mm

**Rys. 6.34.** Obciążenie krytyczne powłoki cylindrycznej ( $d_c=15$  m,  $h_c=20$  m,  $t=0.75$  mm, sfałdowanie: 18×76 i 10×119) w zależności od liczby pionowych wzmocnień różnego typu (C1.5, C4 i V10) obliczone wg [PN-EN 1993-4-1], MES oraz autorskiej propozycji

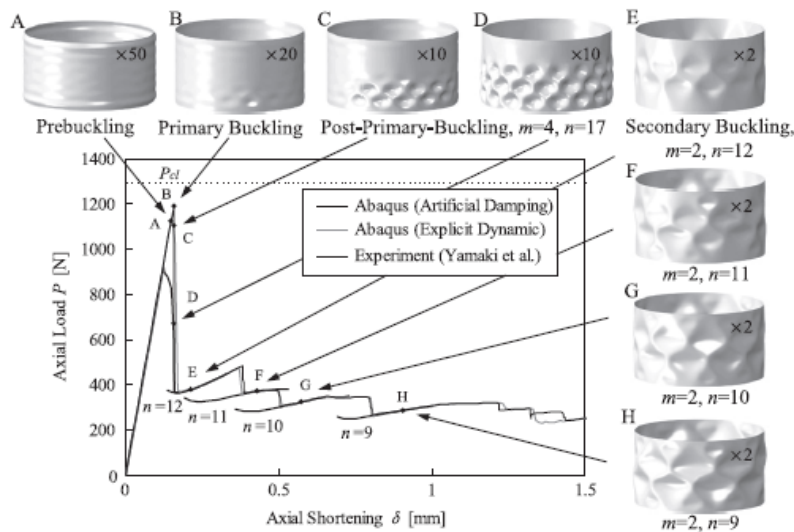
### 6.5.4 Nieliniowa geometrycznie analiza dynamiczna (GNA)

Rzeczywista nośność ściskanej powłoki cylindrycznej może być znacznie niższa niż wynikałoby to z liniowej analizy stateczności. Podstawowym czynnikiem obniżającym nośność wyboczeniową są imperfekcje geometryczne, które obecne są w każdej rzeczywistej konstrukcji (rys. 6.35). W ściskanych powłokach cylindrycznych obciążenie graniczne (tj. ekstremum obciążenia na ścieżce równowagi) może być znacznie mniejsze od obciążenia bifurkacyjnego. Na ścieżkach równowagi tych konstrukcji może występować wiele tzw. punktów granicznych, w których często następuje przeskok deformacji do nowej jakościowo konfiguracji, natomiast ścieżka równowagi osiąga lokalne maksimum (rys. 6.36).

Charakterystyczną właściwością uźebrowanych powłok jest mniejsza wrażliwość na imperfekcje w porównaniu do powłok gładkich [Teng i Rotter 2006]. Zgodnie z obowiązującą normą do projektowania silosów [PN-EN 1993-4-1] wpływ imperfekcji na redukcję nośności wyboczeniowej uźebrowanej powłoki określa się w sposób uproszczony. Niezależnie od geometrii powłoki przyjmuje się stały współczynnik zmniejszający wartość obciążenia krytycznego równy  $\alpha_s=0.8$ .



**Rys. 6.35.** Zależność obciążenia  $P$  od przemieszczenia  $u$  dla gładkich powłok cylindrycznych: a) teoretyczna, b) doświadczalna [Wullschleger 2006]



**Rys. 6.36.** Zależność obciążenia  $P$  od przemieszczenia  $u$  dla gładkiej powłok cylindrycznej otrzymana doświadczalnie oraz z wykorzystaniem nieliniowej analizy MES [Kobayashi i inni 2012]

Analizy wyboczeniowe z uwzględnieniem wstępnych imperfekcji mogą być przeprowadzone z wykorzystaniem nieliniowej analizy statycznej, w której bada się ścieżki równowagi (obciążenie–przemieszczenie) wybranych punktów kontrolnych. W statycznej analizie nieliniowej parametrem sterującym może być obciążenie, przemieszczenie lub długość łuku [Riks 1979]. W zagadnieniach stateczności często stosuje się metodę sterowania długością łuku, gdyż pozwala ona uzyskać rozwiązanie w obszarach pokrytycznych [Kreja 2005]. Metoda ta wykazuje dużą skuteczność, jeżeli ścieżka równowagi jest gładka i nie ulega rozgałęzieniu (bifurkacji). Otrzymanie rozwiązania tą metodą w problemach lokalnej niestateczności konstrukcji może być bardzo trudne lub nieosiągalne. Problemy uzyskania rozwiązania w fazie podkrytycznej z wykorzystaniem metody sterowania długością łuku w określaniu nośności wyboczeniowej silosów z blach falistych pokazano w pracy [Sondej i inni 2016]. Zastosowanie analizy dynamicznej do problemów stateczności konstrukcji pozwala pokonać problemy braku zbieżności rozwiązania [Almroth i Brogan 1978, Choong i Ramm 1998, Degenhardt i inni 2001, Riks 2008, Iwicki i inni 2014].

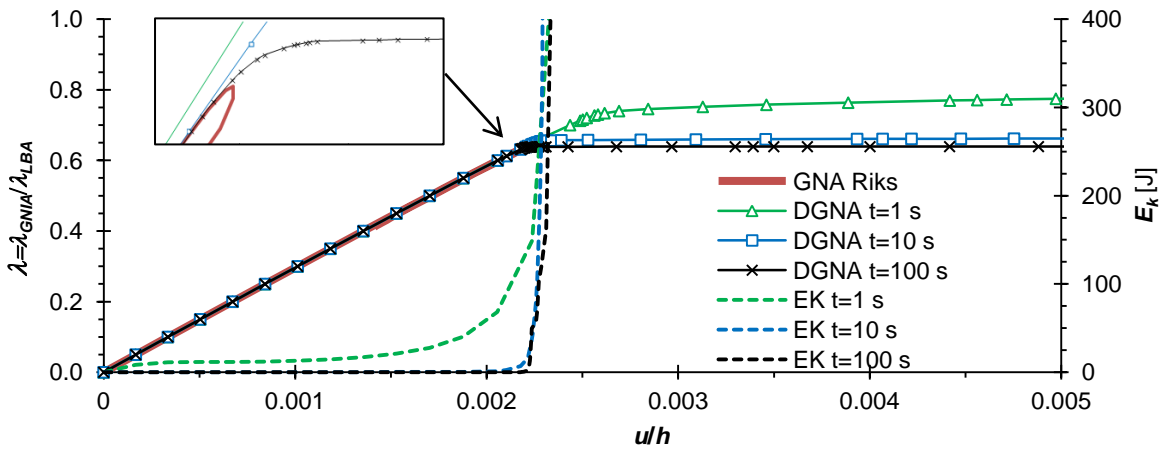
W niniejszym rozdziale zaprezentowano wyniki analizy dynamicznej ściskanych uźebrowanych powłok. Całkowanie równań ruchu przeprowadzono z wykorzystaniem metody niejawnej. Celem analizy było określenie wpływu imperfekcji geometrycznych na redukcję nośności wyboczeniowej. W programie Abaqus wybrano zalecane ustawienia dla analizy quasi-statycznej [Abaqus 2010]. Przyjęto, że obciążenie zwiększa się liniowo w czasie aż do uzyskania wartości obciążenia krytycznego (LBA) w chwili  $t=100$  s. Krok czasu był dobierany automatycznie i wynosił maksymalnie 5 s (co w przybliżeniu odpowiadało przyrostowi obciążenia  $\Delta\lambda=0.05\lambda_{LBA}$ ). Jako wstępną imperfekcję geometryczną przyjęto deformację odpowiadającą pierwszej postaci wyboczeniowej (LBA). Warunki brzegowe oraz sposób wprowadzenia obciążenia (siły skupione) były identyczne jak w przypadku wcześniej opisanych liniowych analiz stateczności. Analizy przeprowadzono dla powłok cylindrycznych o geometrii typowej dla systemu silosów firmy Riela w zakresie podanym w tabeli 6.13 (łącznie 108 cylindrów). Dla każdej powłoki badano wpływ amplitudy imperfekcji ( $w=5, 25, 50$  i  $100$  mm). Łącznie wykonano 432 nieliniowe analizy dynamiczne.

**Tabela 6.13.** Zakres badań MES ściskanych powłok cylindrycznych

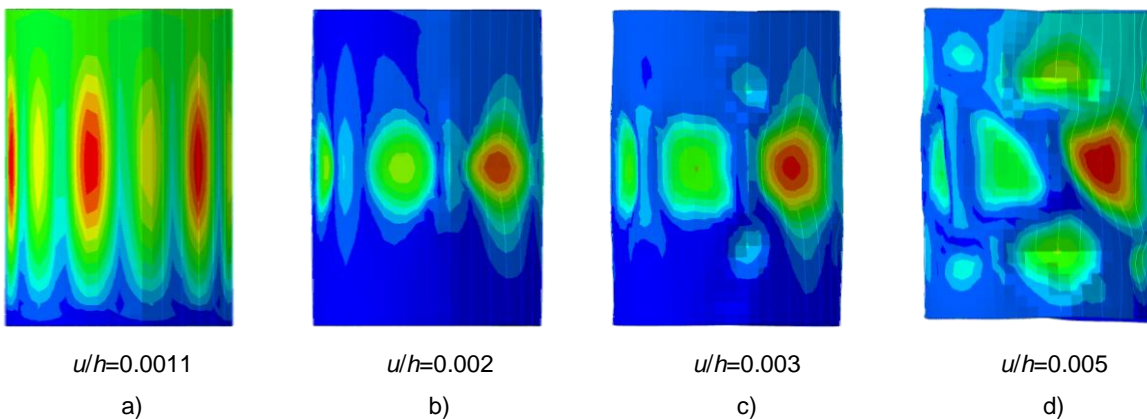
Żebro	Rozstaw żebra [m]		Średnica powłoki [m]			Sfałdowanie [mm]		Grubość blachy [mm]		
	0.7	1.4	5.35	14.26	32.09	18×76	10×119	0.75	1.5	3
C1.5	0.7	1.4	5.35	14.26	32.09	18×76	10×119	0.75	1.5	3
C4	0.7	1.4	5.35	14.26	32.09	18×76	10×119	0.75	3	6
V10	0.7	1.4	5.35	14.26	32.09	18×76	10×119	0.75	3	6

W celu porównania wyników uzyskanych na podstawie nieliniowej analizy statycznej i dynamicznej wykonano obliczenia dla ściskanej powłoki cylindrycznej o grubości  $t=1.5$  mm, sfałdowaniu  $18\times 76$ , średnicy  $d_c=14.26$  m, wysokości  $h_c=20$  m, wzmocnionej 32 żebami C4 o rozstawie  $d_s=1.4$  m. Do konstrukcji przyłożono obciążenie o wartości odpowiadającej najniższemu obciążeniu krytycznemu (LBA). Jako wstępną imperfekcję przyjęto pierwszą postać wyboczeniową o amplitudzie  $w=25$  mm. W analizie statycznej (sterowaniem długością łuku) nie udało się otrzymać pokrytycznego rozwiązania. Konstrukcja została obciążona do poziomu  $\lambda=0.635$ , a następnie odciążona (rys. 6.37). Na podstawie takiego rozwiązania nie jest możliwe ustalenie, czy uzyskana

wartość obciążenia w przeprowadzonej analizie jest maksymalna dla danego układu. W analizie dynamicznej otrzymano dalszą odpowiedź konstrukcji. Rozwiązanie dynamiczne było zależne od przyjętej prędkości obciążenia. Obliczenia wykonano dla prędkości odpowiadającej przyłożeniu obciążenia krytycznego ( $\lambda_{LBA}$ ) w czasie  $t=1$  s,  $t=10$  s i  $t=100$  s. Szybkie przyłożenie obciążenia ( $t=1$  s) spowodowało uzyskanie największej nośności ( $\lambda=0.807$ ) oraz powstanie energii kinetycznej w początkowej fazie obciążania (rys. 6.37). Maksymalne obciążenie odpowiadające najmniejszej prędkości obciążania ( $\lambda=0.640$ ) było nieznacznie większe do obciążenia obliczonego za pomocą analizy statycznej ( $\lambda=0.635$ ). Warto jednak zwrócić uwagę, że dla skrócenia  $u/h=0.0022$  maksymalny mnożnik obciążenia wyznaczony na drodze analizy statycznej i dynamicznej ( $t=100$  s) był taki sam (rys. 6.37). W chwili osiągnięcia obciążenia granicznego nastąpił gwałtowny wzrost energii kinetycznej oraz znaczne skrócenie powłoki  $u/h$  (rys. 6.37). Na podstawie analizy ścieżki równowagi oraz deformacji konstrukcji stwierdzono, że nośność konstrukcji została całkowicie wyczerpana (rys. 6.38).



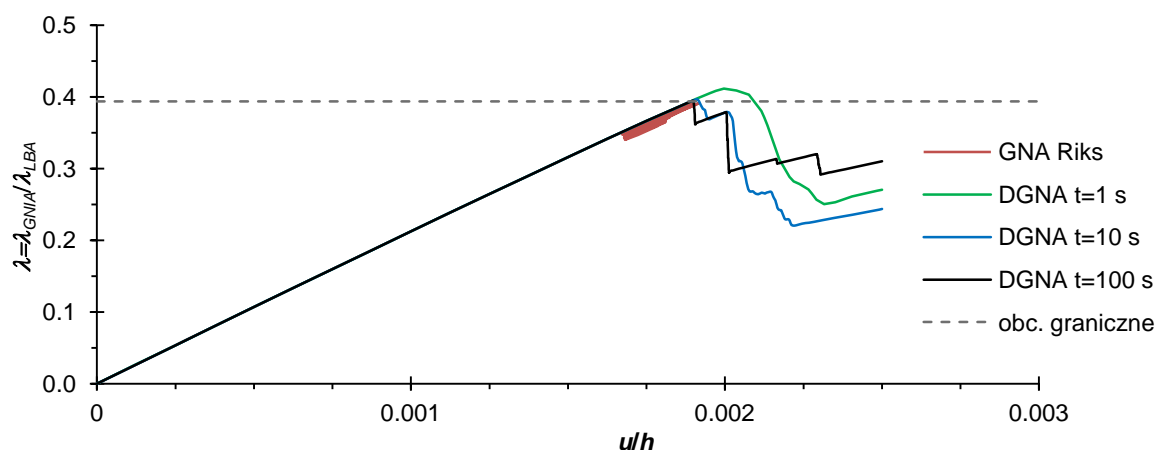
**Rys. 6.37.** Ściskana powłoka przy sterowaniu parametrem obciążenia: zależność mnożnika obciążenia  $\lambda_{GNIA}/\lambda_{LBA}$  oraz energii kinetycznej  $E_k$  od względnego skrócenia powłoki  $u/h$  ze wstępną imperfekcją (1 postać wyboczeniowa) o amplitudzie  $w=25$  mm na podstawie nieliniowej analizy statycznej (GNA) i dynamicznej (DGNA)



**Rys. 6.38.** Deformacja uźebrowanej powłoki otrzymana na podstawie analizy dynamicznej ( $t=100$  s) dla różnych wartości względnego skrócenia  $u/h$

Podobne obliczenia wykonano dla tej samej powłoki, przyjmując jako parametr sterujący przemieszczenie jej górnego brzegu. Na dolnym brzegu powłoki zablokowano translacyjne stopnie swobody. Referencyjna wartość obciążenia krytycznego badanej powłoki  $\lambda_{LBA}$  była o 37% większa od wcześniej analizowanej powłoki, ze względu na blokadę deplanacji brzegów. Różnice pomiędzy powłokami występowały także w kształcie wstępnej imperfekcji geometrycznej (w obydwu przypadkach była to 1 postać wybozeniowa). Zależność mnożnika obciążenia  $\lambda$  (zdefiniowanego jako sumaryczna wartość pionowych reakcji podporowych górnego brzegu) od względnego skrócenia powłoki  $u/h$  pokazano na rysunku 6.39. Maksymalne obciążenie uzyskane w analizie dynamicznej ( $\lambda=0.395$ ) było bardzo zbliżone do maksymalnego obciążenia uzyskanego w analizie statycznej ( $\lambda=0.394$ ).

W dalszych obliczeniach przyjęto sterowanie parametrem obciążenia. Umowną wartość obciążenia granicznego zdefiniowano jako maksymalne obciążenie konstrukcji uzyskane w analizie dynamicznej.



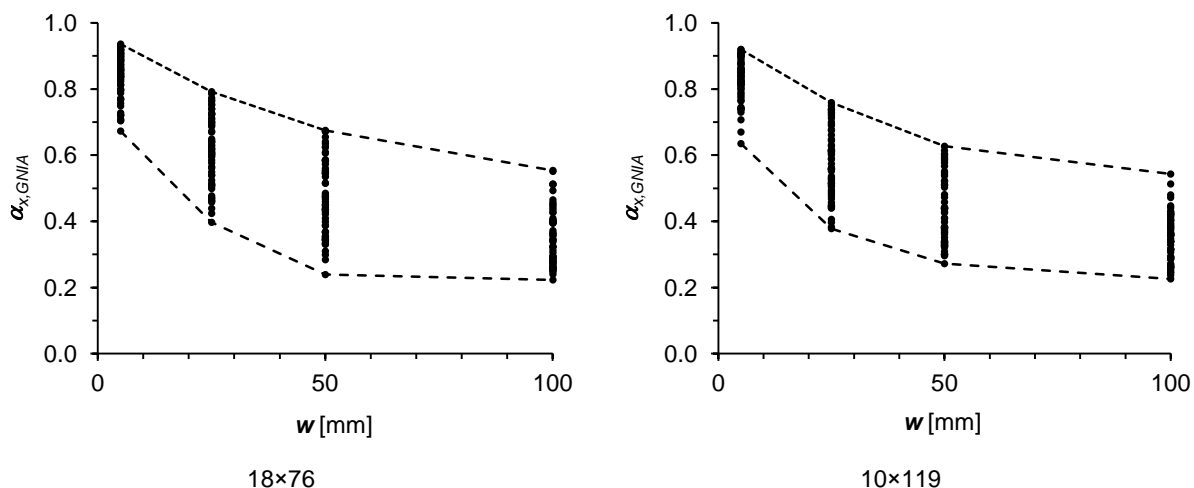
**Rys. 6.39.** Ściskana powłoka przy sterowaniu parametrem przemieszczenia górnego brzegu: zależność mnożnika obciążenia  $\lambda_{GNIA}/\lambda_{LBA}$  od względnego skrócenia powłoki  $u/h$  ze wstępną imperfekcją (1 postać wybozeniowa) o amplitudzie  $w=25$  mm na podstawie nieliniowej analizy statycznej (GNA) i dynamicznej (DGNA)

Wyniki analizowanych powłok zaprezentowano w formie zależności parametru  $\alpha_{x,GNIA}$  od amplitudy imperfekcji  $w$ , gdzie  $\alpha_{x,GNIA}$  zdefiniowano jako stosunek obciążenia granicznego (otrzymanego na drodze nieliniowej analizy dynamicznej) do obciążenia krytycznego (otrzymanego na drodze liniowej analizy stateczności). Zakres parametru  $\alpha_{x,GNIA}$  w zależności od amplitudy imperfekcji w pokazano na rysunku 6.40, zawierającym wyniki wszystkich przeprowadzonych analiz. Nie stwierdzono istotnego wpływu profilu sfaldowania na redukcyjny wpływ imperfekcji (rys. 6.40). Dla małej amplitudy imperfekcji  $w=5$  mm współczynnik redukcyjny wynosił  $\alpha_{x,GNIA}=0.67\div 0.94$  (średnia wartość  $\alpha_{x,GNIA,mean}=0.84$ ), co w przybliżeniu odpowiada normowemu współczynnikowi redukcyjnemu ( $\alpha_x=0.8$ ). Pomiaru geodezyjne imperfekcji silosu z blachy falistej o średnicy  $d_c=15.35$  m (Riela typ: S1730) [Iwicki i inni 2015c, Sondej i inni 2016] wykazały, że maksymalna amplituda imperfekcji może wynosić  $w=50$  mm. Szczegółowe dane pomiarów imperfekcji, częściowo opublikowane w [Sondej i inni 2016], zawarto w załączniku Z.2. Redukcyjny współczynnik imperfekcji wyznaczony na podstawie analizy nieliniowej, odpowiadający amplitudzie  $w=50$  mm, był znacznie niższy niż normowy

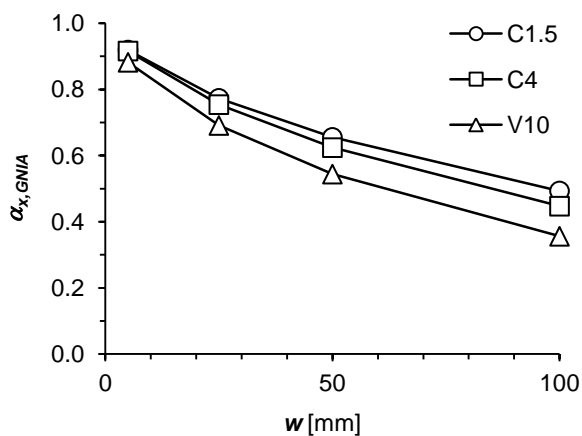


i zawierał się w przedziale  $\alpha_{x,GNIA}=0.24\div 0.68$ . Zwiększenie amplitudy imperfekcji do wartości  $w=100$  mm spowodowało nieznaczny spadek dolnej granicy współczynnika redukcyjnego ( $\alpha_{x,GNIA}=0.22\div 0.54$ ). Zależność parametru  $\alpha_{x,GNIA}$  od amplitudy  $w$  dla różnych zeber pokazano na rysunku 6.41. Powłoki uźebrowane sztywnymi kształtownikami (V10) wykazały większą wrażliwość na imperfekcje w porównaniu do powłok uźebrowanych lekkimi profilami (C1.5).

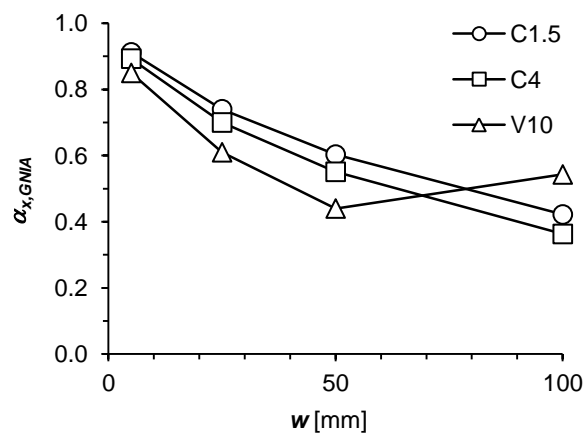
W silosach z blachy gładkiej amplituda imperfekcji jest zależna od promienia, grubości ścianki i klasy jakości wytwarzania [PN-EN 1993-4-1]. Kryteria te nie są miarodajne dla uźebrowanych silosów z blachy falistej z uwagi na globalny charakter wybożenia oraz źródło powstawania imperfekcji (technologia montażu). Ze względu na niewiele dostępnych danych dot. pomiarów imperfekcji w silosach z blachy falistej nie jest możliwe sformułowanie ogólnych wniosków dot. zalecanych wielkości amplitud imperfekcji. Na podstawie przeprowadzonych badań numerycznych w celu bezpiecznego szacowania nośności wybożeniowej zaleca się przyjmować wartość amplitudy  $w=25\text{--}50$  mm. Zalecana wartość  $\alpha_x=0.8$  [PN-EN 1993-4-1] wydaje się niebezpieczna, jednak normowa procedura wyznaczania nośności wybożeniowej nie uwzględnia stabilizacyjnego wpływu naporu normalnego oraz sztywności składowanego materiału sypkiego [Wójcik i Tejchman 2016].



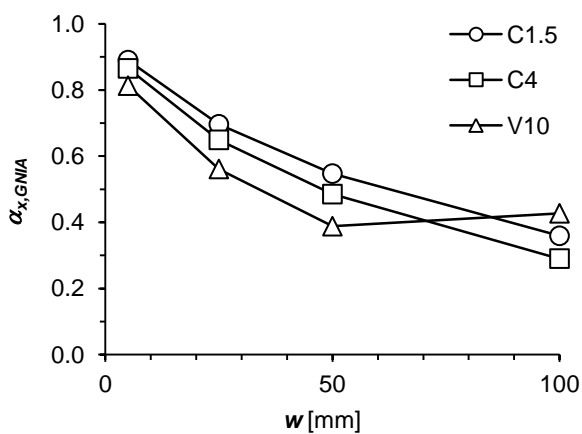
**Rys. 6.40.** Współczynnik redukcyjny  $\alpha_{x,GNIA}$  uźebrowanej powłoki cylindrycznej o sfałdowaniu 18x76 mm i 10x119 mm w zależności od amplitudy imperfekcji  $w$  (1 postać wybożeniowa)



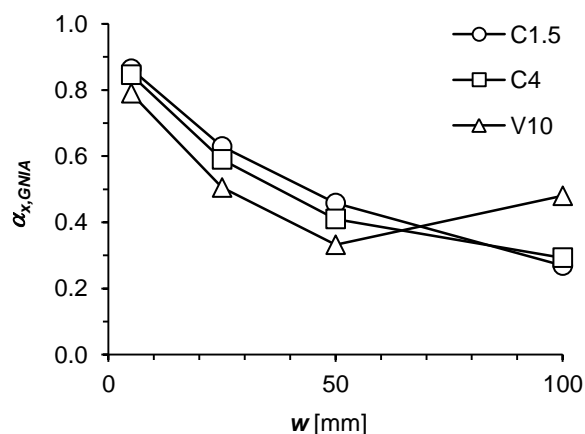
C1.5, 18x76 mm



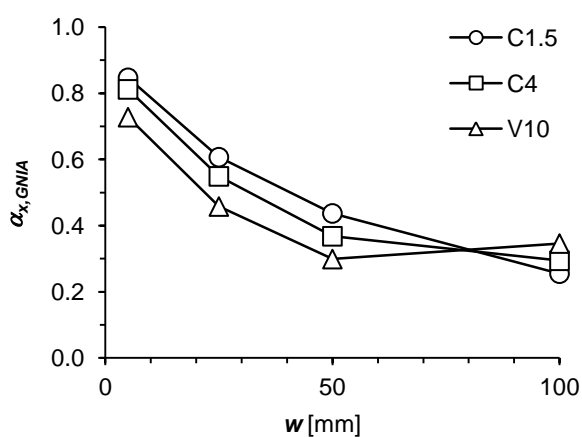
C1.5, 10x119 mm



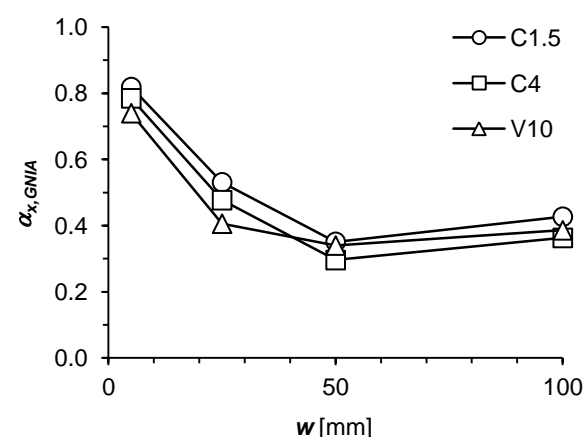
C4, 18x76 mm



C4, 10x119 mm



V10, 18x76 mm



V10, 10x119 mm

**Rys. 6.41.** Współczynnik redukcyjny  $\alpha_{x,GNIA}$  równomiernie ściskanej powłoki cylindrycznej ( $t=3$  mm, sfałdowanie: 18x76 mm i 10x119 mm, żebra: C1.5, C4 i V10) w funkcji amplitudy imperfekcji w otrzymanej na podstawie liniowej analizy stateczności (LBA)

## 6.6 Stateczność uźebrowanych silosów z blachy falistej

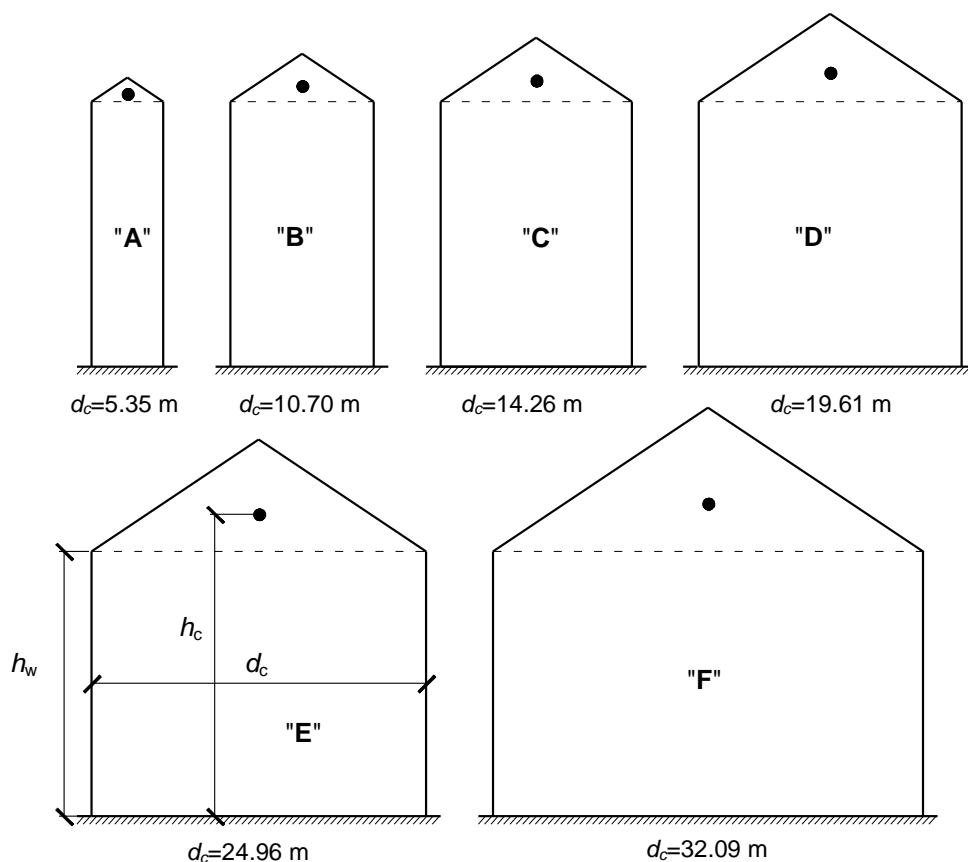
### 6.6.1 Wprowadzenie

W niniejszym rozdziale zawarto obliczenia nośności wyboczeniowej silosów wg [PN-EN 1993-1-3] oraz z wykorzystaniem metody elementów skończonych. Analizie poddano 6 reprezentatywnych silosów o różnych średnicach  $d_c=5.35\pm 32.09$  m oznaczonych symbolami A–F (rys. 6.42). Przyjęto, że silosy wykonane są w systemie firmy Riela [Riela 2013]. Dla wszystkich silosów ustalono stałą wysokość części cylindrycznej  $h_w=20.06$  m, w rezultacie czego otrzymano: 1 silos smukły (A), 3 silosy średnio-smukłe (B, C, D) i 2 silosy niskie (E, F) zgodnie z nomenklaturą [PN-EN 1993-4-1]. Wysokość  $h_c$  mierzona od poziomu dna do środka ciężkości stożka nasypu była zmienna i wynosiła od 20.6 m do 23.61 m. Podstawowe dane geometryczne silosów podano w tabeli 6.14. Płaszcz uźebrowano w kierunku pionowym profilami giętymi na zimno typu C i V (rys. 6.43–44). Wysokość pojedynczej cargi wynosiła 0.836 m, natomiast wysokość kształtownika wynosiła 2.5 m. Połączenia blach płaszcza wykonano ze śrub M9 klasy 8.8 w układzie jak na rysunku 6.43d, natomiast połączenia profili zrealizowano za pomocą wkładek (rys. 6.43b) lub blach czołowych (rys. 6.43d). Grubość płaszcza silosu zmieniała się skokowo co 0.25 mm i była nie mniejsza niż 0.75 mm. Silosy wykonano ze stali S350GD+Z o granicy plastyczności  $f_y=350$  MPa i module Younga  $E=210$  GPa. W obliczeniach przyjęto idealizację przekrojów poprzecznych kształtowników zgodnie z [PN-EN 1993-1-3], zastępując je odcinkami prostymi o długościach  $b_{p,i}$  (rys. 6.45). Wymiary osiowe profili rzeczywistych oraz idealizowanych zestawiono w tabeli 6.15. Charakterystyki geometryczne przekrojów poprzecznych wyznaczone na podstawie wymiarów obliczeniowych podano w tabeli 6.16. Nośności przekrojów poprzecznych wg (5.23) oraz masę profili C i V pokazano odpowiednio na rysunkach 6.46 i 6.47. Dla każdego silosu wykonano obliczenia nośności wyboczeniowej dla dwóch standardowych rozstawów słupów ( $d_s=0.7$  m, 1.4 m) oraz dwóch profili sfałdowania ściany płaszcza (18×76 i 10×119 mm).

Konstrukcje silosów zaprojektowano zgodnie z normą [PN-EN 1993-1-3] z pominięciem warunków stateczności globalnej. Nośność wyboczeniową silosów poddano szczegółowej analizie w dalszej części rozdziału. W celu zachowania klarowności analiz przyjęto, że silosy obciążone są wyłącznie materiałem sypkim (pozostałe obciążenia towarzyszące takie jak: ciężar własny, śnieg, wiatr i temperatura mają znaczenie drugorzędne). Obciążenie od materiału sypkiego wyznaczono dla parametrów pszenicy (tab. 6.17). Efektywny współczynnik tarcia ośrodka o ścianę falistą ( $\mu_{eff,f}=0.47$ ,  $\mu_{eff,u}=0.62$ ) wyznaczono zgodnie z zaleceniem [PN-EN 1991-4], przyjmując, że poślizg występuje na 20% powierzchni ściany, a w pozostałej części zachodzi ścięcie w materiale sypkim. Silosy A–E spełniały wymagania klasy oddziaływań ACC-2, natomiast największy silos F zaliczał się do klasy ACC-3. Obciążenie od materiału sypkiego wyznaczono dla stanu opróżniania. Obciążenie lokalne uwzględniono poprzez wprowadzenie zastępczego równomiernego parcia symetrycznego. Bezpośrednie uwzględnienie obciążenia lokalnego prowadzi do uzyskania podobnych sił wewnętrznych [Gallego i inni 2011]. Przyjęto zerowy mimośród napełniania i opróżniania. Rozważono 2 stany parametrów ośrodka sypkiego w celu określenia ekstremalnych obciążeń poziomych i pionowych. Siły wewnętrzne obliczono na podstawie teorii membranowej. Pominięto wpływ lokalnego zginania w strefie przypodporowej [Rotter i Sadowski 2012]. W obliczeniach stateczności przyjęto



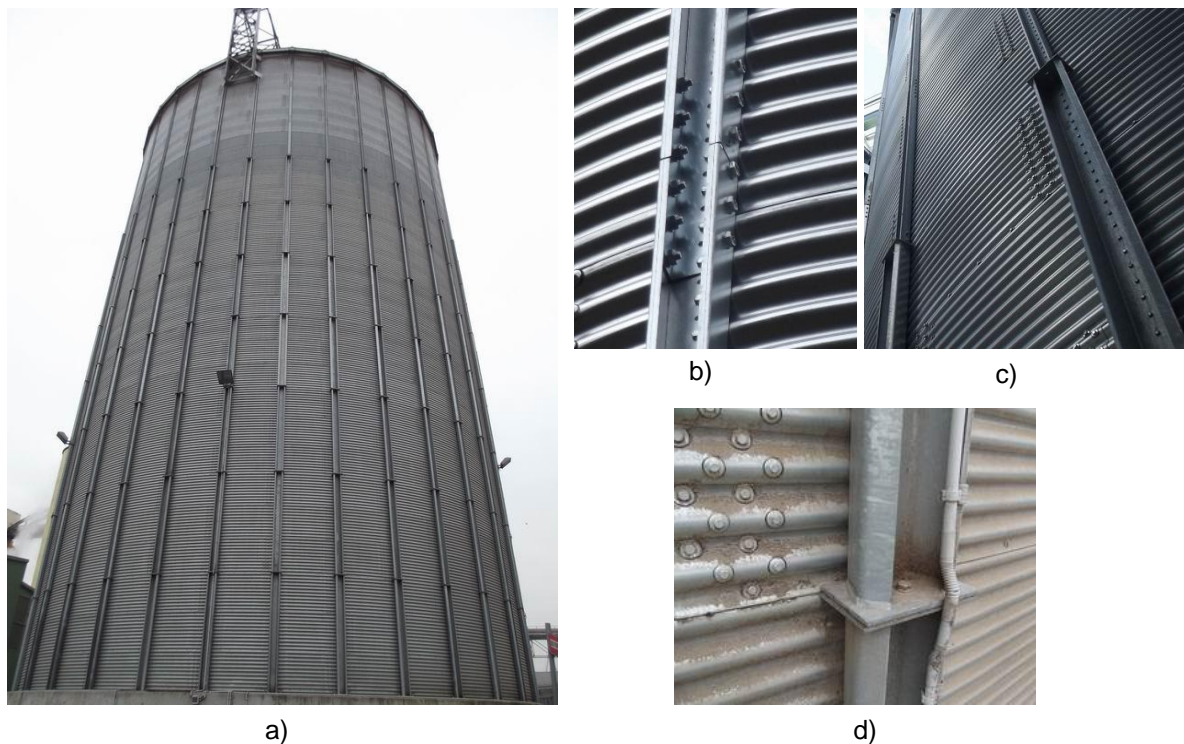
ekstremalne obliczeniowe obciążenie pionowe pochodzące od sił tarcia materiału sypkiego o ścianę (zwane dalej obciążeniem stycznym) oraz obciążenie poziome działające prostopadłe do powierzchni ściany (zwane dalej obciążeniem normalnym). Charakterystyczne obciążenia oraz szczegółowe dane dotyczące konstrukcji analizowanych silosów podano w załączniku Z.3.



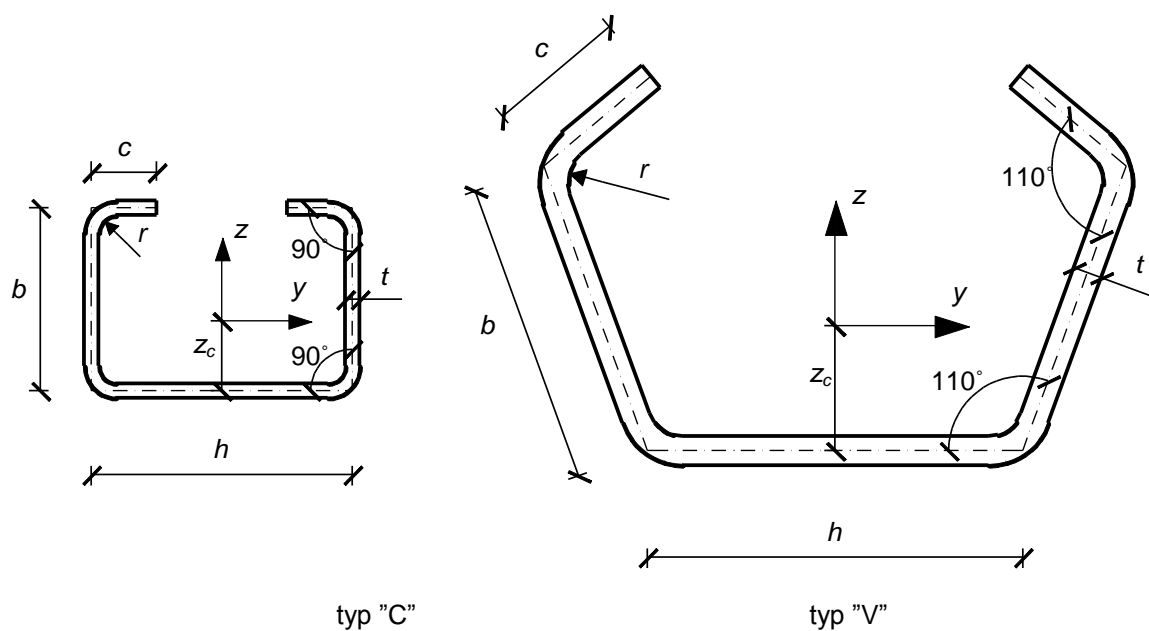
**Rys. 6.42.** Geometrie badanych silosów

**Tabela 6.14.** Wymiary badanych silosów (oznaczenia wg rysunku 6.42) oraz liczba słupów  $n$  w zależności od ich rozstawu  $d_s$

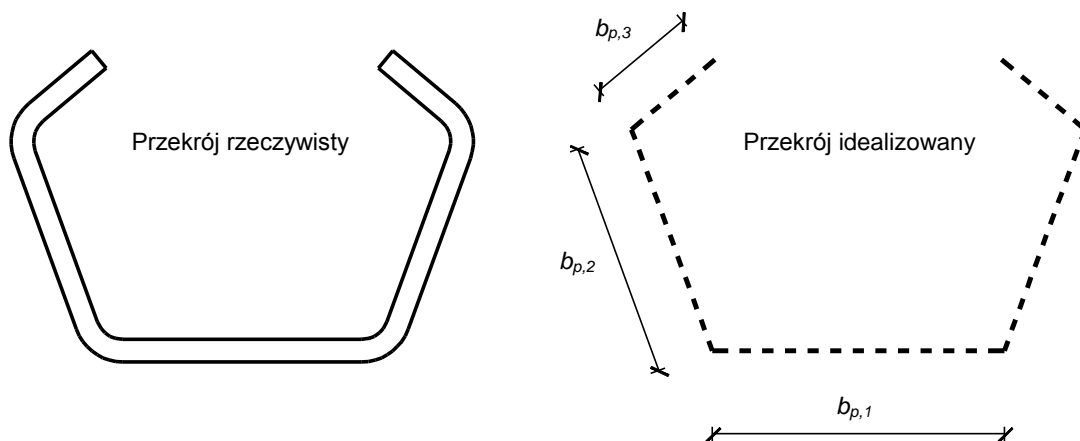
Oznaczenie	$d_c$ [m]	$h_c$ [m]	$\lambda = h_c/d_c$	$V$ [m <sup>3</sup> ]	$n$	
					$d_s = 0.7$ m	$d_s = 1.4$ m
silos A	5.35	20.67	3.86	464	24	12
silos B	10.70	21.27	1.99	1 911	48	24
silos C	14.26	21.67	1.52	3 461	64	32
silos D	19.61	22.27	1.14	6 724	88	44
silos E	24.96	22.87	0.92	11 186	112	56
silos F	32.09	23.67	0.74	19 139	144	72



**Rys. 6.43.** Silos firmy Riela z profilami typu C i V (seria 1700,  $d_c=15.15$  m,  $h_w=25$  m): a) widok silosu b) połączenie profili C, c) mimośrodowe połączenie profili C i V, d) połączenie profili V



**Rys. 6.44.** Przekroje poprzeczne profili giętych na zimno typu C i V stosowane w silosach



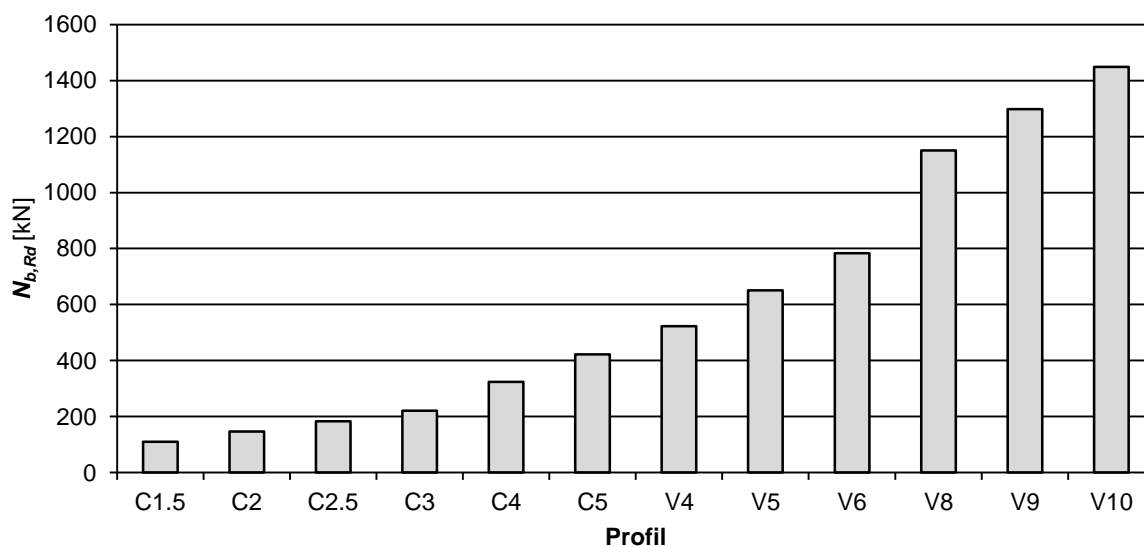
Rys. 6.45. Idealizacja przekroju poprzecznego zgodnie z [PN-EN 1993-1-3]

Tabela 6.15. Wymiary profili giętych na zimno typu C i V (rys. 6.44 i 6.45) stosowane w silosach

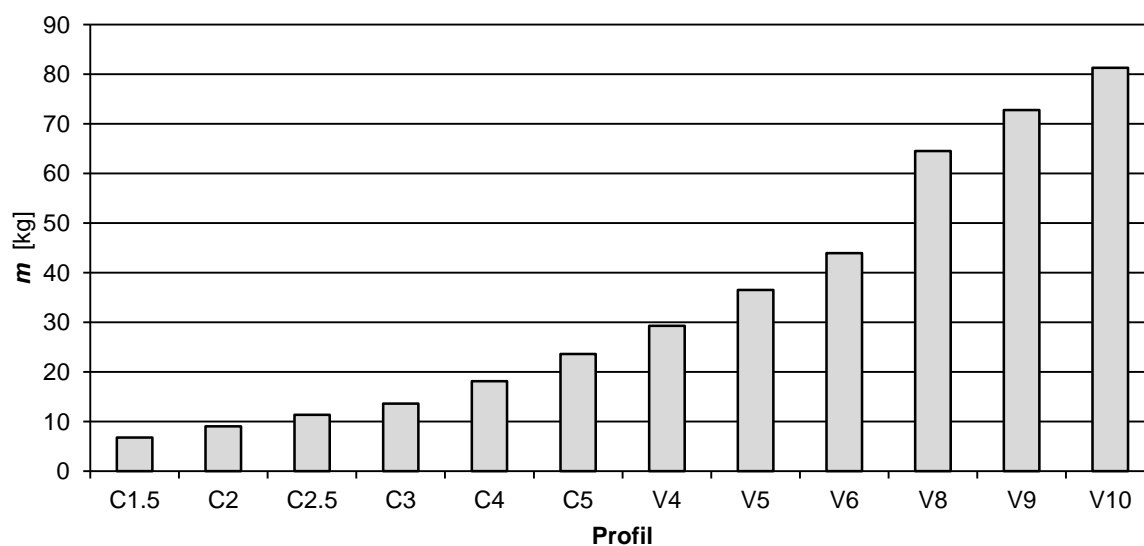
Typ	$t$ [mm]	$h$ [mm]	$b$ [mm]	$c$ [mm]	$r$ [mm]	$b_{p,1}$ [mm]	$b_{p,2}$ [mm]	$b_{p,3}$ [mm]
C	1.5	86.5	59.5	15.8	2.1	85	58	15
C	2.0	87.0	60.0	15.5	2.1	85	58	15
C	2.5	87.5	60.5	16.3	3.3	85	58	15
C	3.0	88.0	61.0	16.0	3.3	85	58	15
C	4.0	89.0	62.0	16.0	3.8	85	59	14
C	5.0	90.0	63.0	22.5	6.0	85	58	20
V	4.0	126.8	91.8	35.9	6.0	125	89	35
V	5.0	126.9	91.9	36.0	7.0	124	89	35
V	6.0	127.6	92.6	34.9	7.0	125	90	34
V	8.0	127.9	102.8	47.4	12.0	123	99	45
V	9.0	128.6	103.6	47.8	12.0	124	99	45
V	10.0	129.3	104.3	48.1	12.0	124	99	46

Tabela 6.16 Charakterystyki geometryczne przekrojów poprzecznych profili typu C i V:  $A_{br}$  – pole przekroju poprzecznego brutto,  $A_{eff}$  – efektywne pole przekroju poprzecznego wg [PN-EN 1993-1-3],  $I_y$  – moment bezwładności względem osi  $y$ ,  $I_z$  – moment bezwładności względem osi  $z$ ,  $J$  – moment bezwładności na skręcanie,  $z_c$  – odległość środka ciężkości od osi ścianki  $b_{p,1}$

Typ	$t$ [mm]	$A_{br}$ [cm <sup>2</sup> ]	$A_{eff}$ [cm <sup>2</sup> ]	$A_{br} / A_{eff}$	$I_y$ [cm <sup>4</sup> ]	$I_z$ [cm <sup>4</sup> ]	$J$ [cm <sup>4</sup> ]	$z_c$ [cm]
C	1.5	3.47	2.58	0.74	17.73	44.70	0.03	2.21
C	2.0	4.62	4.04	0.87	23.64	59.60	0.06	2.21
C	2.5	5.78	5.47	0.95	29.56	74.50	0.12	2.21
C	3.0	6.93	6.81	0.98	35.47	89.40	0.21	2.21
C	4.0	9.24	9.24	1.00	48.13	120.02	0.49	2.22
C	5.0	12.05	12.05	1.00	65.29	152.14	1.00	2.36
V	4.0	14.92	14.92	1.00	206.5	679.5	0.80	3.78
V	5.0	18.60	18.60	1.00	257.4	837.7	1.55	3.79
V	6.0	22.38	22.38	1.00	311.2	1026.5	2.69	3.78
V	8.0	32.88	32.88	1.00	599.8	1560.1	7.01	4.60
V	9.0	37.08	37.08	1.00	676.6	1778.9	10.01	4.58
V	10.0	41.40	41.40	1.00	763.5	1984.0	13.80	4.62



Rys. 6.46. Nośność obliczeniowa na ściskanie  $N_{b,Rd}$  (5.23) przekrojów poprzecznych profili C i V wykonanych ze stali S350GD+Z



Rys. 6.47. Masa  $m$  profili C i V o długości  $L=2.5$  m

Tabela 6.17. Ekstremalne wartości charakterystyczne parametrów materiałowych dla pszenicy

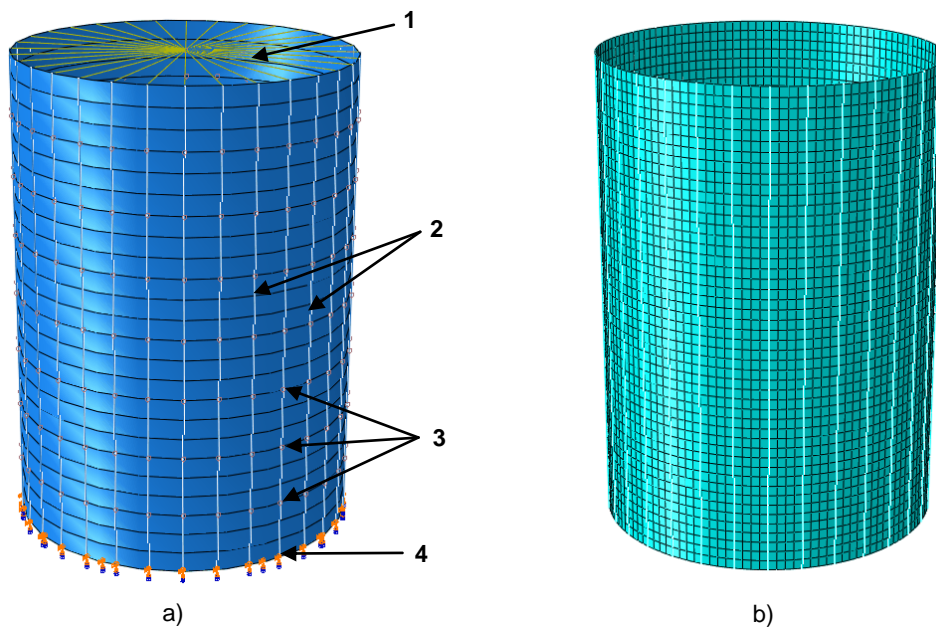
Ciężar jednostkowy $\gamma$		Kąt stoku naturalnego $\phi_r$	Kąt tarcia wewnętrznego $\phi_i$		Iloraz parcia bocznego $K$		Współczynnik tarcia D2 o ścianę płaską $\mu_w$	
$\gamma_l$ [kN/m <sup>3</sup> ]	$\gamma_u$ [kN/m <sup>3</sup> ]	$\phi_r$ [°]	$\phi_{i,l}$ [°]	$\phi_{i,u}$ [°]	$K_l$	$K_u$	$\mu_{w,l}$	$\mu_{w,u}$
MIN	MAX		MIN	MAX	MIN	MAX	MIN	MAX
7.5	9.0	34	26.79	33.6	0.49	0.6	0.33	0.44

### 6.6.2 Opis modeli MES

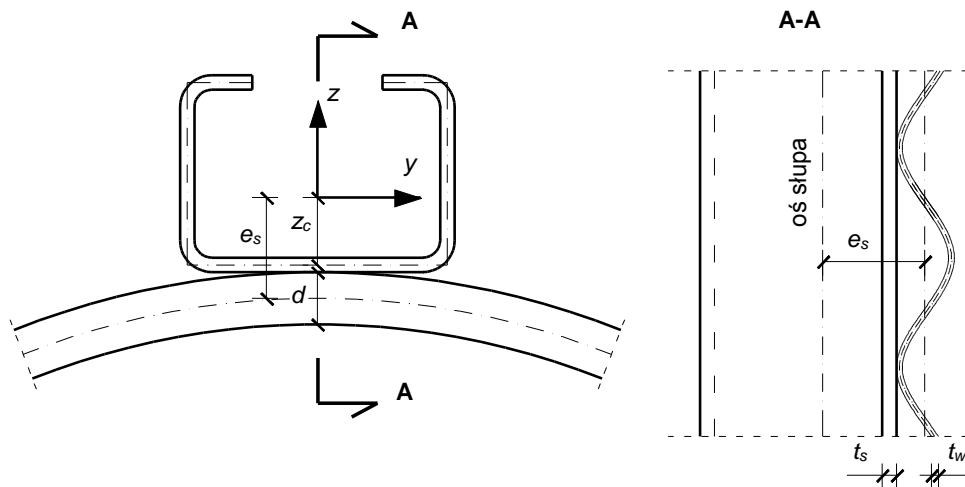
Analizę nośności wybozeniowej silosów wykonano w programie Abaqus [Abaqus 2010]. Konstrukcję silosu opisano elementami powłokowymi o równoważnych właściwościach ortotropowych oraz elementami belkowymi (tzw. model ortotropowy). W celu weryfikacji poprawności modelu ortotropowego wykonano jeden zaawansowany model silosu ( $d_c=5.35$  m) składający się w całości z elementów powłokowych (tzw. model powłokowy).

W ortotropowym modelu silosu (rys. 6.48) blachę falistą opisano równoważną powłoką o właściwościach ortotropowych z zastosowaniem elementów S4 z pełnym całkowaniem. Sztywności błonowe i zgięciowe powłoki przyjęto zgodnie z [PN-EN 1993-4-1]. Powierzchnię środkową powłoki umiejscowiono w osi blachy falistej. Słupy opisano 2-węzłowymi elementami belkowymi (prętowymi) B31OS z dodatkowym stopniem swobody uwzględniającym deplanację przekroju. Charakterystyki geometryczne słupów (tab. 6.16) wyznaczono jak dla przekrojów cienkościennych, przyjmując wymiary obliczeniowe  $b_{p,i}$  przekroju poprzecznego (tab. 6.15). Oś słupów została położona mimośrodowo względem powierzchni środkowej części cylindrycznej (rys. 6.49). Wartość mimośrodu położenia osi profili była skokowo zmienna na wysokości, co wynikało z różnego kształtu i wymiarów przekrojów poprzecznych profili C i V. Rozważono dwie możliwości połączenia słup–słup (rys. 6.48a): sztywne i przegubowe. Węzły powłoki zostały sztywno połączone z węzłami elementów belkowych z wykorzystaniem procedury „Tie” [Abaqus 2010], w której określono węzły słupów jako nadrzędne (master), natomiast węzły powłoki jako podrzędne (slave). Siatka elementów skończonych została wygenerowana w taki sposób, aby węzły elementów powłokowych i belkowych znajdowały się na tej samej wysokości. Przyjęto dwa warianty zamocowania słupów w fundamencie: sztywny i przegubowy. Założono, że dach silosu stanowi sztywną tarczę połączoną przegubowo ze ścianą silosu (rys. 6.48a).

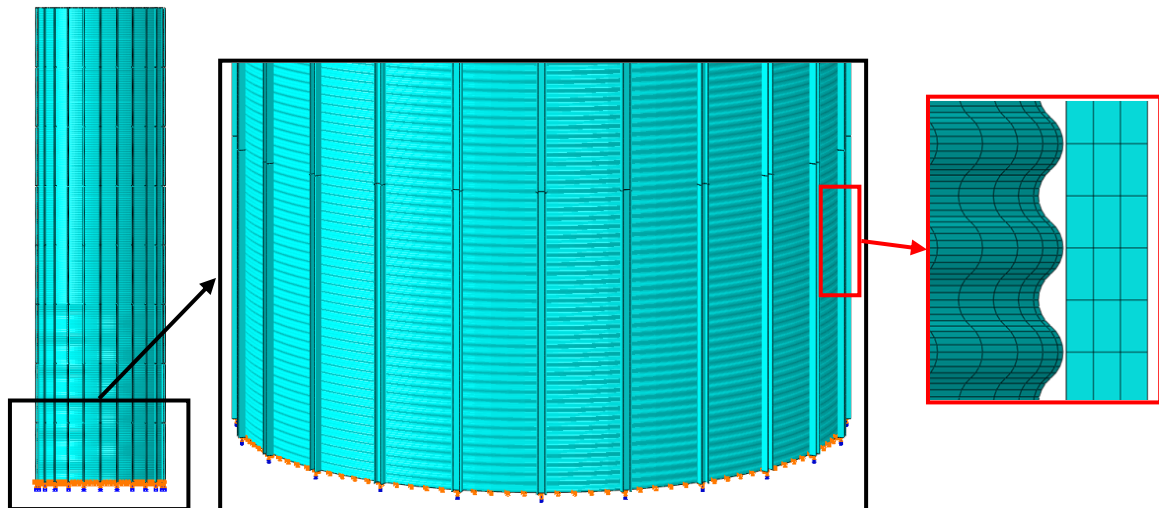
Szczegółowy model silosu wykonano w całości z elementów powłokowych S4R ze zredukowanym całkowaniem (rys. 6.50). W przeciwieństwie do modelu ortotropowego nie stwierdzono obecności pasożytniczych postaci wybozeniowych przy zastosowaniu elementów S4R. Przyjęto, że powierzchnia środkowa blachy falistej ma kształt sinusoidy. Węzły blachy falistej zostały połączone z węzłami słupów w każdej przylegającej fałdzie. Siatkę elementów skończonych wygenerowano tak, aby łączone węzły ściany i słupów znajdowały się na tej samej wysokości (rys. 6.50). Na obydwu końcach profili wprowadzono węzły referencyjne, z którymi połączono sztywno skrajne węzły profilu (rys. 6.51). Węzły referencyjne umiejscowiono w środku ciężkości przekroju poprzecznego. Profile słupa zostały połączone ze sobą sztywno poprzez węzły referencyjne. Słupy oraz blachę falistą połączono przegubowo z fundamentem (zablokowane wyłącznie skręcenie słupa). Dach modelowano jako sztywną tarczę identycznie jak w modelu ortotropowym.



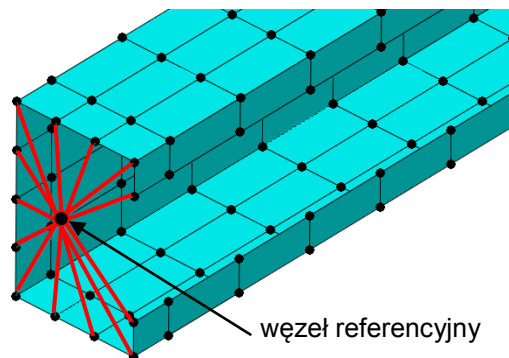
**Rys. 6.48.** Model ortotropowy silosu a) schemat ogólny: 1 – sztywne elementy zastępujące dach, 2 – słupy (elementy belkowe), 3 – połączenie słup–słup, 4 – podpory; b) siatka elementów skończonych



**Rys. 6.49.** Położenie osi słupów względem powierzchni środkowej blachy ( $d$  – wysokość profilu blachy falistej,  $e_s$  – mimośród żebra południkowego mierzony od powierzchni środkowej powłoki,  $t_s$  – grubość ścianki słupa,  $t_w$  – grubość ścianki płaszcza,  $z_c$  – odległość środka ciężkości przekroju poprzecznego słupa od osi ścianki przylegającej do płaszcza)



Rys. 6.50. Szczegółowy model silosu



Rys. 6.51. Połączenie profilu zimnogiętego z węzłem referencyjnym

### 6.6.3 Analiza wpływu siatki elementów skończonych na wartość mnożnika obciążenia wyboczeniowego

Analizę zbieżności rozwiązania w zależności od siatki przeprowadzono dla ortotropowego i szczegółowego modelu silosu o wymiarach:  $d_c=5.35$  m,  $h_w=20.06$  m i  $d_s=0.7$  m. Wybór silosu o najmniejszej średnicy determinowany był najmniejszą liczbą elementów skończonych potrzebną do dokładnego odwzorowania blachy falistej w modelu powłokowym. Do ściany silosu przyłożono obliczeniowe obciążenie styczne wyznaczone wg [PN-EN 1991-4]. Szczegółowe dane dot. konstrukcji i obciążeń silosu podano w załączniku Z.3. Wpływ siatki badano, porównując uzyskane wartości krytycznego mnożnika obciążenia  $\lambda$  (LBA) odpowiadającego globalnej postaci wyboczeniowej. Po przeprowadzeniu liniowej analizy stateczności uzyskano wiele lokalnych postaci wyboczenia. W celu uzyskania globalnej deformacji wyboczeniowej zwiększono sztywność słupów poprzez 5-krotne zwiększenie modułu Younga ( $E=5 \times 210=1050$  GPa). Podobny zabieg zastosowano w [Wójcik i inni 2011b], zwiększając 10-krotnie grubość ścianek słupów.

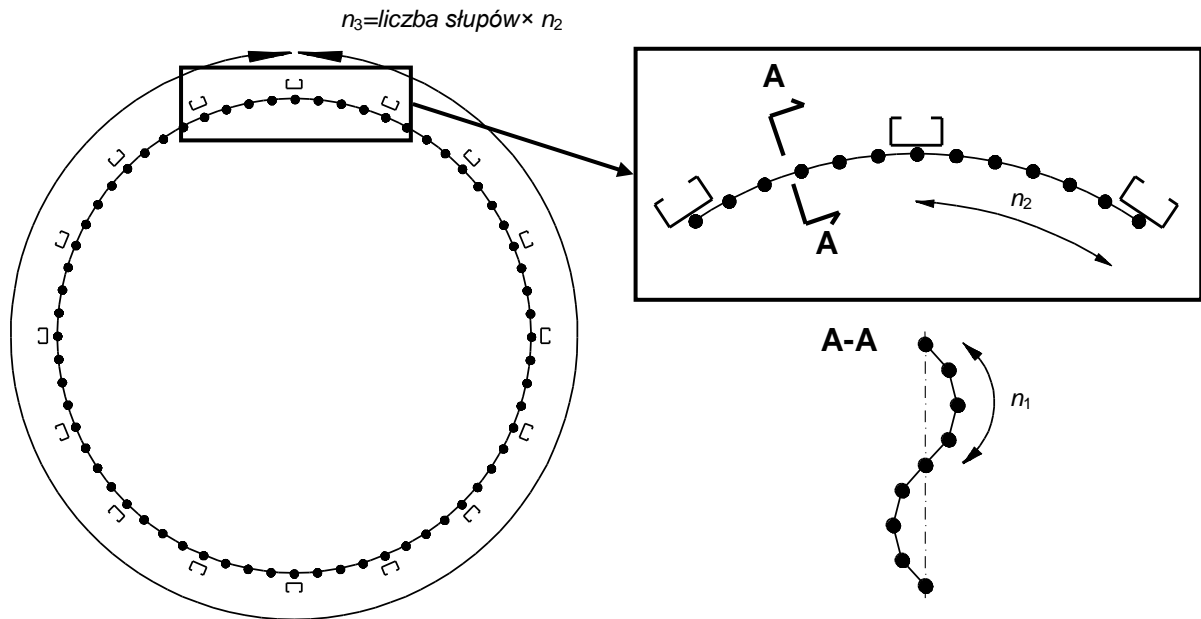
W modelu ortotropowym siatkę powłoki walcowej generowano tak, aby uzyskać elementy o stosunku długości boków  $h/b \approx 1$ . Wysokość elementu belkowego słupa ustalono jako równą wysokości elementu powłokowego. Oznaczenia podziałów na elementy skończone pokazano na

rysunku 6.52. Stwierdzono, że zagęszczanie siatki powoduje spadek krytycznego mnożnika obciążenia (tab. 6.18, rys. 6.53), który dąży asymptotycznie do wartości  $\lambda \approx 7.3$ . Dla początkowej siatki łączna liczba elementów skończonych na obwodzie wynosiła  $n_3=48$ , co odpowiadało rozmiarowi elementu powłokowego  $35 \times 35 \text{ cm}^2$ . Przy pierwszym zagęszczeniu siatki uzyskano spadek mnożnika  $\lambda$  o 7.5%, natomiast w kolejnych zmiana wynosiła odpowiednio 1.8% i 0.3%. Obwodowa liczba fal wyboczeniowych oraz półfal w kierunku pionowym były identyczne dla rozważanych siatek elementów skończonych i wynosiły kolejno  $n=7$  i  $m=2$  (rys. 6.54). Wystarczającą dokładność modelu uzyskano dla drugiej siatki o podziale  $n_3=96$  (14.4 tys. elementów skończonych).

W modelu szczegółowym badano wpływ dyskretyzacji fali ( $n_1=2, 4, 8$ ) oraz obwodu ( $n_2=4, 8$ ) na wartość mnożnika obciążenia krytycznego. Stosunek długości boków elementów skończonych blachy falistej był wysoki ze względu na dużą liczbę elementów w modelu (256-661 tys. ES) i wynosił zależnie od dyskretyzacji  $h/b \approx 5-37$ . W celu zmniejszenia nakładu obliczeniowego siatkę powłoki zagęszczano w kierunku pionowym w obszarze deformacji wyboczeniowej, tj. od poziomu fundamentu do połowy wysokości silosu. Rozmiar elementu skończonego słupa był stały i wynosił  $2 \times 3.6 \text{ cm}^2$  (rys. 6.51) niezależnie od siatki płaszcza. Dokładniejsze odwzorowanie sinusoidalnego profilu blachy falistej powodowało zwiększenie sztywności błonowej i zgięciowej powłoki, a w konsekwencji mnożnika  $\lambda$  (tab. 6.19 i rys. 6.55). Zagęszczenie siatki w kierunku obwodowym spowodowało obniżenie mnożnika  $\lambda$  o ok. 4÷7%. W modelu ortotropowym przy tej samej dyskretyzacji obwodu spadek był mniejszy i wynosił ok. 2%. Postacie wyboczeniowe modelu powłokowego (rys. 6.54) i ortotropowego (rys. 6.56) miały tę samą liczbę fal wyboczeniowych ( $n=7$  i  $m=2$ ). Podobne rezultaty analizy zbieżności siatki ściskanych ortotropowych powłok cylindrycznych przedstawiono w pracy [Schultz i Nemeth 2010].

Dla obydwu modeli silosu, tj. ortotropowego i szczegółowego, wartość obciążenia krytycznego oraz deformacje wyboczeniowe były bardzo podobne, przy czym łączna liczba elementów skończonych modelu ortotropowego, przy tej samej dyskretyzacji obwodu ( $n_3=96$ ), była 18–28 razy mniejsza w zależności od dyskretyzacji półfali blachy falistej (tab. 6.18–21). W modelu ortotropowym otrzymano szybką zbieżność rozwiązania, natomiast w modelu szczegółowym wraz ze wzrostem liczby elementów na półfali  $n_1$  zwiększał się błąd rozwiązania (rys. 6.55b). Zastosowanie modelu powłokowego do silosów o większych średnicach wymagałoby użycia bardzo dużej liczby elementów skończonych (kilka milionów) przy zachowaniu proporcji wymiarów  $1/3 < h/b < 3$ . Ponadto uzyskanie globalnej postaci wyboczeniowej silosu opisanego za pomocą modelu szczegółowego, w którym najmniejsze obciążenie krytyczne odpowiada dystorsyjnym lub miejscowym formom wyboczenia ścianek słupów, jest bardzo trudne (wiąże się z koniecznością obliczenia i analizy wielu postaci wyboczeniowych).

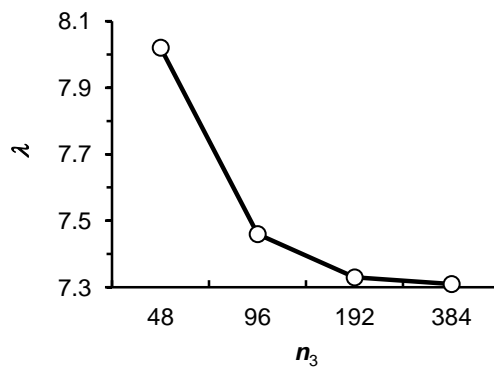




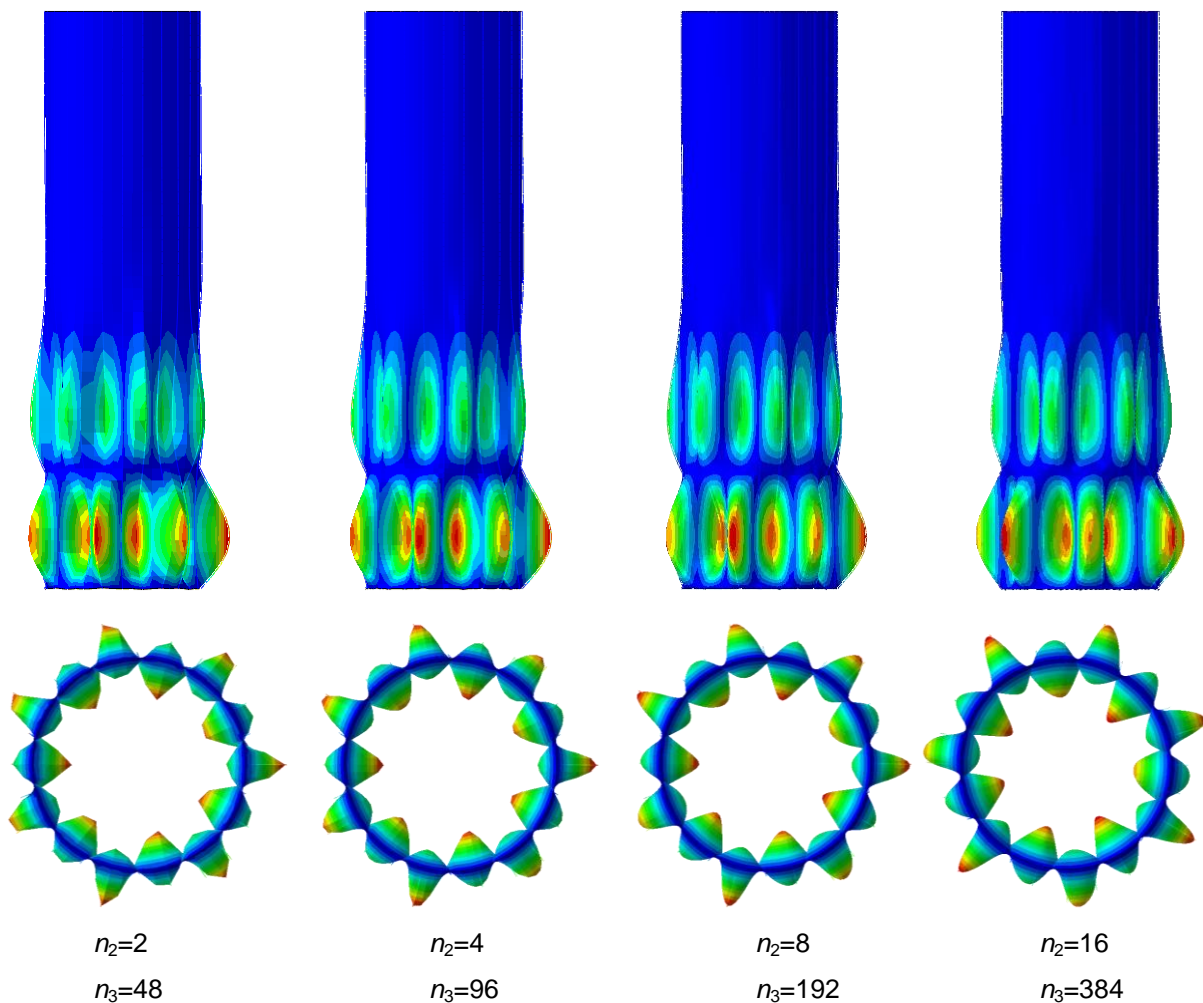
**Rys. 6.52.** Oznaczenia liczby elementów skończonych:  $n_3$  – obwodowa liczba elementów powłokowych,  $n_2$  – liczba elementów powłokowych pomiędzy słupami,  $n_1$  – liczba elementów powłokowych na półfali blachy falistej

**Tabela 6.18.** Analiza zbieżności siatki w modelu ortotropowym

Liczba ES pomiędzy słupami w kierunku obwodowym ( $n_2$ )	2	4	8	16
Liczba ES w kierunku obwodowym ( $n_3$ )	48	96	192	384
Łączna liczba ES (belkowych i powłokowych)	3 456	14 400	51 840	186 048
Mnożnik obciążenia $\lambda$	8.02	7.46	7.33	7.31



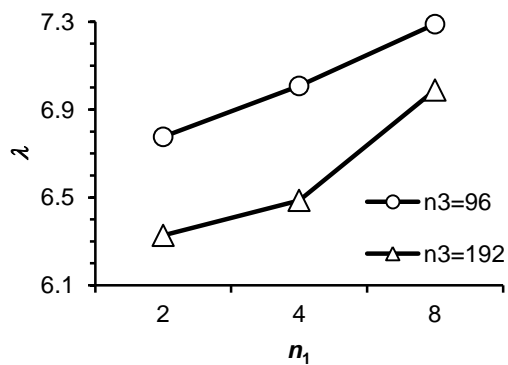
**Rys. 6.53.** Analiza zbieżności siatki w modelu ortotropowym: zależność krytycznego mnożnika obciążenia  $\lambda$  od obwodowej liczby elementów  $n_3$



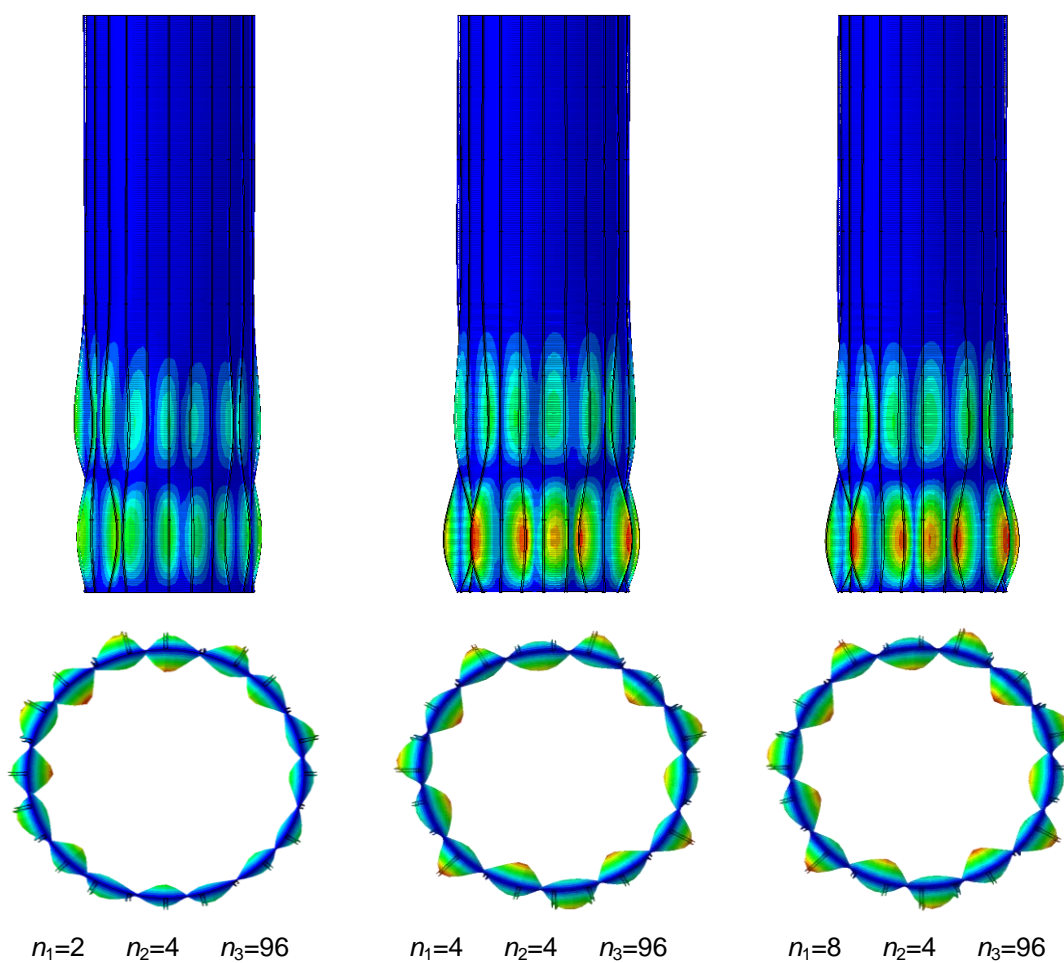
**Rys. 6.54.** Postacie wyboczeniowe modelu ortotropowego silosu ( $d_c=5.35$  m,  $h_w=20.064$  m,  $d_s=0.7$  m) o zwiększonej sztywności żeber w zależności od dyskretyzacji

**Tabela 6.19.** Analiza zbieżności siatki w modelu powłokowym

Liczba ES na półfali ( $n_1$ )	2	4	8	2	4	8
Liczba ES pomiędzy słupami w kierunku obwodowym ( $n_2$ )	4	4	4	8	8	8
Liczba ES w kierunku obwodowym ( $n_3$ )	96	96	96	192	192	192
Łączna liczba ES	255 744	306 432	407 808	357 120	458 496	661 248
Mnożnik obciążenia $\lambda$	6.78	7.01	7.29	6.33	6.49	6.99



**Rys. 6.55.** Analiza zbieżności siatki w modelu szczegółowym: zależność mnożnika obciążenia krytycznego  $\lambda$  od liczby elementów skończonych na półfali  $n_1$  dla obwodowej liczby elementów  $n_3=96$  i  $n_3=192$



**Rys. 6.56.** Postacie wyboczeniowe modelu powłokowego silosu ( $d_c=5.35$  m,  $h_w=20.064$  m,  $d_s=0.7$  m) o zwiększonej sztywności żeber dla różnych dyskretyzacji

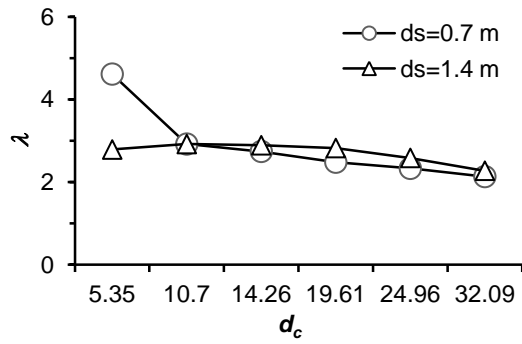
#### 6.6.4 Liniowa analiza stateczności

Analizę stateczności przeprowadzono dla silosów o 6 różnych średnicach i stałej wysokości  $h_w=20.06$  m (rys. 6.42). Dla każdej geometrii rozważono dwa rozstawy pionowych usztywnień ( $d_s=0.7$  m i  $d_s=1.4$  m). Sprawdzono zależność mnożnika obciążenia krytycznego  $\lambda$  od: sposobu zamocowania żeber w fundamencie, połączeń wewnętrznych żeber, usytuowania osi żeber oraz uwzględnienia dachu jako sztywnej tarczy. Przyjęto dwa przypadki obciążenia: 1) silos obciążony wyłącznie tarciem stycznym i 2) silos obciążony jednocześnie tarciem stycznym i naporem normalnym. Siatkę elementów skończonych generowano w taki sposób, aby uzyskać co najmniej 128 elementów w kierunku obwodowym, lecz nie mniej niż 2 elementy skończone pomiędzy słupami. Dyskretyzację analizowanych silosów podano w tabeli 6.20. Najwięcej elementów skończonych wykorzystano w silosie A (24 tys. ES), natomiast najmniej w silosie C (7 tys. ES).

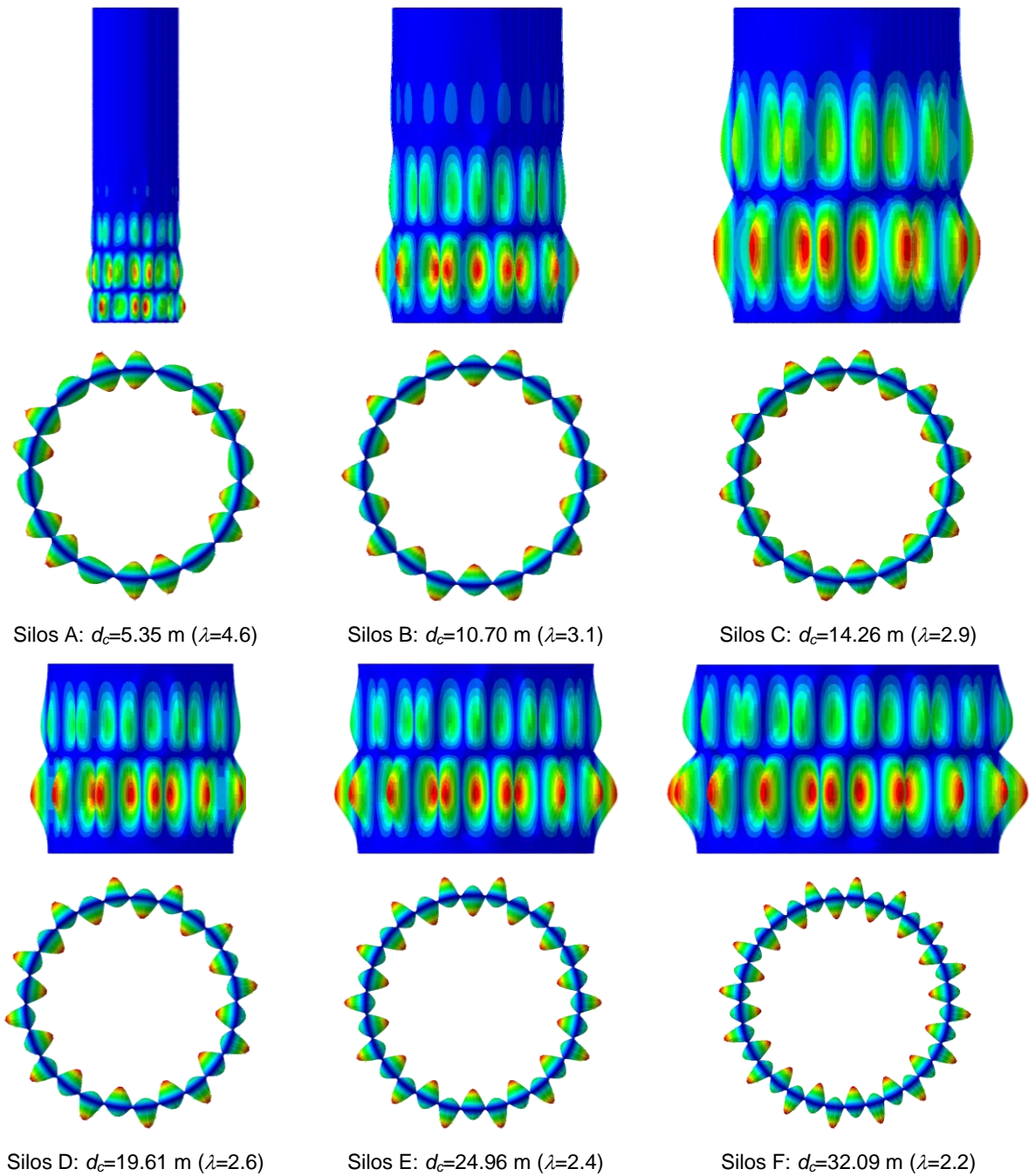
**Tabela 6.20.** Dyskretyzacja analizowanych silosów

Oznaczenie	$d_c$ [m]	Liczba ES w kierunku		Łączna liczba ES	Wymiary ES [m]
		Obwodowym	Pionowym		
silos A	5.35	144	167	24 072	0.12 x 0.12
silos B	10.7	144	87	12 559	0.23 x 0.23
silos C	14.26	128	57	7 336	0.35 x 0.35
silos D	19.61	176	57	10 087	0.35 x 0.35
silos E	24.96	224	57	12 838	0.35 x 0.35
silos F	32.09	288	57	16 507	0.35 x 0.35

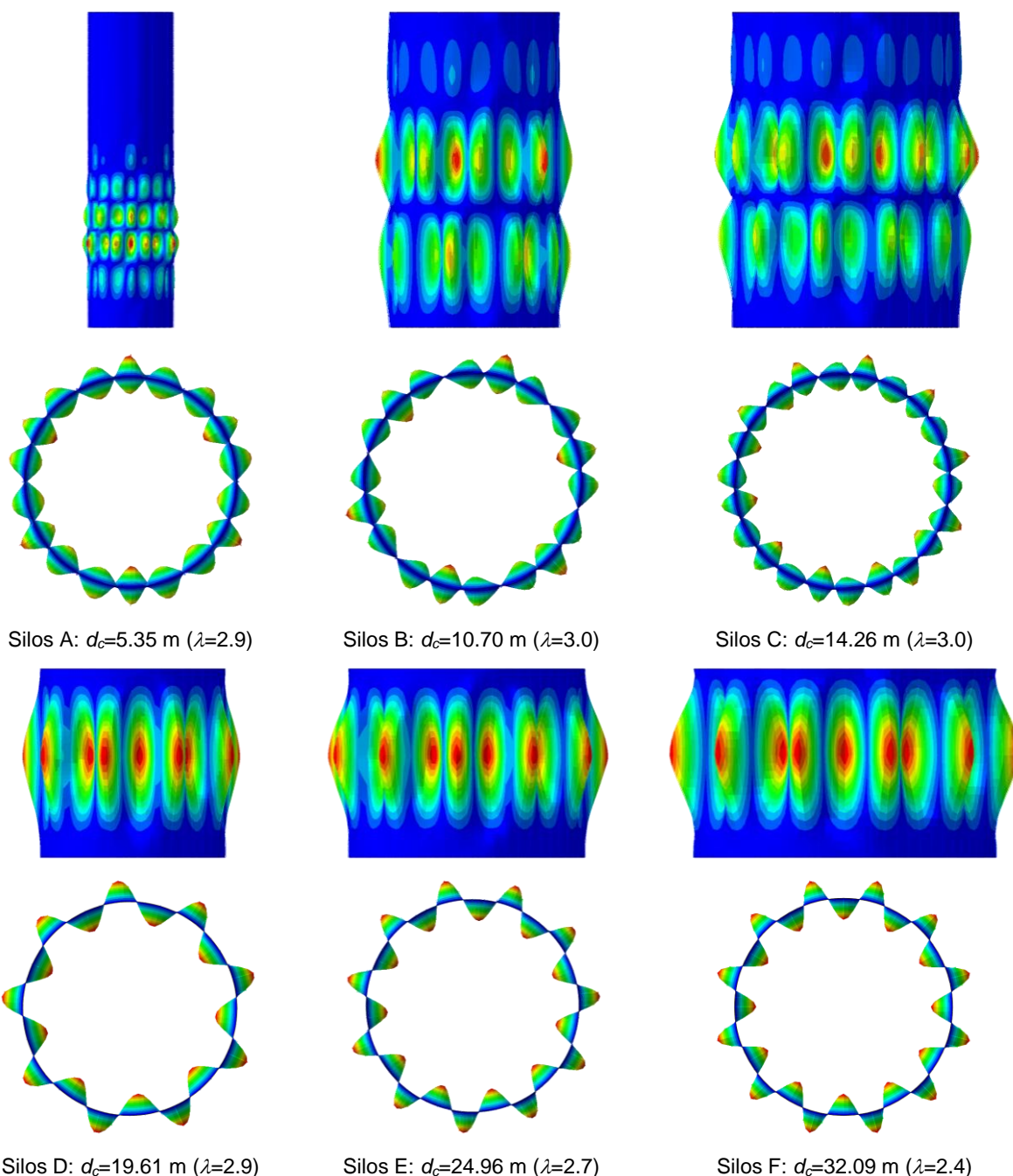
Wpływ rozstawu pionowych żeber zamocowanych przegubowo w fundamencie na wartość mnożnika obciążenia  $\lambda$  pokazano na rysunku 6.57. Odpowiadające postacie wybočeníowe przedstawiono na rysunkach 6.58-59. Dla wszystkich badanych konstrukcji mnożnik  $\lambda$  był większy od  $\lambda=2.2$ , pomimo że silosy zostały zaprojektowane bez uwzględnienia warunków stateczności. Największą nośność ( $\lambda=4.6$ ) wykazał silos A o rozstawie żeber  $d_s=0.7$  m, natomiast nośność pozostałych silosów zawierała się w dosyć wąskim przedziale  $\lambda=2.2\div 3.1$ . Różnica w obciążeniu krytycznym silosów B–F o tych samych średnicach i różnych rozstawach żeber była niewielka i wynosiła maksymalnie 14% (silos D). Silosy o dużej średnicy ( $d_c\geq 19.61$ ) miały niewiele większą nośność dla dużego rozstawu żeber ( $d_s=1.4$  m). Deformacje wybočeníowe silosów o rozstawie  $d_s=0.7$  m miały największe amplitudy w dolnej części, natomiast silosy o rozstawie  $d_s=1.4$  m miały największe amplitudy w połowie wysokości silosu. Liczba pionowych półfal ( $m$ ) i obwodowych fal ( $n$ ) wybočeníowych wynosiła  $m=2\div 3$  i  $n=9\div 16$  oraz  $m=1\div 3$  i  $n=9\div 12$  odpowiednio dla silosów o rozstawie  $d_s=0.7$  m oraz  $d_s=1.4$  m. Niezależnie od rozstawu żeber silosy o średnicy  $d_c\leq 14.26$  miały podobną liczbę obwodowych fal wybočeníowych (różnica nie większa niż  $n=1$ ).



**Rys. 6.57.** Mnożnik krytycznego obciążenia silosu  $\lambda$  w zależności od średnicy  $d_c$  dla dwóch rozstawów żeber  $d_s=0.7$  m i  $d_s=1.4$  m



**Rys. 6.58.** Pierwsza postać wyboczeniowa silosów A–F o rozstawie żeber  $d_s=0.7$  m

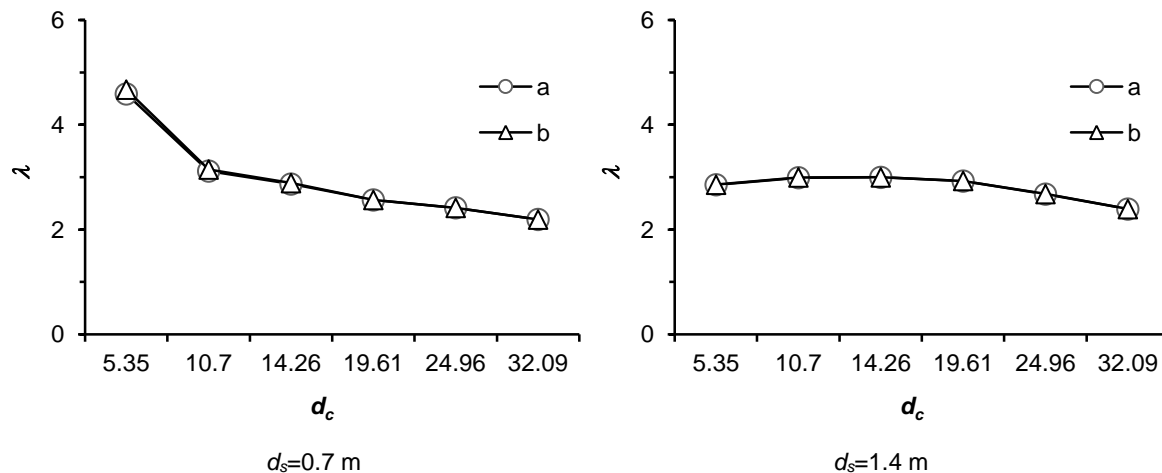


**Rys. 6.59.** Pierwsza postać wyboczeniowa silosów A–F o rozstawie żeber  $d_s=1.4$  m

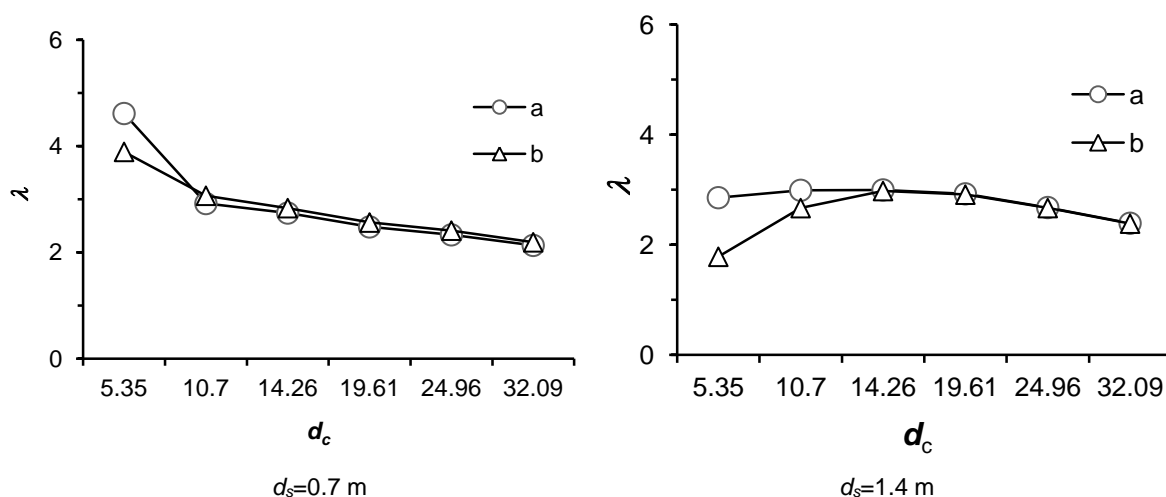
Wpływ sposobu podparcia silosu (zamocowanie przegubowe lub utwierdzenie) był pomijalny (rys. 6.60). Brak zachowania ciągłości zgięciowej żeber (przegubowe połączenia profili) spowodował spadek nośności wyboczeniowej o 15% w silosie A ( $d_s=0.7$  m) oraz o 38% i 11% odpowiednio w silosach A ( $d_s=1.4$  m) i B ( $d_s=1.4$  m). W pozostałych przypadkach wpływ połączeń przegubowych był pomijalny (rys. 6.61). Postacie wyboczeniowe silosów, w których nastąpił spadek mnożnika  $\lambda$ , charakteryzowały się załamaniami żeber (rys. 6.62).

W silosach z blachy falistej kształtowniki gięte na zimno (typu C, V, itp.) przylegają jedną ścianką do zewnętrznych fałd blachy falistej. Oś żeber położona jest mimośrodkowo względem

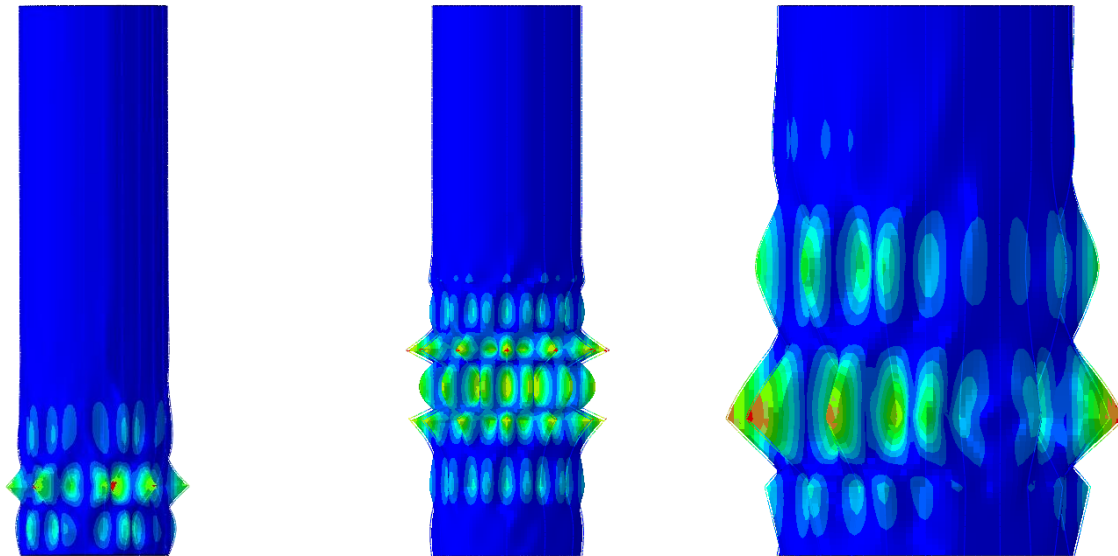
powierzchni środkowej blachy falistej. Brak uwzględnienia mimośrodkowego ustawienia osi żeber prowadzi do obniżenia mnożnika  $\lambda$  średnio o ok. 20% (rys. 6.63). Największy spadek  $\lambda$  wyniósł 38% (silos B:  $d_s=1.4$  m), natomiast najmniejszy 4% (silos F:  $d_s=1.4$  m). Wraz ze wzrostem średnicy silosu (oprócz silosu A:  $d_s=1.4$  m) wpływ mimośrodkowego ustawienia osi żeber zmniejszał się.



**Rys. 6.60.** Mnożnik obciążenia krytycznego  $\lambda$  w zależności od średnicy  $d_c$  dla różnego sposobu zamocowania żeber silosu: a) połączenie przegubowe, b) połączenie sztywne



**Rys. 6.61.** Mnożnik obciążenia krytycznego  $\lambda$  w zależności od średnicy  $d_c$  dla różnego rodzaju połączeń żebró-żebró: a) połączenie sztywne, b) połączenie przegubowe

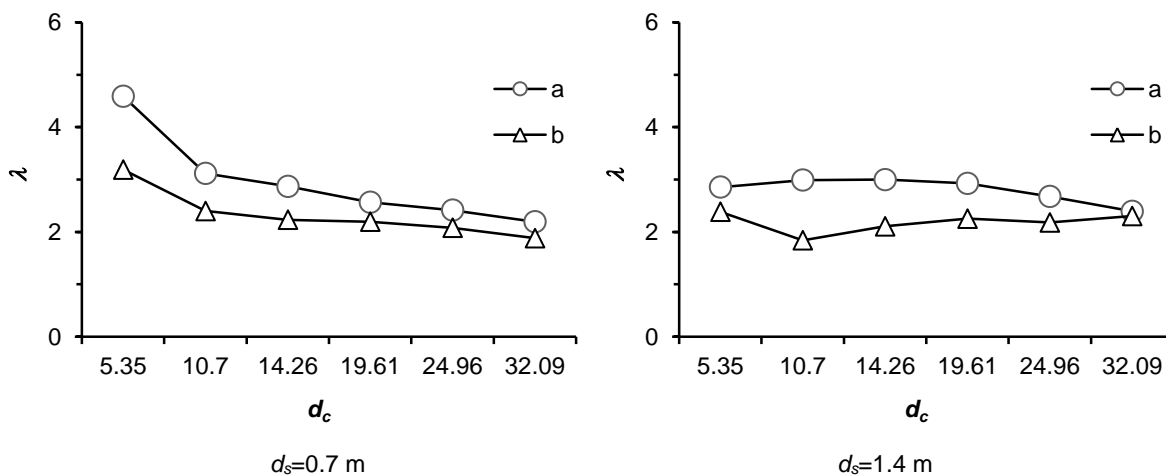


Silos A:  $d_s=0.7$  m ( $\lambda=3.9$ )

Silos A:  $d_s=1.4$  m ( $\lambda=1.8$ )

Silos B:  $d_s=1.4$  m ( $\lambda=2.7$ )

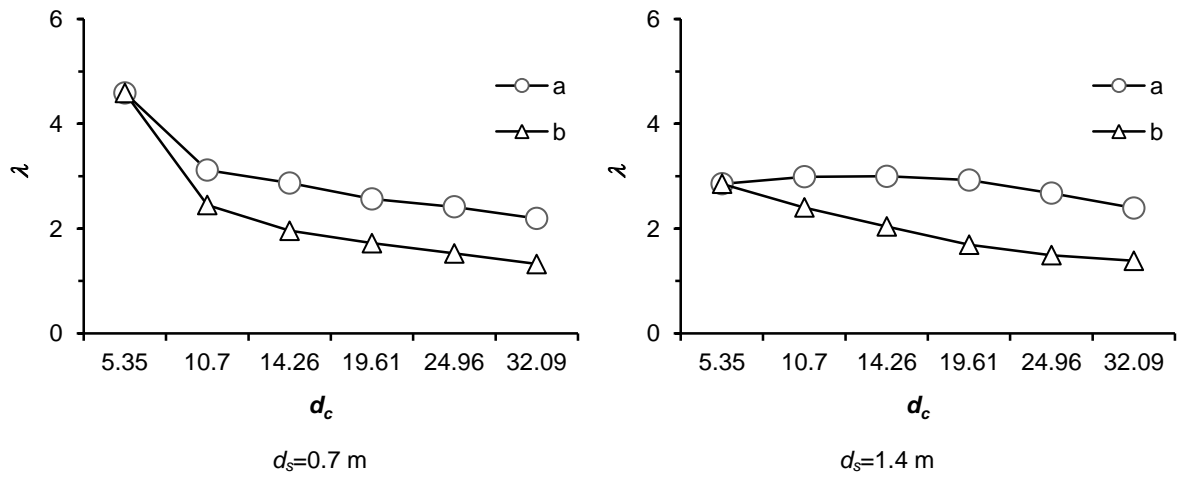
**Rys. 6.62.** Pierwsza postać wyboczeniowa silosów z przegubowymi połączeniami wewnętrznymi żeber



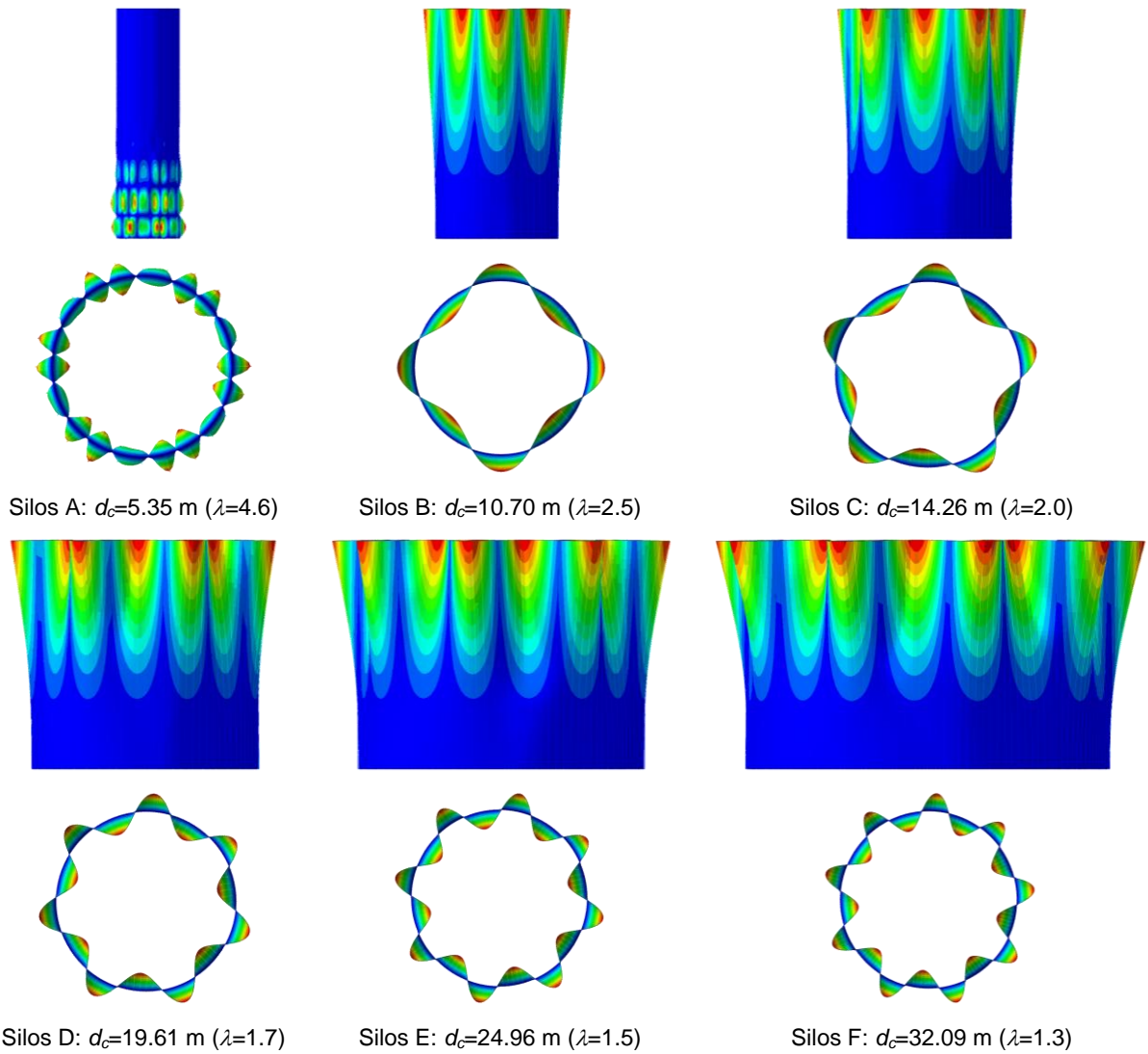
**Rys. 6.63.** Mnożnik obciążenia krytycznego  $\lambda$  w zależności od średnicy  $d_c$  dla silosów z osiami żeber usytuowanymi: a) mimośrodowo względem powłoki, b) w płaszczyźnie środkowej powłoki

Dach silosu stanowi usztywnienie górnego brzegu powłoki. W praktyce projektowej przyjmuje się zazwyczaj, że dach pełni funkcję nieskończenie sztywnego pierścienia. W niniejszej pracy nie modelowano szczegółowo konstrukcji dachu, rozważono natomiast w sposób uproszczony dwa skrajne przypadki silosów: 1) z dachem modelowanym jako nieskończenie sztywna tarcza, 2) bez dachu. W silosie o najmniejszej średnicy ( $d_c=5.35$ ), w którym deformacje wyboczeniowe wystąpiły poniżej połowy wysokości, nie stwierdzono wpływu dachu na wartość  $\lambda$  (rys. 6.64). Brak dachu w pozostałych silosach wpłynął znacząco na wartość mnożnika  $\lambda$  (spadek od 20% do 45%) oraz na kształt postaci wyboczeniowych.





**Rys. 6.64.** Mnożnik obciążenia krytycznego  $\lambda$  w zależności od średnicy  $d_c$  dla silosów: a) z dachem modelowanym jako sztywna tarcza, b) bez dachu

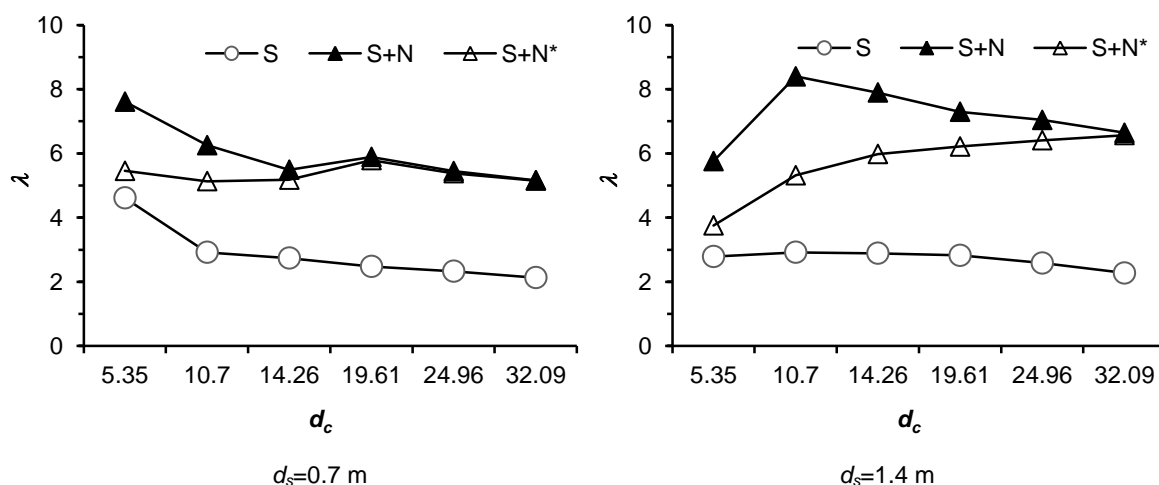


**Rys. 6.65.** Pierwsza postać wyoboczeniowa silosów A–F o rozstawie żeber  $d_s = 0.7$  m bez nieskończonego sztywnego pierścienia zastępującego dach

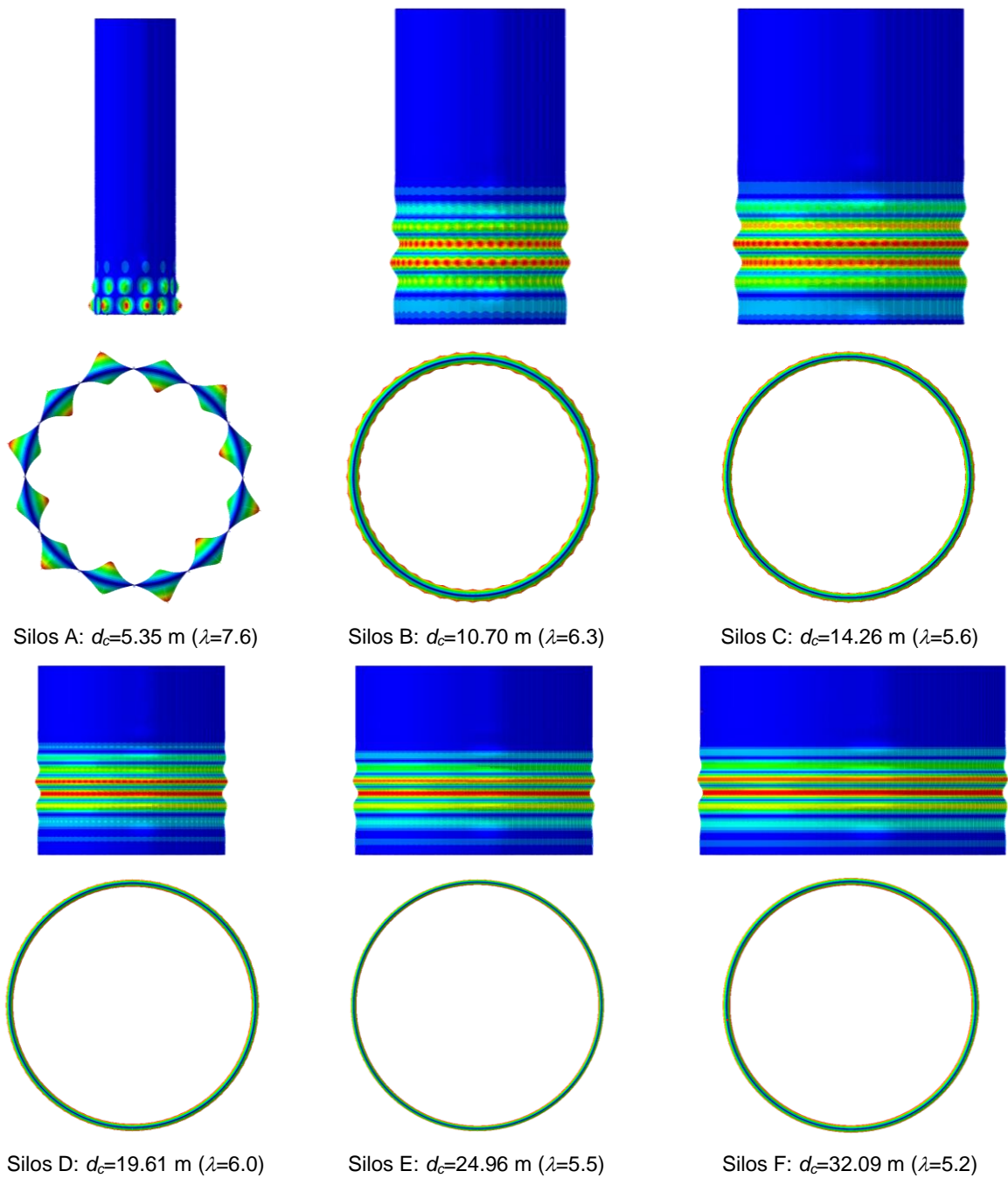
Pozytywny wpływ naporu normalnego na nośność wyboczeniową silosów nie jest ujęty w procedurach [PN-EN 1991-4]. Napór, jaki wywiera materiał sypki na ścianę silosu, powoduje wzrost nośności wyboczeniowej płaszcza. Brak uwzględnienia tego zjawiska przy wyznaczaniu nośności wyboczeniowej silosu jest podejściem bezpiecznym, jednak z drugiej strony może prowadzić do nieekonomicznego projektowania. W niniejszej pracy wpływ naporu normalnego na wartość mnożnika  $\lambda$  badano w dwóch wariantach. W pierwszym wariantcie obciążeniem bazowym, dla którego poszukiwano mnożnika  $\lambda$ , było jednocześnie przyłożone obciążenie styczne i napór normalny. W drugim wariantcie silos obciążono w pierwszym kroku obliczeniowym naporem normalnym, a następnie poszukiwano mnożnika obciążenia stycznego.

Nośność wyboczeniowa silosów obciążonych stycznie i naporem normalnym wg pierwszego wariantu była od 65% do 192% większa w porównaniu do silosów obciążonych wyłącznie tarciem stycznym (rys. 6.66). Największy względny wzrost mnożnika  $\lambda$  wystąpił w największym silosie F o rzadkim rozmieszczeniu słupów. Średni wzrost obciążenia krytycznego wynosił 116% i 165% odpowiednio dla silosów o gęstym i rzadkim rozmieszczeniu pionowych usztywnień. Dla wszystkich analizowanych silosów mnożnik  $\lambda$  był nie mniejszy niż  $\lambda=5.2$ . Wszystkie postacie wyboczeniowe z wyłączeniem najmniejszego silosu A były osiowoosymetryczne (rys. 6.67).

W silosach obciążonych wg drugiego wariantu stwierdzono również wzrost nośności wyboczeniowej (od 18% do 189%) w porównaniu do silosów obciążonych stycznie (rys. 6.66). W konstrukcjach o małych średnicach względny wzrost  $\lambda$  był niewielki (od 18% do 35%), jednak wraz ze wzrostem średnicy obciążenie krytyczne zwiększało się. Silosy o rozstawie żeber  $d_s=0.7$  m i średnicy  $d_c \geq 19.61$  m uzyskały zbliżoną wartość mnożnika  $\lambda$  do silosów z obciążeniem stycznym i normalnym wg pierwszego wariantu, natomiast dla silosów o rozstawie  $d_s=1.4$  m uzyskano zbliżoną wartość  $\lambda$  dopiero dla największej średnicy  $d_c=32.09$  m.



**Rys. 6.66.** Mnożnik obciążenia krytycznego  $\lambda$  w zależności od średnicy  $d_c$  dla silosów z obciążeniem stycznym (S), z obciążeniem stycznym i normalnym (S+N) oraz z obciążeniem stycznym i normalnym, gdzie mnożnik obciążenia normalnego jest stały i wynosi  $\lambda=1$  (S+N\*)



**Rys. 6.67.** Pierwsza postać wyboczeniowa silosów A–F o rozstawie żeber  $d_s=0.7$  m obciążonych jednocześnie tarciem stycznym i naporem normalnym

### 6.6.5 Analiza geometrycznie nieliniowa (GNA)

Nieliniowe geometrycznie analizy silosów A–F przeprowadzono w celu określenia wpływu imperfekcji na spadek nośności wyboczeniowej silosów. Zakres badań obejmował silosy A–F wykonane z blachy falistej 18×76 mm oraz wzmocnione kształtownikami o rozstawie  $d_s=0.7$  m i  $d_s=1.4$  m. W modelu obliczeniowym przyjęto następujące założenia:

- pionowe żebra i blachę falistą zamocowano przegubowo w fundamencie,
- w uźebrowaniu zachowano ciągłość na zginanie na całej wysokości (brak przegubów wewnętrznych),
- osie żeber usytuowano mimośrodowo względem powierzchni środkowej blachy falistej,
- dach zastąpiono sztywną tarczą, którą połączono przegubowo ze ścianą silosu.

Przyjęto identyczną siatkę elementów skończonych jak w liniowej analizie wyboczeniowej (tab. 6.20). Rozważono dwa przypadki obciążenia płaszcza silosu: 1) obciążenie styczne oraz 2) jednocześnie przyłożone obciążenie styczne i normalne. Wartość przyłożonego obciążenia była równa wartości obciążenia krytycznego, które otrzymano na drodze liniowej analizy stateczności (LBA).

Analizy MES przeprowadzono z wykorzystaniem nieliniowej geometrycznie analizy statycznej i dynamicznej. W analizie statycznej przyjęto sterowanie parametrem długości łuku, przy czym przyrost obciążenia w początkowej fazie analizy był nie większy niż 5% całkowitego obciążenia. Analizę dynamiczną wykonano w czasie  $t=100$  s (ten sam czas przyjęto w analizie powłok cylindrycznych). Krok czasu był dobierany automatycznie i wynosił maksymalnie 5 s (co w przybliżeniu odpowiadało przyrostowi obciążenia  $\Delta\lambda=0.05 \cdot p_w$  lub  $\Delta\lambda=0.05 \cdot (p_w + p_h)$ ). Wpływ prędkości obciążania na wartość obciążenia granicznego zbadano dla silosu C. Różnica pomiędzy obciążeniem granicznym otrzymanym dla czasu analizy  $t=10000$  s była mniejsza o 1% w porównaniu do czasu  $t=100$  s.

Jako wstępną imperfekcję geometryczną przyjęto deformację odpowiadającą pierwszej postaci wyboczeniowej (LBA) dla rozważanego stanu obciążenia. Imperfekcję wprowadzono jako wstępne zaburzenie geometrii układu bez uwzględnienia dodatkowych naprężeń, które występują w rzeczywistych konstrukcjach. Dla każdej średnicy silosu badane amplitudy wstępnych imperfekcji były stałe i wynosiły:  $w=5, 10, 25, 50$  i  $100$  mm. Przeprowadzone badania numeryczne obejmowały 144 nieliniowe analizy statyczne i dynamiczne.

Na podstawie norm [PN-EN 1993-1-3, PN-EN 1993-1-6] można wyznaczyć amplitudę lokalnej imperfekcji płaszcza silosu wykonanego z blachy gładkiej  $w_{ok}$  oraz amplitudę owalności powłoki cylindrycznej  $w_{ur}$ . Dla silosów A i F amplitudy  $w_{ok}$  i  $w_{ur}$  wynosiły odpowiednio  $w_{ok}=3$  mm i  $w_{ur}=40$  mm oraz  $w_{ok}=8$  mm i  $w_{ur}=112$  mm. Warto zwrócić uwagę, że amplitudy imperfekcji wyznaczone dla silosów z blach gładkich wg [PN-EN 1993-1-3] nie są miarodajne dla silosów z blach falistych zarówno pod względem kształtu, jak i amplitudy. W silosach z blach falistych imperfekcje determinowane są inną metodą montażu. Dla silosu o średnicy 15.35 m wykonanego z blachy falistej pomierzona amplituda imperfekcji wynosiła  $w=50$  mm (Z.2).

Wyniki analiz numerycznych zaprezentowano w formie zależności mnożnika obciążenia  $\lambda$  od względnego skrócenia silosu  $u/h$  (rys. 6.68–74). Mnożniki obciążenia  $\lambda$  wyrażono jako stosunek  $\lambda_{GNIA}/\lambda_{LBA}$ , gdzie  $\lambda_{GNIA}$  – mnożnik obciążenia wg GNIA i  $\lambda_{LBA}$  – mnożnik obciążenia krytycznego wg LBA. Względne skrócenie silosu  $u/h$  wyrażono jako stosunek uśrednionego pionowego

przemieszczenia górnego pierścienia silosu do wysokości części cylindrycznej. Linia ciągłą oznaczono ścieżki równowagi analizy statycznej, natomiast linią przerywaną oznaczono ścieżki równowagi analizy dynamicznej. Otrzymane ścieżki równowagi statycznej pokrywały się ze ścieżkami analizy dynamicznej, przy czym w niektórych przypadkach maksymalne obciążenie obliczone na podstawie analizy statycznej było znacznie mniejsze niż na podstawie analizy dynamicznej. Przykładowo mnożnik obciążenia granicznego silosu D (o rozstawie żeber  $d_s=0.7$  m i amplitudzie wstępnej imperfekcji  $w=25$  mm) wyznaczony na podstawie analizy dynamicznej wynosił  $\lambda=0.55$  i był większy o 50% od mnożnika obciążenia obliczonego na podstawie analizy statycznej  $\lambda=0.36$  (rys. 6.71). Zastosowanie jednocześnie dwóch rodzajów analizy (stycznej i dynamicznej) jest pomocne w wyznaczaniu obciążenia granicznego. Z jednej strony wyniki analizy statycznej pozwalają określić, czy w rozwiązaniu dynamicznym uzyskano efekt quasi-stycznego obciążania, natomiast z drugiej strony analiza dynamiczna pozwala ocenić, czy utrata zbieżności w rozwiązaniu statycznym jest spowodowana osiągnięciem obciążenia granicznego.

Wszystkie badane silosy obciążone stycznie o imperfekcji  $w \leq 10$  mm charakteryzowały się liniowymi ścieżkami równowagi, natomiast wyboczenie miało charakter niesygnalizowany. W konstrukcjach z dużymi amplitudami wstępnych imperfekcji ( $w \geq 50$  mm) zależność obciążenia od przemieszczenia była nieliniowa od początku analizy. Maksymalne obciążenie silosów o amplitudach  $w \geq 25$  mm miało podobną wartość. Dla amplitud  $w=25$  i  $w=50$  mm zaobserwowano przeskoki na ścieżkach równowagi (rys. 6.71–73). W kilku przypadkach silosy z dużą amplitudą wstępnych imperfekcji były w stanie przenieść większe obciążenie od silosów z mniejszą amplitudą imperfekcji (np. rys. 6.71:  $d_s=0.7$  m).

Na podstawie otrzymanych ścieżek równowagi (rys. 6.68–73) określono współczynniki redukcyjne  $\alpha_{x,GNIA}$  i  $\alpha_{x,GNIA}^*$ , służące do określenia nośności wyboczeniowej silosu na podstawie liniowej analizy wyboczeniowej. Współczynnik  $\alpha_{x,GNIA}$  zdefiniowano jako maksymalną wartość  $\lambda_{GNIA}/\lambda_{LBA}$ , natomiast bardziej restrykcyjny  $\alpha_{x,GNIA}^*$  wyrażono jako stosunek  $\lambda_{GNIA}/\lambda_{LBA}$ , przy którym nastąpił umowny spadek sztywności układu (20%) w kierunku pionowym, zilustrowany na rysunku 6.75.

Silosy obciążone stycznie wykazały dużą wrażliwość na amplitudę imperfekcji w zakresie  $w=0-25$  mm (rys. 6.78). Średni spadek nośności wyboczeniowej dla małej amplitudy imperfekcji  $w=10$  mm był znaczący i wynosił 40%. Dla amplitudy  $w=25-100$  mm współczynnik redukcyjny zawierał się w przedziale  $\alpha_{x,GNIA}=0.4-0.65$ . W konstrukcjach o rozstawie żeber  $d_s=0.7$  m zaobserwowano zależność  $\alpha_{x,GNIA}$  od średnicy płaszcza. Średnia wartość współczynnika  $\alpha_{x,GNIA}$  w zakresie  $w=25-100$  mm wynosiła 0.43 i 0.61 odpowiednio dla silosów A–C i D–F (rys. 6.78).

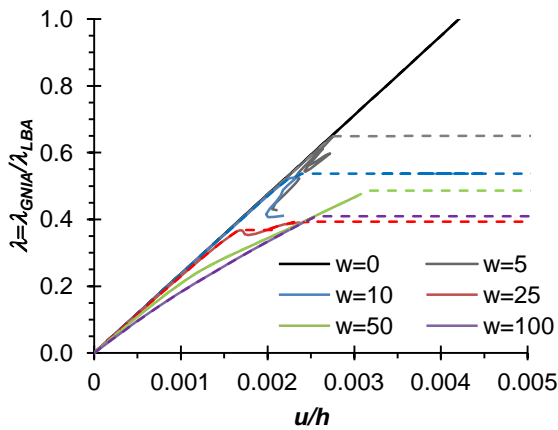
Współczynniki redukcyjne  $\alpha_{x,GNIA}$  i  $\alpha_{x,GNIA}^*$  były podobne dla  $w=0-10$  mm (rys. 6.79). W przedziale większych amplitud wstępnych imperfekcji ( $w=25-100$  mm) różnica zwiększała się. Minimalne wartości  $\alpha_{x,GNIA}^*=0.12-0.24$  wystąpiły dla największej badanej amplitudy  $w=100$  mm. Krzywe  $\alpha_{x,GNIA}^*(w)$  miały podobny przebieg dla wszystkich badanych silosów. Maksymalne odchylenie standardowe  $\alpha_{x,GNIA}^*$  wynosiło 0.04 ( $w=100$  mm) i 0.05 ( $w=10$  mm) odpowiednio dla rozstawu słupów  $d_s=0.7$  m i  $d_s=1.4$  m.

Zalecana normowa wartość współczynnika  $\alpha_x=0.8$  w odniesieniu do przeprowadzonych analiz odpowiada bardzo małej amplitudzie  $w\approx 5$  mm, co wydaje się niebezpieczne. W rzeczywistych konstrukcjach amplituda imperfekcji może osiągać wartość  $w=50$  [Sondej i inni 2016], jednak nie odpowiada ona pierwszej postaci wyboczeniowej. Pewnym kompromisem może być przyjęcie amplitudy imperfekcji  $w=25$  mm, gdyż jej zwiększenie nie powoduje istotnego spadku obciążenia granicznego. Uwzględniając umowne kryterium ograniczonego spadku sztywności, rekomendowany współczynnik redukcyjny  $\alpha_x$  w odniesieniu do silosów obciążonych stycznie wynosi  $\alpha_{x,GNIA}^*(w=25\text{ mm})=0.4$ , co stanowi dwukrotnie mniejszą wartość niż zalecana w [PN-EN 1993-4-1].

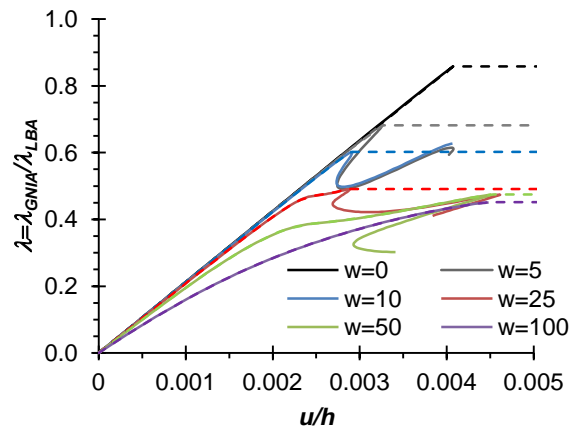
W silosach z jednocześnie przyłożonym obciążeniem stycznym i normalnym zależność  $\alpha_{x,GNIA}(w)$  różniła się od silosów obciążonych stycznie (rys. 6.80), natomiast zależność  $\alpha_{x,GNIA}^*(w)$  była podobna (rys. 6.81). Większość konstrukcji o niezaburzonej geometrii nie osiągnęła obciążenia krytycznego ( $\alpha_{x,GNIA}=0.8-1.0$ ) co było rezultatem deformacji powstałych od obciążenia normalnego. Wraz ze wzrostem amplitudy  $w$  stopniowo zmniejszał się redukcyjny współczynnik  $\alpha_{x,GNIA}$ . W badanym zakresie amplitud  $w$  nie wystąpiły wyraźne wartości asymptotyczne  $\alpha_{x,GNIA}$ . We wszystkich silosach z wyjątkiem silosu A ( $d_s=0.7$  m) imperfekcje geometryczne słupów były osiowosymetryczne (rys. 6.67). Wpływ innej jakościowo formy imperfekcji na przebieg  $\alpha_{x,GNIA}^*(w)$  jest widoczny na rysunku 6.81. Należy zwrócić uwagę, że długość fal wyboczeniowych w osiowosymetrycznych imperfekcjach była znacznie mniejsza, natomiast ich krzywizna była nawet kilkukrotnie większa. Ścieżki równowagi silosów z osiowosymetryczną imperfekcją miały podobny przebieg, charakteryzujący się łagodnym przejściem do stanu utraty stateczności, dlatego pokazano je tylko dla jednego referencyjnego silosu C (rys. 6.74). Dla amplitudy imperfekcji  $w=25$  mm oraz umownego dopuszczalnego spadku sztywności wartość redukcyjnego współczynnika była taka sama jak w przypadku silosów obciążonych wyłącznie tarciem materiału sypkiego i wynosiła  $\alpha_{x,GNIA}^*=0.4$ .

Dla silosu C o rozstawie  $d_s=0.7$  m i amplitudzie  $w=50$  mm zaprezentowano deformacje silosu w poszczególnych fazach obciążenia (rys. 6.76). W pierwszej fazie ( $0 < t \leq 20$  s) maksymalne deformacje były niewielkie i pojawiły się w dolnej części płaszcza podobnie jak w liniowej analizie wyboczeniowej. W drugiej fazie ( $20 < t \leq 40$  s) nastąpił duży wzrost przemieszczeń  $u_{max} \approx 0.3$  m oraz powstały dodatkowe deformacje w połowie wysokości silosu. Całkowite zniszczenie silosu nastąpiło w chwili  $t \approx 42.5$  s, któremu towarzyszyła nagle zmiana deformacji.

Na podstawie przeprowadzonych nieliniowych analiz stwierdzono, że normowy współczynnik  $\alpha_x=0.8$  nie odzwierciedla rzeczywistego wpływu imperfekcji. W chwili obecnej nie jest możliwe precyzyjne ustalenie wpływu imperfekcji, które wymaga przeprowadzenia licznych pomiarów imperfekcji oraz dalszych analiz uwzględniających niesymetryczność obciążenia i różne formy wstępnych imperfekcji.

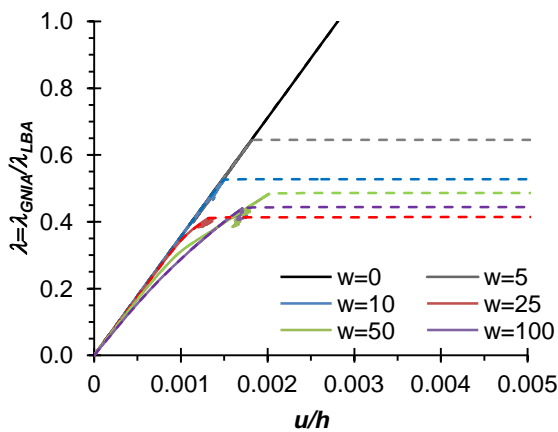


$d_s=0.7\text{ m}$

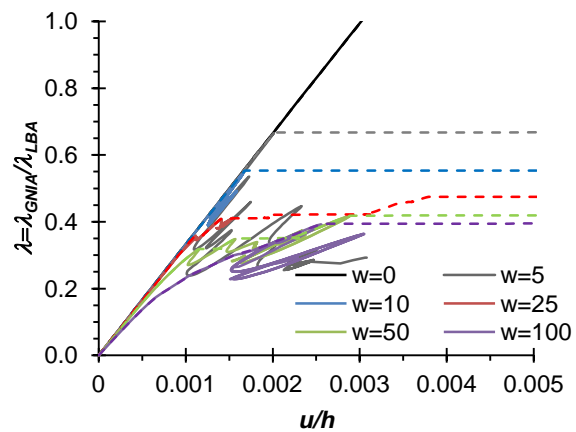


$d_s=1.4\text{ m}$

**Rys. 6.68.** Silos A: zależność mnożnika obciążenia  $\lambda_{GNIA}/\lambda_{LBA}$  od względnego skrócenia silosu  $u/h$  dla różnych amplitud imperfekcji  $w$  [mm] (1 postać wybojeniowa) na podstawie nieliniowej analizy statycznej (—) i dynamicznej (- - -)

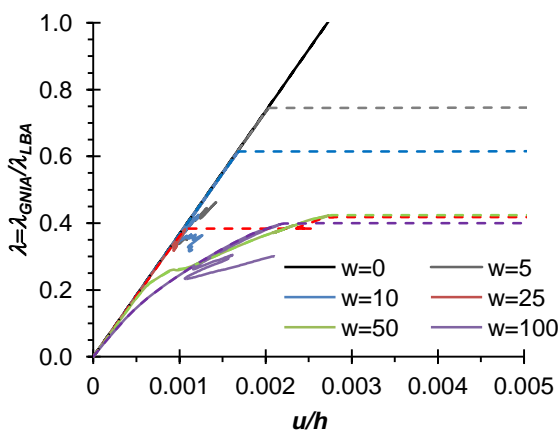


$d_s=0.7\text{ m}$

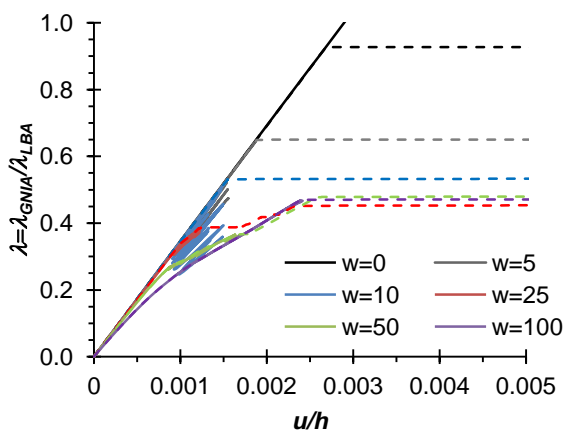


$d_s=1.4\text{ m}$

**Rys. 6.69.** Silos B: zależność mnożnika obciążenia  $\lambda_{GNIA}/\lambda_{LBA}$  od względnego skrócenia silosu  $u/h$  dla różnych amplitud imperfekcji  $w$  [mm] (1 postać wybojeniowa) na podstawie nieliniowej analizy statycznej (—) i dynamicznej (- - -)

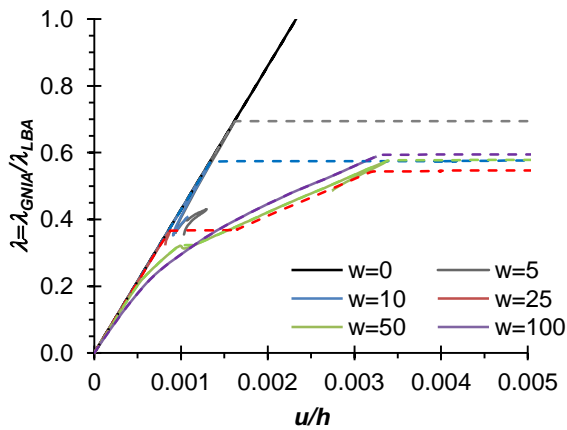


$d_s=0.7\text{ m}$

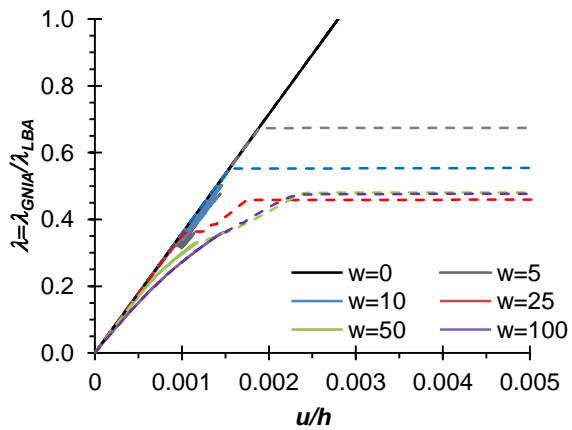


$d_s=1.4\text{ m}$

**Rys. 6.70.** Silos C: zależność mnożnika obciążenia  $\lambda_{GNIA}/\lambda_{LBA}$  od względnego skrócenia silosu  $u/h$  dla różnych amplitud imperfekcji  $w$  [mm] (1 postać wybojeniowa) na podstawie nieliniowej analizy statycznej (—) i dynamicznej (- - -)

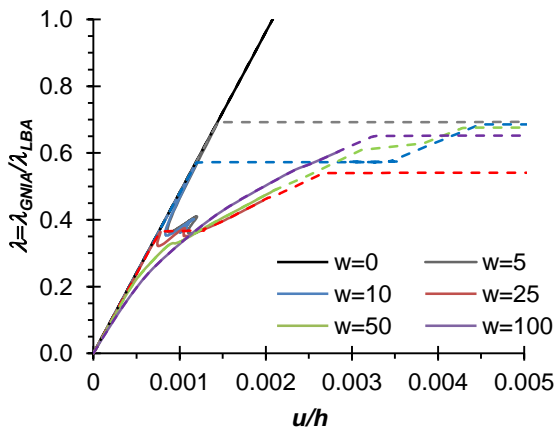


$d_s=0.7$  m

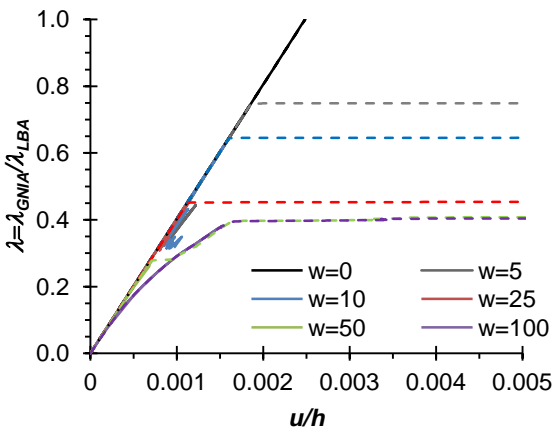


$d_s=1.4$  m

**Rys. 6.71.** Silos D: zależność mnożnika obciążenia  $\lambda_{GNIA}/\lambda_{LBA}$  od względnego skrócenia silosu  $u/h$  dla różnych amplitud imperfekcji  $w$  [mm] (1 postać wyboczeniowa) na podstawie nieliniowej analizy statycznej (—) i dynamicznej (- - -)

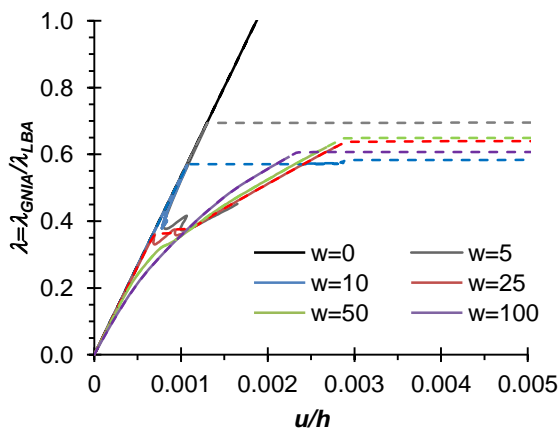


$d_s=0.7$  m

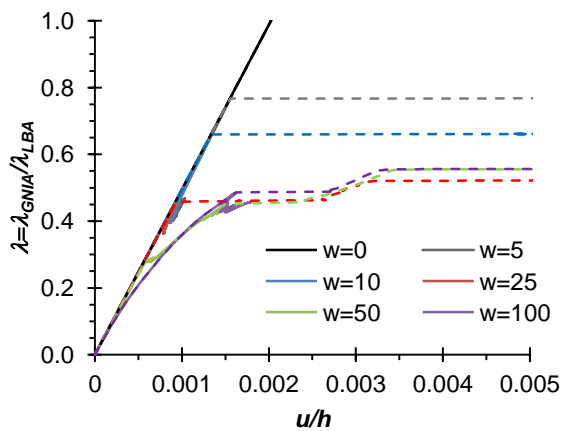


$d_s=1.4$  m

**Rys. 6.72.** Silos E: zależność mnożnika obciążenia  $\lambda_{GNIA}/\lambda_{LBA}$  od względnego skrócenia silosu  $u/h$  dla różnych amplitud imperfekcji  $w$  [mm] (1 postać wyboczeniowa) na podstawie nieliniowej analizy statycznej (—) i dynamicznej (- - -)



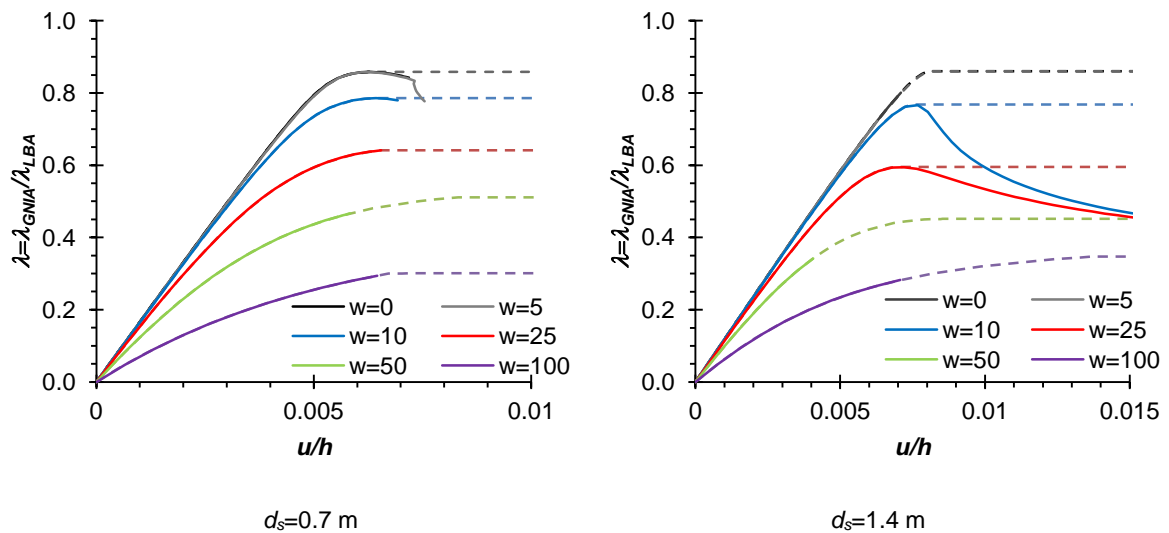
$d_s=0.7$  m



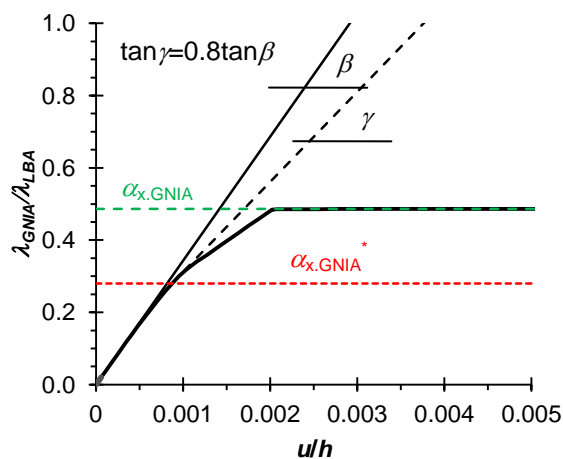
$d_s=1.4$  m

**Rys. 6.73.** Silos F: zależność mnożnika obciążenia  $\lambda_{GNIA}/\lambda_{LBA}$  od względnego skrócenia silosu  $u/h$  dla różnych amplitud imperfekcji  $w$  [mm] (1 postać wyboczeniowa) na podstawie nieliniowej analizy statycznej (—) i dynamicznej (- - -)

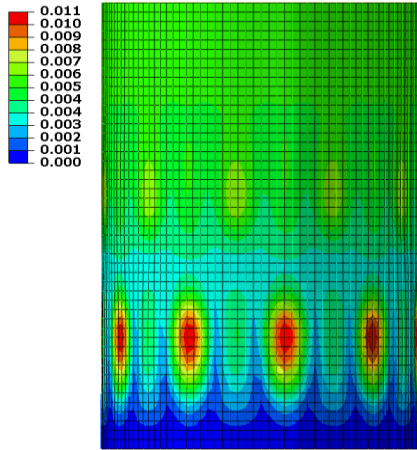




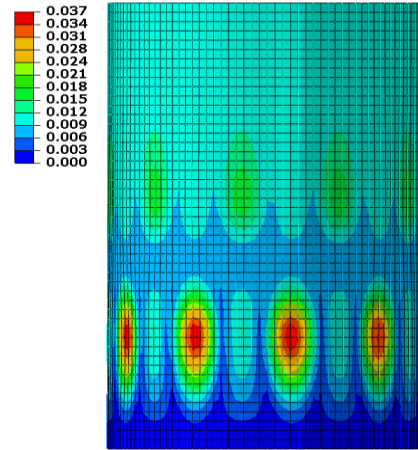
**Rys. 6.74.** Silos C z obciążeniem stycznym i normalnym: zależność mnożnika obciążenia  $\lambda_{GNIA}/\lambda_{LBA}$  od względnego skrócenia silosu  $u/h$  dla różnych amplitud imperfekcji  $w$  [mm] (1 postać wyboczeńiowa) na podstawie nieliniowej analizy statycznej (—) i dynamicznej (- - -)



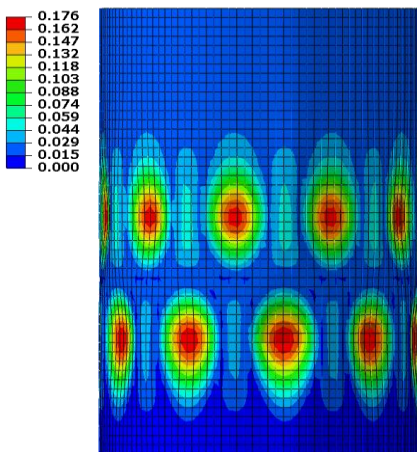
**Rys. 6.75.** Sposób określania redukcyjnych współczynników  $\alpha_{x.GNIA}$  i  $\alpha_{x.GNIA}^*$



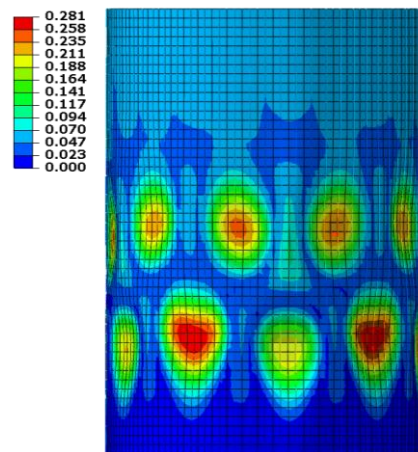
$\lambda_{GNIA}/\lambda_{LBA}=0.1$  ( $t=10$  s)



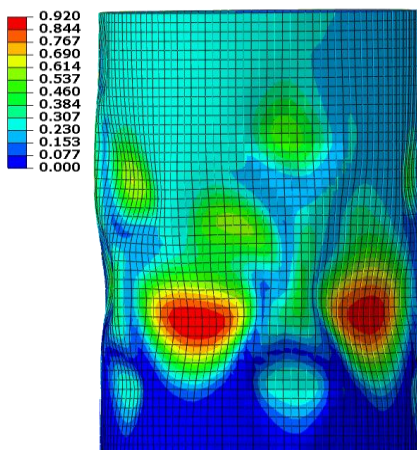
$\lambda_{GNIA}/\lambda_{LBA}=0.2$  ( $t=20$  s)



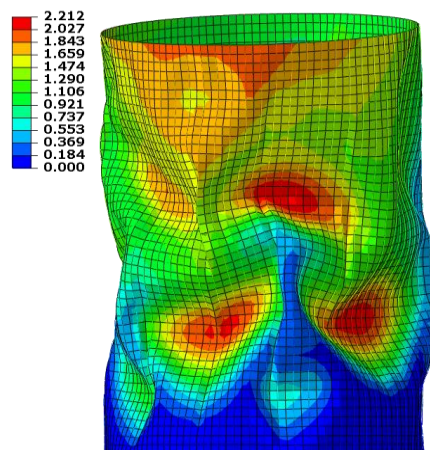
$\lambda_{GNIA}/\lambda_{LBA}=0.3$  ( $t=30$  s)



$\lambda_{GNIA}/\lambda_{LBA}=0.4$  ( $t=40$  s)

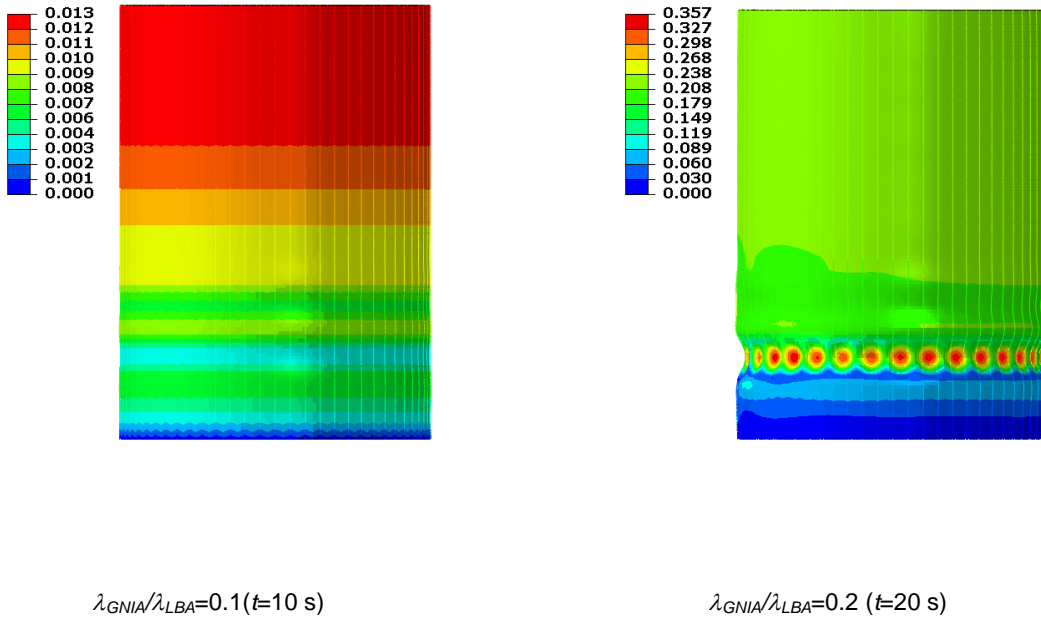


$\lambda_{GNIA}/\lambda_{LBA}=0.425$  ( $t=42.46$  s)

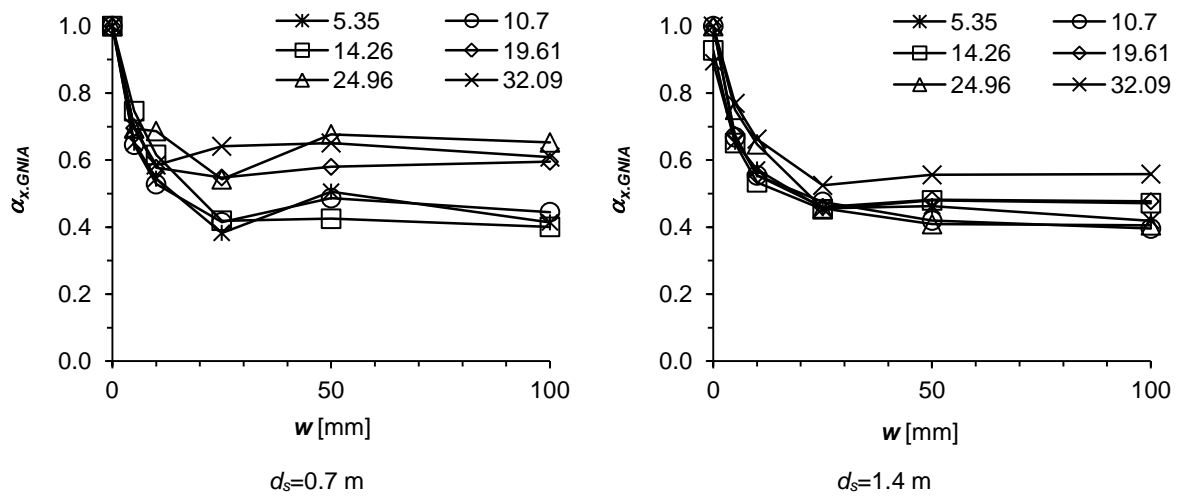


$\lambda_{GNIA}/\lambda_{LBA}=0.425$  ( $t=42.54$  s)

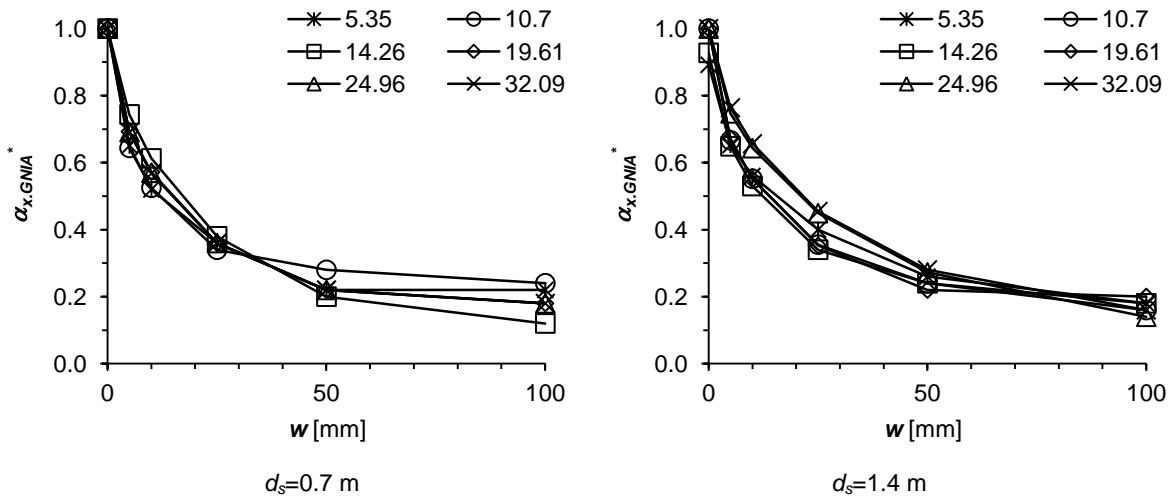
**Rys. 6.76.** Silos C ( $d_s=0.7$  m,  $w=50$  mm) z obciążeniem stycznym: deformacja silosu z naniesioną mapą wypadkowych przemieszczeń w [m] dla różnego poziomu obciążenia



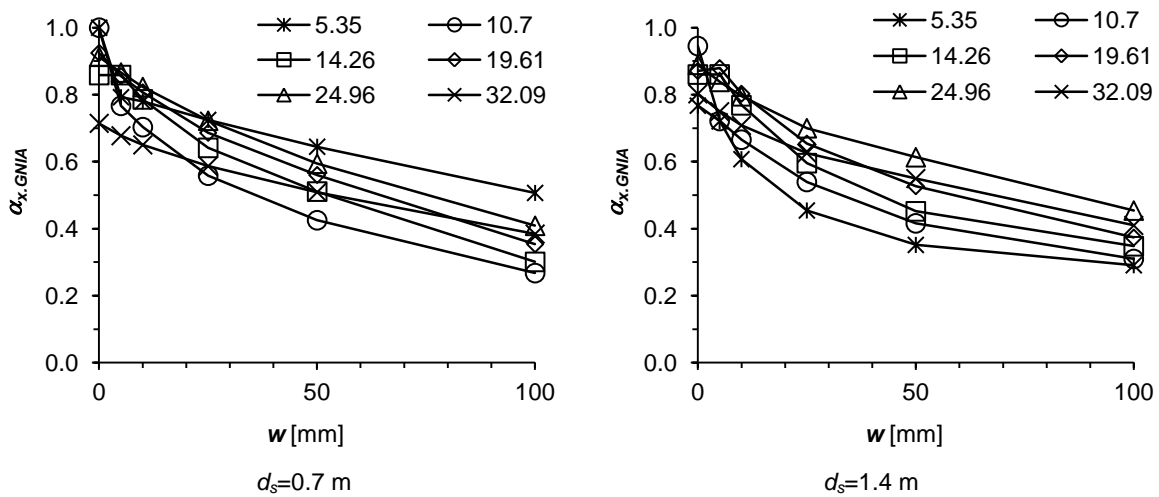
**Rys. 6.77.** Silos C ( $d_s=0.7 \text{ m}$ ,  $w=25 \text{ mm}$ ) z obciążeniem stycznym i normalnym: deformacja silosu z naniesioną mapą wypadkowych przemieszczeń w [m] dla dwóch poziomów obciążenia



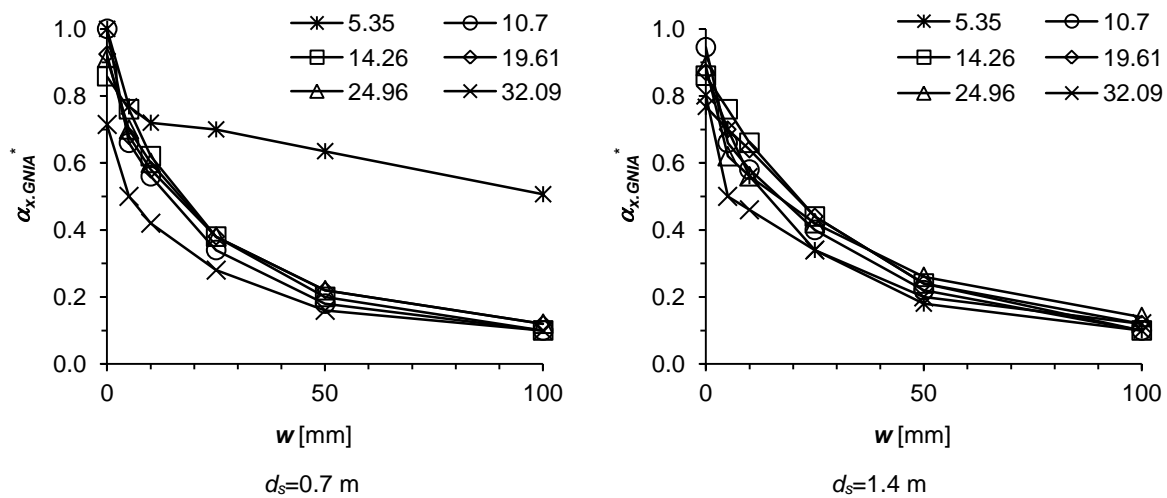
**Rys. 6.78.** Współczynnik redukcji  $\alpha_{x,GNIA}$  silosów A–F ( $d_c=5.35\text{--}32.09 \text{ m}$ ) obciążonych wyłącznie tarciem stycznym w zależności od amplitudy imperfekcji  $w$  (1 postać wyboczeniowa)



**Rys. 6.79.** Współczynnik redukcyjny  $\alpha_{x,GNIA}^*$  silosów A–F ( $d_c=5.35\text{--}32.09$  m) obciążonych wyłącznie tarcieniem stycznym w zależności od amplitudy imperfekcji  $w$  (1 postać wybozczeniowa)



**Rys. 6.80.** Współczynnik redukcyjny  $\alpha_{x,GNIA}$  silosów A–F ( $d_c=5.35\text{--}32.09$  m) obciążonych jednocześnie tarcieniem stycznym i naporem normalnym w zależności od amplitudy imperfekcji  $w$  (1 postać wybozczeniowa)



**Rys. 6.81.** Współczynnik redukcyjny  $\alpha_{x,GNIA}^*$  silosów A–F ( $d_c=5.35\text{--}32.09$  m) z obciążeniem stycznym i normalnym w zależności od amplitudy imperfekcji  $w$  (1 postać wybozczeniowa)

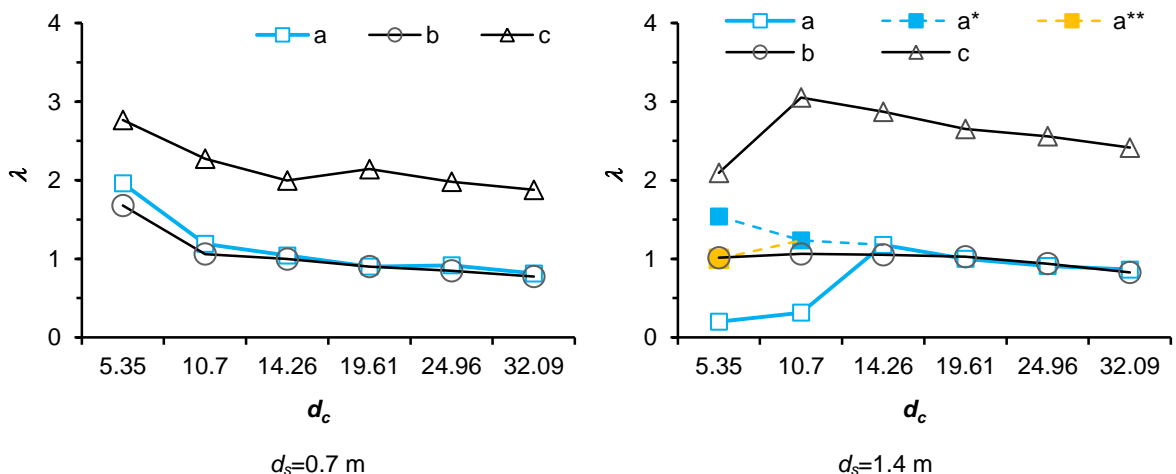
### 6.6.6 Porównanie wyników nośności wyboczeniowej silosów wg MES i PN-EN 1993-4-1

Obliczeniową nośność wyboczeniową silosów A–F, przedstawioną w formie dopuszczalnego mnożnika obciążenia normowego, pokazano na rysunku 6.82. Silosy A–C o rozstawie  $d_s=0.7$  m oraz C–D o rozstawie  $d_s=1.4$  m uzyskały wymaganą nośność wyboczeniową zgodnie z [PN-EN 1993-4-1]. Wszystkie silosy oprócz A–B ( $d_s=1.4$  m) znajdowały się w zakresie obowiązywania metody powłoki ortotropowej [PN-EN 1993-4-1]. Minimalny mnożnik obciążenia tych silosów wynosił  $\lambda=0.81$  i wystąpił w największym silosie F o rozstawie  $d_s=0.7$  m. Zauważalny był trend spadku nośności wyboczeniowej wraz ze wzrostem średnicy płaszcza. Konstrukcje znajdujące się w zakresie metody słupa na podłożu sprężystym [PN-EN 1993-4-1] osiągnęły bardzo niską nośność wyboczeniową ( $\lambda=0.2$ – $0.3$ ). Uwzględnienie proponowanej wartości współczynnika  $k_{dx}=9.3$  w silosie B spowodowało zwiększenie granicznego rozstawu żeber z  $d_{s,max}=1.34$  m do  $d_{s,max}=1.68$  m, a w konsekwencji zmianę procedury wyznaczania nośności, dla której warunek stateczności był spełniony (rys. 6.82: a\*). Silos A ( $d_s=1.4$  m) pomimo zwiększenia  $k_{dx}$  znajdował się w zakresie ważności metody słupa na podłożu sprężystym, dlatego w tym przypadku zastosowano dodatkowo autorską metodę (6.15), dla której otrzymano mnożnik obciążenia  $\lambda=1.54$  (rys. 6.82: a\*).

Dopuszczalne obciążenie silosów A–F wyznaczone na podstawie metody elementów skończonych (LBA), uwzględniające proponowany współczynnik redukcyjny  $\alpha_{x,GNIA}^*=0.4$  i współczynnik bezpieczeństwa  $\gamma_{M1}=1.1$ , pokazano na rysunku 6.82. Nośność wyboczeniowa modeli obciążonych wyłącznie tarciem stycznym i spełniających warunek  $d_s < d_{s,max}$  była porównywalna do obliczonej wg [PN-EN 1993-4-1]. Największe różnice w nośności wyboczeniowej wystąpiły dla obiektów o najmniejszych średnicach ( $d_c \leq 10.7$ ) i wynosiły maksymalnie do 14%.

Dla silosu A o rozstawie  $d_s=1.4$  m możliwe było zastosowanie proponowanej metody wyznaczania nośności wyboczeniowej (6.15). Przy uwzględnieniu wyznaczonego numerycznie współczynnika  $k_{dx}=9.3$  mnożnik obciążenia wynosił  $\lambda=1.54$  i był większy o 52% od wyniku analizy MES, natomiast dla zalecanej wartości normowej  $k_{dx}=7.4$  nośność była identyczna jak w analizie MES.

Uwzględnienie naporu normalnego w modelu MES spowodowało wzrost dopuszczalnego obciążenia do poziomu  $\lambda=1.9$ – $3.1$ . W silosach o gęstym uźebrowaniu nośność wyboczeniowa była wyższa od normowej o  $\lambda=0.8$ – $1.1$ , co odpowiadało względnemu wzrostowi od 40% do 140%. Dla płaszczy o średnicy  $d_c \geq 14.26$  i  $d_s=1.4$  m wzrost  $\lambda$  był jeszcze większy i wynosił od 140% do 180%.



**Rys. 6.82.** Dopuszczalny mnożnik obciążenia  $\lambda$  dla silosów A–F wyznaczony na podstawie: a) [PN-EN 1993-4-1], a\*) wg proponowanej metody i współczynnika  $k_{\alpha k}=9.3$ , a\*\*) wg proponowanej metody i normowego współczynnika  $k_{\alpha k}=7.4$ , b) liniowej analizy wyboczeniowej silosu obciążonego tarcieniem ( $\alpha_{x,GNIA}=0.4$ ), c) liniowej analizy wyboczeniowej silosu z obciążeniem stycznym i normalnym ( $\alpha_{x,GNIA}=0.4$ )

## 7. PODSUMOWANIE, WNIOSKI I PLANY NA PRZYSZŁOŚĆ

W niniejszej pracy przedstawiono problemy stateczności silosów z blachy falistej wzmocnionych słupami. Rozważania rozpoczęto od przeglądu rozwiązań konstrukcyjnych stosowanych przez głównych producentów silosów. Sformułowano algorytmy wyznaczania obciążeń od materiału sypkiego wg [PN-EN 1991-4], które mogą być implementowane we własnych arkuszach kalkulacyjnych lub programach. Opisano szczegółowo metody wyznaczania nośności wyboczeniowej wg [PN-EN-1993-4] oraz ich podstawowe założenia. Główną część pracy stanowiły bardzo obszerne analizy numeryczne powłok i silosów (łącznie ok. 7000 obliczeń MES), których modele obliczeniowe wykonano z wykorzystaniem zastępczej powłoki o równoważnych sztywnościach błonowych i zgięciowych. Szczególną uwagę poświęcono analizie porównawczej różnych modeli blachy falistej, na podstawie której stwierdzono wystarczającą dokładność modelu normowego [PN-EN 1993-4-1] w zakresie sfałdowań stosowanych w praktyce. W języku programowania Python opracowano skrypty generujące modele MES, co umożliwiło przeprowadzenie wielu analiz oraz zminimalizowało ryzyko popełnienia błędów. Na podstawie analizy porównawczej modeli MES silosów wykazano, że uproszczony ortotropowy model silosu jest wystarczająco dokładny do określania stateczności globalnej. Na podstawie obszernych analiz numerycznych zidentyfikowano wady normowej metody wyznaczania nośności wyboczeniowej płaszcza silosu oraz opracowano nową metodę obowiązującą dla badanego zakresu silosów o rzadkim rozstawie żeber ( $d_s > d_{s,max}$ ). Określono wartość współczynnika  $k_{dx}$  dla dwóch profili sfałdowania, co powiększyło zakres stosowania metody powłoki ortotropowej [PN-EN 1993-4-1]. Zbadano redukcyjny wpływ imperfekcji na nośność graniczną w ortotropowych powłokach cylindrycznych i silosach. Porównano nośność wyboczeniową płaszczy silosów o różnych średnicach obliczoną wg [PN-EN 1993-4-1], autorskich propozycji oraz analizy MES. Na podstawie przeprowadzonych badań wysunięto następujące wnioski:

1. Na granicy stosowalności obydwu procedur normowych [PN-EN 1993-4-1] sprawdzania stateczności płaszcza silosu ( $d_s = d_{s,max}$ ) nośność wyboczeniowa zmienia się skokowo, przy czym nośność obliczona wg metody równoważnej powłoki ortotropowej może być nawet kilkukrotnie większa od metody pojedynczych żeber. Zaproponowano nową metodę wyznaczania nośności wyboczeniowej silosu obowiązującą dla rozstawu  $d_s > d_{s,max}$ . W autorskiej koncepcji wyeliminowano problem skokowej zmiany nośności występujący w metodzie pojedynczych żeber. Dla badanych powłok cylindrycznych i silosów uzyskano dobrą zgodność z wynikami MES.

2. Nośność wyboczeniowa wyznaczona wg metody pojedynczych żeber [PN-EN 1993-4-1] jest bardzo konserwatywna w obszarze ważności ( $d_s > d_{s,max}$ ), natomiast jej zaletą jest inżynierskie sformułowanie oraz prostota obliczeń.

3. Obciążenie krytyczne ściskanej powłoki ortotropowej wyznaczone wg teorii Sandersa było dokładniejsze niż wg teorii DMV stosowanej w [PN-EN 1993-4-1]. Największa różnica wystąpiła dla powłoki o małej średnicy ( $d_c = 5$  m), gdzie obciążenie krytyczne wg teorii DMV było przeszacowane

o 43% względem obliczeń wg teorii Sandersa i MES. Dla średnic  $d_c \geq 10$  m dokładność teorii DMV była wystarczająca do celów inżynierskich.

4. Na podstawie przeprowadzonych badań numerycznych ściskanych powłok cylindrycznych w połączeniu z zastosowaniem aproksymacji metodą najmniejszych kwadratów zaproponowano korektę wzorów normowych polegającą na modyfikacji wartości współczynnika  $k_{dx}$  dla dwóch profili blach falistych. Dla wysokiego sfałdowania ( $18 \times 76$  mm) współczynnik wynosił  $k_{dx} = 9.3$  i był większy od wartości normowej o 26%, natomiast dla blach o niskim sfałdowaniu ( $10 \times 119$ ) wynosił  $k_{dx} = 11.6$  i był większy od wartości normowej o 57%.

5. Zaproponowano uproszczony model MES silosu składający się z belkowych i powłokowych elementów o właściwościach ortotropowych, dla którego stwierdzono wystarczającą dokładność do celów globalnej analizy stateczności. Różnica w obciążeniu krytycznym pomiędzy uproszczonym i szczegółowym modelem powłokowym była nie większa niż 5%, natomiast łączna liczba ES modelu ortotropowego przy tej samej dyskretyzacji obwodu była od 18 do 28 razy mniejsza w zależności od dyskretyzacji półfali blachy falistej. Otrzymane deformacje wyboczeniowe były identyczne dla obydwu modeli.

6. Charakterystyczne obciążenie krytyczne silosów A–F obliczone wg metody równoważnej powłoki ortotropowej [PN-EN 1993-4-1] oraz wg zaproponowanej modyfikacji wzorów normowych (dla  $d_s > d_{s,max}$ ) stanowiło od 48% do 58% wartości obciążenia krytycznego wyznaczonego dla modeli MES. W przypadku zastosowania obowiązującej metody normowej dla  $d_s > d_{s,max}$  przedział ten wynosił od 10% do 58%.

7. Normowy współczynnik redukcyjny nośności wyboczeniowej płaszcza silosu  $\alpha_x = 0.8$  (uwzględniający wpływ imperfekcji geometrycznych) odpowiada spadkowi nośności wyboczeniowej silosu ze wstępną imperfekcją w formie pierwszej postaci wyboczeniowej o niewielkiej amplitudzie  $w < 10$  mm.

8. Napór normalny spowodował wzrost obciążenia krytycznego od 65% do 192%, przy czym średni wzrost wynosił 116% i 165% odpowiednio dla silosów o rozstawie  $d_s = 0.7$  m i  $d_s = 1.4$  m.

9. Aproksymowane wzory opisujące równoważne sztywności błonowe i płytowe blachy falistej zawarte w normie [PN-EN 1993-4-1] są wystarczająco dokładne do celów projektowych, jeżeli wysokość fali zawiera się w przedziale  $d = 6$ –18 mm.

Przewiduje się dalsze badania nośności wyboczeniowej silosów z blach falistych. Podjęta zostanie weryfikacja zaproponowanej metody w odniesieniu do innych konstrukcji silosów. Planowane są obliczenia numeryczne wpływu niesymetrycznego obciążenia (mimośrodowe opróżnianie) na spadek nośności wyboczeniowej płaszcza silosu oraz poszukiwanie najniekorzystniejszego położenia obciążenia lokalnego z uwagi na stateczność.



## 8. LITERATURA

1. [Abaqus 2010] Dassault Systèmes Simulia, Fallis, A. ., & Techniques, D. (2010). ABAQUS documentation. Abaqus 6.10
2. [Abdel-Sayed 1970] Abdel-Sayed, G. (1970). Critical shear loading of curved panels of corrugated sheets. *Journal of the engineering Mechanics Division*, 96(6), 895-912.
3. [Abramovich i inni 1981] Abramovich, H., Singer, J., Jaffe, R. (1981). Imperfection characteristics of stiffened shells - group 1. *Technical Report TAE 406*, Technion - Israel Institute of Technology, Haifa, Israel.
4. [Ahmed 2003] Ahmed, E. (2003). Equivalent Elastic Analysis of Profiled Metal Decking using Finite Element Method. *International Journal of Steel Structures*, 3(1), 9-17.
5. [Almroth 1966] Almroth, B.O. (1966). Influence of edge conditions on the stability of axially compressed cylindrical shells. *AIAA Journal*, 4(1), 134-140.
6. [Almroth i Brogan 1978] Almroth, B. O., Brogan, F. A. (1978). The STAGS computer code. NASA CR-2950, NASA Langley Research Center, Hampton, VA.
7. [Ansourian i Glaesle 2002] Ansourian, P., Glaesle, M. (2002). Aspects of corrugated silos. *Proceedings of the Third International Conference on Advances in Steel Structures*. Edited by S.L. Chan, J.G. Teng, K.F. Chung, Elsevier, Oxford Vol. 2, 713-720.
8. [Antonowicz i inni 2014] Antonowicz, R., Bywalski, C, Kaminski, M. (2014). Analysis of loads and structural capacity of steel silo with corrugated wall for pelleted material. *Jour of Civ Eng and Man*, 20(3), 372-379.
9. [Arbocz i Abramovich 1979] Arbocz, J., Abramovich, H. (1979). The initial imperfection data bank at the Delft University of Technology, Part I. *Technical Report LR-290*, Faculty of Aerospace Engineering, Delft University of Technology, Delft, The Netherlands.
10. [Arbocz i Babcock 1968] Arbocz, J., Babcock, C. D. (1968). Experimental investigation of the effect of general imperfections on the buckling of cylindrical shells. *NASA contractor report*, 1163, California Institute of Technology.
11. [Arbocz i Babcock 1969] Arbocz, J., Babcock, C. D. (1969). The Effect of General Imperfections on the Buckling of Cylindrical Shells. *Journal of Applied Mechanics*, 36(1), 28-38.
12. [Arbocz i Babcock 1978] Arbocz, J., Babcock, C. D. (1978). Utilization of STAGS to determine knockdown factors from measured initial imperfections, *Report LR-275*, Department of Aerospace Engineering, Delft University of Technology, Delft, Netherlands.
13. [Arbocz i Babcock 1980] Arbocz, J., Babcock, C. D. (1980). The buckling analysis of imperfection sensitive shell structures. NASA CR-3310, Washington, D.C.
14. [Bartolozzi i inni 2013] Bartolozzi, G., Pierini, M., Orrenius, U., Baldanzini, N. (2013). An equivalent material formulation for sinusoidal corrugated cores of structural sandwich panels. *Composite Structures*, 100, 173-185.
15. [Batdorf i inni 1943] Batdorf, S. B., Schildcrout, M., Stein, M. (1947). Critical stress of thin-walled cylinders in axial compression. *Technical note*, 1343. National Advisory Committee For Aeronautics. Washington.
16. [Bauer 2014] Bauer, W. (2014). Grain Bin Failures. *Grain Journal*, 42(2), 58-62.
17. [Belytschko i inni 1984] Belytschko, T., Ong, J. S.-J., Liu, W. K., & Kennedy, J. M. (1984). Hourglass control in linear and nonlinear problems. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 43(3), 251-276.
18. [Błażejowski i Marcinowski 2012] Błażejowski, P., Marcinowski, J. (2012). Nośność wyboczeniowa walcowego płaszcza silosu w świetle zapisów normy PN-EN 1993-4-1. *Zeszyty Naukowe Politechniki Rzeszowskiej. Budownictwo i Inżynieria Środowiska*, 283(59), 152-160.
19. [Błażejowski i Marcinowski 2013(a)] Błażejowski, P., Marcinowski, J. (2013). Nośność wyboczeniowa żeber wzmacniających ściany stalowego silosu na zboże. *Budownictwo i Architektura*, 12(2), 189-196.
20. [Błażejowski i Marcinowski 2013(b)] Błażejowski, P., Marcinowski, J. (2013). The buckling resistance of vertical stiffeners of steel silos for grain storage. *59 Konferencja Naukowa Komitetu*

21. [Block 1968] Block, D.L. (1968). Influence of discrete ring stiffeners and prebuckling deformations on the buckling of eccentrically stiffened orthotropic cylinders. NASA TND-4283.
22. [Block i inni 1965] Block D. L., Card M. F., Mikulas M. M. Jr. (1965). Buckling of eccentrically stiffened orthotropic cylinders. *Technicalnote D-2960*, NASA.
23. [Boussinesq 1879] Boussinesq, J. (1879). Complements anne e'tude sur la theorie de l'equilibre et du mouvement des solides elastiques, *J de Math Pures et Appl*, 3(5).
24. [Briassoulis 1986] Briassoulis, D. (1986). Equivalent orthotropic properties of corrugated sheets. *Computers & Structures*, 23(2), 129-138.
25. [Brown i Nielsen 1998] Brown, C. J., Nielsen, J. (1998). Silos: Fundamentals of Theory, Behaviour and Design. Taylor & Francis.
26. [Budiansky i Hutchinson 1966] Budiansky, B., Hutchinson, J. W. (1966). A survey of some buckling problems. *AIAA Journal*, 4(9), 1505-1510.
27. [Bushnell 1981] Bushnell, D. (1981). Buckling of Shells - Pitfall for Designers. *AIAA Journal*, 19(9), 1183-1226.
28. [Card i Jones 1966] Card, M. F. Jones, R. M. (1966). Experimental and theoretical results for buckling of eccentrically stiffened cylinders. NASA TND-3639.
29. [Carson i Holmes 2003] Carson, J.W. Holmes, T. (2003). Silo failures: Why do they happen? *Task Quarterly*, 7(4), 499-512.
30. [Choong i Ramm 1998] Choong, K. K., & Ramm, E. (1998). Simulation of buckling process of shells by using the finite element method. *Thin-Walled Structures*, 31(1-3), 39-72.
31. [Choong i Ramm 1998] Choong, K. K., Ramm, E. (1998). Simulation of buckling process of shells by using the finite element method. *Thin-walled structures*, 31(1), 39-72.
32. [Chróścielewski i inni 2004] Chróścielewski, J., Makowski, J., & Pietraszkiewicz, W. (2004). Statyka i dynamika powłok wielopłatowych: Nieliniowa teoria i metoda elementów skończonych. Biblioteka Mechaniki Stosowanej. Seria A, Monografie.
33. [Chróścielewski i inni 2006] Chróścielewski, J., Lubowiecka, I., Szymczak, C., Witkowski, W. (2006). On some aspects of torsional buckling of thin-walled I-beam columns. *Computers & structures*, 84(29), 1946-1957.
34. [Dancy i Jacobs 1988] Dancy, R., Jacobs, D. (1988). The initial imperfection data bank at the Delft University of Technology, *Part II. Technical Report LR-559*, Faculty of Aerospace Engineering, Delft University of Technology, Delft, The Netherlands.
35. [Dean 1925] Dean, W. R. (1925). On the theory of elastic stability. *Proceedings of the Royal Society of London*, 107, Series A, 734-759.
36. [Degenhardt i inni 2001] Degenhardt, R., Klein, H., Kling, A., Temmen, H., Zimmermann, R. (2001). Buckling and postbuckling analysis of shells under quasi-static and dynamic loads.
37. [Deml i Wunderlich 1997] Deml, M., Wunderlich, W. (1997). Direct evaluation of the "worst" imperfection shape in shell buckling. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 149(1-4), 201-222.
38. [Dogangun i inni 2009] Dogangun, A, Karaca, Z, Durmus, A, Sezen, H. (2009). Cause of Damage and Failures in Silo Structures. *Journal of Performance of Constructed Facilities*, 23(2), 65-71.
39. [Donnell 1934] Donnell, L. H. (1934). A new theory for the buckling of thin cylinders under axial compression and bending. *ASME Trans*, 56, 795-806.
40. [Donnell 1976] Donnell, L. H. (1976). Beams, Plates and Shells. McGraw-Hill.
41. [Donnell i Wan 1950] Donnell, L. H., Wan, C. C. (1950). Effect of imperfections on buckling of thin cylinders and columns under axial compression. *Journal of Applied Mechanics - Transaction of the ASME*, 17(1), 73-83.

42. [Fayed i Otten 2013] Fayed, M., Otten, L. (2013). Handbook of Powder Science & Technology. Springer Science & Business Media, USA.
43. [Fischer 1965 ] Fischer, G. (1965). Influence of boundary conditions on stability of thin-walled cylindrical shells under axial load and internal pressure. *AIAA Journal*, 3(4),736-738.
44. [Flugge 1932] Flugge, W. (1932). Die Stabilitat der Kreiszyinderschalen. *Ingenieur-Archiv*, 3, 463-506.
45. [Flugge 1934] Flügge, W.: Statik und Dynamik der Schalen. Julius Springer (Berlin), 1934, 189-199
46. [Gallego i inni 2011] Gallego, E., González-Montellano, C., Ramírez, A., & Ayuga, F. (2011). A simplified analytical procedure for assessing the worst patch load location on circular steel silos with corrugated walls. *Engineering Structures*, 33(6), 1940–1954.
47. [Gehring 1877] Gehring, F. (1877). Vorlesungen uber Mathematieche Physik, Mechanik, 2nd edn, Berlin.
48. [Gillie i Rotter 2002] Gillie, M., & Rotter, J. M. (2002). The effects of patch loads on thin-walled steel silos. *Thin-Walled Structures*, 40(10), 835–852.
49. [Gorman i Iwanowski 1970] Gorman, D. J. Evan-Iwanowski, R. M. (1970). An analytical and experimental investigation of the effects of large prebuckling deformations on the buckling of clamped thin-walled circular cylindrical shells subjected to axial loading and internal pressure. *Dev in Theor and Appl Mech*, 4, 415-426.
50. [Gotluru i inni 2000] Gotluru, B. P., Schafer, B. W., Peköz, T. (2000). Torsion in thin-walled cold-formed steel beams. *Thin-Walled Structures*, 37(2), 127-145.
51. [Harris i inni 1957] Harris, L.A., Suer, H. S., Skene, W. T. Benjamin, R. J. (1957). The stability of thin-walled unstiffened circular cylinders under axial compression including the effects of internal pressure. *Journal of Aeronautical Science*, 24(8), 587–596.
52. [Hoff 1966] Hoff, N. J. (1966). The perplexing behavior of thin circular cylindrical shells in axial compression, *Israel Journal of Technology*, 4(1), 1-28.
53. [Hoff i inni 1966] Hoff, N. J., Madsen, W. A., Mayers, J. (1966). Postbuckling equilibrium of axially compressed circular cylindrical shells. *AIAA Journal*, 4(1), 126-133.
54. [Hotała 2006] Hotała, E. (2006). Awaryjność silosów z blachy falistej. *Materiały Budowlane*, 402(2), 37–39.
55. [Hotała i Aniszczyk 2013] Hotała, E., Aniszczyk, A. (2013). Prototypowa konstrukcja silosu o wiotkim płaszczu do składowania biomasy. *Materiały Budowlane*, 489(5), 52-54.
56. [Hotała i Aniszczyk 2016] Hotała, E., Aniszczyk, A. (2016). Wpływ sztywności walcowych płaszczy silosów na niesymetryczny stan parcia poziomego. *Materiały Budowlane*, 525(5), 90-92.
57. [Hotała i inni 2015] Hotała, E., Kuśnierek M., Skotny Ł., Boniecka J. (2015). Połączenia pionowych żeber jako słabe miejsca stalowych silosów z blach falistych. *Materiały Budowlane*, 517(9), 102–103.
58. [Hotała i inni 2015] Hotała, E., Kuśnierek, M., Skotny, Ł., Boniecka J. (2015). Wadliwe połączenia żeber przyczyną awarii stalowych silosów o płaszczach z blach falistych. *Materiały XXVII Konferencji Naukowo-Technicznej: Awarie Budowlane*. Międzyzdroje, 501-508.
59. [Hotała i inni 2016] Hotała, E., Skotny, Ł., Kuśnierek, M., Boniecka, J. (2016, June). Experimental investigations on the resistance of vertical stiffeners of steel silos shells made of corrugated sheets. *Proceedings of the XIII International Conference on Metal Structures*. Zielona Góra, Poland, 499-506.
60. [Hotała i Kuśnierek 2016] Hotała, E. Kuśnierek, M. (2016). Nośność południkowych żeber płaszczy silosów z blachy falistej. *Materiały Budowlane*, 525(5), 93-94.
61. [Hotała i Pawłowski 2011] Hotała, E., Pawłowski, K. (2011, maj). Awaryjne przeciążenia płaszczy i lejów w silosach z blachy falistej. *Materiały XXV Konferencji Naukowo-Technicznej: Awarie Budowlane*. Szczecin - Międzyzdroje, 793-800.

62. [Hotała i Skotny 2011] Hotała, E., Skotny, Ł. (2011, maj). Zagrożenia awaryjne uźebrowanych płaszczy silosów stalowych opartych na słupach. *Materiały XXV Konferencji Naukowo-Technicznej: Awaryjne Budowlane*. Szczecin - Międzyzdroje, 809-816.
63. [Hotała i Zambrowicz 2006] Hotała, E., Zambrowicz, M. (2006, maj). Obciążenia den i lejów silosów o płaszczy z blachy falistej. *Materiały VIII Konferencji Naukowo-Technicznej: Aktualne problemy naukowo-badawcze budownictwa*. Olsztyn - Łańsk, 173-178.
64. [Hotała i Zambrowicz 2010] Hotała, E., Zambrowicz, M. (2010). Problemy składowania wybranych rodzajów biomasy w silosach z blachy falistej. *Przegląd Budowlany*, 81(5), 97–100.
65. [Huber 1914] Huber, M. T. (1914). Die Grundlagen einer rationellen Berechnung der kreuzweise bewehrten Eisenbetonplatten. *Zeitschr. d. Ost. Ing. u. Arch*, 66, 557-564.
66. [Huber 1921] Huber, M. T. (1921). Teoria płyt prostokątne-różnokierunkowych wraz z technicznymi zastosowaniami do płyt betonowych, krat belkowych itp., Wydawnictwo Towarzystwa Naukowego, Lwów.
67. [Hühne i inni 2008] Hühne, C., Rolfes, R., Breitbach, E., & Teßmer, J. (2008). Robust design of composite cylindrical shells under axial compression - Simulation and validation. *Thin-Walled Structures*, 46(7–9), 947–962.
68. [Iwicki i inni 2011] Iwicki, P., Wójcik, M., Tejchman, J. (2011). Failure of cylindrical steel silos composed of corrugated sheets and columns and repair methods using a sensitivity analysis. *Engineering Failure Analysis*, 18(8), 2064-2083.
69. [Iwicki i inni 2014] Iwicki, P., Tejchman, J., Chróścielewski, J. (2014). Dynamic FE simulations of buckling process in thin-walled cylindrical metal silos. *Thin-Walled Structures*, 84, 344–359. <http://doi.org/10.1016/j.tws.2014.07.011>
70. [Iwicki i inni 2015a] Iwicki, P., Sondej, M., Wójcik, M., Rejowski, K., Kuczyńska, N., Tejchman J. (2015, May). Optimization of cylindrical metal silos composed of corrugated sheets with respect to global stability. *CHoPS 2015, 8th International Conference for Conveying and Handling of Particulate Solids*. Tel-Aviv.
71. [Iwicki i inni 2015b] Iwicki, P., Wójcik, M., Sondej, M., Rejowski, K., Kuczyńska, N., Tejchman, J. (2015, September). FE analyses on buckling of cylindrical silos composed of horizontally corrugated sheets. *PCM-CMM-2015 - 3rd Polish Congress of Mechanics & 21st Computer Methods in Mechanics*. Gdańsk.
72. [Iwicki i inni 2015c] Iwicki, P., Rejowski, K., Tejchman J. (2015). Stability of cylindrical steel silos composed of corrugated sheets and columns based on FE analyses versus Eurocode 3 approach. *Engineering Failure Analysis* 57, 444-469.
73. [Iwicki i inni 2016] Iwicki, P., Sondej, M., Tejchman, J. (2016). Application of linear buckling sensitivity analysis to economic design of cylindrical steel silos composed of corrugated sheets and columns. *Engineering Failure Analysis*, 70, 105–121.
74. [Iwicki i Sondej 2012] Iwicki P., Sondej M. (2012, September). Buckling analysis of cold formed steel column. *Proceedings of Stability of Structures XIII-th Symposium*, Zakopane, 283-289.
75. [Karman i Tsien 1941] Karman, T. H., Tsien, H. S. (1941). The buckling of thin cylindrical shells under axial compression. *Journal of the Aeronautical Sciences*, 8(8), 303-312.
76. [Klomp'e 1993] Klomp'e A. W. H. (1993). The initial imperfection databank at the Delft University of Technology. *Part V. Technical Report LR-734*, Faculty of Aerospace Engineering, Delft University of Technology, Delft, The Netherlands.
77. [Klomp'e i den Reyer 1989a] Klomp'e A. W. H., den Reyer P. C. (1989). The initial imperfection databank at the Delft University of Technology, *Part IV. Technical Report LR-569*, Faculty of Aerospace Engineering, Delft University of Technology, Delft, The Netherlands.
78. [Klomp'e i den Reyer 1989b] Klomp'e A. W. H., den Reyer, P. C. (1989). The initial imperfection data bank at the Delft University of Technology, *Part III. Technical Report LR-568*, Faculty of Aerospace Engineering, Delft University of Technology, Delft, The Netherlands.
79. [Knebel i Schweizerhof 1995] Knebel, K., and K. Schweizerhof. (1995). Buckling of cylindrical shells containing granular solids. *Thin-Walled Structures*, 23, 295-312.

80. [Knödel 1995] Knödel, P. (1995). Stabilitätsuntersuchungen an kreiszylindrischen stählernen Siloschüssen. *Ph.D. thesis*, Karlsruhe, Germany:University Karlsruhe.
81. [Kobayashi i inni 2012] Kobayashi, T., Mihara, Y., Fujii, F. (2012). Path-tracing analysis for post-buckling process of elastic cylindrical shells under axial compression. *Thin-Walled Structures*, 61, 180-187.
82. [Kobus i inni 2010] Kobus, Z., Guz, T., Kusińska, E., Nadulski, R., Oszczak, Z. (2010). Wpływ wilgotności na wybrane właściwości fizyczne pszenżyta odmiany pawo. *Inżynieria Rolnicza*, 3(121).
83. [Koiter 1945] Koiter, W. T. (1945). On the stability of elastic equilibrium (in Dutch with English summary). Ph.D. thesis, Delft, H J Paris, Amsterdam. English translation, Air Force Flight Dynamics Laboratory Technical Report, AFFDL-TR-70-25, Ohio, 1970.
84. [Komkov i inni 1986] Komkov, V., Choi, K. K., & Haug, E. J. (1986). *Design sensitivity analysis of structural systems* (Vol. 177). Academic press.
85. [Kreja 2005] Kreja, I. (2005). Stability analysis of cylindrical composite shells in MSC/Nastran. *Archives of Civil and Mechanical Engineering*, 5(3), 31-41.
86. [Kreja i Cywiński 1988] Kreja, I., Cywiński, Z. (1988). Is reduced integration just a numerical trick. *Computers & structures*, 29(3), 491-496.
87. [Kreja i inni 2004] Kreja, I., Mikulski, T., Szymczak, C. (2004). Application of superelements in static analysis of thin-walled structures. *Journal of Civil Engineering and Management*, 10(2), 113-122.
88. [Kress i Winkler 2010] Kress, G., Winkler, M. (2010). Corrugated laminate homogenization model. *Composite Structures*, 92(3), 795-810.
89. [Kuczyńska i inni 2015] Kuczyńska, N., Wójcik, M., Tejchman, J. (2015). Effect of bulk solid on strength of cylindrical corrugated silos during filling. *Journal of Constructional Steel Research*, 115, 1–17.
90. [Kuczyńska i inni 2016] Kuczyńska, N., Hajko, P., Wójcik, M., Tejchman, J. (2016, September). Stability analyses of cylindrical steel silos with corrugated sheets and columns containing bulk solids. *40th Solid Mechanics Conference*, Warsaw.
91. [Kuhl i Ramm 1999] Kuhl, D., & Ramm, E. (1999). Generalized energy–momentum method for non-linear adaptive shell dynamics. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 178(3), 343-366.
92. [Kujawa 2012] Kujawa, M. (2012). Distorsional Analysis of I-section Beam. *TASK Quarterly: scientific bulletin of Academic Computer Centre in Gdansk*, 16(1-2), 17-22.
93. [Lau 1981] Lau, J. H. (1981). Stiffness of corrugated plate. *Journal of the Engineering Mechanics Division*, 107, 271-275.
94. [Lee 1981] Lee, C. H. (1981). Study of corrugated plates. PhD thesis, University of South Carolina.
95. [Lee i Yu 2011] Lee, C. Y., Yu, W. (2011). Homogenization and dimensional reduction of composite plates with in-plane heterogeneity. *International Journal of Solids and Structures*, 48(10), 1474-1484.
96. [Lekhnitskii 1968] Lekhnitskii, S. G. (1968). Anisotropic plates. *Technical report*, DTIC Document.
97. [Liew i inni 2006] Liew, K. M., Peng, L. X., Kitipornchai, S. (2006). Buckling analysis of corrugated plates using a mesh-free Galerkin method based on the first-order shear deformation theory. *Computational Mechanics*, 38(1), 61-75.
98. [Liew i inni 2009] Liew, K. M., Peng, L. X., Kitipornchai, S. (2009). Vibration analysis of corrugated Reissner–Mindlin plates using a mesh-free Galerkin method. *International Journal of Mechanical Sciences*, 51(9), 642-652.
99. [Lorenz 1908] Lorenz, Z. (1908). Achsensymmetrische Verzerrungen in dunwandigen Hohlzylinder. *Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure*, 52, 1766-1793.
100. [Lundquist 1934] Lundquist, E. E. (1934). Strength test of thin-walled duralumin cylinders in compression. *NACA Tech Note*, 473.

101. [Luo i Suhling 1992] Luo, S., Suhling J. C. (1992). The bending stiffnesses of corrugated board. *Mechanics of Cellulosic Materials*, 145, 15-26.
102. [Marcinowski 2008] Marcinowski, J. (2008). Numeryczne modelowanie zniszczenia żeber pionowych stalowego silosu na zboże z uwzględnieniem ich zespolenia z płaszczem. *Problemy naukowo-badawcze budownictwa*. Red. A. Łapko, M. Broniewicz, J. A. Prusiel. T. 6: Badawczo-projektowe zagadnienia w budownictwie. Wydaw. Politechniki Białostockiej, Białystok, 327-334.
103. [Mises 1914] Von Mises, R. (1914). Der kritische außendruck zylindrischer rohre. *Z-VDI*, 58, 750-5.
104. [Mohri i inni 2003] Mohri, F., Brouki, A., Roth, J. C. (2003). Theoretical and numerical stability analyses of unrestrained, mono-symmetric thin-walled beams. *Journal of Constructional Steel Research*, 59(1), 63-90.
105. [Molenda i inni 2001] Molenda, M., Horabik, J., Thompson S. A., Ross I. J. (2001). Grain loads on smooth and corrugated-wall model silos. *Zeszyty Naukowe Akademii Rolniczej we Wrocławiu*, 419, 271-282.
106. [Mushtari 1938] Mushtari, K. M. (1938). Certain generalizations of the theory of thin shells. *Izv. Fiz. Mat. Ob-va. Pri Kaz. Un-te*, 11(8), 28-56.
107. [Niemunis i Herle 1997] Niemunis, A., Herle, I. (1997). Hypoplastic model for cohesionless soils with elastic strain range. *Mechanics of Cohesive-frictional Materials*, 2(4), 279-299.
108. [Ohira 1961] Ohira, H. (1961). Local buckling theory of axially compressed cylinders. *Proceedings of the eleventh Japan national congress of applied mechanics*, Tokyo, 37-40.
109. [Ohira 1962] Ohira, H. (1962, February). Boundary Value Problems of Axially Compressed Circular Cylinders, *Symposium for Structure's and Strength*, Japan Society for Aeronautical & Space Sciences.
110. [Pasternak 2002] Pasternak H. (2002). Refurbishment of Single-Storey Buildings. *Refurbishment of Buildings and Bridges*. Edited by Mazzolani, F.M., Miklos, I., Springer-Verlag Wien GmbH, 151-197.
111. [Piskoty i inni 2005] Piskoty, G., Michel, S. A., & Zraggen, M. (2005). Bursting of a corn silo - An interdisciplinary failure analysis. *Engineering Failure Analysis*, 12(6 SPEC. ISS.), 915-929.
112. [PN-EN 1991-4] Eurokod 1: Oddziaływania na konstrukcje. Część 4: Silosy i zbiorniki.
113. [PN-EN 1993-1-3] Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-3: Reguły ogólne. Reguły uzupełniające dla konstrukcji z kształtowników i blach profilowanych na zimno.
114. [PN-EN 1993-1-6] Eurokod 3 -- Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-6: Wytrzymałość i stateczność konstrukcji powłokowych.
115. [PN-EN 1993-4-1] Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 4-1: Silosy.
116. [Rejowski i Iwicki 2016] Rejowski, K.; Iwicki, P. (2016, June). Simplified stability analysis of steel cylindrical silos with corrugated walls and vertical columns. *13th International Conference on Metal Structures (ICMS)*. Zielona Góra, 525-532.
117. [Rhijnsburger 1999] Rhijnsburger, M. P. M. (1999). The initial imperfection data bank at the Delft University of Technology. *Part VI. Memorandum M-867*, Faculty of Aerospace Engineering, Delft University of Technology, Delft, The Netherlands.
118. [Riela 2013] Brzozowski, K., Pawlikowski, M., Nowakowski, T. (2013). Silos do magazynowania materiałów sypkich. Patent PL 215365 B1, Riela Polska z o.o. Kartoszyno.
119. [Riks 1979] Riks, E. (1979). An incremental approach to the solution of snapping and buckling problems. *International Journal of Solids and Structures*, 15(7), 529-551.
120. [Riks 2008] Riks, E. (2008). On the Purpose and Limitations of Buckling Analysis. *2nd International Conference on Buckling and Postbuckling Behaviour of Composite Laminated Shell Structures*, Braunschweig, Germany.

121. [Robertson 1928] Robertson, A. (1928). The Strength of Tubular Struts. *Proceedings Royal Society of London*, 121, Series A, 558-585.
122. [Robertson 1929] Robertson, A. (1929). The strength of tubular struts, *Report and Memoranda*, 1185. Great Britain Aeronautical Research Committee, 935-75.
123. [Rosen i Singer 1975] Rosen, A., Singer, J. (1975). Further experimental studies on the buckling of integrally stiffened cylindrical shells. *Technical Report TAE 207*, Technion - Israel Institute of Technology, Haifa, Israel.
124. [Rotter i Sadowski 2012] Rotter, J. M., & Sadowski, A. J. (2012). Cylindrical shell bending theory for orthotropic shells under general axisymmetric pressure distributions. *Engineering Structures*, 42, 258–265.
125. [Rotter i Zhang 1990] Rotter, J.M., Zhang, Q. (1990). Elastic buckling of imperfect cylinders containing granular solids. *Journal of Structural Engineering (ASCE)*, 116(8), 2253-2271.
126. [Safarian i Harris 1985] Safarian, S. S., Harris, E. C. (1985). Design and Construction of Silos and Bunkers. Van Nostrand Reinhold Company, New York, USA.
127. [Samanta i Mukhopadhyay 1999] Samanta, A., Mukhopadhyay, M. (1999). Finite element static and dynamic analyses of folded plates. *Engineering Structures*, 21(3), 277-287.
128. [Sanders 1963] Sanders, J. L. (1936). Nonlinear theories of thin shells. *Quarterly of Applied Mathematics*, 21(1), 21-36.
129. [Schmidt 2000] Schmidt H. Stability of steel shell structures - general report. *J Constr Steel Res*. 2000;55(1-3):159–81.
130. [Schneider i inni 2001] Schneider, W., Höhn, K., Timmel, I. and Thiele, R. (2001, June). Quasi-collapse-affine imperfections at slender wind-loaded cylindrical steel shells. *Second European Conference on Computational Mechanics*, Vol. 2, Cracow, Poland, 1000–1001.
131. [Schultz i Nemeth 2010] Schultz, M. R., Nemeth, M. P. (2010). Axially Compressed Orthotropic Cylinders. *51st AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference*, (April), 1–20.
132. [Schwerin 1925] Schwerin, E. (1925). Die torsionsstabilität des dünnwandigen rohres. *ZAMM - Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 5, 235-43.
133. [Seydel 1931] Seydel, E. (1931). Shear buckling of corrugated plates. *Jahrbuch die Deutschen Versuchsanstalt für Luftfahrt*, 9, 233-245.
134. [Shover 1968] Shover, D. R. (1968). On the problem of geometric imperfections on thin circular shells. Ph.D. thesis, Stanford University, Stanford, California.
135. [Simites 1985] Simites, G. J., Shaw, D., Sheinman, I., Giri, J. (1985). Imperfection sensitivity of fibre-reinforced, composite, thin cylinders, *Composites Science and Technology*, 22(4), 259-276.
136. [Simites i inni 1985] Simites, G. J., Sheinman, I., Shaw, D. (1985). The accuracy of the Donnell's equations for axially-loaded, imperfect orthotropic cylinders. *Comput Struct.*, 20(6), 939-45.
137. [Simites i Shaw 1985] Simites, G. J., Shaw, D. (1985). Collapse of axially-loaded, imperfect cylindrical shells. *Proceedings of AIAA/ASME/ASCE/AHS 26th SDM conference*, Part I, Orlando FL, 139-146.
138. [Singer 1967] Singer, J. (1967). The influence of stiffener geometry and spacing on the buckling of axially compressed cylindrical and conical shells. *TAE Report 68*, Department of Aeronautical Engineering, Technion, Haifa, Israel.
139. [Singer 1983] Singer, J. (1983). Vibration and buckling of imperfect stiffened shells-recent developments, in Collapse. *The Buckling of Structures in Theory and Practice*, Eds: JMT Thompson and GW Hunt, Cambridge Univ Press, Cambridge, 443-479.
140. [Singer i Abramovich 1979] Singer, J. Abramovich, H. (1979). Vibration Techniques for Definition of Practical Boundary Conditions in Stiffened Shells. *AIAA Journal*, 17(7), 762-769.
141. [Singer i inni 1967] Singer, J., Baruch, M., & Harari, O. (1967). On the stability of eccentrically stiffened cylindrical shells under axial compression. *International Journal of Solids and Structures*, 3(4), 445-470.

142. [Singer i inni 1978] Singer, J., Abramovich, H., Yaffe, R. (1978). Initial imperfection measurements of integrally stringer-stiffened cylindrical shells. *Technical Report TAE 330*, Technion - Israel Institute of Technology, Haifa, Israel.
143. [Singer i inni 2002] Singer, J., Arbocz, J., Weller, T. (2002). Buckling Experiments, Shells, Built-up Structures. Composites and Additional Topics. Volume 2, John Wiley & Sons.
144. [Sondej 2013] Sondej, M. (2013). Analiza doświadczalna i numeryczna ściskanego profilu giętego na zimno. *Aktualne badania i analizy z inżynierii Lądowej*. Monografia. Gliwice.
145. [Sondej i inni 2012] Sondej, M., Iwicki, P., Tejchman, J. (2012). Analiza numeryczna silosu z blachy falistej wzmocnionej słupami. *Zeszyty Naukowe Politechniki Rzeszowskiej*, 59(3), 273-280.
146. [Sondej i inni 2013] Sondej, M., Iwicki, P., Tejchman, J. (2013). Porównawcza analiza wyboczeniowa silosów z blachy falistej przy zastosowaniu różnych modeli MES. *Inżynieria i Budownictwo*, 69(2), 98-101.
147. [Sondej i inni 2014a] Sondej, M., Wójcik, M., Iwicki, P., Tejchman, J. (2014). Comparative buckling analysis of cylindrical steel silos with flat or corrugated sheet. *Shell Structures, Theory and Applications*, CRC Press. Taylor & Francis, BALKEMA, 235-238.
148. [Sondej i inni 2014b] Sondej, M., Iwicki, P., Tejchman, J. (2014). Porównanie normowej nośności wyboczeniowej silosów z blachy falistej z analizą MES. *Inżynieria i Budownictwo*, 70(5), 285 - 288.
149. [Sondej i inni 2015] Sondej, M., Iwicki, P., Tejchman, J., Wójcik, M. (2015). Critical assessment of Eurocode approach to stability of metal cylindrical silos with corrugated walls and vertical stiffeners. *Thin-Walled Structures*, 95, 335–346.
150. [Sondej i inni 2016] Sondej, M., Iwicki, P., Wójcik, M., Tejchman, J. (2016). Stability analyses of a cylindrical steel silo with corrugated sheets and columns. *Steel and Composite Structures*, 20(1), 147-166.
151. [Song 2002] Song, C. Y. (2002). *Buckling of cylindrical shells under non-uniform stress states*. Doctoral dissertation, The Hong Kong Polytechnic University.
152. [Song 2004] Song, C. Y. (2004). Effects of patch loads on structural behavior of circular flat-bottomed steel silos. *Thin-Walled Structures*, 42(11), 1519–1542.
153. [Southwell 1914] Southwell, R.V. (1914). On the general theory of elastic stability. *Philosophical Transactions of the Royal Society, London, Series A* 213, 187-202.
154. [Stein 1962] Stein, M. (1962). The effect on the buckling of perfect cylinders of prebuckling deformations and stresses induced by edge support, *Collected papers on instability of shell structures*, NASA TN D-1510, 217-226.
155. [Stein 1964] Stein, M. (1964). The influence of prebuckling deformations and stresses on the buckling of perfect cylinders, NASA TR R-190.
156. [Szilard 1974] Szilard, R. (1974). Theory and analysis of plates. Prentice-Hall.
157. [Szymczak i inni 2003] Szymczak, C., Chróścielewski, J., Lubowiecka, I. (2003). On the paradox of torsional buckling of thin-walled I columns. *Archives of Civil Engineering*, 49(1), 3-13.
158. [Szymczak i Kujawa 2017] Szymczak, C., Kujawa, M. (2017). Distortional buckling of thin-walled columns of closed quadratic cross-section. *Thin-Walled Structures*, 113, 111-121.
159. [Tejchman 2004] Tejchman, J. (2004). The influence of bulk solids on buckling strength of silos, *Powder Handling & Processing*, 16(4/5), 1-6.
160. [Teng i Rotter 2006] Teng, J. G., & Rotter, J. M. (Eds.). (2006). *Buckling of thin metal shells*. CRC Press.
161. [Thielemann i Esslinger 1969] Thielemann, W. F., Esslinger, M. (1969). On the postbuckling equilibrium and stability of thin-walled circular cylinders under axial compression. *Theory of thin shells*, Editor: Niordson FI, Springer-Verlag, New York, 264–292.
162. [Timoshenko 1910] Timoshenko, S.P. (1910). Einige stabiats Probleme der Elastizitatstheorie. *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Physik*, 58, 337-357.



163. [Trahair i inni 1983] Trahair, N. S., Abel, A., Ansourian, P., Irvine, H. M., Rotter, J. M. (1983). Structural design of steel bins for bulk solids. *Australian Institute of Steel Construction*, Sydney.
164. [Ummenhofer 1996] Ummenhofer, T. (1996). Stabilitätsverhalten imperfekter zylindrischer Stahlsiloschalen - experimentelle und numerische untersuchungen. *Ph.D. thesis*, Karlsruhe, Germany:University Karlsruhe.
165. [Vlasov 1944] Vlasov, V. Z. (1944). The equations of continuity of deformations in curvilinear coordinates. *Prikl. Mat. Mekhan*, 8, 301.
166. [von Wolffersdorff 1996] von Wolffersdorff, P. A. (1996). A hypoplastic relation for granular materials with a predefined limit state surface. *Mechanics of Cohesive-frictional Materials*, 1(3), 251-271.
167. [Waters 1996] Waters, W.A. Jr. (1996). *Effects of initial geometric imperfections on the behavior of graphite-epoxy cylinders loaded in compression*. Master's thesis, Old Dominion University, Department of Engineering Mechanics, Norfolk, Virginia.
168. [Weller 1978] Weller, T. (1978). Combined stiffening and in-plane boundary conditions effects on the buckling of circular cylindrical stiffened-shells. *Computers and Structures*, 9(1), 1-16.
169. [Weller i Singer 1971] Weller, T., Singer, J. (1971). Experimental studies on buckling of 7075-t6 aluminum alloy integrally stringer-stiffened shells. *Technical Report TAE 135*, Technion -Israel Institute of Technology, Haifa, Israel.
170. [Weller i Singer 1972] Weller, T., Singer, J. (1972). Further experimental studies on buckling of integrally ringstiffened cylindrical shells under axial compression. *Technical Report TAE 138*, Technion - Israel Institute of Technology, Haifa, Israel.
171. [Wennberg i inni 2011] Wennberg, D., Wennhage, P., & Stichel, S. (2011). Orthotropic Models of Corrugated Sheets in Finite Element Analysis. *ISRN Mechanical Engineering*, 2011, 1–9.
172. [Wilson i Newmark 1933] Wilson, W. M., Newmark, N. M. (1933). The strength of thin cylindrical shells as columns. *Bulletin*, 255, Eng Experimental Station, Univ of Illinois.
173. [Winkler i Kress 2012] Winkler, M., Kress, G. (2012). Influence of corrugation geometry on the substitute stiffness matrix of corrugated laminates. *Composite Structures*, 94(9), 2827-2833.
174. [Wójcik i inni 2011a] Wójcik, M., Iwicki, P., Tejchman, J. (2011). Analiza nośności wyboczeniowej cylindrycznego silosu z blachy falistej wzmocnionego słupami. *Inżynieria i Budownictwo*, 67(2), 96-100.
175. [Wójcik i inni 2011b] Wójcik, M., Iwicki, P., Tejchman, J. (2011). 3D buckling analysis of a cylindrical metal bin composed of corrugated sheets strengthened by vertical stiffeners. *Thin-Walled Structures*, 49(8), 947–963.
176. [Wójcik i inni 2013] Wójcik M., Sondej M., Tejchman J. (2013). Buckling analyses of cylindrical metal silos containing bulk solids. *Advances In Civil, Structural and Mechanical Engineering*. Hong Kong, 2013.
177. [Wójcik i inni 2014] Wójcik M., Kuczyńska N., Tejchman J. (2014). Analiza wyboczeniowa MES metalowego cylindrycznego silosu z blachy gładkiej zawierającego materiał sypki. *Inżynieria i Budownictwo*, 70(11), 640-644.
178. [Wójcik i inni 2017] Wójcik, M., Sondej, M., Rejowski K., Tejchman J. (2016). Full-scale experiments on wheat flow in steel silos composed of corrugated walls and columns. *Powder Technology*, (w recenzji).
179. [Wójcik i Tejchman 2015] Wójcik, M., Tejchman, J. (2015). Simulation of buckling process of cylindrical metal silos with flat sheets containing bulk solids. *Thin-Walled Structures*, 93, 122–136.
180. [Wójcik i Tejchman 2016] Wójcik, M., Tejchman, J. (2016). Buckling analyses of metal cylindrical silos containing bulk solids during filling. *Particulate Science and Technology*, 34(4), 461-469.
181. [Wullschleger 2006] Wullschleger, L. (2006). *Numerical investigation of the buckling behaviour of axially compressed circular cylinders having parametric initial dimple imperfections*. Doctoral dissertation, Swiss Federal Institute of Technology,

Zurich.

182. [Xia i inni 2012] Xia, Y., Friswell, M. I., Flores, E. S. (2012). Equivalent models of corrugated panels. *International Journal of Solids and Structures*, 49(13), 1453-1462.
183. [Yamaki 1984] Yamaki, N. (1984). Elastic stability of circular cylindrical shells, North-Holland, Amsterdam.
184. [Yamaki i Kodama 1972] Yamaki, N., Kodama, S. (1972). Buckling of circular cylindrical shells under compression. Report 3: Solutions based on the Donnell type equations considering prebuckling edge rotations. *Report of the Inst of High Speed Mech*, 25, Tohoku Univ, 99-141.
185. [Ye 2013] Ye, Z. (2013). Enhance Variational Asymptotic Method for Unit Cell Homogenization (VAMUCH) for Real Engineering Structures and Materials.
186. [Ye i inni 2014] Ye, Z., Berdichevsky, V. L., Yu, W. (2014). An equivalent classical plate model of corrugated structures. *International Journal of Solids and Structures*, 51(11), 2073-2083.
187. [Yiu 2005] Yiu, F. (2005). *A geometrically exact thin-walled beam theory considering in-plane cross-section distortion*. Doctoral dissertation, Cornell University.
188. [Zhang i Rotter 1988] Zhang, Q., Rotter, J. M. (1988). Equivalent orthotropic properties of cylindrical corrugated shells. *Auckland, new Zealand*, 417-422.
189. [Zoelly 1915] Zoelly, R. (1915). *Über ein Knickproblem an der Kugelschale*. Dr. thesis, Zurich.

#### Źródła internetowe

1. [1] <http://www.riela.pl>
2. [12] <http://gbtgdansk.com>
3. [13] [new.framespa.com](http://new.framespa.com)
4. [14] [www.symaga.com](http://www.symaga.com)
5. [15] <http://www.behlengrainsystems.com>
6. [16] [www.scafco.com](http://www.scafco.com)
7. [17] [komsomol.com.ua](http://komsomol.com.ua)
8. [18] [www.romag.co.za](http://www.romag.co.za)

## Wykaz publikacji własnych

### Publikacje w czasopismach naukowych mających współczynnik wpływu Impact Factor (IF), znajdujących się w bazie Journal Citation Reports (JCR)

1. [Iwicki i inni 2016] Iwicki, P., **Sondej, M.**, Tejchman, J. (2016). Application of linear buckling sensitivity analysis to economic design of cylindrical steel silos composed of corrugated sheets and columns. *Engineering Failure Analysis*, 70, 105–121. **30 pkt.**
2. [Sondej i inni 2015] **Sondej, M.**, Iwicki, P., Tejchman, J., Wójcik, M. (2015). Critical assessment of Eurocode approach to stability of metal cylindrical silos with corrugated walls and vertical stiffeners. *Thin-Walled Structures*, 95, 335–346. **35 pkt.**
3. [Sondej i inni 2016] **Sondej, M.**, Iwicki, P., Wójcik, M., Tejchman, J. (2016). Stability analyses of a cylindrical steel silo with corrugated sheets and columns. *Steel and Composite Structures*, 20(1), 147-166. **30 pkt.**
4. [Wójcik i inni 2017] Wójcik, M., **Sondej, M.**, Rejowski, K., Tejchman, J. (2017). Full-scale experiments on wheat flow in steel silo composed of corrugated walls and columns. *Powder Technology*, 311, 537-55. **30 pkt.**

### Publikacje w czasopismach recenzowanych

1. [Sondej 2013] **Sondej, M.** (2013). Analiza doświadczalna i numeryczna ściskanego profilu giętego na zimno. *Aktualne badania i analizy z inżynierii Łądowej*. Monografia. Gliwice.
2. [Sondej i inni 2012] **Sondej, M.**, Iwicki, P., Tejchman, J. (2012). Analiza numeryczna silosu z blachy falistej wzmocnionego słupami. *Zeszyty Naukowe Politechniki Rzeszowskiej*, 59(3), 273-280.
3. [Sondej i inni 2013] **Sondej, M.**, Iwicki, P., Tejchman, J. (2013). Porównawcza analiza wybozeniowa silosów z blachy falistej przy zastosowaniu różnych modeli MES. *Inżynieria i Budownictwo*, 69(2), 98-101.
4. [Sondej i inni 2014b] **Sondej, M.**, Iwicki, P., Tejchman, J. (2014). Porównanie normowej nośności wybozeniowej silosów z blachy falistej z analizą MES. *Inżynieria i Budownictwo*, 70(5), 285 - 288.

### Referaty konferencyjne

1. [Iwicki i inni 2015a] Iwicki, P., **Sondej, M.**, Wójcik, M., Rejowski, K., Kuczyńska, N., Tejchman J. (2015, May). Optimization of cylindrical metal silos composed of corrugated sheets with respect to global stability. *CHoPS 2015, 8th International Conference for Conveying and Handling of Particulate Solids*. Tel-Aviv.
2. [Iwicki i inni 2015b] Iwicki, P., Wójcik, M., **Sondej, M.**, Rejowski, K., Kuczyńska, N., Tejchman, J. (2015, September). FE analyses on buckling of cylindrical silos composed of horizontally corrugated sheets. *PCM-CMM-2015 - 3rd Polish Congress of Mechanics & 21st Computer Methods in Mechanics*. Gdańsk.
3. [Iwicki i Sondej 2012] Iwicki P., **Sondej M.** (2012, September). Buckling analysis of cold formed steel column. *Proceedings of Stability of Structures XIII-th Symposium*, Zakopane, 283-289.
4. [Sondej i inni 2014a] **Sondej, M.**, Wójcik, M., Iwicki, P., Tejchman, J. (2014). Comparative buckling analysis of cylindrical steel silos with flat or corrugated sheet. *Shell Structures, Theory and Applications*, CRC Press. Taylor & Francis, BALKEMA, 235-238. **15 pkt.**
5. [Wójcik i inni 2013] Wójcik M., **Sondej M.**, Tejchman J. (2013). Buckling analyses of cylindrical metal silos containing bulk solids. *Advances In Civil, Structural and Mechanical Engineering*. Hong Kong, 2013.

## 9. ZAŁĄCZNIK

### Z.1 Program napisany w języku MATLAB obliczający obciążenie krytyczne osiowo ściskanej powłoki cylindrycznej wg teorii Sandersa, DMV oraz autorskiej metody

```
clear
clc
% Skrypt oblicza nosnosc wybozczeniowa zebra wg teorii DMV i Sandera.
% Jezeli ds>dsmas obliczana jest nosnosc zebra wg proponowanej metody.
% Przykladowe dane dotycza silosu "A" (dc=5.35 m, V5 w rozstawie ds=1.4 m)
% Autor: Mateusz Sondej, 2016.

% DANE WEJSCIOWE:

% SILOS
d_c=5.35*1000;      % [mm] srednica silosu
r=d_c/2;           % [mm] promien silosu
h_w=24*0.836*1000; % [mm] wysokosc czesci cylindrycznej

% BLACHA FALISTA
d=18;              % [mm] wysokosc blachy faldowej
l=76;              % [mm] szerokosc faldy
t=0.75;           % [mm] grubosc blachy falistej
E=210*10^3;       % [MPa] modul Younga
G=80.77*10^3;    % [MPa] modul Kirchhoffa
v=0.3;           % wsp. Poissona

% ZEBRA PIONOWE
NEd=573           % [kN] sila w zebrze
ds=1400;         % [mm] rozstaw zeber
h=124;           % [mm] wysokosc srodnika
b=89;            % [mm] wysokosc polki
c=35;            % [mm] wysokosc usztywnienia brzegowego
ts=5;            % [mm] grubosc scianki
alfa=110;        % [deg] kat giecia

% wyznaczenie wsp. wezlow przekroju poprzecznego zebra
nodes=CV_nodes(h,b,c,alfa);

% obliczenie charakterystyk przekroju brutto
[A, ygc, zgc, Iy, Iz, J] = arbit_sec_par(nodes, ts);

As=A;            % [mm^2] pole przekroju zebra
Is=Iy;           % [mm^4] moment bezwladnosci
Its=J;           % [mm^4] moment bezwladnosci na skrecanie
es=zgc+d/2+t/2+ts/2; % [mm] mimosrod zebra

% PIERSCIENIE OBWODOWE
Ar=0;            % [mm^2] pole przekroju pierscienia
Ir=0;            % [mm^4] moment bezwladnosci przekroju pierscienia
Itr=0;           % [mm^4] moment bezwladnosci na skrecanie
dr=1;           % [mm] rozstaw pierscieni
er=0;            % [mm] mimosrod pierscienia

% ROWNOWAZNE SZTYWNOSCI BLONOWE I ZGIECOWE BLACHY FAL.
[Cfi, Ctheta, Cfitheta, Dfi, Dtheta, Dfitheta]=sztywnosci(d, l, t, E, G, v);

% GRANICZNY ROZSTAW ZEBER
kdx=7.4;
dsmas=round(kdx*(r^2*Dtheta/Ctheta)^0.25)
```

```

dsmax_mod=round(9.3*(r^2*Dtheta/Ctheta)^0.25)

% OBLICZENIE OBCIAZENIA KRYTYCZNEGO WG TEORII DMV I SANDERSA
m=100;
n=10;
n_xRcr_matrix=zeros(m,n);
loop=0;
for mi=1:m;
    for ni=1:n;
        li=h_w*mi/m; % dlugosc fali wyboczeniowej
        j=ni; % liczba obwodowych fal wyboczeniowych
        n_xRcr_DMV_i=n_xRcr_DMV(r,j,li,E,G,v,Cfi,Ctheta,...
            Cfitheta,Dfi,Dtheta,Dfitheta,As,es,Is,Its,ds,Ar,er,Ir,Itr,dr);
        n_xRcr_SANDERS_i=n_xRcr_SANDERS(r,j,li,E,G,v,Cfi,Ctheta,...
            Cfitheta,Dfi,Dtheta,Dfitheta,As,es,Is,Its,ds);

        n_xRcr_DMV_dsmax_mod_i=n_xRcr_DMV(r,j,li,E,G,v,Cfi,Ctheta,...
            Cfitheta,Dfi,Dtheta,Dfitheta,As,es,Is,Its,dsmax_mod,...
            Ar,er,Ir,Itr,dr);
        n_xRcr_SANDERS_dsmax_mod_i=n_xRcr_SANDERS(r,j,li,E,G,v,Cfi,...
            Ctheta,Cfitheta,Dfi,Dtheta,Dfitheta,As,es,Is,Its,dsmax_mod);

        if loop==0
            n_xRcr_DMV_min=n_xRcr_DMV_i;
            n_xRcr_SANDERS_min=n_xRcr_SANDERS_i;
            li_cr_DMV=li;
            j_cr_DMV=j;
            li_cr_SANDERS=li;
            j_cr_SANDERS=j;
            n_xRcr_DMV_dsmax_mod_min=n_xRcr_DMV_i;
            n_xRcr_SANDERS_dsmax_mod_min=n_xRcr_SANDERS_i;
        else
            if n_xRcr_DMV_i<n_xRcr_DMV_min
                n_xRcr_DMV_min=n_xRcr_DMV_i;
                li_cr_DMV=li;
                j_cr_DMV=j;
            end
            if n_xRcr_SANDERS_i<n_xRcr_SANDERS_min
                n_xRcr_SANDERS_min=n_xRcr_SANDERS_i;
                li_cr_SANDERS=li;
                j_cr_SANDERS=j;
            end
            if n_xRcr_DMV_dsmax_mod_i<n_xRcr_DMV_dsmax_mod_min
                n_xRcr_DMV_dsmax_mod_min=n_xRcr_DMV_dsmax_mod_i;
            end
            if n_xRcr_SANDERS_dsmax_mod_i<n_xRcr_SANDERS_dsmax_mod_min
                n_xRcr_SANDERS_dsmax_mod_min=n_xRcr_SANDERS_dsmax_mod_i;
            end
        end
        loop=loop+1;
    end
end

% Obciazenie krytyczne powloki wg DMV i Sandersa
n_xRcr_DMV=n_xRcr_DMV_min;
n_xRcr_SANDERS=n_xRcr_SANDERS_min;
n_xRcr_DMV_dsmax_mod=n_xRcr_DMV_dsmax_mod_min;
n_xRcr_SANDERS_dsmax_mod=n_xRcr_SANDERS_dsmax_mod_min;

```

```

% Nosnosc obliczeniowa slupa wg DMV i Sandersa
Nb_Rd1_DMV=0.8*n_xRcr_DMV*ds/1000/1.1 % kN
Nb_Rd1_SANDERS=0.8*n_xRcr_SANDERS*ds/1000/1.1 % kN
% Warunki nosnosci
round(100*NEd/Nb_Rd1_DMV)/100
round(100*NEd/Nb_Rd1_SANDERS)/100

% -----
% Proponowana metoda wazna dla ds>dsmax
if ds>dsmax_mod
    n_xRcr_DMV_PM=(n_xRcr_DMV_dsmax_mod*dsmax_mod*(ds/dsmax_mod)^-1.5)/ds;
    n_xRcr_SANDERS_PM=(n_xRcr_SANDERS_dsmax_mod*dsmax_mod*...
        (ds/dsmax_mod)^-1.5)/ds;
    Nb_Rd1_DMV_PM=0.8*n_xRcr_DMV_PM*ds/1000/1.1
    Nb_Rd1_SANDERS_PM=0.8*n_xRcr_SANDERS_PM*ds/1000/1.1
    % Warunki nosnosci
    round(100*NEd/Nb_Rd1_DMV_PM)/100
    round(100*NEd/Nb_Rd1_SANDERS_PM)/100
end
% -----

*****

function [Cfi,Ctheta,Cfitheta,Dfi,Dtheta,Dfitheta]=sztynnosci(d,l,t,E,G,v)

% Funkcja oblicza rownowazne sztywnosci blonowe i zgieciowe blachy falistej
% na podstawie wzorow (4.2-4.7) podanych w [PN-EN 1993-4-1]
% Autor: Mateusz Sondej, 2016.
%
% Dane wejsciowe:
% d - wysokosc blachy faldowej
% l - szerokosc faldy
% t - grubosc blachy falistej
% E - modul Younga
% G - modul Kirchhoffa
% v - wsp. Poissona

% sztywnosci blonowe (wzory: 4.2-4.4 [PN-EN 1993-4-1])
Cfi=E*t^3/(3*d^2); % Cx - kierunek pionowy
Ctheta=E*t*(1+pi^2*d^2/(4*l^2)); % Cy - kierunek obwodowy
Cfitheta=G*t/(1+pi^2*d^2/(4*l^2)); % Cxy - scinanie

% sztywnosci zgieciowe (wzory: 4.5-4.7 [PN-EN 1993-4-1])
Dfi=E*t^3/(12*(1-v^2))*1/(1+pi^2*d^2/(4*l^2)); % Dx - kierunek pionowy
Dtheta=0.13*E*t*d^2; % Dy - kierunek obwodowy (w kierunku sfadowania)
Dfitheta=G*t^3/12*(1+pi^2*d^2/(4*l^2)); % Dxy - skrecanie

*****

function [A,ygc,zgc,Iy,Iz,J] = arbit_sec_par(nodes,ts)

% Funkcja oblicza charakterystyki cienkosciennego przekroju poprzecznego
% Autor: Mateusz Sondej, 2016

nelem = size(nodes,1)-1;

for i = 1:nelem
    dA(i)=ts*norm([nodes(i+1,1)-nodes(i,1), nodes(i+1,2)-nodes(i,2)]);
    dSy0(i)=dA(i)*0.5*(nodes(i+1,2)+nodes(i,2));
    dSz0(i)=dA(i)*0.5*(nodes(i+1,1)+nodes(i,1));
    dIy0(i)=(nodes(i+1,2)^2+nodes(i,2)^2+nodes(i+1,2)*nodes(i,2))*dA(i)/3;

```

```
dIz0(i)=(nodes(i+1,1)^2+nodes(i,1)^2+nodes(i+1,1)*nodes(i,1))*dA(i)/3;
dJ(i)=ts^3*norm([nodes(i+1,1)-nodes(i,1), nodes(i+1,2)-nodes(i,2)])/3;
end
```

```
A = sum(dA);
Sy0 = sum(dSy0);
Sz0 = sum(dSz0);
Iy0 = sum(dIy0);
Iz0 = sum(dIz0);
J = sum(dJ);
```

```
zgc=Sy0/A;
ygc=Sz0/A;
```

```
if abs(ygc/sqrt(A)) < 1e-10
    ygc = 0;
end
if abs(zgc/sqrt(A)) < 1e-10
    zgc = 0;
end
```

```
Iy = Iy0-A*zgc^2;
Iz = Iz0-A*ygc^2;
```

```
*****
```

```
function [ n_xRcr ] = n_xRcr_DMV(r,j,li,E,G,v,Cfi,Ctheta,Cfitheta,Dfi,...
    Dtheta,Dfitheta,As,es,Is,Its,ds,Ar,er,Ir,Itr,dr)
```

```
% Funkcja oblicza naprezenie krytyczne osiowo sciskanej
% powloki ortotropowej
% Autor: Mateusz Sondej, 2016.
%
% Dane wejsciowe:
% r - promien powloki
% j - liczba obwodowych fal wyboczeniowych
% li - dlugosc fali wyboczeniowej
% E - modul Younga
% G - modul Kirchhoffa
% v - wsp. Poissona
% Cfi,Ctheta,Cfitheta,Dfi,Dtheta,Dfitheta - rownowazne sztywnosci
```

```
% Zebra pionowe
```

```
%
% As - pole powierzchni przekroju
% es - mimosrod mierzony od powierzchni srodkowej powloki
% Is - moment bezwladnosci wzgledem osi obwodowej
% Its - moment bezwladnosci na skrecanie
% ds - rozstaw zeber
```

```
% Pierscienie obwodowe
```

```
%
% Ar - pole powierzchni przekroju
% er - mimosrod mierzony od powierzchni srodkowej powloki
% Ir - moment bezwladnosci wzgledem osi obwodowej
% Itr - moment bezwladnosci na skrecanie
% dr - rozstaw pierścieni
```

```
C11=Cfi+E*As/ds;
C12=v*(Cfi*Ctheta)^0.5;
C14=es*E*As/(r*ds);
```



```

C22=Ctheta+E*Ar/dr;
C33=Cfitheta;
C25=er*E*Ar/(r*dr);
C44=(Dfi+E*Is/ds+E*As*es^2/ds)/r^2;
C45=v*(Dfi*Dtheta)^0.5/r^2;
C55=(Dtheta+E*Ir/dr+E*Ar*er^2/dr)/r^2;
C66=(Dfitheta+0.5*(G*Its/ds+G*Itr/dr))/r^2;
omega=pi*r/(j*li);
A1=j^4*(omega^4*C44+2*omega^2*(C45+C66)+C55)+C22+2*j^2*C25;
A2=2*omega^2*(C12+C33)*(C22+j^2*C25)*(C12+j^2*omega^2*C14)-...
    (omega^2*C11+C33)*(C22+j^2*C25)^2-...
    omega^2*(C22+omega^2*C33)*(C12+j^2*omega^2*C14)^2;
A3=(omega^2*C11+C33)*(C22+C25+omega^2*C33)-omega^2*(C12+C33)^2;
n_xRcr=1/(j^2*omega^2)*(A1+A2/A3);
end

*****

function [ n_xRcr_SANDERS ] = n_xRcr_SANDERS(R,j,L,E,G,v,...
    Cfi,Ctheta,Cfitheta,Dfi,Dtheta,Dfitheta,    As,es,Is,Its,ds)

% Funkcja oblicza naprezenie krytyczne osiowo sciskanej
% powloki ortotropowej wg teorii Sandersa
% Autor: Mateusz Sondej, 2016.
%
% Dane wejsciowe:
% R - promien powloki
% j - liczba obwodowych fal wyboczeniowych
% L - dlugosc fali wyboczeniowej
% E - modul Younga
% G - modul Kirchhoffa
% v - wsp. Poissona
% Cfi,Ctheta,Cfitheta,Dfi,Dtheta,Dfitheta - rownowazne sztywnosci
%
% Zebra pionowe
%
% As - pole powierzchni przekroju
% es - mimosrod mierzony od powierzchni srodkowej powloki
% Is - moment bezwladnosci wzgledem osi obwodowej
% Its - moment bezwladnosci na skrecanie
% ds - rozstaw zeber

m=1;
n=j;

Gs=G;
Gr=G;
Es=E;
Er=E;

Ar=0;
Ir=0;
Jr=0;
er=0;
dr=L;

q_int=0;% ciesnienie wewnetrzne
q_ext=0;% ciesnienie zewnetrzne
l4=1; % mnoznik obciazenia liniowego
l3=0; % mnoznik obciazenia cisnieniem
Nx=1; % przylozone obciazenie liniowe do krawedzi powloki

```



```

L1=l4*Nx;
L2=l3*q_ext*R; % dla osiowego sciskania L2=0
L3=0;

Lg1=-q_int*R/2;
Lg2=-q_int*R;
Lg3=0;

% theory
c1=1;
c2=1;
c3=1;
c4=1;
% Sanders
c1=1; c2=1; c4=1;
% Donnell
%c1=0; c2=0; c4=0;

A11_shell=Cfi*1;
A12_shell=Cfi*v;
A21_shell=A12_shell;
A22_shell=Ctheta*1;
A66_shell=Cfitheta;

B11_shell=0;
B12_shell=0;
B21_shell=B12_shell;
B22_shell=0;
B66_shell=0;

D11_shell=Dfi*1;
D12_shell=Dfi*v;
D21_shell=D12_shell;
D22_shell=Dtheta*1;
D66_shell=Dfitheta;

A11_add=Es*As/ds;
A22_add=Er*Ar/dr;
B11_add=Es*As*es/ds;
B22_add=Er*Ar*er/dr;

D11_add=Es/ds*(Is+As*es^2);
D22_add=Er/dr*(Ir+Ar*er^2);
D66_add=1/4*(Gs*Its/ds+Gr*Jr/dr);

% COMPLETE MATRIX
A11=A11_shell+A11_add;
A12=A12_shell;
A21=A21_shell;
A22=A22_shell+A22_add;
A66=A66_shell;

B11=B11_shell+B11_add;
B21=B21_shell;
B12=B21;
B22=B22_shell+B22_add;
B66=B66_shell;

D11=D11_shell+D11_add;
D12=D12_shell;

```

```

D21=D21_shell;
D22=D22_shell+D22_add;
D66=D66_shell+D66_add;

% Skladniki macierzy sztywnosci
K11=A11+(A66-B66*c2/R+D66*c2/(4*R^2)-c1/4*(Lg1+Lg2))*(n*L/(m*pi*R))^2;
K12=-((n*L)/(m*pi*R))*(A12+A66+(B12+B66)*c2/R-D66*3*c2/(4*R^2)+...
c1/4*(Lg1+Lg2));
K13=-((A12/R+c4*Lg2/R)*(L/(m*pi))^2+B11-(D66*c2/R-B12-2*B66)*...
((n*L)/(m*pi*R))^2);
K22=(A66+B66*3*c2/R+D66*9*c2/(4*R^2)+(A22+2*B22*c2/R+D22*c2/R^2)*...
((n*L)/(m*pi*R))^2-(c2-c4)*Lg2/R^2*(L/(m*pi))^2-c1/4*(Lg1+Lg2);
K23=((n*L)/(m*pi*R))*(1/R*(A22+B22*c2/R)*(L/(m*pi))^2+(B12+2*B66+...
(D12+3*D66)*c2/R)+(B22+D22*c2/R)*((n*L)/(m*pi*R))^2);
K33=A22/R^2*(L/(m*pi))^4+2/R*(L/(m*pi))^2*(B12+B22*(n*L)/(m*pi*R))^2+...
(D11+2*(D12+2*D66))*((n*L)/(m*pi*R))^2+D22*((n*L)/(m*pi*R))^4-...
(L/(m*pi))^2*(Lg1+Lg2)*((n*L)/(m*pi*R))^2-c4*Lg2/R^2*(L/(m*pi))^2);

% Skladniki macierzy geometrycznej
G11=c1/4*(L1+L2)*((n*L)/(m*pi*R))^2;
G12=c1/4*(L1+L2)*((n*L)/(m*pi*R));
G13=c4*L2/R*(L/(m*pi))^2;
G22=(c2-c4)*L2/R^2*(L/(m*pi))^2+c1/4*(L1+L2);
G23=(c2-c4)*L2/R*(L/(m*pi))^2*((n*L)/(m*pi*R));
G33=(L/(m*pi))^2*(L1+L2*((n*L)/(m*pi*R))^2-c4*L2/R^2*(L/(m*pi))^2);

% Rozwiazanie problemu wlasnego
C0=K33*(K11*K22-K12^2)+(K12*K13-K11*K23)*K23+(K12*K23-K22*K13)*K13;
C1=G11*(K22*K33-K23^2)+G22*(K11*K33-K13^2)+G33*(K11*K22-K12^2)+...
2*G12*(K13*K23-K12*K33)+2*G13*(K12*K23-K13*K22)+...
2*G23*(K12*K13-K11*K23);
C2=K11*(G22*G33-G23^2)+K22*(G11*G33-G13^2)+K33*(G11*G22-G12^2)+...
2*K12*(G13*G23-G12*G33)+2*K13*(G12*G23-G13*G22)+...
2*K23*(G12*G13-G11*G23);
C3=G11*G23^2+G22*G13^2-G33*(G11*G22-G12^2)-2*G12*G13*G23;

K=[K11,K12,K13;K12,K22,K23;K13,K23,K33]; % macierz sztywnosci
G=[G11,G12,G13;G12,G22,G23;G13,G23,G33]; % macierz geometryczna

n_xRcr_SANDERS=C0/C1;

*****

```



## Z.2 Pomiar imperfekcji geometrycznych silosu w Gdańskim Terminalu Masowym

Pierwszy pomiar pionowości słupów przeprowadzony w dniu 30.04.2012 dotyczył pustego silosu Riela 1730 o średnicy  $d_c=15.35$  m i wysokości  $H=28.89$  m w kalenicy. Płaszcz silosu wzmocniony był 34 słupami rozmieszczonymi równomiernie wzdłuż obwodu co  $d_s=1.4$  m. Silos wchodził w skład baterii pięciu silosów usytuowanej w Gdańskim Terminalu Masowym. Jako obserwacje przyjęto punkty na wysokości łączeń słupów. Pomiar wykonano metodą kątowno-liniową, uzyskując wyniki o dokładności 3 mm. Jako poziom wysokości „0” przyjęto wierzch płyty fundamentowej, na której posadowiono silos. Wyniki przedstawiono w formie tabelarycznej (tab. Z.2.1–2). Wartości ze znakiem + oznaczają wychylenie słupów na zewnątrz, natomiast wartości ze znakiem – oznaczają wychylenie słupów w kierunku wnętrza silosu. Pomiar odbył się przy umiarkowanym nasłonecznieniu i temperaturze powietrza od +15 C do +18°C.

**Tabela Z.2.1.** Pomierzone przemieszczenia słupów pustego silosu Riela 1730 w kierunku radialnym w [mm]

h [m]	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10	S11	S12	S13	S14	S15	S16	S17
25.04	-18	-6	-7	-30	-21	-40	-14	-6	-16	-3	-11	-14	-11	1	14	6	9
24.30	-13	-10	-11	-15	-25	-25	-32	-7	-14	-3	-13	-18	-22	6	6	-2	-1
22.62	2	3	3	-12	-31	-32	-24	-10	-26	-1	-5	3	-21	4	-6	10	24
20.11	-5	9	7	-9	-38	-28	-27	-5	-15	-1	-10	-8	-8	2	10	0	5
17.83	9	5	-8	-19	-26	-16	-21	-11	-10	-7	-10	-12	-11	-10	7	3	4
17.40	0	9	-7	-17	-32	-21	-12	-9	-8	6	-14	-17	-15	-8	9	2	3
15.07	11	12	-4	-24	-38	-27	-18	-12	-6	2	-10	-16	-7	-10	10	3	1
12.56	24	16	-4	-20	-38	-35	-14	-8	0	8	-7	-13	-8	-10	-3	-1	-5
10.06	20	12	-5	-21	-35	-37	-15	-15	-6	2	-13	-7	-6	-6	6	-3	-5
7.55	11	11	-6	-12	-28	-50	-10	-6	-1	8	-7	-9	-5	-11	10	-5	-7
5.04	12	10	0	-6	-23	-30	-6	-7	14	13	-19	-6	-2	-13	11	-5	-8
2.53	8	1	-3	-4	-14	-12	-3	4	8	10	12	-3	-3	-8	7	-1	-2
0.00	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

**Tabela Z.2.2.** Pomierzone przemieszczenia słupów pustego silosu Riela 1730 w kierunku radialnym w [mm]

h [m]	S18	S19	S20	S21	S22	S23	S24	S25	S26	S27	S28	S29	S30	S31	S32	S33	S34
25.04	16	20	28	14	7	13	4	-4	0	3	-3	-2	0	-17	-9	-20	-30
24.30	14	15	17	14	3	6	-1	7	-6	-8	-5	-27	-1	-26	-18	-5	-6
22.62	34	25	23	8	13	1	4	-7	-20	-18	3	-6	6	-17	-12	3	-1
20.11	19	26	23	13	10	17	1	-8	-20	-8	3	-16	-4	-14	-12	4	0
17.83	18	22	22	15	7	-4	-16	-10	-15	-7	-8	-17	-1	-17	-8	10	4
17.40	13	22	25	16	4	-7	-14	-9	-16	-5	-5	-12	-8	-21	-11	7	-2
15.07	7	9	18	8	-3	-9	-16	-6	-4	4	0	-19	-20	-31	-18	9	6
12.56	6	12	22	9	-25	-9	-24	-10	-2	10	1	-11	-19	-39	-24	5	6
10.06	1	10	18	8	-6	-9	-19	-8	1	13	4	-18	-18	-38	-26	2	2
7.55	-1	5	9	4	-2	-6	-6	-8	-2	7	6	-9	-12	-29	-19	5	12
5.04	5	4	6	2	1	-4	-23	-2	-6	8	3	-7	-8	-23	-12	10	5
2.53	2	-1	5	-1	-2	-4	-7	-3	-4	3	-5	-6	-2	-17	-11	9	8
0.00	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

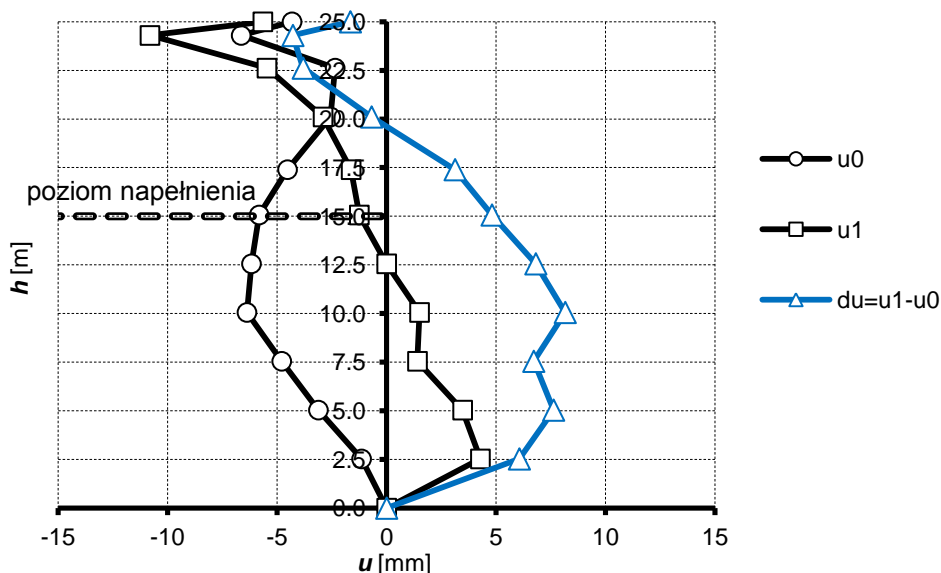
Drugi pomiar wykonany w dniu 22.11.2012 dotyczył tego samego silosu wypełnionego jęczmieniem do poziomu 14–15 m, co odpowiadało pojemności 2000–2500 ton (tab. Z.2.3–4). Pomiar odbył się przy dużym zachmurzeniu i temperaturze powietrza od +3°C do +6°C. Uśrednione przemieszczenia radialne silosu pustego i napełnionego oraz przyrost przemieszczeń po napełnieniu pokazano na rysunku Z.2.1.

**Tabela Z.2.3.** Pomierzone przemieszczenia słupów napełnionego silosu Riela 1730 w kierunku radialnym w [mm]

$h$ [m]	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10	S11	S12	S13	S14	S15	S16	S17
25.04	-17	-15	-10	-12	-18	-18	-12	-1	-	-	-13	-6	-10	1	9	1	11
24.30	-21	-20	-15	-16	-23	-26	-16	-7	-	-	-22	-13	-16	-3	8	-4	1
22.62	-7	-10	-7	-7	-22	-26	-12	-10	-	-	-12	-3	-12	-3	-2	11	26
20.11	-10	-1	5	-7	-23	-28	-11	-6	-	-	1	-3	0	5	15	7	12
17.83	-1	1	0	-4	-14	-15	-8	1	-	-	-12	-1	-1	12	12	9	10
17.40	-4	0	1	-5	-14	-14	-6	-7	-	-	-10	-2	-1	11	13	8	8
15.07	-9	2	3	-5	-12	-14	-6	-6	-	-	-10	-5	0	11	16	7	7
12.56	1	5	7	-2	-12	-12	-2	-9	-	-	-12	1	1	14	15	7	3
10.06	3	6	6	-2	-7	-7	0	-6	-	-	3	5	3	12	13	4	2
7.55	1	9	6	2	-8	-7	3	1	-	-	-6	7	3	10	9	-1	0
5.04	4	10	8	3	-4	-6	4	0	-	-	2	8	8	14	15	0	2
2.53	4	7	5	1	-1	1	7	7	-	-	7	10	7	13	14	3	3
0.00	0	0	0	0	0	0	0	0	-	-	0	0	0	0	0	0	0

**Tabela Z.2.4.** Pomierzone przemieszczenia słupów napełnionego silosu Riela 1730 w kierunku radialnym w [mm]

$h$ [m]	S18	S19	S20	S21	S22	S23	S24	S25	S26	S27	S28	S29	S30	S31	S32	S33	S34
25.04	12	12	14	13	9	1	-3	-11	-13	-12	-9	-13	-1	-20	-13	-20	-17
24.30	12	7	5	9	1	-6	11	-8	-21	-19	-17	-20	-10	-29	-21	-26	-21
22.62	23	20	12	5	6	-12	18	-1	-25	-31	-10	-14	-3	-18	-17	-20	-12
20.11	17	21	10	8	5	2	12	-16	-20	-7	-3	-13	-4	-11	-12	-20	-18
17.83	20	18	14	9	5	-7	1	-4	-18	-8	-4	-9	-2	-12	-11	-17	-16
17.40	17	20	15	10	3	-8	1	-4	-11	-8	-3	-11	-1	-11	-12	-14	-13
15.07	14	17	13	8	-1	-11	3	-2	-5	0	8	-13	-6	-15	-8	-11	-10
12.56	12	17	17	11	-5	-9	3	3	-1	4	5	-10	-5	-18	-10	-10	-9
10.06	9	16	16	8	-3	-8	6	6	2	6	6	-2	-2	-17	-11	-10	-9
7.55	7	14	11	6	-3	-4	6	10	3	5	7	-4	-1	-14	-9	-11	-7
5.04	7	11	10	7	2	2	7	7	-1	7	8	-3	1	-10	-3	-4	-5
2.53	5	6	9	5	3	2	6	7	1	5	5	-3	5	-8	-1	0	2
0.00	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0



**Rys. Z.2.1.** Uśrednione z 34 słupów przemieszczenia radialne silosu pustego ( $u_0$ ), napełnionego ( $u_1$ ) oraz przyrost przemieszczeń po napełnieniu ( $du$ )

### Z.3 Obciążenie i konstrukcja silosów A–F

#### Z.3.1 Obciążenie płaszczu silosu od materiału sypkiego

Tabela Z.3.1.1. Silos A ( $d_c=5.35$  m): obciążenia charakterystyczne od materiału sypkiego

Numer pierścienia	z [m]	$\rho_{hf}$ [kN/m <sup>2</sup> ]	$\rho_{wf}$ [kN/m <sup>2</sup> ]	$\rho_{he}$ [kN/m <sup>2</sup> ]	$\rho_{we}$ [kN/m <sup>2</sup> ]	$\rho_{he,u}$ [kN/m <sup>2</sup> ]	$\rho_{we,u}$ [kN/m <sup>2</sup> ]
	0.60	3.0	1.9	3.5	2.0	3.9	2.5
1	1.44	6.7	4.0	7.7	4.4	8.5	5.3
2	2.27	9.7	5.6	11.2	6.2	12.4	7.5
3	3.11	12.3	7.0	14.2	7.7	15.6	9.2
4	3.95	14.5	8.0	16.6	8.8	18.4	10.6
5	4.78	16.3	8.8	18.7	9.8	20.6	11.7
6	5.62	17.8	9.5	20.4	10.5	22.6	12.6
7	6.45	19.0	10.0	21.9	11.1	24.2	13.3
8	7.29	20.1	10.4	23.1	11.5	25.5	13.9
9	8.13	21.0	10.8	24.2	11.9	26.7	14.3
10	8.96	21.8	11.0	25.0	12.2	27.6	14.7
11	9.80	22.4	11.2	25.7	12.4	28.4	14.9
12	10.63	22.9	11.4	26.3	12.6	29.1	15.1
13	11.47	23.3	11.5	26.9	12.7	29.6	15.3
14	12.31	23.7	11.6	27.3	12.8	30.1	15.5
15	13.14	24.0	11.7	27.6	12.9	30.5	15.6
16	13.98	24.3	11.8	27.9	13.0	30.8	15.7
17	14.81	24.5	11.8	28.2	13.1	31.1	15.7
18	15.65	24.7	11.9	28.4	13.1	31.3	15.8
19	16.49	24.8	11.9	28.6	13.1	31.5	15.8
20	17.32	25.0	11.9	28.7	13.2	31.7	15.9
21	18.16	25.1	12.0	28.8	13.2	31.8	15.9
22	18.99	25.2	12.0	28.9	13.2	31.9	15.9
23	19.83	25.2	12.0	29.0	13.2	32.0	15.9
24	20.67	25.3	12.0	29.1	13.2	32.1	15.9

Tabela Z.3.1.2. Silos B ( $d_c=10.70$  m): obciążenia charakterystyczne od materiału sypkiego

Numer pierścienia	z [m]	$\rho_{hf}$ [kN/m <sup>2</sup> ]	$\rho_{wf}$ [kN/m <sup>2</sup> ]	$\rho_{he}$ [kN/m <sup>2</sup> ]	$\rho_{we}$ [kN/m <sup>2</sup> ]	$\rho_{he,u}$ [kN/m <sup>2</sup> ]	$\rho_{we,u}$ [kN/m <sup>2</sup> ]
	1.20	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
1	2.04	6.7	4.0	7.7	4.4	8.3	5.1
2	2.87	12.1	7.0	13.9	7.7	15.0	8.9
3	3.71	16.4	9.3	18.9	10.2	20.4	11.9
4	4.55	20.0	11.1	23.0	12.2	24.9	14.2
5	5.38	23.0	12.6	26.4	13.8	28.6	16.0
6	6.22	25.6	13.8	29.4	15.1	31.8	17.6
7	7.05	27.8	14.8	31.9	16.2	34.5	18.9
8	7.89	29.7	15.6	34.1	17.1	36.8	19.9
9	8.73	31.3	16.3	36.0	17.9	38.9	20.9
10	9.56	32.8	16.9	37.6	18.6	40.7	21.6
11	10.40	34.1	17.5	39.1	19.2	42.3	22.3
12	11.23	35.2	18.0	40.4	19.7	43.7	22.9
13	12.07	36.2	18.4	41.6	20.2	44.9	23.5
14	12.91	37.1	18.8	42.6	20.6	46.1	23.9
15	13.74	37.9	19.1	43.6	21.0	47.1	24.4
16	14.58	38.7	19.4	44.4	21.3	48.0	24.8
17	15.41	39.4	19.7	45.2	21.6	48.9	25.1
18	16.25	40.0	19.9	45.9	21.9	49.6	25.4
19	17.09	40.6	20.1	46.6	22.1	50.3	25.7
20	17.92	41.1	20.3	47.2	22.3	51.0	25.9
21	18.76	41.6	20.5	47.7	22.5	51.6	26.2
22	19.59	42.0	20.7	48.2	22.7	52.1	26.4
23	20.43	42.4	20.8	48.7	22.9	52.6	26.6
24	21.27	42.8	21.0	49.1	23.0	53.1	26.8

**Tabela Z.3.1.3.** Silos C ( $d_c=14.26$  m): obciążenia charakterystyczne od materiału sypkiego

Numer pierścienia	z	$\rho_{hf}$	$\rho_{wf}$	$\rho_{he}$	$\rho_{we}$	$\rho_{he,u}$	$\rho_{we,u}$
	[m]	[kN/m <sup>2</sup> ]	[kN/m <sup>2</sup> ]	[kN/m <sup>2</sup> ]	[kN/m <sup>2</sup> ]	[kN/m <sup>2</sup> ]	[kN/m <sup>2</sup> ]
	1.60	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
1	2.44	6.9	4.2	7.4	4.4	7.9	4.9
2	3.28	12.7	7.5	13.7	7.9	14.5	8.7
3	4.11	17.7	10.2	19.0	10.7	20.1	11.9
4	4.95	21.9	12.4	23.6	13.0	24.9	14.5
5	5.78	25.6	14.2	27.6	15.0	29.1	16.7
6	6.62	28.8	15.8	31.0	16.6	32.8	18.5
7	7.46	31.6	17.2	34.1	18.1	36.0	20.1
8	8.29	34.1	18.3	36.8	19.3	38.9	21.5
9	9.13	36.3	19.4	39.2	20.4	41.4	22.7
10	9.96	38.3	20.3	41.3	21.3	43.7	23.7
11	10.80	40.1	21.1	43.3	22.1	45.7	24.7
12	11.64	41.8	21.8	45.0	22.9	47.6	25.5
13	12.47	43.2	22.4	46.6	23.6	49.2	26.2
14	13.31	44.6	23.0	48.0	24.2	50.8	26.9
15	14.14	45.8	23.5	49.4	24.7	52.2	27.5
16	14.98	46.9	23.9	50.6	25.2	53.4	28.1
17	15.82	47.9	24.4	51.7	25.6	54.6	28.5
18	16.65	48.9	24.8	52.7	26.0	55.7	29.0
19	17.49	49.8	25.1	53.6	26.4	56.7	29.4
20	18.32	50.6	25.4	54.5	26.8	57.6	29.8
21	19.16	51.3	25.7	55.3	27.1	58.5	30.2
22	20.00	52.0	26.0	56.1	27.4	59.3	30.5
23	20.83	52.7	26.3	56.8	27.6	60.0	30.8
24	21.67	53.3	26.5	57.4	27.9	60.7	31.1

**Tabela Z.3.1.4.** Silos D ( $d_c=19.61$  m): obciążenia charakterystyczne od materiału sypkiego

Numer pierścienia	z	$\rho_{hf}$	$\rho_{wf}$	$\rho_{he}$	$\rho_{we}$	$\rho_{he,u}$	$\rho_{we,u}$
	[m]	[kN/m <sup>2</sup> ]	[kN/m <sup>2</sup> ]	[kN/m <sup>2</sup> ]	[kN/m <sup>2</sup> ]	[kN/m <sup>2</sup> ]	[kN/m <sup>2</sup> ]
	2.20	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
1	3.04	7.1	4.3	7.2	4.3	7.4	4.5
2	3.88	13.3	7.9	13.6	8.0	13.8	8.3
3	4.71	18.8	11.0	19.2	11.1	19.5	11.6
4	5.55	23.7	13.7	24.2	13.8	24.6	14.4
5	6.38	28.1	16.0	28.7	16.2	29.2	16.8
6	7.22	32.0	18.0	32.7	18.2	33.3	19.0
7	8.06	35.6	19.8	36.3	20.1	37.0	20.8
8	8.89	38.8	21.4	39.6	21.7	40.4	22.5
9	9.73	41.8	22.8	42.6	23.1	43.4	24.0
10	10.56	44.5	24.1	45.4	24.4	46.2	25.3
11	11.40	46.9	25.2	47.9	25.6	48.8	26.6
12	12.24	49.2	26.3	50.2	26.6	51.1	27.6
13	13.07	51.3	27.2	52.3	27.6	53.3	28.6
14	13.91	53.2	28.1	54.3	28.5	55.3	29.6
15	14.74	55.0	28.9	56.1	29.3	57.2	30.4
16	15.58	56.6	29.6	57.8	30.0	58.9	31.1
17	16.42	58.2	30.3	59.4	30.7	60.5	31.8
18	17.25	59.6	30.9	60.8	31.3	62.0	32.5
19	18.09	61.0	31.4	62.2	31.9	63.4	33.1
20	18.92	62.2	32.0	63.5	32.4	64.7	33.7
21	19.76	63.4	32.5	64.7	32.9	65.9	34.2
22	20.60	64.5	32.9	65.8	33.4	67.1	34.7
23	21.43	65.5	33.4	66.9	33.8	68.2	35.1
24	22.27	66.5	33.8	67.9	34.2	69.2	35.5

**Tabela Z.3.1.5** Silos E ( $d_c=24.96$  m): obciążenia charakterystyczne od materiału sypkiego

Numer pierścienia	z	$\rho_{hf}$	$\rho_{wf}$	$\rho_{he}$	$\rho_{we}$	$\rho_{he,u}$	$\rho_{we,u}$
	[m]	[kN/m <sup>2</sup> ]	[kN/m <sup>2</sup> ]	[kN/m <sup>2</sup> ]	[kN/m <sup>2</sup> ]	[kN/m <sup>2</sup> ]	[kN/m <sup>2</sup> ]
	2.81	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
1	3.64	7.2	4.4	7.2	4.4	7.2	4.4
2	4.48	13.6	8.2	13.6	8.2	13.6	8.2
3	5.31	19.5	11.5	19.5	11.5	19.5	11.5
4	6.15	24.9	14.5	24.9	14.5	24.9	14.5
5	6.99	29.7	17.2	29.7	17.2	29.7	17.2
6	7.82	34.2	19.5	34.2	19.5	34.2	19.5
7	8.66	38.3	21.7	38.3	21.7	38.3	21.7
8	9.49	42.1	23.6	42.1	23.6	42.1	23.6
9	10.33	45.6	25.3	45.6	25.3	45.6	25.3
10	11.17	48.8	26.9	48.8	26.9	48.8	26.9
11	12.00	51.9	28.4	51.9	28.4	51.9	28.4
12	12.84	54.7	29.7	54.7	29.7	54.7	29.7
13	13.67	57.3	31.0	57.3	31.0	57.3	31.0
14	14.51	59.7	32.1	59.7	32.1	59.7	32.1
15	15.35	62.0	33.2	62.0	33.2	62.0	33.2
16	16.18	64.1	34.1	64.1	34.1	64.1	34.1
17	17.02	66.1	35.0	66.1	35.0	66.1	35.0
18	17.85	68.0	35.9	68.0	35.9	68.0	35.9
19	18.69	69.8	36.7	69.8	36.7	69.8	36.7
20	19.53	71.5	37.4	71.5	37.4	71.5	37.4
21	20.36	73.1	38.1	73.1	38.1	73.1	38.1
22	21.20	74.6	38.7	74.6	38.7	74.6	38.7
23	22.03	76.0	39.3	76.0	39.3	76.0	39.3
24	22.87	77.3	39.9	77.3	39.9	77.3	39.9

**Tabela Z.3.1.6** Silos F ( $d_c=32.09$  m): obciążenia charakterystyczne od materiału sypkiego

Numer pierścienia	z	$\rho_{hf}$	$\rho_{wf}$	$\rho_{he}$	$\rho_{we}$	$\rho_{he,u}$	$\rho_{we,u}$
	[m]	[kN/m <sup>2</sup> ]	[kN/m <sup>2</sup> ]	[kN/m <sup>2</sup> ]	[kN/m <sup>2</sup> ]	[kN/m <sup>2</sup> ]	[kN/m <sup>2</sup> ]
	3.61	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
1	4.44	7.3	4.4	7.3	4.4	7.3	4.4
2	5.28	13.9	8.4	13.9	8.4	13.9	8.4
3	6.12	20.1	12.0	20.1	12.0	20.1	12.0
4	6.95	25.9	15.3	25.9	15.3	25.9	15.3
5	7.79	31.2	18.3	31.2	18.3	31.2	18.3
6	8.62	36.2	21.0	36.2	21.0	36.2	21.0
7	9.46	40.9	23.5	40.9	23.5	40.9	23.5
8	10.30	45.2	25.7	45.2	25.7	45.2	25.7
9	11.13	49.3	27.9	49.3	27.9	49.3	27.9
10	11.97	53.1	29.8	53.1	29.8	53.1	29.8
11	12.80	56.7	31.6	56.7	31.6	56.7	31.6
12	13.64	60.1	33.3	60.1	33.3	60.1	33.3
13	14.48	63.2	34.9	63.2	34.9	63.2	34.9
14	15.31	66.3	36.3	66.3	36.3	66.3	36.3
15	16.15	69.1	37.7	69.1	37.7	69.1	37.7
16	16.98	71.8	39.0	71.8	39.0	71.8	39.0
17	17.82	74.3	40.1	74.3	40.1	74.3	40.1
18	18.66	76.8	41.3	76.8	41.3	76.8	41.3
19	19.49	79.1	42.3	79.1	42.3	79.1	42.3
20	20.33	81.3	43.3	81.3	43.3	81.3	43.3
21	21.16	83.3	44.3	83.3	44.3	83.3	44.3
22	22.00	85.3	45.2	85.3	45.2	85.3	45.2
23	22.84	87.2	46.0	87.2	46.0	87.2	46.0
24	23.67	89.0	46.8	89.0	46.8	89.0	46.8

### Z.3.2 Konstrukcja silosu: płaszcz

**Tabela Z.3.2.1.** Silos A ( $d_c=5.35$  m): dobór grubości blach płaszcz

Numer pierścienia	Głębokość	$p_{he,u,d}$	$n_{\theta Ed}$	$n_{\theta Rd}$	$t_{nom}$	$n_{\theta Ed}/n_{\theta Rd}$
	[m]	[kN/m <sup>2</sup> ]	[kN/mb]	[kN/mb]	[mm]	[ - ]
1	0.84	12.7	34	255	0.75	0.13
2	1.67	18.6	50	255	0.75	0.19
3	2.51	23.4	63	255	0.75	0.25
4	3.34	27.5	74	255	0.75	0.29
5	4.18	31.0	83	255	0.75	0.32
6	5.02	33.8	91	255	0.75	0.36
7	5.85	36.3	97	255	0.75	0.38
8	6.69	38.3	102	255	0.75	0.40
9	7.52	40.0	107	255	0.75	0.42
10	8.36	41.4	111	255	0.75	0.43
11	9.20	42.6	114	255	0.75	0.45
12	10.03	43.6	117	255	0.75	0.46
13	10.87	44.4	119	255	0.75	0.47
14	11.70	45.2	121	255	0.75	0.47
15	12.54	45.7	122	255	0.75	0.48
16	13.38	46.2	124	255	0.75	0.49
17	14.21	46.7	125	255	0.75	0.49
18	15.05	47.0	126	255	0.75	0.49
19	15.88	47.3	127	255	0.75	0.50
20	16.72	47.5	127	255	0.75	0.50
21	17.56	47.7	128	255	0.75	0.50
22	18.39	47.9	128	255	0.75	0.50
23	19.23	48.1	129	255	0.75	0.50
24	20.06	48.2	129	255	0.75	0.51

**Tabela Z.3.2.2.** Silos B ( $d_c=10.70$  m): dobór grubości blach płaszcz

Numer pierścienia	Głębokość	$p_{he,u,d}$	$n_{\theta Ed}$	$n_{\theta Rd}$	$t_{nom}$	$n_{\theta Ed}/n_{\theta Rd}$
	[m]	[kN/m <sup>2</sup> ]	[kN/mb]	[kN/mb]	[mm]	[ - ]
1	0.84	12.5	67	255	0.75	0.26
2	1.67	22.5	120	255	0.75	0.47
3	2.51	30.6	164	255	0.75	0.64
4	3.34	37.3	199	255	0.75	0.78
5	4.18	42.9	229	255	0.75	0.90
6	5.02	47.7	255	255	0.75	1.00
7	5.85	51.7	277	340	1.00	0.81
8	6.69	55.3	296	340	1.00	0.87
9	7.52	58.3	312	340	1.00	0.92
10	8.36	61.0	326	340	1.00	0.96
11	9.20	63.4	339	340	1.00	1.00
12	10.03	65.5	351	425	1.25	0.82
13	10.87	67.4	361	425	1.25	0.85
14	11.70	69.1	370	425	1.25	0.87
15	12.54	70.6	378	425	1.25	0.89
16	13.38	72.0	385	425	1.25	0.91
17	14.21	73.3	392	425	1.25	0.92
18	15.05	74.4	398	425	1.25	0.94
19	15.88	75.5	404	425	1.25	0.95
20	16.72	76.5	409	425	1.25	0.96
21	17.56	77.4	414	425	1.25	0.97
22	18.39	78.2	418	425	1.25	0.98
23	19.23	79.0	422	425	1.25	0.99
24	20.06	79.7	426	510	1.50	0.84



**Tabela Z.3.2.3.** Silos C ( $d_c=14.26$  m): dobór grubości blach płaszczu

Numer pierścienia	Głębokość	$p_{he,u,d}$	$n_{\theta,Ed}$	$n_{\theta,Rd}$	$t_{nom}$	$n_{\theta,Ed}/n_{\theta,Rd}$
	[m]	[kN/m <sup>2</sup> ]	[kN/mb]	[kN/mb]	[mm]	[-]
1	0.84	11.8	84	255	0.75	0.33
2	1.67	21.7	155	255	0.75	0.61
3	2.51	30.2	215	255	0.75	0.84
4	3.34	37.4	267	340	1.00	0.78
5	4.18	43.7	312	340	1.00	0.92
6	5.02	49.2	351	425	1.25	0.83
7	5.85	54.0	385	425	1.25	0.91
8	6.69	58.3	416	425	1.25	0.98
9	7.52	62.1	443	510	1.50	0.87
10	8.36	65.5	467	510	1.50	0.92
11	9.20	68.6	489	510	1.50	0.96
12	10.03	71.3	509	510	1.50	1.00
13	10.87	73.9	527	595	1.75	0.89
14	11.70	76.1	543	595	1.75	0.91
15	12.54	78.2	558	595	1.75	0.94
16	13.38	80.1	571	595	1.75	0.96
17	14.21	81.9	584	595	1.75	0.98
18	15.05	83.5	596	680	2.00	0.88
19	15.88	85.0	606	680	2.00	0.89
20	16.72	86.4	616	680	2.00	0.91
21	17.56	87.7	625	680	2.00	0.92
22	18.39	88.9	634	680	2.00	0.93
23	19.23	90.0	642	680	2.00	0.94
24	20.06	91.1	649	680	2.00	0.95

**Tabela Z.3.3.4.** Silos D ( $d_c=19.61$  m): dobór grubości blach płaszczu

Numer pierścienia	Głębokość	$p_{he,u,d}$	$n_{\theta,Ed}$	$n_{\theta,Rd}$	$t_{nom}$	$n_{\theta,Ed}/n_{\theta,Rd}$
	[m]	[kN/m <sup>2</sup> ]	[kN/mb]	[kN/mb]	[mm]	[-]
1	0.84	11.0	108	255	0.75	0.42
2	1.67	20.7	203	255	0.75	0.80
3	2.51	29.3	288	340	1.00	0.85
4	3.34	37.0	363	425	1.25	0.85
5	4.18	43.8	430	510	1.50	0.84
6	5.02	50.0	490	510	1.50	0.96
7	5.85	55.5	544	595	1.75	0.92
8	6.69	60.6	594	595	1.75	1.00
9	7.52	65.2	639	680	2.00	0.94
10	8.36	69.3	680	680	2.00	1.00
11	9.20	73.2	718	765	2.25	0.94
12	10.03	76.7	752	765	2.25	0.98
13	10.87	80.0	784	850	2.50	0.92
14	11.70	83.0	814	850	2.50	0.96
15	12.54	85.8	841	850	2.50	0.99
16	13.38	88.3	866	935	2.75	0.93
17	14.21	90.8	890	935	2.75	0.95
18	15.05	93.0	912	935	2.75	0.98
19	15.88	95.1	932	935	2.75	1.00
20	16.72	97.1	952	1020	3.00	0.93
21	17.56	98.9	970	1020	3.00	0.95
22	18.39	100.6	987	1020	3.00	0.97
23	19.23	102.2	1003	1020	3.00	0.98
24	20.06	103.8	1018	1020	3.00	1.00

**Tabela Z.3.2.5.** Silos E ( $d_c=24.96$  m): dobór grubości blach płaszczca

Numer pierścienia	Głębokość	$p_{he,u,d}$	$n_{\theta,Ed}$	$n_{\theta,Rd}$	$t_{nom}$	$n_{\theta,Ed}/n_{\theta,Rd}$
	[m]	[kN/m <sup>2</sup> ]	[kN/mb]	[kN/mb]	[mm]	[-]
1	0.84	10.8	134	255	0.75	0.53
2	1.67	20.5	255	340	1.00	0.75
3	2.51	29.3	365	425	1.25	0.86
4	3.34	37.3	465	510	1.50	0.91
5	4.18	44.6	557	595	1.75	0.94
6	5.02	51.3	640	680	2.00	0.94
7	5.85	57.5	717	765	2.25	0.94
8	6.69	63.2	788	850	2.50	0.93
9	7.52	68.4	854	935	2.75	0.91
10	8.36	73.3	914	935	2.75	0.98
11	9.20	77.8	971	1020	3.00	0.95
12	10.03	82.0	1023	1105	3.25	0.93
13	10.87	85.9	1072	1105	3.25	0.97
14	11.70	89.6	1118	1190	3.50	0.94
15	12.54	93.0	1160	1190	3.50	0.98
16	13.38	96.2	1201	1275	3.75	0.94
17	14.21	99.2	1238	1275	3.75	0.97
18	15.05	102.0	1274	1275	3.75	1.00
19	15.88	104.7	1307	1360	4.00	0.96
20	16.72	107.2	1338	1360	4.00	0.98
21	17.56	109.6	1368	1445	4.25	0.95
22	18.39	111.9	1396	1445	4.25	0.97
23	19.23	114.0	1423	1445	4.25	0.98
24	20.06	116.0	1448	1530	4.50	0.95

**Tabela Z.3.2.6.** Silos F ( $d_c=32.09$  m): dobór grubości blach płaszczca

Numer pierścienia	Głębokość	$p_{he,u,d}$	$n_{\theta,Ed}$	$n_{\theta,Rd}$	$t_{nom}$	$n_{\theta,Ed}/n_{\theta,Rd}$
	[m]	[kN/m <sup>2</sup> ]	[kN/mb]	[kN/mb]	[mm]	[-]
1	0.84	10.9	175	255	0.75	0.68
2	1.67	20.9	336	340	1.00	0.99
3	2.51	30.2	485	510	1.50	0.95
4	3.34	38.8	623	680	2.00	0.92
5	4.18	46.8	752	765	2.25	0.98
6	5.02	54.3	871	935	2.75	0.93
7	5.85	61.3	983	1020	3.00	0.96
8	6.69	67.8	1088	1105	3.25	0.98
9	7.52	73.9	1186	1190	3.50	1.00
10	8.36	79.6	1278	1360	4.00	0.94
11	9.20	85.0	1364	1445	4.25	0.94
12	10.03	90.1	1446	1530	4.50	0.94
13	10.87	94.9	1522	1530	4.50	0.99
14	11.70	99.4	1595	1615	4.75	0.99
15	12.54	103.7	1663	1700	5.00	0.98
16	13.38	107.7	1728	1785	5.25	0.97
17	14.21	111.5	1789	1870	5.50	0.96
18	15.05	115.2	1848	1870	5.50	0.99
19	15.88	118.6	1903	1955	5.75	0.97
20	16.72	121.9	1956	2040	6.00	0.96
21	17.56	125.0	2006	2040	6.00	0.98
22	18.39	128.0	2053	2125	6.25	0.97
23	19.23	130.8	2099	2125	6.25	0.99
24	20.06	133.5	2142	2210	6.50	0.97

### Z.3.3 Konstrukcja silosu: dobór uźebrowania ze względu na nośność przekroju

**Tabela Z.3.3.1.** Silos A ( $d_c=5.35$  m): dobór pionowych usztywnień płaszczca

Numer pierścienia	$d_s=0.700$ m				$d_s=1.400$ m			
	$N_{Ed}$ [kN]	$N_{b,Rd}$ [kN]	Profil	$N_{Ed}/N_{b,Rd}$	$N_{Ed}$ [kN]	$N_{b,Rd}$ [kN]	Profil	$N_{Ed}/N_{b,Rd}$
1	4	82	C1.5	0.05	8	82	C1.5	0.10
2	10	82		0.12	20	82		0.24
3	17	82		0.21	34	82		0.42
4	26	82	C1.5	0.32	52	129	C2	0.40
5	36	82		0.44	72	129		0.56
6	47	82		0.57	93	129		0.72
7	58	129	C2	0.45	116	174	C2.5	0.67
8	70	129		0.54	140	174		0.80
9	82	129		0.64	165	174		0.95
10	95	129	C2	0.74	190	323	C4	0.59
11	108	129		0.84	216	323		0.67
12	121	129		0.94	242	323		0.75
13	135	174	C2.5	0.77	269	422	C5	0.64
14	148	174		0.85	296	422		0.70
15	162	174		0.93	323	422		0.77
16	175	217	C3	0.81	351	422	C5	0.83
17	189	217		0.87	378	422		0.90
18	203	217		0.94	406	422		0.96
19	217	323	C4	0.67	434	522	V4	0.83
20	231	323		0.71	462	522		0.88
21	245	323		0.76	489	522		0.94
22	259	323	C4	0.80	517	651	V5	0.79
23	273	323		0.84	545	651		0.84
24	287	323		0.89	573	651		0.88

**Tabela Z.3.3.2.** Silos B ( $d_c=10.70$  m): dobór pionowych usztywnień płaszczca

Numer pierścienia	$d_s=0.700$ m				$d_s=1.400$ m			
	$N_{Ed}$ [kN]	$N_{b,Rd}$ [kN]	Profil	$N_{Ed}/N_{b,Rd}$	$N_{Ed}$ [kN]	$N_{b,Rd}$ [kN]	Profil	$N_{Ed}/N_{b,Rd}$
1	2	82	C1.5	0.03	5	82	C1.5	0.06
2	9	82		0.10	17	82		0.21
3	18	82		0.22	36	82		0.43
4	29	82	C1.5	0.36	58	129	C2	0.45
5	43	82		0.52	85	129		0.66
6	57	82		0.70	115	129		0.89
7	73	129	C2	0.57	147	217	C3	0.68
8	90	129		0.70	181	217		0.83
9	108	129		0.84	216	217		1.00
10	127	174	C2.5	0.73	254	422	C5	0.60
11	146	174		0.84	292	422		0.69
12	166	174		0.95	332	422		0.79
13	186	323	C4	0.58	373	522	V4	0.71
14	207	323		0.64	415	522		0.79
15	228	323		0.71	457	522		0.88
16	250	323	C4	0.77	500	651	V5	0.77
17	272	323		0.84	544	651		0.84
18	294	323		0.91	588	651		0.90
19	317	422	C5	0.75	633	783	V6	0.81
20	339	422		0.80	678	783		0.87
21	362	422		0.86	724	783		0.92
22	385	522	V4	0.74	770	1151	V8	0.67
23	408	522		0.78	817	1151		0.71
24	432	522		0.83	864	1151		0.75

**Tabela Z.3.3.3.** Silos C ( $d_c=14.26$  m): dobór pionowych usztywnień płaszczu

Numer pierścienia	$d_s=0.700$ m				$d_s=1.400$ m			
	$N_{Ed}$ [kN]	$N_{b,Rd}$ [kN]	Profil	$N_{Ed}/N_{b,Rd}$	$N_{Ed}$ [kN]	$N_{b,Rd}$ [kN]	Profil	$N_{Ed}/N_{b,Rd}$
1	2	82	C1.5	0.03	4	82	C1.5	0.05
2	8	82		0.10	17	82		0.20
3	17	82		0.21	35	82		0.42
4	29	82	C1.5	0.35	58	129	C2	0.45
5	43	82		0.52	85	129		0.66
6	58	82		0.71	116	129		0.90
7	75	129	C2	0.58	150	323	C4	0.47
8	93	129		0.72	187	323		0.58
9	113	129		0.87	226	323		0.70
10	133	217	C3	0.61	266	422	C5	0.63
11	154	217		0.71	309	422		0.73
12	176	217		0.81	353	422		0.84
13	199	323	C4	0.62	398	522	V4	0.76
14	223	323		0.69	445	522		0.85
15	246	323		0.76	493	522		0.94
16	271	323	C4	0.84	542	651	V5	0.83
17	296	323		0.92	591	651		0.91
18	321	323		0.99	642	651		0.99
19	347	422	C5	0.82	693	1151	V8	0.60
20	373	422		0.88	745	1151		0.65
21	399	422		0.95	798	1151		0.69
22	425	522	V4	0.82	851	1151	V8	0.74
23	452	522		0.87	905	1151		0.79
24	480	522		0.92	959	1151		0.83

**Tabela Z.3.3.4.** Silos D ( $d_c=19.61$  m): dobór pionowych usztywnień płaszczu

Numer pierścienia	$d_s=0.700$ m				$d_s=1.400$ m			
	$N_{Ed}$ [kN]	$N_{b,Rd}$ [kN]	Profil	$N_{Ed}/N_{b,Rd}$	$N_{Ed}$ [kN]	$N_{b,Rd}$ [kN]	Profil	$N_{Ed}/N_{b,Rd}$
1	2	82	C1.5	0.02	4	82	C1.5	0.05
2	8	82		0.09	15	82		0.19
3	16	82		0.20	33	82		0.40
4	28	82	C1.5	0.34	56	129	C2	0.43
5	42	82		0.51	83	129		0.65
6	57	82		0.70	115	129		0.89
7	75	129	C2	0.58	150	323	C4	0.46
8	94	129		0.73	188	323		0.58
9	114	129		0.89	229	323		0.71
10	136	217	C3	0.63	272	422	C5	0.64
11	159	217		0.73	317	422		0.75
12	183	217		0.84	365	422		0.87
13	207	323	C4	0.64	414	522	V4	0.79
14	233	323		0.72	466	522		0.89
15	259	323		0.80	518	522		0.99
16	286	422	C5	0.68	572	783	V6	0.73
17	314	422		0.74	628	783		0.80
18	342	422		0.81	684	783		0.87
19	371	522	V4	0.71	742	1151	V8	0.64
20	400	522		0.77	800	1151		0.70
21	430	522		0.82	860	1151		0.75
22	460	522	V4	0.88	920	1151	V8	0.80
23	491	522		0.94	981	1151		0.85
24	522	522		1.00	1043	1151		0.91

**Tabela Z.3.3.5.** Silos E ( $d_c=24.96$  m): dobór pionowych usztywnień płaszczca

Numer pierścienia	$d_s=0.700$ m				$d_s=1.400$ m			
	$N_{Ed}$ [kN]	$N_{b,Rd}$ [kN]	Profil	$N_{Ed}/N_{b,Rd}$	$N_{Ed}$ [kN]	$N_{b,Rd}$ [kN]	Profil	$N_{Ed}/N_{b,Rd}$
1	2	110	C1.5	0.02	4	110	C1.5	0.04
2	8	110		0.07	15	110		0.14
3	16	110		0.15	32	110		0.29
4	28	110	C1.5	0.25	55	147	C2	0.38
5	42	110		0.38	83	147		0.57
6	58	110	C2	0.52	115	147	C4	0.78
7	76	147		0.52	152	323		0.47
8	96	147		0.65	191	323		0.59
9	117	147	C3	0.80	234	323	C5	0.73
10	140	221		0.63	280	422		0.66
11	164	221	C4	0.74	329	422	V5	0.78
12	190	221		0.86	380	422		0.90
13	217	323		0.67	433	651		0.67
14	244	323	C5	0.76	489	651	V6	0.75
15	273	323		0.84	546	651		0.84
16	302	422	C5	0.72	605	783	V8	0.77
17	333	422		0.79	666	783		0.85
18	364	422		0.86	728	783		0.93
19	396	522	V4	0.76	792	1151	V8	0.69
20	428	522		0.82	857	1151		0.74
21	461	522	V5	0.88	923	1151	V8	0.80
22	495	651		0.76	990	1151		0.86
23	529	651		0.81	1059	1151		0.92
24	564	651		0.87	1128	1151		0.98

**Tabela Z.3.3.6.** Silos F ( $d_c=32.09$  m): dobór pionowych usztywnień płaszczca

Numer pierścienia	$d_s=0.700$ m				$d_s=1.400$ m			
	$N_{Ed}$ [kN]	$N_{b,Rd}$ [kN]	Profil	$N_{Ed}/N_{b,Rd}$	$N_{Ed}$ [kN]	$N_{b,Rd}$ [kN]	Profil	$N_{Ed}/N_{b,Rd}$
1	2	110	C1.5	0.02	4	110	C1.5	0.04
2	8	110		0.07	15	110		0.14
3	17	110		0.15	33	110		0.30
4	29	110	C1.5	0.26	57	147	C2	0.39
5	43	110		0.39	87	147		0.59
6	61	110	C2	0.55	121	147	C4	0.82
7	80	147		0.55	160	323		0.50
8	102	147		0.69	203	323		0.63
9	125	147	C3	0.85	251	323	C5	0.78
10	151	221		0.68	301	422		0.71
11	178	221	C4	0.80	355	422	V5	0.84
12	206	221		0.93	412	422		0.98
13	236	323		0.73	472	651		0.72
14	267	323	C5	0.83	534	651	V8	0.82
15	300	323		0.93	599	651		0.92
16	333	422	V4	0.79	667	1151	V9	0.58
17	368	422		0.87	736	1151		0.64
18	404	422		0.96	808	1151		0.70
19	440	522	V5	0.84	881	1151	V9	0.77
20	478	522		0.92	956	1151		0.83
21	517	522	V5	0.99	1033	1151	V9	0.90
22	556	651		0.85	1112	1298		0.86
23	596	651		0.92	1192	1298		0.92
24	637	651		0.98	1273	1298		0.98

Z.3.4 Konstrukcja silosu: sprawdzenie nośności wybozeniowej pionowych usztywnień dobranych ze względu na warunek nośności przekroju

Tabela Z.3.4.1. Silos A ( $d_c=5.35$  m) o rozstawie  $d_s=0.7$  m: nośność wybozeniowa pionowych usztywnień

Numer pierścienia	$N_{b,Rd}^{(1)}$ [kN]	$N_{b,Rd}^{(1*)}$ [kN]	$N_{b,Rd}^{(2)}$ [kN]	$l_i$ [m]	$n$	$N_{Ed}/N_{b,Rd}^{(1)}$	$N_{Ed}/N_{b,Rd}^{(1*)}$	$N_{Ed}/N_{b,Rd}^{(2)}$
1	343	-	120	17.66	3	0.01	-	0.04
2	343	-	120	17.66	3	0.03	-	0.08
3	343	-	120	17.66	3	0.05	-	0.14
4	343	-	120	17.66	3	0.08	-	0.22
5	343	-	120	17.66	3	0.10	-	0.30
6	343	-	120	17.66	3	0.14	-	0.39
7	395	-	138	18.86	3	0.15	-	0.42
8	395	-	138	18.86	3	0.18	-	0.51
9	395	-	138	18.86	3	0.21	-	0.60
10	395	-	138	18.86	3	0.24	-	0.69
11	395	-	138	18.86	3	0.27	-	0.78
12	395	-	138	18.86	3	0.31	-	0.88
13	441	-	154	19.86	3	0.31	-	0.87
14	441	-	154	19.86	3	0.34	-	0.96
15	441	-	154	19.86	3	0.37	-	1.05
16	483	-	169	20.06	3	0.36	-	1.04
17	483	-	169	20.06	3	0.39	-	1.12
18	483	-	169	20.06	3	0.42	-	1.20
19	564	-	197	20.06	3	0.38	-	1.10
20	564	-	197	20.06	3	0.41	-	1.17
21	564	-	197	20.06	3	0.43	-	1.24
22	564	-	197	20.06	3	0.46	-	1.31
23	564	-	197	20.06	3	0.48	-	1.38
24	564	-	197	20.06	3	0.51	-	1.46

Tabela Z.3.4.2. Silos A ( $d_c=5.35$  m) o rozstawie  $d_s=1.4$  m: nośność wybozeniowa pionowych usztywnień

Numer pierścienia	$N_{b,Rd}^{(1)}$ [kN]	$N_{b,Rd}^{(1*)}$ [kN]	$N_{b,Rd}^{(2)}$ [kN]	$l_i$ [m]	$n$	$N_{Ed}/N_{b,Rd}^{(1)}$	$N_{Ed}/N_{b,Rd}^{(1*)}$	$N_{Ed}/N_{b,Rd}^{(2)}$
1	489	351	42	14.85	3	0.02	0.02	0.20
2	489	351	42	14.85	3	0.04	0.06	0.47
3	489	351	42	14.85	3	0.07	0.10	0.82
4	564	404	49	16.05	3	0.09	0.13	1.07
5	564	404	49	16.05	3	0.13	0.18	1.47
6	564	404	49	16.05	3	0.17	0.23	1.91
7	629	451	55	16.85	3	0.18	0.26	2.12
8	629	451	55	16.85	3	0.22	0.31	2.56
9	629	451	55	16.85	3	0.26	0.37	3.02
10	794	568	70	18.86	3	0.24	0.33	2.73
11	794	568	70	18.86	3	0.27	0.38	3.10
12	794	568	70	18.86	3	0.31	0.43	3.48
13	908	652	81	20.06	3	0.30	0.41	3.32
14	908	652	81	20.06	3	0.33	0.45	3.65
15	908	652	81	20.06	3	0.36	0.50	3.99
16	908	652	81	20.06	3	0.39	0.54	4.33
17	908	652	81	20.06	3	0.42	0.58	4.67
18	908	652	81	20.06	3	0.45	0.62	5.01
19	1064	771	144	20.06	3	0.41	0.56	3.01
20	1064	771	144	20.06	3	0.43	0.60	3.20
21	1064	771	144	20.06	3	0.46	0.63	3.39
22	1208	880	161	20.06	3	0.43	0.59	3.21
23	1208	880	161	20.06	3	0.45	0.62	3.39
24	1208	880	161	20.06	3	0.47	0.65	3.56

**Tabela Z.3.4.3.** Silos B ( $d_c=10.70$  m) o rozstawie  $d_s=0.7$  m: nośność wyboczeniowa pionowych usztywnień

Numer pierścienia	$N_{b,Rd}^{(1)}$ [kN]	$N_{b,Rd}^{(1*)}$ [kN]	$N_{b,Rd}^{(2)}$ [kN]	$l_i$ [m]	$n$	$N_{Ed}/N_{b,Rd}^{(1)}$	$N_{Ed}/N_{b,Rd}^{(1*)}$	$N_{Ed}/N_{b,Rd}^{(2)}$
1	177	-	120	18.06	5	0.01	-	0.02
2	177	-	120	18.06	5	0.05	-	0.07
3	177	-	120	18.06	5	0.10	-	0.15
4	177	-	120	18.06	5	0.17	-	0.24
5	177	-	120	18.06	5	0.24	-	0.36
6	177	-	120	18.06	5	0.32	-	0.48
7	237	-	159	18.06	5	0.31	-	0.46
8	237	-	159	18.06	5	0.38	-	0.57
9	237	-	159	18.06	5	0.46	-	0.68
10	264	-	178	19.06	5	0.48	-	0.71
11	264	-	178	19.06	5	0.55	-	0.82
12	297	-	199	18.06	5	0.56	-	0.83
13	373	-	254	20.06	5	0.50	-	0.73
14	373	-	254	20.06	5	0.56	-	0.82
15	373	-	254	20.06	5	0.61	-	0.90
16	373	-	254	20.06	5	0.67	-	0.98
17	373	-	254	20.06	5	0.73	-	1.07
18	373	-	254	20.06	5	0.79	-	1.16
19	431	-	296	20.06	5	0.73	-	1.07
20	431	-	296	20.06	5	0.79	-	1.15
21	431	-	296	20.06	5	0.84	-	1.22
22	523	-	527	20.06	5	0.74	-	0.73
23	523	-	527	20.06	5	0.78	-	0.78
24	566	-	577	20.06	5	0.76	-	0.75

**Tabela Z.3.4.4.** Silos B ( $d_c=10.70$  m) o rozstawie  $d_s=1.4$  m: nośność wyboczeniowa pionowych usztywnień

Numer pierścienia	$N_{b,Rd}^{(1)}$ [kN]	$N_{b,Rd}^{(1*)}$ [kN]	$N_{b,Rd}^{(2)}$ [kN]	$l_i$ [m]	$n$	$N_{Ed}/N_{b,Rd}^{(1)}$	$N_{Ed}/N_{b,Rd}^{(1*)}$	$N_{Ed}/N_{b,Rd}^{(2)}$
1	253	-	42	15.45	5	0.02	-	0.11
2	253	-	42	15.45	5	0.07	-	0.41
3	253	-	42	15.45	5	0.14	-	0.84
4	291	-	49	16.45	5	0.20	-	1.20
5	291	-	49	16.45	5	0.29	-	1.74
6	291	-	49	16.45	5	0.39	-	2.35
7	413	-	69	17.05	5	0.36	-	2.12
8	413	-	69	17.05	5	0.44	-	2.62
9	413	-	69	17.05	5	0.52	-	3.14
10	545	-	94	19.46	5	0.47	-	2.71
11	545	-	94	19.46	5	0.54	-	3.12
12	613	-	105	18.46	5	0.54	-	3.17
13	722	-	186	20.06	5	0.52	-	2.00
14	722	-	186	20.06	5	0.57	-	2.23
15	722	-	186	20.06	5	0.63	-	2.45
16	808	-	208	20.06	5	0.62	-	2.41
17	808	-	208	20.06	5	0.67	-	2.62
18	808	-	208	20.06	5	0.73	-	2.83
19	894	-	229	20.06	5	0.71	-	2.77
20	894	-	229	20.06	5	0.76	-	2.97
21	894	-	229	20.06	5	0.81	-	3.17
22	1174	-	317	20.06	5	0.66	-	2.43
23	1174	-	317	20.06	5	0.70	-	2.57
24	1265	-	348	20.06	5	0.68	-	2.49

**Tabela Z.3.4.5.** Silos C ( $d_c=14.26$  m) o rozstawie  $d_s=0.7$  m: nośność wyboczeniowa pionowych usztywnień

Numer pierścienia	$N_{b,Rd}^{(1)}$ [kN]	$N_{b,Rd}^{(1*)}$ [kN]	$N_{b,Rd}^{(2)}$ [kN]	$l_i$ [m]	$n$	$N_{Ed}/N_{b,Rd}^{(1)}$	$N_{Ed}/N_{b,Rd}^{(1*)}$	$N_{Ed}/N_{b,Rd}^{(2)}$
1	134	-	120	19.46	6	0.02	-	0.02
2	134	-	120	19.46	6	0.06	-	0.07
3	134	-	120	19.46	6	0.13	-	0.15
4	156	-	138	18.26	6	0.19	-	0.21
5	156	-	138	18.26	6	0.27	-	0.31
6	175	-	154	17.26	6	0.33	-	0.38
7	201	-	178	18.46	6	0.37	-	0.42
8	201	-	178	18.46	6	0.46	-	0.52
9	222	-	195	17.66	6	0.51	-	0.58
10	270	-	239	19.46	6	0.49	-	0.56
11	270	-	239	19.46	6	0.57	-	0.65
12	270	-	239	19.46	6	0.65	-	0.74
13	338	-	301	20.06	6	0.59	-	0.66
14	338	-	301	20.06	6	0.66	-	0.74
15	338	-	301	20.06	6	0.73	-	0.82
16	338	-	301	20.06	6	0.80	-	0.90
17	338	-	301	20.06	6	0.88	-	0.98
18	362	-	322	19.46	6	0.89	-	1.00
19	416	-	375	20.06	6	0.83	-	0.93
20	416	-	375	20.06	6	0.90	-	0.99
21	416	-	375	20.06	6	0.96	-	1.06
22	503	-	666	20.06	6	0.85	-	0.64
23	503	-	666	20.06	6	0.90	-	0.68
24	503	-	666	20.06	6	0.95	-	0.72

**Tabela Z.3.4.6.** Silos C ( $d_c=14.26$  m) o rozstawie  $d_s=1.4$  m: nośność wyboczeniowa pionowych usztywnień

Numer pierścienia	$N_{b,Rd}^{(1)}$ [kN]	$N_{b,Rd}^{(1*)}$ [kN]	$N_{b,Rd}^{(2)}$ [kN]	$l_i$ [m]	$n$	$N_{Ed}/N_{b,Rd}^{(1)}$	$N_{Ed}/N_{b,Rd}^{(1*)}$	$N_{Ed}/N_{b,Rd}^{(2)}$
1	192	-	42	16.45	6	0.02	-	0.11
2	192	-	42	16.45	6	0.09	-	0.39
3	192	-	42	16.45	6	0.18	-	0.82
4	256	-	56	16.45	6	0.23	-	1.03
5	256	-	56	16.45	6	0.33	-	1.52
6	282	-	63	20.06	5	0.41	-	1.85
7	405	-	90	18.46	6	0.37	-	1.67
8	405	-	90	18.46	6	0.46	-	2.08
9	446	-	98	17.66	6	0.51	-	2.29
10	511	-	115	19.06	6	0.52	-	2.32
11	511	-	115	19.06	6	0.60	-	2.69
12	511	-	115	19.06	6	0.69	-	3.08
13	655	-	220	19.86	6	0.61	-	1.81
14	655	-	220	19.86	6	0.68	-	2.02
15	655	-	220	19.86	6	0.75	-	2.24
16	733	-	246	20.06	6	0.74	-	2.20
17	733	-	246	20.06	6	0.81	-	2.40
18	785	-	263	20.06	6	0.82	-	2.44
19	1128	-	401	20.06	6	0.61	-	1.73
20	1128	-	401	20.06	6	0.66	-	1.86
21	1128	-	401	20.06	6	0.71	-	1.99
22	1128	-	401	20.06	6	0.75	-	2.12
23	1128	-	401	20.06	6	0.80	-	2.25
24	1128	-	401	20.06	6	0.85	-	2.39



**Tabela Z.3.4.7.** Silos D ( $d_c=19.61$  m) o rozstawie  $d_s=0.7$  m: nośność wyboczeniowa pionowych usztywnień

Numer pierścienia	$N_{b,Rd}^{(1)}$ [kN]	$N_{b,Rd}^{(1*)}$ [kN]	$N_{b,Rd}^{(2)}$ [kN]	$l_i$ [m]	$n$	$N_{Ed}/N_{b,Rd}^{(1)}$	$N_{Ed}/N_{b,Rd}^{(1*)}$	$N_{Ed}/N_{b,Rd}^{(2)}$
1	101	-	120	20.06	7	0.02	-	0.02
2	101	-	120	20.06	7	0.08	-	0.06
3	114	-	138	20.06	7	0.14	-	0.12
4	127	-	154	20.06	7	0.22	-	0.18
5	140	-	169	19.66	7	0.30	-	0.25
6	140	-	169	19.66	7	0.41	-	0.34
7	175	-	211	20.06	7	0.43	-	0.35
8	175	-	211	20.06	7	0.54	-	0.45
9	188	-	225	19.66	7	0.61	-	0.51
10	231	-	276	20.06	7	0.59	-	0.49
11	245	-	293	20.06	7	0.65	-	0.54
12	245	-	293	20.06	7	0.75	-	0.62
13	302	-	360	20.06	7	0.69	-	0.58
14	302	-	360	20.06	7	0.77	-	0.65
15	302	-	360	20.06	7	0.86	-	0.72
16	370	-	439	20.06	7	0.77	-	0.65
17	370	-	439	20.06	7	0.85	-	0.71
18	370	-	439	20.06	7	0.92	-	0.78
19	447	-	781	19.66	8	0.83	-	0.47
20	469	-	816	19.26	8	0.85	-	0.49
21	469	-	816	19.26	8	0.92	-	0.53
22	469	-	816	19.26	8	0.98	-	0.56
23	469	-	816	19.26	8	1.05	-	0.60
24	469	-	816	19.26	8	1.11	-	0.64

**Tabela Z.3.4.8.** Silos D ( $d_c=19.61$  m) o rozstawie  $d_s=1.4$  m: nośność wyboczeniowa pionowych usztywnień

Numer pierścienia	$N_{b,Rd}^{(1)}$ [kN]	$N_{b,Rd}^{(1*)}$ [kN]	$N_{b,Rd}^{(2)}$ [kN]	$l_i$ [m]	$n$	$N_{Ed}/N_{b,Rd}^{(1)}$	$N_{Ed}/N_{b,Rd}^{(1*)}$	$N_{Ed}/N_{b,Rd}^{(2)}$
1	139	-	42	19.46	7	0.03	-	0.10
2	139	-	42	19.46	7	0.11	-	0.37
3	162	-	49	18.26	7	0.20	-	0.68
4	209	-	63	18.66	7	0.27	-	0.89
5	231	-	69	17.86	7	0.36	-	1.21
6	231	-	69	17.86	7	0.50	-	1.66
7	352	-	106	20.06	7	0.43	-	1.41
8	352	-	106	20.06	7	0.53	-	1.77
9	378	-	114	19.66	7	0.61	-	2.01
10	434	-	132	20.06	7	0.63	-	2.05
11	461	-	140	20.06	7	0.69	-	2.26
12	461	-	140	20.06	7	0.79	-	2.60
13	583	-	263	20.06	7	0.71	-	1.57
14	583	-	263	20.06	7	0.80	-	1.77
15	583	-	263	20.06	7	0.89	-	1.97
16	772	-	339	20.06	7	0.74	-	1.69
17	772	-	339	20.06	7	0.81	-	1.85
18	772	-	339	20.06	7	0.89	-	2.02
19	992	-	471	20.06	8	0.75	-	1.58
20	1039	-	492	20.06	8	0.77	-	1.63
21	1039	-	492	20.06	8	0.83	-	1.75
22	1039	-	492	20.06	8	0.89	-	1.87
23	1039	-	492	20.06	8	0.94	-	2.00
24	1039	-	492	20.06	8	1.00	-	2.12

**Tabela Z.3.4.9.** Silos E ( $d_c=24.96$  m) o rozstawie  $d_s=0.7$  m: nośność wyboczeniowa pionowych usztywnień

Numer pierścienia	$N_{b,Rd}^{(1)}$ [kN]	$N_{b,Rd}^{(1*)}$ [kN]	$N_{b,Rd}^{(2)}$ [kN]	$l_i$ [m]	$n$	$N_{Ed}/N_{b,Rd}^{(1)}$	$N_{Ed}/N_{b,Rd}^{(1*)}$	$N_{Ed}/N_{b,Rd}^{(2)}$
1	79	-	120	20.06	9	0.02	-	0.02
2	92	-	138	18.86	9	0.08	-	0.05
3	103	-	154	20.06	8	0.16	-	0.10
4	111	-	169	20.06	8	0.25	-	0.16
5	120	-	183	20.06	8	0.35	-	0.23
6	129	-	195	20.06	8	0.45	-	0.30
7	159	-	239	20.06	8	0.48	-	0.32
8	168	-	252	20.06	8	0.57	-	0.38
9	177	-	264	20.06	8	0.66	-	0.44
10	219	-	324	20.06	8	0.64	-	0.43
11	228	-	338	20.06	8	0.72	-	0.49
12	238	-	352	20.06	8	0.80	-	0.54
13	280	-	410	20.06	8	0.77	-	0.53
14	290	-	425	20.06	8	0.84	-	0.57
15	290	-	425	20.06	8	0.94	-	0.64
16	349	-	513	19.06	9	0.87	-	0.59
17	349	-	513	19.06	9	0.95	-	0.65
18	349	-	513	19.06	9	1.04	-	0.71
19	433	-	942	20.06	9	0.91	-	0.42
20	433	-	942	20.06	9	0.99	-	0.45
21	448	-	971	20.06	9	1.03	-	0.48
22	501	-	1084	20.06	9	0.99	-	0.46
23	501	-	1084	20.06	9	1.06	-	0.49
24	517	-	1116	20.06	9	1.09	-	0.51

**Tabela Z.3.4.10.** Silos E ( $d_c=24.96$  m) o rozstawie  $d_s=1.4$  m: nośność wyboczeniowa pionowych usztywnień

Numer pierścienia	$N_{b,Rd}^{(1)}$ [kN]	$N_{b,Rd}^{(1*)}$ [kN]	$N_{b,Rd}^{(2)}$ [kN]	$l_i$ [m]	$n$	$N_{Ed}/N_{b,Rd}^{(1)}$	$N_{Ed}/N_{b,Rd}^{(1*)}$	$N_{Ed}/N_{b,Rd}^{(2)}$
1	111	-	42	20.06	8	0.04	-	0.09
2	127	-	49	20.06	8	0.12	-	0.31
3	143	-	55	19.06	8	0.23	-	0.59
4	182	-	69	19.66	8	0.30	-	0.80
5	198	-	75	18.86	8	0.42	-	1.12
6	213	-	80	18.46	8	0.54	-	1.45
7	319	-	121	20.06	8	0.47	-	1.26
8	337	-	127	20.06	8	0.57	-	1.51
9	356	-	133	20.06	8	0.66	-	1.76
10	411	-	155	20.06	8	0.68	-	1.80
11	430	-	162	20.06	8	0.77	-	2.03
12	449	-	169	20.06	8	0.85	-	2.25
13	617	-	335	19.26	9	0.70	-	1.29
14	639	-	348	20.06	8	0.76	-	1.40
15	639	-	348	20.06	8	0.85	-	1.57
16	733	-	396	19.46	9	0.83	-	1.53
17	733	-	396	19.46	9	0.91	-	1.68
18	733	-	396	19.46	9	0.99	-	1.84
19	964	-	568	20.06	9	0.82	-	1.39
20	964	-	568	20.06	9	0.89	-	1.51
21	995	-	585	20.06	9	0.93	-	1.58
22	995	-	585	20.06	9	1.00	-	1.69
23	995	-	585	20.06	9	1.06	-	1.81
24	1026	-	602	20.06	9	1.10	-	1.87

**Tabela Z.3.4.11.** Silos F ( $d_c=32.09$  m) o rozstawie  $d_s=0.7$  m: nośność wyboczeniowa pionowych usztywnień

Numer pierścienia	$N_{b,Rd}^{(1)}$ [kN]	$N_{b,Rd}^{(1*)}$ [kN]	$N_{b,Rd}^{(2)}$ [kN]	$l_i$ [m]	$n$	$N_{Ed}/N_{b,Rd}^{(1)}$	$N_{Ed}/N_{b,Rd}^{(1*)}$	$N_{Ed}/N_{b,Rd}^{(2)}$
1	63	1049	120	19.86	11	0.03	-	0.02
2	73	1216	138	20.06	10	0.11	-	0.06
3	88	1503	169	20.06	10	0.19	-	0.10
4	103	1760	195	19.06	10	0.28	-	0.15
5	110	1900	207	20.06	9	0.39	-	0.21
6	122	2207	229	20.06	9	0.50	-	0.26
7	149	2667	276	18.66	10	0.54	-	0.29
8	156	2850	287	20.06	9	0.65	-	0.35
9	162	3045	298	20.06	9	0.77	-	0.42
10	215	4061	390	19.46	10	0.70	-	0.39
11	223	4302	402	19.26	10	0.79	-	0.44
12	232	4560	414	19.06	10	0.89	-	0.50
13	264	5042	482	20.06	10	0.89	-	0.49
14	274	5310	496	20.06	10	0.98	-	0.54
15	284	5592	508	20.06	10	1.06	-	0.59
16	333	6444	607	20.06	10	1.00	-	0.55
17	344	6755	621	20.06	10	1.07	-	0.59
18	344	6755	621	20.06	10	1.17	-	0.65
19	426	7920	1129	20.06	10	1.03	-	0.39
20	437	8260	1154	20.06	10	1.09	-	0.41
21	437	8260	1154	20.06	10	1.18	-	0.45
22	505	9334	1315	20.06	10	1.10	-	0.42
23	505	9334	1315	20.06	10	1.18	-	0.45
24	517	9704	1341	20.06	10	1.23	-	0.47

**Tabela Z.3.4.12.** Silos F ( $d_c=32.09$  m) o rozstawie  $d_s=1.4$  m: nośność wyboczeniowa pionowych usztywnień

Numer pierścienia	$N_{b,Rd}^{(1)}$ [kN]	$N_{b,Rd}^{(1*)}$ [kN]	$N_{b,Rd}^{(2)}$ [kN]	$l_i$ [m]	$n$	$N_{Ed}/N_{b,Rd}^{(1)}$	$N_{Ed}/N_{b,Rd}^{(1*)}$	$N_{Ed}/N_{b,Rd}^{(2)}$
1	88	371	42	20.06	10	0.05	-	0.09
2	102	430	49	19.06	10	0.15	-	0.31
3	123	531	60	20.06	9	0.27	-	0.56
4	166	724	80	20.06	9	0.34	-	0.72
5	177	773	85	20.06	9	0.49	-	1.03
6	200	883	93	19.86	9	0.61	-	1.30
7	300	1296	139	18.86	10	0.53	-	1.15
8	313	1369	145	20.06	9	0.65	-	1.40
9	326	1445	150	20.06	9	0.77	-	1.67
10	409	1796	187	19.06	10	0.74	-	1.61
11	425	1885	193	18.86	10	0.83	-	1.84
12	441	1977	199	20.06	9	0.93	-	2.07
13	580	2522	394	20.06	10	0.81	-	1.20
14	599	2620	405	20.06	10	0.89	-	1.32
15	619	2722	416	20.06	10	0.97	-	1.44
16	910	3853	650	20.06	10	0.73	-	1.03
17	932	3978	666	20.06	10	0.79	-	1.11
18	932	3978	666	20.06	10	0.87	-	1.21
19	954	4107	680	20.06	10	0.92	-	1.29
20	976	4238	695	20.06	10	0.98	-	1.38
21	976	4238	695	20.06	10	1.06	-	1.49
22	1071	4604	754	20.06	10	1.04	-	1.48
23	1071	4604	754	20.06	10	1.11	-	1.58
24	1095	4743	768	20.06	10	1.16	-	1.66