

**POLITECHNIKA GDAŃSKA**  
WYDZIAŁ ELEKTROTECHNIKI I AUTOMATYKI  
KATEDRA INŻYNIERII SYSTEMÓW STEROWANIA



*Optymalizujące, krzepko dopuszczalne sterowanie systemami  
sieciowymi z zastosowaniem do systemów wodociągowych*

**ROZPRAWA DOKTORSKA**

Autor:  
**mgr inż. Arkadiusz Cimiński**

Promotor:  
**dr hab. inż. Kazimierz Duzinkiewicz**

**Gdańsk, 2018 r.**



## Spis treści

<b>Rozdział 1. Wstęp</b> .....	7
1.1 Wprowadzenie i rys historyczny .....	7
1.2 Cel i teza rozprawy .....	10
1.3 Struktura i zawartość rozprawy .....	11
<b>Rozdział 2. Sformułowanie problemu krzepko dopuszczalnego sterowania     predykcynego hydrauliką SW</b> .....	19
2.1 Cele sterowania SW .....	19
2.2 Metoda realizacji celu sterowania SW .....	23
2.3 Optymalizujące sterowanie predykcynne hydrauliką w górnej warstwie hierarchicznej struktury sterowania SW .....	27
2.3.1 Określenie wymagań na trajektorie sterowań hydrauliką w górnej warstwie hierarchicznej struktury sterowania SW .....	27
2.3.2 Technika sterowania predykcynnego .....	28
2.4 Optymalizujące, krzepko dopuszczalne sterowanie predykcynne hydrauliką w górnej warstwie hierarchicznej struktury sterowania SW .....	33
<b>Rozdział 3. Model SW dla potrzeb sterowania</b> .....	39
3.1 Charakterystyka systemu wodociągowego .....	39
3.2 Modele elementów fizycznych SW .....	41
3.2.1 Model elementu połączeniowego .....	41
3.2.2 Modele węzłów .....	48
3.2.3 Model zakłócenia - odbiorcy wody .....	51
3.4 Model SW .....	55
3.5 Wyznaczanie wyjść i stanu modelu SW .....	56
3.5.1 Metody rozwiązania układu równań różniczkowo-algebraiczny .....	56
3.5.2 Warunki istnienia rozwiązań modelu SW .....	57
3.6 Charakterystyka przykładowych SW .....	59
3.6.1 Charakterystyka PSSW Mała .....	59
3.6.2 Charakterystyka PSSW Chojnice .....	61
<b>Rozdział 4. Optymalizujące sterowanie predykcynne hydrauliką SW</b> .....	65
4.1 Charakterystyka zadania optymalizującego sterowania hydrauliką SW .....	65
4.2 Propozycja metody rozwiązania zadania wyznaczania optymalizującego sterowania hydrauliką SW .....	69
4.2.1 Charakterystyka zadania .....	69
4.2.2 Propozycja struktury wymiany informacji pomiędzy optymalizatorem a symulatorem .....	70
4.2.3 Adaptacja AG do rozwiązywania zadania optymalizującego sterowania hydrauliką SW .....	71
4.2.4 Sformułowanie zadania wyznaczania optymalizującego sterowania hydrauliką SW z wykorzystaniem AG .....	76
4.3 Nowe operatory genetyczne .....	76
4.3.1 Założenia ogólne .....	76
4.3.2 Podział PSSW na obszary .....	78
4.3.3 Specjalizowane operatory genetyczne .....	80
4.3.4 Dedykowane operatory genetyczne dla PSSW Chojnice .....	87

4.4	Badania testowe algorytmu rozwiązywania zadania wyznaczania optymalizującego sterowania hydrauliką SW dla przykładowych SW .....	95
4.4.1	Eksperyment 1 - efektywność działania SOG i DOGChojnice .....	95
4.4.2	Eksperyment 2 - efektywności działania algorytmu optymalizującego sterowania hydrauliką SW dla różnych wielkości populacji .....	99
4.5	Podsumowanie .....	119
<b>Rozdział 5.</b>	<b>Przedziałowa predykcja wyjść SW .....</b>	<b>121</b>
5.1	Pojęcie estymacji .....	121
5.2	Źródła i model niepewności w predykcji wyjść SW .....	123
5.2.1	Źródła niepewności w predykcji wyjść SW .....	123
5.2.2	Model niepewności .....	125
5.2.3	Przedziałowy model opisu niepewności .....	127
5.3	Przedziałowy model SW do celów predykcji .....	129
5.4	Sformułowanie zadania krzepkiej predykcji wyjść SW .....	132
5.5	Propozycja rozwiązania zadania przedziałowej predykcji wyjść SW .....	133
5.6	Schemat wyznaczania trajektorii granicznych predykcji wyjść SW .....	141
5.7	Wyniki symulacji przedziałowej predykcji wyjść SW .....	141
5.7.1	Założenia do eksperymentu .....	141
5.7.2	Wyniki obliczeń .....	143
5.8	Podsumowanie .....	149
<b>Rozdział 6.</b>	<b>Synteza optymalizującego krzepko dopuszczalnego sterowania hydrauliką SW .....</b>	<b>151</b>
6.1	Algorytm wyznaczania krzepko dopuszczalnego sterowania z wykorzystaniem stref bezpieczeństwa .....	151
6.2	Zmodyfikowany algorytm wyznaczania krzepko dopuszczalnego sterowania z wykorzystaniem stref bezpieczeństwa (Algorytm I) .....	157
6.2.1	Elementy modyfikacji Algorytmu 6.1 .....	157
6.2.2	Zastosowanie Algorytmu I i AG do wyznaczania optymalizującego sterowania hydrauliką SW .....	161
6.3	Bezpośredni algorytm wyznaczania optymalnego krzepko dopuszczalnego sterowania (Algorytm II) .....	163
6.3.1	Propozycja bezpośredniego algorytmu wyznaczania optymalizującego krzepko dopuszczalnego sterowania hydrauliką SW .....	163
6.3.2	Wykorzystanie AG w bezpośrednim algorytmie wyznaczania optymalizującego krzepko dopuszczalnego sterowania hydrauliką SW .....	165
6.4	Wyniki działania algorytmów wyznaczania optymalizującego krzepko dopuszczalnego sterowania hydrauliką SW .....	168
6.4.1	Porównanie kosztów sterowania i czasów symulacji .....	168
6.4.2	Porównanie przebiegu trajektorii dla proponowanych algorytmów wyznaczania sterowania .....	170
6.4.3	Wnioski ogólne .....	217
6.5	Podsumowanie .....	218
<b>Rozdział 7.</b>	<b>Zakończenie .....</b>	<b>221</b>
7.1	Podsumowanie i wnioski końcowe .....	222
7.2	Kierunek dalszych badań .....	225
	Bibliografia .....	227
	Załącznik #1 .....	237



## Spis ważniejszych oznaczeń

$SW$	- system wodociągowy
$MPC$	- Model Predictive Control
$AG$	- algorytm genetyczny
$SOG$	- specjalizowany operator genetyczny
$DOG_{Chojnice}$	- dedykowany operator genetyczny Chojnice
$\Xi_u$	- horyzont sterowania
$\Xi_p$	- horyzont predykcji
$\Xi_{POM}$	- horyzont pomiarowy
$t_n$	- chwila początkowa
$J_{ilosc}$	- wskaźnik kosztów sterowania ilością SW
$J_u$	- wskaźnik jakości sterowania $\mathbf{u}(\Xi_u   t_n)$
$\mathbf{u}$	- wektor sterowania
$\mathbf{u}^*$	- optymalny wektor sterowania
$\mathbf{d}_{POB}$	- wektor poborów wody
$\mathbf{h}$	- wektor wartości naporów hydraulicznych
$\mathbf{q}$	- wektor przepływów
$\mathbf{h}_z$	- wektor naporów hydraulicznych w zbiorniku
$\mathbf{y}_p$	- wektor predykowanych trajektorii wyjść
$\mathbf{y}_p$	- wektor predykowanych trajektorii granicznych wyjść systemu
$\mathbf{e}$	- przedziałowy wektor granicznych wartości błędów modelowania
$\mathbf{y}$	- wektor ograniczeń na wyjścia systemu
$\Sigma$	- wektor trajektorii granicznych stref bezpieczeństwa
$\Sigma^*$	- wektor krzepkich trajektorii granicznych stref bezpieczeństwa
$\mathbf{v}$	- wektor przekroczeń oryginalnych ograniczeń przez trajektorie graniczne
$\mathbf{s}$	- wektor charakteryzujący dany SW
$\mathbf{s}^{pp}(\Xi_p   t_n)$	- wektor nominalnej trajektorii pracy systemu dany na $\Xi_p$ w chwili czasu $t_n$
$\mathbf{A}_L$	- macierz koincydencji
$\mathbf{O}^r$	- populacja osobników AG w $r$ – tej iteracji





## Rozdział 1. Wstęp

### 1.1 Wprowadzenie i rys historyczny

Dostęp do wody pitnej jest jednym z najważniejszych czynników decydujących o zasiedleniu danego obszaru. Już w starożytnym Rzymie budowano wielokilometrowe akwedukty i kanały w celu doprowadzenia czystej wody do miasta. Jednakże, wraz z rozwojem cywilizacji na znaczeniu przybierał nie sam fakt posiadania wody, ale także zapewnienie odpowiedniej ilości (hydrauliki) wraz z właściwymi cechami jakościowymi. Cechy te określone są przede wszystkim wskaźnikami ilościowymi tj.: ciśnienie oraz wydajność wodociągu (ilość dostarczanej wody) oraz jakościowymi, do których należą: kolor, smak, liczba bakterii, zawartość poszczególnych pierwiastków chemicznych itd. w niniejszej rozprawie rozpatrywane są zagadnienia związane z hydrauliką systemu wodociągowego (SW).

Rozwój cywilizacji oprócz samego określenia ww. wskaźników ilościowych i jakościowych wody narzucił konieczność utrzymania wartości tych wskaźników w zakładanych granicach (przestrzegania określonych norm), w każdym punkcie poboru wody SW. Zadanie to, w rozległych terytorialnie SW jest zadaniem bardzo trudnym. Wynika to, zarówno z liczby jak i charakteru czynników mogących mieć wpływ na wartości tych wskaźników. Należą do nich: różnorodność charakteru poboru wody, „zarastanie” (zmiana średnic wewnętrznych) rurociągów, awarie pomp, zaworów i rurociągów SW itp.

W celu spełnienia norm narzuconych na poszczególne wskaźniki, wykorzystywane są przede wszystkim metody oparte na wiedzy operatora systemu (metody regulowe) oraz bazujące na modelu SW. Pierwsza z wymienionych metod wykorzystuje wiedzę operatora systemu o: sposobie jego działania, interakcjach pomiędzy jego poszczególnymi elementami oraz ograniczeniach wynikających z norm oraz praw fizyki. Jednakże metody te mają poważne ograniczenia związane z możliwościami poznawczymi i percepcyjnymi operatora systemu. Dla dużych i złożonych systemów sterowania, ilość danych i informacji konieczna do uwzględnienia w procesie generowania sterowania (przekształcenie wiedzy do postaci algorytmu) jest na tyle duża, że człowiek nie jest w stanie efektywnie ich przetworzyć. Druga grupa, w procesie generowania sterowania wykorzystuje m.in. modele matematyczne danego systemu.

Do sterowania takim systemem jak SW można wykorzystać wiele technik sterowania np. adaptacyjną czy predykcyjną. W rozprawie ze względu na złożoność SW oraz konieczność uwzględnienia ograniczeń systemu wybrano do dalszych rozważań technikę sterowania predykcyjnego. Technika ta zakłada, że na podstawie znajomości modelu systemu, ograniczeń wyjść i wejść systemu oraz funkcji kryterialnej (najczęściej natury ekonomicznej),

możliwe jest wyznaczenie najlepszego sterowania, z punktu widzenia postawionego kryterium przy spełnieniu zakładanych ograniczeń. Pierwsze publikacje związane z MPC przypadają na lata 70 – te XX wieku (Bemporad i Morari, 1999; Tatjewski, 2002). Pierwsze zastosowania tej techniki w przemyśle dotyczyły algorytmów sterowania z liniowymi modelami obiektów, w postaci skończonej odpowiedni impulsowej oraz funkcji kryterialnej będącej sumą kwadratów składników kary za odchylenie trajektorii prognozowanej od referencyjnej. Następnie zaczęto rozwijać tę technikę sterowania, zmieniając rodzaj modelu systemu, dodając ograniczenia oraz wykorzystując przesuwany horyzont (Maciejowski, 2002; Tatjewski, 2002). Na gruncie praktycznego zastosowania MPC w przemyśle rozwój związany był także z rozwojem komputerów. Ponadto z punktu widzenia teoretycznych rozważań zainteresowano się m.in. stabilnością oraz krzepkością MPC. Krzepkość, w tym kontekście, rozumiana jest jako stabilność (ograniczoność stanów) pętli zamkniętej układu regulacji z regulatorem predykcyjnym dla pewnej (ograniczonej) nieokreśloności modelu systemu (Michalska i Mayne, 1993; Morari i Lee, 1997). W rozprawie krzepkość MPC rozumiana jest nieco inaczej. Zakłada się, że stabilność algorytmu jest zapewniona dla pełnego zakresu zakładanej niepewności, natomiast krzepkie musi być sterowanie generowane przez taki MPC. Oznacza to, że dla pewnych granic niepewności modelu, pomiarów lub estymat gwarantowane jest spełnienie ograniczeń systemu przez jego wyjścia dla wyznaczonego sterowania.

Technika sterowania predykcyjnego bazuje na modelu systemu, który wykorzystywany jest do wyznaczania optymalnego sterowania. W rozprawie do wyznaczania sterowania wykorzystuje się model hydrauliczny SW, który składa się z powiązanych ze sobą modeli poszczególnych jego elementów. Pierwsze badania związane z modelowaniem elementów hydraulicznych SW rozpoczęto w latach 40-tych XIX wieku i dotyczyły one modelowania oporów rurociągów (Boulos i inni, 2006, Walski i inni, 2009). Począwszy od lat 50-tych XX wieku, wraz z rozwojem techniki komputerowej zaczęto modelować SW jako zbiór elementów (układ równań) i podejmowano próby rozwiązywania tych równań (Walski i inni, 2009). Ze względu na niewielką pojemność pamięci operacyjnej komputerów, w latach 60-tych i 70-tych XX wieku rozwinęły się metody upraszczania struktury SW (tzw. szkieletyzacja SW) (Walski i inni, 2009). Należy zwrócić uwagę na fakt, iż uproszczony model SW wykorzystywany jest także do generowania sterowania (Boulos i inni, 2001; Brdyś i inni, 1988; Coulbeck, 1994; Coulbeck i Orr, 1998; Ibáñez i inni, 2008; Jowitt i Germanopoulos, 1992; López- Mays, 2000; Shamir, Salomons, 2008). zastosowanie tego rodzaju modelu, do generowania sterowania, wynika głównie z faktu, iż czas obliczeń tego modelu jest znacznie krótszy w porównaniu z pełnym modelem SW.



W latach 80-tych XX wieku zaproponowano gradientowy algorytm efektywnie rozwiązujący statyczne nieliniowe równania SW (Todini i Pilati, 1989). Algorytm ten stosowany jest w większości darmowych i komercyjnych symulatorów SW, m.in. w Epanet (Rossmann, 2000) oraz WATERCad (Boulos i inni, 2006). Dalszy rozwój badań związany jest z integracją modelu SW z: System Informacji Geograficznej (ang. *Geographic Information System*, ang. GIS), systemami SCADA (ang. *Supervisory Control And Data Acquisition*) oraz innymi systemami wykorzystywanymi w przedsiębiorstwach wodociągowych.

Pierwsze propozycje wykorzystania modelu hydrauliki SW do wyznaczenia sterowania pompami, tego systemu, pojawiły się w latach 70-tych XX wieku (Jowitt i Germanopoulos, 1992). Do wyznaczenia tego sterowania zastosowano metody optymalizacji tj. programowanie dynamiczne (Brdyś i inni, 1988; Coulbeck, 1994; Coulbeck i Orr, 1998, Ulanicki i inni, 2007), programowanie liniowe (Jowitt i Germanopoulos, 1992) oraz sterowanie regułowe (Ormsbee i inni, 1993). W ostatnich latach najczęściej używane są metody ewolucyjne np. algorytmy genetyczne (AG) (Boulos i inni, 2001; Hsu, Cheng, 2002; Montahem i Dariane, 2007; Shamir, Salomons, 2008), algorytmy mrówkowe (López-Ibáñez i inni, 2008) lub algorytmy heurystyczne np. symulowane wyżarzanie (Mays, 2000).

Ze względu na złożoność systemu wodociągowego, jego wieloaspektowość (hydraulika i jakość) oraz różne skale czasu hydrauliki i jakości (Brdys i inni, 2000; Brdys i inni, 2001b; Brdyś i inni, 2008; Duzinkiewicz, 2005; Duzinkiewicz i inni, 2005) zaproponowano generowanie sterowania w sposób hierarchiczny/warstwowy. Zadaniem pierwszej warstwy (zwanej warstwą optymalizacyjną) jest opracowywanie harmonogramu pracy pomp i zaworów oraz trajektorii stężeń chloru, z uwzględnieniem zaspokajania zapotrzebowania na wodę i jej jakość przy minimalizacji kosztów tych operacji. W drugiej warstwie (korekcyjnej) następuje korekta sterowania stężeniami chloru wynikającymi z dynamiki zjawisk jakościowych w sieci, których nie uwzględnia optymalizator.

Ważnym aspektem generowania sterowania jest uwzględnienie wpływu niepewności na sterowany system. W niniejszej rozprawie przyjęto przedziałowy model niepewności przedstawiony w (Milanesse i inni, 1996). W systemie wodociągowym, ten model niepewności wykorzystano m.in. do generowania krzepkiego sterowania stężeniem chloru SW (Brdys i Chang, 2002; Chang, 2003; Chang i inni 2003; Duzinkiewicz, 2005), estymacji zmiennych modelu zachowania się chloru w SW (Brdys, Chen, 1994; Duzinkiewicz, 2005) oraz estymacji zmiennych modelu hydraulicznego SW (Brdys i inni, 2000a).

W rozprawie do wyznaczania sterowania hydrauliki SW wykorzystano algorytmy genetyczne. Działanie AG bazuje na obserwacjach (lata 60-te XX wieku (Goldberg, 1998; Mitsuo i Runwei, 2000)) zachowania się biologicznej ewolucji. Pierwsze prace związane z wyznaczaniem sterowania pompami SW, wykorzystujące AG, pojawiły się w latach 90 XX

wieku (Balla i Lingireddy, 2000; Beckwith i Wong, 1995; Celesto i inni, 2004; Dumas i inni, 2000; Ilich i Simonovic, 1997; Mackle i inni, 1995). Prace te dotyczyły zarówno sterowania pompami stało- jak i zmiennoprędkościowymi z tzw. kodowaniem binarnym (Arabas, 2004; Goldberg, 1998; Michalewicz, 1999; Mitsuo i Runwei, 2000). Dalszy rozwój wykorzystania AG do wyznaczania sterowania związany jest z zastosowaniem kodowania zmiennoprzecinkowego (Arabas, 2004; Michalewicz, 1999) oraz zmniejszeniem rozmiarów zadania optymalizacji. Zastosowanie kodowania zmiennoprzecinkowego pozwoliło na zastosowanie nowych efektywniejszych operatorów genetycznych. Natomiast zmniejszenie rozmiaru zadania osiągnięto poprzez usunięcie poza optymalizator wyznaczenia odpowiedzi systemu na proponowane sterowanie (Damas i inni, 2000; Findeisen i Allgöwer 2002; Ormsbee i Reddy, 1995; Sakarya i Mays, 2000.). Osiągnięto to poprzez zastosowanie połączenia symulatora SW, np. Epanet oraz optymalizatora, w którym zamieniono ograniczenia na funkcję kary.

## 1.2 Cel i teza rozprawy

Wyznaczenie optymalizującego, krzepko dopuszczalnego sterowania hydrauliką, takim złożonym obiektem jak SW, nie jest sprawą trywialną. Na proces tworzenia takiego algorytmu sterowania składa się wiele trudności, które należy przezwyciężyć. Podstawą każdego zaawansowanego sterowania jest model obiektu, który musi być na tyle użyteczny, aby można było na jego podstawie w efektywny sposób wykorzystać go do generowania sterowania. Model takiego obiektu jak i rzeczywiste dane z niego uzyskane obarczone są niepewnością/błędami. Wygenerowane sterowanie, na podstawie takiego modelu i takich danych, może spowodować nierealizowalność wyznaczonego sterowania. Oznacza to, że zastosowane w obiekcie sterownie może przekraczać przyjęte ograniczenia. Stąd konieczne jest określenie źródeł niepewności i ich uwzględnienie w dalszym procesie tworzenia algorytmu sterowania. Matematycznych opisów niepewności jest wiele, od podejścia probabilistycznego, poprzez rozmyte do przedziałowego. Najprostszym opisem niepewności jest model przedziałowy, który określa przedziały zmienności niepewności (górną i dolną granicę). Przyjmując przedziałowy model niepewności, konieczne jest zbudowanie przedziałowego modelu SW, przy pomocy, którego będzie można wygenerować trajektorie graniczne wyjść systemu. Trajektorie te są granicami, wewnątrz których na pewno znajdują się trajektorie wyjść rzeczywistego systemu, bez względu na realizowany tzw. scenariusz niepewności. Mając narzędzie pozwalające na generowanie przedziałowych trajektorii wyjść SW (krzepka predykcja wyjść), możliwe jest zbudowanie narzędzia wyznaczającego optymalizujące krzepko dopuszczalne sterowanie hydrauliką SW. W rozprawie do



wyznaczenia optymalizującego krzepko dopuszczalnego sterowania wykorzystano algorytm genetyczny z nowymi operatorami genetycznymi poprawiającymi jego efektywność działania.

Celem pracy jest opracowanie i zweryfikowanie algorytmu generującego optymalizujące, krzepko dopuszczalne sterowanie hydrauliką SW.

W rozprawie stawia się następującą tezę:

**Możliwe jest opracowanie metody sterowania on-line hydrauliką systemu wodociągowego optymalizującego koszty i krzepko dopuszczalne ze względu na ograniczenia wyjść.**

Słuszność tezy zostanie wykazana poprzez:

1. Zastosowanie sterowania predykcyjnego z użyciem przedziałowego modelu niepewności ograniczeń modelowych i pomiarów.
2. Opracowanie metody optymalizującej koszty sterowania on-line hydrauliką systemu wodociągowego dla nominalnego scenariusza niepewności.
3. Opracowanie efektywnej metody generującej trajektorie graniczne stanu i wyjść systemu wodociągowego dla dowolnego scenariusza niepewności.
4. Opracowanie metody optymalizującej koszty sterowania on-line hydrauliką systemu wodociągowego gwarantującej spełnienie ograniczeń modelowych i technologicznych dla dowolnych realizacji scenariuszy niepewności.

### 1.3 Struktura i zawartość rozprawy

Rozprawa swoim zakresem obejmuje:

- ✓ przedstawienie celów sterowania SW oraz metod ich osiągnięcia,
- ✓ modelowanie punktowego i przedziałowego SW na potrzeby sterowania,
- ✓ charakterystykę przykładowych SW,
- ✓ wyznaczanie optymalizującego, krzepko i niekrzepko dopuszczalnego sterowania hydrauliką SW,
- ✓ budowę narzędzia sprawdzającego krzepkość sterowania,
- ✓ budowę optymalizatorów na potrzeby wyznaczania optymalizującego sterowania,
- ✓ symulację oraz analizę przedstawionych narzędzi i algorytmów.

Powyższe zagadnienia zostały zawarte w następujących rozdziałach:

## Rozdział 1. Wstęp

Rozdział ten zawiera opis przedmiotu niniejszej rozprawy, aktualność podjętej tematyki badań, celu badań oraz motywacji do ich podjęcia. Postawiona została w nim również teza rozprawy, a zakończono przedstawieniem struktury rozprawy.

## Rozdział 2. Sformułowanie problemu krzepko dopuszczalnego sterowania predycyjnego hydrauliką SW

W rozdziale tym przedstawiono cele sterowania SW z naciskiem na sterowanie hydrauliką SW. Określono w nim przede wszystkim, wymagania jakie stawia się sterowaniu hydrauliką SW, zdefiniowano zagadnienie krzepkości sterowania oraz sformułowano zagadnienie wyznaczenia optymalizującego, krzepko i niekrzepko dopuszczalnego sterowania hydrauliką SW.

Szereg rozważań przedstawionych w Rozdziale 2 zawarto w publikacjach:

- [1] Cimiński A., Duzinkiewicz K. (2011a) *Optymalizujące krzepkie sterowanie hydrauliką systemu wodociągowego*, XVII Krajowa Konferencja Automatyki: streszczenia referatów, Kielce–Cedzyna, 19–22.06.2011 / pod red. R. Dindorfa; Politechnika Świętokrzyska = Kielce University of Technology. - Kielce : Wydawnictwo Politechniki Świętokrzyskiej w Kielcach, 2011. - S. 5-6. - ISBN 978-83-88906-78-7
- [2] Cimiński A., Duzinkiewicz K. (2011b) *Optymalizujące krzepkie sterowanie hydrauliką systemu wodociągowego*, Postępy automatyki i robotyki - Kielce: Wydawnictwo Politechniki Świętokrzyskiej, 2011. - S. 184-197: 4 Rysunek - Bibliogr. 9 poz. - ISBN 978-83-88906-49-7
- [3] Cimiński A., Duzinkiewicz K. (2011c) *Optymalizujące krzepkie sterowanie hydrauliką systemu wodociągowego*, XVII Krajowa Konferencja Automatyki – KKA'2011, Kielce – Cedzyna 19-22.06.2011 r. / ed. R. Dindorfa - Kielce: Wydawnictwo Politechniki Świętokrzyskiej, 2011. - p. 762-773
- [4] Cimiński A., Duzinkiewicz K. (2010a) *Optimized robust model predictive control - application to drinking water distribution systems hydraulics*, Large Scale Complex Systems Theory and Applications. Vol.9, part. 1 / ed. P. Borne, G Florin. - Wielka Brytania: IFAC Publisher, 2010. - S. 1-6 [pdf]. 12th IFAC Symposium on Large Scale Systems: Theory and Applications 2010, France, 12.07.2010-14.07.2010. - ISBN 978-3-902661-91-3

- [5] Cimiński A., Duzinkiewicz K. (2010b) *Optimized robust model predictive control - application to drinking water distribution systems hydraulics*, 12th IFAC Symposium on Large Scale Systems: Theory and Applications, Villeneuve d'Ascq, France, 12.07.2010 - 14.07.2010 [dokument elektroniczny, dane tekstowe], - Villeneuve d'Ascq : Elsevier, 2010. - [płyta CD]. - S. 1-6 [pdf] - ISBN 978-2-915913-26-2
- [6] Brdys M. A., Cimiński A., Drewna M., Kurek W. (2008) *Sterowanie predykcyjne hydrauliką i jakością wody w SW*, Wodociągi - Kanalizacja: teoria, praktyka, zarządzanie. - 2008, nr 11 = 57.
- [7] Duzinkiewicz K., Cimiński A. (2008a) *Krzepko dopuszczalne sterowanie systemami wodociągowymi*, Sterowanie i automatyzacja: aktualne problemy i ich rozwiązania Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT, 2008. - (Problemy Współczesnej Nauki. Sterowanie i Automatyzacja).
- [8] Drewna M., Brdys M. A., Cimiński A. (2007) *Model Predictive Control of integrated quantity and quality in drinking water distribution systems*, DYCOPS 2007 [Dokument elektroniczny] : 8th International IFAC Symposium on Dynamics and Control of Process Systems, June 04-06, 2007 Cancun, Mexico : preprints. Vol. 3.

### Rozdział 3. Model SW na potrzeby sterowania

W tym rozdziale przedstawiono zarówno szczegółowo modele elementów wpływających na hydraulikę SW jak i model całego SW. Szczegółowo przedstawiono jedną z metod rozwiązywania modelu SW, która będzie wykorzystywana w także w dalszej części rozprawy oraz krótko przedstawiono charakterystykę dwóch przykładowych SW Mała i Chojnice.

Szereg rozważań i wyników symulacji przedstawionych w Rozdziale 3 zawarto w publikacjach:

- [1] Duzinkiewicz K., Cimiński A. (2008b) *Sekwencyjna estymacja zmiennych w systemach sieciowych z wykorzystaniem do systemów wodociągowych*, Sterowanie i automatyzacja: aktualne problemy i ich rozwiązania Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT, 2008. - (Problemy Współczesnej Nauki. Sterowanie i Automatyzacja)
- [2] Głowacki J., Duzinkiewicz K., Cimiński A. (2008) *Łączna kalibracja profili poborów wody i parametrów modelu systemu wodociągowego*, Sterowanie i automatyzacja: aktualne problemy i ich rozwiązania Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT, 2008. - (Problemy Współczesnej Nauki. Sterowanie i Automatyzacja)

- [3] Głowacki J., Duzinkiewicz K., Cimiński A. (2007) *Kalibracja profili poborów wody w węzłach SW*, Wodociągi - Kanalizacja: teoria, praktyka, zarządzanie. - 2007, nr 12=46.
- [4] Duzinkiewicz K., Cimiński A. (2006) *Drinking water distribution system modelling - an approach to skeletonization* ALSIS'06 [Dokument elektroniczny]: Proceedings of the 1st IFAC Workshop on Applications of Large Scale Industrial Systems, August 30-31, 2006, Finland.
- [5] Duzinkiewicz K., Cimiński A. (2005) *Modelowanie sieci wodociągowych – podejście do problemu szkieletyzacji*, XV Krajowa Konferencja Automatyki KKA 2005, Warszawa, 27-30 czerwca 2005. Tom 3.

#### Rozdział 4. Optymalizujące sterowanie predykcyjne hydrauliką SW

Rozdział ten w całości poświęcony został zagadnieniu wyznaczania optymalizującego sterowania wykorzystującego jako solver (optymalizator) algorytm genetyczny. Opisano metodę powiązania AG i symulatora Epanet oraz procedurę dostosowania oryginalnego sformułowania zadania wyznaczania sterowania na potrzeby AG. Bazując na powiązaniu tych dwóch narzędzi (AG i Epanetu) zaproponowano 8 nowych operatorów genetycznych. Szczegółowo zaprezentowano sposób implementacji przedstawionych operatorów dla przykładowych SW oraz ich wpływ na działanie AG. Dla SW Chojnice porównano wyniki działania sterowania zastosowanego w rzeczywistym SW z działaniem sterowania wyznaczonego przy pomocy zaproponowanych operatorów genetycznych.

Wszystkie poruszane w tym rozdziale zagadnienia mają na celu dobór parametrów optymalizatora (AG), aby osiągnąć najlepsze wyniki sterowania (minimum kosztów energii elektrycznej). Ponadto, zakłada się, że wyznaczone parametry dla modelu nominalnego będą miały zastosowanie także dla algorytmu z modelem przedziałowym przedstawionym w Rozdziale 6.

Szereg rozważań i wyników symulacji przedstawionych w Rozdziale 4 zawarto w publikacjach:

- [1] Cimiński A., Duzinkiewicz K. (2011a) *Optymalizujące krzepkie sterowanie hydrauliką systemu wodociągowego*. XVII Krajowa Konferencja Automatyki: streszczenia referatów, Kielce–Cedzyna, 19–22.06.2011 / pod red. R. Dindorfa; Politechnika Świętokrzyska = Kielce University of Technology. - Kielce: Wydawnictwo Politechniki Świętokrzyskiej w Kielcach, 2011. - S. 5-6. - ISBN 978-83-88906-78-7.
- [2] Cimiński A., Duzinkiewicz K. (2011b) *Optymalizujące krzepkie sterowanie hydrauliką systemu wodociągowego*. Postępy automatyki i robotyki - Kielce: Wydawnictwo

- Politechniki Świętokrzyskiej, 2011. - S. 184-197: 4 Rysunek - Bibliogr. 9 poz. - ISBN 978-83-88906-49-7.
- [3] Cimiński A., Duzinkiewicz K. (2011c) *Optymalizujące krzepkie sterowanie hydrauliką systemu wodociągowego*, XVII Krajowa Konferencja Automatyki – KKA'2011, Kielce – Cedzyna 19-22.06.2011 r. / ed. R. Dindorfa - Kielce : Wydawnictwo Politechniki Świętokrzyskiej, 2011. - S. 762-773.
- [4] Cimiński A., Duzinkiewicz K. (2010a) *Optimized robust model predictive control - application to drinking water distribution systems hydraulics*. Large Scale Complex Systems Theory and Applications. Vol.9, part. 1 / ed. P. Borne, G Florin. - Wielka Brytania : IFAC Publisher, 2010. - S. 1-6 [pdf]. 12th IFAC Symposium on Large Scale Systems: Theory and Applications 2010, France, 12.07.2010-14.07.2010. - ISBN 978-3-902661-91-3.
- [5] Cimiński A., Duzinkiewicz K. (2010b) *Optimized robust model predictive control - application to drinking water distribution systems hydraulics*. 12th IFAC Symposium on Large Scale Systems: Theory and Applications, Villeneuve d'Ascq, France, 12.07.2010 - 14.07.2010[dokument elektroniczny, dane tekstowe], - Villeneuve d'Ascq : Elsevier, 2010. - [płyta CD]. - S. 1-6[pdf] - ISBN 978-2-915913-26-2.
- [6] Cimiński A., Duzinkiewicz K. (2009) *Specialized genetic operators in drinking water distribution systems control*, Evolutionary computation and global optimization 2009, June 1st - 3rd, 2009 Zawoja, Poland, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, 2009. - (Prace Naukowe, Politechnika Warszawska. Elektronik.
- [7] Brdys M.A., Cimiński A., Drewa M., Kurek, W. (2008) *Sterowanie predykcyjne hydrauliką i jakością wody w SW*, Wodociągi - Kanalizacja: teoria, praktyka, zarządzanie. - 2008, nr 11 = 57.
- [8] Drewa M., Brdys M. A., Cimiński A. (2007) *Model Predictive Control of integrated quantity and quality in drinking water distribution systems*, DYCOPS 2007 [Dokument elektroniczny]: 8th International IFAC Symposium on Dynamics and Control of Process Systems, June 04-06, 2007 Cankùn, Mexico : preprints. Vol. 3.

## Rozdział 5. Przedziałowa predykcja wyjść SW

Rozdział ten poświęcony jest zagadnieniu predykcji wyjść i stanu hydrauliki SW. Zdefiniowano w nim pojęcie estymacji, które jest pojęciem ogólniejszym w stosunku do pojęcia predykcji. Określono źródła niepewności SW, przedstawiono przedziałowy model niepewności oraz przedziałowy model SW. Sformułowano zagadnienie wyznaczania krzepkiej predykcji wyjść SW oraz schemat wyznaczania predykcji wyjść na założony

horyzont predykcji. Zaproponowano algorytm rozwiązujący zadania wyznaczania przedziałowych wyjść SW oraz porównano jego efektywność z innymi algorytmami.

Szereg rozważań i wyników symulacji przedstawionych w Rozdziale 5 zawarto w publikacjach:

- [1] Cimiński A., Duzinkiewicz K. (2015) Robust output prediction of differential – algebraic systems – application to drinking water distribution system. 21th International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics. Międzyzdroje, 2015, 1133-1138 (CD), ISBN 978-83-7518-756-4
- [2] Cimiński A., Duzinkiewicz K. (2010a) *Optimized robust model predictive control - application to drinking water distribution systems hydraulics*. Large Scale Complex Systems Theory and Applications. Vol.9, part. 1 / ed. P. Borne, G Florin. - Wielka Brytania : IFAC Publisher, 2010. - S. 1-6 [pdf]. 12th IFAC Symposium on Large Scale Systems: Theory and Applications 2010, France, 12.07.2010-14.07.2010. - ISBN 978-3-902661-91-3.
- [3] Cimiński A., Duzinkiewicz K. (2010b) *Optimized robust model predictive control - application to drinking water distribution systems hydraulics*. 12th IFAC Symposium on Large Scale Systems: Theory and Applications, Villeneuve d'Ascq, France, 12.07.2010 - 14.07.2010[dokument elektroniczny, dane tekstowe], - Villeneuve d'Ascq : Elsevier, 2010. - [płyta CD]. - S. 1-6[pdf] - ISBN 978-2-915913-26-2.
- [4] Duzinkiewicz K., Cimiński A., Głowacki J. (2008) *Alokacja urządzeń pomiarowych hydrauliki w systemach wodociągowych w warunkach niepewności*, Pomiary Automatyka Kontrola. - R. 54, nr 11 (2008).
- [5] Duzinkiewicz K., Cimiński A. (2008a) *Krzepko dopuszczalne sterowanie systemami wodociągowymi*, Sterowanie i automatyzacja: aktualne problemy i ich rozwiązania. (Problemy Współczesnej Nauki. Sterowanie i Automatyzacja). Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT, 2008.
- [6] Duzinkiewicz K., Cimiński A. (2008b) *Sekwencyjna estymacja zmiennych w systemach sieciowych z wykorzystaniem do systemów wodociągowych*, Sterowanie i automatyzacja: aktualne problemy i ich rozwiązania. (Problemy Współczesnej Nauki. Sterowanie) Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT, 2008.
- [7] Cimiński A., Duzinkiewicz K., Głowacki J. (2008) *Alokacja urządzeń pomiarowych hydrauliki w systemach wodociągowych w warunkach niepewności*, Wodociągi - Kanalizacja: teoria, praktyka, zarządzanie. - 2008, nr 5=51.
- [8] Głowacki J., Duzinkiewicz K., Cimiński A. (2007) *Kalibracja profili poborów wody w węzłach SW*, Wodociągi - Kanalizacja: teoria, praktyka, zarządzanie. - 2007, nr 12=46.



## Rozdział 6. Synteza optymalizującego, krzepko dopuszczalnego sterowania hydrauliką SW

Rozdział ten poświęcony jest zagadnieniu wyznaczania krzepko dopuszczalnego sterowania hydrauliką SW. Zaproponowano w nim dwa algorytmy wyznaczające krzepko dopuszczalne sterowanie hydrauliką SW. Pierwszy bazuje na modyfikacji oryginalnych ograniczeń poprzez tzw. strefy bezpieczeństwa. Drugi natomiast, w trakcie wyznaczania sterowania bezpośrednio modyfikuje sterowanie z wykorzystaniem AG oraz krzepkiej predykcji wyjść SW.

Rozważania i wyniki symulacji przedstawione w tym rozdziale zawarto w publikacjach:

- [1] Cimiński A., Duzinkiewicz K. (2017) *Direct algorithm for optimizing robust MPC of drinking water distribution systems hydraulics*, 23th International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics. Międzyzdroje, 2017, IEEE, 10.1109/MMAR.2017.8046790
- [2] Cimiński A., Duzinkiewicz K. (2011a) *Optymalizujące krzepkie sterowanie hydrauliką systemu wodociągowego*, XVII Krajowa Konferencja Automatyki: streszczenia referatów, Kielce–Cedzyna, 19–22.06.2011 / pod red. R. Dindorfa; Politechnika Świętokrzyska = Kielce University of Technology. - Kielce: Wydawnictwo Politechniki Świętokrzyskiej w Kielcach, 2011. - S. 5-6. - ISBN 978-83-88906-78-7
- [3] Cimiński A., Duzinkiewicz K. (2011b) *Optymalizujące krzepkie sterowanie hydrauliką systemu wodociągowego*, Postępy automatyki i robotyki - Kielce: Wydawnictwo Politechniki Świętokrzyskiej, 2011. - S. 184-197: 4 Rysunek - Bibliogr. 9 poz. - ISBN 978-83-88906-49-7
- [4] Cimiński A., Duzinkiewicz K. (2011c) *Optymalizujące krzepkie sterowanie hydrauliką systemu wodociągowego*, XVII Krajowa Konferencja Automatyki – KKA'2011, Kielce – Cedzyna 19-22.06.2011 r. / ed. R. Dindorfa - Kielce: Wydawnictwo Politechniki Świętokrzyskiej, 2011. - p. 762-773
- [5] Cimiński A., Duzinkiewicz K. (2010a) *Optimized robust model predictive control - application to drinking water distribution systems hydraulics*, Large Scale Complex Systems Theory and Applications. Vol.9, part. 1 / ed. P. Borne, G Florin. - Wielka Brytania: IFAC Publisher, 2010. - S. 1-6 [pdf]. 12th IFAC Symposium on Large Scale Systems: Theory and Applications 2010, France, 12 - 14.07.2010 - ISBN 978-3-902661-91-3
- [6] Cimiński A., Duzinkiewicz K. (2010b) *Optimized robust model predictive control - application to drinking water distribution systems hydraulics*, 12th IFAC Symposium on

Large Scale Systems: Theory and Applications, Villeneuve d'Ascq, France, 12.07.2010 - 14.07.2010[dokument elektroniczny, dane tekstowe], - Villeneuve d'Ascq : Elsevier, 2010. - [CD]. - S. 1-6[pdf] - ISBN 978-2-915913-26-2

- [7] Duzinkiewicz K., Cimiński A. (2008a) *Krzepko dopuszczalne sterowanie systemami wodociągowymi*, Sterowanie i automatyzacja: aktualne problemy i ich rozwiązania. (Problemy Współczesnej Nauki. Sterowanie i Automatyzacja). Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT, 2008.

## **Rozdział 7. Podsumowanie**

Rozdział ten stanowi podsumowanie rozprawy oraz wskazanie możliwych kierunków przyszłych badań.

## Rozdział 2. Sformułowanie problemu krzepko dopuszczalnego sterowania predykcyjnego hydrauliką SW

### 2.1 Cele sterowania SW

Rozważanie problemu sterowania systemem wodociągowym powinno precyzować cele sterowania, wraz z kryteriami oceny sposobu ich osiągnięcia. Określenie tego celu należy, w głównej mierze, do przedsiębiorstwa wodnokanalizacyjnego (PWK) zarządzającego tym systemem. Naturalnym celem sterowania, tego typu systemami jest cel ekonomiczny. Skierowany jest on na osiągnięcie zysku z pracy systemu (Findeisen, 1974; Findeisen 1997; Tatjewski, 2002). Typowo, wartość zysku jest określona poprzez różnicę pomiędzy kosztami uzyskania przychodów z działalności (np. sprzedaż wody) i kosztów prowadzenia tej działalności (np. koszty energii elektrycznej). Osiągnięcie powyższego celu sterowania najczęściej odbywa się w sposób scentralizowany i jest ono bardzo trudne do realizacji i charakteryzuje się szeregiem wad (Tatjewski, 2002), tj.:

- trudność zapewnienia bezpieczeństwa sterowanego systemu,
- trudności niezbędnego włączenia ludzi w proces nadzoru i reakcja na zjawiska niekontrolowane i nieprzewidziane,
- konieczność jednoczesnego i szybkiego przetwarzania dużej ilości informacji.

Ze względu na powyższe wady konieczne jest podzielić postawiony jeden cel na szereg mniejszych celów częściowych, które mogą mieć różny charakter i stopień trudności. Rozwiązaniem tych trudności jest podejmowanie decyzji i sterowanie danym systemem w sposób hierarchiczny. Istotą tego podejścia jest dekompozycja pierwotnego celu sterowania na szereg zadań cząstkowych, mniej złożonych i wzajemnie ze sobą powiązanych. Każde z tych zadań realizuje cel cząstkowy, co wiąże się z przetwarzaniem mniejszej ilości informacji (np. przez personel zarządzający (Tatjewski, 2002)) lub/i mniejszymi obciążeniami obliczeniowymi centralnej jednostki obliczeniowej.

Można wyróżnić dwa podstawowe sposoby dekompozycji zadania sterowania (Tatjewski, 2002):

- *dekompozycję funkcjonalną* - jest ona związana z obiektem traktowanym jako całość i polega na wydzieleniu szeregu funkcjonalnie różnych cząstkowych celów sterowania wzajemnie ze sobą powiązanych – w strukturze pionowej, hierarchicznej współzależności zwanej „strukturą warstwową”. Jednostka decyzyjna związana

z każdą warstwą struktury, podejmuje decyzje odnoszące się do tego samego obiektu, ale każda z nich podejmuje decyzje różnego rodzaju;

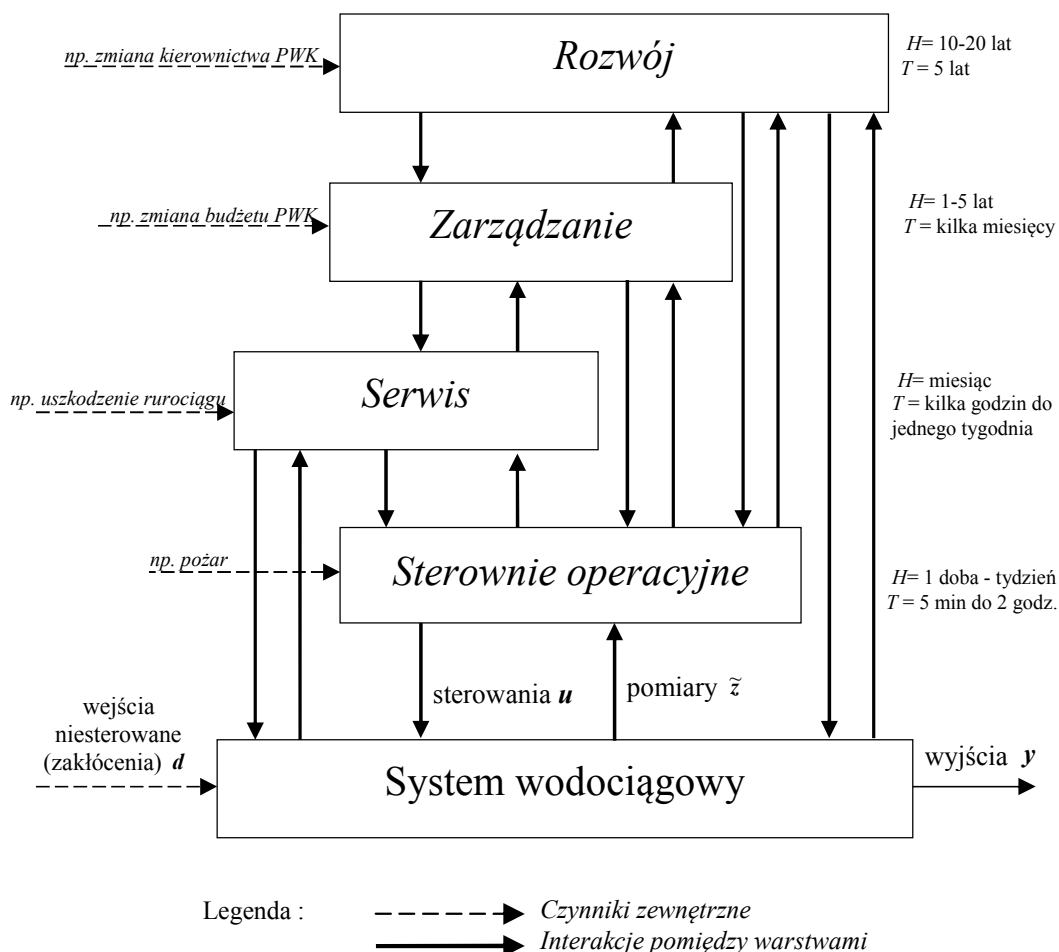
- *dekompozycję przestrzenną* – związana jest z przestrzenną strukturą złożonego obiektu sterowania i polega na podziale zadania sterowania na lokalne podzadania funkcjonalnie tego samego rodzaju – związane bezpośrednio z wydzielonymi częściami całego złożonego obiektu sterowania. Dekompozycja ta może być realizowana w ramach jednej warstwy dekompozycji funkcjonalnej.

W PWK dekompozycja funkcjonalna wynika z podziału przedsiębiorstwa na działy, które podejmują i realizują różnego rodzaju decyzje. Można wyróżnić trzy główne kategorie decyzji (Brdys i Ulanicki, 1994; Duzinkiewicz, 2005):

- *rozwojowe* – dotyczą poszukiwań i budowy nowych ujęć wody, rozbudowę infrastruktury sieci, inwestycje w nowe technologie, itp.;
- *zarządzania* – dotyczą umów z dostawcami energii elektrycznej, cenników wody, uregulowań prawnych związanych z prawami i obowiązkami użytkowników wody, itd.;
- *operacyjne* – dotyczą bieżącego sterowania zarówno ilością jak i jakością wody w SW.

W rozprawie, do powyższych trzech kategorii decyzji zaproponowano dodatkową jeszcze jedną kategorię związaną z naprawą i konserwacją uszkodzonej infrastruktury sieciowej (rurociągi, zwory, zbiorniki, pompy, itd.) i określono ją jako decyzje *serwisowe*. Dodanie tej kategorii wynika z faktu, iż ma ona bardzo duży wpływ zarówno na decyzje związane z decyzjami zarządczymi jak i operacyjnymi. Osoby podejmujące decyzje serwisowe będą decydowały o tym czy dana pompa działa czy też nie (wpływ na decyzje operacyjne) lub czy konieczna jest wymiana danej pompy (wpływ na decyzje zarządcze).

Powyższe decyzje podejmowane w różnych działach PWK charakteryzują się różną częstością interwencji oraz horyzontem działania. Najdłuższy horyzont działania i najmniejszą częstość interwencji mają decyzje rozwojowe. Natomiast najkrótszy horyzont i największą częstotliwość, mają decyzje o charakterze operacyjnym. Hierarchiczna struktura podejmowania decyzji w PWK wraz z długością horyzontu działania/sterowania ( $N_s$ ) oraz okresami interwencji ( $T_s$ ) i interakcjami pomiędzy poszczególnymi warstwami przedstawione są na rysunku 2.1. Struktura ta jest rozwinięciem struktury zaproponowanej w (Tatjewski, 2000).

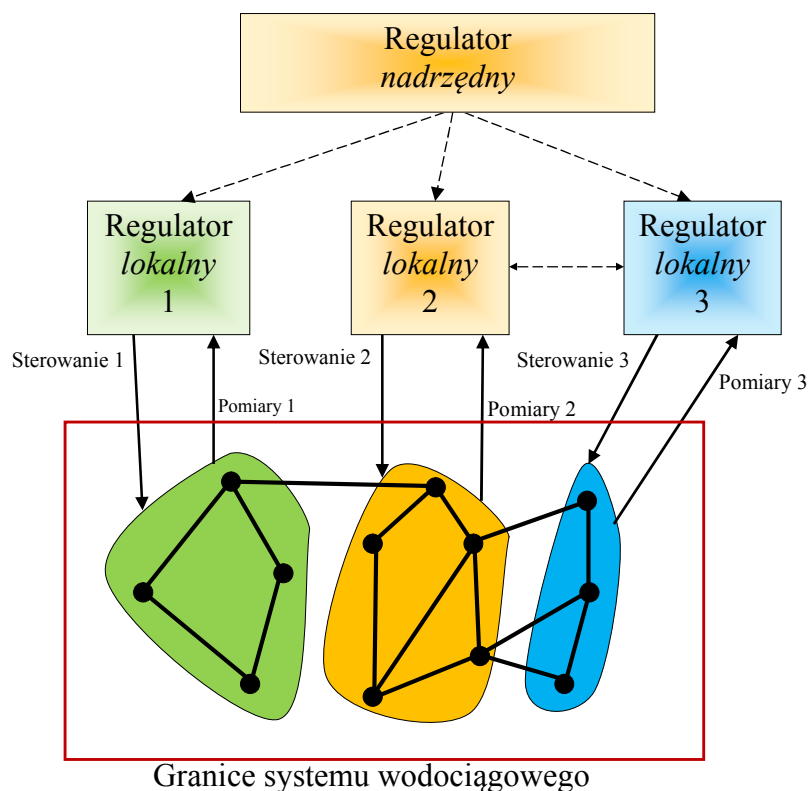


Rysunek 2.1. Hierarchiczna (warstwowa) struktura podejmowania decyzji PWK – dekompozycja funkcjonalna.

Przykładem wpływu decyzji warstwy najwyższej (*Rozwój*) na najniższą (*Sterowanie operacyjne*) jest decyzja o wybudowaniu nowego ujęcia wody (decyzja *rozwojowa*). W konsekwencji decyzja ta ma wpływ na warstwę *Zarządzanie*, w której podejmuje się decyzje o np. zakupie gruntu pod budynki, podpisywanie umów o dostawę energii elektrycznej itp. W warstwie *Sterowanie operacyjne* następuje konieczność uwzględnienia nowego ujęcia wody w algorytmie sterowania dla całego systemu. W warstwie *Serwis* pracownicy muszą zostać przeszkoleni z obsługi i serwisowania urządzeń znajdujących się w nowo wybudowanym ujęciu.

Dekompozycja przestrzenna SW, najczęściej związana jest z warstwą *Sterowanie operacyjne*. System wodociągowy jest systemem rozproszonym, często na bardzo dużym obszarze miasta, gminy. W celu zapewnienia odpowiedniej ilości i jakości wody wszystkim odbiorcom konieczne jest rozproszenie źródeł (ujęć) dostarczania wody. W związku z tym sterowanie takim systemem nie odbywa się, poprzez wykorzystanie jednej jednostki centralnej (wyznaczającą sterowanie), tylko poprzez kilka lub kilkanaście osobnych jednostek *lokalnych*, koordynacją, których zajmuje się jednostka *nadrzędna*. Zadania dla

poszczególnych jednostek mogą się nieznacznie od siebie różnić. Wynika to z usytuowania danej jednostki w systemie. Jeżeli dana jednostka (np. stacja podnoszenia ciśnienia) zasila tylko jeden wydzielony obszar w systemie (rysunek 2.2 *Regulator lokalny 1*), to pracuje ona sama na utrzymanie parametrów wody w tym obszarze. Warto dodać, że wartości zadane mogą być określone przez jednostkę *nadrzędną*. Natomiast jeżeli pomiędzy wydzielonymi obszarami występuje więcej niż jedno połączenie (obszar „niebieski” i „pomarańczowy” rysunek 2.2), to jednostki („Regulator lokalny 2 i 3” na rysunku 2.2) sterujące parametrami wody w tych obszarach muszą pomiędzy sobą wymieniać informacje (linia przerywana na rysunku 2.2) i koordynować swoje działania.



Rysunek 2.2 Zdecentralizowane sterowanie SW – dekompozycja przestrzenna.

Niniejsza rozprawa koncentruje się na warstwie *Sterowanie operacyjne*. Zakłada się, że decyzje podejmowane w warstwach wyższych (*Rozwój, Zarządzanie i Serwis*), wpływając na decyzje z warstwy operacyjnej mają postać ograniczeń lub warunków brzegowych. Zakłada się także, wykorzystanie w tej warstwie struktury zdecentralizowanej, której przykład przedstawiono na rysunku 2.2. Zaproponowane, w rozprawie, algorytmy sterowania ulokowane są w *Regulatorze nadrzędnym*, który odpowiada na generowane wartości zadanych ciśnień i przepływu dla *Regulatorów lokalnych* (np. ujęć wody). Dodatkowo, w rozprawie, idea zdecentralizowanego sterowania SW zostanie wykorzystana do budowy nowych operatorów genetycznych. Ma to na celu zwiększenie efektywności algorytmów wyznaczania sterowania hydrauliką SW.

## 2.2 Realizacja celu sterowania SW

Cele sterowania stawiane w warstwie *Sterowanie operacyjne* powiązane są z podejmowanymi w niej decyzjami i wraz z ich priorytetyzacją można przedstawić następująco (Duzinkiewicz, 2005):

- 1) zapewnienie bezpieczeństwa życia i zdrowia użytkowników wody – bezpieczeństwo bakteriologiczne i toksykologiczne,
- 2) zapewnienie jakości dostarczanej wody – odpowiednie właściwości organoleptyczne – barwa, smak, zapach,
- 3) zapewnienie ilości dostaw wody odpowiedniego ciśnienia wody oraz jej odpowiedniej ilości;
- 4) zapewnienie efektywności ekonomicznej.

Realizacja powyższych celów obejmuje zarówno sterowanie ilością (cel 3) jak i jakością wody (cel 1 i 2) w sposób jak najbardziej efektywny ekonomicznie (cel 4). Zasadniczym celem sterowania, z punktu widzenia hydrauliki, jest zapewnienie pożądanej przed odbiorców ilości wody. Realizacja tego zadania typowo odbywa się poprzez zapewnienie odpowiedniego naporu hydraulicznego w punktach poboru wody (w węzłach z poborem wody). Natomiast celem sterowania jakością wody jest zapewnienie odpowiedniej jej jakości, rozumianej jako zapewnienie odpowiednich wartości parametrów bakteriologicznych, toksykologicznych oraz organoleptycznych. Zapewnienie odpowiednich właściwości organoleptycznych, związane jest głównie z jakością uzdatnianej wody w ujęciach, jakością infrastruktury sieciowej (np. stopniem zanieczyszczenia rurociągu) oraz czasem przebywania wody w systemie. Z kolei właściwości toksykologiczne związane są z możliwością zanieczyszczenia wody przez niepowołane osoby oraz z substancjami tworzącymi się w wyniku różnego rodzaju reakcji chemicznych (np. THM – trihalometany) (Duzinkiewicz, 2005). Natomiast właściwości bakteriologiczne określają liczbę bakterii w jednostce objętości wody.

Osiągnięcie poszczególnych celów można zrealizować w różny sposób. Zapewnienie odpowiedniej ilości wody przy pożądanym naporze w węźle poboru wody, realizuje się poprzez odpowiednie sterowanie pompami oraz zaworami. Możliwe jest także (jednakże w ograniczonym stopniu) zapewnienie odpowiednich właściwości organoleptycznych i bakteriologicznych poprzez sterowanie rozplływami w sieci. Zapewnienie pożądaných właściwości bakteriologicznych związane jest ze sterowaniem ilością dezynfekanta w systemie, którym najczęściej jest chlor. Realizuje się to, poprzez utrzymanie stężenia chloru w zakładanych ograniczeniach (od 0,1 do 0,3 [mg/l]), co zapewnia wyginięcie wszystkich

bakterii znajdujących się w systemie wodociągowym (Boulos i inni, 2006; Duzinkiewicz, 2005; Walski i inni, 2009).

Należy wskazać, iż związek pomiędzy jakością i ilością wody jest bardzo silny, jednakże jednostronny. Sterowanie hydrauliką wody (sterowanie naporem hydraulicznym a pośrednio rozpyłkami w systemie) ma wpływ na sterowanie jakością wody (stężeniem chloru) w systemie. Szybkość poruszania się elementów zawartych w wodzie (bakterie, różnego rodzaju związki chemiczne, itd.) poprzez system określa czy dany system jest dobrze czy źle sterowany. Osiedlanie elementów stałych na ściankach rurociągu zanieczyszcza go, powodując tzw. *zarastanie rurociągów* (Boulos i inni, 2006), co w konsekwencji może prowadzić do polepszenia warunków rozwoju bakterii w SW. Zatem w celu efektywnego i skutecznego sterowania ilością i jakością wody, te dwa aspekty sterowania SW muszą być traktowane łącznie. Wynikowe sterowanie ilością i jakością jest w tym sensie *zintegrowane*.

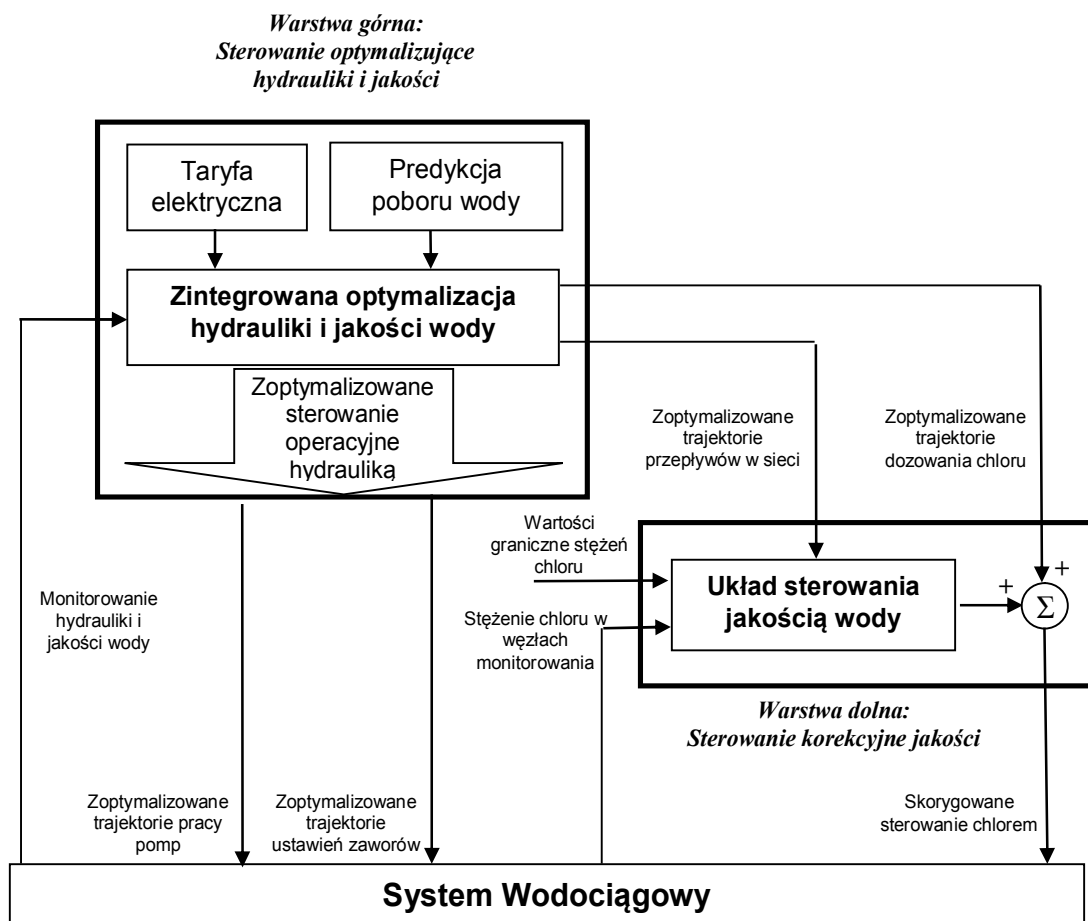
Pierwsze prace na temat zintegrowanego sterowania ilością i jakością wody w SW (Brdyś i inni, 1995) opierały swoje działanie na jednowarstwowej strukturze sterowania, w której wyznaczano sterowanie zarówno hydrauliką jak i jakością. Złożoność zadania optymalizacji wynikała ściśle z wielkości danego SW oraz z wymaganej przez dynamikę systemu długości kroku dyskretyzacji  $T_d$  i rozważanego horyzontu predykcji  $N_p$ . Dla przyjętej długości kroku dyskretyzacji hydrauliki  $T_h$  (typowo 0,5 – 2 [h]. (Brdyś i Ulanicki, 1994, Boulos i inni, 2006; Walskie i inni, 2009)), kroku dyskretyzacji jakości  $T_j$  (typowo 5 – 15 [min.]) oraz długości horyzontu predykcji  $N_p$  i sterowania  $N_u$  od 24 godzin do tygodnia, rozwiązywane zadanie optymalizacji zintegrowanego wyznaczania sterowania może składać się z dużej liczby zmiennych i równań ograniczających. Jednym ze sposobów rozwiązania tego problemu jest wydłużenie kroku jakości, co prowadzi do uproszczenia modelu jakości oraz skrócenia czasu wyznaczania zintegrowanego sterowania. Jednakże zabieg ten może prowadzić do przekroczenia zakładanych ograniczeń na jakość wody po zastosowaniu wyznaczonego sterowania w rzeczywistym systemie. To zaś prowadzi do niespełnienia podstawowych celów sterowania jakością (Brdyś i inni, 1995; Brdyś i inni, 2000; Brdyś i inni, 2001b; Duzinkiewicz, 2005).

W celu przeciwdziałania powyższym efektom, zaproponowano metodę zintegrowanego sterowania SW przy wykorzystaniu specyficznych cech tego systemu (Brdyś i inni, 1995; Brdyś i inni, 2000; Brdyś i inni, 2001; Duzinkiewicz, 2005), tzn.:

- istnienie jednostronnej interakcji pomiędzy hydrauliką i jakością,
- występowanie procesów o różnej szybkości zmian (różne skale czasowe dynamiki) ilości i jakości.



Istnienie dwóch różnych skal czasu w dynamice wewnętrznej obiektu oraz jednostronna interakcja, zostały efektywnie uwzględnione na drodze hierarchicznej strukturyzacji funkcjonalnej systemu sterowania. Wyróżnione zostały dwie warstwy (rysunek 2.3): *górną (optymalizacyjną)* i *dolną (korekcyjną)* (Brdyś i inni, 2001b; Chang i inni, 2003 Duzinkiewicz, 2005; Trawicki, 2004).



Rysunek 2.3 Dwuwarstwowa struktura zintegrowanego sterowania ilością i jakością wody w SW.

Warstwa *górną* w dalszym ciągu realizuje funkcje poprzedniej struktury jednowarstwowej, z wykorzystaniem wcześniej omówionego wydłużonego czasu dyskretyzacji  $T_j$ . Pozwala to na zmniejszenie wymiaru zadania optymalizacji, a co za tym idzie czasu wyznaczania sterowania. Najczęściej w tej warstwie wykorzystuje się technologię sterowania predycyjnego z horyzontem sterowania i predykcji o długości  $N_u = N_p = 24$  [h], i krokiem dyskretyzacji hydrauliki  $T_h$  od 0,5 do 2 [h]. Wskaźnikiem jakości sterowania w warstwie górnej jest suma kosztów sterowania ilością ( $J_{ilosc}$ ) i jakością ( $J_{jakosc}$ ) wody, w postaci:

$$J = J_{ilosc} + J_{jakosc} = J_{pompa} + J_{zawor} + J_{jakosc} \quad (2.1)$$

Koszty sterowania ilością obejmują koszty energii elektrycznej zasilającej: pompy  $J_{pompa}$  oraz zawory  $J_{zawor}$ . Natomiast, na koszty sterowania jakością składają się głównie koszty dozowania dezynfekanta  $J_{jakosc}$ . Ponieważ koszty sterowania zaworami  $J_{zawor}$  oraz koszt dozowania dezynfekanta  $J_{jakosc}$  są pomijalne, w stosunku do kosztu energii elektrycznej zużywanej na sterowanie pompami  $J_{pompa}$ , równanie (2.1) można zapisać jako (2.2):

$$J = J_{pompa} \quad (2.2)$$

Zasadniczym celem dolnej warstwy, dwuwarstwowej struktury sterowania jest przeciwdziałanie niekorzystnym efektom poprzez korekcję harmonogramów sterowania jakością, w węzłach dozowania chloru, wyznaczonych przez warstwę górną. Wykonywane jest to, w oparciu o pomiary stężeń chloru, w punktach monitorowania jakości wody, w taki sposób, aby były spełnione ograniczenia na jego wartość. Dodatkowo warstwa dolna dzięki częstszej interwencji, może znacznie szybciej reagować na zmiany uwzględnionych wskaźników jakości wody. Ze względu na jednostronny charakter interakcji pomiędzy hydrauliką i jakością, zastosowanie w systemie skorygowanej trajektorii jakości nie zmienia stanu hydrauliki i zostaje zachowany stan realizacji celów sterowania hydrauliką (Brdys i inni, 2001b, Chang i inni, 2003; Duzinkiewicz, 2005; Trawicki, 2004).

Uzyskane rozwiązanie problemu sterowania zintegrowaną hydrauliką i jakością SW jest suboptymalne, ale realizowalne fizycznie (Brdys i inni, 2001b, Chang i inni, 2003; Duzinkiewicz, 2005).

Zastosowanie hierarchicznej struktury sterowania i wykorzystanie istotnych cech problemu pozwala na rozwiązanie zadań obliczeniowych oraz implementację wymaganych szybkich sprzężeń zwrotnych. Realizowalność fizyczna uzyskiwanych wyników jest osiągnięta kosztem pewnej utraty na optymalności sterowania (Duzinkiewicz, 2005).

W rozprawie skupiono uwagę na sterowaniu ilością (hydrauliką) w *górnjej* warstwie hierarchicznej struktury sterowania SW. W pracach (Brdys i inni, 1988; Trawicki i inni, 2002; Trawicki i inni, 2003; Trawicki, 2004) proponowano już algorytmy wyznaczające sterowanie hydrauliką SW, które generowały sterowanie najczęściej dla pomp stało prędkościowych i dla małych SW (mała liczba elementów sieci i sterowanych pomp – patrz rozdział 3). Dodatkowo sterowanie to, aczkolwiek optymalne, nie uwzględniało wpływu niepewności związanych z modelem systemu oraz pomiarami na sterowanie zastosowane w systemie. W związku z tym, zgodnie z przyjętą w rozprawie nomenklaturą sterowanie to nie jest krzepko dopuszczalne. Wobec tego, w rozprawie, proponuje się dwa algorytmy wyznaczające optymalizujące krzepko dopuszczalne sterowanie hydrauliką SW (rozdział 6 rozprawy).

Przedstawione algorytmy opierają swoje działanie (w większym lub mniejszym stopniu) na rozwiązaniu zadania optymalizacji wyznaczania sterowania optymalizującego

(nie krzepko dopuszczalnego), stąd w pracy konieczne jest sformułowane dwóch zadań optymalizacji. Przy pomocy pierwszego sformułowania (rozdział 2.3) możliwe jest wyznaczenie optymalizującego sterowania predykcyjnego, w którym uwzględniono tylko jeden scenariusz niepewności. Natomiast przy pomocy drugiego zadania optymalizacji (rozdział 2.4) możliwe jest wyznaczenie optymalizującego, krzepko dopuszczalnego sterowania, w którym uwzględnia się pewien zbiór scenariuszy niepewności.

W rozdziałach 4 i 6 rozprawy przedstawione będą szczegóły dotyczące wykorzystania niżej opisanych sformułowań do wyznaczenia optymalizującego krzepkiego i niekrzepkiego sterowania hydrauliką SW.

## **2.3 Optymalizujące sterowanie predykcyjne hydrauliką w górnej warstwie hierarchicznej struktury sterowania SW**

### **2.3.1 Określenie wymagań dla trajektorii sterowań hydrauliką w górnej warstwie hierarchicznej struktury sterowania SW**

Zadaniem sterowania hydrauliką w górnej warstwie hierarchicznej struktury sterowania SW jest wyznaczenie trajektorii sterowań pompami i zaworami na przyjęty horyzont sterowania, najczęściej o długości  $N_p = 24$  [h] (rozdział 3). Najlepsza trajektoria sterowania hydrauliką musi spełniać następujące wymagania:

- W2.1 minimalizować koszty sterowania – spełnienie pierwotnego celu dla przedsiębiorstwa, czyli uzyskanie korzyści ekonomicznych;
- W2.2 uwzględniać wszystkie relacje pomiędzy wielkościami wejściowymi (sterowanie i zakłócenie) i wyjściowymi (napory hydrauliczne w węzłach, natężenia przepływu w elementach połączeniowych) występującymi w SW, które mają wpływ na działanie systemu;
- W2.3 spełniać ograniczenia technologiczne wejść sterujących – np. nie można przekroczyć wartości prędkości pomp oraz kątów ustawień zaworów;
- W2.4 spełniać ograniczenia projektowe wyjść SW – nie można doprowadzić m.in. do przekroczeń: maksymalnego projektowego poziomu lustra wody w zbiornikach, maksymalnej, projektowej wartości naporu hydraulicznego w węzłach sieci;
- W2.5 spełniać ograniczenia operacyjne wyjść SW, tzn., zapewniać:
  - W2.5a) minimalną wartości naporu w węzłach monitorowania - zapewnienie dostarczenia pożądanej przez odbiorców ilości wody;

W2.5b) właściwą szybkość zmian naporu hydraulicznego w węzłach systemu - dbałość o odpowiednią niezawodność elementów systemu (rurociągi i połączenia rurociągów);

W2.5c) minimalną ilość wody w zbiornikach – przepisy przeciwpożarowe;

W2.5d) górne ograniczenie wartości wyjść systemu poniżej wartości operacyjnych - napory hydrauliczne w kluczowych węzłach i natężenia przepływu w elementach połączeniowych co zapewni odpowiednią niezawodność elementów systemu;

W2.6 uwzględniać zakłócenia wpływające na SW – zakłócenia te to m.in.: pobór wody zmieniający się w trakcie doby, tygodnia, miesiąca i roku; awarie rurociągów, pomp, itp.

Jedną z technik sterowania pozwalającą na osiągnięcie powyższych wymagań jest technika sterowania predykcyjnego.

### 2.3.2 Technika sterowania predykcyjnego

Technika sterowania predykcyjnego MPC (ang. Model Predictive Control) należy do zaawansowanych technik regulacji, która w ostatnich latach wywarła dominujący wpływ na rozwój przemysłowych układów regulacji. Sukces ten związany jest m.in. z (Camacho i Bordons, 1999; Maciejowski, 2002; Tatjewski, 2002):

- możliwością uwzględnienia ograniczeń sygnałów sterujących jak i wielkości wyjściowych, które decydują o jakości, efektywności i bezpieczeństwie systemu;
- możliwością bezpośredniego wykorzystania modelu systemu do sprawdzania proponowanego sterowania bezpośrednio w algorytmie wyznaczania sterowania, co sprawia, że mogą być wykorzystywane modele systemu w różnych postaciach, np. model odpowiedzi impulsowej, w przestrzeni stanu itd.;
- możliwością łatwego i zrozumiałego wyjaśnienia zasady działania algorytmu zarówno personelowi inżynierskiemu jak i operatorskiemu danego zakładu przemysłowego.

Bez utraty ogólności i uproszczenia notacji, ogólna zasada działania tego algorytmu przedstawiona zostanie dla obiektu z jednym wejściem i jednym wyjściem (SISO).

Działanie algorytmu MPC polega na wyznaczaniu w trybie *online*, w każdej chwili czasu  $t_n$  sterowania  $\mathbf{u}(\Xi_u | t_n) = [u(t_n | t_n), \dots, u(t_n + k | t_n), \dots, u(t_n + N_u - 1 | t_n)]^T$  na horyzont sterowania  $\Xi_u = [t_n, t_n + N_u]$  (gdzie,  $N_u$  jest długością horyzontu sterowania a  $k$  jest dowolna

chwila czasu z  $\Xi_u$ ), poprzez optymalizację pewnej funkcji kryterialnej  $J$  określonej na skończonym horyzoncie predykcji  $\Xi_p = [t_n, t_n + N_p]$  (gdzie,  $N_p$  jest długością horyzontu predykcji), w oparciu o:

- model predycyjny systemu postaci  $F(\mathbf{u}(\Xi_u | t_n), \mathbf{y}_p(\Xi_p | t_n)) = 0$  z odpowiednim modelem zakłóceń znanym na horyzont predykcji,
- pomiary lub estymaty zmiennych wyjściowych  $\tilde{\mathbf{y}}(\Xi_{POM})$  danymi w chwili bieżącej  $t_n$  i poprzednich chwilach czasu  $\Xi_{POM} = \overline{t_n - N_{POM}, t_n}$  (gdzie,  $N_{POM}$  jest długością horyzontu pomiarowego),
- znany lub przyjęty zbiór trajektorii wartości zadanych  $\mathbf{y}_{zad}(\Xi_p | t_n)$  wyjść regulowanych obiektu danych na  $\Xi_p$  w bieżącej chwili  $t_n$ .

Ogólne sformułowanie zadania wyznaczania sterowania w algorytmie sterowania predycyjnego można przedstawić następująco:

$$\mathbf{u}^*(\Xi_u | t_n) = \arg \min_{\mathbf{u}(\Xi_u | t_n)} J(\mathbf{u}(\Xi_u | t_n), \mathbf{y}_p(\Xi_p | t_n))$$

przy ograniczeniach:

$$\begin{aligned} F(\mathbf{u}(\Xi_u | t_n), \mathbf{y}_p(\Xi_p | t_n)) &= 0 \\ \mathbf{y}_p(\Xi_p | t_n) &\in \overline{\mathbf{y}} \\ \mathbf{u}(\Xi_u | t_n) &\in \overline{\mathbf{U}} \end{aligned} \quad (2.3)$$

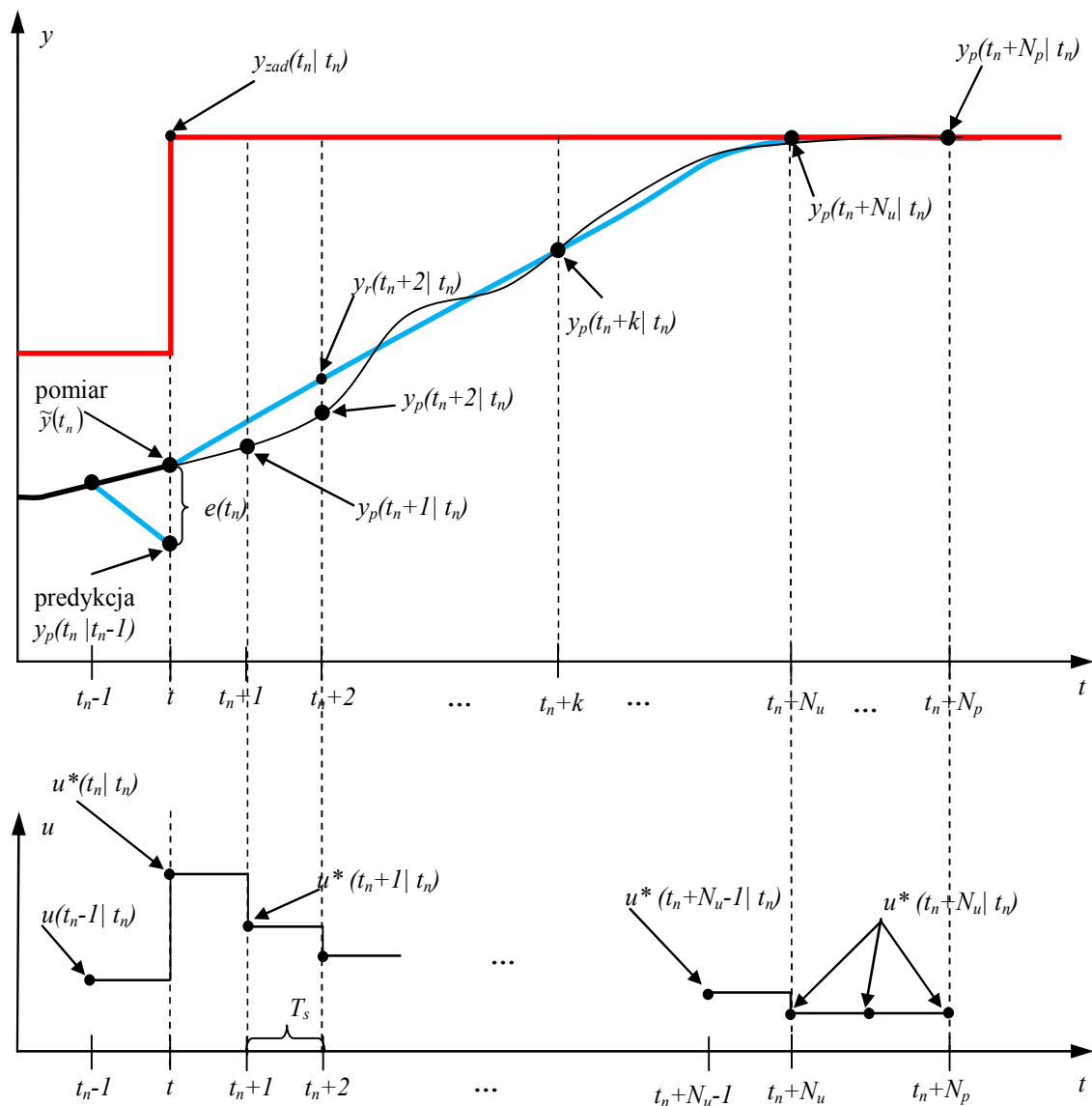
gdzie,  $\overline{\mathbf{y}}$  - wektor ograniczający trajektorie wyjścia systemu;  $\overline{\mathbf{u}}$  - wektor ograniczający sterowania systemu;  $\mathbf{y}_p(\Xi_p | t_n)$  - wektor predykowanych wyjść systemu wyznaczony w chwili czasu  $t_n$  zdefiniowany na  $\Xi_p$  jako  $\mathbf{y}_p(\Xi_p | t_n) = [y_p(t_n | t_n), \dots, y_p(t_n + k | t_n), \dots, y_p(t_n + N_p | t_n)]^T$ ;  $\mathbf{u}^*(\Xi_u | t_n)$  - wektor optymalnych sterowań wyznaczonych, w chwili czasu  $t_n$ , zdefiniowany na  $\Xi_u$ .

Po rozwiązaniu powyższego zadania, do sterowania obiektem wykorzystywany jest jedynie pierwszy element  $\mathbf{u}^*(t_n | t_n)$  wyznaczonego optymalnego ciągu wartości sterowań  $\mathbf{u}^*(\Xi_u | t_n)$ , tj. w kolejnej chwili czasu  $t_n = t_n + 1$  następuje nowy pomiar wyjść lub/i stanu obiektu i cała procedura jest powtarzana, z horyzontem predykcji o niezmięnionej długości (Findeisen i Allgower, 2002; Henson, 1998; Maciejowski, 2002; Mayne i inni, 2000; Michalska, Mayne, 1993; Morari i Lee, 1997; Scokaert i inni, 1999; Tatjewski, 2002).

Horyzont predykcji i sterowania z kroku na krok jest przesuwany o jedną długość kroku sterowania  $T_s$ .

Jeżeli zachodzi warunek  $N_p > N_u$  to na przedziale czasu  $[t_n + N_u + 1, t_n + N_p]$  utrzymuje się wartość ostatniego elementu optymalnego wektora sterowania  $\mathbf{u}^*(t_n + H_u | t_n)$ .

Należy zauważyć, w sterowaniu obiektami dynamicznymi, że niemożliwe jest osiągnięcie, w sposób skokowy, poprzez wyjścia obiektu  $\mathbf{y}(t)$  ich wartości zadanych  $\mathbf{y}_{zad}(\Xi_p | t_n)$  (rysunek 2.4).



Rysunek 2.4 Graficzna interpretacja idei sterowania predycyjnego dla przypadku SISO.

W sformułowaniu algorytmu MPC sposób osiągnięcia wartości zadanej  $\mathbf{y}_{zad}(\Xi_p | t_n)$  przez wyjścia modelu obiektu (przewidywane trajektorie wyjść)  $\mathbf{y}_p(\Xi_p | t_n)$  (rysunek 2.4) „planuje się” wyznaczając tzw. trajektorię referencyjną  $\mathbf{y}_r(\Xi_p | t_n)$  - najczęściej ma ona charakter wykładniczy (Maciejowski, 2002; Tatjewski, 2002). Jej zastosowanie ma na celu

wstępne przetworzenie przebiegu trajektorii wyjść zadanych do postaci o „łagodniejszym”, ciągłym przebiegu zmiennych wyjściowych. Dodatkowo poprzez łagodniejsze przebiegi zmiennych wyjściowych stawia się mniejsze wymagania względem wejść sterujących (szybkość zmian sterowań). Początek trajektorii referencyjnej określa wektor pomiarowy danej wielkości wyjściowej  $\tilde{y}(t_n)$  w chwili czasu  $t_n$  (rysunek 2.4).

Do wyznaczenia sterowań obiektu wykorzystuje się najczęściej zdyskretyzowaną postać modelu tego obiektu. Ze względu na występujące w modelu obiektu niepewności (struktury, parametrów) niedokładnie odzwierciedla on zachowanie obiektu na przyłożone sterowania. Powoduje to powstanie różnic (residuów)  $e(t_n)$  pomiędzy mierzonymi  $\tilde{y}(t_n)$  a prognozowanymi wartościami wyjść  $y_p(t_n | t_n - 1)$  (rysunek 2.4). Poprzez przyjęcie  $y_p(t_n | t_n) = \tilde{y}(t_n)$  można zmniejszyć wpływ niepewności modelu na wyznaczone sterowanie. W ten sposób w układzie sterowania stosuje się dyskretne sprzężenie zwrotne.

Funkcja kryterialna zadania optymalizacji (2.3), zawiera najczęściej dwa składniki określające (Duzinkiewicz, 2005; Maciejowski, 2002; Tatjewski, 2002):

- koszt odchylenia prognozowanej trajektorii wyjść  $y_p(\Xi_p | t_n)$  od trajektorii referencyjnej  $y_r(\Xi_p | t_n)$  lub zadanej wartości  $y_{zad}(\Xi_p | t_n)$  na horyzoncie predykcji  $\Xi_p$ ,
- koszt sterowania  $J_u(\mathbf{u}(\Xi_u | t_n), y_p(\Xi_p | t_n))$  lub karę za zmienność wyznaczanych wartości sterowania.

Ogólne sformułowanie funkcji kryterialnej, zawierającej te powyższe dwa składniki można przedstawić w postaci (Findeisen i Allgower, 2002; Henson, 1998; Mayne i inni, 2000):

$$J(\mathbf{u}(\Xi_u | t_n), y_p(\Xi_p | t_n)) = J_y(y_p(\Xi_p | t_n)) + \lambda \cdot J_u(\mathbf{u}(\Xi_u | t_n), y_p(\Xi_p | t_n)) \quad (2.4)$$

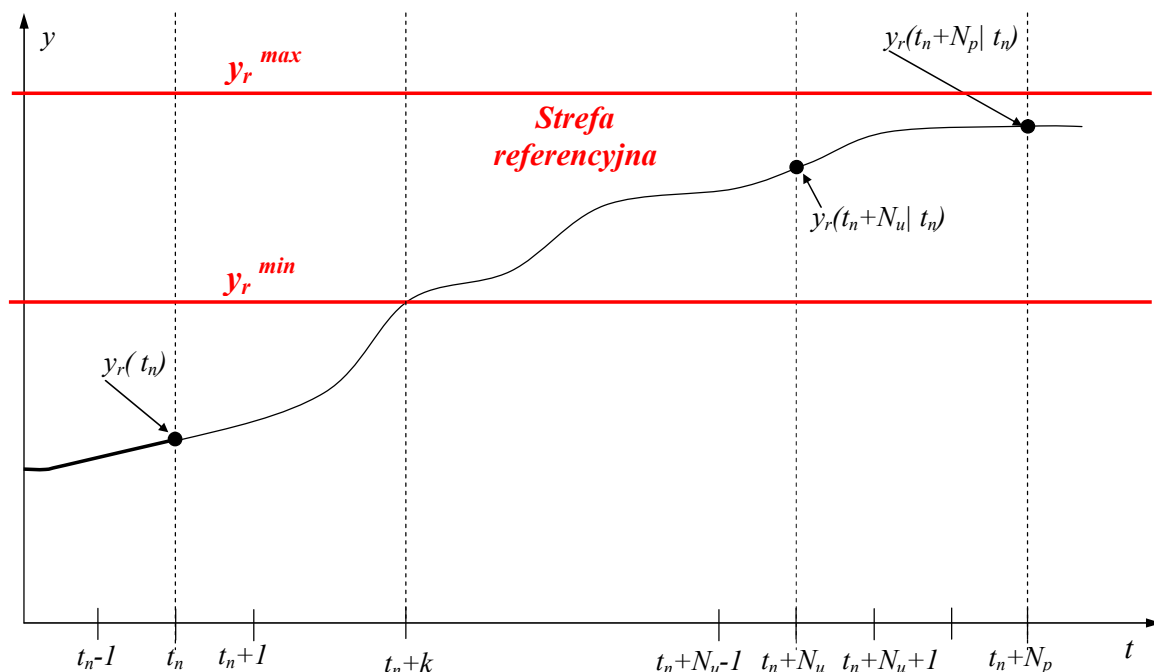
gdzie  $J_y$  - wskaźnik kosztów odchylenia prognozowanej trajektorii wyjść od trajektorii referencyjnej lub zadanej,  $J_u$  - wskaźnik kosztów sterowania;  $\lambda$  - waga, skalar określający wpływ składników funkcji kryterialnej na rezultaty optymalizacji.

Najczęstszą postacią funkcji kryterialnej, zadania predycyjnego wyznaczania sterowania, jest (Duzinkiewicz, 2005; Maciejowski, 2002; Tatjewski, 2002):

$$\begin{aligned}
 J(\mathbf{u}(\Xi_u | t_n), \mathbf{y}_p(\Xi_p | t_n)) = & \sum_{k=1}^{N_p} [\Delta \mathbf{y}(t_n + k | t_n)^T \cdot \varphi(k) \cdot \Delta \mathbf{y}(t_n + k | t_n)] + \\
 & + \sum_{k=0}^{N_u-1} \Delta \mathbf{u}(t_n + k | t_n)^T \cdot \lambda(k) \cdot \Delta \mathbf{u}(t_n + k | t_n);
 \end{aligned}
 \tag{2.5}$$

gdzie  $\varphi(k)$  - współczynnik umożliwiającym różnicowanie wpływu poszczególnych składników wektora wyjść względem siebie w chwili czasu  $t_n+k$ ;  $\lambda(k)$  - współczynnik, którego rolą jest nie tylko różnicowanie wzajemnego wpływu poszczególnych składników wektora sterowań w chwili czasu  $t_n+k$ , ale także określenie wagi wpływu składników tej składowej na rezultaty optymalizacji oraz  $\Delta \mathbf{y}(t_n + k | t_n) = \mathbf{y}_p(t_n + k | t_n) - \mathbf{y}_r(t_n + k | t_n)$ ;  $\Delta \mathbf{u}(t_n + k | t_n) = \Delta \mathbf{u}(t_n + k | t_n) - \Delta \mathbf{u}(t_n + k - 1 | t_n)$ .

Jeżeli w zadaniu wyznaczania sterowania nie jest określona trajektoria referencyjna  $\mathbf{y}_r$  ani wartość zadana  $\mathbf{y}_{zad}$ , tylko wyjście obiektu ma zawierać się w pewnym przedziale  $\bar{\mathbf{y}}_r(\Xi_u | t_n) = [\mathbf{y}_r^{\min}(\Xi_u | t_n), \mathbf{y}_r^{\max}(\Xi_u | t_n)]$ , to w miejsce przyjętej trajektorii  $\mathbf{y}_r$  lub  $\mathbf{y}_{zad}$  przyjmuje się, tzw. „strefę referencyjną” (Maciejowski, 2002; Duzinkiewicz, 2005). Zostało to zilustrowane na rysunku 2.5.



Rysunek 2.5 Porównanie strefy referencyjnej z trajekcją referencyjną.

Zakładając, że strefa referencyjna  $\bar{\mathbf{y}}_r$  nie zmienia się w czasie (rysunek 2.5), tzn. wektor dolnych i górnych wartości strefy referencyjnej nie zmienia swoich wartości na horyzoncie predykcji, można potraktować ją jako dodatkowe ograniczenie, tzn.:



$$\bar{\mathbf{y}}_r(\Xi_p | t_n) \subset \bar{\mathbf{y}} \quad (2.6)$$

Uwzględniając powyższe funkcja kryterialna w zadaniu (2.3) może przyjąć postać (Maciejowski, 2002):

$$\begin{aligned} J(\mathbf{u}(\Xi_u | t_n), \mathbf{y}_p(\Xi_p | t_n)) &= J_y(\mathbf{y}_p(\Xi_p | t_n)) + J_u(\mathbf{u}(\Xi_u | t_n)) = \\ &= \sum_{k=1}^{N_p} \varphi(k) \cdot [\max(y_p(t_n + k | t_n) - y_r^{\max}(k), 0) + \max(0, y_r^{\min}(k) - y_p(t_n + k | t_n))] + \\ &\quad + \sum_{k=0}^{N_u-1} \Delta u(t_n + k | t_n)^T \cdot \lambda(k) \cdot \Delta u(t_n + k | t_n). \end{aligned} \quad (2.7)$$

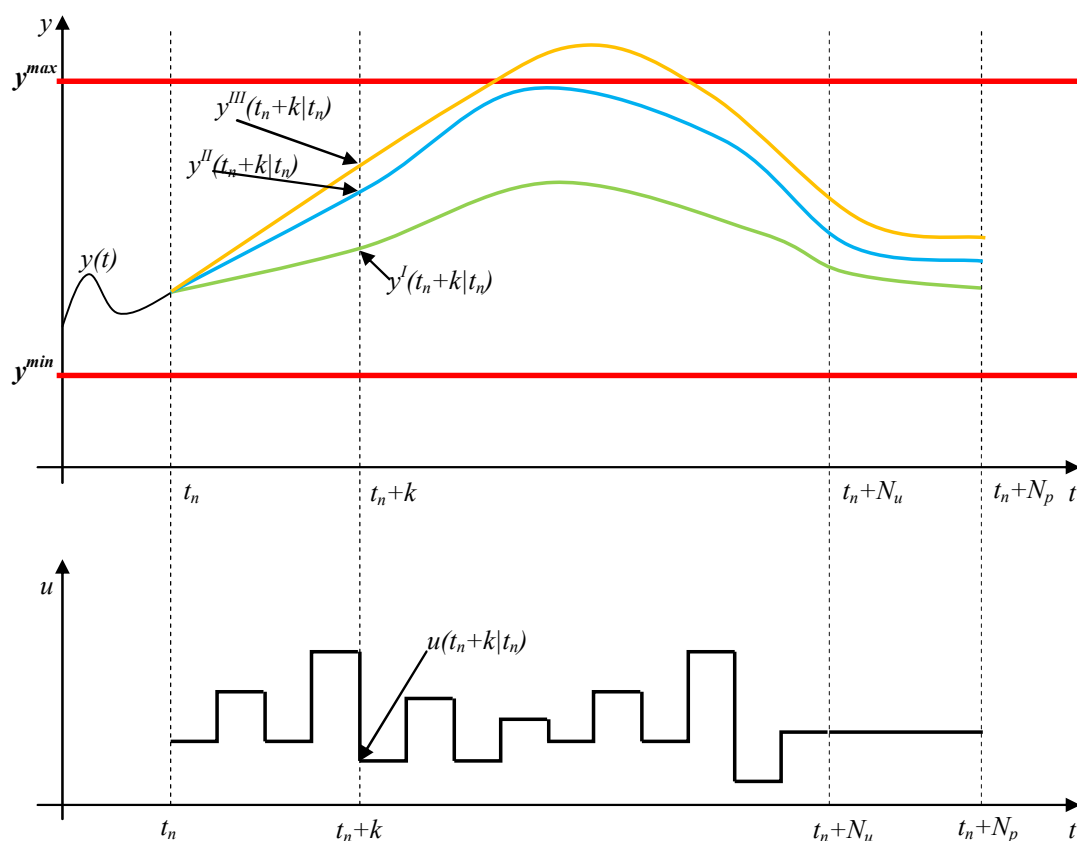
Szczegóły implementacji sformułowania powyższych sformułowań do wyznaczenia optymalizującego sterowania hydrauliką SW zostaną przedstawione w rozdziale 4.

## 2.4 Optymalizujące, krzepko dopuszczalne sterowanie predycyjne hydrauliką w górnej warstwie hierarchicznej struktury sterowania SW

Sformułowane zadanie wyznaczania optymalizującego sterowania predycyjnego hydrauliką SW (2.3) bazuje na nominalnym modelu systemu, czyli na modelu, w którym przyjęto jeden scenariusz niepewności. Niewątpliwą zaletą (z punktu widzenia implementacji) takiego podejścia jest wysoka, numeryczna efektywność rozwiązywania zadania optymalizacji. Wadą powyższego podejścia jest uwzględnienie w generowanym sterowaniu tylko jednego scenariusza niepewności co może doprowadzić do przekroczenia ograniczeń przez wyjścia systemu. Jeżeli, przyjęty w modelu systemu, scenariusz niepewności jest ten sam co w rzeczywistym systemie, to trajektoria wyjścia systemu będzie dokładnie taka sama jak trajektoria wyjścia modelu ( $\mathbf{y}^I$  na rysunku 2.6). Ograniczenia na wyjścia i sterowanie w systemie będą więc spełnione, ponieważ są one spełnione dla modelu. Dla innego scenariusza niepewności trajektoria wyjścia systemu może się różnić od trajektorii wyjścia modelu systemu Dla "korzystnego" scenariusza niepewności, wyjście systemu będzie zawierać się w ograniczeniach systemu ( $\mathbf{y}^{II}$  na rysunku 2.6). Natomiast dla "niekorzystnego" scenariusza niepewności, wyjście systemu może przekroczyć zakładane ograniczenia systemu ( $\mathbf{y}^{III}$  na rysunku 2.6). Mając powyższe fakt na uwadze można stwierdzić, że modelowa dopuszczalność wyznaczonego sterowania nie jest wystarczająca – potrzebna jest krzepka dopuszczalność sterowania.

**Definicja 2.1. Krzepka Dopuszczalność Sterowania (Duzinkiewicz, 2005)**

Niech ustalone będą: chwila czasu  $t_n$ , stan sterowanego systemu w chwili  $t_n$  oraz trajektoria sterowania na horyzoncie sterowania  $\Xi_u$ . Powiemy, że dane sterowanie jest *krzepko dopuszczalne*, jeśli istnieje gwarancja, że po jego zastosowaniu do rzeczywistego systemu otrzymana trajektoria wyjścia będzie spełniać ograniczenia nałożone na wyjście na całym horyzoncie predykcji  $\Xi_p$ .



Rysunek 2.6 Wpływ scenariusza niepewności na wyjście rzeczywistego systemu.

Powstaje pytanie: *Jak konstruktywnie sprawdzać, czy sterowanie jest krzepko dopuszczalne?*

Narzędziem pozwalającym odpowiedzieć na powyższe pytanie jest *krzepka predykcja wyjść* SW wykorzystująca model systemu z przedziałowym modelem niepewności modelu, predykcji zakłóceń oraz pomiarów. Krzepka predykcja wyjścia określa trajektorie „najgorszych przypadków” (*ang.* worst – case) wyjścia systemu na horyzoncie predykcji wynikające z występujących w modelu niepewności. Trajektorie najgorszych przypadków nazywane są trajektoriami granicznymi wyjścia systemu (Duzinkiewicz, 2005). Pomiędzy tymi trajektoriami granicznymi zawierają się wszystkie możliwe trajektorie wyjścia systemu wynikające z aktualnie realizowanego w systemie scenariusza niepewności. Szczegóły dotyczące tego modelu systemu z przedziałowym modelem niepewności oraz metod wyznaczenia trajektorii granicznych przedstawiono w rozdziale 6 rozprawy.

Wyznaczone trajektorie graniczne  $\mathbf{y}_{p,i}^d, \mathbf{y}_{p,i}^g$ , dla  $i$ -tego wyjścia systemu, są wektorami, wyznaczonymi w chwili czasu  $t_n$  na horyzont predykcji  $\Xi_p$ , o liczbie składowych odpowiadających długości horyzontu predykcji  $N_p$ , stąd można zapisać:

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_{p,i}^d(\Xi_p | t_n) &= [\mathbf{y}_{p,i}^d(t_n | t_n), \dots, \mathbf{y}_{p,i}^d(t_n + k | t_n), \dots, \mathbf{y}_{p,i}^d(t_n + N_p | t_n)]^T \\ \mathbf{y}_{p,i}^g(\Xi_p | t_n) &= [\mathbf{y}_{p,i}^g(t_n | t_n), \dots, \mathbf{y}_{p,i}^g(t_n + k | t_n), \dots, \mathbf{y}_{p,i}^g(t_n + N_p | t_n)]^T \\ \mathbf{y}_p^d(\Xi_p | t_n) &= [\mathbf{y}_{p,1}^d(\Xi_p | t_n)^T, \dots, \mathbf{y}_{p,i}^d(\Xi_p | t_n)^T, \dots, \mathbf{y}_{p,N_{POM}}^d(\Xi_p | t_n)^T]^T \\ \mathbf{y}_p^g(\Xi_p | t_n) &= [\mathbf{y}_{p,1}^g(\Xi_p | t_n)^T, \dots, \mathbf{y}_{p,i}^g(\Xi_p | t_n)^T, \dots, \mathbf{y}_{p,N_{POM}}^g(\Xi_p | t_n)^T]^T \\ \bar{\mathbf{y}}_p(\Xi_p | t_n) &= [\mathbf{y}_p^d(\Xi_p | t_n)^T \quad \mathbf{y}_p^g(\Xi_p | t_n)^T]^T \quad i \in \overline{1, N_{POM}} \end{aligned} \quad (2.8)$$

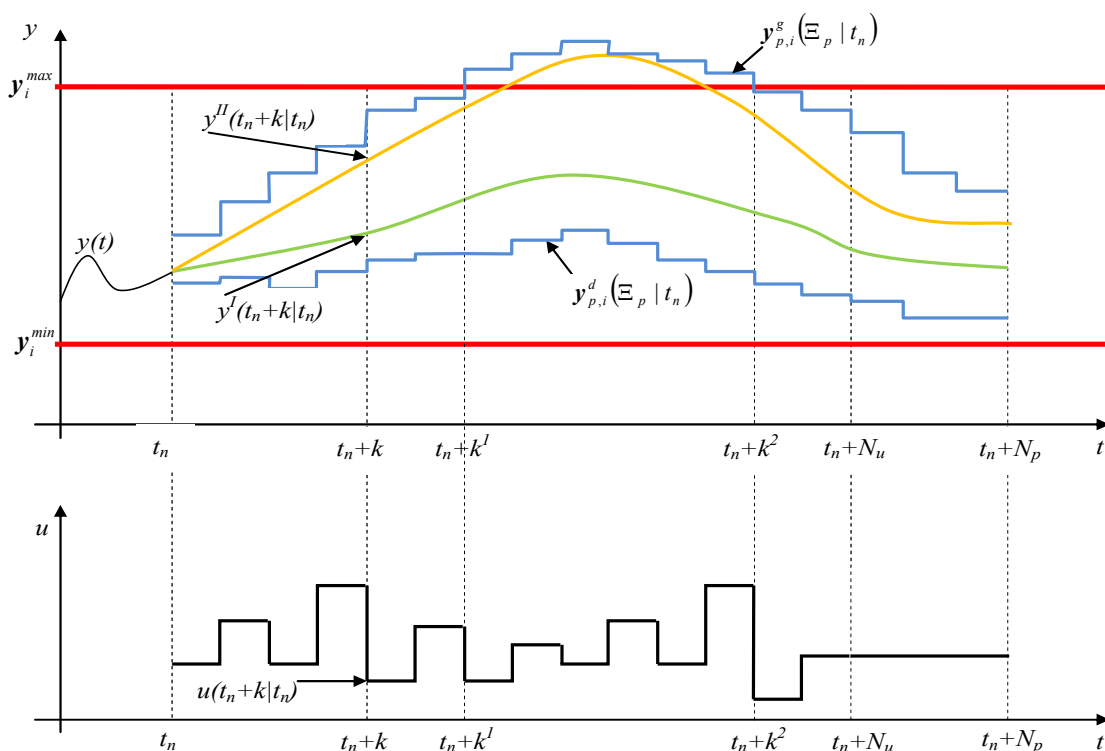
gdzie,  $N_{POM}$  - liczba wyjść systemu dostępnych pomiarowo.

Wyznaczone sterowanie jest krzepko dopuszczalne, jeżeli spełnione są warunki/nierówności:

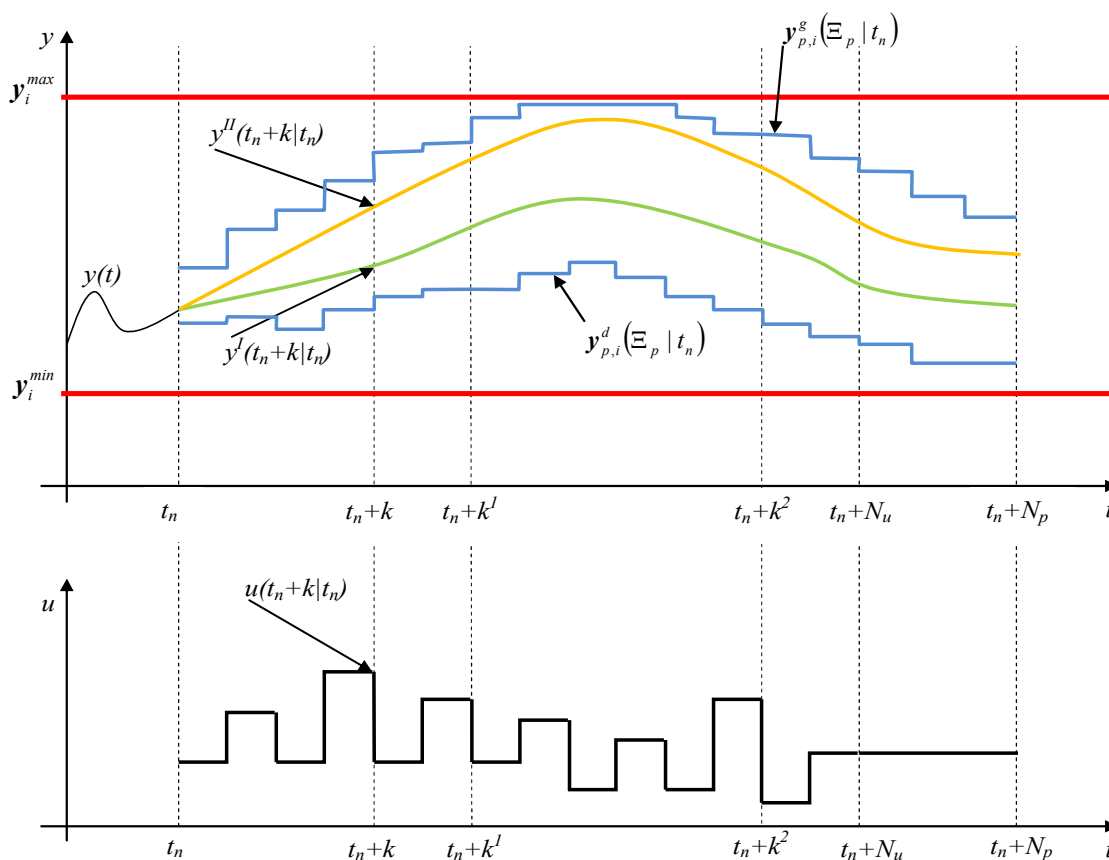
$$\bar{\mathbf{y}}_p(\Xi_p | t_n) \in \bar{\mathbf{y}} \Leftrightarrow \mathbf{y}_p^d(\Xi_p | t_n) > \mathbf{y}^{\min} \wedge \mathbf{y}_p^g(\Xi_p | t_n) < \mathbf{y}^{\max} \quad (2.9)$$

Dla wyznaczonego sterowania  $\mathbf{u}^*$  uzyskujemy, w wyniku krzepkiej predykcji wyjść, dolną  $\mathbf{y}_p^d$  i górną  $\mathbf{y}_p^g$  trajektorię graniczną (patrz rysunek 2.7). Ponieważ, trajektoria graniczna górna  $\mathbf{y}_{p,i}^g$  przekracza oryginalne ograniczenia wyjścia w przedziale czasu  $\overline{k^1, k^2}$ , krzepka dopuszczalność sterowania nie może być zagwarantowana. Niespełniona została nierówność (2.20) na przedziale czasu  $k \in \overline{k^1, k^2}$ . Dla „przyjaznego” scenariusza niepewności zostanie zrealizowane wyjście  $\mathbf{y}^l(t_n + k | t_n)$ ,  $k = \overline{0, H_p}$ , spełniające to ograniczenie, zaś dla scenariusza „nieprzyjaznego” zostanie zrealizowane wyjście  $\mathbf{y}^H(t_n + k | t_n)$ , przekraczające górne ograniczenie (rysunek 2.7).

Natomiast jeżeli trajektorie graniczne zawierają się w oryginalnych ograniczeniach wyjścia systemu (rysunek 2.8), to krzepka dopuszczalność wyznaczonego sterowania  $\mathbf{u}(\Xi_u | t_n)$  może być zagwarantowana. Warunek (2.20) spełniony jest dla  $k \in \Xi_p$ . Wynika to, z faktu zawierania się wszystkich możliwych trajektorii wyjścia systemu, wynikających z różnych scenariuszy niepewności, w oryginalnych ograniczeniach wyjścia systemu.



Rysunek 2.7 Przykład przekroczenia oryginalnych ograniczeń wyjścia systemu przez górną trajektorię graniczną.



Rysunek 2.8 Przykład spełnienia warunków krzepkiej dopuszczalności sterowania.

Do generowania przedziałowych trajektorii wyjść, w krzepkiej predykcji wyjść SW, wykorzystuje się przedziałowy model systemu w postaci:  $\overline{\overline{F}}_d(\mathbf{u}(\Xi_u | t_n), \overline{\overline{\mathbf{y}}}_p(\Xi_p | t_n)) = 0$ .

W rozprawie, przyjmuje się, odległość pomiędzy górną i dolną trajektorią graniczną, w poszczególnych chwilach czasu, jest zawsze mniejsza niż odległość pomiędzy górnym i dolnym ograniczeniem na to wyjście w tych samych chwilach czasu. Przypadek gdy ten warunek nie jest spełniony nie będzie w rozprawie rozważany.

Mając to na uwadze, zadanie optymalizacji wyznaczania optymalizującego krzepko dopuszczalnego sterowania, można sformułować w następujący sposób:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}^*(\Xi_u | t_n) &= \arg \min_{\mathbf{u}(\Xi_u | t_n)} J(\mathbf{u}(\Xi_u | t_n), \overline{\overline{\mathbf{y}}}_p(\Xi_p | t_n)) \\ &\text{przy ograniczeniach:} \\ \overline{\overline{F}}_d(\mathbf{u}(\Xi_u | t_n), \overline{\overline{\mathbf{y}}}_p(\Xi_p | t_n)) &= 0 \\ \overline{\overline{\mathbf{y}}}_p(\Xi_p | t_n) &\in \overline{\overline{\mathbf{y}}} \\ \mathbf{u}(\Xi_u | t_n) &\in \overline{\overline{U}} \end{aligned} \quad (2.10)$$

Zastosowanie sformułowania optymalizującego krzepko dopuszczalnego sterowania do wyznaczania sterowania hydrauliką w górnej warstwie sterowania SW zostanie opisane w rozdziale 6 rozprawy. Zaproponowane zostaną dwa algorytmy rozwiązania zadania (2.10). Pierwszy algorytm korzysta z techniki stref bezpieczeństwa, natomiast drugi algorytm wykorzystuje bezpośrednio przedziałowy model SW (rozdział 5) do wyznaczania optymalnego sterowania SW.



## Rozdział 3. Model SW dla potrzeb sterowania

### 3.1. Założenia do modelu systemu wodociągowego

Analiza zachowania się dużych i złożonych systemów sterowania, w różnych warunkach operacyjnych, jest bardzo skomplikowana bez użycia narzędzia matematycznego jakim jest model matematyczny tego systemu.

Systemy wodociągowe należą do kategorii systemów o złożonej strukturze i rozległej topologii. W literaturze dotyczącej modelowania SW można wyróżnić kilka rodzajów kategoryzacji modeli hydrauliki SW (Boulos i inni, 2006; Mays, 1999; Mays, 2000; Savić i Banyard, 2011; Walski i inni, 2009). Pierwsza kategoria dzieli modele ze względu na ich wielkość (liczbę elementów) i szczegółowość. Druga kategoria dzieli modele ze względu na stopień uwzględnienia procesów dynamicznych zachodzących w SW.

W ramach pierwszej kategorii można wyróżnić trzy rodzaje modeli (Boulos i inni, 2006; Mays, 1999; Mays, 2000; Savić i inni, 2011; Walski i inni, 2009). Pierwszy rodzaj, to modele do celów projektowych. Uwzględniają one wszystkie elementy systemu tj. rurociągi, węzły, zawory, zasuwy i są wykorzystywane do inwentaryzacji, rozbudowy i serwisu jego elementów („modele pełne”). Drugi rodzaj modeli, to modele do celów monitorowania. Nie uwzględnia się w nich pewnych elementów o znikomym znaczeniu w monitorowaniu. Najczęściej są to rurociągi doprowadzające bezpośrednio wodę do odbiorców lub tzw. końcówki sieci (rurociągi znajdujące się na obrzeżach systemu, które nie tworzą obiegu zamkniętego). Modele tej kategorii wykazują średni stopień skomplikowania i zwane są „modelem uproszczonym”. Trzeci rodzaj stanowią modele do celów sterowania, które uwzględniają tylko najważniejsze elementy systemu lub agregują pewne grupy elementów (np. tworzone są z nich tzw. „rurociągi zastępcze”). Modele te są najbardziej uproszczone w stosunku do modelu pełnego i noszą nazwę „modeli szkieletowych”.

W ramach drugiej kategorii można wyróżnić 4 rodzaje modeli (Boulos i inni, 2004; Walski i inni, 2009): (1) ustalonych przepływów (*ang. steady flow*), (2) quasi-ustalonych przepływów (*ang. quasi-steady flow*), (3) nieściśliwych nieustalonych przepływów (*ang. unsteady incompressible flow*), (4) ściśliwych nieustalonych przepływów (*ang. unsteady compressible flow*). Pierwszy z nich jest największym uproszczeniem rzeczywistości, ale za to najłatwiej jest go sformułować matematycznie i co ważniejsze, wymaga najmniejszych nakładów obliczeniowych. Model quasi-ustalonych przepływów jest rozwinięciem modelu wcześniejszego o zbiorniki (elementy dynamiczne), dzięki którym można przeprowadzić analizę zachowania systemu, na dłuższym horyzoncie czasu. Pozostałe dwa modele wykorzystywane są do analizy tzw. uderzeń i uderzeń hydraulicznych. Najdokładniej odzwierciedlają one rzeczywistość, ale wymagają największego nakładu obliczeniowego.

Dla danej struktury modelu i jego rodzaju konieczne jest oszacowanie jego parametrów. W modelu hydrauliki SW najważniejszym parametrem jest tzw. rezystancja (oporność) rurociągu (Tabela 3.1), która może zmieniać swoją wartość wraz z upływem czasu. W literaturze (Boulos, Wood 1991; Kapelan, 2002; Lansey i inni, 2001; Ormsbee, 1999; Ormsbee, Wood, 1994) można znaleźć szereg metod pozwalających na oszacowanie tego parametru.

W rozprawie wykorzystuje się model uproszczony quasi-ustalonych przepływów, a jego parametry zostały oszacowane są wykorzystując metody przedstawione w (Bhave, 1991; Boulos i inni, 2006; Walskie i inni, 2009). Wybór ten motywowany jest kilkoma przesłankami, m.in.: prostota budowy takiego modelu, możliwość oszacowania jego parametrów, możliwość analizy systemu na zakładanym horyzoncie czasu, posiadanie symulatora Epanet (Rossman, 2000) pozwalającego na efektywne rozwiązywanie tego rodzaju modelu SW.

W modelu tym, przyjęte są następujące założenia (Bhave, 1991; Boulos i inni, 2006; Duzinkiewicz, 2005; Walskie i inni, 2009):

- rozmiary (długość, średnica, itd.) elementów systemu (rurociągu, pompy, zbiornika, itd.) nie zmieniają się (na zakładanym horyzoncie predykcji);
- woda jest substancją nieściśliwą;
- rurociągi są w pełni wypełnione wodą.

Uwzględniając powyższe, model hydrauliki SW, opisuje się przy pomocy układu równań różnicowo-algebraicznych, z krokiem dyskretyzacji równym krokowi hydrauliki  $T_h$ . Długość kroku hydrauliki zależy od specyfiki danego SW i zawiera się w przedziale od 0,5 do 2 godzin (Boulos i inni, 2006; Mays, 1999; Mays, 2000; Savić i inni, 2011; Walski i inni, 2009). Ponieważ trajektorie poboru wody w kolejnych dobach są do siebie bardzo podobne (z rozróżnieniem dni tygodnia), stąd przyjmuje się długość horyzontu predykcji i sterowania równy 24 godzin (Boulos i inni, 2006; Mays, 1999; Mays, 2000; Savić i Banyard, 2011; Walski i inni, 2009).

W procesie wyznaczania sterowania oprócz modelu konieczne jest także efektywne (pod względem czasu obliczeń) narzędzie wyznaczające wyjścia i stan modelu SW dla danych sterowań oraz zakłóceń na horyzont predykcji. W literaturze można spotkać dwie metody rozwiązania układu równań różnicowo - algebraicznych (Biegel, 2000; Rianza, 2008). Pierwsza z nich polega na rozdzielnym rozwiązaniu części algebraicznej a następnie różniczkowej. Druga metoda polega na przekształceniu części algebraicznej w różniczkową poprzez kolejne różniczkowanie równań algebraicznych. W rozprawie, do rozwiązania modelu SW wykorzystuje się symulator Epanet (Rossman, 2000), w którym do rozwiązania



części algebraicznej, wykorzystuje się zmodyfikowaną pierwszą metodę (Todini, Pilati, 1989). Natomiast do rozwiązania części różnicowej wykorzystuje się schemat całkowania Eulera (Fortuna i inni, 2017). Wynikiem działania tego symulatora są trajektorie natężeń przepływu i naporów hydraulicznych na zakładanym horyzoncie czasu. Rozwiązanie to, jednak składa się z szeregu rozwiązań uzyskanych w poszczególnych krokach hydrauliki  $T_h$ . W ramach tego kroku zakłada się stałość naporów hydraulicznych we wszystkich węzłach sieci. Konsekwencją takiego założenia jest także stałość przepływów w okresie kroku hydrauliki. Na początku każdego następnego kroku następuje aktualizacja poziomu wody w zbiornikach (stanu systemu) odpowiednio do wielkości sumarycznego przepływu do/z zbiornika. Taki sposób postępowania nosi nazwę „metody składanych przedziałów” (*ang. Extended Periodic Simulation - EPS*) lub *Quasi-steady state analysis* (Boulos i inni, 2006; Mays, 1999; Rossman, 2000, Walski i inni, 2009). Metoda ta wykorzystana została także w algorytmie krzepkiej predykcji wyjść i stanu SW, który został opisany w rozdziale 5 niniejszej pracy.

### 3.2. Modele elementów fizycznych SW

Sieć wodociągową tworzy układ elementów połączeniowych, którego podstawowym elementem są rurociągi, pompy i zawody. Pomiedzy sobą są one połączone poprzez węzły, które rozumiane są jako punkty, w których następuje połączenie kilku (co najmniej dwóch) elementów połączeniowych. Mogą one stanowić zarazem bezpośrednie połączenie np. rurociągów i zbiorników wody. Poprzez odpowiedni dobór parametrów charakterystyki tych elementów, można przypisać im inne funkcje np.: punkt zasilania, magazynowania wody, odcinka regulującego ciśnienie czy odcinającego dopływ wody (Knapik, 2000).

#### 3.2.1 Model elementu połączeniowego

W rozprawie, ze względu na jej tematykę konieczne jest wyróżnienie elementów, na które będzie można wpływać poprzez sterowanie. Z tego punktu widzenia można wyróżnić element połączeniowy pasywny (rurociąg) oraz element aktywny (pompa i zawór).

Dla tych elementów obowiązuje zasada zachowania energii, która przyjmuje następującą postać (Boulos i inni, 2006; Duzinkiewicz, 2005, Walskie i inni, 2009):

$$\frac{1}{\gamma} \cdot p_i + z_i - \frac{1}{\gamma} \cdot p_j - z_j - \Delta h_{ij} = 0 \quad (3.1)$$

gdzie  $i, j$  - indeksy węzłów pomiędzy, którymi znajduje się element połączeniowy;  $\gamma$  - ciężar właściwy wody;  $p_i, p_j$  - ciśnienie hydrauliczne wody w  $i$ -tym i  $j$ -tym węźle rurociągu;  $z_i, z_j$  - wyniesienie w  $i$ -tego i  $j$ -tego węzła rurociągu;  $\Delta h_{ij}$  - spadek/wzrost naporu hydraulicznego.

### **Rurociąg – element pasywny**

Rurociąg jest elementem pasywnym, przez który woda transportowana jest do odbiorców. Ponieważ w rurociągu następuje zmniejszenie energii wewnętrznej wody stąd, mówi się, że nastąpił spadek naporu hydraulicznego.

Przyjmując powyższe, różnicę naporów hydraulicznych na początku i na końcu rurociągu wyraża zależność w postaci:

$$h_i(t) - h_j(t) = \Delta h_{ij}(t) = R_{ij} \cdot |q_{ij}(t)| \cdot q_{ij}^{n-1}(t) \quad (3.2)$$

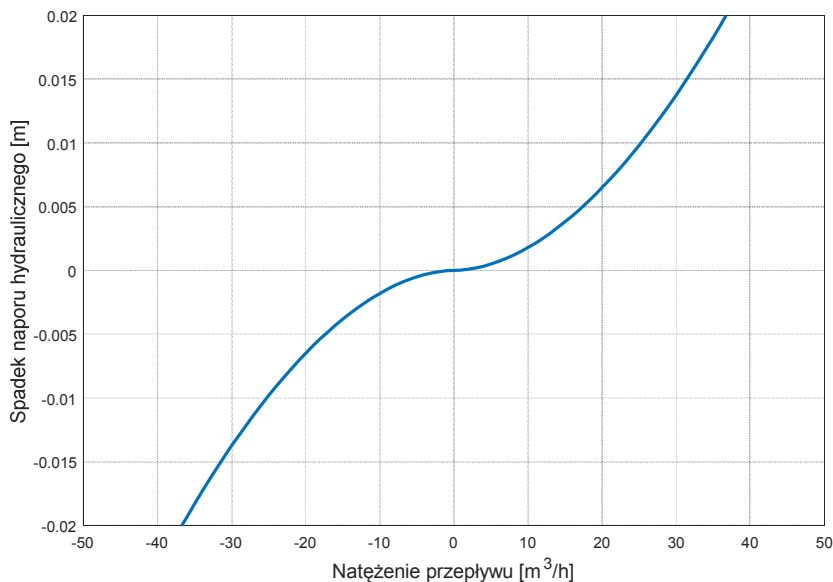
gdzie  $q_{ij}$  - natężenie przepływu;  $R_{ij}$  - współczynnik oporu hydraulicznego;  $n$  - wykładnik natężenia przepływu.

W literaturze (Boulos i inni, 2006; Duzinkiewicz, 2005; Mays, 1999; Mays, 2000; Walski i inni, 2009) można spotkać szereg formuł na wyznaczenie współczynnika oporu hydraulicznego (rezystancji) rurociągu  $R_{ij}$  oraz dobór wykładnika  $n$ . Najpowszechniejsze postaci tych formuł to: Hazen'a - Williams'a, Darcy – Weisbach'a i Chezy–Manning'a (Boulos i inni, 2006; Duzinkiewicz, 2005; Mays, 1999; Mays, 2000; Walski i inni, 2009). W rozprawie, stosuje się formułę Hazen'a - Williams'a, która jest najczęściej stosowana najczęściej stosowaną formułą obliczania strat ciśnienia dla sieci dostarczania i dystrybucji wody pitnej (Duzinkiewicz, 2005).

Formuła ta przyjmuje następującą postać:

$$R_{ij} = C_l \frac{L_{ij}}{D_{ij}^{4,87} C_{ij}^{1,852}}; n = 1,852 \quad (3.3)$$

gdzie  $C_{ij}$  - współczynnik chropowatości Hazen'a - Williams'a;  $C_l$  - współczynnik, którego wartość zależy od przyjętych jednostek;  $D$  - średnica rurociągu [mm];  $L$  - długość rurociągu [m].



Rysunek 3.1. Przykładowa charakterystyka hydrauliczna rurociągu dla  $R_{ij}=0,018$ .

Współczynnik chropowatości Hazen'a-Williams'a (H-W) w zależności od średnicy rurociągu, materiału z jakiego jest wykonana oraz jej wieku przyjmuje różne wartości. W literaturze (Bhave, 1991; Boulos i inni, 2006; Mays, 1999; Mays, 2000; Walski i inni, 2009) można znaleźć przykładowe wartości tego współczynnika dla nowych rurociągów. Współczynnik ten wraz z wiekiem rurociągu zmienia swoją wartość (maleje). Spowodowane jest to tzw. „zarastaniem rurociągów”, którego przyczyną jest min. opadanie materii organicznej i nieorganicznej zawartej w wodzie oraz ubocznych produktów reakcji tej materii ze związkami utleniającymi (Boulos i inni 2006; Duzinkiewicz, 2005). Skutkiem zmian współczynnika jest okresowa konieczność oszacowania jego wartości („kalibracji”) w celu aktualizacji modelu SW (Lingireddy, Ormsbee, 1999; Kapelan, 2002).

W rozprawie zakłada się, że wartości współczynników chropowatości rurociągów nie zmieniają swojej wartości na zakładanym horyzoncie predykcji i sterowania.

### ***Pompa – element aktywny***

Pompy są elementami SW zwiększającymi energię wody (podnoszącym jej napór hydrauliczny) w danym węźle systemu (króćcu tłocznym pompy) kosztem energii elektrycznej. Pompowanie wody odbywa się zawsze od króćca ssącego ( $i$ -tego węzła o mniejszym naporze hydraulicznym) do króćca tłocznego ( $j$ -tego węzła o wyższym naporze hydraulicznym).

Ogólny wzór opisujący zachowanie się pompy w SW ma następującą postać:

$$h_{p,j}(t) - h_{p,i}(t) = \Delta h_{p,ji}(t) = g_{p,ij}^f(q_{p,ij}(t), u_{p,ij}(t)) \quad (3.4)$$

gdzie  $h_{p,j}$  - węzeł sieci do, którego podłączony jest króciec tłoczny pompy;  $h_{p,i}$  - węzeł sieci, do którego podłączony jest króciec ssący pompy;  $g_{ij}^f(q_{p,ij}(t), u_{p,ij}(t))$  - funkcja opisująca zależność między wzrostem naporu hydraulicznego wywołanego przez działanie pompy a ilością wody (przepływem) pompowaną przez pompę przy stałej prędkości;  $u_{p,ij}(t)$  - wartość skalarna określająca względną prędkość pompy;  $P$  - zbiór indeksów pomp  $p \in P$ .

W literaturze (Bhave, 1991; Boulos i inni, 2006; Mays, 1999; Mays, 2000; Walskie i inni, 2006) nieliniowa funkcja  $g_{p,ij}^f(q_{p,ij}(t), u_{p,ij}(t))$  może być aproksymowana poprzez funkcję:

- kwadratową:

$$g_{p,ij}^f(q_{p,ij}(t), u_{p,ij}(t)) = A_{p,ij} \cdot q_{p,ij}^2(t) + B_{p,ij} \cdot q_{p,ij}(t) \cdot u_{p,ij}(t) + h_{0p,ij} \cdot u_{p,ij}^2(t) \quad (3.5)$$

gdzie  $u_{p,ij}$  - względna wartość prędkości obrotowej pompy;  $A_{p,ij}$  - współczynnik oporów;  $B_{p,ij}$  - współczynnik zapewniający stabilność punktu pracy pompy;  $h_{0p,ij}$  - napór utknięcia pompy.

- potęgową:

$$g_{p,ij}^f(q_{p,ij}(t), u_{p,ij}(t)) = h_{p,ij}^0 \cdot u_{p,ij}^2(t) - R_{p,ij} \cdot q_{p,ij}^n(t) \cdot u_{p,ij}^{2-n}(t) \quad (3.6)$$

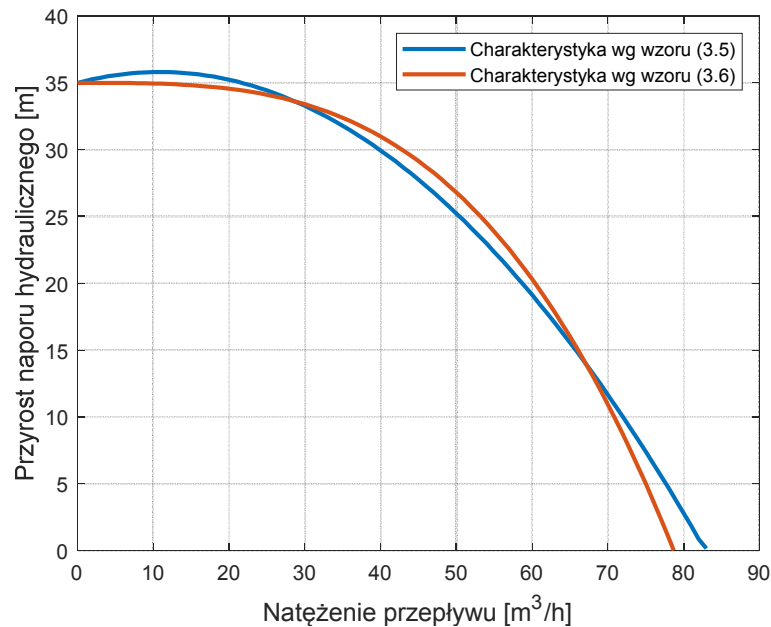
gdzie  $R_{p,ij}$  - rezystancja pompy,  $n$  - wykładnik potęgi.

Współczynniki  $A_{p,ij}, B_{p,ij}, h_{p,ij}^0, R_{p,ij}, n$  określane są w praktyce metodą pomiarów w trzech punktach  $(q_{p,ij}, \Delta h_{p,ij})$  dla prędkości znamionowej pompy (Bhave, 1991; Boulos i inni, 2006). W rozprawie wykorzystuje się zależność (3.6).

Względna wartość prędkości obrotowej pompy definiuje się następująco:

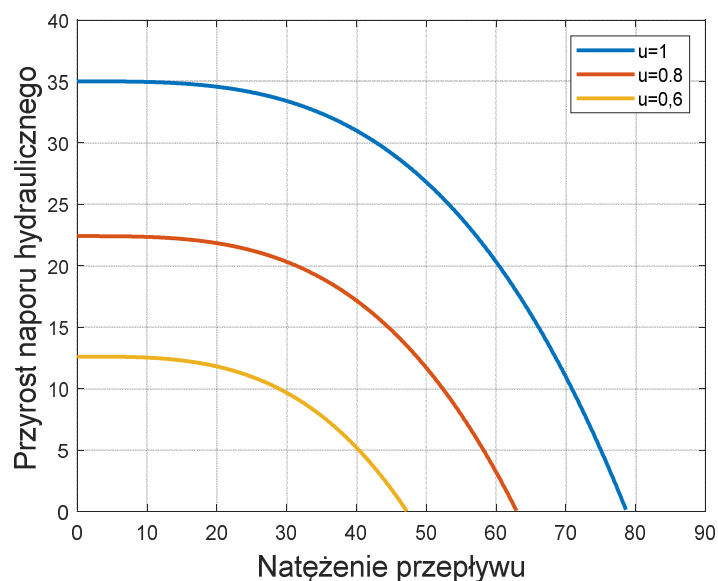
$$u_{p,ij}(t) = \frac{\omega_s(t)}{\omega_0} \quad (3.7)$$

gdzie  $\omega_s(t)$  - prędkość operacyjna pompy;  $\omega_0$  - prędkość znamionowa pompy (dla znamionowego napięcia i częstotliwości pompy). Wartość ta może zawierać się w przedziale  $u_{p,ij}(t) = \overline{0,1}$ .



Rysunek 3.2. Porównanie charakterystyk opisanych równaniami (3.5) i (3.6).

W zależności od możliwości zmian wartości  $u_{p,ij}(t)$ , można wyróżnić pompy stało- i zmiennoprędkościowe. Pompa stałoprędkościowa charakteryzuje się brakiem możliwości płynnej zmiany prędkości obrotowej. Sterowanie tym rodzajem pompy polega na załączeniu/rozłączeniu pompy do/z źródła zasilania o znamionowym napięciu i częstotliwości. Dla tego rodzaju pompy wartość skalarna opisująca prędkość pompy może przyjmować wartości  $u_{p,ij}(t) \in \{0,1\}$ . Natomiast pompy zmiennoprędkościowe, charakteryzują się możliwością płynnej zmiany prędkości obrotowej pompy w zakresie  $u_{p,ij}(t) \in \overline{0,1}$ . Zmiana prędkości odbywa się poprzez przekształtnik elektroniczny, który pośredniczy w przesyłce energii elektrycznej pomiędzy siecią energetyczną a silnikiem pompy.



Rysunek 3.3. Przykładowe charakterystyki hydrauliczne pompy dla trzech różnych względnych prędkości obrotowych.

Na rysunku 3.3 przedstawiono wpływ zmiany prędkości obrotowej pompy na jej charakterystykę hydrauliczną (funkcja potęgowa).

Pompa oraz wszystkie niezbędne do jej działania podzespoły znajdują się w budynkach zwanych stacjami pomp. Najczęściej, ze względu na niezawodność i efektywność, w takiej stacji znajduje się więcej niż jedna pompa. Na wypadek uszkodzenia jednej z pomp, w "rezerwie" zawsze jest pompa (jedna lub więcej) mogąca zastąpić tę uszkodzoną. Dodatkowo rezerwowe pompy pozwalają na równomierne obciążenie wszystkich pomp, co zmniejsza ryzyko awarii. W przypadku gdy jedna pompa nie jest w stanie zaspokoić zapotrzebowania na wodę, konieczne jest załączenie dodatkowych pomp. Z punktu widzenia ekonomicznego, efektywniejsze jest załączenie np. dwóch mniejszych pomp, niż praca jednej dużej, stąd w stacjach pomp do uzyskania większej wydajności (zwiększenie wzrostu naporu lub przepływu) łączy się je w grupy/układy. Można wyróżnić dwa układy połączeń pomp:

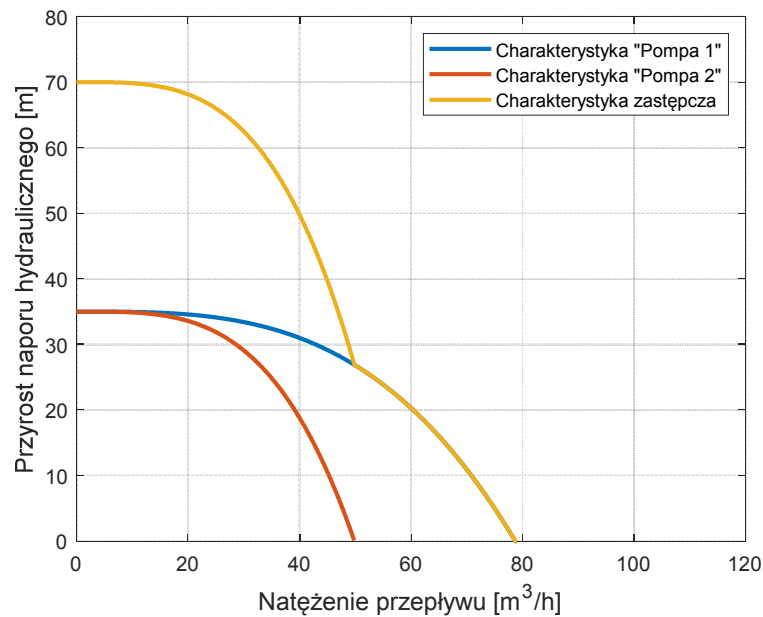
- *szeregowy* - w układzie tym, nie zmienia się przepływ natomiast zwiększa się napór hydrauliczny za poszczególnymi pompami zgodnie z wyrażeniem:

$$\sum_{p \in P} \Delta h_{p,ij}(t) = \sum_{p \in P} (h_{p,i}(t) - h_{p,j}(t)), \quad q_{p,ij} = const \quad (3.8)$$

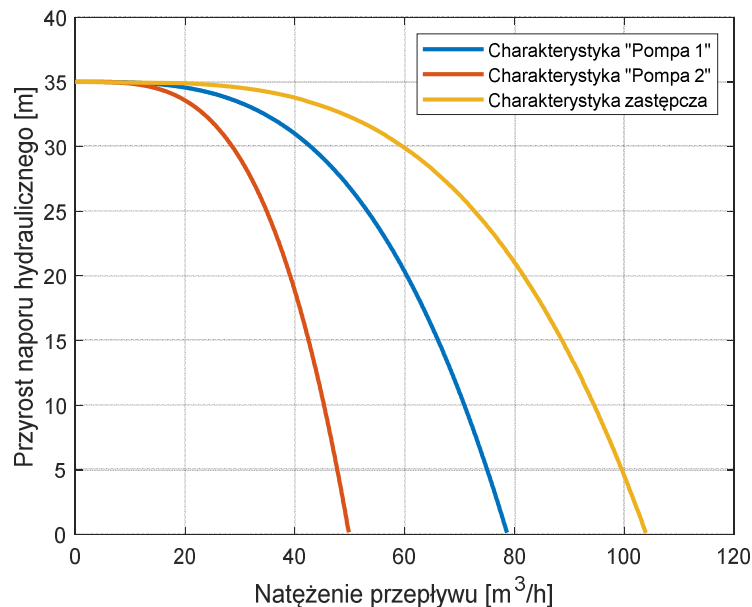
- *równoległy* - w układzie tym, nie zmienia się napór hydrauliczny za układem natomiast zwiększa się przepływy zgodnie z wyrażeniem:

$$q_{sp}(t) = \sum_{p \in P} q_{p,ij}(t), \quad \Delta h_{p,ij}(t) = const \quad (3.9)$$

Charakterystyki hydrauliczne zastępcze poszczególnych układów połączeń pomp dla przypadku dwóch pomp przedstawiają rysunki 3.4 i 3.5 (Korczak, Rokita, 1998).



Rysunek 3.4. Charakterystyka zastępcza pomp połączonych szeregowo.



Rysunek 3.4. Charakterystyka zastępcza pomp połączonych równolegle.

Jak już wcześniej wspomniano pompy w SW są elementami przetwarzającymi energię elektryczną na energię strumienia wody. Ilość zużywanej energii, w danej chwili czasu zależy od warunków pracy pompy (wytwarzanego przyrostu naporu hydraulicznego oraz przepływu) oraz charakterystyk sprawności i pobieranej mocy pompy. Równanie opisujące zależność pomiędzy mocą pompy  $P_{p,ij}$ , sprawnością pompy  $\eta_{ij}$ , punktem pracy  $[q_{p,ij}, \Delta h_{p,ij}]$  oraz względną prędkością obrotową pompy  $u_{p,ij}$  jest w postaci (Boulos i inni, 2006; Walski i inni, 2009):

$$P_{p,ij}(t) = \frac{q_{p,ij}(t) \cdot \Delta h_{p,ij}(t) \cdot g}{366 \cdot \eta_{ij}(q_{p,ij}(t))} \quad (3.10)$$

gdzie  $g$  - przyspieszenie grawitacji [ $m/s^2$ ];  $q_{p,ij}(t)$  - natężenie przepływu przez pompę [ $m^3/s$ ];  $\Delta h_{p,ij}$  - użyteczna wysokość podnoszenia pompy [ $m$ ];  $\eta_{ij}$  - sprawność pompy.

### Zawór – element aktywny

Zawór jest elementem SW, którego zadaniem jest lokalne (na pewnym odcinku elementu połączeniowego) zwiększenie oporu hydraulicznego. Ogólny model matematyczny zaworu można przedstawić w postaci (Boulos i inni, 2006; Duzinkiewicz, 2005; Mays, 1999; Mays, 2000; Walskie i inni, 2009):

$$h_{v,i} - h_{v,j} = \Delta h_{v,ij} = g_{v,ij}^f(q_{ij}, u_{v,ij}) = M_{v,ij}(s_{v,ij}) \cdot q_{v,ij} \cdot |q_{v,ij}| \quad (3.11)$$

gdzie  $h_{v,i}(t)$  - wartość naporu w węźle o większym naporze hydraulicznym (węzeł górny);  $h_{v,j}(t)$  - wartość naporu w węźle o mniejszym naporze hydraulicznym (węzeł dolny);  $g_{v,ij}^f$  - funkcja opisująca zależność między spadkiem naporu hydraulicznego wywołanego przez działanie zaworu a ilością wody (natężeniem przepływu) przepływającą przez zawór przy stałym stopniu otwarcia zaworu  $u_{v,ij}(t) = const$ ;  $M_{v,ij}$  - funkcja opisująca zależność pomiędzy oporem hydraulicznym zaworu wynikającym z miejscowych zaburzeń przepływu a wartością stopnia otwarcia zaworu;  $u_{v,ij}(t)$  - wartość skalarna określająca w jakim stopniu zawór jest otwarty  $u_{v,ij}(t) \in \overline{0,1}$  (0 – zamknięty, 1 – otwarty);  $V$  - zbiór indeksów zaworów  $v \in V$ .

Funkcję opisującą zależność pomiędzy spadkiem naporu hydraulicznego a przepływem przez zawór wody można przedstawić w ogólnej postaci:

$$M_{v,ij}(u_{v,ij}) = K_{v,ij}(u_{v,ij}) \cdot \frac{8}{\pi^2 \cdot g \cdot (D_{v,ij})^4} \quad (3.12)$$

gdzie  $K_{v,ij}$  - współczynnik oporów hydraulicznych zaworu wynikający z miejscowych zaburzeń przepływu,  $D_{v,ij}$  - średnica zaworu.

### 3.2.2 Modele węzłów

Węzeł jest elementem SW łączącym ze sobą dwa lub więcej elementów połączeniowych lub stanowią początki/końce systemu (źródła wody lub punkt dostarczania do odbiorcy).



Można wyróżnić 5 rodzajów węzłów (Bhave, 1991; Boulos i inni, 2006, Duzinkiewicz, 2005; Mays, 1999; Mays, 2000; Walskie i inni, 2009):

**a) Węzeł połączeniowy**

Węzeł ten łączy ze sobą dwa (lub więcej) elementy połączeniowych. Charakteryzuje się brakiem przyłączonych do niego odbiorców, nie jest przez niego dostarczana woda do systemu oraz nie gromadzi wody. Model matematyczny tego węzła, do którego podłączone jest  $N$  rurociągów doprowadzających wodę oraz  $M$  rurociągów odprowadzających wodę przedstawiony jest zależnością:

$$\sum_{i=1}^N q_i(t) - \sum_{j=1}^M q_j(t) = 0 \quad (3.13)$$

gdzie  $q_i(t), q_j(t)$  - natężenie przepływu napływającego do węzła i wypływające z węzła.

**b) Węzeł z odbiorcą**

W węźle tym oprócz rurociągów dostarczających i odprowadzających wodę wyróżnia się jeden strumień wypływającej wody, który charakteryzuje się jako pobór wody  $d_{POB}(t)$  przez odbiorcę. Model tego rodzaju węzła opisany jest równaniem:

$$\sum_{i=1}^N q_i(t) - \sum_{j=1}^M q_j(t) - d_{POB}(t) = 0 \quad (3.14)$$

**c) Węzeł z dostawcą**

W węźle tym, oprócz rurociągów dostarczających i odprowadzających wodę, wyróżnia się jeden strumień wpływającej wody  $d_{DOS}(t)$ , który charakteryzuje się jako dostawcę wody do systemu, zgodnie z równaniem:

$$\sum_{i=1}^N q_i(t) - \sum_{j=1}^M q_j(t) + d_{DOS}(t) = 0 \quad (3.15)$$

**d) Węzeł gromadzący wodę (zbiornik)**

W zależności od liczby elementów połączeniowych podłączonych do zbiornika, można wyróżnić 2 typy zbiorników:

- nieprzepływowy – podłączony jest do sieci poprzez jedno połączenie,

- przepływowy - podłączony jest do sieci poprzez więcej niż jedno połączenie.

Prawo zachowania masy wody dla zbiornika przepływowego jest w postaci:

$$\frac{dV_z(t)}{dt} = \sum_{i=1}^N q_{z,i}(t) - \sum_{j=1}^M q_{z,j}(t) \quad (3.16)$$

z warunkiem początkowym:

$$V_z(t_n) = V_{z,0} \quad (3.17)$$

gdzie  $q_{z,i}(t), q_{z,j}(t)$  - natężenie przepływu do/z zbiornika;  $V_z(t)$  - ilość wody w  $z$ -tym zbiorniku;  $V_{z,0}$  - ilość wody w zbiorniku w chwili czasu  $t_n$ ;  $Z$  - zbiór indeksów zbiornika  $z \in Z$ .

Przy znajomości zależności pomiędzy wysokością słupa wody w zbiorniku  $p_z$  a polem przekroju zbiornika  $A_z$  równanie (3.18) można zapisać w postaci:

$$\frac{dp_z(t)}{dt} = \frac{1}{A_z(p_z(t))} \left( \sum_{n=1}^N q_{z,n}(t) - \sum_{m=1}^M q_{z,m}(t) \right) \quad (3.18)$$

z warunkiem początkowym:

$$p_z(t_n) = p_{z,0} \quad (3.19)$$

gdzie  $p_{z,0}$  - poziom lustra wody w zbiorniku w chwili czasu  $t_n$ .

Najczęściej zbiorniki przyjmują kształt walca, w którym pole przekroju poprzecznego jest stałe (nie zależy od wysokości), stąd w rozprawie przyjmuje się  $A_z = const$ .

Zależność pomiędzy ciśnieniem  $p_j$  w  $j$ -tym węźle SW lub poziomem lustra wody  $p_z$ , naporem hydraulicznym  $h$  w tym zbiorniku jest następująca:

$$h(t) = p(t) + z \quad (3.20)$$

gdzie  $z$  - wyniesienie węzła lub zbiornika ponad poziom odniesienia.

### e) *Węzeł rezerwuarowy – źródło wody*

Ujęcie wody w rzeczywistym SW składa się z kilku elementów: źródła wody (najczęściej studnia głębinowa lub źródło powierzchniowe – rzeka, jezioro itp.), pomp pierwszego i drugiego stopnia, części uzdatniającej wodę oraz pomp trzeciego stopnia (Boulos i inni, 2006, Walskie i inni, 2009). W modelach SW tę strukturę znacznie się upraszcza, zastępując pierwsze trzy elementy, przez jeden węzeł tzw. „rezerwuar”. Jest on elementem granicznym systemu, w którym dostarczana jest woda do systemu. Model tego węzła ma następujące cechy (Boulos i inni, 2006; Walski i inni, 2009):

- a) gromadzi nieskończoną ilość wody,
- b) wpływ i wypływ do/z rezerwuaru może przyjmować nieograniczone wartości w dowolnym odcinku czasu,
- c) napór może przyjmować dowolne wartości większe od zera.

### 3.2.3. Model zakłócenia - odbiorcy wody

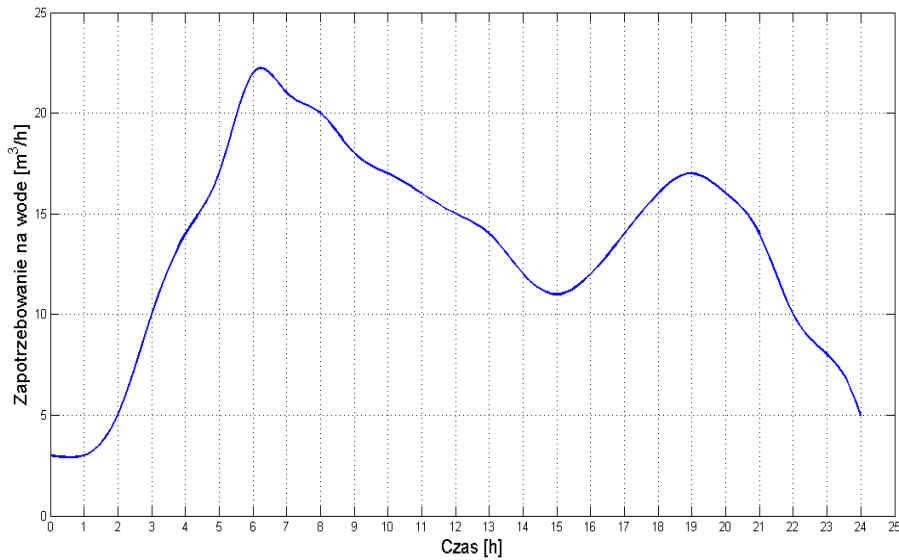
Efektywne sterowanie SW wymaga znajomości poboru wody w SW (zakłócenia) na obecną i przyszłe chwile czasu. Innymi słowy, wymagana jest predykcja zakłóceń. W literaturze szeroko opisane są metody estymacji i predykcji poboru wody (Adamowski, 2008; Brdyś, Ulanicki 1994; Mays, 1999; Mays, 2000; Msiza i inni, 2007; Boulos inni, 2006; Głowacki i inni, 2008, Hongze i Zhang 2004, Wang, Zhang, 2008; Zhang, 1994, Zhang, 2008). Wszystkie opierają swoje działanie na wykorzystaniu części lub wszystkich dostępnych informacji o systemie tj.:

- topologia systemu,
- rodzaj odbiorcy,
- bieżące i historyczne pomiary,
- periodyczność poboru.

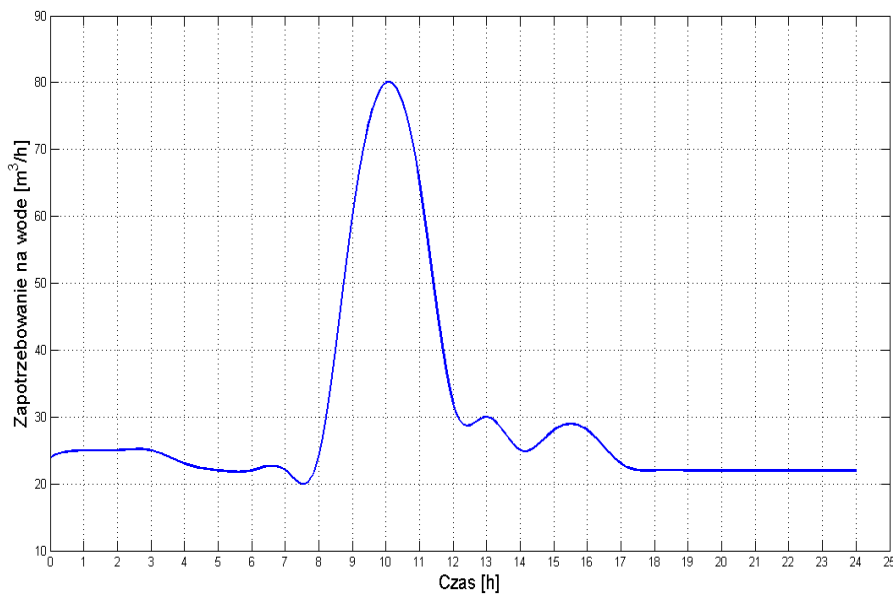
W zależności od charakteru dobowych trajektorii poboru wody, można wyróżnić kilka rodzajów odbiorców (Boulos i inni, 2006; Szpindor, 1992; Walski i inni, 2009):

- domy jedno- i wielorodzinne,
- zakłady przemysłowe,
- gastronomie i hotele,
- administracja,
- rekreacyjne – pola golfowe, baseny itp.,
- szkoły.

Z każdym z nich można związać tzw. „profil poboru wody” (PPW), który opisuje ilość pobranej wody przez danego rodzaju odbiorcę, w danym czasie. Przykładowe profile poboru wody dla odbiorców w rodzaju domy wielorodzinne i zakład przemysłowy, przedstawione są na Rysunkach 3.6 i 3.7 (Szpindor, 1992). Charakter tych profili powtarza się z częstotliwością dobową, tygodniową i miesięczną, co jest ważną i przydatną cechą z punktu widzenia sterowania SW.



Rysunek 3.6. Dobowa trajektoria poboru dla odbiorcy typu dom wielorodzinny.

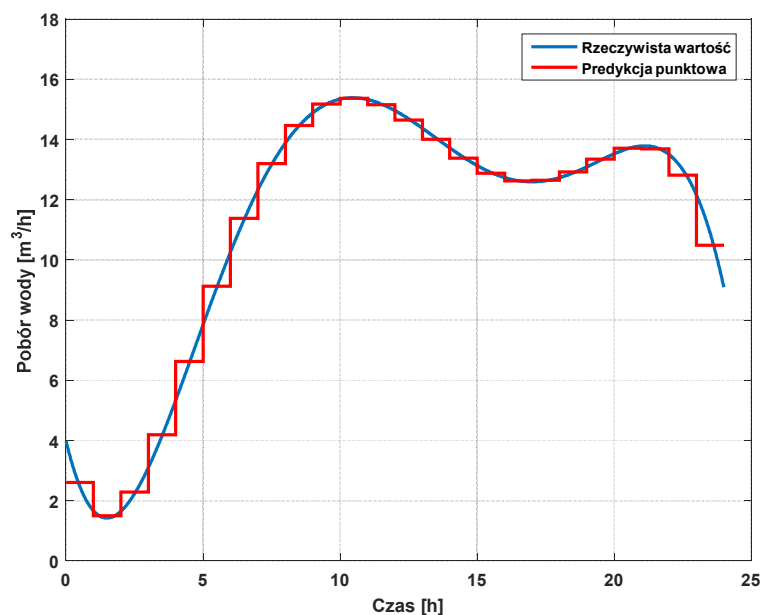


Rysunek 3.7. Dobowa trajektoria poboru dla odbiorcy typu restauracja.

W przeciętnej wielkości SW może istnieć kilka tysięcy odbiorców wody. Indywidualne wyznaczenie profilu poboru wody dla każdego odbiorcy ze względu na jego stochastyczny charakter jest niemożliwe. Łatwiej jest określić profil poboru wody dla pewnych obszarów SW tzw. „skumulowanych odbiorców” (Alvisi i inni, 2007; Boulos i inni, 2006; Duzinkiewicz i Cimiński, 2005; Duzinkiewicz i Cimiński, 2006; Filion i inni, 2007; Walski i inni, 2009). Obszary te wyznaczane są poprzez wykorzystanie usytuowania danych

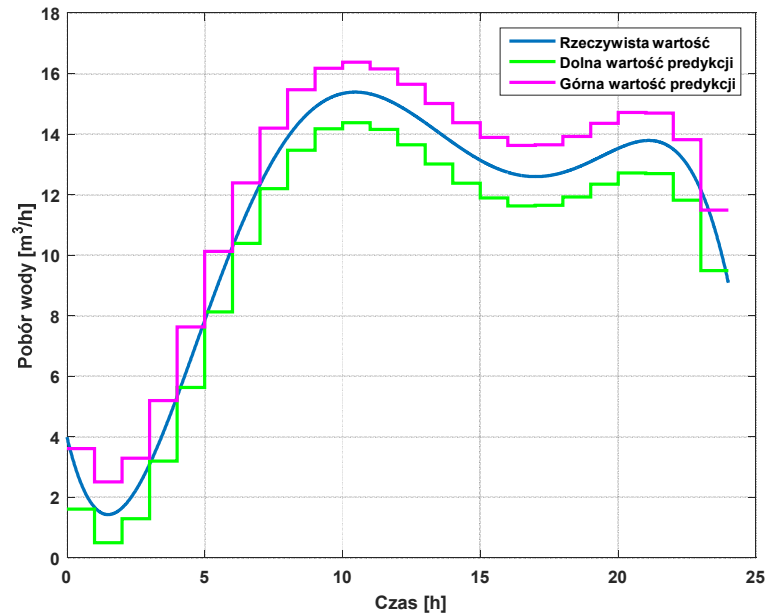
rodzajów odbiorców w określonych obszarach miasta. Ponieważ charakter odbiorcy nie zmienia się w czasie (horyzont kilku do kilkunastu lat), stąd do każdego z tych obszarów można przypisać, tzw. bazową wartość poboru wody (BWPW) oraz przypisuje się wzorzec poboru wody (WPW). Wzorzec ten jest charakterystyczny dla danego typu odbiorcy. Iloczyn BWPW oraz WPW, w każdej chwili czasu, daje profil poboru wody.

Zaawansowane algorytmy sterowania SW wymagają predykcji zakłócenia, której wartość nie jest wymagana w każdej chwili czasu. Uszczegóławiając, predykcja poborów w SW ma charakter kumulatywny, tzn. nie określa się ile wody zostanie pobrane w danej chwili czasu, lecz ile wody zostanie pobrane w przeciągu kroku hydrauliki (rysunek 3.8).



Rysunek 3.8 Porównanie trajektorii poboru rzeczywistego z predykcją punktową.

Każdy algorytm predykcji obarczony jest błędem predykcji. W rozprawie przyjmuje się przedziałowy model niepewności (Duzinkiewicz, 2005; Milanese i inni, 1996, Schweppe, 1973), którego konsekwencją jest określanie, nie ilości pobranej wody w danej chwili czasu, ale granic, pomiędzy którymi znajduje się predykowana wartość poboru wody. W (Głowacki i inni, 2008) przedstawiono metodę estymacji przedziałów zmienności profili poborów wody w danych chwilach czasu wykorzystującą bieżącą informację pomiarową oraz typ i przestrzenne rozmieszczenie odbiorców. Przykładowy profil poboru wody dla odbiorcy typu dom wielorodzinny, w postaci przedziałów zmienności w dyskretnych chwilach czasu, wykorzystujący metodę przedstawioną w (Głowacki i inni, 2008) przedstawiony jest na rysunku 3.9.



Rysunek 3.9 Porównanie trajektorii predykcji punkowej i przedziałowej

W rozprawie, do modelowania poborów wody w węzłach z odbiorcą, przyjmuje się punktowy i przedziałowy model poborów wody.

W rzeczywistym SW ilość pobranej wody przez odbiorcę uzależniona jest nie tylko od jego potrzeb (ilość pobranej wody), ale także od ciśnienia istniejącego w węźle, z którego pobierana jest woda. W literaturze (Giustolisi i inni, 2008; Zheng i inni, 2006; Zheng i inni, 2009) model poboru wody uzależniającego ciśnienie w węźle i potrzeby odbiorcy przedstawia zależność:

$$\frac{d_{ak}(t)}{d_{POB}} = \begin{cases} \left(\frac{p(t)}{p_{ser}}\right)^\alpha & \text{dla } p(t) \geq p_t \\ \left(\frac{p(t)}{p_{ser}}\right)^\alpha & \text{dla } p(t) < p_t \\ 0 & \text{dla } p(t) \leq 0 \end{cases} \quad (3.21)$$

gdzie  $d_{ak}(t)$  - ilość pobieranej wody przez odbiorcę pod ciśnieniem  $p$ ;  $d_{POB}$  - zapotrzebowanie na wodę przez odbiorcę,  $p(t)$  - ciśnienie w węźle poboru wody;  $p_{ser}$  - ciśnienie dla którego gwarantuje się zaspokojenie zapotrzebowania na wodę;  $p_t$  - ciśnienie graniczne dla którego pobór nie jest zależny od ciśnienia;  $\alpha$  - wykładnik potęgi.

Powyższy model poborów (3.21) wykorzystujemy się głównie do analizy SW w stanach awaryjnych, tzn. wycieki wody poprzez nieszczelności połączeń rurociągów lub pęknięcia rurociągów.

W rozprawie założono m.in., że algorytm sterowania hydrauliką SW zapewnia utrzymanie ciśnienia, w punktach odbioru na poziomie  $p > p_i$ . Konsekwencją takiego założenia jest wybór modelu poboru wody, w którym pobór nie zależy od ciśnienia w danym punkcie tylko od zapotrzebowania na wodę przez odbiorców  $d_{POB}$ .

### 3.4. Model SW

System wodociągowy składa się z powiązanych między sobą elementów statycznych i dynamicznych. Zakłada się, że ze względu na nieściśliwość cieczy oraz natychmiastowość hydrauliki, zmiany przepływów w rurociągach i zmiany naporów hydraulicznych w węzłach w takim systemie są procesami statycznymi. Natomiast procesy dynamiczne związane są z gromadzeniem i przechowywaniem wody w zbiornikach.

Uwzględniając tylko hydraulikę SW jako obiekt automatyki, można wyróżnić następujące wielkości:

- wejściowe:
  - wektor sterowań  $\mathbf{u}$ , którym jest wektor sterowań pompami  $\mathbf{u}_p$ ,
  - wektor zakłóceń  $\mathbf{z}$ , którym jest wektor wszystkich poborów wody w SW  $\mathbf{d}_{POB}$ ,
- wyjściowe:
  - wektor zmiennych algebraicznych  $\mathbf{y}$ , w którego skład wchodzi:
    - wektor naporów hydraulicznych w węzłach  $\mathbf{h}$ ,
    - wektor natężeń przepływu w elementach połączeniowych  $\mathbf{q}$ ,
  - wektor zmiennych stanu  $\mathbf{x}$ , którym jest wektor naporu hydraulicznego wody w zbiornikach systemu  $\mathbf{h}_z$ .

Powyższe wielkości tworzą wektor charakteryzujący dany SW, który można zapisać w postaci:

$$\mathbf{s}(t) = [\mathbf{u}^T(t), \mathbf{z}^T(t), \mathbf{y}^T(t), \mathbf{x}^T(t)]^T = [\mathbf{u}_p^T(t), \mathbf{d}_{POB}^T(t), \mathbf{h}^T(t), \mathbf{q}^T(t), \mathbf{h}_z^T(t)]^T \quad (3.21)$$

Model SW tworzy układ równań różniczkowo-algebraicznych składający się z 4 części:

- części statycznej liniowej opisującej zasadę zachowania masy w węzłach systemu (3.13-3.17)
- części statycznej nieliniowej opisującej prawo zachowania energii w elementach połączeniowych systemu (3.2 - 3.12),
- części dynamicznej opisującej prawo zachowania masy wody w zbiornikach systemu (3.18),
- warunków początkowych zbiorników systemu (3.19).

Model systemu może być zapisany dla chwili czasu  $t$  jako stacjonarny układ różniczkowo-algebraicznej w postaci:

$$F(\mathbf{s}(t)) = \begin{cases} \mathbf{A}_L \cdot \mathbf{s}(t) = 0 \\ f_{NL}(\mathbf{s}(t)) = 0 \\ \frac{d\mathbf{h}_z(t)}{dt} = \mathbf{\Omega} \cdot (\mathbf{q}_{z,wej}(t) - \mathbf{q}_{z,wyj}(t)) \end{cases} ; \mathbf{h}_z(t_n) = \mathbf{h}_{z,0}; t \geq t_n \quad (3.23)$$

gdzie  $\mathbf{A}_L$  - macierz koincydencji, której wiersze przyporządkowane są węzłom systemu natomiast kolumny elementom połączeniowym. Jeśli kierunek przepływu w elemencie połączeniowym skierowany jest do węzła, to odpowiadający jej element macierzy ma wartość -1, jeśli kierunek przepływu wody jest skierowany do węzła, element macierzy ma wartość +1, natomiast jeśli element połączeniowy nie jest dołączony do węzła, odpowiedni element macierzy ma wartość 0 (Ulanicki, 1993; Brdyś i Ulanicki, 1994);  $f_{NL}$  - nieliniowa funkcja opisująca prawo zachowania energii dla elementów połączeniowych;  $\mathbf{\Omega}$  - macierz diagonalna, której elementami są odwrotności pól powierzchni zbiorników;  $\mathbf{q}_{z,wej}(t)$ ,  $\mathbf{q}_{z,wyj}(t)$  - odpowiednio, wektor natężeń przepływu wpływających do zbiornika i wypływających ze zbiornika,  $\mathbf{h}_{z,0}$  - wektor stanów lustra wody w zbiornikach dla początkowej chwili czasu  $t_n$ .

Do rozwiązania tego układu równań konieczne jest wykonanie jego dyskretyzacji czasem dyskretyzacji  $T_h$ . Po dyskretyzacji model SW jest w postaci:

$$F_d(\mathbf{s}(k)) = \begin{cases} \mathbf{A}_L \cdot \mathbf{s}(k) = 0 \\ f_{NL}(\mathbf{s}(k)) = 0 \\ \mathbf{h}_z(k+1) = \mathbf{h}_z(k) + \mathbf{\Omega}_d \cdot (\mathbf{q}_{z,wej}(k) - \mathbf{q}_{z,wyj}(k)) \end{cases} ; \mathbf{h}_z(0) = \mathbf{h}_{z,0}; k = 0,1,2,\dots \quad (3.24)$$

gdzie  $k$ - dyskretna chwila czasu.

### 3.5. Wyznaczanie wyjść i stanu modelu SW

#### 3.5.1 Warunki istnienia rozwiązań modelu SW

W rozprawie, do rozwiązania modelu SW, wykorzystuje się możliwości rozdzielania części algebraicznej modelu SW oraz części różniczkowej a także specyficzny charakter układu równań (3.24), tzn. duża liczba równań algebraicznych (od kilkuset) w stosunku do niewielkiej (najczęściej kilku/kilkunastu) liczby równań różnicowych. Jednakże, ze względu na nieliniowy charakter tej części modelu, największą trudność przysparza rozwiązanie części algebraicznej tego układu. Natomiast część różnicowa ze względu na prostotę postaci funkcji



różnicowej, rozwiązywana jest przy pomocy metody Eulera różnic w przód (Fortuna i inni, 2017).

Do jednoznacznego rozwiązania układu równań algebraicznych modelu SW (3.24), konieczna jest znajomość z obmiarów, oszacowania, predykcji lub pomiarów następujących wielkości:

- a) wektora poborów wody w węzłach z odbiorcą dla każdej chwili czasu  $t_n$ ;
- b) wektora naporów hydraulicznych w rezerwuarach dla każdej chwili czasu  $t_n$ ;
- c) wektora sterowań elementami aktywnymi dla każdej chwili czasu  $t_n$ ;
- d) wektora poziomów lustra wody w chwili czasu  $t_n$ .

Efektywna metoda rozwiązywania części algebraicznej modelu SW przedstawiona jest w (Todini, Pilati, 1989). Metoda ta z powodzeniem zastosowana jest w symulatorze SW Epanet.

### 3.5.2 Rozwiązanie modelu quasi-ustalonych przepływów

Przedstawiony model SW (3.24) pozwala na badanie zachowania, analizę SW tylko w danym kroku hydrauliki  $k$ . Wykorzystanie uzyskanych wyników analizy do sterowania systemem, na horyzont predykcji  $\Xi_p$  nie jest możliwe. Stąd, konieczne jest przeprowadzenie analizy systemu na każdym kroku hydrauliki  $t_n+k$ . W rozprawie, do rozwiązania tego problemu, zastosowano metodę EPS. Metoda ta zakłada znajomość następujących informacji w dyskretnych chwilach czasu (krokach hydrauliki  $t_n+k$ ) na całym  $\Xi_p$ :

- stała struktura modelu SW;
- niezmiennosc parametrów rurociągów  $R_{ij}$ , charakterystyk pomp  $A_{ij}, B_{ij}, h_{0,ij}, n$  i zaworów  $M_{v,ij}$  w trakcie trwania jednego kroku;
- naporu w rezerwuarach  $\mathbf{h}_r(\Xi_p | t_n)$ ;
- pomiaru lub estymacji naporu hydraulicznego wody w zbiornikach w chwili rozpoczęcia symulacji  $\mathbf{h}_z(t_n | t_n) = \mathbf{h}_{z,0}$ ;
- sterowań pompami i zaworami  $\mathbf{u}(\Xi_p | t_n)$ ;
- predykcji zapotrzebowania na wodę przez odbiorców  $\mathbf{d}_{POB}(\Xi_p | t_n)$ .

Sposób działania tej metody można przedstawić w postaci algorytmu działania:

**Algorytm 3.1.****Krok 1.** Przyjmij  $k = 0$ .**Krok 2.** Podaj informację o:

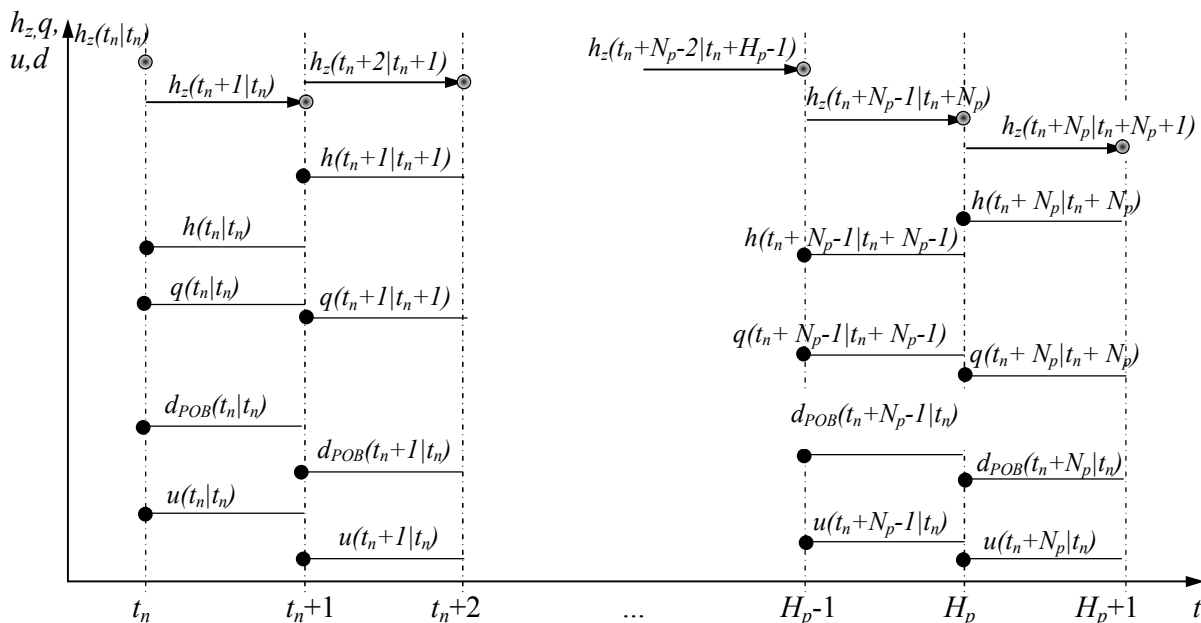
- naporze hydraulicznym wody w zbiornikach  $\mathbf{h}_z(t_n | t_n)$ ,
- naporze hydraulicznym w rezerwuarach  $\mathbf{h}_r(t_n + k | t_n)$ ,
- sterowaniu  $\mathbf{u}(t_n + k | t_n)$ ,
- zapotrzebowaniach  $\mathbf{d}_{POB}(t_n + k | t_n)$ .

**Krok 3.** Rozwiązując (3.26), wyznacz:

- napory hydrauliczne w węzłach  $\mathbf{h}(t_n + k | t_n)$ ,
- natężenie przepływu w elementach połączeniowych  $\mathbf{q}(t_n + k | t_n)$
- stan lustra wody w zbiornikach  $\mathbf{h}_z(t_n + k + 1 | t_n + k)$ .

**Krok 4.** Jeżeli  $k < T_m/T_h$  (gdzie  $T_m$  - horyzont symulacji), przyjmij, że  $k = k + 1$  oraz  $\mathbf{h}_z(t_n + k | t_n + k + 1) = \mathbf{h}_z(t_n + k + 1 | t_n + k)$  i przejdź do **Kroku 2**. Jeżeli  $k = T_m/T_h$  zakończ obliczenia.

Metodę EPS w sposób graficzny przedstawiono na rysunku 3. 10. Kolorem czerwonym wyróżniono wielkości, które konieczne są do przeprowadzenia symulacji na  $\Xi_p$ . Kolorem czarnym zaznaczono wielkości, które uzyskuje się w trakcie symulacji. Czarnymi strzałkami zaznaczono stan lustra wody w zbiornikach wyznaczony w chwili czasu  $t_n + k$  na chwilę czasu  $t_n + k + 1$ .



Rysunek 3.10 Graficzne przedstawienie metody EPS.

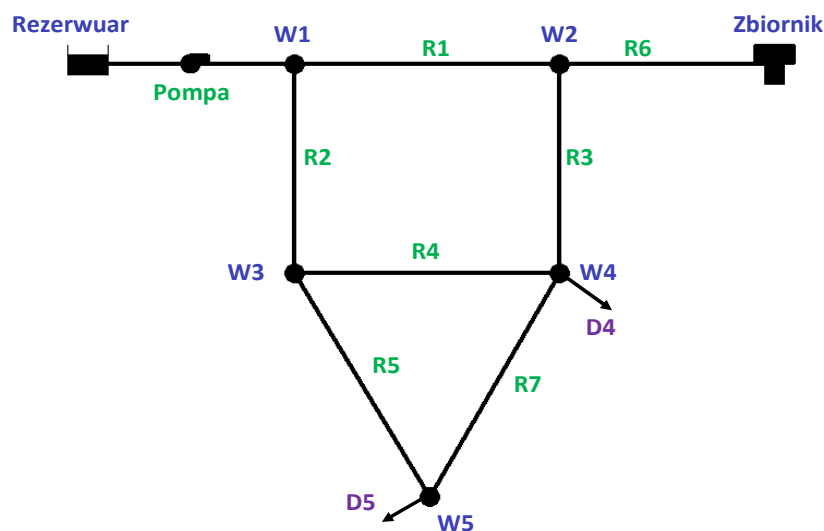
W rozprawie wykorzystywano metodę EPS do wyznaczenia wyjść i stanu modelu SW w postaci (3.24) zaimplementowanej w symulatorze Epanet oraz do wyznaczenia przedziałowej predykcji wyjść i stanu systemu w algorytmie krzepkiej predykcji wyjść.

### 3.6. Charakterystyka przykładowych SW

Działanie poszczególnych algorytmów sterowania i predykcji, zaprezentowanych w rozprawie, zostanie symulacyjnie sprawdzone na podstawie dwóch modeli SW. Pierwszy system jest hipotetycznym prostym modelem systemu, na podstawie, którego szczegółowo zostaną przedstawione i przetestowane zaprezentowane w pracy algorytmy. Drugi z przykładów jest modelem rzeczywistego SW miasta Chojnice, przy pomocy, którego przedstawiona zostanie efektywność działania prezentowanych w rozprawie algorytmów.

#### 3.6.1 Charakterystyka PSSW Mała

Pierwszy SW jest PSSW zawierającym jedno źródło wody („Rezerwuuar”), jeden węzeł gromadzący wodę („Zbiornik”), 3 węzły połączeniowe (W1 – W3), 2 węzły z odbiorcą (W4-W5), którym przypisane jest jeden WPW i dwa BWPW, jedną pompę zmiennoprędkościową („Pompa”), 7 rurociągów (R1 – R7). System został zilustrowany na rysunku 3.11.



Rysunek 3.11 Struktura PSSW Mała.

W rezerwuuarze zadana jest stała wartość naporu hydraulicznego o wartość 35 [m]. Dla pomp przyjęto stałą wartość sprawności o wartości  $\eta = 0,8$ . Parametry poszczególnych elementów tego systemu przedstawione są w tabelach 3.1 - 3.4.

Tabela 3.1 Parametry węzłów połączeniowych.

Nazwa węzła	W1	W2	W3	W4	W5
Wyniesienie [m]	10	10	10	5	5
BWPW [l/s]	0	0	0	5	2

Tabela 3.2 Parametry zbiornika.

Nazwa węzła	Wyniesienie [m]	Średnica [m]	Wartość początkowa stanu lustra wody [m]	Minimalna wartość naporu hydraulicznego w zbiorniku [m]	Maksymalna wartość naporu hydraulicznego w zbiorniku [m]
Zbiornik	9	5	2	0	5

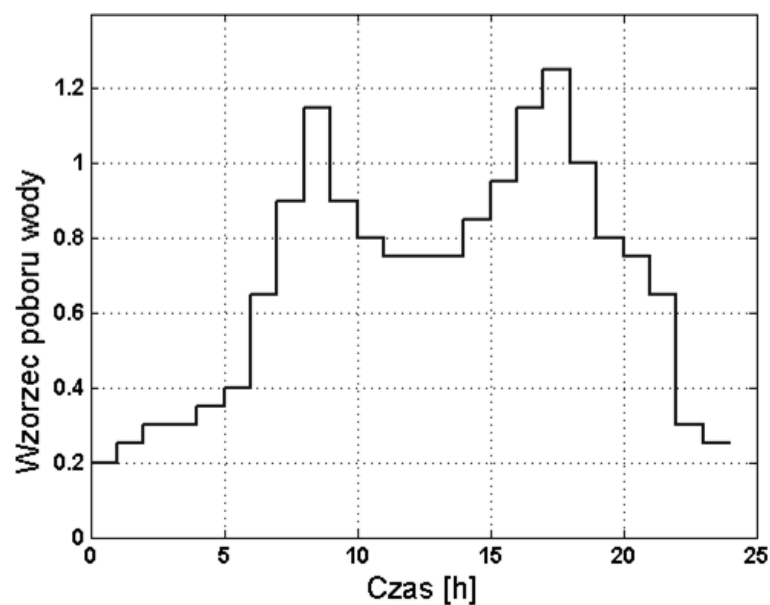
Tabela 3.3 Parametry rurociągów

Nazwa elementu połączeniowego	R1	R2	R3	R4	R5	R6	R7
Średnica [mm]	100	80	80	100	60	100	60
Długość [m]	350	150	150	350	250	350	1000
Współczynnik oporu H-W	100	100	100	100	100	100	100

Tabela 3.4 Parametry pompy

Nazwa pompy	Współczynniki równania (3.6)			Moc pompy [kW]	Rodzaj pompy
	$h_{p,ij}^0$	$R_{p,ij}$	$n$		
Pompa	13.38	$1,482 \cdot 10^{-2}$	2	1	zmiennoprędkościowa

Dla węzłów **W4** i **W5** przyjęto wzorzec poboru wody jak na rysunku 3.12.

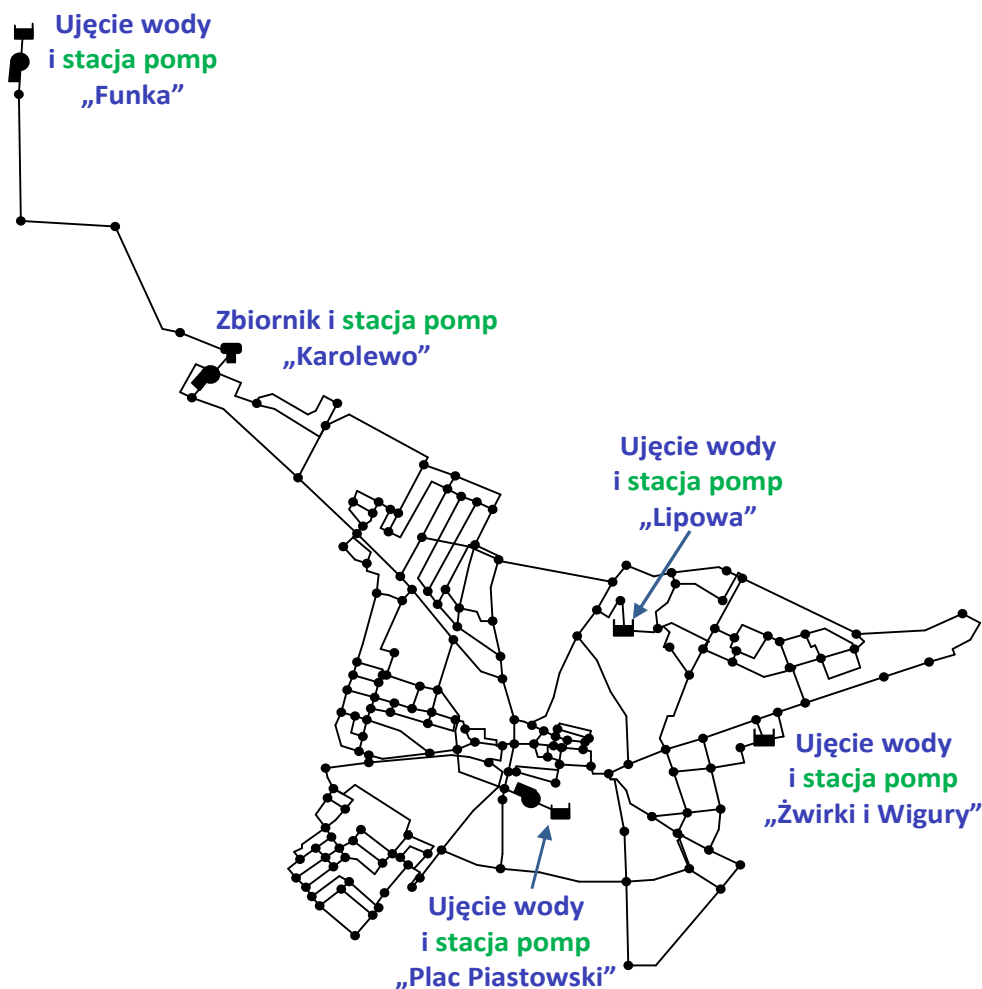


Rysunek 3.12 Wzorzec poboru wody dla PSSW Mała.

### 3.6.2. Charakterystyka PSSW Chojnice

Struktura PSSW Chojnice przedstawiona została na rysunku 3.13. System ten dostarcza wodę dla około 38 tys. osób zamieszkałych i pracujących w Chojnicach. Woda do systemu dostarczana jest z dwóch czynnych ujęć – „Funka” i „Plac Piastowski”. Najwięcej wody pobierane jest z ujęcia „Funka”, z którego woda transportowana jest do zbiornika „Karolewo”, położonego na obrzeżach miasta, oddalonego o 7200 [m] od ujęcia „Funka”. Drugie ujęcie, zaopatrujące miasto w wodę, jest to ujęcie „Plac Piastowski”, znajdujące się w centrum miasta i pełniące rolę uzupełniającą. W systemie istnieją także dwa ujęcia rezerwowe – „Lipowa” i „Żwirki i Wigury” niewykorzystywane w normalnym stanie systemu.

W każdym działającym ujęciu wody („Funka” i „Plac Piastowski”) istnieje układ pompowy składający się z pierwszego i drugiego stopnia pompowania (Gierszewski, 2004a; Gierszewski, 2004b). Zadaniem pomp pierwszego stopnia (od 4 do 6 pomp) jest wydobywanie wody ze studni głębinowych i jej dostarczenie do układu uzdatniania wody. Zadaniem pomp drugiego stopnia (od 4 do 6) jest wtłoczenie wody do systemu o odpowiednich parametrach hydraulicznych (przepływ, napór).



Rysunek 3.13 Struktura PSSW Chojnice.

W SW Chojnice oprócz dwóch stacji pomp związanych z ujęciami wody znajduje się także stacja pomp (tzw. trzeci stopień) związana ze zbiornikiem „Karolewo”. Zbiornik ten, o maksymalnej pojemności 2000 [m<sup>3</sup>] i maksymalnej wysokości 5 [m], pełni rolę bufora wody dla systemu oraz gromadzi wodę dla celów przeciwpożarowych. Minimalna ilość zgromadzonej wody wynosi 480 [m<sup>3</sup>], co odpowiada poziomowi lustra wody w zbiorniku równym 1,2 [m].

Z analizy danych dostarczonych, z okresu czasu od lutego do listopada 2003, przez Miejskie Wodociągi sp. z o.o. Chojnice wynika, że w przyjętym do analizy okresie, w każdej z czynnych stacjach pompowania pracuje tylko jedna pompa z każdej stacji. W wyniku powyższego w modelu PSSW Chojnice uwzględniono tylko po jednej pompie przypadającej na czynną stację pompowania. Parametry pomp uzyskano z dokumentacji technicznej pomp (Dokumentacja LFP). Przyjęto także zmienną wartość sprawności pomp wg charakterystyk przedstawionych w Załączniku 1 na rysunku Z1.9. Parametry pomp przedstawione są w Załączniku 1 w tabeli Z1.3.

Jak już wspomniano, w modelowaniu SW nie uwzględnia się pomp głębinowych oraz stacji uzdatniania wody, stąd w modelu SW miasta Chojnice również nie uwzględniono tych elementów. Zastąpiono je elementem „rezerwuar”, w którym ustawiono zadaną wartość naporu jaka ma być utrzymana przez pompy pierwszego stopnia za stacją uzdatniania wody. W ujęciu wody „Funka” wartość naporu wynosi 137 [m], natomiast w ujęciu wody „Plac Piastowski” 174 [m].

W trakcie budowy modelu SW miasta Chojnice dokonano tzw. „inżynierskiego uproszczenia modelu” (Boulos i inni, 2006; Duzinkiewicz, Cimiński, 2005; Duzinkiewicz, Cimiński, 2006; Walski i inni, 2009) polegającego na nieuwzględnieniu w modelu systemu rurociągów mających średnice poniżej 80 [mm]. Ostatecznie model PSSW miasta Chojnice zawiera 271 rurociągów o średnicach od 80 do 500 [mm] i długościach od 10 do 4460 [m]. Parametry rurociągów uwzględnionych w modelu systemu zostały wyznaczone, wykorzystując dokumentację techniczną systemu - długość, średnica lub dane literaturowe – współczynnik chropowatości Hazena – Williamsa (Boulos i inni, 2006; Walski i inni, 2009). Uwzględniając wiek i materiał rurociągów, wartości współczynnika chropowatości wahają się w granicach od 35 (80 lat użytkowania) do 145 (nowo położone). Szczegóły dotyczące parametrów oraz usytuowanie w SW miasta Chojnice poszczególnych rurociągów przedstawione są w Załączniku 1 na rysunkach Z1.11-Z1.16 oraz w tabeli Z1.1. Bazowe wartości poborów wody dla węzłów z odbiorcą (Załącznik 1, Tabela Z1.4.) zostały oszacowane na podstawie wyciągów z księgowości Miejskich Wodociągów sp. z o.o. za okres luty-listopad 2003. Zsumowano ilość wody pobranej za ten okres i następnie podzielono przez liczbę dni w tym okresie. Otrzymano w ten sposób BWPW dla danego

„skumulowanego węzła” poboru wody. Natomiast WPW wyznaczono wykorzystując dane pomiarowe z systemu. Wartości poszczególnych BWPW, wyniesień oraz usytuowanie w SW miasta Chojnice przedstawiono w Załączniku 1 w tabeli Z1.4.

W modelu PSSW miasta Chojnice nie umieszczono żadnych zaworów, ponieważ nie ma ich także w rzeczywistym SW.

W rozprawie przyjęto, do porównywania modelu odzwierciedlającego działanie rzeczywistego miasta Chojnice i symulacji komputerowych, jako reprezentatywny okres czasu, od 1 do 30 kwietnia 2003 r. Należy dodać, że w tym miesiącu Miejskie Wodociągi sp. z o. o. korzystały z energii elektrycznej w grupie taryfowej B22. Z uwagi na fakt, iż cena jednostkowa energii elektrycznej w tej grupie taryfowej wynika z indywidualnych warunków zawartych w umowie i nie jest publicznie dostępna, w rozprawie, przyjęto ją na poziomie z dnia 29.06.2009 r. 0,3219 [zł/kWh] (Taryfa Operatora Systemu Dystrybucyjnego Energii Elektrycznej, 2009). Cena ta obejmuje zarówno cenę energii elektrycznej jak i koszty jej dystrybucji. Dodatkowo przyjęto, że w trakcie trwania strefy szczytowej cena energii elektrycznej jest dwukrotnie wyższa od ceny energii poza szczytem.

Tabela 3.5 Strefy czasowe stosowane w rozliczeniach z odbiorcami grup taryfowych B22.

Miesiąc	Strefa szczytowa	Strefa pozaszczytowa
<b>Kwiecień</b>	8 <sup>00</sup> ÷ 11 <sup>00</sup> i 19 <sup>00</sup> ÷ 21 <sup>00</sup>	11 <sup>00</sup> ÷ 19 <sup>00</sup> i 21 <sup>00</sup> ÷ 8 <sup>00</sup>





## Rozdział 4. Optymalizujące sterowanie predykcyjne hydrauliką SW

### 4.1 Sformułowanie problemu optymalizującego sterowania hydrauliką w górnej warstwie sterowania SW

Przedstawione w rozdziale 2.3.1, niniejszej pracy, wymagania stawiane trajektorii sterowania hydrauliką w górnej warstwie sterowania SW, uwzględniając wymagania techniki sterowania predykcyjnego można przedstawić w postaci:

**Ad W2.1. „minimalizować koszty sterowania”** – poprzez odpowiednie sformułowanie funkcji kryterialnej jako sumy kosztów sterowania pompami na horyzoncie sterowania  $\Xi_u$ , z krokiem dyskretyzacji  $T_h$  w postaci:

$$J_u(\mathbf{u}(\Xi_u | t_n)) = \sum_{p=1}^{\dim(P)} \sum_{k=0}^{N_u-1} [k_{\text{energii}}(k) \cdot P_p(u(t_n + k | t_n)) \cdot T_h] \quad (4.1)$$

gdzie  $k_{\text{energii}}(k)$  - koszt energii elektrycznej w  $k$ -tej chwili czasu;  $P_p(u(t_n + k | t_n))$  - moc pobierana przez pompę dla sterowania  $u(t_n + k | t_n)$  wyznaczonego w chwili czasu  $t_n$  dla  $k$ -tej chwili czasu (3.10).

**Ad W2.2. „uwzględnić wszystkie relacje występujące w obiekcie pomiędzy wielkościami wejściowymi i wyjściowymi mające wpływ na działanie SW”** – poprzez budowę modelu SW uwzględniającego wszystkie zależności pomiędzy wielkościami wejściowymi i wyjściowymi niezbędnymi do sterowania SW. W celu przewidywania reakcji sterowanego obiektu na generowane sterowanie, technika sterowania predykcyjnego wymaga modelu predykcyjnego obiektu, tzn. modelu bezpośrednio łączącego wejścia i wyjścia obiektu. Model hydrauliki SW jest dany w postaci układu równań różniczkowo-algebraicznych, który można opisać w postaci (3.26). Modele tego rodzaju nie są modelami jawnymi i nie ma możliwości uzyskania wyjścia lub stanu SW podając sterowania i zakłócenia, konieczne jest rozwiązanie tego modelu. W rozprawie do uzyskiwania odpowiedzi modelu SW na sterowanie i zakłócenia zastosowano symulator SW Epanet (Rossman, 2000), który z punktu widzenia algorytmu sterowania (zaproponowanego w rozdziale 2.3) jest modelem jawnym, w postaci:

$$\mathbf{y}_p(\Xi_p | t_n) = F_{\text{Epanet}}(\mathbf{u}(\Xi_p | t_n), \mathbf{d}_{\text{POB}}(\Xi_p | t_n), \mathbf{h}_{z,0}(t_n | t_n)) \quad (4.2)$$

gdzie  $\mathbf{y}_p(\Xi_p | t_n)$ - wektor wielkości wyjściowych z SW w postaci  $\mathbf{y}_p(\Xi_p | t_n) = [\mathbf{h}(\Xi_p | t_n)^T, \mathbf{q}(\Xi_p | t_n)^T, \mathbf{h}_z(\Xi_p | t_n)^T]^T$ ;  $\mathbf{d}_{POB}(\Xi_p | t_n)$ - wektor zakłóceń w postaci  $\mathbf{d}_{POB}(\Xi_p | t_n) = [\mathbf{d}_{POB}(t_n | t_n)^T, \dots, \mathbf{d}_{POB}(t_n + N_p | t_n)^T]^T$ ;  $\mathbf{h}_{z,0}(t_n | t_n)$ - wektor poziomów lustra wody w zbiornikach w chwili czasu  $t_n (z \in Z)$ ;  $\mathbf{h}(\Xi_p | t_n)$ - wektor naporów hydraulicznych w postaci  $\mathbf{h}(\Xi_p | t_n) = [\mathbf{h}(t_n | t_n)^T, \dots, \mathbf{h}(t_n + N_p | t_n)^T]^T$ ;  $\mathbf{q}(\Xi_p | t_n)$ - wektor natężeń przepływów w rurociągach  $\mathbf{q}(\Xi_p | t_n) = [\mathbf{q}(t_n | t_n)^T, \dots, \mathbf{q}(t_n + N_p | t_n)^T]^T$ ;  $\mathbf{h}_z(\Xi_p | t_n)$ - wektor poziomów lustra wody w zbiornikach  $\mathbf{h}_z(\Xi_p | t_n) = [\mathbf{h}_z(t_n | t_n)^T, \dots, \mathbf{h}_z(t_n + N_p | t_n)^T]^T$ .

**Ad W2.3. „utrzymanie wejść sterujących w zakładanych ograniczeniach technologicznych”**- poprzez nałożenie ograniczeń dolnego  $\mathbf{u}^{\min}$  i górnego  $\mathbf{u}^{\max}$  na wejścia sterujące – prędkości pomp i stopień otwarcia zaworów, tzn.:

$$\mathbf{u}(\Xi_p | t_n) \in \bar{\mathbf{u}} = [\mathbf{u}^{\min}, \mathbf{u}^{\max}] \quad (4.3)$$

**Ad W2.4. „spełniać ograniczenia projektowe SW”** – poprzez ograniczenie od góry wartości wyjść systemu, tzn.:

$$\mathbf{y}_p(\Xi_p | t_n) \in \bar{\mathbf{y}}_{PR} = [\mathbf{y}_{PR}^{\min}, \mathbf{y}_{PR}^{\max}] \quad (4.4)$$

gdzie  $\mathbf{y}_{PR}^{\min}, \mathbf{y}_{PR}^{\max}$  - zbiór minimalnych i maksymalnych wartości ograniczeń na wyjścia obiektu sterowania wynikające z ograniczeń projektowych poszczególnych elementów tego obiektu sterowania np.: maksymalny napór w armaturze łączącej rurociągi (węzły), minimalny i maksymalny zaprojektowany napór hydrauliczny wody w zbiornikach, maksymalna ilość pobranej wody z ujęcia w danej chwili czasu;  $PR$  - zbiór elementów SW, na które zostały nałożone ograniczenie projektowe.

**Ad W2.5. „spełniać ograniczenia operacyjne SW”**, tzn.:

**Ad W2.5a. zapewnienie przynajmniej minimalnej wartości naporu w węzłach monitorowania zagwarantuje dostarczenie pożądanej przez odbiorców ilości wody** – można uzyskać to poprzez ograniczenie dolnych wartości naporu w węzłach monitorowania, tzn.:

$$\mathbf{h}_{MO}(\Xi_p | t_n) \geq \mathbf{h}_{MO}^{\min} \quad (4.5)$$

gdzie  $h_{MO}$  - wartość naporu w węzłach monitorowania;  $h_{MO}^{\min}$  - dolna wartość ograniczenia naporu wynikająca z konieczności zapewnienia odpowiedniej ilości wody odbiorcom w węzłach monitorowania;  $MO$  - zbiór indeksów węzłów monitorowania SW.

**Ad W2.5b. dbałość o odpowiednią sprawność elementów systemu poprzez ograniczenie szybkich zmian naporu hydraulicznego w węzłach systemu** – można to uzyskać poprzez ograniczenie szybkości zmian naporu w kolejnych chwilach czasu w węzłach monitorowania systemu, tzn.

$$\begin{aligned} \Delta h_j(t_n | t_n + k, t_n + k + 1) = \\ = |h_j(t_n | t_n + k) - h_j(t_n | t_n + k + 1)| \leq \Delta h_j^{\max}; \quad \forall_{k=0, N_p-1} \quad \forall_{j \in MO} \end{aligned} \quad (4.6)$$

gdzie  $\Delta h_j^{\max}$  - maksymalna zmiana naporu hydraulicznego w  $j$ -tym węźle monitorowania wynikająca z projektowej wytrzymałości elementów systemu.

**Ad W2.5c. zapewnienie przynajmniej minimalnej ilości wody w zbiornikach do celów przeciwpożarowych** – można to osiągnąć poprzez ograniczenie naporu hydraulicznego wody w zbiornikach, tzn.:

$$h_z(\Xi_p | t_n) \geq h_z^{\min} \quad (4.7)$$

gdzie  $h_z^{\min}$  - wektor minimalnych wartości poziomu lustra wody w zbiornikach wynikających z potrzeb przeciwpożarowych.

**Ad W2.5d górne ograniczenie wartości wyjść poniżej wartości operacyjnych co zapewni odpowiednią niezawodność elementów systemu** - można to zapewnić poprzez ograniczenie wartości naporu hydraulicznego oraz natężenia przepływu w miejscach monitorowania tych wielkości. Ponieważ górne ograniczenia operacyjne zawsze znajdują się poniżej górnych wartości (lub są im równe) ograniczeń projektowych, stąd górne ograniczenie  $y_p^{\max}$  na wyjścia systemu  $y_p$  można zapisać następująco:

$$y_p \leq y^{\max} \leq y_{PR}^{\max} \quad (4.8)$$

Do tych ograniczeń możemy zaliczyć ograniczenia na:

- maksymalny napór hydrauliczny w węzłach monitorowania:

$$\mathbf{h}_{MO}(\Xi_p | t_n) \leq \mathbf{h}_{MO}^{max} \quad (4.9)$$

gdzie  $\mathbf{h}_{MO}^{max}$  - wektor maksymalnych ograniczeń na napór hydrauliczny w węzłach monitorowania.

- maksymalny napór hydrauliczny wody w zbiornikach

$$\mathbf{h}_z(\Xi_p | t_n) \leq \mathbf{h}_z^{max} \quad (4.10)$$

gdzie  $\mathbf{h}_z^{max}$  - wektor maksymalnych ograniczeń na napór hydrauliczny w zbiornikach.

**Ad W2.6. „uwzględnić zakłócenia wpływające na SW”** – zakłócenie w postaci zakłócenia pracy systemu, takie jak: awarie rurociągów czy awarie elementów sterujących (pompy, zawory) muszą być wykrywane przez nadrzędny system i informacja ta powinna być przesyłana do systemu wyznaczania sterowania np. w postaci ograniczeń na uszkodzone elementy systemu; zakłócenia w postaci poborów wody muszą być predykowane na zakładany horyzont predykcji i uwzględniane są w modelu systemu.

Do powyższych wymagań należy dodać wymagania dotyczące wykorzystania techniki sterowania predykcyjnego. W celu zapewnienia stabilności MPC należy spełnić przynajmniej dwa warunki: odpowiednia długość horyzontu predykcji oraz ograniczoność wartości zmiennych stanu na końcu horyzontu predykcji. Z badań przedstawionych w (Boulos i inni, 2006; Mays, 2000; Walskie i inni, 2009) wynika, że długość horyzontu predykcji jak i sterowania równe 24 [h] zapewnia stabilność MPC. Drugi warunek spełnia się poprzez przyjęcie założenia, że różnica pomiędzy poziomami lustra wody w zbiornikach na końcu  $t_n + N_p$  i na początku horyzontu  $t_n$  predykcji jest nie większa niż  $\Delta \mathbf{h}_z^{max}$ , tzn. :

$$\left| \mathbf{h}_z(t_n + N_p | t_n) - \mathbf{h}_z(t_n | t_n) \right| \leq \Delta \mathbf{h}_z^{max} \quad (4.11)$$

Reasumując powyższe rozważania oraz uwzględniając sformułowanie zadania (2.3), sformułowanie zadania optymalizacji sterowania hydrauliką SW w górnej warstwie hierarchicznej struktury sterowania można zapisać w postaci:

$$\mathbf{u}^*(\Xi_u | t_n) = \arg \min_{\mathbf{u}(\Xi_u | t_n)} J_u(\mathbf{u}(\Xi_u | t_n), \mathbf{y}_p(\Xi_u | t_n)) \quad (4.12)$$

z ograniczeniami

$$\mathbf{y}_p(\Xi_p | t_n) = F_{Epanet}(\mathbf{u}_{wej}(\Xi_p | t_n))$$

$$\mathbf{y}_p(\Xi_p | t_n) \in \bar{\mathbf{y}} = [\mathbf{y}^{min}, \mathbf{y}^{max}]$$

$$|\mathbf{h}_z(t_n + N_p | t_n) - \mathbf{h}_z(t_n | t_n)| \leq \Delta \mathbf{h}_z^{max}$$

$$\Delta h_j(t_n | t_n + k, t_n + k + 1) = |h_j(t_n | t_n + k) - h_j(t_n | t_n + k + 1)| \leq \Delta h_{MO}^{max}; \quad \forall_{k=0, N_p-1} \quad \forall_{j \in MO}$$

$$\mathbf{u}(\Xi_p | t_n) \in \bar{\mathbf{u}}$$

gdzie  $\mathbf{y}^{min} = [(\mathbf{h}_{MO}^{min})^T, (\mathbf{h}_z^{min})^T]^T$ ,  $\mathbf{y}^{max} = [(\mathbf{h}_{MO}^{max})^T, (\mathbf{h}_z^{max})^T, (\mathbf{q}_p^{max})^T]^T$ ,  $\bar{\mathbf{y}} \in \bar{\mathbf{y}}_{PR}$ .

## 4.2 Propozycja metody rozwiązania zadania wyznaczania optymalizującego sterowania hydrauliką SW

### 4.2.1 Charakterystyka zadania

Zadanie optymalizacji sterowania hydrauliką SW (4.12) ma następujące cechy:

- nieliniową funkcję celu;
- silnie nieliniowy model systemu opisany układem równań różniczkowo – algebraicznych (3.24);
- zmienne mieszane: dyskretne (sterowanie pompami i zaworami) oraz ciągłe (napory hydrauliczne, natężenia przepływu, sterowanie pompami i zaworami);
- ograniczenia na wartość sygnałów sterujących (prędkość pomp oraz stopień otwarcia zaworu) i wyjścia (napory hydrauliczne oraz natężenia przepływu).

Zatem, powyższe zadanie należy do klasy zadań optymalizacji nieliniowej, niewypukłej ze zmiennymi mieszanymi. Do rozwiązania tego typu zadań nie istnieją uniwersalne procedury optymalizacyjne zapewniające znalezienie optymalnego rozwiązania zapewniające wykorzystanie rozwiązania (sterowania) w procedurze MPC. Stąd, w rozprawie, proponuje się algorytm optymalizacji bazujący na modelu nominalnym SW (3.24) oraz algorytmie genetycznym jako optymalizatorze. Algorytmy genetyczne należą do grupy algorytmów probabilistycznych i mają za zadanie, przy pomocy naśladowania procesów ewolucji, pomóc w rozwiązywaniu trudnych problemów w taki sposób, w jaki radzi sobie natura (Michalewicz, 1999). Z punktu widzenia optymalizacji, algorytmy genetyczne są stochastycznymi algorytmami optymalizacji, wykorzystującymi do wyznaczenia najlepszego rozwiązania tylko funkcje przystosowania osobnika (funkcje celu). Wszystkie ograniczenia zadania optymalizacji zawarte są w tej funkcji poprzez dodanie do niej funkcji kary za naruszenie

ograniczeń (Arabas, 2004; Michalewicz, 1999). Kluczowym elementem (z punktu widzenia efektywności działania AG) jest dobór odpowiedniej jej postaci. Pozwala to na "ukierunkowanie" działania AG w taki sposób, aby najlepsze rozwiązanie spełniało założone ograniczenia.

Szczegóły dotyczące podstaw AG i jego działania można znaleźć m.in. w (Arabas, 2004; Michalewicz, 1999).

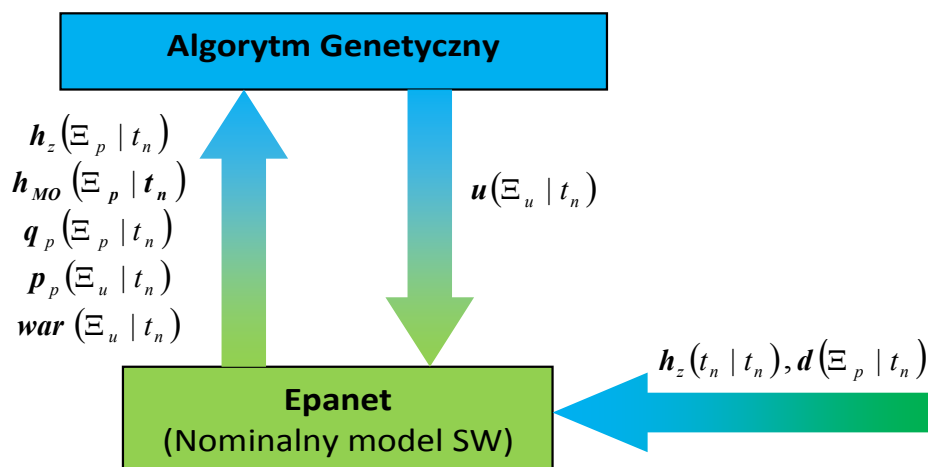
Przedstawiony w tym rozdziale algorytm optymalizacji będzie podstawą do budowy algorytmów optymalizacji wyznaczających krzepko dopuszczalne sterowanie (rozdział 6) z wykorzystaniem modelu przedziałowego SW (rozdział 5).

#### 4.2.2 Propozycja struktury wymiany informacji pomiędzy optymalizatorem a symulatorem

W rozprawie, do rozwiązania zadania optymalizacji (4.12) wykorzystano możliwość dekompozycji zbioru zmiennych (rozdzielenia zmiennych) na zmienne decyzyjne i niedecyzyjne (Deb, 2000; Drewa i inni, 2007; Trawicki, 2004; Trawicki i inni, 2003). Zmienne decyzyjne w tym zadaniu, to zmienne związane ze sterowaniem pompami SW. Natomiast zmienne niedecyzyjne to: natężenia przepływów i napory hydrauliczne. Dekompozycja ta umożliwia zmniejszenie liczby zmiennych zadania a co za tym idzie zwiększenie efektywności działania optymalizatora. Dodatkowo, rozdzielenie to, powoduje, że optymalizator nie ma informacji o efektach proponowanego sterowania, tzn. nie jest w stanie sprawdzić czy efekty działania (trajektorie wyjść) proponowanego sterowania zawierają się w przyjętych ograniczeniach. rozwiązaniem tego problemu jest wysłanie proponowanego sterowania do symulatora, który zwróci do optymalizatora trajektorie zmiennych niedecyzyjnych zadania optymalizacji. Przyjmując jako optymalizator AG a symulator Epanet, ogólną strukturę optymalizatora rozwiązującego zadanie (4.12) przedstawiono na rysunku 4.1.

Zadaniem AG jest generowanie kolejnych propozycji rozwiązań  $\mathbf{u}(\Xi_u | t_n)$  oraz ich ocena poprzez funkcje przystosowania  $J$ . Natomiast zadaniem symulatora jest generowanie trajektorii wyjść systemu (poziomy lustra wody w zbiornikach  $\mathbf{h}_z(\Xi_p | t_n)$ , naporów w węzłach monitorowania  $\mathbf{h}_{MO}(\Xi_p | t_n)$ , ilości wody pobieranej z ujęcia wody (rezerwuuar)  $\mathbf{q}_w(\Xi_p | t_n)$ , mocy pobranej przez pompy  $\mathbf{p}_p(\Xi_u | t_n)$  oraz informacji o ostrzeżeniach jakie wystąpiły w trakcie symulacji  $\mathbf{war}(\Xi_u | t_n)$  (Rossman, 2000)) dla proponowanego przez AG sterowania. Konieczne do wykonania symulacji na zadany horyzont predykcji jest dostarczenie do

symulatora wektora: predykcji poborów wody  $d(\Xi_p | t_p)$  oraz stanów początkowych zbiorników  $h_z(t_n | t_n)$ .



Rysunek 4.1 Struktura optymalizatora rozwiązującego zadanie optymalizacji (4.10).

W kolejnych rozdziałach rozprawy zaprezentowany będzie ogólny schemat działania AG oraz poszczególne elementy AG. Następnie przedstawiona będzie modyfikacja zadania (4.12) uwzględniająca zaproponowaną na rysunku 4.1 strukturę wyznaczania sterowania. W celu zwiększenia efektywności działania AG zaproponowane będą nowe operatory genetyczne.

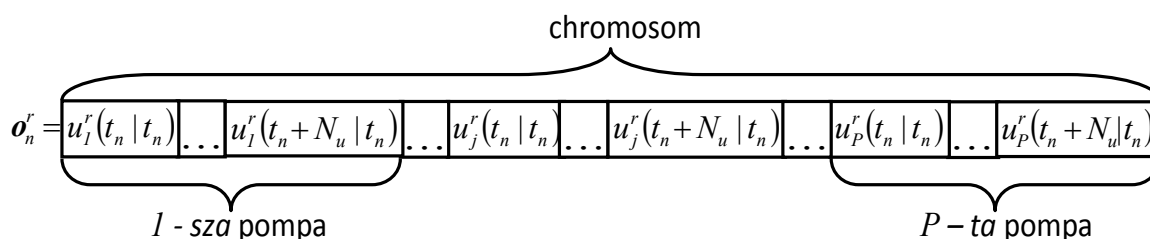
### 4.2.3 Adaptacja AG do rozwiązywania zadania optymalizującego sterowania hydrauliką SW

#### a) Struktura i metoda kodowania chromosomu AG

W rozprawie wykorzystuje się modele SW, w których każda stacja pomp (kilka współpracujących pomp) zastępowana jest przez jedną pompę zmiennoprędkościową, stąd w rozprawie przyjęto kodowanie rzeczywistoliczbowe. Na wybór metody kodowania, oprócz sposobu sterowania pompą miały wpływ badania porównawcze pomiędzy AG z kodowaniem binarnym i rzeczywistoliczbowym. Wykazały one, że AG rzeczywistoliczbowe uzyskują lepsze rezultaty, tzn. dla tego samego zadania optymalizacji (minimalizacji) ze zmiennymi ze zbioru liczb rzeczywistych uzyskano mniejsze wartości funkcji przystosowania (Arabas, 2004).

Struktura chromosomu  $\sigma_n^r$  reprezentowana jest przez  $P$  podwektorów (genów) sterowań pompami. Każdy gen zawiera  $N_u$  alleli, który reprezentuje sterowanie  $p$ -etą pompą dla chwili czasu  $t_n + i, \forall_{i \in \Xi_u}$ . Liczba alleli w osobniku uzależniona jest od: liczby pomp w modelu

systemu  $P$ , długości horyzontu sterowania  $N_u$  oraz długości kroku hydrauliki  $T_h$  i wynosi  $\dim(o) = P \cdot N_u / T_h$ . Struktura chromosomu przedstawiona jest na rysunku 4.2.



Rysunek 4.2 Struktura chromosomu AG przyjęta w rozprawie.

## b) Funkcja kryterialna AG

Jak już wcześniej wspomniano, w AG bezpośrednie wykorzystanie ograniczeń nie jest możliwe. W rozprawie wykorzystano metodę zewnętrznej funkcji kary, która jest sumowana z funkcją kryterialną zadania optymalizacji (4.12). Zmodyfikowana funkcja kryterialna AG jest w postaci:

$$J(\mathbf{u}(\Xi_u | t_n), \mathbf{y}(\Xi_p | t_n)) = J_u(\mathbf{u}(\Xi_u | t_n)) + J_k(\mathbf{u}(\Xi_u | t_n), \mathbf{y}(\Xi_p | t_n)) \quad (4.13)$$

gdzie  $J_u$  - funkcja kosztów sterowania w postaci (4.1),  $J_k$  - funkcja kary.

W rozprawie proponuje się następującą postać funkcji kary:

$$J_k = w_1 \cdot J_{model} + w_2 \cdot J_h + w_3 \cdot J_{\Delta h} + w_4 \cdot J_z + w_5 \cdot J_{\Delta z} + w_6 \cdot J_q \quad (4.14)$$

gdzie  $J_{model}$  - kara za naruszenie ograniczeń równań modelu SW (3.24),  $J_h$  - kara za naruszenie ograniczeń na napór hydrauliczny w węzłach monitorowania (4.5) i (4.9),  $J_{\Delta h}$  - kara za naruszenie ograniczenia na szybkość zmiany naporu hydraulicznego w węzłach monitorowania (4.6),  $J_z$  - kara za naruszenie ograniczenia na napór hydrauliczny w zbiornikach (4.7) i (4.10),  $J_{\Delta z}$  - kara za naruszenie ograniczenia na stan końcowy w zbiornikach (4.11),  $J_q$  - kara za naruszenie ograniczenia na maksymalną ilość wody pobraną ze źródła w ciągu jednej godziny (4.4);  $\forall_{i \in \{1,6\}} w_i$  - wagi, których wartość została dobrana eksperymentalnie w trakcie symulacji algorytmu genetycznego.

W rozprawie wybrano metodę zewnętrznej funkcji kary ze względu na charakter ograniczeń występujących w zadaniu (4.12). Uszczegóławiając, większość ograniczeń, to ograniczenia nierównościowe sprowadzające rozwiązanie zadania do pewnego obszaru rozwiązań. Co jest także cechą charakterystyczną metody zewnętrznej funkcji kary postaci



(Arabas, 2001; Findeisen i inni, 1973; Goldberg, 1998; Michalewicz, 1999). Jedyne ograniczenia równościowe wynikają z modelu SW.

Poniżej przedstawiono charakterystykę poszczególnych składników funkcji kary (4.14) oraz jej wag w odniesieniu do ograniczeń zadania (4.12).

*- Kara za naruszenie ograniczeń równań modelu SW*

Niespełnienie równań modelu (3.24) sygnalizowane jest przez symulator Epanet poprzez wygenerowanie wektora kodu ostrzeżeń  $\mathbf{war}(\Xi_p | t_n)$ , w postaci:

$$\mathbf{war}(\Xi_p | t_n) = [\mathbf{war}(t_n | t_n), \dots, \mathbf{war}(t_n + k | t_n), \mathbf{war}(t_n + N_p | t_n)] \quad (4.15)$$

Elementy tego wektora są to wartości całkowitoliczbowe, z przedziału od 0 do 6. Znaczenie poszczególnych wartości liczbowych ostrzeżeń przedstawione są w tabeli 4.1 (Rossman, 2000).

Tabela 4.1 Znaczenie wartości liczbowych ostrzeżeń z symulatora Epanet.

Wartość numeryczna ostrzeżenia	Znaczenie ostrzeżenia
0	Symulacja przebiegła bez ostrzeżeń.
1	System hydraulicznie niezbilansowany – nie rozwiązano układu równań w zakładanej liczbie iteracji.
2	System może być hydraulicznie niestabilny – nie można znaleźć rozwiązania systemu – system niestabilny numerycznie.
3	Rozłączono element systemu – rozłączono jeden lub więcej węzłów z dodatnimi poborami od źródeł wody.
4	Pompy nie mogą dostarczyć odpowiedniego naporu lub przepływu (dławienie pompy) – w króćcu tłoczącym pompy jest większy napór niż pompa jest w stanie wytworzyć przy danym sterowaniu pompą.
5	Przepływ poniżej punktu pracy – zawór regulacji przepływu nie jest w stanie regulować.
6	W trakcie symulacji, w którymś z węzłów systemu wartość ciśnienia była mniejsza od zera.

Ostrzeżenia o wartościach numerycznych 1-3 i 5 związane są głównie z SW, w których występują zawory i problemy ze współpracą pomiędzy zaworami lub/i pompami. Ponieważ testowe systemy nie zawierają zaworów w rozprawie nie uwzględnia się tych ostrzeżeń. Główna uwaga została skupiona na ostrzeżeniach związanych z kodami ostrzeżeń 0, 4 i 6.

W rozprawie przyjęto, iż wartość kodu ostrzeżenia nie ma wpływu na wartość funkcji kary, stąd wektor  $\mathbf{war}$ , którego składowymi są liczby 0, 4 i 6 zostanie zamieniony na wektor  $\mathbf{war}_2$ , który będzie zawierać liczby binarne.

$$\mathbf{war}_2(t_n + k | t_n) = \begin{cases} \mathbf{war}(t_n + k | t_n) = 0 & \text{to } 0 \\ \mathbf{war}(t_n + k | t_n) > 0 & \text{to } 1 \end{cases} \quad (4.16)$$

Składowa funkcji kary związana z ostrzeżeniami generowanymi przez symulator Epanet  $J_{model}$  ma postać:

$$J_{model} = \sum_{k=0}^{N_p-1} \mathbf{war}_2(t_n + k | t_n) \quad (4.17)$$

- Kara za naruszenie ograniczeń na napór hydrauliczny w węzłach monitorowania

Składowa funkcji kary odpowiadająca za naruszenie ograniczeń na napór hydrauliczny w węzłach monitorowania związana jest tylko z podzbiorem węzłów  $MO$ , w których monitorowany jest napór wody. Zakłada się, że wartość naporu hydraulicznego w węzłach monitorowania odzwierciedla zachowanie się naporu w wydzielonym obszarze SW, w którym umieszczony jest węzeł monitorowania.

Składowa funkcji kary odpowiadająca za naruszenie ograniczenia na napór w węzłach monitorowania ma postać:

$$J_h = \sum_{k=0}^{N_p-1} \sum_{j=1}^{dim(MO)} \left[ \left\{ \max(0, h_j(t_n + k | t_n) - h_j^{max}) \right\}^2 + \left\{ \max(0, h_j^{min} - h_j(t_n + k | t_n)) \right\}^2 \right] \quad (4.18)$$

gdzie  $\mathbf{h}_{MO}^{min} = [h_1^{min}, \dots, h_j^{min}, \dots, h_{MO}^{min}]$ ,  $\mathbf{h}_{MO}^{max} = [h_1^{max}, \dots, h_j^{max}, \dots, h_{MO}^{max}]$ ,  $\forall_{j \in MO}$ .

- Kara za naruszenie ograniczeń szybkość zmiany naporu hydraulicznego w węzłach monitorowania

Składnik funkcji kary odpowiadający za naruszenie szybkości zmian naporu w węzłach monitorowania jest w postaci:

$$J_{\Delta h} = \sum_{k=0}^{N_p-1} \sum_{j=1}^{dim(MO)} \left[ \max(0, |h_j(t_n + k | t_n) - h_j(t_n + k + 1 | t_n)| - \Delta h_{j,MO}^{max}) \right]^2 \quad (4.19)$$

gdzie  $\Delta \mathbf{h}_{MO}^{max} = [\Delta h_1^{max}, \dots, \Delta h_j^{max}, \dots, \Delta h_{MO}^{max}]$ ,  $\forall_{j \in MO}$ .

- Kara za naruszenie ograniczenia na napór hydrauliczny w zbiornikach

$$J_z = \sum_{k=0}^{N_p-1} \sum_{z=1}^{dim(Z)} \left[ \left\{ \max(0, h_z(t_n + k | t_n) - h_z^{max}) \right\}^2 + \left\{ \max(0, h_z^{min} - h_z(t_n + k | t_n)) \right\}^2 \right] \quad (4.20)$$

gdzie  $\mathbf{h}_z^{min} = [h_1^{min}, \dots, h_z^{min}, \dots, h_Z^{min}]$ ,  $\mathbf{h}_z^{max} = [h_1^{max}, \dots, h_z^{max}, \dots, h_Z^{max}]$ ,  $\forall_{z \in Z}$ .

- Kara za naruszenie ograniczenia na napór hydrauliczny w zbiornikach na końcu i początku horyzontu predykcji

$$J_{\Delta z} = \sum_{z=1}^{\dim(Z)} \left[ \left\{ \max \left( 0, \left| h_z(t_n | t_n) - h_z(t_n + N_p | t_n) \right| - \Delta h_{\Delta z}^{max} \right) \right\}^2 \right] \quad (4.21)$$

gdzie  $\Delta h_z^{max} = [\Delta h_1^{max}, \dots, \Delta h_z^{max}, \dots, \Delta h_Z^{max}]$ ,  $\forall_{z \in Z}$ .

- Kara za naruszenie ograniczenia na maksymalną ilość wody pobraną ze źródła w danej chwili czasu

Karę tę opisuje zależność:

$$J_q = \sum_{k=0}^{N_p-1} \sum_{wu=1}^{\dim(WU)} \left[ \left\{ \max \left( 0, q_{wu}(t_n + k | t_n) - q_{wu}^{max} \right) \right\}^2 \right] \quad (4.22)$$

gdzie  $q_{wu}$  - natężenia przepływów pomp pobierających wodę z ujęć,

$q_{WU}^{max} = [q_1^{max}, \dots, q_{wu}^{max}, \dots, q_{WU}^{max}]$ ,  $\forall_{wu \in WU}$ .

### c) Dobór wag funkcji kary

Sposób doboru wag funkcji kary uwzględniał dwa aspekty:

1. „hierarchię” pomiędzy poszczególnymi ograniczeniami uwzględniając:
  - a. działanie AG;
  - b. normy/przepisy/bezpieczeństwo;
2. proporcje wartości pomiędzy poszczególnymi składnikami funkcji.

#### Ad.1a

W pierwszej iteracji działania AG, populacja osobników generowana jest losowo. Prawdopodobieństwo, że któryś osobnik będzie spełniał ograniczenia modelowe jest znikome. Stąd na początku AG powinien "skupić" swoją uwagę na znalezieniu dopuszczalnego osobnika ze względu na ograniczenia modelowe. Osobnik ten może być niedopuszczalny ze względu na ograniczenia operacyjne. Stąd waga  $w_1$  musi przyjmować bardzo dużą wartość (w stosunku do pozostałych wag).

#### Ad. 1b

Ponieważ na wyjścia systemu nałożone są nie tylko ograniczenia operacyjne, ale także ograniczenia prawne, stąd przekroczenie tych ograniczeń spowoduje nałożenie kar finansowych na PWK, zatem waga  $w_6$  powinna mieć o wiele większą wartość w stosunku do wag  $w_2$ ,  $w_3$  i  $w_4$ .

**Ad. 2**

Istotne są proporcje pomiędzy składnikami funkcji kary, odpowiadającymi za jednostkowe przekroczenie ograniczeń operacyjnych lub projektowych. Na przykład, jeżeli napór jest wyrażany w [m] a przepływ w [m<sup>3</sup>/h] to przekroczenie ograniczenia o wartości 170 [m], 1 [m] nie może być tak samo karane jak przekroczenie ograniczenia o wartości 3000 [m<sup>3</sup>/h], o 1 [m<sup>3</sup>/h]. Na wartości wag przy tych składowych funkcji kary ma wpływ liczba węzłów monitorowania, ujęć wody i zbiorników. Ponadto muszą być one dobierane indywidualnie w zależności od SW.

#### 4.2.4 Sformułowanie zadania wyznaczania optymalizującego sterowania hydrauliką SW z wykorzystaniem AG

Podsumowując powyższe rozważania, zadanie optymalizacji wyznaczania optymalizującego sterowania, dostosowane do AG można przedstawić w postaci:

$$\mathbf{u}^*(\Xi_u | t_n) = \arg \min_{\mathbf{u}(\Xi_u | t_n)} [J_u(\mathbf{u}(\Xi_u | t_n)) + J_k(\mathbf{u}(\Xi_u | t_n), \mathbf{y}(\Xi_p | t_n))] \quad (4.23)$$

### 4.3 Nowe operatory genetyczne

#### 4.3.1 Założenia ogólne

W celu zwiększenia efektywności działania AG w rozprawie zaproponowano 8 nowych operatorów genetycznych zakwalifikowanych jako operatory mutacji. Działanie zaproponowanych operatorów bazuje na wykorzystywanych przez operatora SW (OSW) metodach postępowania w trakcie sterowania SW. Metody te wypracowane są na podstawie 8 zdarzeń (ostrzeżenia symulatora, wartości naporów w węzłach monitorowania, rozłożenia w czasie taryfy energetycznej, itd.), które mogą być brane pod uwagę w trakcie „ręcznego” generowania sterowania z wykorzystaniem symulatora Epanet. Przyjęto, że OSW na podstawie wyróżnionych zdarzeń przedstawił propozycje reakcji na nie. Propozycje te opierają swoje działanie na następujących założeniach:

- a) sieć wodociągową można podzielić na obszary związane z osiedlami, większymi poborcami wody, itp. (OM - obszary monitorowania),
- b) w każdym OM można wyróżnić jeden węzeł, w którym napór hydrauliczny (ciśnienie hydrauliczne) jest odzwierciedleniem naporu (ciśnienia) hydraulicznego w danym obszarze – węzeł monitorowania obszaru WMO,
- c) z każdym węzłem z pkt. b) związany jest pomiar ciśnienia;

- d) można określić wpływ poszczególnych elementów sterujących (pompa, zawór) na ciśnienie w WMO,
- e) można przypisać danemu WMO pompę, która ma wpływ na ciśnienie w tym węźle.

Zdarzenia wyróżnione przez OSW można przedstawić w następujący sposób:

1. **Ujemne ciśnienie w węźle sieci** – w dowolnym węźle SW występuje ciśnienie mniejsze niż 0 (fizycznie niemożliwe).
2. **Dławienie pompy** – ciśnienie w króćcu tłocznym pompy jest większe od ciśnienia wynikającego z charakterystyki dławionej pompy i zadanej prędkości obrotowej.
3. **Przekroczenie ograniczenia na ilość pobieranej wody z ujęcia** – w ciągu przyjętej jednostki czasu (np. równej krokowi hydrauliki  $T_h$ ) z ujęcia pobrano za dużo wody.
4. **Przekroczenie ograniczeń na napór hydrauliczny w WMO** – przekroczone dolną lub górną wartość ograniczenia na napór w danym WMO.
5. **Szybkość zmian naporu w WMO przekracza dozwolona wartość** – różnica ciśnień w dwóch kolejnych chwilach czasu przekracza dozwoloną wartość.
6. **Przekroczenie ograniczeń na napór hydrauliczny w zbiorniku** – przekroczone dolną lub górną wartość ograniczenia na stan lustra wody w zbiorniku.
7. **Przekroczenie ograniczeń na napór hydrauliczny na końcu przedziału predykcji** – stan lustra wody na początku i na końcu horyzontu predykcji muszą być sobie równe z założonym błędem.
8. **Minimalizacja kosztów sterowania** – obniżanie kosztów energii elektrycznej.

Natomiast reakcje OSW na dane zdarzenie są następujące:

1. **Ujemne ciśnienie w węźle sieci** – zidentyfikuj węzeł, w którym ciśnienie jest mniejsze od zera i zwiększ prędkość obrotową pompy związanej z tym węźle.
2. **Dławienie pompy** – zwiększ prędkość obrotową dławionej pompy lub/i obniż prędkości obrotowe pozostałych pomp w systemie.
3. **Przekroczenie ograniczenia na ilość pobieranej wody z ujęcia** – obniż prędkość obrotową pompy pobierającej wodę z danego ujęcia.
4. **Przekroczenie ograniczeń na napór w WMO** – jeżeli przekroczone dolną/górną wartość ograniczenia, to należy podwyższyć/obniżyć prędkość obrotową pompy związanej z WMO, w którym nastąpiło przekroczenie ograniczenia.
5. **Szybkość zmian naporu w WMO przekracza dozwoloną wartość** – jeżeli przekroczenie jest dodatnie, tzn. napór w danej chwili czasu jest mniejszy od naporu w chwili kolejnej, to obniż prędkość obrotową pompy odpowiadającej za napór

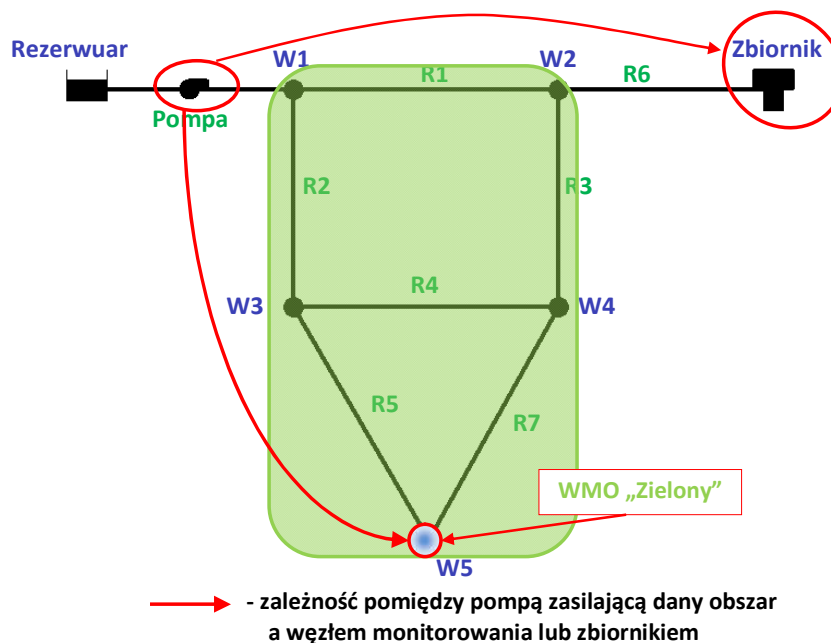
w tym WMO w kolejnej chwili czasu. Jeżeli przekroczenie jest ujemne, to obniżyć prędkość obrotową pompy w danej chwili czasu.

6. **Przekroczenie ograniczeń na napór hydrauliczny w zbiorniku** – jeżeli przekroczone dolną/górną wartość ograniczenia, to należy podwyższyć/obniżyć prędkość obrotową pompy związanej ze zbiornikiem, w którym nastąpiło przekroczenie ograniczenia.
7. **Przekroczenie wartości granicznej naporu hydraulicznego na końcu horyzontu predykcji** – jeżeli różnica pomiędzy stanem początkowym a końcowym jest dodatnia/ujemna należy podwyższyć/obniżyć (w kilku ostatnich krokach predykcji) prędkość obrotową pompy związanej ze zbiornikiem, w którym nastąpiło przekroczenie ograniczenia.
8. **Minimalizacja kosztów sterowania** – w chwilach czasu, gdy koszt sterowania jest niski/wysoki zwiększyć/zmniejszyć prędkość obrotową pomp.

Bazując na powyższych założeniach, wyróżnionych zdarzeniach oraz reakcjach OSW w rozprawie przedstawiono dwa zbiory operatorów: specjalizowane operatory genetyczne (SOG) i dedykowane operatory genetyczne dla SW Chojnice (DOGChojnice). Specjalizowane operatory genetyczne bazują na ogólnych założeniach i zdarzeniach przedstawionych przez OSW, które mogą być zastosowane również do innych SW. Natomiast DOGChojnice wykorzystują specyficzne cechy PSSW Chojnice i stanowią dostosowanie SOG do specyfiki PSSW Chojnice. Dostosowanie polega na uszczegółowieniu i precyzyjnym powiązaniu wyróżnionych w systemie elementów ze sobą oraz uwzględnieniu powiązań pomiędzy poszczególnymi elementami sterującymi (pompy).

#### 4.3.2 Podział PSSW na obszary

Dla PSSW Mała przyjęto jeden obszar zasilania o nazwie „Zielony”, w którym znajduje się jeden WMO „W5” (rysunek 4.3). Zadaniem pompy jest zasilenie zarazem obszaru „Zielonego” jak i zbiornika wody „Zbiornik”. Warunek nieujemności ciśnienia sprawdzany jest w każdym węźle modelu i każdej chwili czasu.



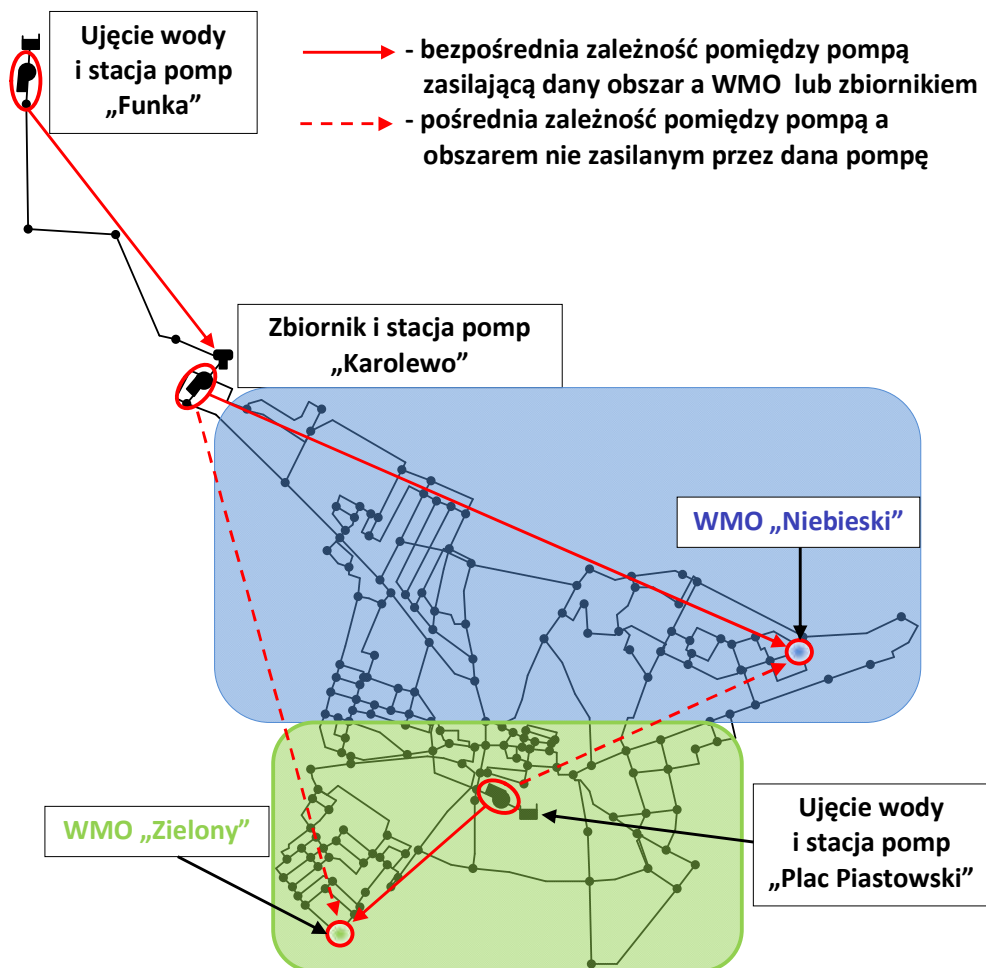
Rysunek 4.3 Podział PSSW Mała na obszary zasilania.

Dla PSSW Chojnice przyjęto podział SW na dwa obszary zasilania o nazwach „Niebieski” i „Zielony” (rysunek 4.4). Zakłada się, że:

- (i) pompa „Karolewo” pobiera wodę ze zbiornika „Karolewo” i głównie zasila obszar „Niebieski”,
- (ii) pompa „Plac Piastowski” pobiera wodę z ujęcia „Plac Piastowski” i głównie zasila obszar „zielony”.
- (iii) pompa „Funka” pobiera wodę z ujęcia „Funka” i zasila zbiornik „Karolewo”.

W wyznaczonych obszarach zasilania znajdują się WMO, w których monitorowana jest wartość naporu odzwierciedlająca charakter zmian naporu w danym obszarze.

Poniżej przedstawiono opis zdarzenia, sposób postępowania OSW na dane zdarzenie oraz propozycję specjalizowanego operatora genetycznego odzwierciedlającego metodę postępowania operatora systemu.



Rysunek 4.4 Podział PSSW Chojnice na obszary zasilania oraz pompy zasilające dane obszary.

### 4.3.3 Specjalizowane operatory genetyczne

*SOG 1. Nazwa operatora genetycznego – „Ujemne ciśnienie w węźle sieci”*

- Opis zdarzenia** – w  $j$ -tym węźle sieci i  $k$ -tym kroku hydrauliki ciśnienie przyjmuje wartość poniżej zera (wartość kodu ostrzeżenia przyjmuje w  $k$ -tym kroku hydrauliki wartość 6, tzn.  $war(t_n + k | t_n) = 6$  (rysunek 4.5).
- Schemat postępowania OSW** – podniesienie prędkości obrotowej  $p$ -tej pompy w  $k$ -tym kroku hydrauliki zasilającej obszar, w którym znajduje się  $j$ -ty węzeł.
- Specjalizowany operator genetyczny**

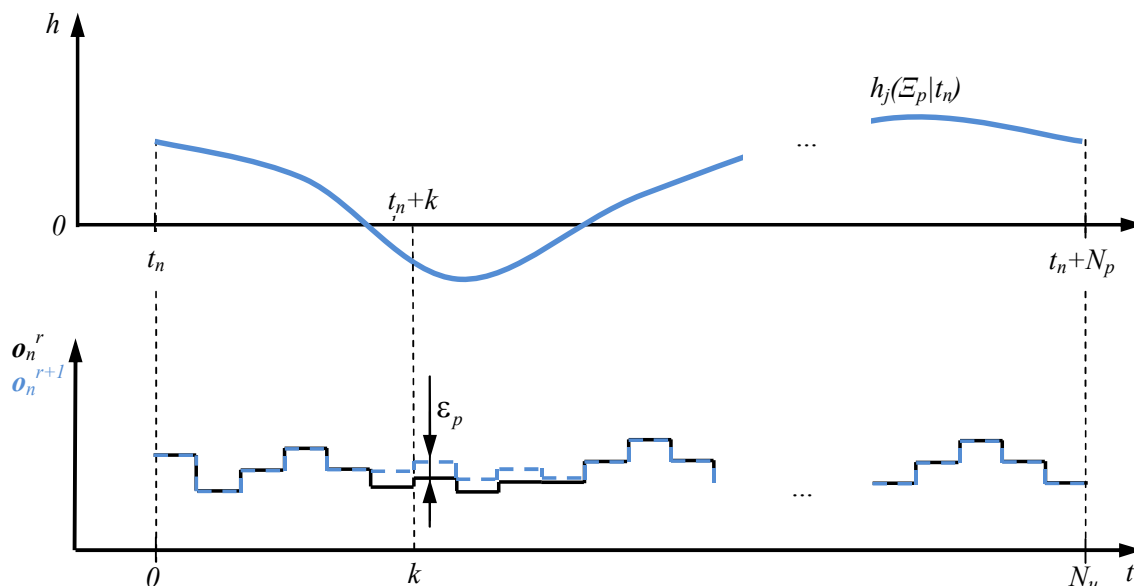
$$o_n^{r+1}((p-1) \cdot N_u + k) = o_n^r((p-1) \cdot N_u + k) + \varepsilon_p^l \quad (4.24)$$

dla  $k \rightarrow h_j(t_n + k | t_n) < 0$

Ponieważ OSW nie jest w stanie za każdym razem określić dlaczego prędkość obrotowa zwiększona jest o daną wartość, stąd w rozprawie przyjęto, że wartość ta będzie losowana z zakładanego przedziału. Dla powyższego operatora



genetycznego zachodzi  $\varepsilon_p^l \in [\varepsilon^{\min}, \varepsilon^{\max}]$ ,  $\varepsilon^{\min}, \varepsilon^{\max} \geq 0$ ;  $k \in \Xi_u$ ,  $p \in P$ . Wartości graniczne przedziałów zmienności  $[\varepsilon^{\min}, \varepsilon^{\max}]$  dla tego operatora jak i dla kolejnych zostały wyznaczone w wyniku przeprowadzenia szeregu symulacji działania danego operatora.



Rysunek 4.5 Ilustracja działania SOG – „Ujemne ciśnienie w węzle sieci”.

### SOG 2. Nazwa operatora genetycznego – „Dławienie pompy”

- Opis zdarzenia** – na króćcu tłocznym  $p$ -tej pompy w  $k$ -tym kroku hydrauliki wartość naporu wywieranego przez system jest większa od wartości naporu, którą pompa może wytworzyć, przy zadanej prędkości obrotowej w chwili  $t_n+k$ . Jeżeli wystąpi opisywana sytuacja, symulator wyłącza daną pompę i wektor ostrzeżeń przyjmuje wartość  $war(k) = 4$ .
- Schemat postępowania OSW** – podniesienie prędkości obrotowej  $p$ -tej pompy w  $k$ -tym kroku hydrauliki.
- Specjalizowany operator genetyczny**

$$o_n^{r+1}((p-1) \cdot N_u + k) = o_n^r((p-1) \cdot N_u + k) + \eta_p \quad \text{dla } k \rightarrow q_p(t_n + k | t_n) \leq 0 \quad (4.25)$$

gdzie  $\eta_p \in [\eta^{\min}, \eta^{\max}]$ ,  $\eta^{\min}, \eta^{\max} \geq 0$ .

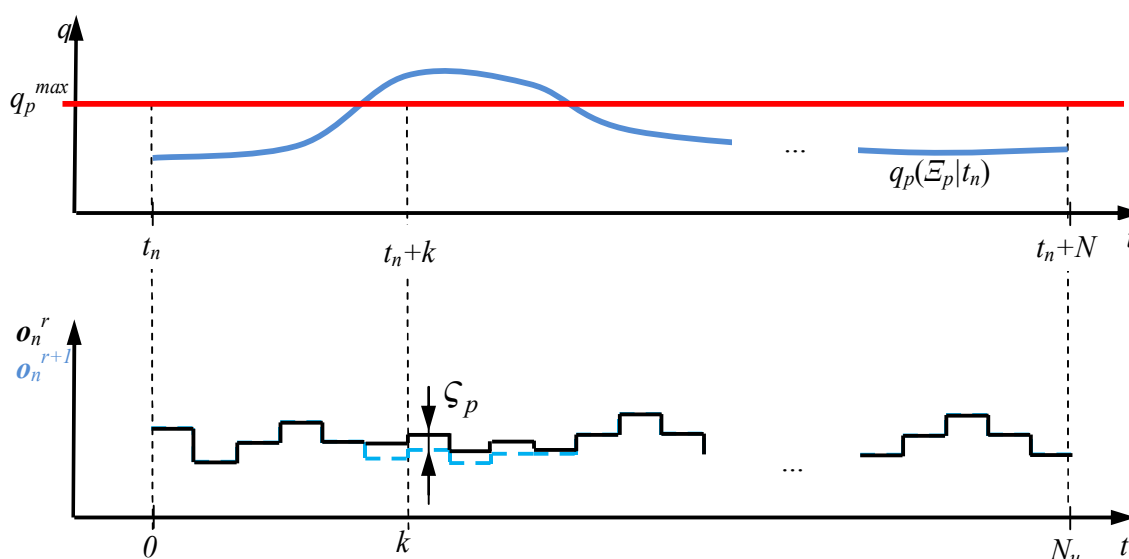
### SOG 3. Nazwa operatora genetycznego – „Przekroczenie ograniczeń na ilość pobieranej wody z ujęcia”

- a. **Opis zdarzenia** – natężenie przepływu w  $p$ -tej pompie (pobierającej wodę z ujęcia wody) i w  $k$ -tym kroku hydrauliki przekracza ograniczenia projektowe na ilość pobieranej wody z tego ujęcia (rysunek 4.6).
- b. **Schemat postępowania OSW** – jeżeli nastąpiło przekroczenie  $q_p(t_n + k | t_n) > q_p^{max}$ , to w  $k$ -tym kroku hydrauliki następuje obniżenie prędkości obrotowej  $p$ -tej pompy w  $k$ -tym kroku.
- c. **Specjalizowany operator genetyczny**

$$o_n^{r+1}((p-1) \cdot N_u + k) = o_n^r((p-1) \cdot N_u + k) + \zeta_p \quad (4.26)$$

*dla*  $k \rightarrow q_p(t_n + k | t_n) > q_p^{max}$

gdzie  $\zeta_p^l \in [\zeta_p^{min}, \zeta_p^{max}]$ ,  $\zeta_p^{min}, \zeta_p^{max} \geq 0$ .



Rysunek 4.6 Ilustracja działania SOG – „Przekroczenie ograniczeń na ilość pobieranej wody z ujęcia”.

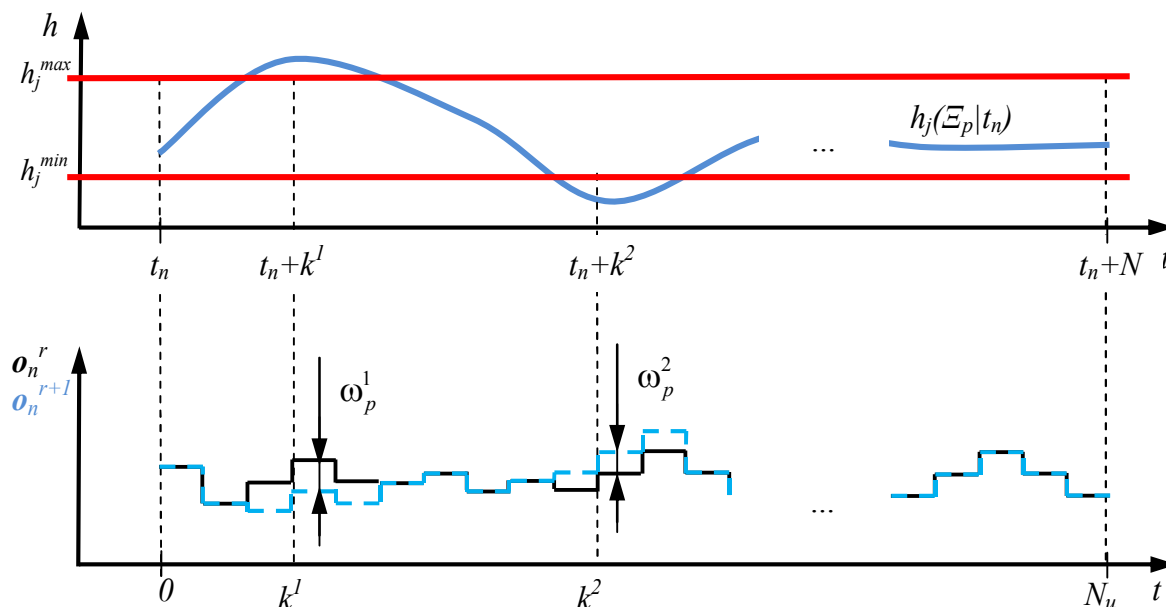
**SOG 4. Nazwa operatora genetycznego** – „Przekroczenie ograniczeń na napór w WMO”

- a. **Opis zdarzenia** – napór hydrauliczny w  $k$ -tym kroku hydrauliki i w  $j$ -tym WMO przekracza zakładane ograniczenia operacyjne (rysunek 4.7).
- b. **Schemat postępowania OSW** – jeżeli nastąpiło przekroczenie dolnego ograniczenia ( $h_j(t_n + k^1 | t_n) < h_j^{min}$ ), to prędkość  $p$ -tej pompy  $k$ -tym kroku hydrauliki jest podnoszona. Jeżeli nastąpiło przekroczenie górnego ograniczenia ( $h_j(t_n + k^2 | t_n) > h_j^{max}$ ) obniża się prędkości pompy zasilającej obszar, w którym znajduje się  $j$ -ty WMO.

### c. Specjalizowany operator genetyczny

$$\begin{aligned} o_n^{r+1}((p-1) \cdot N_u + k^1) &= o_n^r((p-1) \cdot N_u + k^1) + \omega_p^1 \quad \text{dla } k^1 \rightarrow h_j(t_n + k^1 | t_n) < h_j^{\min} \\ o_n^{r+1}((p-1) \cdot N_u + k^2) &= o_n^r((p-1) \cdot N_u + k^2) - \omega_p^2 \quad \text{dla } k^2 \rightarrow h_j(t_n + k^2 | t_n) > h_j^{\max} \end{aligned} \quad (4.27)$$

gdzie  $\omega_p^1, \omega_p^2 \in [\omega^{\min}, \omega^{\max}]$ ,  $\omega^{\min}, \omega^{\max} \geq 0, j \in MO$ .



Rysunek 4.7 Ilustracja działania SOG – „Przekroczenie ograniczeń na napór w WMO”.

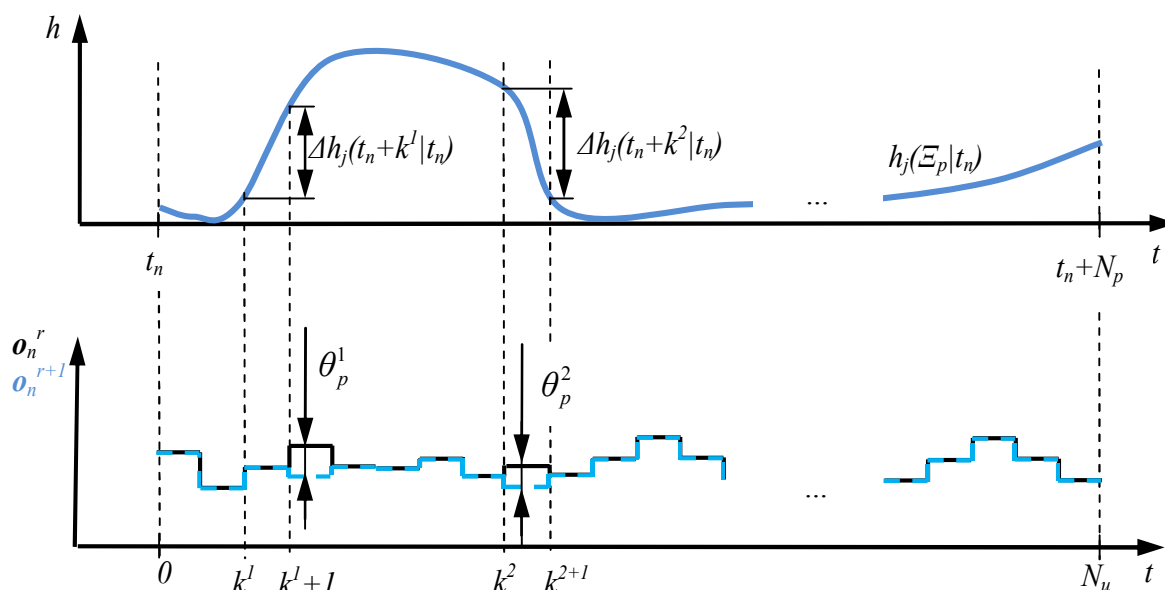
**SOG 5. Nazwa operatora genetycznego** – „Szybkość zmiany naporu w WMO przekracza dozwoloną wartość”

- Opis zdarzenia** – wartość bezwzględna z różnicy pomiędzy wartością naporu w  $k$ -tym i  $k+1$ -tym kroku hydrauliki, w  $j$ -tym WMO przekracza dozwoloną wartość  $\Delta h_j^{\max}$  (rysunek 4.8).
- Schemat postępowania OSW** – jeżeli zachodzi warunek  $\Delta h_j = h_j(t_n + k^1 | t_n) - h_j(t_n + k^1 + 1 | t_n) > \Delta h_j^{\max}$ , to następuje w  $k^1+1$ -tym kroku hydrauliki, obniżenie prędkości obrotowej  $p$ -tej pompy zasilającej obszar, w którym znajduje się  $j$ -ty WMO. Natomiast jeżeli zachodzi warunek  $\Delta h_j = h_j(t_n + k^2 | t_n) - h_j(t_n + k^2 + 1 | t_n) < -\Delta h_j^{\max}$ , to następuje w  $k^2+1$ -tym kroku hydrauliki, podwyższenie prędkości obrotowej  $p$ -tej pompy zasilającej obszar, w którym znajduje się  $j$ -ty WMO.

## c. Specjalizowany operator genetyczny

$$\begin{cases} o_n^{r+1}((p-1) \cdot N_u + k^1 + 1) = o_n^r((p-1) \cdot N_u + k^1) + \theta_p^1 & \text{dla } k^1 \rightarrow \Delta h_j(t_n + k^1 | t_n) > \Delta h_j^{max} \\ o_n^{r+1}((p-1) \cdot N_u + k^2) = o_n^r((p-1) \cdot N_u + k^2) - \theta_p^2 & \text{dla } k^2 \rightarrow \Delta h_j(t_n + k^2 | t_n) < -\Delta h_j^{max} \end{cases} \quad (4.28)$$

gdzie  $\theta_p^1, \theta_p^2 \in [\theta^{min}, \theta^{max}]$ ,  $\theta^{min}, \theta^{max} \geq 0, j \in MO$ .



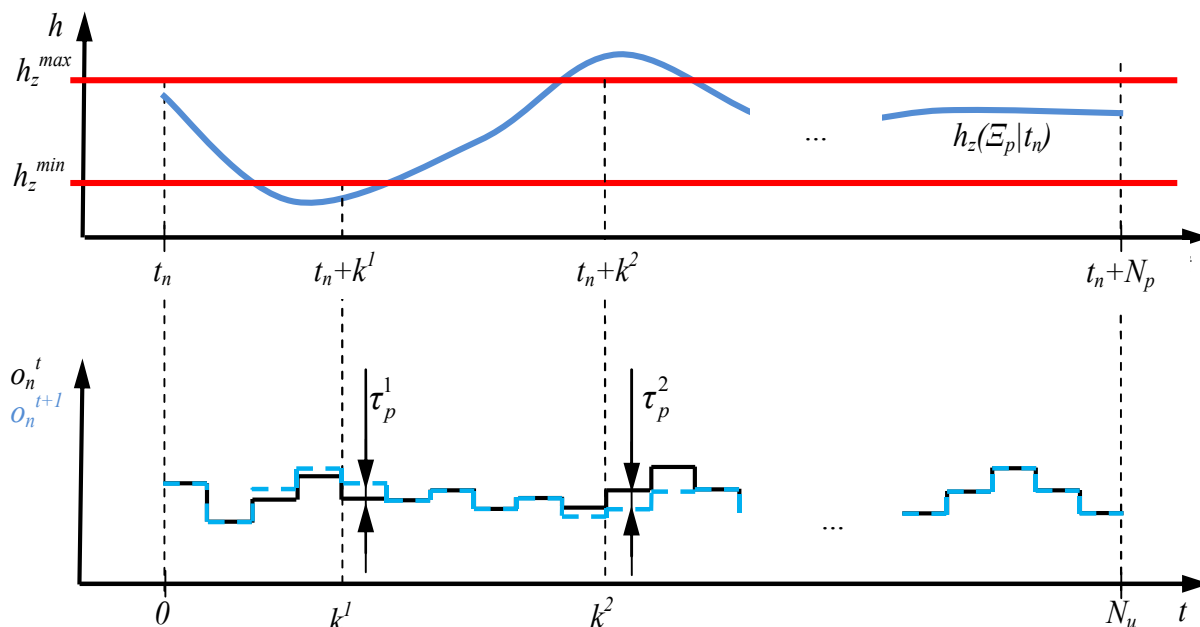
Rysunek 4.8 Ilustracja działania SOG – „Szybkość zmiany naporu przekracza dozwoloną wartość.

**SOG 6. Nazwa operatora genetycznego – Przekroczenie ograniczeń na stan lustra wody w zbiorniku**

- Opis zdarzenia** – stan lustra wody w  $z$ -tym zbiorniku, w  $k$ -tym kroku hydrauliki przekracza zakładane ograniczenia operacyjne (rysunek 4.4e).
- Schemat postępowania OSW** – jeżeli zachodzi warunek  $h_z(t_n + k^1 | t_n) > h_z^{max}$ , to w chwilach czasu  $k^1 \in I^1 = \overline{k^1 - 3, k^1 - 1}$  następuje obniżenie prędkości obrotowej  $p$ -tej pompy zasilającej obszar, w którym znajduje się  $z$ -ty zbiornik. Natomiast jeżeli zachodzi warunek  $h_z(t_n + k^2 | t_n) < h_z^{min}$ , to w chwilach czasu  $k^2 \in I^2 = \overline{k^2 - 3, k^2 - 1}$  następuje podwyższenie prędkości obrotowej  $p$ -tej pompy zasilającej obszar, w którym znajduje się  $z$ -ty zbiornik.
- Specjalizowany operator genetyczny**

$$\begin{aligned} o_n^{r+1}((p-1) \cdot N_u + I^1) &= o_n^r((p-1) \cdot N_u + I^1) + \tau_p^1 \text{ dla } k^1 \rightarrow h_z(t_n + k^1 | t_n) < h_z^{\max} \\ o_n^{r+1}((p-1) \cdot N_u + I^2) &= o_n^r((p-1) \cdot N_u + I^2) - \tau_p^2 \text{ dla } k^2 \rightarrow h_z(t_n + k^2 | t_n) > h_z^{\max} \end{aligned} \quad (4.29)$$

gdzie  $\tau_p^1, \tau_p^2 \in [\tau^{\min}, \tau^{\max}]$ ,  $\tau^{\min}, \tau^{\max} \geq 0, z \in Z$ .



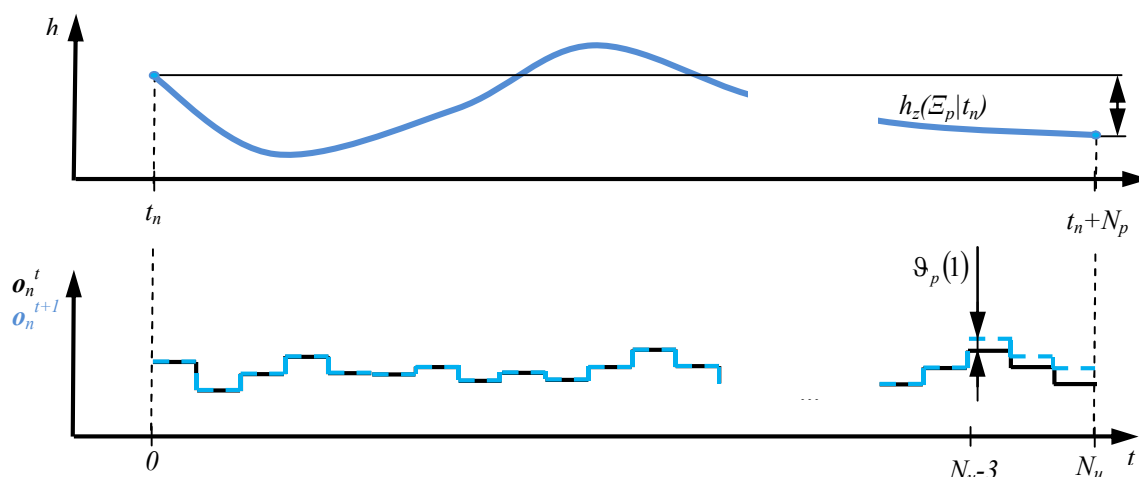
Rysunek 4. 9 Ilustracja działania SOG – „Przekroczenie ograniczeń na stan lustra wody w zbiorniku”.

**SOG 7. Nazwa operatora genetycznego** – „Przekroczenie wartości granicznej pomiędzy stanem lustra wody w zbiorniku na początku i końcu horyzontu predykcji”.

- Opis zdarzenia** – różnica pomiędzy poziomem lustra wody w z-tym zbiorniku w krokach  $k=0$  i  $k=N_p$ , przekraczają założoną wartość graniczną  $\Delta h_z^{\max}$  - ograniczenia operacyjne (rysunek 4.10).
- Schemat postępowania OSW** – Jeżeli  $\Delta h_z = h_z(t_n | t_n) - h_z(t_n + N_p | t_n) < -\Delta h_z^{\max}$ , to w krokach hydrauliki  $k \in I (I = \overline{N_u - 3, N_u - 1})$  następuje obniżenie prędkości obrotowej  $p$ -tej pompy zasilającej obszar, w którym znajduje się  $z$ -ty zbiornik. Natomiast jeżeli,  $\Delta h_z > \Delta h_z^{\max}$ , to w krokach hydrauliki  $k \in I$  następuje podwyższenie prędkości obrotowej  $p$ -tej pompy zasilającej obszar, w którym znajduje się  $z$ -ty zbiornik.
- Specjalizowany operator genetyczny**

$$o_n^{r+1}((p-1) \cdot N_u + I) = \begin{cases} o_n^r((p-1) \cdot N_u + I) - \vartheta_p & \text{dla } \Delta h_z(t_n | t_n) < -\Delta h_z^{\max} \\ o_n^r((p-1) \cdot N_u + I) + \vartheta_p & \text{dla } \Delta h_z(t_n | t_n) > \Delta h_z^{\max} \end{cases} \quad (4.30)$$

gdzie  $\mathfrak{g}_p = [\mathfrak{g}_p(1), \mathfrak{g}_p(2), \mathfrak{g}_p(3)]$ ,  $\mathfrak{g}_p(i) \in [\mathfrak{g}^{min}, \mathfrak{g}^{max}]$ ,  $\mathfrak{g}^{min}, \mathfrak{g}^{max} \geq 0$ ,  $z \in Z$ .



Rysunek 4.10 Ilustracja działania SOG – „Różnica pomiędzy stanem lustra wody w zbiorniku na początku i końcu  $\Xi_p$ ”.

SOG 8. Nazwa operatora genetycznego – „Minimalizacja kosztów sterowania”.

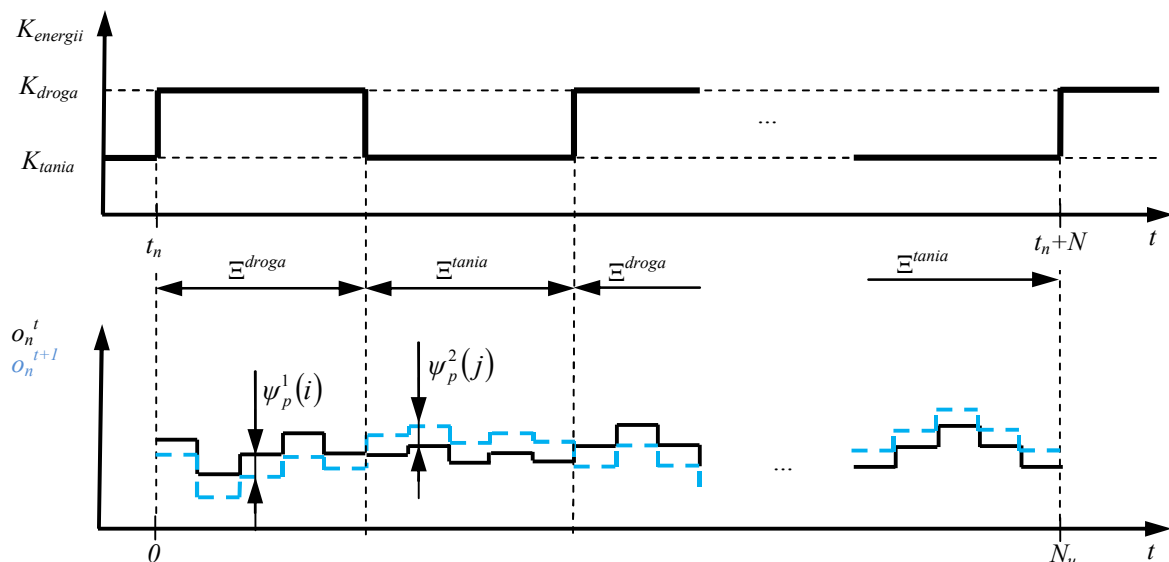
- Opis zdarzenia** – Należy minimalizować koszty energii elektrycznej (rysunek 4.11).
- Schemat postępowania OSW** – W okresach, w których energia elektryczna jest tania  $\Xi^{tania}$  i droga  $\Xi^{droga}$ . W okresach czasu, gdy energia elektryczna jest tania  $\Xi^{tania}$  pompuje się wodę do zbiorników, natomiast gdy energia elektryczna jest droga  $\Xi^{droga}$ , wypompowuje się wodę ze zbiorników.
- Specjalizowany operator genetyczny**

$$o_n^{r+1}((p-1) \cdot N_u + k) = \begin{cases} o_n^r((p-1) \cdot N_u + k) + \psi_p^1 & \text{dla } \forall k \in \Xi^{tania} \\ o_n^r((p-1) \cdot N_u + k) - \psi_p^2 & \text{dla } \forall k \in \Xi^{droga} \end{cases} \quad (4.31)$$

gdzie  $\psi_p^{tania} = [\psi_p^{tania}(1), \dots, \psi_p^{tania}(i), \dots, \psi_p^{tania}(\Xi^{tania})]$

$\psi_p^{droga} = [\psi_p^{droga}(1), \dots, \psi_p^{droga}(j), \dots, \psi_p^{droga}(\Xi^{droga})]$ ,  $\psi_p^1(i), \psi_p^2(j) \in [\psi^{min}, \psi^{max}]$

$\psi^{min}, \psi^{max} \geq 0$



Rysunek 4.11 Ilustracja działania SOG – „Minimalizacja kosztów sterowania”

#### 4.3.4 Dedykowane operatory genetyczne dla SW Chojnice

Przedstawione powyżej operatory genetyczne opisują podstawowe zdarzenia jakie mogą wystąpić w trakcie wyznaczania sterowania hydrauliką SW, przez OSW. Zaprezentowane SOG nie uwzględniają zależności występujących pomiędzy sterowanymi pompami SW. Dlatego dla PSSW Chojnice proponuje się, na bazie SOG, dedykowane operatory genetyczne (DOG) dla PSSW Chojnice. Ich działanie opiera się na pięciu zależnościach występujących pomiędzy pompami w PSSW Chojnice:

**Powiązanie 1.** Napór hydrauliczny generowany przez pompę „Funka” ma bezpośredni wpływ na zbiornik „Karolewo” i poprzez ten zbiornik pośredni wpływ na pompę „Karolewo” i „Plac Piastowski” oraz WMO "Zielony" i "Niebieski".

**Powiązanie 2.** Napór generowany przez pompę „Karolewo” ma bezpośredni wpływ na zbiornik „Karolewo”, pompę „Plac Piastowski”, WMO "Niebieski" oraz poprzez zbiornik pośredni wpływ na pompę „Funka”.

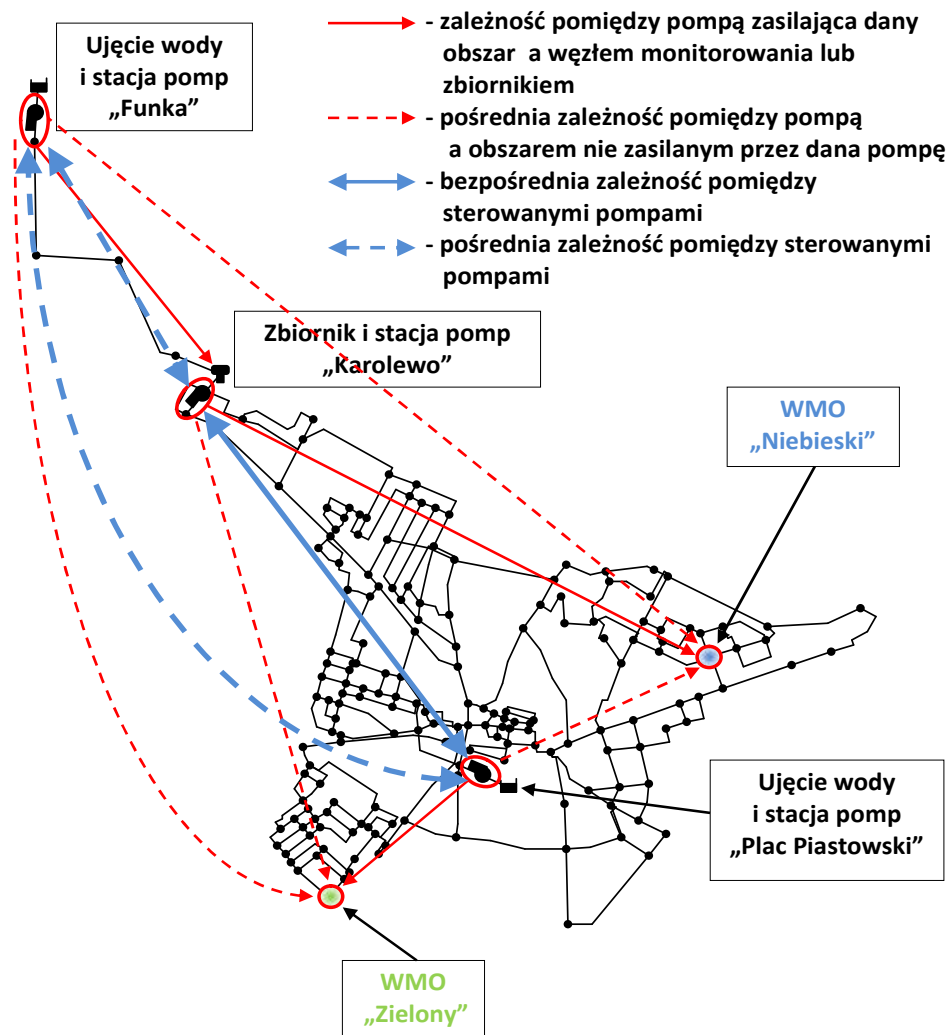
**Powiązanie 3.** Napór generowany przez pompę „Plac Piastowski” ma bezpośredni wpływ na pompę „Karolewo” i WMO "Zielony" oraz pośredni wpływ na zbiornik „Karolewo” i na pompę „Funka”.

**Powiązanie 4.** W przypadku, gdy pompa „Karolewo” jest dławiona przez pompę „Plac Piastowski” należy zwiększyć prędkość obrotową pompy „Karolewo” i zmniejszyć prędkość obrotową pompy „Plac Piastowski” (i na odwrót).

**Powiązanie 5.** Zwiększenie prędkości obrotowej pompy „Karolewo” może spowodować zdławienie pompy „Plac Piastowski” (i na odwrót), stąd w przypadku

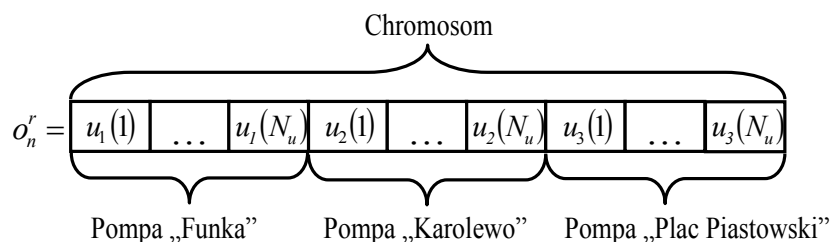
konieczności zwiększenia prędkości obrotowej pompy „Karolewo” należy także zwiększyć prędkość obrotową pompy „Plac Piastowski” (i na odwrót).

Na rysunku 4.5 przedstawiono w sposób graficzny zależności pomiędzy pompami a WMO w PSSW Chojnice.



Rysunek 4.12 Podział PSSW Chojnice na obszary zasilania oraz pompy zasilające dane obszary.

W rozprawie przyjęto założenia, iż struktura osobnika reprezentującego sterowanie PSSW Chojnice jest taka jak na rysunku 4.13.



Rysunek 4.13 Struktura chromosomu dla PSSW „Chojnice”.



Przyjmując strukturę chromosomu jak na rysunku 4.13 DOGChojnice, można przedstawić w postaci:

**DOGChojnice 1. Nazwa operatora genetycznego** – „Ujemne ciśnienie w węźle sieci Chojnice”

W PSSW Chojnice ujemne ciśnienie (w  $t_n+k$ -tej chwili czasu) może wystąpić tylko wewnątrz sieci tzn. w węzłach zasilanych przez pompy „Karolewo” i „Plac Piastowski”. Wynika to z faktu, iż ujemne ciśnienie występuje tylko w węzłach, w których ulokowane są pobory wody (Rossman, 2000). Na odcinku rurociągu pomiędzy pompą „Funka” a zbiornikiem „Karolewo” nie ma ulokowanych odbiorców wody. W związku z tym zdarzenie to bezpośrednio związane jest tylko z pompami „Karolewo” i „Plac Piastowski”. Zatem dedykowany operator genetyczny tylko podwyższa prędkość tych pomp (**Powiązanie od 2 do 4**).

**DOGChojnice 1.**

$$\begin{aligned} o_n^{r+1}(N_u + k) &= o_n^r(N_u + k) + \varepsilon_2 \text{ dla } k \rightarrow h_{\text{zielony}}(t_n + k | t_n) < 0 \\ o_n^{r+1}(2N_u + k) &= o_n^r(2N_u + k) + \varepsilon_3 \text{ dla } k \rightarrow h_{\text{niebieski}}(t_n + k | t_n) < 0 \end{aligned} \quad (4.32)$$

gdzie,  $\varepsilon_p \in [\varepsilon^{p,\min}, \varepsilon^{p,\max}]$ ,  $\varepsilon^{p,\min}, \varepsilon^{p,\max} \geq 0$ ,  $k \in \Xi_u$ .

**DOGChojnice 2. Nazwa operatora genetycznego** – „Dławienie pompy”

W PSSW Chojnice może wystąpić 6 przypadków, w których pompy są dławione. Możliwe przypadki oraz działanie DOGChojnice można przedstawić w następujący sposób:

- a) Jeżeli, w  $t_n+k$ -tej chwili czasu, dławiona jest pompa „Funka”, to należy zwiększyć prędkość obrotową pompy „Funka” oraz zwiększyć prędkość obrotową pomp „Karolewo” oraz „Plac Piastowski”. Zwiększenie prędkości pompy „Karolewo” spowoduje zmniejszenie poziomu lustra wody w zbiorniku (zmniejszenie naporu hydraulicznego oddziałującego na pompę „Funka”). Podniesienie prędkości pompy „Funka” powoduje zwiększenie ciśnienia na króćcu tłocznym pompy, a co za tym idzie zwiększenie przeciwdziałania napierającej wody ze zbiornika. Zwiększenie prędkości obrotowej pompy „Plac Piastowski” ma na celu niedoprowadzenie do zdławienia pompy (**Powiązanie 1 - 3 i 5**).

**DOGChojnice 2.1**

$$\begin{aligned}
o_n^{r+1}(k) &= o_n^r(k) + \eta_1 \text{ dla } k \rightarrow q_{Fun}(t_n + k | t_n) = 0 \\
o_n^{r+1}(N_u + k) &= o_n^r(N_u + k) + \eta_2 \text{ dla } k \rightarrow q_{Fun}(t_n + k | t_n) = 0 \\
o_n^{r+1}(2N_u + k) &= o_n^r(2N_u + k) + \eta_3 \text{ dla } k \rightarrow q_{Fun}(t_n + k | t_n) = 0
\end{aligned} \tag{4.33}$$

gdzie  $q_{Fun}$  - natężenie przepływu przez pompę Funka,  $\eta_p \in [\eta_p^{min}, \eta_p^{max}]$ ,  $\eta_p^{min}, \eta_p^{max} \geq 0$ ,  $p \in P$ .

- b) Jeżeli, w  $t_n+k$ -tej chwili czasu, dławiona jest pompa „Karolewo”, to należy zwiększyć prędkość obrotową pompy „Karolewo” oraz zmniejszyć prędkość pompy „Plac Piastowski”. Podniesienie prędkości pompy „Karolewo” powoduje zwiększenie ciśnienia na króćcu tłocznym pompy, a co za tym idzie zwiększenie przeciwdziałania napierającej wody z pompy „Plac Piastowski”. Zmniejszenie prędkości obrotowej pompy „Plac Piastowski” ma na celu zmniejszenie ciśnienia w króćcu tłocznym pompy „Karolewo” (**Powiązanie 2 - 4**).

**DOGChojnice 2.2**

$$\begin{aligned}
o_n^{r+1}(N_u + k) &= o_n^r(N_u + k) + \eta_2 \text{ dla } k \rightarrow q_{Kar}(t_n + k | t_n) = 0 \\
o_n^{r+1}(2N_u + k) &= o_n^r(2N_u + k) - \eta_3 \text{ dla } k \rightarrow q_{PP}(t_n + k | t_n) = 0
\end{aligned} \tag{4.34}$$

gdzie  $q_{Kar}, q_{PP}$  - odpowiednio, natężenie przepływu przez pompę Karolewo i Plac Piastowski,  $\eta_p \in [\eta_p^{min}, \eta_p^{max}]$ ,  $\eta_p^{min}, \eta_p^{max} \geq 0$ ,  $p \in \overline{2,3}$ .

- c) Jeżeli, w  $t_n+k$ -tej chwili czasu, dławiona jest pompa „Plac Piastowski”, to należy zwiększyć prędkość obrotową pompy „Plac Piastowski” oraz zmniejszyć prędkość pompy „Karolewo”. Podniesienie prędkości pompy „Plac Piastowski” powoduje zwiększenie ciśnienia na króćcu tłocznym pompy, a co za tym idzie zwiększenie przeciwdziałania napierającej wody z pompy „Karolewo”. Zmniejszenie prędkości obrotowej pompy „Karolewo” ma na celu zmniejszenie naporu napierającego na króćcie tłoczny pompy „Plac Piastowski” (**Powiązanie 2 - 4**).

**DOGChojnice 2.3**

$$\begin{aligned}
o_n^{r+1}(N_u + k) &= o_n^r(N_u + k) - \eta_2 \text{ dla } k \rightarrow q_{PP}(t_n + k^l | t_n) = 0 \\
o_n^{r+1}(2N_u + k) &= o_n^r(2N_u + k) + \eta_3 \text{ dla } k \rightarrow q_{PP}(t_n + k^l | t_n) = 0
\end{aligned} \tag{4.35}$$

gdzie  $\eta_p \in [\eta_p^{min}, \eta_p^{max}]$ ,  $\eta_p^{min}, \eta_p^{max} \geq 0$ ,  $p \in \overline{2,3}$ .

- d) Jeżeli, w  $t_n+k$ -tej chwili czasu, dławione są pompy „Funka” i „Plac Piastowski”, to należy zwiększyć prędkość obrotową pomp „Funka” i „Plac Piastowski” oraz zmniejszyć prędkość pompy „Karolewo” (Zależność 1 - 4).

#### DOGChojnice 2.4

$$\begin{aligned} o_n^{r+1}(k) &= o_n^r(k^l) + \eta_1 \text{ dla } k^l \rightarrow q_{Fun}(t_n + k | t_n) = 0 \\ o_n^{r+1}(N_u + k) &= o_n^r(N_u + k) - \eta_2 \text{ dla } k^l \rightarrow q_{PP}(t_n + k | t_n) = 0 \\ o_n^{r+1}(2N_u + k) &= o_n^r(2N_u + k) + \eta_3 \text{ dla } k^l \rightarrow q_{PP}(t_n + k | t_n) = 0 \end{aligned} \quad (4.36)$$

gdzie  $\eta_p \in [\eta_p^{min}, \eta_p^{max}]$ ,  $\eta_p^{min}, \eta_p^{max} \geq 0$ ,  $p \in P$ .

- e) Jeżeli w  $t_n+k$ -tej chwili czasu, dławione są pompy „Funka” i „Karolewo”, to należy zwiększyć prędkość obrotową pomp „Funka” i „Karolewo” oraz zmniejszyć prędkość pompy „Plac Piastowski” (Zależność 1 - 4).

#### DOGChojnice 2.5

$$\begin{aligned} o_n^{r+1}(k) &= o_n^r(k^l) + \eta_1 \text{ dla } k \rightarrow q_{Fun}(t_n + k | t_n) = 0 \\ o_n^{r+1}(N_u + k) &= o_n^r(N_u + k) + \eta_2 \text{ dla } k \rightarrow q_{Kar}(t_n + k | t_n) = 0 \\ o_n^{r+1}(2N_u + k) &= o_n^r(2N_u + k) - \eta_3 \text{ dla } k \rightarrow q_{Kar}(t_n + k | t_n) = 0 \end{aligned} \quad (4.37)$$

gdzie  $\eta_p \in [\eta_p^{min}, \eta_p^{max}]$ ,  $\eta_p^{min}, \eta_p^{max} \geq 0$ ,  $p \in P$ .

- f) Jeżeli, w  $t_n+k$ -tej chwili czasu, dławione są wszystkie pompy, to należy zwiększyć ich prędkość obrotową (Zależność 1 - 4).

#### DOGChojnice 2.6

$$\begin{aligned} o_n^{r+1}(k) &= o_n^r(k^l) + \eta_1 \text{ dla } k \rightarrow q_{Fun}(t_n + k | t_n) = 0 \\ o_n^{r+1}(N_u + k) &= o_n^r(N_u + k) + \eta_2 \text{ dla } k \rightarrow q_{Kar}(t_n + k | t_n) = 0 \\ o_n^{r+1}(2N_u + k) &= o_n^r(2N_u + k) + \eta_3 \text{ dla } k \rightarrow q_{PP}(t_n + k | t_n) = 0 \end{aligned} \quad (4.38)$$

gdzie  $\eta_p \in [\eta_p^{min}, \eta_p^{max}]$ ,  $\eta_p^{min}, \eta_p^{max} \geq 0$ ,  $p \in \overline{2,3}$ .

**DOGChojnice 3. Nazwa operatora genetycznego – „Przekroczenie ograniczeń na ilość pobieranej wody z ujęcia”.**

Zdarzenie to dotyczy dwóch pomp „Funka” i „Plac Piastowski”, które pobierają wodę z ujęć.

- a) Jeżeli, w  $t_n+k$ -tej chwili czasu, z ujęcia „Funka” może nastąpić przekroczenie ograniczenia na ilość pobranej wody, to należy zmniejszyć prędkość pompy „Funka” i zwiększyć prędkość pompy „Karolewo” oraz „Plac Piastowski”.

### DOGChojnice 3.1

$$\begin{aligned} o_n^{r+1}(k) &= o_n^r(k) - \varsigma_1 \text{ dla } k \rightarrow q_{Fun}(t_n+k | t_n) > q_{Fun}^{max} \\ o_n^{r+1}(N_u+k) &= o_n^r(N_u+k) + \varsigma_2 \text{ dla } k \rightarrow q_{Kar}(t_n+k | t_n) > q_{Kar}^{max} \\ o_n^{r+1}(2N_u+k) &= o_n^r(2N_u+k) + \varsigma_3 \text{ dla } k \rightarrow q_{PP}(t_n+k | t_n) > q_{PP}^{max} \end{aligned} \quad (4.39)$$

gdzie  $\varsigma_p \in [\varsigma_p^{min}, \varsigma_p^{max}]$ ,  $\varsigma_p^{min}, \varsigma_p^{max} \geq 0$ ,  $p \in P$ .

- b) Jeżeli w  $t_n+k$ -tej chwili czasu, z ujęcia „Plac Piastowski” może nastąpić przekroczenie ograniczenia na ilość pobranej wody, to należy zmniejszyć prędkość obrotową pompy „Plac Piastowski” oraz „Karolewo”.

### DOGChojnice 3.2

$$\begin{aligned} o_n^{r+1}(N_u+k) &= o_n^r(N_u+k) - \varsigma_2 \text{ dla } k \rightarrow q_{PP}(t_n+k | t_n) > q_1^{max} \\ o_n^{r+1}(2N_u+k) &= o_n^r(2N_u+k) - \varsigma_3 \text{ dla } k \rightarrow q_{PP}(t_n+k | t_n) > q_1^{max} \end{aligned} \quad (4.40)$$

gdzie  $\varsigma_p \in [\varsigma_p^{min}, \varsigma_p^{max}]$ ,  $\varsigma_p^{min}, \varsigma_p^{max} \geq 0$ ,  $p \in \overline{2,3}$ .

### DOGChojnice 4. Nazwa operatora genetycznego – „Przekroczenie ograniczeń na napór w WMO”.

Zdarzenie to dotyczy pomp „Karolewo” i „Plac Piastowski”, które zasilają OM, w których znajdują się WMO. Ze względu na bezpośredni wpływ pomp na siebie oraz na OM można przyjąć, że jeżeli w którymś z WMO nastąpiło przekroczenie dolnego ograniczenia na napór hydrauliczny, to podwyższone są prędkości w obu pompach. Natomiast, jeżeli przekroczone zostało górne ograniczenie, to obniża się prędkości tych pomp (Powiązanie 2, 3 i 5).

### DOGChojnice 4

$$o_n^{r+1}((p-1) \cdot N_u+k) = \begin{cases} o_n^r((p-1) \cdot N_u+k) + \omega_p^1 & \text{dla } k \rightarrow h_j(t_n+k | t_n) < h_j^{min} \\ o_n^r((p-1) \cdot N_u+k) - \omega_p^2 & \text{dla } k \rightarrow h_j(t_n+k | t_n) > h_j^{max} \end{cases} \quad (4.41)$$

gdzie,  $\omega_p^1, \omega_p^2 \in [\omega_p^{min}, \omega_p^{max}]$ ,  $\omega_p^{min}, \omega_p^{max} \geq 0$ ,  $p = \overline{2,3}$ ,  $j \in MO = \{Zielony, Niebieski\}$ .

**DOGChojnice 5. Nazwa operatora genetycznego** – „Szybkość zmiany naporu w WMO przekracza dozwoloną wartość”.

Zdarzenie to dotyczy pomp „Karolewo” i „Plac Piastowski”, które zasilają OM, w których znajdują się WMO. Ze względu na bezpośredni wpływ pomp na siebie można przyjąć, że jeżeli w którymś WMO nastąpiło przekroczenie tego ograniczenia, to podwyższone lub obniżane są prędkości w obu rozważanych pompach w odpowiednich chwilach czasu (Powiązanie 2, 3 i 5).

**DOGChojnice 5**

$$\begin{cases} o_n^{r+1}((p-1) \cdot N_u + k + 1) = o_n^r((p-1) \cdot N_u + k) + \theta_p^1 & \text{dla } k \rightarrow \Delta h_j(t_n + k | t_n) > \Delta h^{max} \\ o_n^{r+1}((p-1) \cdot N_u + k) = o_n^r((p-1) \cdot N_u + k) - \theta_p^2 & \text{dla } k \rightarrow \Delta h_j(t_n + k | t_n) < -\Delta h^{max} \end{cases} \quad (4.42)$$

gdzie,  $\theta_p^1, \theta_p^2 \in [\theta_p^{min}, \theta_p^{max}]$ ,  $\theta_p^{min}, \theta_p^{max} \geq 0, \tau$ .

**DOGChojnice 6. Nazwa operatora genetycznego** – „Przekroczenie ograniczeń na stan lustra wody w zbiorniku”.

Zdarzenie to dotyczy pompy „Funka”, która zasila zbiornik oraz pośrednio pompy „Karolewo” i „Plac Piastowski”. Jeżeli nastąpiło przekroczenie górnego ograniczenia na stan lustra wody w zbiorniku to należy zmniejszyć prędkość obrotową pompy „Funka” oraz zwiększyć pompy „Karolewo” w chwilach czasu  $I = \overline{k-3, k-1}$ . Ponieważ zwiększenie prędkości obrotowej pompy może doprowadzić do zdławienia pompy „Plac Piastowski” należy na tej pompie także zwiększyć prędkość obrotową (Powiązanie 1, 2, 5). Jeżeli przekroczone jest dolne ograniczenie to działanie jest odwrotne.

**DOGChojnice 6**

$$\begin{aligned} o_n^{r+1}((p-1) \cdot H_u + I) &= \begin{cases} o_n^r(I) + \tau_1 \\ o_n^r(H_u + I) - \tau_2 \\ o_n^r(2 \cdot H_u + I) - \tau_3 \end{cases} & \text{dla } k \rightarrow h_z(t_n + k | t_n) < h_z^{min} \\ o_n^{r+1}((p-1) \cdot H_u + I) &= \begin{cases} o_n^r(I) - \tau_1 \\ o_n^r(H_u + I) + \tau_2 \\ o_n^r(2 \cdot H_u + I) + \tau_3 \end{cases} & \text{dla } k \rightarrow h_z(t_n + k | t_n) > h_z^{max} \end{aligned} \quad (4.43)$$

gdzie,  $\tau_p = [\tau_p(1), \tau_p(2), \tau_p(3)]$ ,  $\tau_p(i) \in [\tau_p^{min}, \tau_p^{max}]$ ,  $\tau_p^{min}, \tau_p^{max} \geq 0, p \in P$ .

**DOGChojnice 7.** Nazwa operatora genetycznego – „Różnica pomiędzy stanem lustra wody w zbiorniku na początku i końcu horyzontu predykcji”

Zdarzenie to dotyczy pompy „Funka”, która zasila zbiornik oraz pośrednio pompy „Karolewo” i „Plac Piastowski”. Jeżeli końcowy stan lustra wody w zbiorniku jest większy niż początkowy to należy zmniejszyć prędkość obrotową pompy „Funka” oraz zwiększyć pompy „Karolewo” w chwilach czasu  $I = \overline{N_u - 3, N_u - 1}$ . Ponieważ zwiększenie prędkości obrotowej pompy może doprowadzić do zdławienia pompy „Plac Piastowski” należy na tej pompie także zwiększyć prędkość obrotową (Powiązanie 1, 2, 5). Jeżeli przekroczone jest dolne ograniczenie, to działanie jest odwrotne.

**DOGChojnice 7**

$$o_n^{r+1}((p-1) \cdot H_u + I) = \begin{cases} o_n^r(I) + \vartheta_1 \\ o_n^r((p-1) \cdot N_u + I) - \vartheta_2 \\ o_n^r((p-1) \cdot N_u + I) - \vartheta_3 \\ o_n^r(I) - \vartheta_1 \\ o_n^r((p-1) \cdot N_u + I) + \vartheta_2 \\ o_n^r((p-1) \cdot N_u + I) + \vartheta_3 \end{cases} \begin{matrix} \text{dla } \Delta h_z < -\Delta h_z^{\max} \\ \\ \\ \text{dla } \Delta h_z > \Delta h_z^{\max} \\ \\ \end{matrix} \quad (4.44)$$

gdzie  $\vartheta_p = [\vartheta_p(1), \vartheta_p(2), \vartheta_p(3)]$ ,  $\vartheta_p(i) \in [\vartheta_p^{\min}, \vartheta_p^{\max}]$ ,  $\vartheta_p^{\min}, \vartheta_p^{\max} \geq 0, p \in P, z \in Z$ .

Możliwe jest zbudowanie operatorów genetycznych uwzględniających zarówno pompy jak i zawory istniejące w systemie. W rozprawie ze względu na brak zaworów w rozważanych SW nie podjęto prób ich budowy.

Wszystkie przedstawione w rozprawie specjalizowane i dedykowane operatory genetyczne nie uwzględniają ograniczeń na przedział zmienności poszczególnych alleli osobnika. Dlatego, jeżeli wartość allelu  $o_n^r$  po modyfikacji, przekroczy dolną  $o_n^{\min}$  lub górną  $o_n^{\max}$  wartość ograniczenia dla tego allelu to przyjmuje się, że:

$$o_n^r(i) = \begin{cases} o_n^{\min}(i) & \text{jeżeli } o_n^r(i) > o_n^{\max}(i) \\ o_n^{\max}(i) & \text{jeżeli } o_n^r(i) < o_n^{\min}(i) \end{cases} \quad i \in \overline{1, \dim(o_n^r)} \quad (4.45)$$

#### 4.4 Badania testowe algorytmu rozwiązywania zadania wyznaczenia optymalizującego sterowania hydrauliką SW dla przykładowych SW

W celu wykazania efektywności działania SOG oraz efektywności zaproponowanego optymalizatora przeprowadzono dwa eksperymenty:

- 1) *Eksperyment 1* - miał na celu wyznaczenie najlepszych kombinacji operatorów genetycznych i polegał na porównaniu średnich wartości funkcji przystosowania AG dla różnych kombinacji operatorów genetycznych (mutacji i krzyżowania) zaprezentowanych w podrozdziałach 4.3.3 oraz 4.3.4;
- 2) *Eksperyment 2* - miał na celu wyznaczenie wielkości populacji AG (liczby osobników) biorąc pod uwagę sumaryczne koszty sterowania (suma z całego horyzontu sterowania) oraz średni czas obliczeń.

Charakterystykę poszczególnych SW oraz niektóre parametry systemu przedstawiono w rozdziale 3 oraz załączniku 1. Do badań przyjęto następujące parametry symulacji i ograniczenia operacyjne (tabela 4.2).

##### 4.4.1 Eksperyment 1 - efektywność działania SOG i DOGChojnice

###### Opis eksperymentu 1

W celu wykazania efektywności działania zaproponowanych SOG i DOGChojnice uruchomiono 20 razy AG z różnymi kombinacjami operatorów krzyżowania i mutacji. Z tym, że operator krzyżowania zawsze był którymś z operatorów z literatury (Arabas, 2001). Natomiast operator mutacji był operatorem zaproponowanym w rozprawie lub losowo wybierano operator zaproponowany w rozprawie lub operator mutacji rzeczywistoliczbowy z literatury (Arabas, 2001). Prawdopodobieństwo wylosowania danego operatora wynosiło 0,5. Algorytm rozpoczął swoje działanie zawsze z tej samej populacji początkowej i działał przez kolejnych 200 iteracji. Możliwe kombinacje operatorów mutacji i krzyżowania przedstawia tabeli 4.5.

Przedstawione algorytmy zostały zaimplementowane w środowisku obliczeniowym Matlab/Simulink 2016a, na komputerze klasy PC Intel Core i7 (16 GB RAM) z Windows 10 (32 bit).

Tabela 4. 2 Ograniczenia operacyjne i parametry symulacji

Nazwa parametru	Wartość parametru	
	PSSW Mała	PSSW Chojnice
Długość horyzontu predykcji sterowania $N_p = N_u$ [h]	24	24
Długość kroku hydrauliki $T_h$ [h]	1	1
Nazwa węzła pomiarowego	WMO „Zielony”	WMO „Zielony” WMO „Niebieski”
Wartość graniczne naporu w WMO [ $h^{min}$ , $h^{max}$ ] [m]	[37; 44]	[199; 210] [195; 210]
Nazwy zbiorników	„Zbiornik”	„Karolewo”
Napór hydrauliczny w zbiorniku na początku symulacji [m]	42	169,6
Wartości graniczne naporu hydraulicznego w zbiorniku [ $h_z^{min}$ , $h_z^{max}$ ] [m]	[40,5; 44,5]	[167,2; 170,8]
Nazwy sterowanych pomp	„Pompa”	„Funka” „Karolewo” „Plac Piastowski”
Wartości graniczne natężenia przepływu przez pompy [ $q^{min}$ , $q^{max}$ ]	[0; 8] [l <sup>3</sup> /s]	„Funka” = [0; 330] [m <sup>3</sup> /h] „Karolewo” = [0; 400] [m <sup>3</sup> /h] „Plac Piastowski” = [0; 140] [m <sup>3</sup> /h]
Liczba wyznaczanych zmiennych	24	72

Tabela 4. 3 Kombinacje operatorów genetycznych testowanych w *Eksperymencie 1*

L.p.	Operator genetyczny	
	Mutacji	Krzyżowania
1	SOG/DOGChojnice	arytmetyczne
2	SOG/DOGChojnice	jednopunktowe
3	SOG/DOGChojnice	mieszane
4	nierównomierna, SOG/DOGChojnice	arytmetyczne
5	nierównomierna, SOG/DOGChojnice	jednopunktowe
6	nierównomierna, SOG/DOGChojnice	mieszane
7	nierównomierna	arytmetyczne
8	nierównomierna	jednopunktowe
9	nierównomierna	mieszane
10	bezpośrednia, SOG/DOGChojnice	arytmetyczne
11	bezpośrednia, SOG/DOGChojnice	jednopunktowe
12	bezpośrednia, SOG/DOGChojnice	mieszane
13	bezpośrednia	arytmetyczne
14	bezpośrednia	jednopunktowe
15	bezpośrednia	mieszane

Dla powyższych operatorów genetycznych oraz AG przyjęto parametry jak w tabeli 4.6.

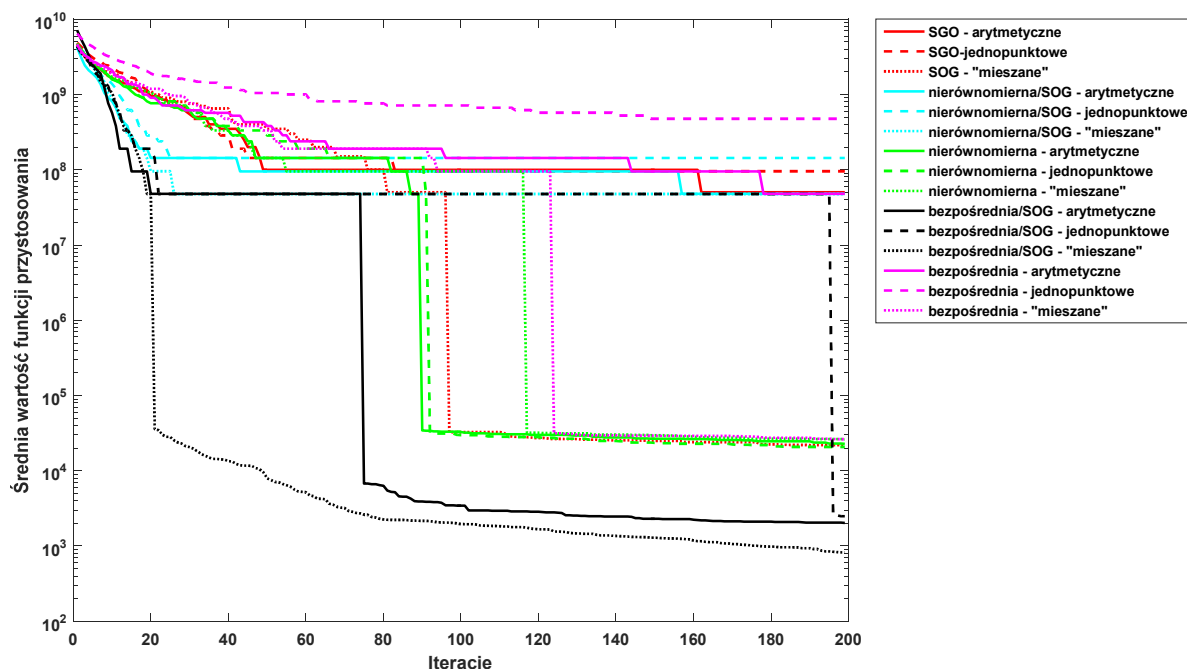


Tabela 4. 4 Parametry AG oraz SOG i DOGChojnice w *Eksperymencie 1*

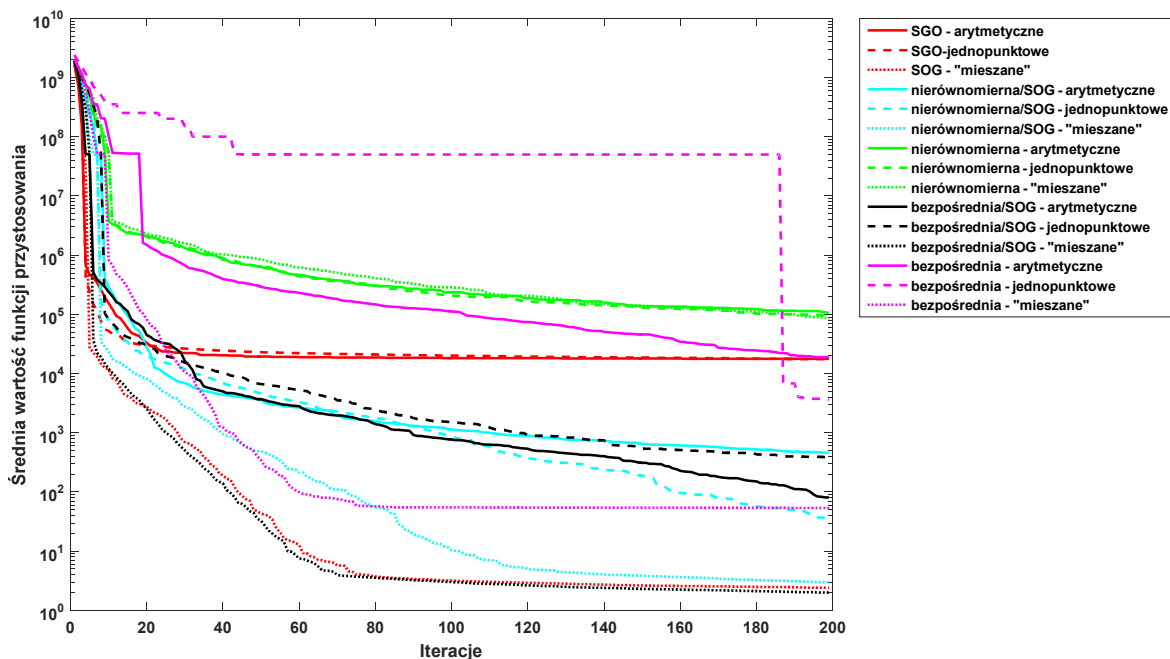
Rodzaj parametru	Wartość parametru	
	PSSW Mała	PSSW Chojnice
Liczba osobników	50	50
Rodzaj metody selekcji	Ruletki	Ruletki
Prawdopodobieństwo mutacji	0,4 (SOG)	0,4 (DOGChojnice)
Prawdopodobieństwo krzyżowania	0,95	0,95
Wartości wag funkcji celu $w_i$ (4.14)	$\{10^9, 500, 10, 5000, 500, 10^5\}$	$\{10^9, 5, 10, 5000, 1000, 10^5\}$
SOG1/DOGChojnice 1 $[\varepsilon_p^{min}, \varepsilon_p^{max}]$	[0; 0,04]	[0; 0,04]
SOG2/DOGChojnice 2 $[\eta_p^{min}, \eta_p^{max}]$	[0; 0,04]	[0; 0,04]
SOG3/DOGChojnice 3 $[\zeta_p^{min}, \zeta_p^{max}]$	[0; 0,05]	[0; 0,05]
SOG4/DOGChojnice 4 $[\omega_p^{min}, \omega_p^{max}]$	[0; 0,03]	[0; 0,05]
SOG5/DOGChojnice 5 $[\theta_p^{min}, \theta_p^{max}]$	[0; 0,03]	[0; 0,05]
SOG6/DOGChojnice 6 $[\tau_p^{min}, \tau_p^{max}]$	[0; 0,04]	[0; 0,06]
SOG7/DOGChojnice 7 $[\varrho_p^{min}, \varrho_p^{max}]$	[0; 0,04]	[0; 0,05]

### Wyniki *Esperymentu 1*- efektywność działania SOG i DOGChojnice

Na rysunku 4.14 i 4.15 przedstawiono średnią wartość funkcji przystosowania dla najlepszych osobników z danych populacji dla poszczególnych kombinacji operatorów genetycznych dla PSSW Mała oraz PSSW Chojnice.



Rysunek 4.14 Średnia wartość funkcji przystosowania dla różnych kombinacji operatorów mutacji i krzyżowania na przykładzie PSSW Mała.



Rysunek 4.15 Średnia wartość funkcji przystosowania dla różnych kombinacji operatorów mutacji i krzyżowania na przykładzie PSSW Chojnice.

### Wnioski - efektywność działania SOG i DOGChojnice

Wyniki symulacji przedstawione na rysunku 4.14 i 4.15 wskazują na znaczne poprawienie średniej wartości funkcji przystosowania osobników dla przypadków, gdy zastosowano SOG lub DOGChojnice.

Dla PSSW Mała najlepsze wyniki uzyskuje się dla kombinacji operatora: mutacji SOG i krzyżowania „mieszane” (3,4).

Dla PSSW Chojnice najlepsze wyniki uzyskuje się dla operatorów (w nawiasie wartość średnia funkcji przystosowania w 200-tnej iteracji):

- mutacja bezpośrednia, DOGChojnice i krzyżowania „mieszane” (821);
- mutacja bezpośrednia, DOGChojnice i krzyżowania arytmetyczne (2032);
- mutacja bezpośrednia, DOGChojnice i krzyżowania jedn punktowe (2491).

Podsumowując:

- zastosowanie SOG/DOGChojnice w AG znacznie zwiększa efektywność działania AG;
- wybór najlepszej kombinacji operatorów krzyżowania i mutacji zależy od SW;
- najlepsza kombinacja dla rozważanych PSSW, to zastosowanie operatorów mutacji bezpośredniej i SOG/DOGChojnice oraz operatora krzyżowania „mieszane”.

#### 4.4.2 Eksperyment 2 - efektywności działania algorytmu optymalizującego sterowania hydrauliką SW dla różnych wielkości populacji

Celem drugiego eksperymentu jest określenie wielkości populacji AG pozwalającej na wyznaczenie sterowania z jak najmniejszą wartością funkcji przystosowania w jak najkrótszym czasie. Do porównania wybrano wielkości populacji: 50, 100, 150, 200, 250 i 300 osobników dla PSSW Mała i Chojnice. Dodatkowo dla PSSW Chojnice, porównano sumaryczne koszty sterowania (suma kosztów sterowania pompami w PSSW Chojnice na horyzoncie symulacji) wyznaczonego przez algorytm OSPHSW z oszacowaniami kosztów sterowania dla rzeczywistego SW Chojnice (aktualny sposób sterowania - ASS).

Eksperyment polegał na symulacji algorytmu sterowania na horyzoncie symulacji równym 24 [h] dla PSSW Mała oraz 720 [h] dla PSSW Chojnice. Jako długość horyzontu symulacji rozumiana jest, jako liczbę uruchomień algorytmu predykcyjnego z przesuwym horyzontem dla kolejnych kroków czasowych  $k$ . Przyjmując, że dla przykładowych SW krok sterowania i predykcji równy jest 1 godzina, stąd algorytm sterowania dla PSSW Mała został uruchomiony 24 razy a dla PSSW Chojnice 720 razy.

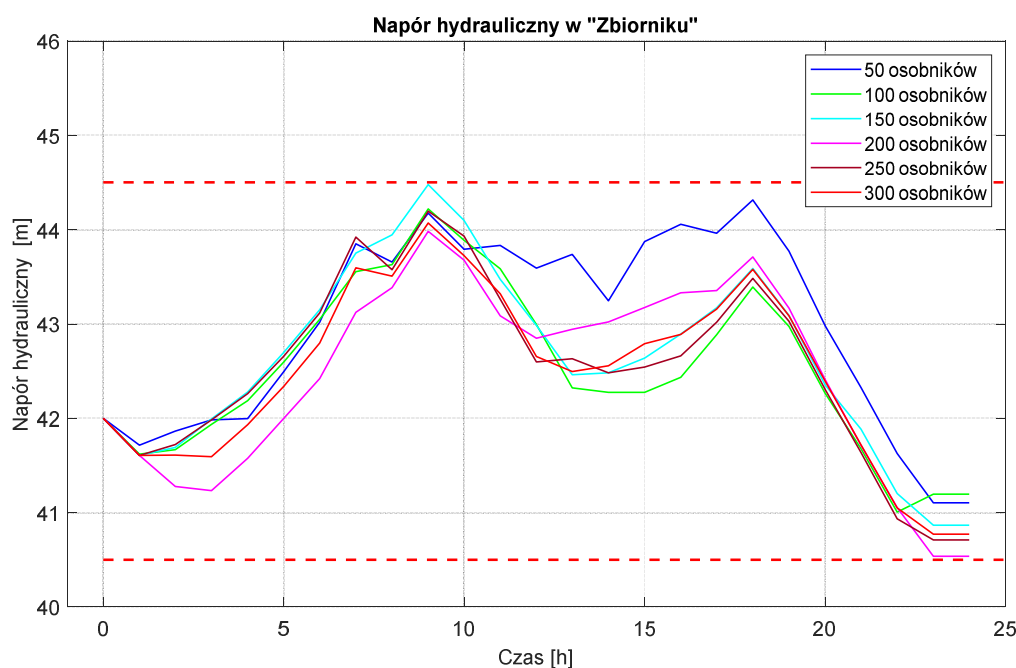
Jako kryteria zatrzymania AG wybrano kryterium: minimalnej szybkości poprawy oraz maksymalnej liczby generacji. Kryterium szybkości poprawy zadziała jeżeli przez kolejne 10 populacji wartość najlepszego osobnika nie zmieni się więcej niż o  $\Delta f = 10^{-3}$ . Dla kryterium maksymalnej liczby generacji zatrzymanie algorytmu następuje po przekroczeniu 200 generacji.

#### Wyniki eksperymentu 2 dla PSSW Mała

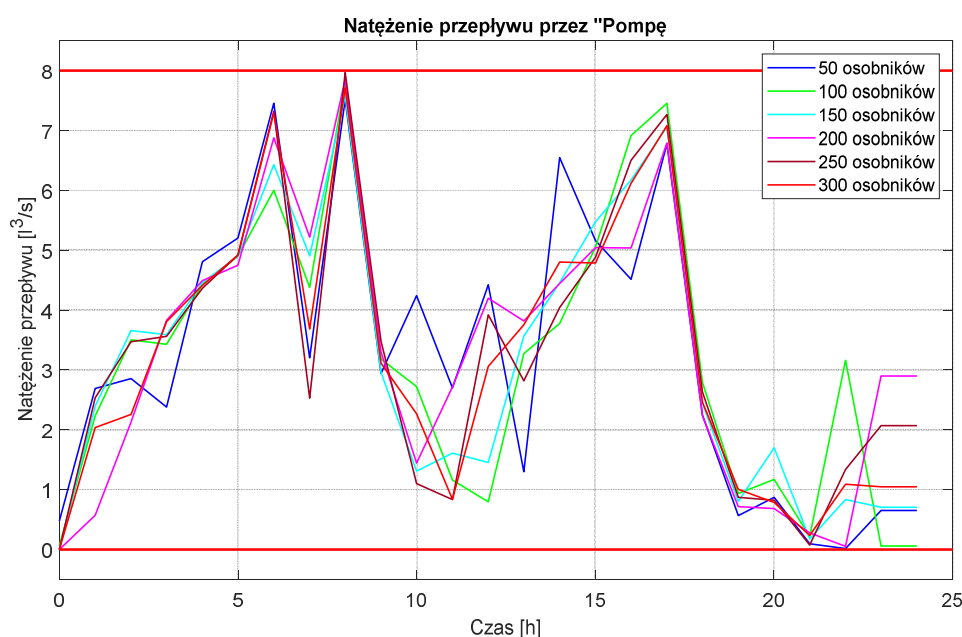
W tabeli 4.5 przedstawiono porównanie średniego czasu obliczeń oraz kosztów sterowania dla różnej wielkości populacji. Natomiast na rysunku 4.16 - 4.20 przedstawiono porównanie przebiegów trajektorii: napór w zbiorniku, kosztów sterowania, przepływu przez pompę, naporu w węźle monitorowania oraz prędkości pompy, dla najlepszych osobników z populacji o wielkości 50, 100 i 150 osobników.

Tabela 4.5 Porównanie kosztów sterowania i średniego czasu obliczeń przypadającego na jeden krok predykcji dla różnej liczby osobników dla PSSW Mała ( $H_s=24$  [h]).

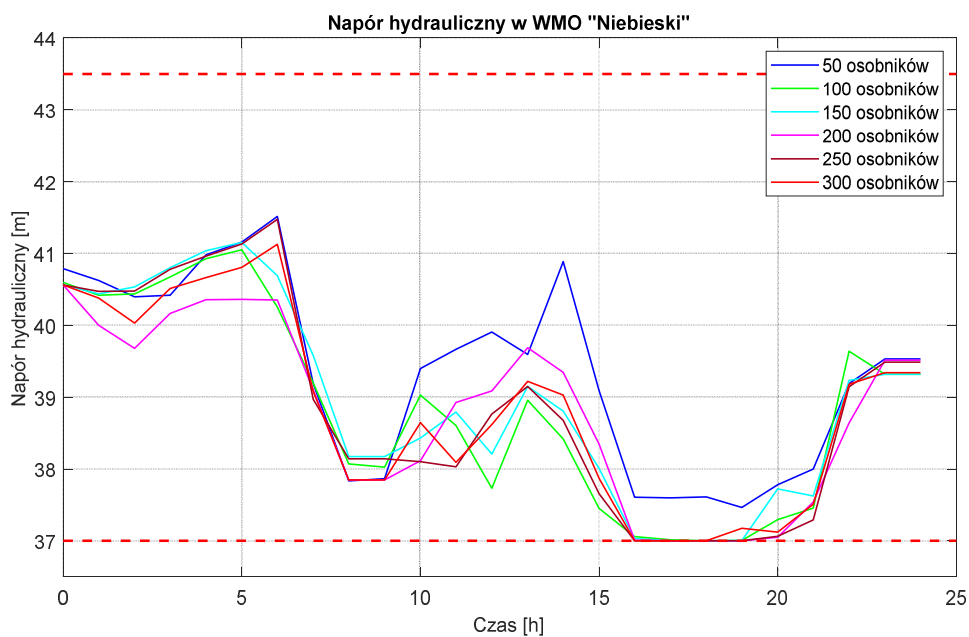
Liczba osobników w populacji	Czas obliczeń przypadający na jeden krok symulacji [s]	Koszt sterowania na horyzoncie symulacji 24 h [zł]
50	6,86	5,32
100	14,26	5,20
150	18,91	5,18
200	22,91	5,24
250	30,00	5,23
300	43,21	5,22



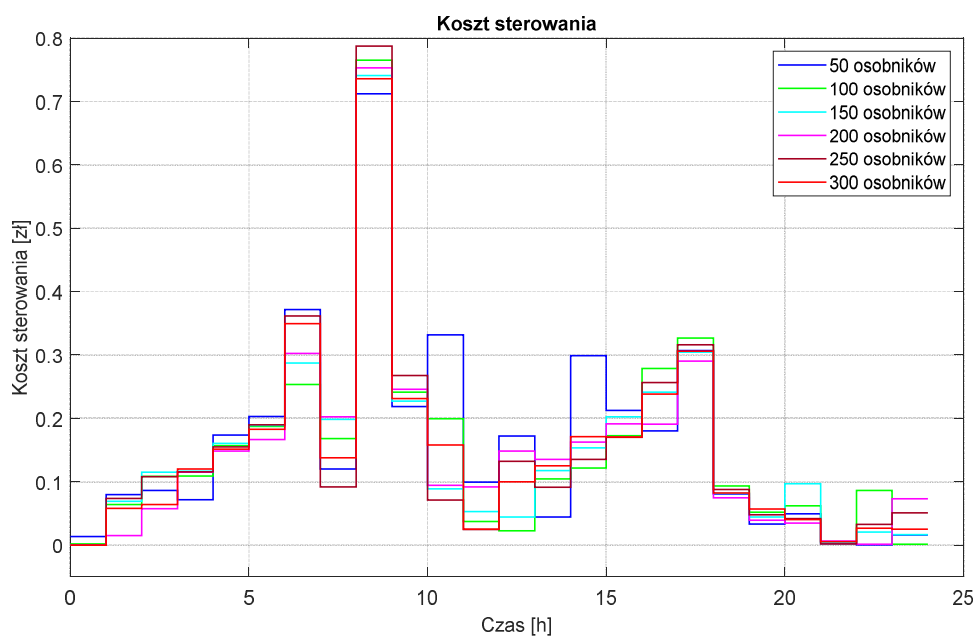
Rysunek 4.16 Porównanie trajektorii naporów hydraulicznych w zbiorniku „Zbiornik” dla najlepszego osobnika z różnej wielkości populacji dla PSSW Mała.



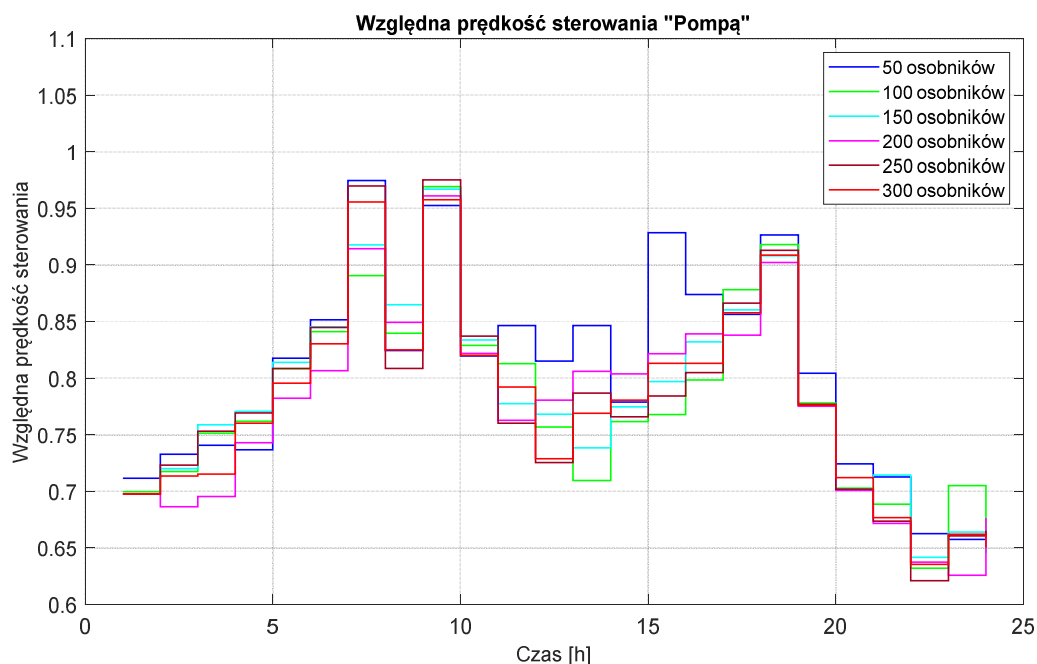
Rysunek 4.17 Porównanie przepływu przez pompę „Pompa” dla najlepszego osobnika z różnej wielkości populacji dla PSSW Mała.



Rysunek 4.18 Porównanie naporu w WMO „Zielony” dla najlepszego osobnika z różnej wielkości populacji dla PSSW Mała.



Rysunek 4.19 Porównanie zmienności kosztów sterowania dla najlepszego osobnika z różnej wielkości populacji dla PSSW Mała.



Rysunek 4.20 Porównanie względnej prędkości pompy „Pompa” dla najlepszego osobnika z różnej wielkości populacji dla PSSW Mała.

### Wnioski - efektywności działania algorytmu OSPHSW dla różnych wielkości populacji – przypadek PSSW Mała

Dla PSSW Mała zaprezentowany algorytm wyznaczania optymalizującego sterowania predykcyjnego wyznacza sterowanie, które spełnia wymagania przedstawione w rozdziale 2.3.1.

Przestawione w tabeli 4.5 wyniki symulacji wskazują na następujące wnioski:

1. Czas obliczeń rośnie wraz ze wzrostem liczby osobników. Wynik ten jest wynikiem spodziewanym, gdyż wzrost łącznego czasu obliczeń zależy od liczby sprawdzeń proponowanego sterowania, a to zależy od liczby osobników.
2. Koszty sterowania w zależności od liczby osobników wahają się w przedziale od 1,8 % do 2,7 % i niezależną liniowo od liczby osobników. Wahania te nie są duże, stąd nie można wyciągnąć jednoznacznego wniosku dotyczącego wyboru wielkości populacji do wykorzystania w algorytmie wyznaczania krzepko dopuszczalnego sterowania.

Z rysunków 4.16– 4.20 można wyciągnąć następujące wnioski:

1. Wielkości wejściowe oraz wyjściowe spełniają wszystkie ograniczenia jakie zostały na nie nałożone.
2. Dla AG z liczbą osobników 50 uzyskanie najmniejszego kosztu sterowania jest wynikiem:

- a. efektywniejszego wykorzystania zbiornika, tzn. napełnianie w godzinach niskich kosztów energii elektrycznej a opróżnianie, gdy ten koszt jest niski;
- b. zmniejszenia wartości naporu hydraulicznego w WMO do dolnego ograniczenia szczególnie w godzinach od 16 do 20 (każdej doby).

### Wyniki eksperymentu 2 dla PSSW Chojnice

W tabeli 4.6 przedstawiono porównanie średnich czasów obliczeń przypadających na jeden krok symulacji oraz kosztów sterowania pompami dla różnej liczby osobników wraz z oszacowaniem rzeczywistych kosztów sterowania (ORKS) SW Chojnice. Natomiast w tabeli 4.7 przedstawiono porównanie kosztów sterowania poszczególnymi pompami w PSSW Chojnice.

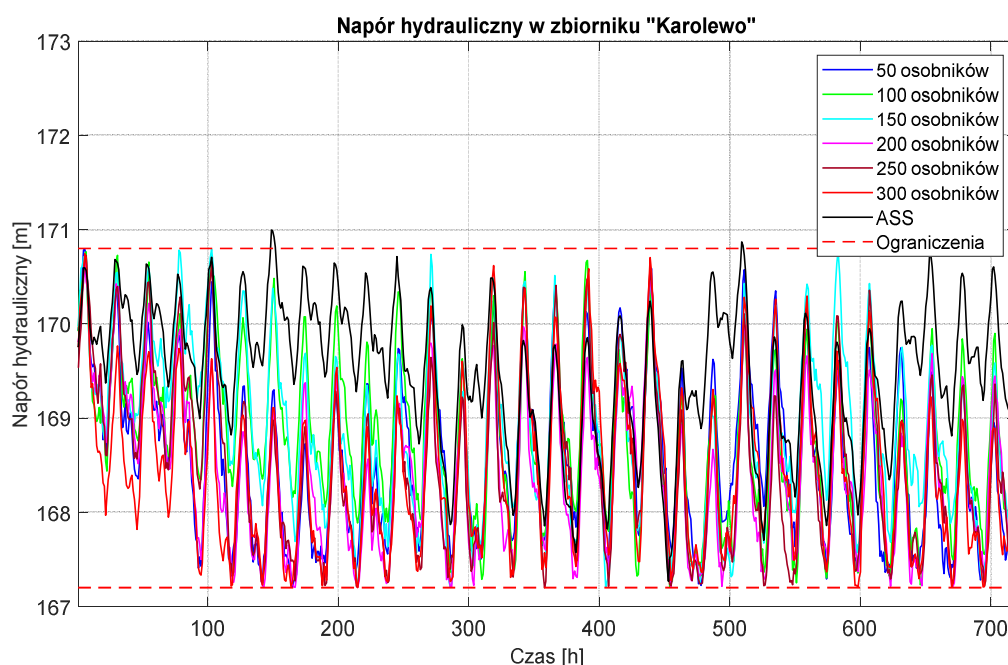
Na rysunkach 4.21 - 4.47 przedstawiono przebiegi trajektorii wielkości charakteryzujących PSSW Chojnice na horyzontach symulacji od 0 do 720 [h], od 0 do 72 [h] oraz od 432 [h] do 504 [h].

Tabela 4.6 Porównanie kosztów sterowania oraz średniego czasu obliczeń dla różnej liczby osobników dla PSSW Chojnice oraz rzeczywistego kosztu sterowania SW Chojnice ( $H_s = 720$  [h]).

Liczba osobników w populacji	Średni czas obliczeń przypadający na jeden krok symulacji	Koszty sterowania [zł]
50	2 min 42 s	14409
100	5 min 45 s	13760
150	7 min 32 s	13644
200	11 min 56 s	13760
250	12 min 12 s	13800
300	14 min 51 s	13800
ORKS	-	14794

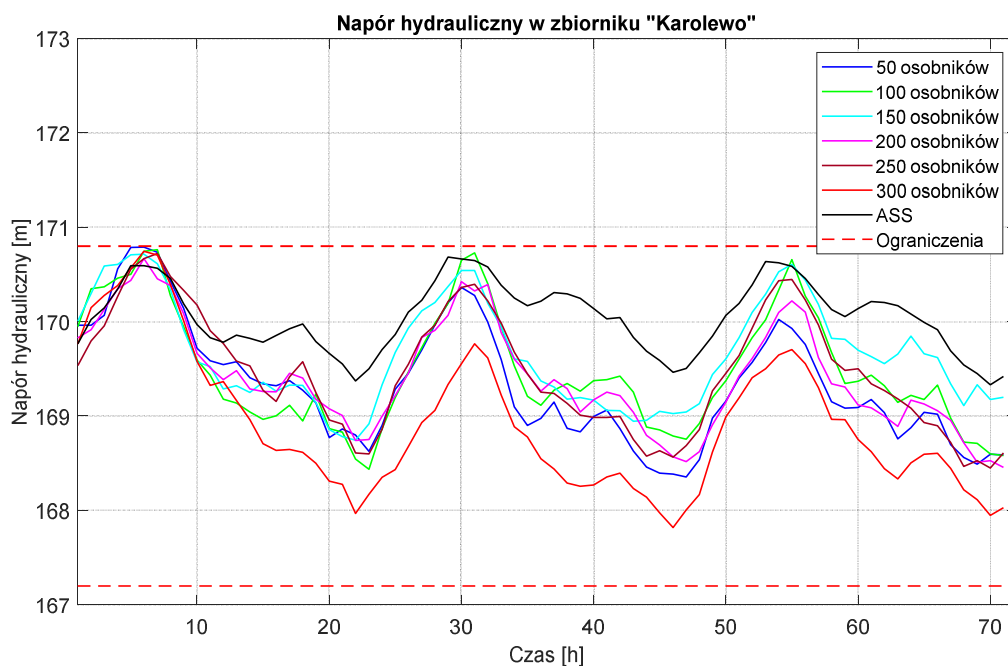
Tabela 4.7 Porównanie kosztów sterowania poszczególnymi pompami dla różnej liczby osobników dla PSSW Chojnice oraz rzeczywistego kosztu sterowania SW Chojnice ( $H_s = 720$  [h]).

Liczba osobników w populacji	Koszt sterowania pompami [zł]		
	„Funka”	„Karolewo”	„Plac Piastowski”
50	5557	6329	2523
100	5130	5900	2730
150	5040	5815	2789
200	5130	5900	2730
250	5075	6013	2712
300	5103	6003	2694
ASS	7044	6124	1626

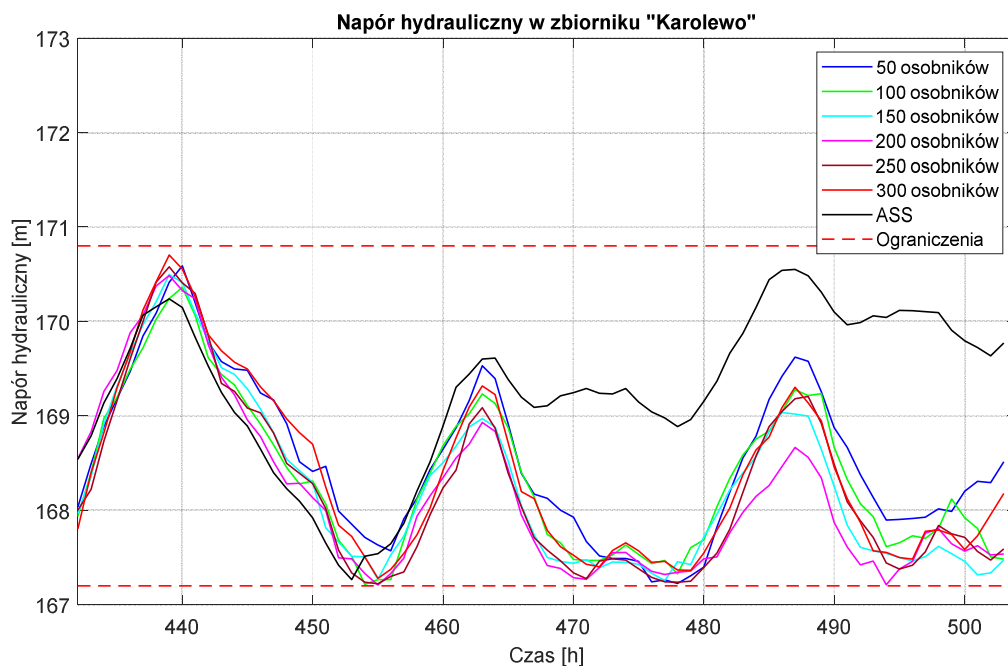


Rysunek 4.21 Porównanie naporu hydraulicznego w zbiorniku „Karolewo” dla różnej liczby osobników oraz ASS dla PSSW Chojnice na horyzoncie czasu od 0 do 720 [h].

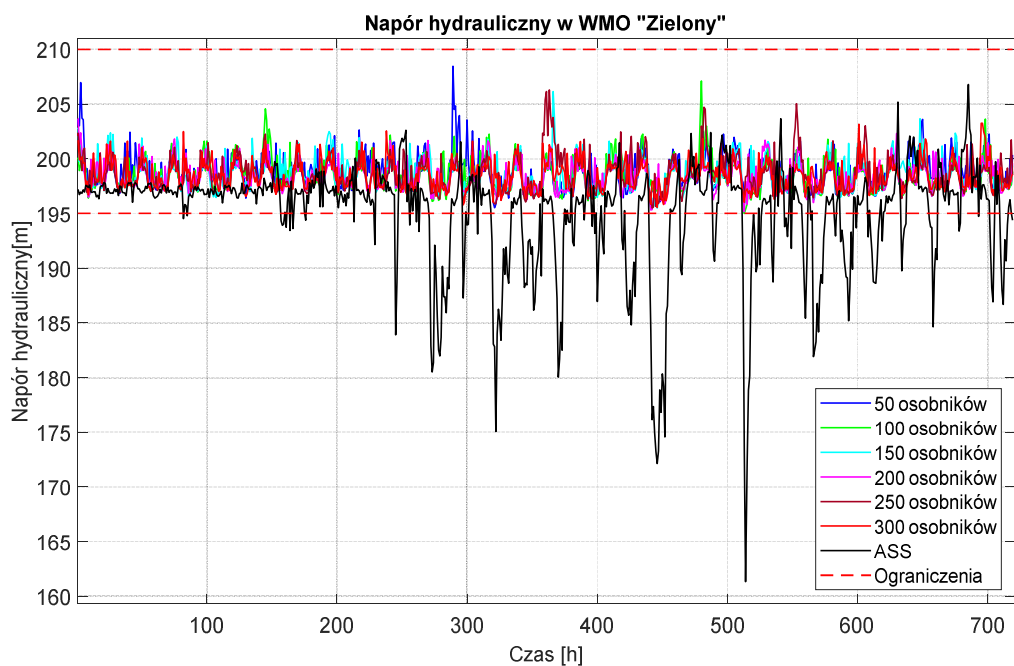




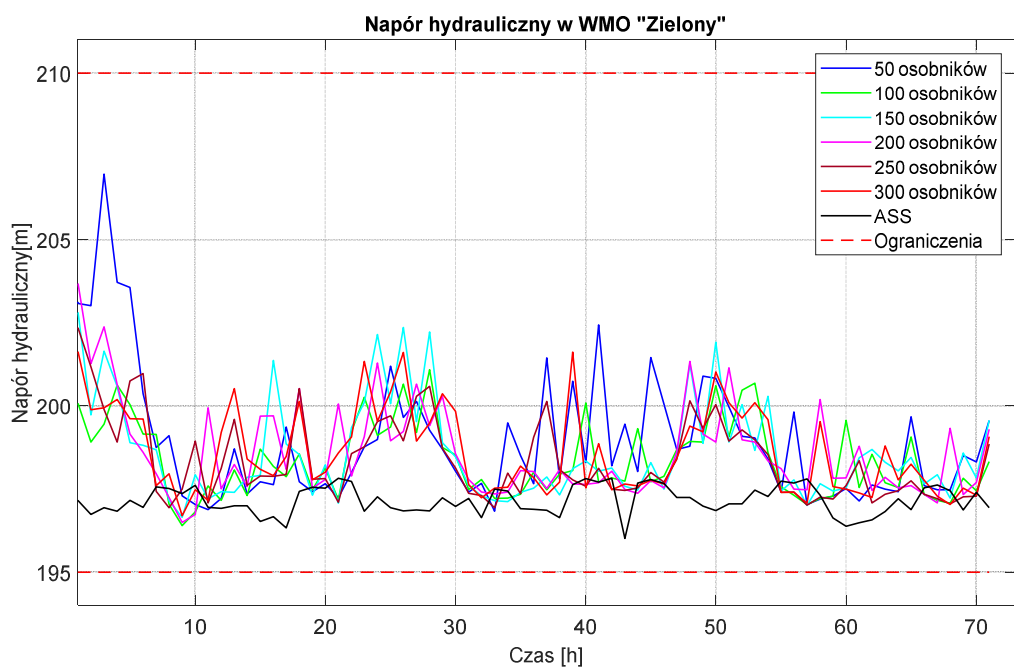
Rysunek 4.22 Porównanie naporu hydraulicznego w zbiorniku „Karolewo” dla różnej liczby osobników oraz ASS dla PSSW Chojnice na horyzoncie czasu od 1 do 72 [h].



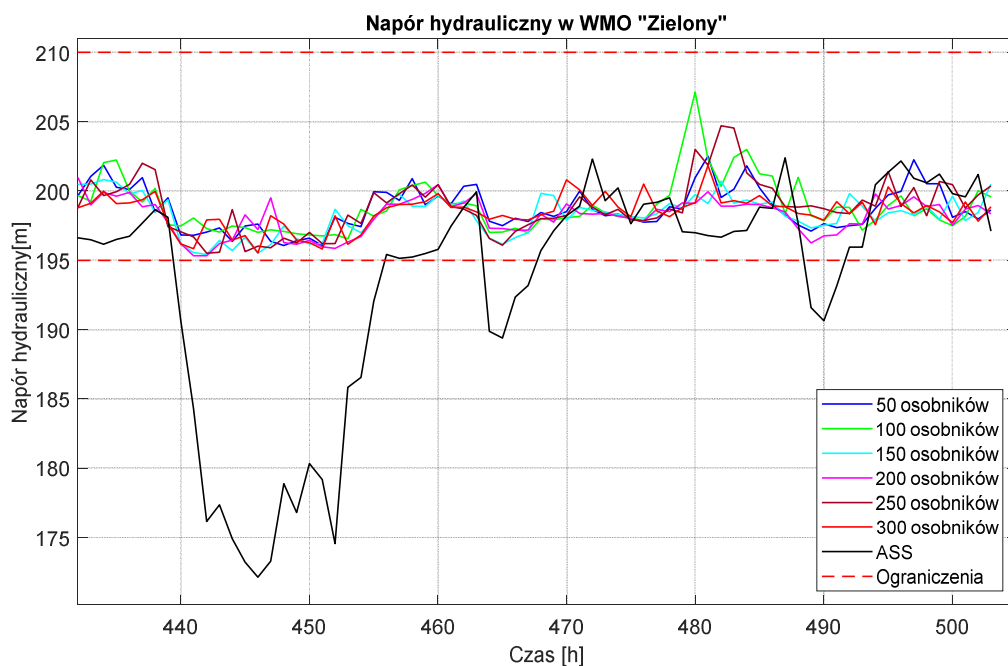
Rysunek 4.23 Porównanie naporu hydraulicznego w zbiorniku „Karolewo” dla różnej liczby osobników oraz ASS dla PSSW Chojnice na horyzoncie czasu od 432 do 504 [h].



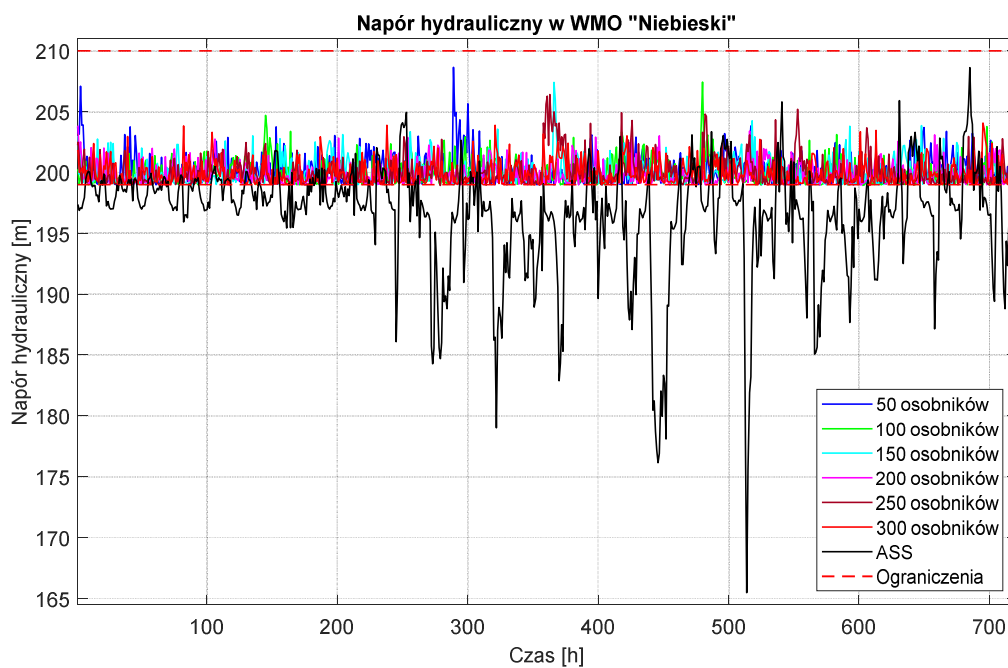
Rysunek 4.24 Porównanie naporu hydraulicznego w WMO „Zielony” dla różnej liczby osobników oraz ASS dla PSSW Chojnice na horyzoncie czasu od 0 do 720 [h].



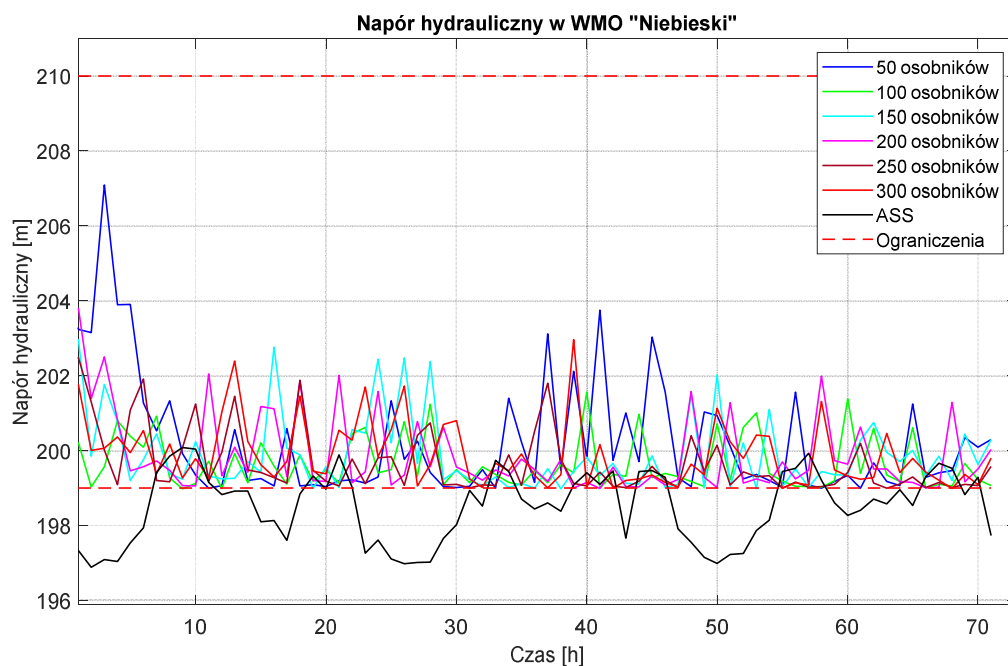
Rysunek 4.25 Porównanie naporu hydraulicznego w WMO „Zielony” dla różnej liczby osobników oraz ASS dla PSSW Chojnice na horyzoncie czasu od 1 do 72 [h].



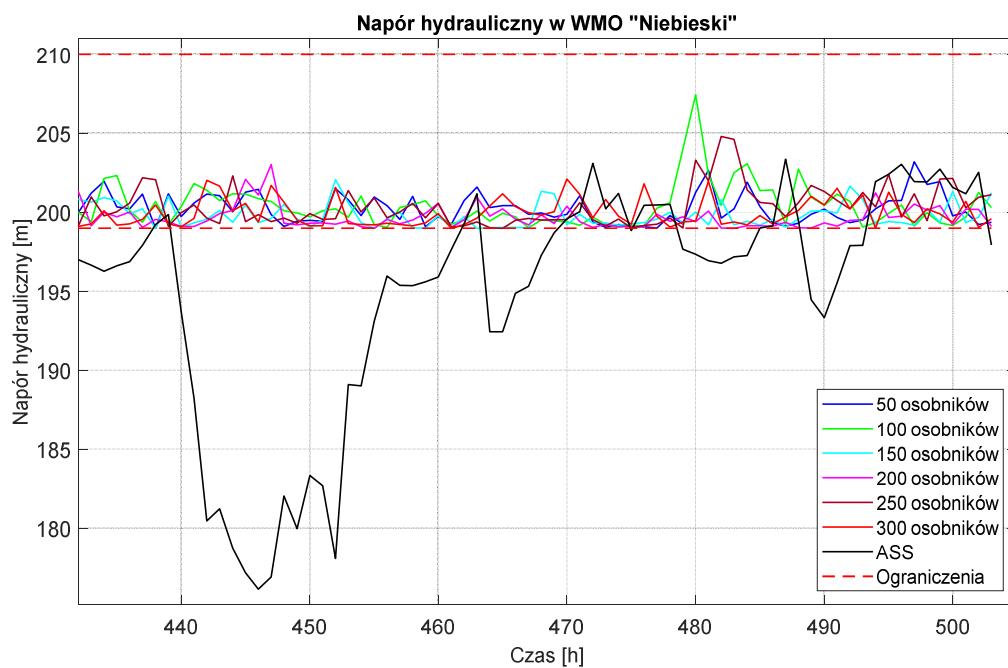
Rysunek 4.26 Porównanie naporu hydraulicznego w WMO „Zielony” dla różnej liczby osobników oraz ASS dla PSSW Chojnice na horyzoncie czasu od 432 do 504 [h].



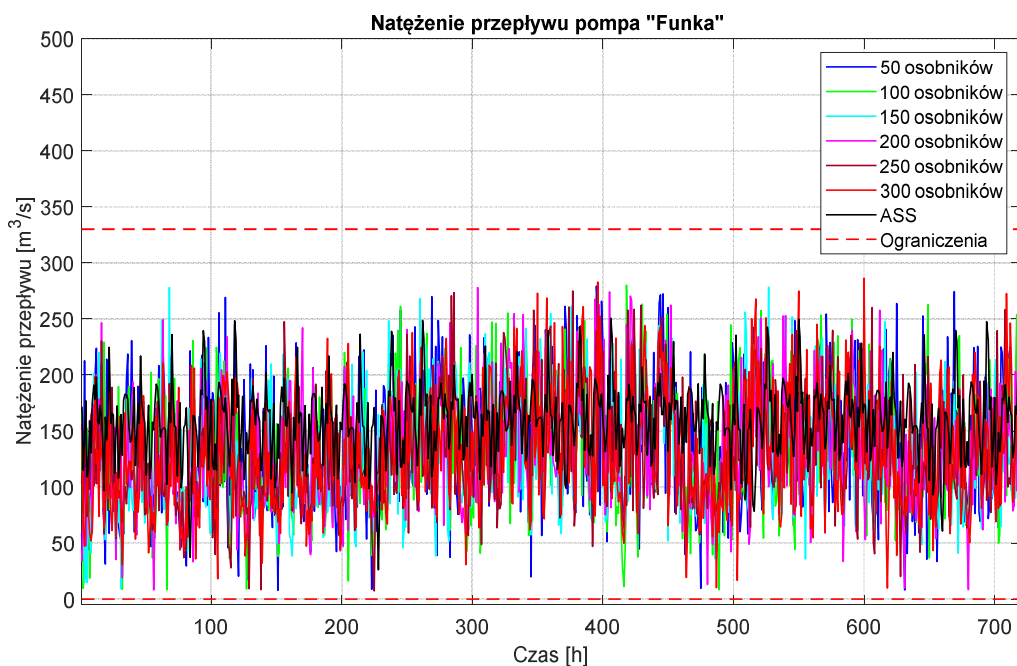
Rysunek 4.27 Porównanie naporu hydraulicznego w WMO „Niebieski” dla różnej liczby osobników oraz ASS dla PSSW Chojnice na horyzoncie czasu od 0 do 720 [h].



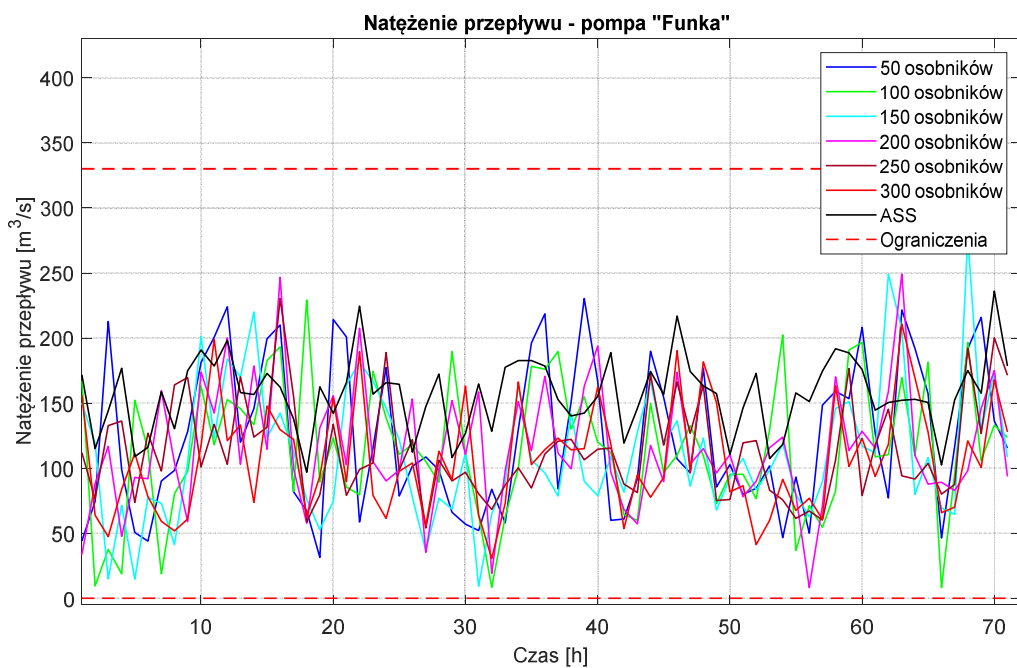
Rysunek 4.28 Porównanie naporu hydraulicznego w WMO „Niebieski” dla różnej liczby osobników oraz ASS dla PSSW Chojnice na horyzoncie czasu od 1 do 72 [h].



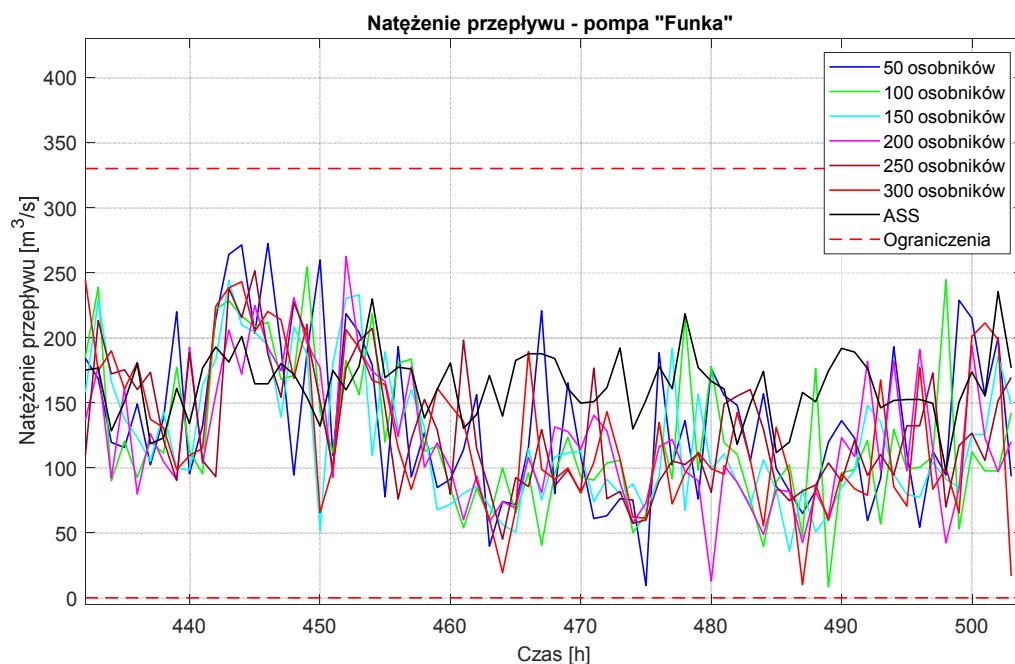
Rysunek 4.29 Porównanie naporu hydraulicznego w WMO „Niebieski” dla różnej liczby osobników oraz ASS dla PSSW Chojnice na horyzoncie czasu od 432 do 504 [h].



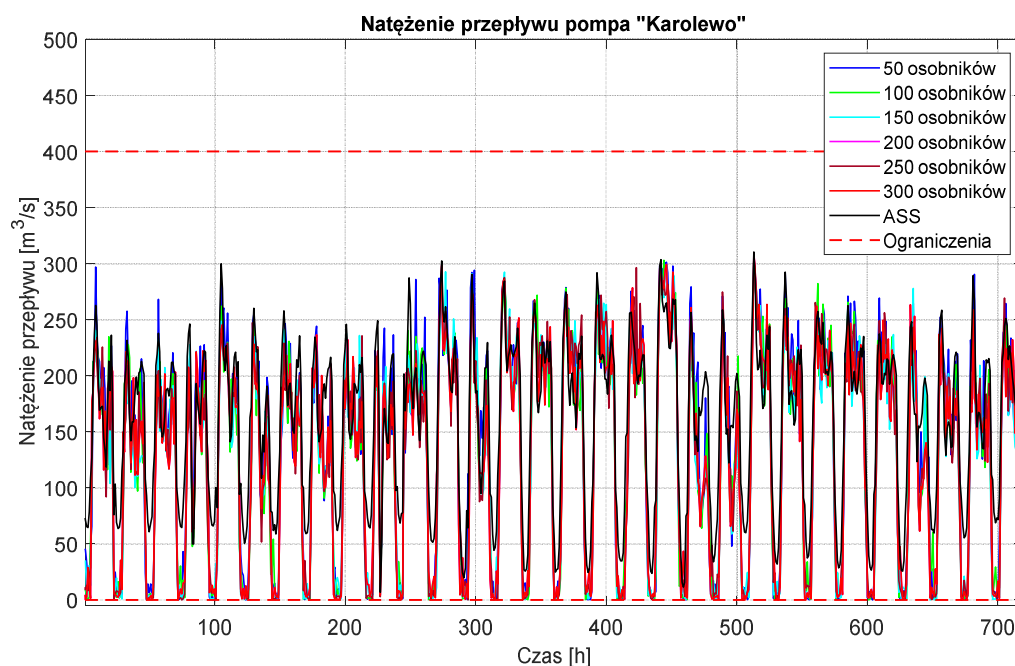
Rysunek 4.30 Porównanie natężenia przepływu dla różnej liczby osobników oraz ASS dla PSSW Chojnice na horyzoncie czasu od 0 do 720 [h] dla pompy „Funka”.



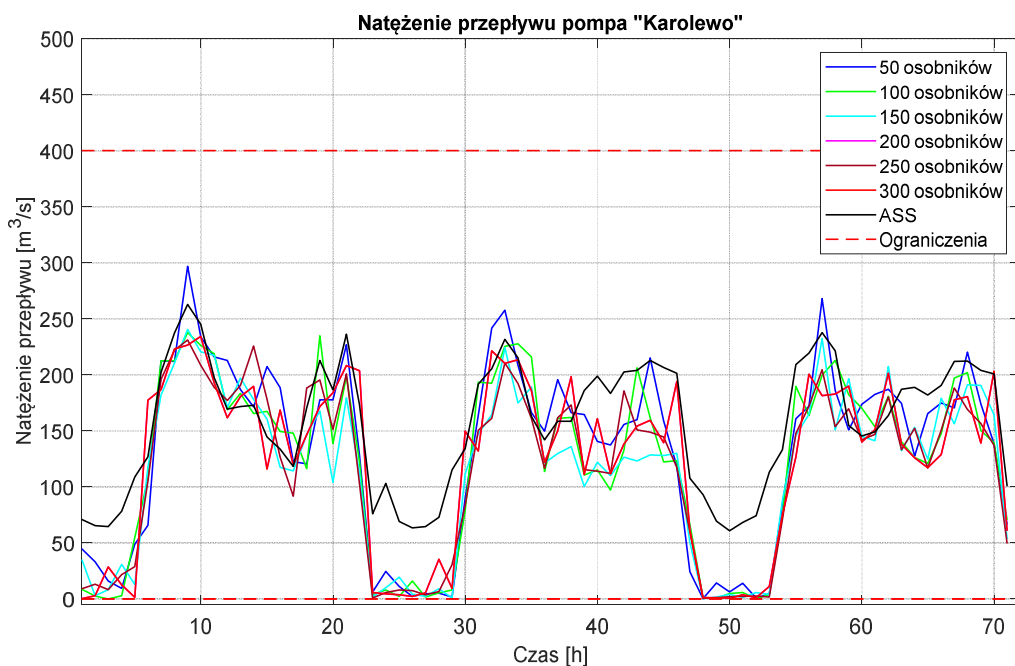
Rysunek 4.31 Porównanie natężenia przepływu dla różnej liczby osobników oraz ASS dla PSSW Chojnice na horyzoncie czasu od 1 do 72 [h], dla pompy „Funka”.



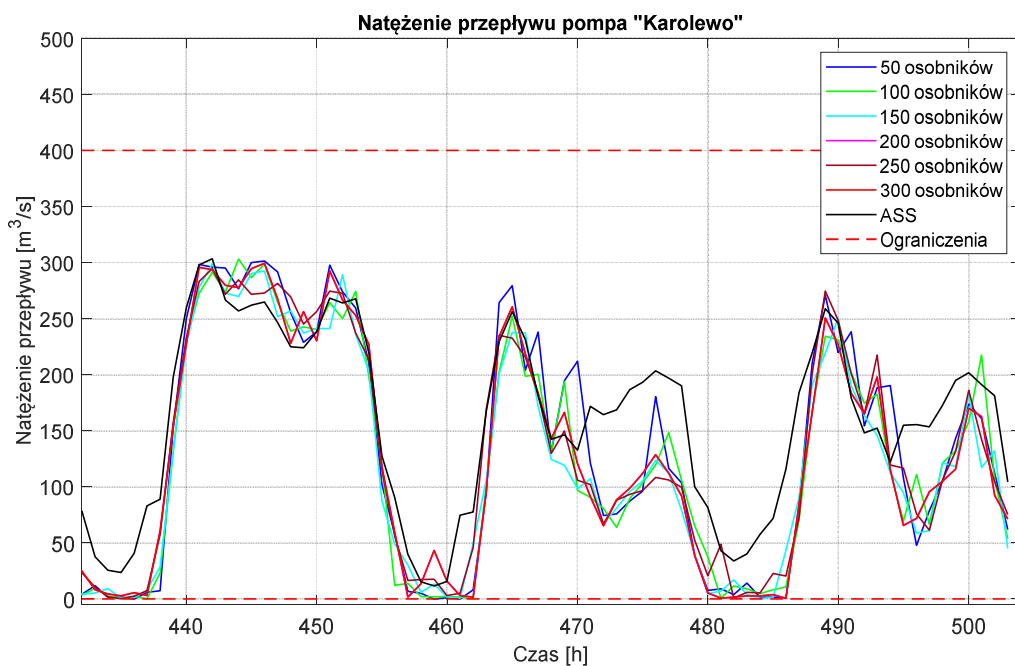
Rysunek 4.32 Porównanie natężenia przepływu dla różnej liczby osobników oraz ASS dla PSSW Chojnice na horyzoncie czasu od 432 do 504 [h], dla pompy „Funka”.



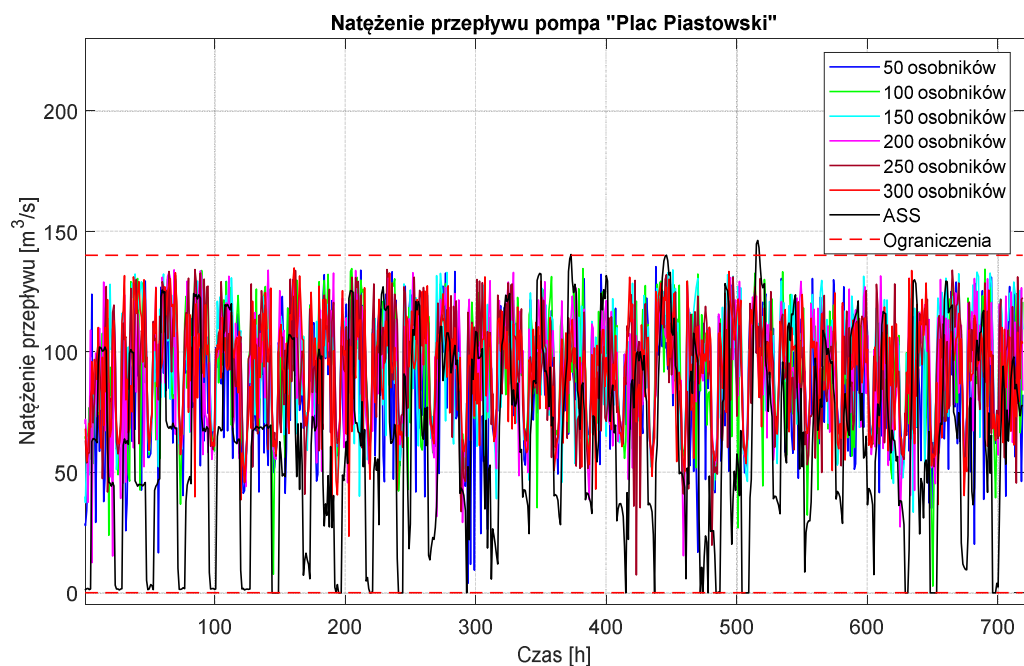
Rysunek 4.33 Porównanie natężenia przepływu dla różnej liczby osobników oraz ASS dla PSSW Chojnice na horyzoncie czasu od 0 do 720 [h], dla pompy „Karolewo”.



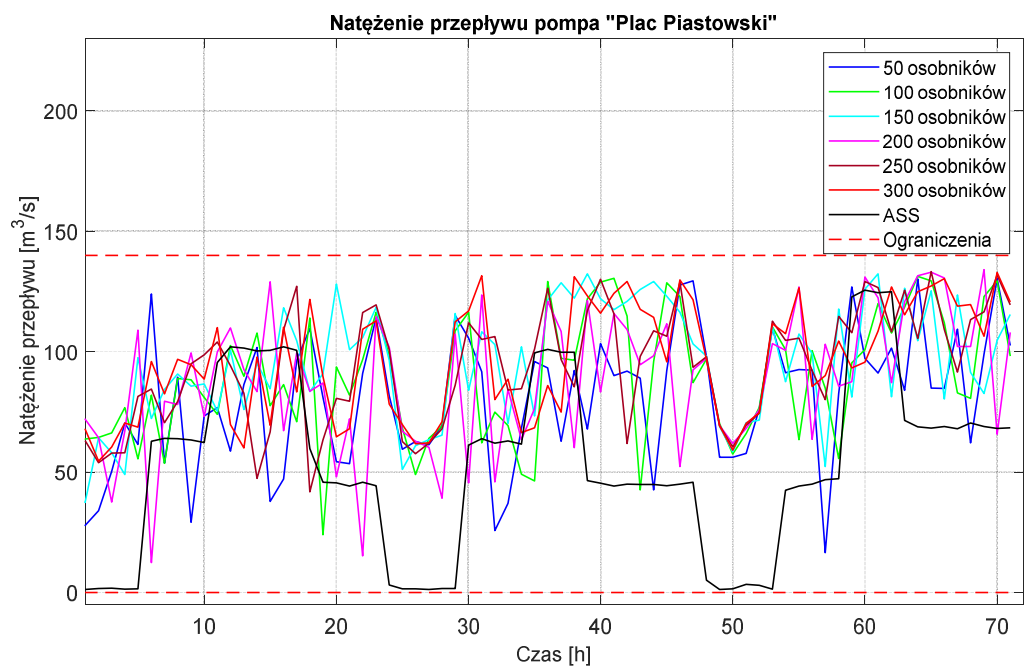
Rysunek 4.34 Porównanie natężenia przepływu dla różnej liczby osobników oraz ASS dla PSSW Chojnice na horyzoncie czasu od 1 do 72 [h], dla pompy „Karolewo”.



Rysunek 4.35 Porównanie natężenia przepływu dla różnej liczby osobników oraz ASS dla PSSW Chojnice na horyzoncie czasu od 432 do 504 [h], dla pompy „Karolewo”.

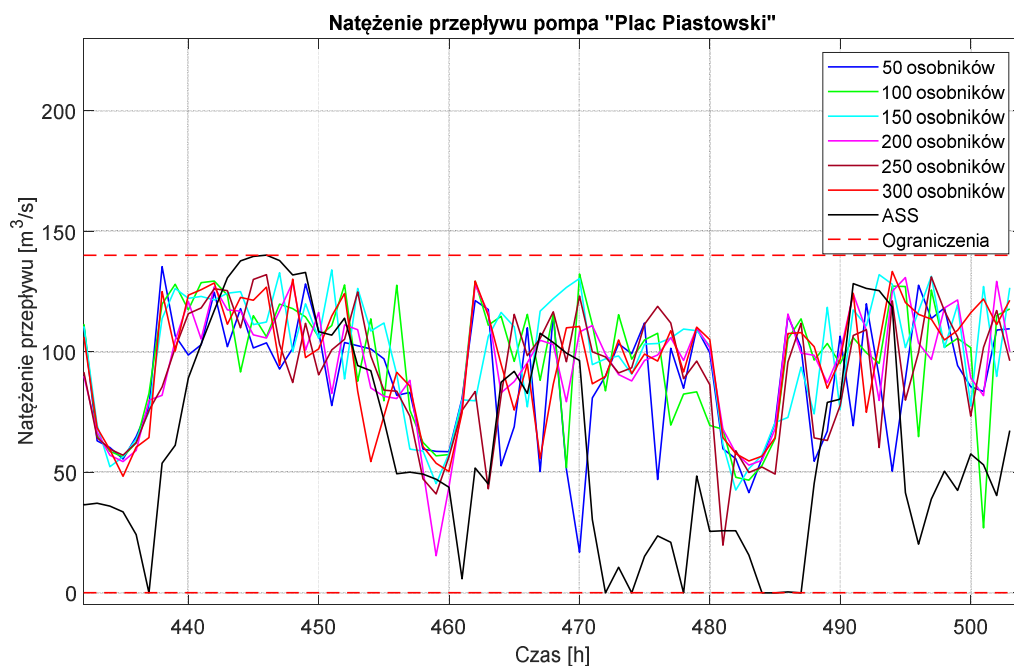


Rysunek 4.36 Porównanie natężenia przepływu dla różnej liczby osobników oraz ASS dla PSSW Chojnice na horyzoncie czasu od 0 do 720 [h], dla pompy „Plac Piastowski”.

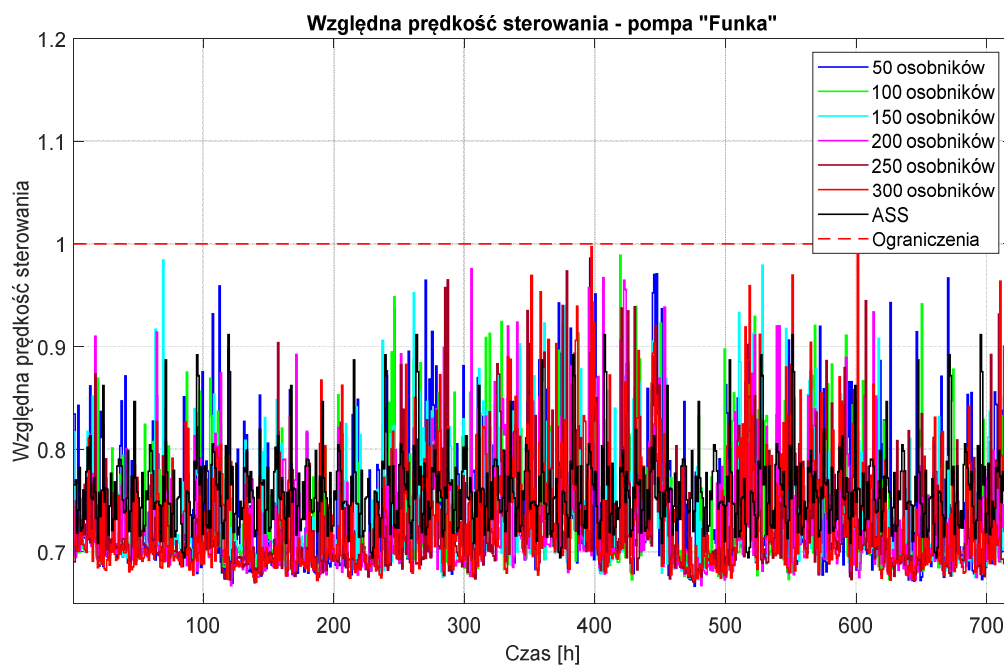


Rysunek 4.37 Porównanie natężenia przepływu dla różnej liczby osobników oraz ASS dla PSSW Chojnice na horyzoncie czasu od 1 do 72 [h], dla pompy „Plac Piastowski”.

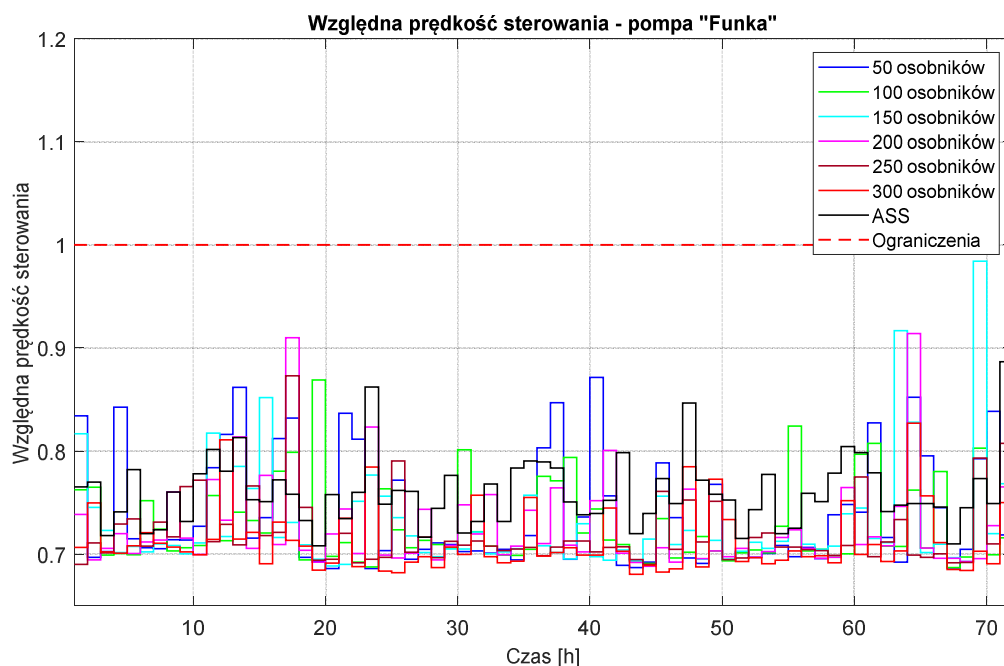




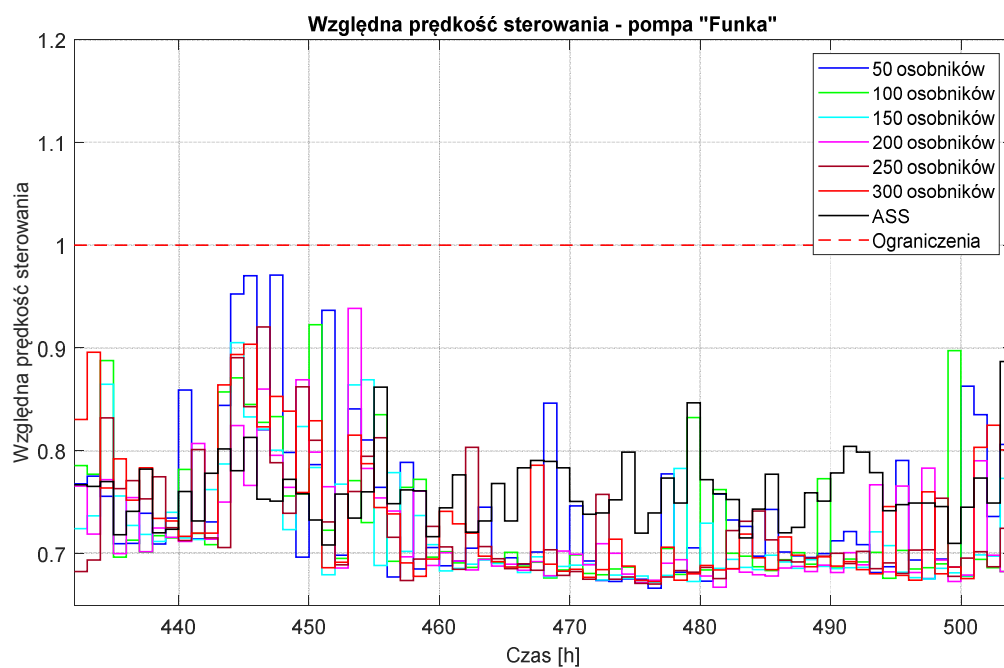
Rysunek 4.38 Porównanie natężenia przepływu dla różnej liczby osobników oraz ASS dla PSSW Chojnice na horyzoncie czasu od 432 do 504 [h], dla pompy „Plac Piastowski”.



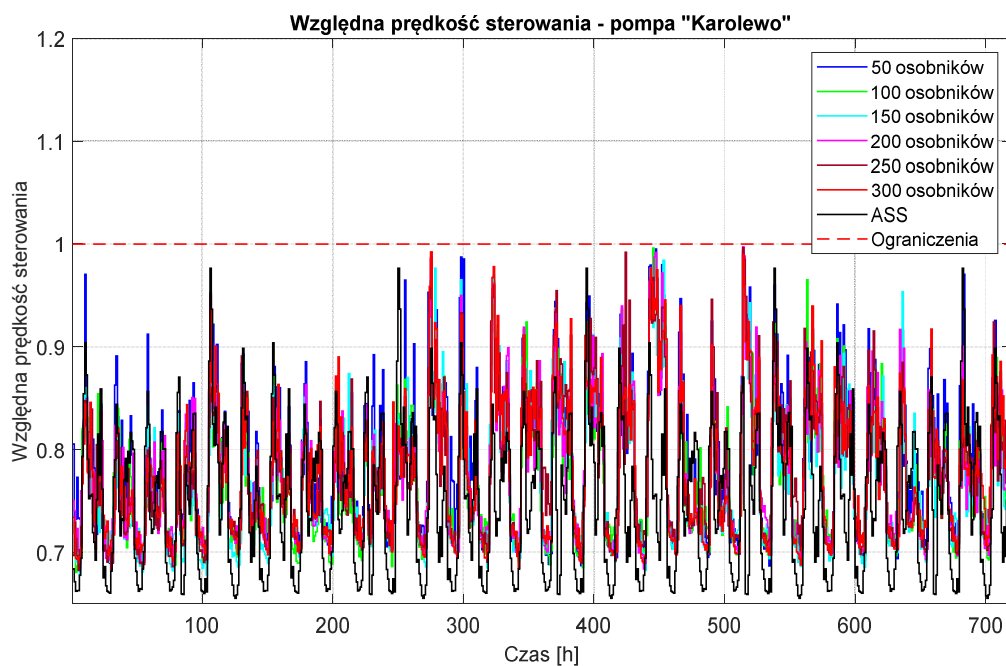
Rysunek 4.39 Porównanie względnej prędkości pompy „Funka” dla różnej liczby osobników oraz ASS dla PSSW Chojnice na horyzoncie czasu od 0 do 720 [h].



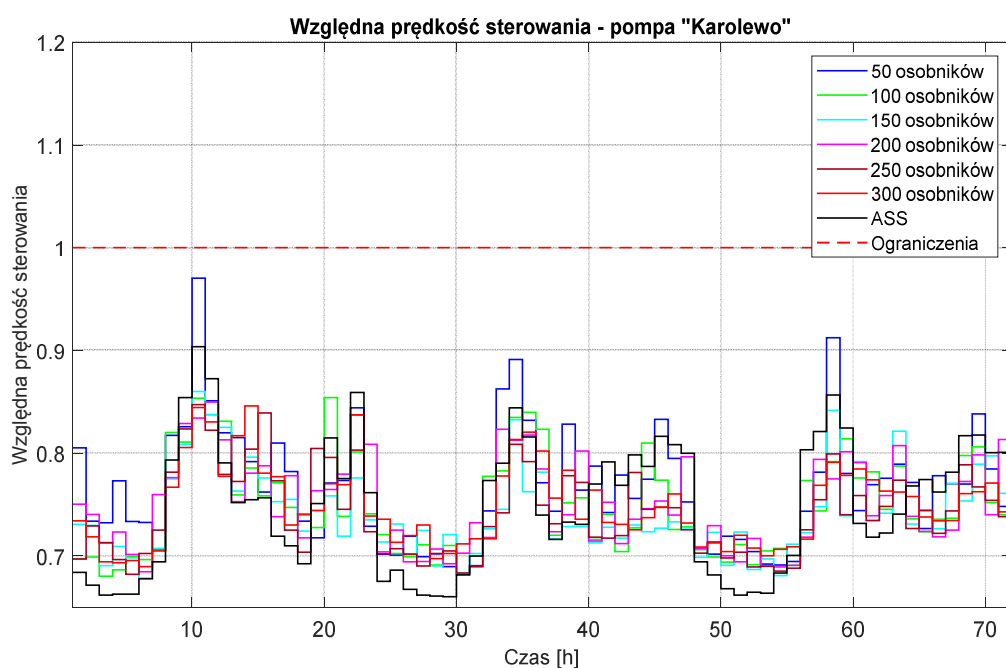
Rysunek 4.40 Porównanie względnej prędkości pompy „Funka” dla różnej liczby osobników oraz ASS dla PSSW Chojnice na horyzoncie czasu od 0 do 72 [h].



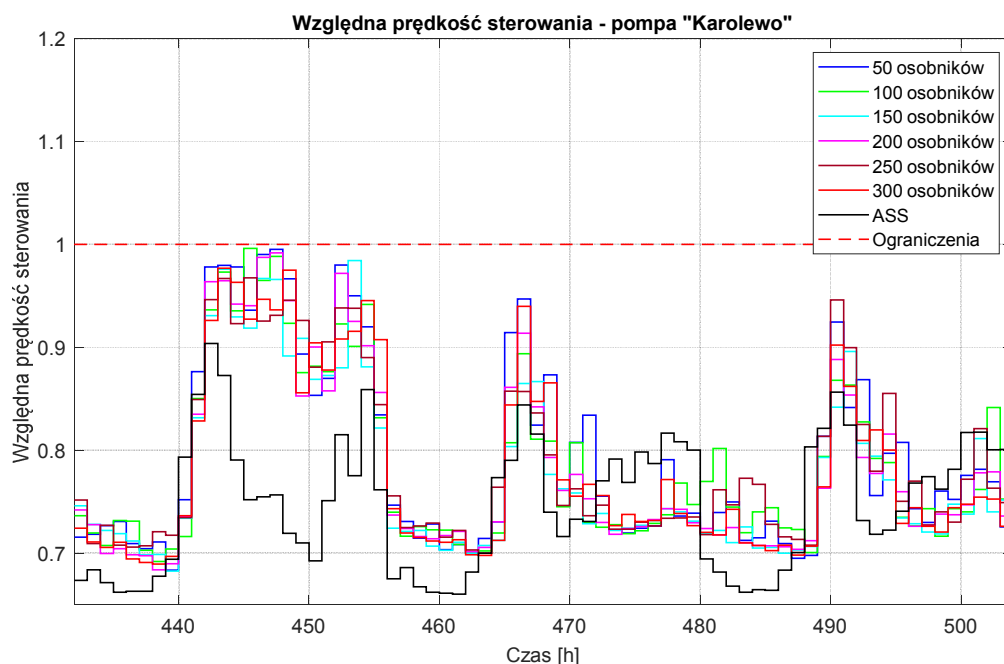
Rysunek 4.41 Porównanie względnej prędkości pompy „Funka” dla różnej liczby osobników oraz ASS dla Chojnice na horyzoncie czasu od 432 do 504 [h].



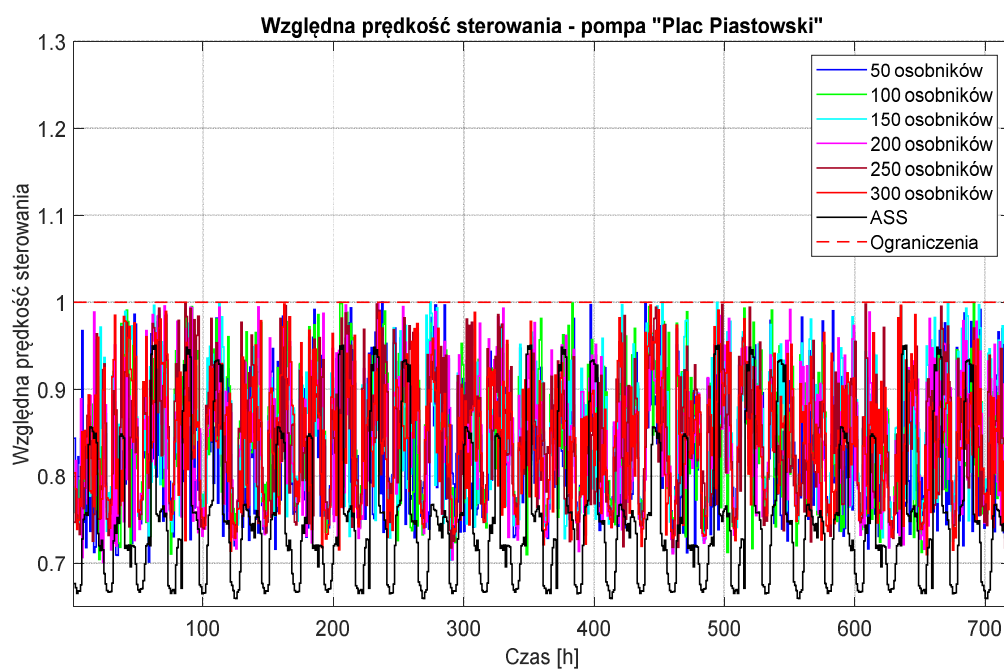
Rysunek 4.42 Porównanie względnej prędkości pompy „Karolewo” dla różnej liczby osobników oraz ASS dla PSSW Chojnice na horyzoncie czasu od 0 do 720 [h].



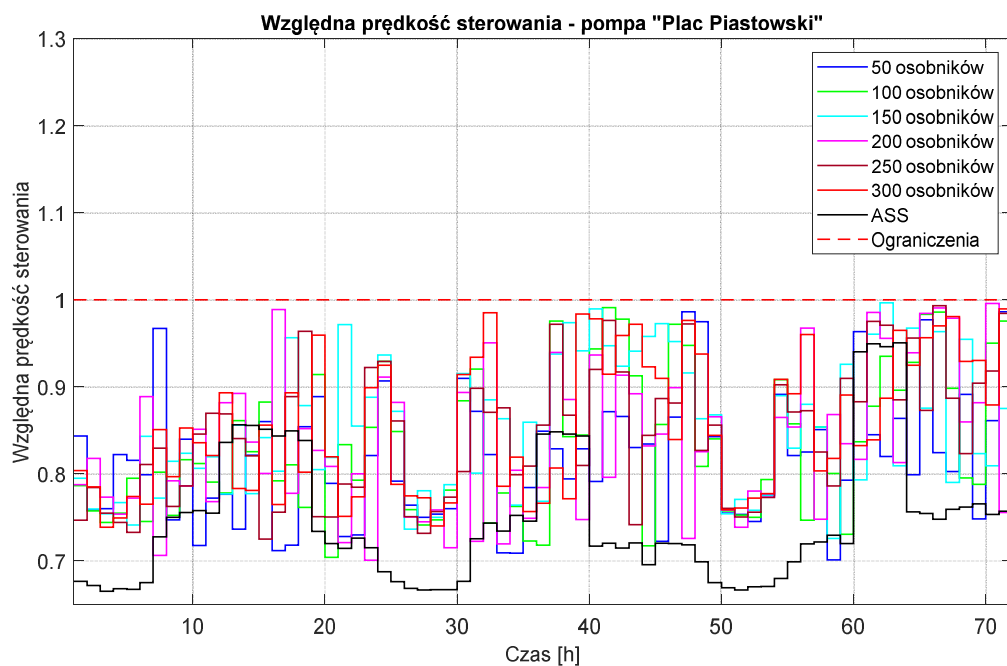
Rysunek 4.43 Porównanie względnej prędkości pompy „Karolewo” dla różnej liczby osobników oraz ASS dla PSSW Chojnice na horyzoncie czasu od 0 do 72 [h].



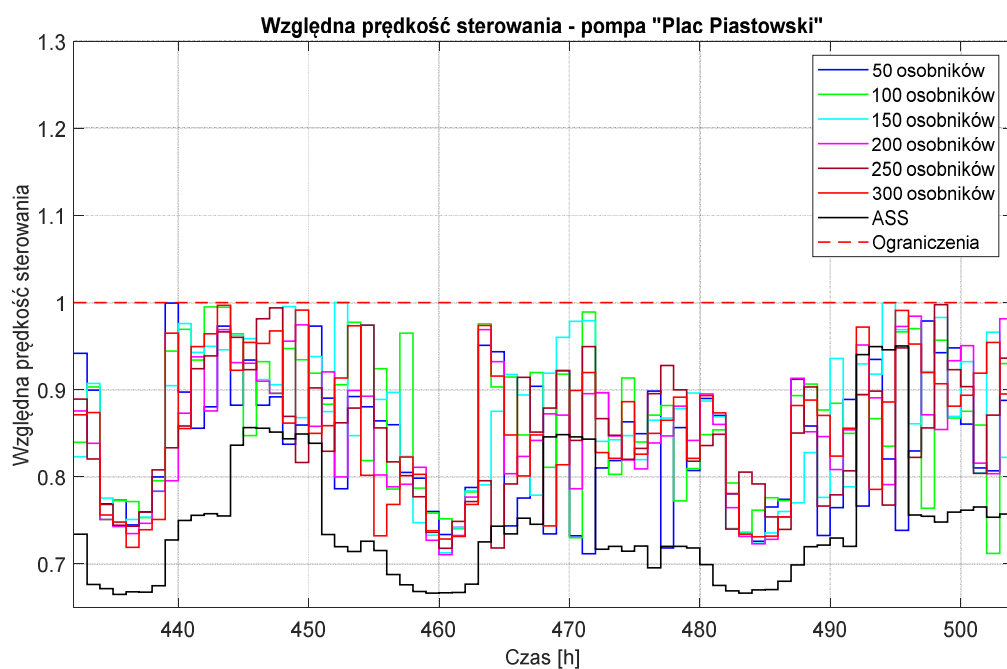
Rysunek 4.44 Porównanie względnej prędkości pompy „Karolewo” dla różnej liczby osobników oraz ASS dla PSSW Chojnice na horyzoncie czasu od 432 do 504 [h].



Rysunek 4.45 Porównanie względnej prędkości pompy „Plac Piastowski” dla różnej liczby osobników oraz ASS dla PSSW Chojnice na horyzoncie czasu od 0 do 720 [h].



Rysunek 4.46 Porównanie względnej prędkości pompy „Plac Piastowski” dla różnej liczby osobników oraz ASS dla PSSW Chojnice na horyzoncie czasu od 0 do 72 [h].



Rysunek 4.47 Porównanie względnej prędkości pompy „Plac Piastowski” dla różnej liczby osobników oraz ASS dla PSSW Chojnice na horyzoncie czasu od 432 do 504 [h].

## **Wnioski - efektywność działania algorytmu OSPHSW dla różnej liczby osobników populacji – przypadek PSSW Chojnice**

1. W wyniku zastosowania przedstawionego w rozprawie algorytmu, można w skali 720 godzin (30 dni) symulacji zmniejszyć sumaryczne koszty sterowania pompami od 432 zł (7,8%) do 696 zł (11,5%) w stosunku do ASS SW Chojnice (tabela 4.6).
2. Największą redukcję kosztów sterowania uzyskano poprzez efektywniejsze wykorzystanie ujęcia wody i pompy „Plac Piastowski”, tzn. pompowano wodę do systemu poprzez pompę o mniejszej mocy.
3. Podobnie jak to było dla przypadku PSSW Mała czas obliczeń wzrastał wraz z liczbą osobników w populacji.
4. W rozprawie do dalszych badań wybrano AG z liczbą osobników 50. Przy jego wyborze głównie zwrócono uwagę na czas obliczeń. Wynika to z faktu, iż algorytm ten jest podstawą do budowy algorytmu krzepko dopuszczalnego sterowania (rozdział 6). Będzie on musiał być rozbudowany o kolejne elementy (krzepką predykcję) co spowoduje zwiększenie czasu obliczeń. Na tym etapie nie jest możliwe przewidzenie jaki będzie czas obliczeń dla rozbudowanego algorytmu i czy będzie on przekraczał granice 1 godziny – kroku hydrauliki. Czas obliczeń ma znaczenie w kontekście, użycie tego algorytmu w schemacie działania MPC. Czas obliczeń musi być mniejszy niż krok hydrauliki, gdyż konieczne jest wygenerowanie sterowania na kolejny krok.
5. W rozprawie wykazano, że można uzyskać lepsze sterowanie SW od rzeczywistego przy jednostce obliczeniowej średniej klasy i stosunkowo niewielkim nakładzie obliczeniowym (w porównaniu z AG z liczbą osobników 100, 150, 200, 250 i 300).
6. Wykorzystując, przedstawiony w tym rozdziale, algorytm spełnione są wszystkie ograniczenia wyjść i sterowań PSSW Chojnice co dla rzeczywistego sterowania nie jest spełnione, np.:
  - na rysunku 4.24 m.in. około godziny 8, 160, 250 trajektoria naporu hydraulicznego przekracza dolne ograniczenie,
  - na rysunku 4.21 około godziny 150 i 510 napór hydrauliczny wody w zbiorniku przekracza górne ograniczenie;
  - na rysunku 4.36 dla pompy „Plac Piastowski” około godziny 510 trajektoria natężenia przepływu przez pompę przekracza górne ograniczenie na ilość wody przez nią pompowaną;

7. Dla sterowania uzyskanego przy pomocy algorytmu OSPHSW można zaobserwować mniejsze „skoki” naporu hydraulicznego w kolejnych chwilach czasu, co wpływa na stan armatury systemu.

#### 4.5 Podsumowanie

W rozdziale przedstawiono algorytm optymalizującego sterowania predykcyjnego hydrauliką SW z wykorzystaniem modelu nominalnego. Algorytm ten bazuje na współpracy pomiędzy algorytmem genetycznym i symulatorem SW Epanet. Ponieważ działanie algorytmu sterowania (z operatorami zaczerpniętymi z literatury) nie przynosiło spodziewanych rezultatów (np. mała efektywność, niespełnienie zakładanych ograniczeń), w niniejszym rozdziale, zaproponowano specjalizowane operatory genetyczne oraz ich dedykowane (dostosowane do specyfiki PSSW Chojnice) operatory genetyczne. Przeprowadzone badania symulacyjne wykazały efektywność przedstawionych operatorów genetycznych, tzn. możliwość generowania sterowań wraz ze zmniejszonymi kosztami sterowania przy skróconym czasie obliczeń. Dalsze badania symulacyjne wykazały zależność pomiędzy liczbą osobników a kosztem sterowania i czasem obliczeń, tzn. wraz z wzrostem liczby osobników zmniejsza się koszt sterowania a czas obliczeń rośnie. Ze względu na nakład obliczeniowy oraz zmniejszenie kosztów sterowania (w stosunku do sterowania PSW Chojnice), wykorzystywany będzie AG z liczbą osobników 50 oraz mutacją bezpośrednią i SOG/DOG Chojnice oraz krzyżowaniem mieszanym. W oparciu o przeprowadzone rozważania można dokonać wyboru parametrów AG, które zapewnią zadowalające koszty sterowania w akceptowalnym czasie.





## Rozdział 5. Przedziałowa predykcja wyjść SW

### 5.1 Pojęcie estymacji

W sterowaniu wielkimi systemami, do których należą systemy wodociągowe, ze względu na ich przestrzenną rozległość i złożoność, nie wszystkie wielkości charakteryzujące ten system są mierzone lub/i mierzalne. Jednakże ze względu na potrzebę prowadzenia procesu sterowania, tym systemem, oraz jego bezpieczeństwo, konieczna jest znajomość tych wielkości. Jednym z rozwiązań tego problemu jest umieszczenie dodatkowych urządzeń pomiarowych pozwalających na pomiar tych wielkości. W praktycznych aplikacjach umieszczenie urządzeń pomiarowych we wszystkich pożądanych miejscach jest nieekonomiczne i nie wszystkie wielkości można zmierzyć *online* przy pomocy urządzenia pomiarowego (np. liczba bakterii w wodzie). Innym rozwiązaniem tego problemu jest zastosowanie estymacji do wyznaczenia wymaganych do sterowania i monitoringu parametrów systemu.

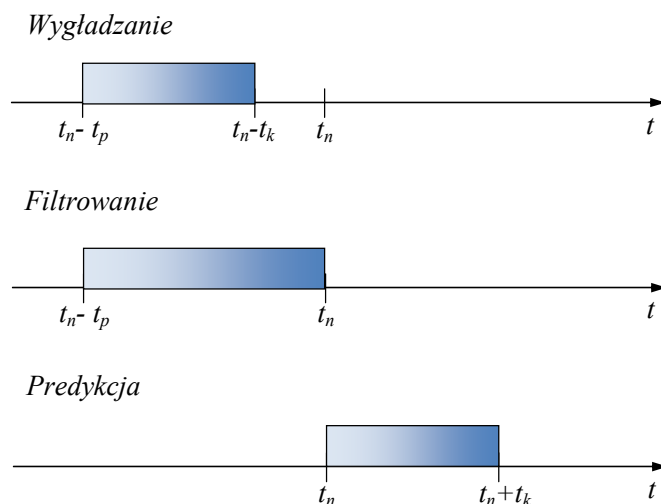
#### Definicja 5.1. Estymacja (Duzinkiewicz, 2005)

*Estymacja jest procesem dostarczania precyzyjniejszej i/lub pełniejszej informacji o systemie w oparciu o wyniki obserwacji (pomiarów) i wiedzę.*

Proces estymacji można podzielić na trzy kategorie (Duzinkiewicz, 2005; Milanese, 1996):

- a) *Wyglądanie* - polega na wyznaczeniu estymaty  $\hat{x}(t)$  pewnej nieznannej wielkości  $x(t)$  poprzez proces estymacji (estymator) w chwili czasu  $t_n$ , na przedział czasu  $t \in [t_n - t_p, t_n - t_k]$ , gdzie  $t_p$  i  $t_k$  określają przedział czasu, z którego zbierane są dane.
- b) *Filtracja* - polega na wyznaczeniu estymaty  $\hat{x}(t)$  pewnej nieznannej wielkości  $x(t)$  poprzez proces estymacji (estymator) w chwili czasu  $t_n$  na przedział czasu  $t \in [t_n - t_p, t_n]$ . Filtracja może być wykorzystywana jako filtr sygnałów działający w czasie rzeczywistym przy przetwarzaniu sygnałów zniekształconych szumem lub jako estymator stanu dla informacji o niemierzonych wielkościach.
- c) *Predykcja* - polega na wyznaczeniu estymaty  $\hat{x}(t)$  pewnej nieznannej wielkości  $x(t)$  poprzez proces estymacji (estymator) w chwili czasu  $t_n$ , na przedział czasu  $t \in [t_n, t_n + t_k]$ . Predykcja może być wykorzystywana do predykcji zarówno stanu jak i wyjść systemu np. w sterowaniu predykcyjnym.

Interpretację graficzną przedstawionych kategorii estymacji przedstawiono na rysunku 5.1.



Rysunek 5.1 Graficzna prezentacja kategorii estymacji (Duzinkiewicz, 2005).

W SW wykorzystuje się wszystkie powyższe kategorie estymacji. Wygładzanie wykorzystywane jest do wyznaczenia profili poborów wody oraz oszacowania wycieków w SW (Głowacki i inni, 2008). Do oszacowania aktualnych wartości niemierzonych/niemierzalnych wielkości np. napory w węzłach, współczynniki chropowatości rurociągów wykorzystywana jest filtracja (Brdyś i inni, 2001a; Duzinkiewicz, 2005). Natomiast do oszacowywania przyszłych wartości zakłóceń (poborów wody) oraz zmiennych (napór hydrauliczny, natężenie przepływu) SW wykorzystuje się predykcję zakłóceń (Pery, 1981; Zhang i inni, 1994; Zhang i inni, 2008).

Problem predykcji wyjść i stanu SW jak i predykcji poborów wody określany jest zwykle na potrzeby operacyjne sterowania SW. Problemy te różnią się od siebie ilością jak i jakością wykorzystywanych informacji oraz modelu matematycznego. W problemie predykcji poborów wody wykorzystuje się najczęściej modele opisujące zachowanie się jednego lub grupy odbiorców na podstawie danych uzyskiwanych z wodomierzy, pomiarów ilości wody wtłoczonej do systemu oraz zakładanych wzorców poborów wody (Brdyś i Ulanicki, 1994; Fillion i inni, 2007; Pery, 1981; Trifunov i Abu-filadi, 1999; Zhang i inni, 1994; Zhang i inni, 2008). Najczęściej są to modele wykorzystujące szeregi czasowe. Natomiast problem predykcji wyjść i stanu SW dotyczy oszacowania trajektorii interesujących (z punktu widzenia sterowania) wielkości charakteryzujących SW (napór hydrauliczny, natężenie przepływu). Do określenia tych wielkości konieczna jest znajomość: bieżących pomiarów (z dostępnych punktów pomiarowych), predykcja poborów wody, trajektoria sterowania oraz model SW.

W rozprawie do sterowania predykcyjnego hydrauliką w górnej warstwie sterowania wykorzystywana będzie przedziałowa i punktowa predykcja wyjść i stanu systemu. W rozdziale 4 opisano w jaki sposób punktowa predykcja wyjść i stanu systemu

wykorzystana została do predykcyjnego sterowania, wykorzystując do tego celu nominalny model SW (model z zerową niepewnością). W bieżącym rozdziale przedstawiony zostanie algorytm przedziałowej predykcji wyjść i stanu SW. Uszczegóławiając, przedstawiona zostanie predykcja uwzględniająca niepewności wpływające na wyjścia i stan systemu. Algorytm ten jest kluczowym elementem algorytmu wyznaczania optymalizującego krzepko dopuszczalnego sterowania hydrauliką SW w górnej warstwie sterowania, który zostanie przedstawiony w rozdziale 6.

W rozprawie, zakłada się pełną znajomość stanu hydrauliki SW tzn. poziomu wody w zbiornikach, stąd za każdym razem jak w pracy będzie mowa o predykcji wyjść SW, rozumiane to będzie jako predykcja zarazem wyjść jak i stanu SW.

## 5.2 Źródła i model niepewności w predykcji wyjść SW

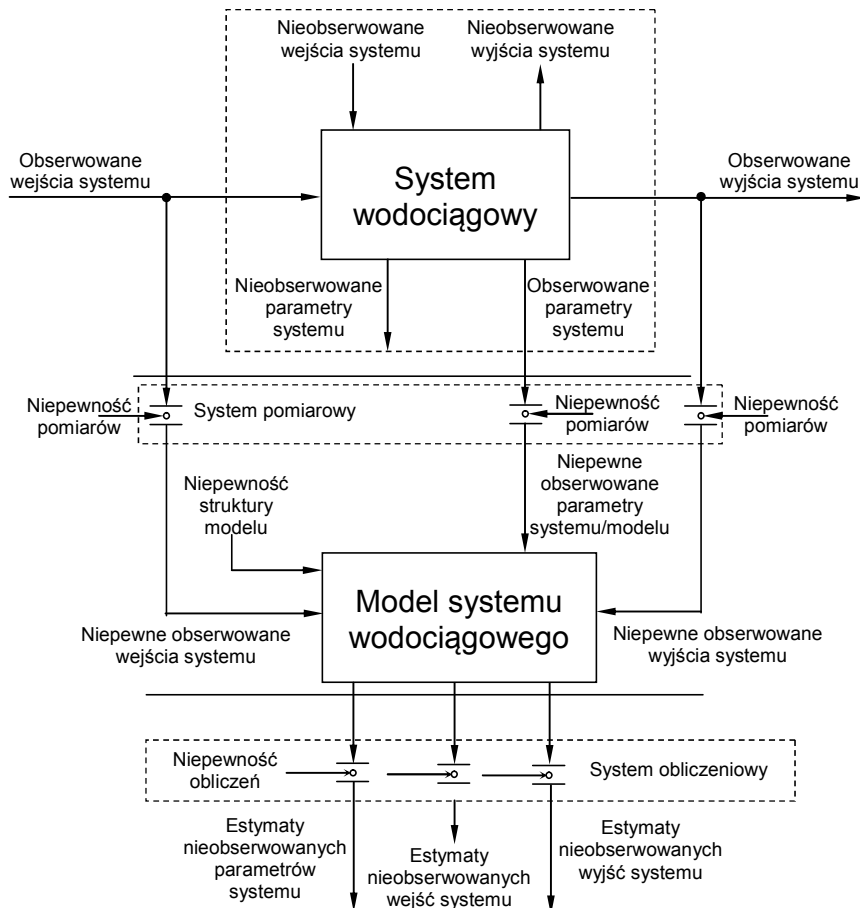
### 5.2.1 Źródła niepewności w predykcji wyjść SW

Nieodłącznym elementem procesu predykcji jest niepewność. Ogólnie niepewność związana jest z wykorzystaniem pomiarów, modeli oraz technik komputerowych i może wynikać z (Duzinkiewicz, 2005):

- a) niepewnego ujęcia mechanizmów przetwarzania zmiennych wejściowych w zmienne wyjściowe/ stanu – *niepewności struktury modelu*;
- b) niepewnego określenia parametrów modelu – *niepewność estymacji (parametrów modelu)*;
- c) niepewnych wartości wielkości wejściowych i wyjściowych/stanu – *niepewność pomiarów lub predykcji*.
- d) zastosowania techniki komputerowej i metod numerycznych – *niepewność obliczeń*.

Na rysunku 5.2. pokazano źródła i miejsca oddziaływania powyższych niepewności na poszczególne elementy SW oraz jego modelu.

Ponieważ niepewność obliczeń (Ad. pkt. d), która zależy od parametrów technicznych danej maszyny liczącej i zastosowanego oprogramowania, w porównaniu z niepewnością wprowadzaną przez pozostałe czynniki jest pomijalnie mała, stąd wpływ tej niepewności na predykcje nie będzie dalej rozważany.



Rysunek 5.2 Źródła i miejsca oddziaływania niepewności na system monitorowania SW (Duzinkiewicz, 2005).

W rozprawie, rozważa się optymalizujące, krzepko dopuszczalne sterowanie hydrauliką SW w oparciu o model SW zbudowany z wykorzystaniem praw zachowania masy i energii (rozdział 3). W równaniach opisujących te prawa mogą występować wielkości lub/i parametry, które nie są określone dokładnie lub nie zostały zawarte w modelu. Równania te można podzielić na trzy grupy (Duzinkiewicz, 2005):

1. Równania bilansowe wyprowadzone z praw zachowania, nie zawierające parametrów (część liniowa statyczna modelu (3.24)). Do tej grupy równań można zaliczyć równania bilansu przepływów wody w węzle np. (3.13) - (3.15). Z tymi równaniami nie jest związana niepewność struktury modelu oraz nie występują parametry. Natomiast w równaniach tych mogą pojawiać się wielkości niebędące zmiennymi sterującymi (np. wielkość poboru wody  $d_{POB}$ ), które mogą wносить niepewność związaną z predykcją wyjść.
2. Równania bilansowe wyprowadzone z praw zachowania zawierające składniki o charakterze analityczno-empirycznym (część nieliniowa statyczna modelu (3.24)). Wyznaczenie tych składników (np. chropowatość rurociągu), odbywa się na drodze oszacowania w oparciu o pomiary bieżące i/lub zaplanowany eksperyment pomiarowy, wykonywany w systemie. Do tej grupy można zaliczyć równania (3.2) - (3.6).

Z równaniami tej grupy związana jest niepewność struktury modelu, która wynika z przybliżonego charakteru analityczno-empirycznych równania (3.1). Oszacowane wartości występujących w nich parametrów mogą wносить znaczące niepewności do procesu estymacji i predykcji.

3. Równania bilansowe wyprowadzone z praw zachowania zawierające parametry (część dynamiczna modelu (3.24) wymagające ich oszacowania. Można do nich zaliczyć np. równania dynamiki zmiany poziomu wody w zbiorniku (3.16) – (3.19). W przypadku tych równań także nie jest z nimi związana niepewność struktury modelu. Oszacowanie wartości parametrów takich jak: pole przekroju poprzecznego zbiornika czy wyniesienie zbiornika, jest stosunkowo proste do zmierzenia. Ponieważ pomiar obarczony jest niepewnością można rozważyć jego wpływ na wyjścia modelu. Wykorzystywanie tych równań może być związane z niepewnością oszacowania poziomu lustra wody w zbiornikach w kolejnych chwilach czasu.

W rozprawie zakłada się znajomość następujących wielkości:

- predykcje punktowa i przedziałową poboru wody;
- obmiarów wielkości charakteryzujących zbiornik i rurociągi;
- wartości pomiaru poziomu lustra wody w zbiornikach, w dowolnej chwili czasu  $t_n$ , oraz wartości niepewności tego pomiaru;
- pomiaru naporu w rezerwuarach w dowolnej chwili czasu oraz wielkości niepewności tego pomiaru;
- charakterystyk i ich parametrów pomp i zaworów oraz wartości niepewności wnoszonej poprzez oszacowanie tych wartości.

### 5.2.2 Model niepewności

Najbardziej rozpowszechnionym podejściem do modelowania niepewności, jest potraktowanie niepewnych wielkości jako zmiennej losowej (wielkość probabilistyczna) (Schweppe, 1974). Zakładając to podejście, informacja o wielkościach niepewnych jest podawana za pomocą łącznej funkcji gęstości prawdopodobieństwa lub funkcji rozkładu. Jednakże, w wielu praktycznych sytuacjach, losowy charakter niepewności może być dyskusyjna. Na przykład, dla dużych systemów często do opisu działania systemu, nie wykorzystuje się dokładnego modelu systemu tylko jego uproszczony model. Zatem estymaty wielkości charakteryzujących dany system, wyznaczone na podstawie tego modelu mogą różnić się od ich prawdziwych wartości. Ponadto niepewność wnoszona przez uproszczony model, ma charakter deterministyczny i traktowanie jej jako probabilistycznej może prowadzić do niesatysfakcjonujących wyników (Milanese i inni, 1996). Dodatkowo podejście

probabilistyczne nie jest w stanie zapewnić wyników o wymaganej dokładności bez posiadania wystarczającej ilości danych gwarantujących wiarygodność przyjętych funkcji gęstości, a niestacjonarność procesów wymaga dużej liczby próbek dla uzyskania charakterystyk probabilistycznych (Duzinkiewicz, 2005). Dla dużych systemów, ze względu na stopień złożoności i rozległość systemu, uzyskanie tego rodzaju informacji jest trudne.

Innym podejściem do modelowania niepewności jest model (Duzinkiewicz, 2005):

- a) rozmyty - bazuje na teorii zbiorów rozmytych, w którym niepewne wielkości reprezentowane są przez funkcje przynależności wartości zmiennych rozmytych;
- b) przedziałowy - opiera się na znajomości granic niepewności - niepewne wielkości reprezentowane są w postaci granic - dolnej i górnej, wewnątrz których na pewno znajdują się nieznane wartości.

Ad. a)

Rozmyty model niepewności wymaga, podobnie jak model probabilistyczny, wyznaczenia charakteru i parametrów funkcji przynależności, co w praktyce jest bardzo trudne lub niemożliwe do zrealizowania. Dodatkowo, zastosowanie tego rozwiązania, w porównaniu do modelu probabilistycznego, odznacza się znacznie większym nakładem obliczeniowym już przy niewielkich problemach.

Ad. b)

Alternatywnym podejściem do opisu niepewności jest podejście przedziałowe (*ang. bounding approach, bounded error, bounded data uncertainty*). W (Milanese i inni, 1996) wyjaśniono określenie przedziałowego traktowania niepewności jako: *„Podejście przedziałowe jest procesem znajdowania granic wartości parametrów lub zmiennych stanu danego modelu systemu, które zapewniają ograniczenie do określonych zakresów, błędów pomiędzy wejściami i wyjściami modelu a ich wartościami obserwowanymi. Innymi słowy podejście przedziałowe odpowiada na pytanie: Jakie wartości parametrów lub zmiennych stanu danego modelu odpowiadają obserwacjom wejścia – wyjścia z danym błędem. W bardziej mechanistycznym spojrzeniu, podejście przedziałowe odwzorowuje, przez model i obserwacje, granice błędów w granice wartości parametrów i zmiennych stanu”* (Duzinkiewicz, 2005). Ogólnie podejście to można podzielić na odnoszące się do modeli w dziedzinie czasu oraz do modeli w dziedzinie częstotliwości. Modele używane w rozprawie są modelami w dziedzinie czasu. Modele niepewności w postaci zbiorów ograniczonych są bardziej realistyczne od pozostałych, gdyż potrzebują mniej informacji *a priori* o charakterze systemu oraz są łatwiejsze do uzyskania i interpretacji. Informacja w postaci dolnych i górnych ograniczeń wartości zmiennych i parametrów, jest często

bardziej wartościowa z punktu widzenia podejmowania decyzji o prowadzeniu systemu niż punktowe, ale niepewne wartości parametrów i zmiennych. Ponadto, taki model niepewności umożliwia uzyskanie krzepkich algorytmów predykcji oraz gwarantowanego oszacowania błędu predykcji.

### 5.2.3 Przedziałowy model opisu niepewności

Założmy, że zbieramy informacje o systemie, w postaci pomiarów  $y^P(t)$  pewnej wielkości charakteryzującej (wyjścia systemu) dany system  $y^S(t)$  poprzez urządzenie pomiarowe, które wykonuje pomiar z błędem pomiarowym  $\varepsilon^P(t)$ . Informację pomiarową o mierzonej wielkości można zapisać w postaci:

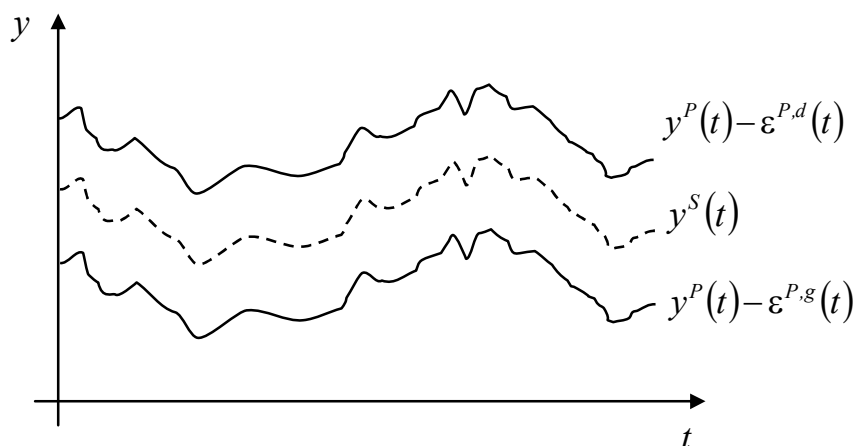
$$y^P(t) = y^S(t) + \varepsilon^P(t) \quad (5.1)$$

Zakładając, że znana jest dolna  $\varepsilon^{P,d}(t)$  i górna  $\varepsilon^{P,g}(t)$  granica zmienności błędu pomiaru, można zapisać:

$$\varepsilon^{P,d}(t) \leq \varepsilon^P(t) \leq \varepsilon^{P,g}(t) \quad (5.2)$$

Wszystkie możliwe trajektorie wyjścia systemu  $y^S(t)$ , można przedstawić w postaci odpowiednich trajektorii: dolnej trajektorii ograniczającej  $y^P(t) - \varepsilon^{P,g}(t)$  oraz górnej trajektorii ograniczającej  $y^P(t) - \varepsilon^{P,d}(t)$  (rysunek 5.3):

$$y^P(t) - \varepsilon^{P,g}(t) \leq y^S(t) \leq y^P(t) - \varepsilon^{P,d}(t) \quad (5.3)$$



Rysunek 5.3 Niepewność informacji pomiarowej w postaci przedziałowej.

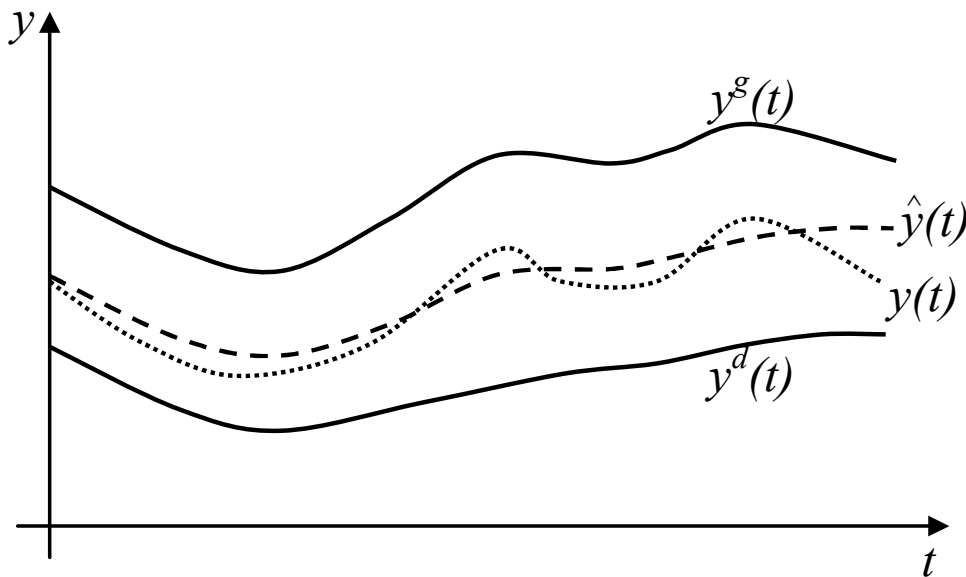
Jeżeli informacja o systemie, nie pochodzi z pomiarów a z modelu, to zależność (5.3) można zapisać jako:

$$y^M(t) - \varepsilon^{M,g}(t) \leq y^S(t) \leq y^M(t) + \varepsilon^{M,d}(t) \quad (5.4)$$

gdzie  $y^M(t)$  - oszacowanie wartości  $y^S(t)$  na podstawie modelu systemu (wyjście modelu),  $\varepsilon^{M,d}(t), \varepsilon^{M,g}(t)$  - wartości graniczne błędu modelu.

Wykorzystując powyższe modele niepewności, w wyniku rozwiązania zadania estymacji, otrzymuje się dolną  $y^d(t) = y^M(t) - \varepsilon^{M,d}(t)$  i górną  $y^g(t) = y^M(t) + \varepsilon^{M,g}(t)$  trajektorie graniczną estymowanych wielkości. Na rysunku 5.4 przedstawiono estymat trajektorii granicznych zmiennej  $y(t)$  oraz oszacowanie zmiennej w postaci tzw. centrum Czebyszewa wyznaczonego zgodnie z zależnością:

$$\hat{y}(t) = \frac{y^d(t) + y^g(t)}{2} \quad (5.5)$$



Rysunek 5.4 Niepewność estymatorów przy podejściu przedziałowym.

Estymaty zmiennej  $y(t)$  w postaci zbioru ograniczonego (rysunek 5.4), definiuje się jako wektor  $\bar{y}(t)$ , którego elementami są wartości odpowiednich trajektorii ograniczających predykowaną zmienną  $y(t)$  z dołu i z góry:

$$\bar{y}(t) = \left[ y^d(t)^T, y^g(t)^T \right]^T \quad (5.6)$$



### 5.3 Przedziałowy model SW do celów predykcji

Model SW można przedstawić w postaci układu równań różnicowo-algebraicznych w postaci (3.24). Przy założeniu niezmienności parametrów systemu na horyzoncie predykcji  $\Xi_p$ , wielkościami charakteryzującymi ten system są wektory: natężeń przepływu przez elementy połączeniowe  $q$  naporów hydraulicznych  $h$  w węzłach MO, naporów hydraulicznych w zbiornikach  $h_z$ , sterowań  $u$  oraz zakłóceń  $d_{POB}$ . Tworzą one wektor zmiennych SW  $s$  w postaci (pomijając element czasu):

$$s = [q^T, h^T, h_z^T, u^T, d_{POB}^T]^T \quad (5.7)$$

Operator  $F$  (3.25) nie jest dokładnie znany, ale jest znane jego przybliżenie  $F_m$ :

$$F(s(t)) = F_m(s(t)) + \bar{e}^M(t) \quad (5.8)$$

gdzie  $\bar{e}^M(t_n)$  - przedziałowy wektor błędów modelowania oszacowywany w chwili czasu  $t$ .

Zakładając znajomość dolnej  $e^{M,d}(t_n)$  i górnej  $e^{M,g}(t_n)$  granicy błędu modelowania  $\bar{e}^M(t) = [e^{M,d}(t)^T, e^{M,g}(t)^T]^T$ , można napisać:

$$e^{M,d}(t) \leq \bar{e}^M(t) \leq e^{M,g}(t) \quad (5.9)$$

gdzie  $e^{M,g}(t)$  - wektor górnych wartości ograniczeń błędu modelowania systemu,  $e^{M,d}(t)$  - wektor dolnych wartości ograniczeń błędu modelowania systemu.

Przyjmując  $F_d(s(t)) = 0$ , to przedziałowy model hydrauliki SW można zapisać jako:

$$-e^{M,g}(t) \leq F_m(s(t)) \leq -e^{M,d}(t) \quad (5.10)$$

Dla dużych systemów takich jak SW tylko niewielka liczba zmiennych jest znana poprzez pomiary, stąd można napisać relacje między zmiennymi  $z$  pomierzonymi a wektorem zmiennych jako  $s: z \subset s$ .

W predykcji pomiary znane są do chwili  $t_n$ , w której wykonuje się predykcję, stąd wektor zmiennych pomierzonych dla horyzontu pomiarowego  $\bar{\Xi}_{POM} = \overline{t - N_{POM}, t}$  przyjmuje następującą postać:

$$\mathbf{z}^P(\Xi_{POM}) = [\mathbf{z}^P(t - N_{POM})^T, \dots, \mathbf{z}^P(k)^T, \dots, \mathbf{z}^P(t)^T]^T; \quad k \in \Xi_{POM} \quad (5.11)$$

gdzie  $k \in \overline{t - N_{POM}, t}$ .

Zależność między pomiarem a wartością rzeczywistą jest następująca:

$$\mathbf{z}^P(\Xi_{POM}) = \mathbf{z}(\Xi_{POM}) + \mathbf{e}^{\overline{P}}(\Xi_{POM}) \quad (5.12)$$

gdzie  $\mathbf{e}^{\overline{P}}(\Xi_{POM})$  - błąd pomiarowy, dla którego można wyznaczyć przedział niepewności

$\mathbf{e}^{\overline{P}}(\Xi_{POM}) = [\mathbf{e}^{P,d}(\Xi_{POM})^T, \mathbf{e}^{P,g}(\Xi_{POM})^T]^T$ . Wartość pomiaru dla horyzontu czasu  $\Xi_{POM}$ , uwzględniając powyższe rozważania, możemy wyrazić w następujący sposób:

$$\mathbf{z}^P(\Xi_{POM}) - \mathbf{e}^{P,g}(\Xi_{POM}) \leq \mathbf{z}(\Xi_{POM}) \leq \mathbf{z}^P(\Xi_{POM}) - \mathbf{e}^{P,d}(\Xi_{POM}) \quad (5.13)$$

lub

$$\overline{\mathbf{z}}(\Xi_{POM}) = [\mathbf{z}^d(\Xi_{POM})^T, \mathbf{z}^g(\Xi_{POM})^T]^T \quad (5.14)$$

gdzie  $\mathbf{z}^d(\Xi_{POM}) = \mathbf{z}^P(\Xi_{POM}) - \mathbf{e}^{P,g}(\Xi_{POM})$ ,  $\mathbf{z}^g(\Xi_{POM}) = \mathbf{z}^P(\Xi_{POM}) - \mathbf{e}^{P,d}(\Xi_{POM})$ .

Przedziałowy model SW (5.10) z pomiarami (5.13) przedstawia kompletną informację o systemie w chwili czasu  $t$  i można ją przedstawić w postaci:

$$\overline{F}_m(t_n) = \begin{cases} -\mathbf{e}^{M,g}(t) \leq F(\mathbf{s}(t)) \leq -\mathbf{e}^{M,d}(t) \\ \mathbf{z}^P(\Xi_{POM}) - \mathbf{e}^{P,g}(\Xi_{POM}) \leq \mathbf{z}(\Xi_{POM}) \leq \mathbf{z}^P(\Xi_{POM}) - \mathbf{e}^{P,d}(\Xi_{POM}) \end{cases} \quad (5.15)$$

Ponieważ, operator  $F$  składa się z trzech części (3.24): liniowej algebraicznej, nieliniowej algebraicznej oraz różnicowej, do których przypisuje się jej błąd modelowania. Stąd, błąd modelowania części:

- liniowej algebraicznej jest w postaci:

$$\mathbf{e}_L^{\overline{M}}(t) = [\mathbf{e}_L^{M,d}(t)^T, \mathbf{e}_L^{M,g}(t)^T]^T \quad (5.16)$$

- nieliniowej algebraicznej w postaci:

$$\mathbf{e}_{NL}^{\overline{M}}(t) = [\mathbf{e}_{NL}^{M,d}(t)^T, \mathbf{e}_{NL}^{M,g}(t)^T]^T \quad (5.17)$$

- różnicowej w postaci:

$$\bar{\mathbf{e}}_D^M(t) = [\mathbf{e}_D^{M,d}(t)^T, \mathbf{e}_D^{M,g}(t)^T]^T \quad (5.18)$$

Mając powyższe na uwadze, przedziałowy model SW można zapisać w postaci ciągłej:

$$\bar{F}_m(t) = \begin{cases} -\mathbf{e}_L^{M,g}(t) \leq \Lambda_L \cdot \mathbf{q}(t) - \mathbf{d}_{POB}(t) \leq -\mathbf{e}_L^{M,d}(t) \\ -\mathbf{e}_{NL}^{M,g}(t) \leq \Delta \mathbf{h}(t) - f_{NL}(\mathbf{s}(t)) \leq -\mathbf{e}_{NL}^{M,d}(t) \\ -\mathbf{e}_D^{M,g}(t) \leq \frac{d\mathbf{h}_z(t_n)}{dt} - \mathbf{\Omega} \cdot (\mathbf{q}_{z,wej}(t) - \mathbf{q}_{z,wyj}(t)) \leq -\mathbf{e}_D^{M,d}(t) \\ \mathbf{z}^P(\Xi_{POM}) - \mathbf{e}^{P,d}(\Xi_{POM}) \leq \mathbf{z}(\Xi_{POM}) \leq \mathbf{z}^P(\Xi_{POM}) - \mathbf{e}^{P,d}(\Xi_{POM}) \end{cases} \quad (5.19)$$

lub w postaci dyskretniej:

$$\bar{F}_{dm}(k) = \begin{cases} -\mathbf{e}_L^{M,g}(k) \leq \Lambda_L \cdot \mathbf{q}(k) - \mathbf{d}_{POB}(k) \leq -\mathbf{e}_L^{M,d}(k) \\ -\mathbf{e}_{NL}^{M,g}(k) \leq \Delta \mathbf{h}(k) - f_{NL}(\mathbf{s}(k)) \leq -\mathbf{e}_{NL}^{M,d}(k) \\ -\mathbf{e}_D^{M,g}(k) \leq \mathbf{h}_z(k+1) - \mathbf{\Omega}_d \cdot (\mathbf{q}_{z,wej}(k) - \mathbf{q}_{z,wyj}(k)) \leq -\mathbf{e}_D^{M,d}(k) \\ \mathbf{z}^P(\Xi_{POM}) - \mathbf{e}^{P,g}(\Xi_{POM}) \leq \mathbf{z}(\Xi_{POM}) \leq \mathbf{z}^P(\Xi_{POM}) - \mathbf{e}^{P,d}(\Xi_{POM}) \end{cases} \quad (5.20)$$

Przystępując do rozwiązywania zadania predykcji wyjść SW, dysponujemy wszystkimi dostępnymi informacjami o SW do chwili czasu  $t_n$ . Ponieważ predykcja jest estymowaniem nieznannej wielkości dla chwil czasu późniejszych niż obecna chwila  $t_n$ , stąd konieczna jest znajomość modelu SW oraz wejść systemu dla tych chwil czasu. Zakładając, że struktura modelu SW oraz jego parametry się nie zmieniają, przedziałowy predykcyjny model SW, określony na horyzont predykcji, jest w postaci:

$$\bar{F}_{dm}(t_n + k | t_n) = \begin{cases} -\mathbf{e}_L^{M,g}(t_n + k | t_n) \leq \Lambda_L \cdot \mathbf{q}(t_n + k | t_n) - \mathbf{d}_{POB}(t_n + k | t_n) \leq -\mathbf{e}_L^{M,d}(t_n + k | t_n) \\ -\mathbf{e}_{NL}^{M,g}(t_n + k | t_n) \leq \Delta \mathbf{h}(t_n + k | t_n) - f_{NL}(\mathbf{s}(t_n + k | t_n)) \leq -\mathbf{e}_{NL}^{M,d}(t_n + k | t_n) \\ -\mathbf{e}_D^{M,g}(t_n + k | t_n) \leq \mathbf{h}_z(t_n + k + 1 | t_n) - \mathbf{\Omega}_d \cdot (\mathbf{q}_{z,wej}(k) - \mathbf{q}_{z,wyj}(k)) \leq -\mathbf{e}_D^{M,d}(t_n + k | t_n) \\ \mathbf{z}^P(\Xi_{POM}) - \mathbf{e}^{P,g}(\Xi_{POM}) \leq \mathbf{z}(\Xi_{POM}) \leq \mathbf{z}^P(\Xi_{POM}) - \mathbf{e}^{P,d}(\Xi_{POM}) \end{cases} \quad (5.21)$$

$k \in \Xi_p$

lub w postaci:

$$\bar{F}_{dm}(\Xi_p | t_n) = \begin{cases} -\mathbf{e}^{M,g}(\Xi_p | t_n) \leq F_d(\mathbf{s}(\Xi_p | t_n)) \leq -\mathbf{e}^{M,d}(\Xi_p | t_n) \\ \mathbf{z}^P(\Xi_{POM}) - \mathbf{e}^{P,g}(\Xi_{POM}) \leq \mathbf{z}(\Xi_{POM}) \leq \mathbf{z}^P(\Xi_{POM}) - \mathbf{e}^{P,d}(\Xi_{POM}) \end{cases} \quad (5.22)$$

gdzie  $\mathbf{s}(\Xi_p | t_n)$  - wektor wszystkich zmiennych SW, określane w chwili czasu  $t_n$ , na horyzont predykcji.

Należy zwrócić uwagę, że model zawiera oprócz pomiarów, predykcję zakłóceń  $\mathbf{d}_{POB}$  oraz wektor sterowań  $\mathbf{u}$ , które muszą być określone na całym horyzoncie predykcji  $\Xi_p$ .

#### 5.4 Sformułowanie zadania krzepkiej predykcji wyjść SW

Zadanie przedziałowej predykcji wyjść SW, rozważane jest zwykle w odniesieniu do wybranego zbioru zmiennych  $\mathbf{w}$  ( $\mathbf{w} \subseteq \mathbf{s}, N_w = \dim(\mathbf{w})$ ), dla którego poszukiwane są trajektorie graniczne, na chwilę czasu  $t_n + k$  ( $k \in \Xi_p$ ). Niech  $\overline{\mathbf{w}}(\Xi_p | t_n)$  oznacza zbiór trajektorii granicznych predykowanych zmiennych systemu, określony w chwili czasu  $t_n$ , na chwilę czasu  $t_n + k$  ( $k \in \Xi_p$ ) i jest w postaci:

$$\overline{\mathbf{w}}(\Xi_p | t_n) = \left[ \mathbf{w}^d(\Xi_p | t_n)^T, \mathbf{w}^g(\Xi_p | t_n)^T \right]^T \quad (5.23)$$

gdzie,  $\mathbf{w}^d, \mathbf{w}^g$  - odpowiednio, dolny i górny zbiór trajektorii granicznych predykowanych zmiennych, określony w następujący sposób:

$$\begin{aligned} \mathbf{w}^d(\Xi_p | t_n) &= \left[ \mathbf{w}_1^d(\Xi_p | t_n)^T, \dots, \mathbf{w}_i^d(\Xi_p | t_n)^T, \dots, \mathbf{w}_{N_w}^d(\Xi_p | t_n)^T \right]^T \\ \mathbf{w}_i^d(\Xi_p | t_n) &= \left[ w_i^d(t_n | t_n), \dots, w_i^d(t_n + k | t_n), \dots, w_i^d(t_n + N_p | t_n) \right] \\ \mathbf{w}^g(\Xi_p | t_n) &= \left[ \mathbf{w}_1^g(\Xi_p | t_n)^T, \dots, \mathbf{w}_i^g(\Xi_p | t_n)^T, \dots, \mathbf{w}_{N_w}^g(\Xi_p | t_n)^T \right]^T \\ \mathbf{w}_i^g(\Xi_p | t_n) &= \left[ w_i^g(t_n | t_n), \dots, w_i^g(t_n + k | t_n), \dots, w_i^g(t_n + N_p | t_n) \right] \end{aligned} \quad (5.24)$$

Przyjmując powyższą definicję wektora, zadanie przedziałowej predykcji wyjść SW definiuje się w następujący sposób:

$$\begin{aligned} \bigvee_{i \in 1, N_w} \bigvee_{k \in \Xi_p} w_i^d(t_n + k | t_n) &= \min \{ w_i(t_n + k | t_n) \} \\ w_i(t_n + k | t_n) &\in \overline{F}_{dm}(t_n + k | t_n) \end{aligned} \quad (5.25)$$

oraz

$$\begin{aligned} \bigvee_{i \in 1, N_w} \bigvee_{k \in \Xi_p} w_i^g(t_n + k | t_n) &= \max \{ w_i(t_n + k | t_n) \} \\ w_i(t_n + k | t_n) &\in \overline{F}_{dm}(t_n + k | t_n) \end{aligned} \quad (5.26)$$

Zadania te należy rozwiązać dla zmiennych systemu, które konieczne są do prowadzenia celów operacyjnych SW. Mając na uwadze stawiane ograniczenia na wyjścia SW przedstawione w rozdziale 2 i 4 niniejszej rozprawy, wektor ten jest w postaci:

$$\mathbf{w}(\Xi_p | t_n) = \left[ \mathbf{h}_{MO}(\Xi_p | t_n)^T, \mathbf{h}_z(\Xi_p | t_n)^T, \mathbf{q}_p(\Xi_p | t_n)^T \right]^T \quad (5.27)$$

#### 5.5 Propozycja rozwiązania zadania przedziałowej predykcji wyjść SW

Zadania optymalizacji (5.25-26) ze względu na nieliniowe ograniczenia, wynikające z modelu SW, zalicza się do zadań nieliniowych ze zmiennymi ciągłymi. W rozprawie, w celu rozwiązania tego zadania, zaproponowano algorytm wykorzystujący linearyzację jednodocinkową wokół punktu pracy SW. W rozprawie efektywność tego algorytmu porównano z dwoma algorytmami: nieliniowym oraz wieloodcinkowym. Charakterystykę powyższych algorytmów przedstawiono poniżej.

#### a) Algorytm nieliniowy

W algorytmie tym wykorzystuje się bezpośrednio sformułowanie w postaci (5.25 - 26). Do rozwiązania tego zadania wykorzystuje się gradientowy algorytm rozwiązywania nieliniowych zadań optymalizacji SQP (Sequential Quadratic Programming) zaimplementowany w pakiecie optymalizacyjnym Tomlab. Algorytm ten wykorzystywany jest do rozwiązywania zadań programowania nieliniowego, który w celu znalezienia rozwiązania zadania, rozwiązuje szereg podproblemów optymalizacyjnych z kwadratowym modelem funkcji celu i zlinearyzowanymi ograniczeniami oryginalnego zadania (Bartholomew-Biggs, 2008).

Zaletą zastosowania nieliniowych algorytmów jest wykorzystanie bezpośrednio z nieliniowego modelu systemu, co pozwala uniknąć wpływu dodatkowych niepewności na wynik obliczeń wynikających z linearyzacji nieliniowych równań.

Wadami zastosowania nieliniowych algorytmów jest brak gwarancji znalezienia rozwiązania globalnego.

#### b) Algorytm linearyzacji wieloodcinkowej (picewise linearisation)

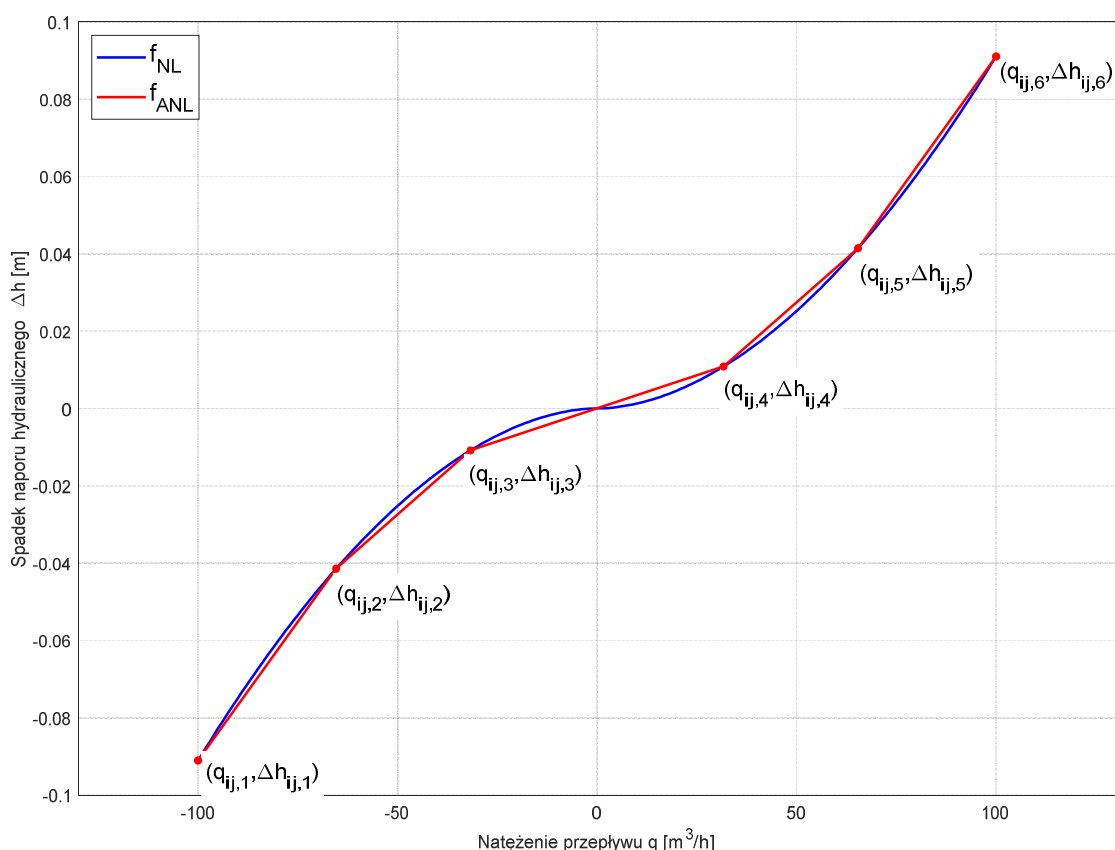
Innym podejściem do rozwiązania ZPPWSW jest zastąpienie nieliniowych ograniczeń poprzez wiele odcinków prostych (linearyzacja wieloodcinkowa) (rysunek 5.6). Dla przypadku SW, procesowi linearyzacji należy poddać tylko nieliniowe zależności elementów połączeniowych.

Metoda linearyzacji wieloodcinkowej bazuje na właściwości kombinacji wypukłej, która mówi, że każdy punkt  $\mathbf{x}^{(3)}$ , leżący na odcinku łączącym punkty  $\mathbf{x}^{(1)}$  z  $\mathbf{x}^{(2)}$  można przedstawić w postaci (Tomlin, 1988; Williams, 2013):

$$\mathbf{x}^{(3)} = (1-\lambda) \cdot \mathbf{x}^{(2)} + \lambda \cdot \mathbf{x}^{(1)}; \quad 0 \leq \lambda \leq 1 \quad (5.28)$$

Dla nieliniowych elementów SW zależność między spadkiem naporu  $\Delta h$  a przepływem  $q$  jest podzielona na  $m-1$  odcinków prostych łączących  $m$  punktów.

Na rysunku 5.5 przedstawiono przykładową charakterystykę rurociągu (3.2) podzieloną na 5 odcinków prostych łączących 6 punktów na krzywej.



Rysunek 5.5. Linearyzacja metodą wieloodcinkową charakterystyki rurociągu.

Wartości  $q_{ij,1}$  i  $q_{ij,6}$  odpowiadają minimalnemu i maksymalnemu przepływowi przez rurociąg znajdujący się między węzłami  $i$  i  $j$ . Wartości  $q_{ij,2}$ , ...,  $q_{ij,5}$  są wybranymi pośrednimi przepływami między wartościami  $q_{ij,1}$  i  $q_{ij,6}$ , tak aby jak najlepiej (najmniejsza różnica między funkcją nieliniową a odcinkami prostych) odzwierciedlać odcinkami aproksymowaną nieliniową funkcję. Liczba odcinków prostych, na które podzielono przedział  $q_{ij,1}, q_{ij,6}$  powinna być kompromisem między błędem linearyzacji a liczbą dodatkowych zmiennych i ograniczeń (szybkością obliczeń) użytych do opisu odcinków. Typowa liczba odcinków waha się między 2 a 6 (Chen, 1997).

Ponieważ rozwiązanie zlinearyzowanych zadań (5.24-25) musi znajdować się na którymś z odcinków łączącym punkty  $[q_{ij,1}, \Delta h_{ij,1}]$ , ...,  $[q_{ij,n}, \Delta h_{ij,n}]$ , stąd w celu powiązania rozwiązania z jednym z odcinkiem, do sformułowania ZPPWSW należy dodać zmienne ze zbioru specjalnego uporządkowania – SOS (*ang. Special Order Set*) (Brdyś i inni 2001a; Chen, 1997; Duzinkiewicz, 2005; Tomlin, 1988; Williams, 2013). Zmienne te określone są na zbiorach liczb dyskretnych.

Wykorzystywane są dwa rodzaje zbiorów specjalnego uporządkowania (Williams, 2013):

- a) SOS type 1 (SOS1) – zbiór zmiennych, w którym tylko jedna ze zmiennych może być większa od zera;
- b) SOS2 type 2 (SOS2) - zbiór zmiennych, w którym tylko dwie sąsiednie zmienne mogą być większe od zera.

W zależności od rodzaju SOS opis nieliniowego równania oraz dodatkowe ograniczenia przyjmują postać:

a) SOS1

$$q_{ij} = q_{ij,1} + \sum_{n=1}^{m-1} (q_{ij,n+1} - q_{ij,n}) \cdot \delta_{ij,n}$$

$$\Delta h_{ij} = h_{ij,1} + \sum_{n=1}^{m-1} (h_{ij,n+1} - h_{ij,n}) \cdot \delta_{ij,n}$$
(5.29)

Z warunkiem, że tylko jedna zmienna  $\delta_{ij,n}$  należąca do zbioru SOS1 musi być równa 1.

b) SOS2

$$q_{ij} = \sum_{n=1}^m Q_{ij,n} \cdot \lambda_{ij,n}$$
(5.31)

$$\Delta h_{ij} = \sum_{n=1}^m h_{ij,n} \cdot \lambda_{ij,n}$$
(5.32)

$$\sum_{n=1 \dots m} \lambda_{ij,n} = 1$$
(5.33)

$$\forall \lambda_{ij,n} \geq 0, n = 1, \dots, m$$
(5.34)

Z warunkiem, że co najwyżej dwie sąsiednie zmienne  $\lambda_n$  mogą być niezerowe,  $n=1, \dots, m$ ;

$\lambda_n \in \text{SOS2}$

W rozprawie, wykorzystano zmienne typu SOS2 z podziałem nieliniowej charakterystyki rurociągów i pomp na 6 odcinków.

### c) Propozycja algorytmu rozwiązywania zadania predykcji wyjść SW - linearyzacja jednodcinkowa w okóło punktu pracy systemu

W rozprawie proponuje się algorytm rozwiązywania zadania (5.25–26) jako liniowego, w którym linearyzuje się model SW wokół punktu trajektorii nominalnej (funkcja celu pozostaje w niezmięnionej postaci). Punkty pracy systemu generowane są wykorzystując nominalny model systemu (3.24). Zastosowanie linearyzacji jednodcinkowej w okóło punktu pracy, do estymacji zmiennych SW zaproponowano w (Brdyś i Ulanicki, 1994;

Duzinkiewicz i Cimiński, 2008b; Głowacki i inni, 2008). Natomiast do predykcji wyjść SW zaproponowano w (Cimiński i Duzinkiewicz, 2015a; Cimiński i Duzinkiewicz, 2015b).

Metoda linearyzacji wokół punktu trajektorii nominalnej przedstawiona jest poniżej w postaci algorytmu (Algorytm 5.1).

### Algorytm 5.1

**Krok 1.** Przyjąć  $k=0$ .

**Krok 2.** Na podstawie modelu systemu w postaci (3.24) oraz  $\mathbf{u}(\Xi_u | t_n)$ ,  $\mathbf{d}_{POB}(\Xi_p | t_n)$ , pomiarów  $z^p(t_n)$ , wyznaczyć nominalną trajektorię systemu  $\mathbf{s}^{pp}(\Xi_p | t_n)$  na horyzont predykcji  $\Xi_p$ .

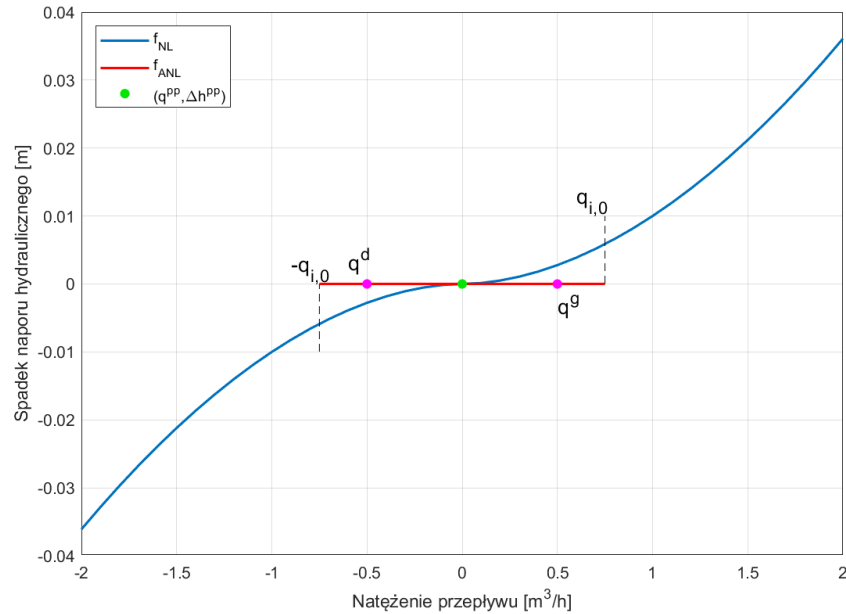
**Krok 3.** Dla  $k$ -tego elementu nominalnej trajektorii systemu  $\mathbf{s}^{pp}(t_n + k | t_n)$  wykonać linearyzację nieliniowych równań  $f_{NL}$  modelu (5.26). Zlinearyzowane nieliniowe równania  $f_{ANL}$  można przedstawić w postaci:

$$\mathbf{f}_{ANL}(t_n + k | t_n) = \mathbf{A}_{ANL}(\mathbf{s}^{pp}(t_n + k | t_n)) \cdot \mathbf{s}(t_n + k | t_n) + \mathbf{b}_{ANL}(\mathbf{s}^{pp}(t_n + k | t_n)) \quad (5.35)$$

gdzie  $\mathbf{A}_{ANL}(\mathbf{s}^{pp}(t_n + k | t_n))$ ,  $\mathbf{b}_{ANL}(\mathbf{s}^{pp}(t_n + k | t_n))$  - odpowiednio macierz diagonalna współczynników kierunkowych i wektor wyrazów wolnych prostych linearyzujących, których wartości zależą od położenia punktu pracy  $\mathbf{s}^{pp}(t_n + k | t_n)$  na krzywej opisującej.

W rozprawie, aby zmniejszyć błąd linearyzacji charakterystyki rurociągu, podzielono przedział zmienności natężenia przepływu na dwa podprzedziały. Wartością graniczną, dzielącą na te dwa obszary, jest umownie przyjęta wartość  $q_{i,0}$  (dla  $i$ -tego rurociągu). Powyższe rozróżnienie wynika ze wzrostu wartości błędów linearyzacji dla punktów pracy bliskich zerowemu przepływowi wody. Jeżeli punkt pracy będzie bliski zeru, to estymowane wartości spadku naporu w rurociągu mogą znacznie oddalać się od nieliniowej charakterystyki rurociągu. Omawianą sytuację ilustruje rysunek 5.6. Jeżeli punkt pracy  $(q^{pp}, \Delta h^{pp})$  jest bardzo blisko punktu (0,0), to zlinearyzowany model tego rurociągu przedstawia prosta  $f_{ANL}$ . Predykowane wartości zmiennych, wraz ze wzrostem niepewności (wynikających z innych czynników niż linearyzacja), oddalałyby się od punktu pracy. Powoduje to wzrost niepewności wynikającej z linearyzacji modelu, co jest zjawiskiem niepożądanym. Natomiast charakterystyka pompy, w całym obszarze działania, linearyzowana jest w ten sam sposób (rysunek 5.9).

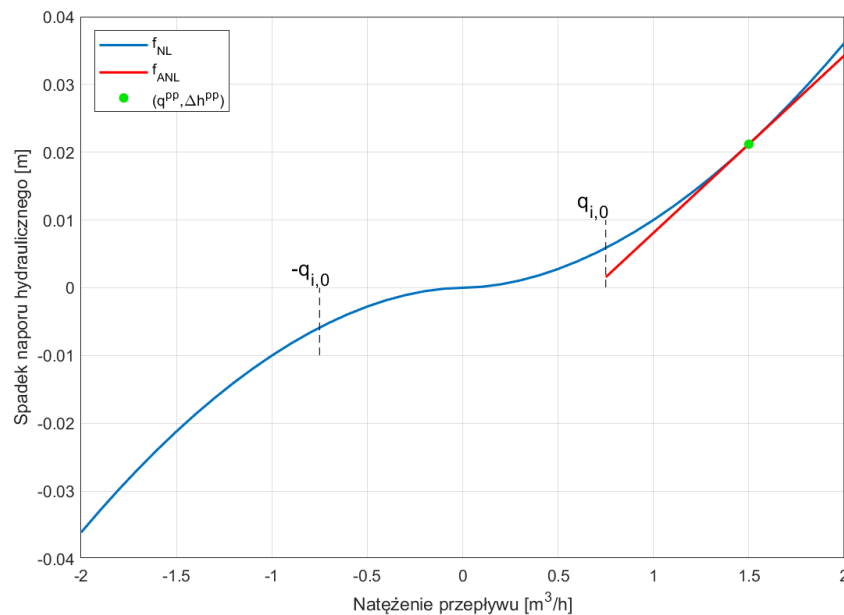




Rysunek 5.6. Ilustracja linearyzacji jednocinkowej charakterystyki rurociągu dla przypadku, gdy punkt pracy jest bliski (0,0).

Stąd, w rozprawie przyjęto, dwa modele zlinearyzowanego modelu charakterystyki rurociągu, w zależności od położenia punktu pracy:

- jeżeli  $\forall_{k \in \Xi_p} |q_i^{pp}(t_n + k | t_n)| > q_{i,0}$  (rysunek 5.7)



Rysunek 5.7. Ilustracja linearyzacji jednocinkowej charakterystyki rurociągu dla przypadku

$|q_i^{pp}(t_n + k | t_n)| > q_{i,0}$ .

Parametry równania (5.35) dla tego przypadku, są w postaci:

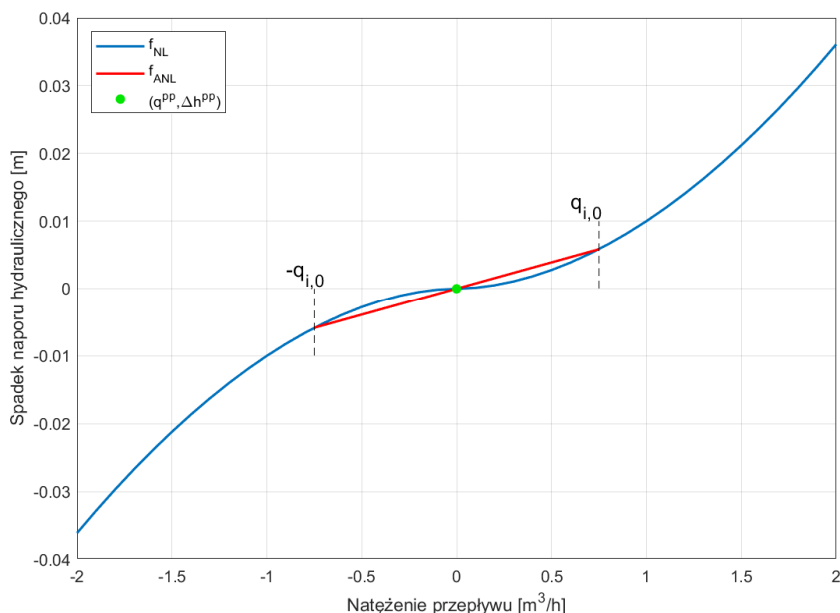
$$\mathbf{A}_{ANL} = \begin{bmatrix} a_{ANL,1}^{ruociag} & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & a_{ANL,M}^{ruociag} & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & a_{ANL,1}^{pompa} & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & a_{ANL,R}^{pompa} & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}_{M+L \times \dim(s)}$$

$$\mathbf{b}_{ANL} = \begin{bmatrix} b_{ANL,1}^{ruociag} & \dots, & b_{ANL,M1}^{ruociag} & , & b_{ANL,1}^{pompa} & \dots, & b_{ANL,P}^{pompa} & , & 0, \dots, & 0 \end{bmatrix}_{1 \times \dim(s)} \quad (5.36)$$

$$\begin{aligned}
 a_{ANL,i}^{ruociag} &= 1,852 \cdot R_i \cdot (q_i^{pp})^{0,852}, i \in \overline{1, M}; \\
 b_{ANL,i}^{ruociag} &= -0,852 \cdot R_i \cdot (q_i^{pp})^{1,852}; \\
 a_{ANL,r}^{pompa} &= -n \cdot R_{p,l} \cdot (u_{p,r})^{2-n} \cdot (q_{p,r}^{pp})^{n-1}, l \in \overline{1, L}; \\
 b_{ANL,r}^{pompa} &= h_{p,r}^0 \cdot u_{p,r}^2 + (n-1) \cdot R_{p,r} \cdot (q_{p,r}^{pp})^n \cdot u_{p,r}^{2-n};
 \end{aligned}$$

gdzie  $a_{ANL,i}^{ruociag}$ ,  $a_{ANL,i}^{pompa}$ ,  $b_{ANL,i}^{ruociag}$ ,  $b_{ANL,i}^{pompa}$  współczynnik kierunkowy i wyraz wolny prostej linearyzującej odpowiednio równanie ruociągu i pompy;  $q_i^{pp}$ ,  $q_{p,r}^{pp}$  - elementy punktu pracy SW.

- jeżeli  $\forall_{k \in \Xi_p} |q_i^{pp}(t_n + k | t_n)| \leq q_{i,0}$  (rysunek 5.8)



Rysunek 5.8. Ilustracja linearyzacji jednocinkowej charakterystyki ruociągu dla przypadku, gdy  $|q_i^{pp}(t_n + k | t_n)| \leq q_{i,0}$ .

Natomiast parametry równania (5.35) dla tego przypadku:

$$\mathbf{A}_{ANL} = \begin{bmatrix} a_{ANL,1}^{rurociag} & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & a_{ANL,M}^{rurociag} & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & a_{ANL,1}^{pompa} & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & a_{ANL,R}^{pompa} & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}_{M+L \times \dim(s)} \quad (5.37)$$

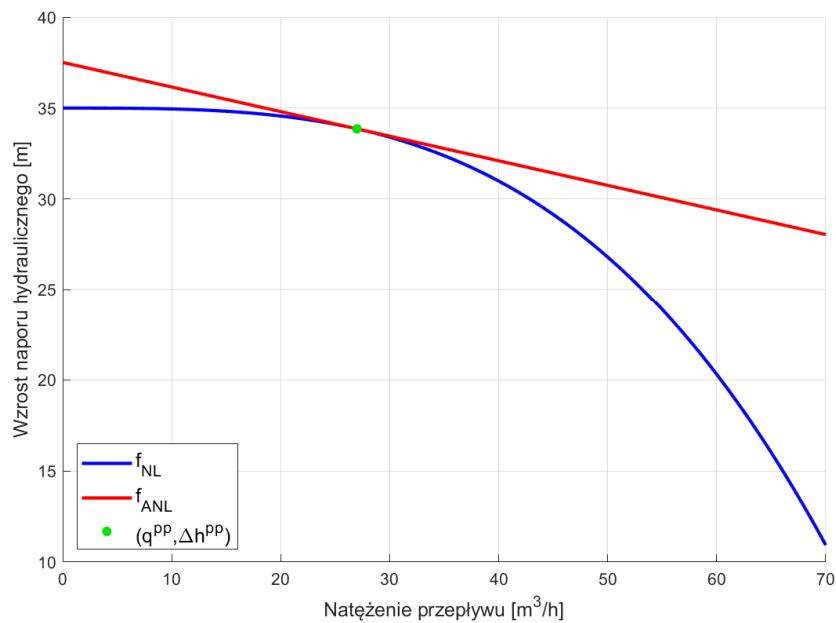
$$\mathbf{b}_{ANL} = [0, \dots, 0, b_{ANL,1}^{pompa}, \dots, b_{ANL,P}^{pompa}, 0, \dots, 0]_{1 \times \dim(s)}^T$$

$$a_{ANL,i}^{rurociag} = R_i \cdot (q_{i,0}^{pp})^{0.852}, i \in \overline{1, M};$$

$$a_{ANL,r}^{pompa} = -n \cdot R_{p,l} \cdot (u_{p,r})^{2-n} \cdot (q_{p,r}^{pp})^{n-1}, l \in \overline{1, L};$$

$$b_{ANL,r}^{pompa} = h_{p,r}^0 \cdot u_{p,r}^2 + (n-1) \cdot R_{p,r} \cdot (q_{p,r}^{pp})^n \cdot u_{p,r}^{2-n};$$

Dla równania pompy



Rysunek 5.9. Ilustracja linearyzacji jednodunkowej charakterystyki pompy.

**Krok 4.** Na podstawie danych z **Kroku 2 i 3** zbudować zlinearyzowany model SW wokół punktu pracy systemu  $s^{pp}(t_n + k | t_n)$  w postaci:

- jeżeli  $k=0$

$$\begin{aligned} \overline{\overline{F}}_L(t_n + k | t_n) = & \\ = & \begin{cases} -e_L^{M,g}(t_n + k | t_n) \leq \Lambda_L \cdot \mathbf{q}(t_n + k | t_n) - \mathbf{d}_{POB}(t_n + k | t_n) \leq -e_L^{M,d}(t_n + k | t_n) \\ -e_{ANL}^{M,g}(t_n + k | t_n) \leq \Delta \mathbf{h}(t_n + k | t_n) - f_{NL}(\mathbf{s}(t_n + k | t_n)) \leq -e_{ANL}^{M,d}(t_n + k | t_n) \\ -e_D^{M,g}(t_n + k | t_n) \leq \mathbf{h}_z(t_n + k + 1 | t_n) - \mathbf{\Omega}_d \cdot (\mathbf{q}_{z,wej}(k) - \mathbf{q}_{z,wyj}(k)) \leq -e_D^{M,d}(t_n + k | t_n) \\ \mathbf{z}^P(\Xi_{POM}) - \mathbf{e}^{P,g}(\Xi_{POM}) \leq \mathbf{z}(\Xi_{POM}) \leq \mathbf{z}^P(\Xi_{POM}) - \mathbf{e}^{P,d}(\Xi_{POM}) \end{cases} \quad (5.38) \\ & k \in \Xi_p \end{aligned}$$

gdzie  $e_{ANL}^{M,d}, e_{ANL}^{M,g}$  - dolne i górne oszacowanie błędu modelowania i linearyzacji zlinearyzowanej części modelu SW.

- jeżeli  $k > 0$

$$\begin{aligned} \overline{\overline{F}}_L(t_n + k | t_n) = & \\ = & \begin{cases} -e_L^{M,g}(t_n + k | t_n) \leq \Lambda_L \cdot \mathbf{q}(t_n + k | t_n) - \mathbf{d}_{POB}(t_n + k | t_n) \leq -e_L^{M,d}(t_n + k | t_n) \\ -e_{ANL}^{M,g}(t_n + k | t_n) \leq \Delta \mathbf{h}(t_n + k | t_n) - f_{NL}(\mathbf{s}(t_n + k | t_n)) \leq -e_{ANL}^{M,d}(t_n + k | t_n) \\ -e_D^{M,g}(t_n + k | t_n) \leq \mathbf{h}_z(t_n + k + 1 | t_n) - \mathbf{\Omega}_d \cdot (\mathbf{q}_{z,wej}(k) - \mathbf{q}_{z,wyj}(k)) \leq -e_D^{M,d}(t_n + k | t_n) \\ \mathbf{h}_z^{\min}(t_n + k | t_n + k - 1) \leq \mathbf{h}_z(t_n + k | t_n + k) \leq \mathbf{h}_z^{\max}(t_n + k | t_n + k - 1) \end{cases} \quad (5.39) \\ & k \in \Xi_p \end{aligned}$$

gdzie  $\mathbf{h}_z^{\min}(t_n + k | t_n + k - 1), \mathbf{h}_z^{\max}(t_n + k | t_n + k - 1)$  - odpowiednio dolna i górna granica predykcji stanu lustra wody w zbiornikach wyznaczona w chwili czasu  $t_n + k - 1$  na chwilę czasu  $t_n + k$ .

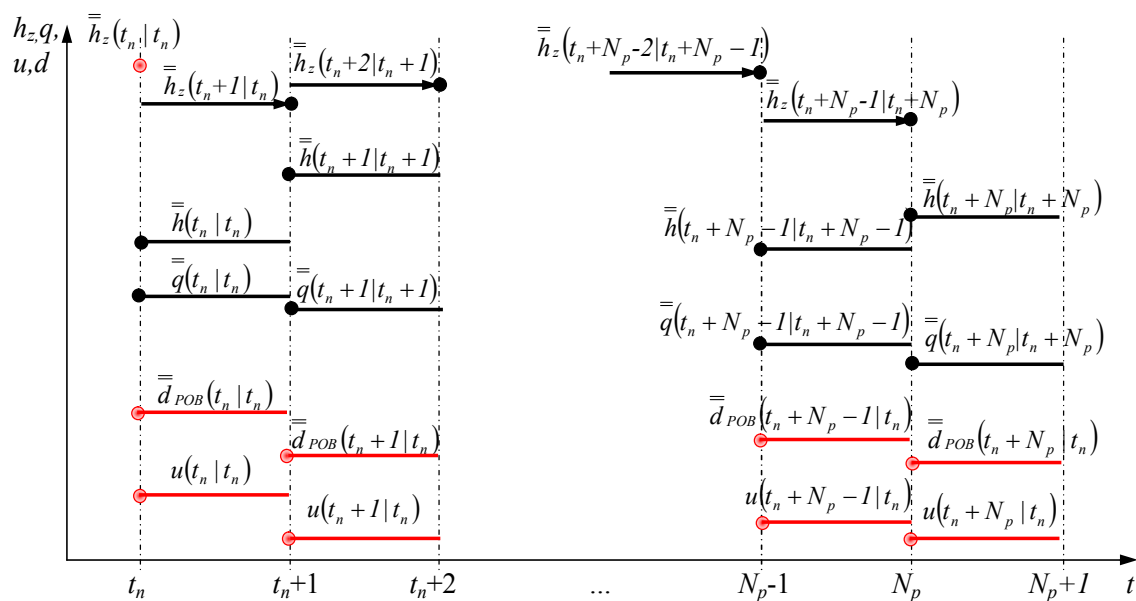
**Krok 5.** Rozwiązać zadania przedziałowej predykcji wyjść SW w postaci (5.25) i (5.26) zastępując ograniczenia  $\overline{\overline{F}}_{dm}$  poprzez ograniczenia  $\overline{\overline{F}}_L$

Przedział zmienności danej wielkości wyznacza się wykorzystując do tego celu zlinearyzowany model SW w postaci (5.38) lub (5.39), którego granice obowiązywania wyznaczone są poprzez oszacowanie błędów istniejących w modelu, tzn.  $e_L^M, e_{ANL}^M, e_D^M$ . Przyjmując powyższe zakłada się, że wyznaczone przedziały zmienności predykowanych wielkości zawierają się w przedziale obowiązywania modelu. Warunek ten nie będzie sprawdzany w dalszych krokach algorytmu.

**Krok 6.** Jeżeli  $k = H_p - 1$  to algorytm kończy swoje działanie. W przeciwnym wypadku ( $k < H_p$ ) przyjąć  $k = k + 1$  i przejść do **Kroku 3**.

## 5.6 Schemat wyznaczania trajektorii granicznych predykcji wyjść SW

Ogólny algorytm wyznaczenia przedziałowej predykcji wyjść i stanu systemu SW opiera się na metodzie EPS opisanej w rozdziale 3 rozprawy doktorskiej. Podobnie jak dla modelu punktowego metoda ta zakłada znajomość tych samych danych pomiarowych tylko w postaci przedziałów zmienności. Interpretację graficzną metody EPS przedstawiono na rysunku 5.10. Kolorem czerwonym wyróżniono wielkości, które konieczne są do przeprowadzenia symulacji na horyzoncie predykcji  $\Xi_p$ , natomiast kolorem czarnym zaznaczono wielkości, które uzyskuje się w symulacji EPS. Czarnymi strzałkami zaznaczono przeniesienie stanu lustra wody w zbiornikach z wyznaczonego w chwili czasu  $t_n + k - 1$  na chwilę czasu  $t_n + k$ .



Rysunek 5.10 Graficzne przedstawienie implementacji metody EPS do wyznaczenia przedziałowej predykcji wyjść i stanu systemu SW.

## 5.7 Wyniki symulacji przedziałowej predykcji wyjść SW

W celu przedstawienia efektywności i jakości metody wyznaczania trajektorii granicznych wyjść SW, wykonano eksperyment, w którym porównano ją z dwoma pozostałymi algorytmami przedstawionymi w rozprawie. Porównane będą przebiegi wyznaczonych trajektorii granicznych oraz czas obliczeń.

### 5.7.1 Założenia do eksperymentu

Do porównania przedstawionych w rozprawie algorytmów wykorzystano model PSSW Mała oraz PSSW Chojnice oraz przyjęto następujące założenia:

- a) długość horyzontu predykcji  $H_p = 24$  [h];
- b) predykowane są wszystkie zmienne SW, tzn. wszystkie napory hydrauliczne i natężenia przepływu, stąd łączna liczba predykowanych zmiennych to: dla PSSW Mała – 95, a dla PSSW Chojnice – 167;
- c) modele poszczególnych PSSW zapisane będą w postaci (5.8);
- d) wartości graniczne przedziału niepewności pomiaru naporu hydraulicznego w zbiornikach, w chwili czasu  $t_n$ , dla rozważanych PSSW wynosi  $\overline{\mathbf{e}}_{H_0}(t_n | t_n) = \overline{-0,1;0,1}$  [m];
- e) wartości graniczne przedziału niepewności pomiaru naporu hydraulicznego w rezerwuarach wynosi dla rozważanych PSSW  $\overline{\mathbf{e}}_R(t_n + k | t_n) = \overline{-0,1;0,1}$  [m],  $\forall k = \overline{0, H_p - 1}$ ;
- f) wartości graniczne przedziału niepewności predykcji poboru wody w węzłach z poborem dla poszczególnych PSSW wynoszą dla:
- PSSW Mała -  $\overline{\mathbf{e}}_D^P(t_n + k | t_n) = \overline{-0,1;0,1}$  [ $l^3/s$ ],  $\forall k = \overline{0, H_p - 1}$ ,
  - PSSW Chojnice -  $\overline{\mathbf{e}}_D^P(t_n + k | t_n) = \overline{-0,1;0,1}$  [ $m^3/s$ ],  $\forall k = \overline{0, H_p - 1}$ ;
- g) wartości graniczne przedziału niepewności pomiaru przepływu dla PSSW wynoszą  $\overline{\mathbf{e}}_Q^P(t_n | t_n) = \overline{-0,5;0,5}$  [ $m^3/s$ ].
- h) wartości graniczne przedziału niepewności pomiaru naporu hydraulicznego w WMO wynoszą  $\overline{\mathbf{e}}_H^P(t_n | t_n) = \overline{-0,5;0,5}$  [m];
- i) wartość graniczna zmiany modelu linearyzacji jednocinkowej, dla zaproponowanej w rozprawie metody, dla każdego rurociągu wynosi:
- dla PSSW Mała -  $\mathbf{q}_0 = 0,1$  [ $l^3/s$ ],
  - dla PSSW Chojnice -  $\mathbf{q}_0 = 0,1$  [ $m^3/h$ ].

Charakterystyka poszczególnych sformułowań zadań optymalizacji przedziałowej predykcji wyjść SW przedstawiają, dla rozważanych PSSW, tabele 5.1 i 5.2.

Tabela. 5.1 Charakterystyka sformułowań zadań optymalizacji (5.25-5.26) dla PSSW Mała.

Ograniczenia		Sformułowanie zadania		
		Nieliniowe	Linearyzacja wieloodcinkowa	Linearyzacja wokół pkt. pracy systemu
Liczba zmiennych	Ciągłych	21	64	29
	Dyskretnych	0	40	0
Nieliniowe	Nierównościowe	0	0	0
	Równościowe	8	0	0
Liniowe	Nierównościowe	0	40	14
	Równościowe	6	47	0

Tabela. 5.2 Charakterystyka sformułowań zadań optymalizacji (5.25-5.26) dla PSSW Chojnice.

Ograniczenia		Sformułowanie zadania		
		Nieliniowe	Linearyzacja wieloodcinkowa	Linearyzacja wokół pkt. trajektorii nominalnej
Liczba zmiennych	Ciągłych	634	2099	906
	Dyskretnych	0	1370	0
Nieliniowe	Nierównościowe	0	0	0
	Równościowe	274	0	0
Liniowe	Nierównościowe	0	1370	452
	Równościowe	178	1550	0

Dla PSSW Chojnice zadanie przedziałowej predykcji wyjść SW sformułowane z wykorzystaniem linearyzacji wieloodcinkowej nie mogło być rozwiązane na dostępnym sprzęcie komputerowym i dostępnym oprogramowaniu. Fakt ten wynika z ograniczeń pamięci operacyjnej komputera oraz ograniczeń 32 bitowego systemu operacyjnego. Ilość wykorzystywanej pamięci operacyjnej przez solver pakietu Tomlab wynika z wykorzystania algorytmu podziału i ograniczeń (Sysło i inni, 1999; Zorychta, Ogryczak, 1981), który dla dużej liczby zmiennych dyskretnych wykorzystuje znaczną ilość pamięci operacyjnej. Zważając na powyższe wyniki symulacji dla PSSW Chojnice nie będą przedstawione.

## 5.7.2 Wyniki obliczeń

### a) Czas obliczeń

Porównanie wartości średnich oraz minimalnych i maksymalnych czasów rozwiązywania zadania predykcji wyjść SW dla rozważanych PSSW, przedstawiono w tabeli 5.3 i 5.4. Dla tych algorytmów, wektor startowy optymalizacji był równy elementowi trajektorii nominalnej systemu  $s^{pp}(t_n + k | t_n)$  w  $k$ -tym kroku predykcji.

Tabela. 5.3 Średni, minimalny i maksymalny czas rozwiązania jednego zadania optymalizacji przedziałowej predykcji wyjść i stanu SW dla PSSW Mała.

Sformułowanie zadania przedziałowej predykcji wyjść i stanu SW	Nieliniowe [ms]	Linearyzacja wieloodcinkowa [ms]	Linearyzacja jednodcinkowa wokół pkt. pracy systemu [ms]
Średnia	152,22	939,52	3,46
Min	43,91	410,37	3,29
Max	470,94	3210,33	6,12

Tabela. 5.4 Średni, minimalny i maksymalny czas rozwiązania jednego zadania optymalizacji przedziałowej predykcji wyjść i stanu SW dla PSSW Chojnice.

Sformułowanie zadania przedziałowej predykcji wyjść i stanu SW	Nieliniowe [ms]	Linearyzacja wieloodcinkowa [s]	Linearyzacja jednodcinkowa wokół pkt. trajektorii nominalnej [ms]
	7590,34	-	26,76
Min	1930,52	-	20,63
Max	37310,44	-	36,72

### Wnioski – czas obliczeń

Z wyników przedstawionych w tabelach 5.3-4 wypływa wniosek, że czas rozwiązania zadania (5.25 – 5.26) sformułowanego jako linearyzacja jednodcinkowa wokół punktu trajektorii nominalnej jest najkrótszy - zarazem wartość średnia jak i wartości minimalna i maksymalna. Wynika to, z faktu, iż liniowe zadania optymalizacji stosunkowo łatwo rozwiązać wykorzystując metodę Simplex.

### b) Przebiegi czasowe przedziałów predykcji wyjść

W celu sprawdzenia jak, względem rozwiązania nieliniowego, przebiegają trajektorie graniczne z pozostałych algorytmów, zbadano średnią odległość trajektorii granicznych (dolnej i górnej) dla rozważanych sformułowań.

Średnia odległość pomiędzy trajektoriami wyznaczona została z zależności:

$$\sigma_{y_p}^{\min} = \frac{\sum_{m=1}^M \sum_{k=0}^{H_p-1} |y_{p,i}^{\min}(t_n + k | t_n) - y_{NL,i}^{\min}(t_n + k | t_n)|}{H_p} \quad (5.40)$$

$$\sigma_{y_p}^{\max} = \frac{\sum_{m=1}^M \sum_{k=0}^{H_p-1} |y_{p,i}^{\max}(t_n + k | t_n) - y_{NL,i}^{\max}(t_n + k | t_n)|}{H_p}$$

gdzie  $M$  - liczba predykowanych zmiennych.



Przyjmując powyższe zależności, średnią odległość trajektorii predykowanych zmiennych dla natężenia przepływu i naporu hydraulicznego, przedstawiono w tabeli 5.5 dla PSSW Mała oraz w tabeli 5.6 dla PSSW Chojnice.

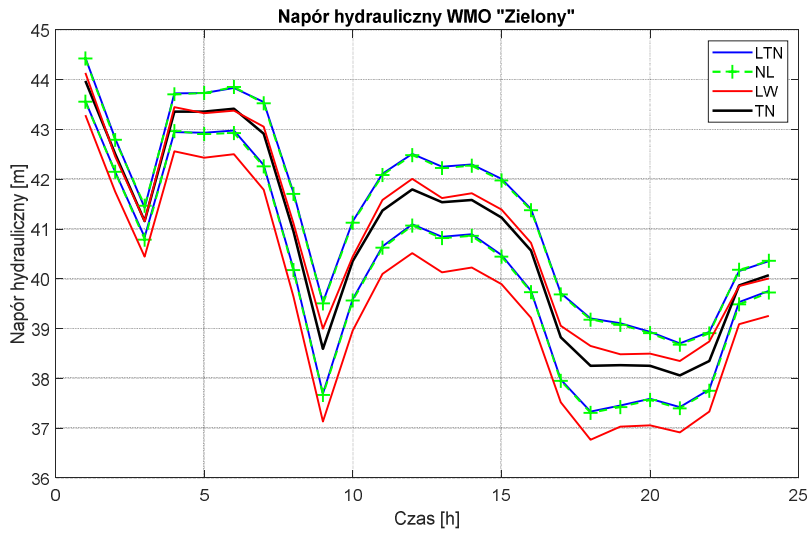
Tabela 5.5. Średnia i maksymalna odległość predykowanych trajektorii granicznych zaprezentowanych dla metod rozwiązania zadań (5.25-26), w stosunku do rozwiązania nieliniowego w zależności od predykowanej wielkości (napór i przepływ) dla PSSW Mała (LTN – linearyzacja wokół punktu trajektorii nominalnej, LW – linearyzacja metodą wieloodcinkową).

Predykowana wielkość		$\sigma_{y_p}^{\min}$	max	$\sigma_{y_p}^{\max}$	max
Przepływ [l <sup>3</sup> /s]	<b>LTN</b>	0,21	0,69	0,14	0,24
	<b>LW</b>	0,69	0,91	0,60	0,81
Napór [m]	<b>LTN</b>	0,053	0,058	0,045	0,053
	<b>LW</b>	0,68	2,05	0,68	1,97

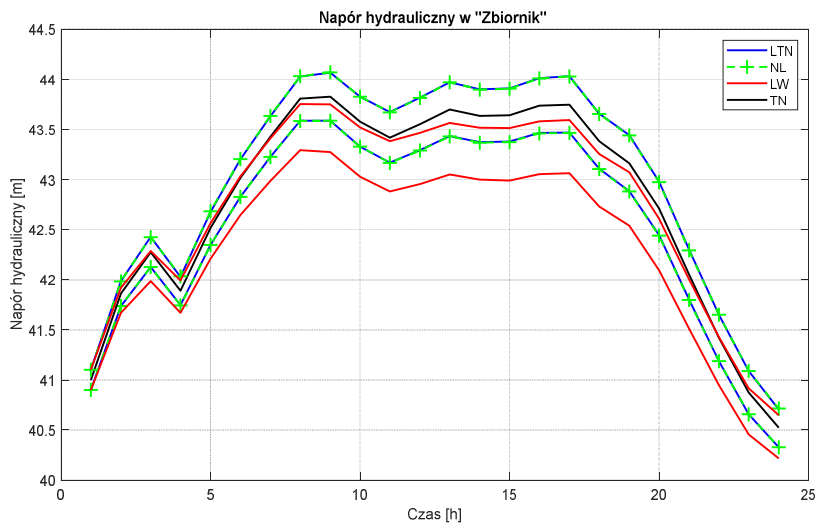
Tabela 5.6. Średnia i maksymalna odległość predykowanych trajektorii granicznych zaprezentowanych dla metod rozwiązania zadań (5.25-5.26), w stosunku do rozwiązania nieliniowego w zależności od predykowanej wielkości (napór i przepływ) dla PSSW Chojnice.

Predykowana wielkość		$\sigma_{y_p}^{\min}$	max	$\sigma_{y_p}^{\max}$	max
Przepływ [m <sup>3</sup> /h]	<b>LTN</b>	1,81	5,36	1,97	19,24
Napór [m]	<b>LTN</b>	0,11	0,98	0,12	0,13

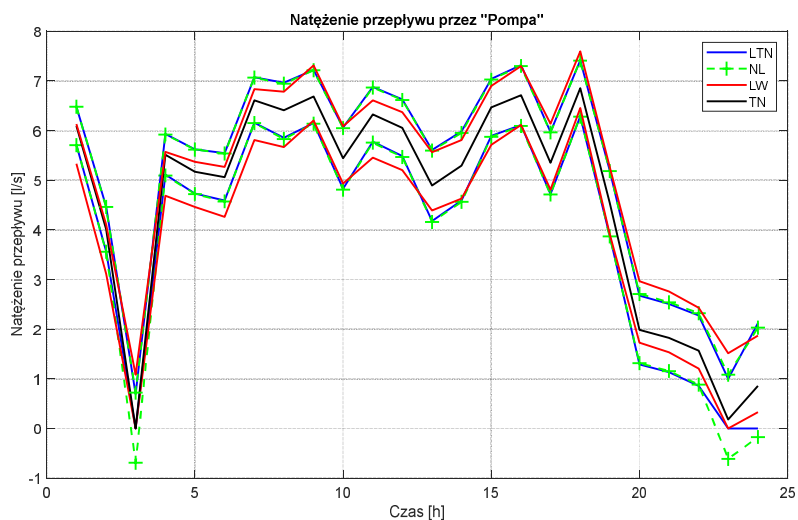
Na rysunkach 5.11 – 5.13 oraz rysunek 5.14 – 5.19 przedstawiono wybrane przebiegi trajektorii granicznych dla trzech przedstawionych powyżej algorytmów dla PSSW Mała oraz PSSW Chojnice.



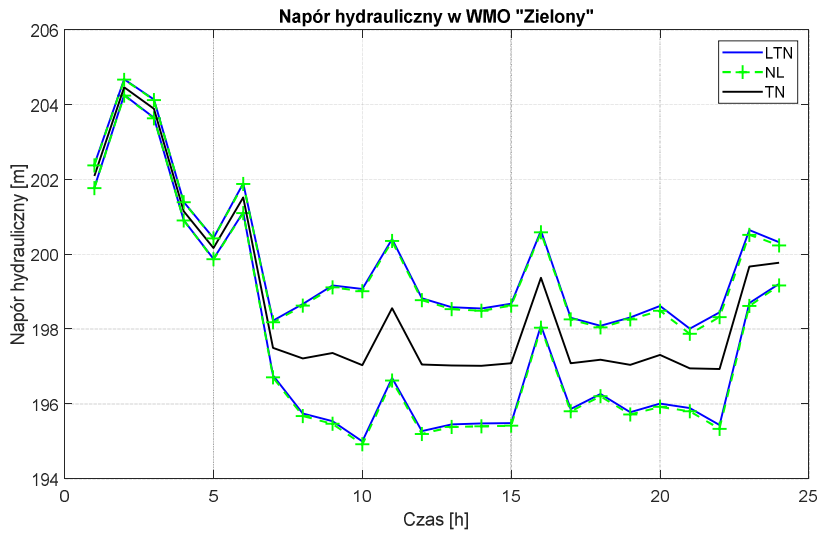
Rysunek 5.11. Przebiegi trajektorii granicznych naporu i trajektorii nominalnej dla WMO „Zielony” – PSSW Mała.



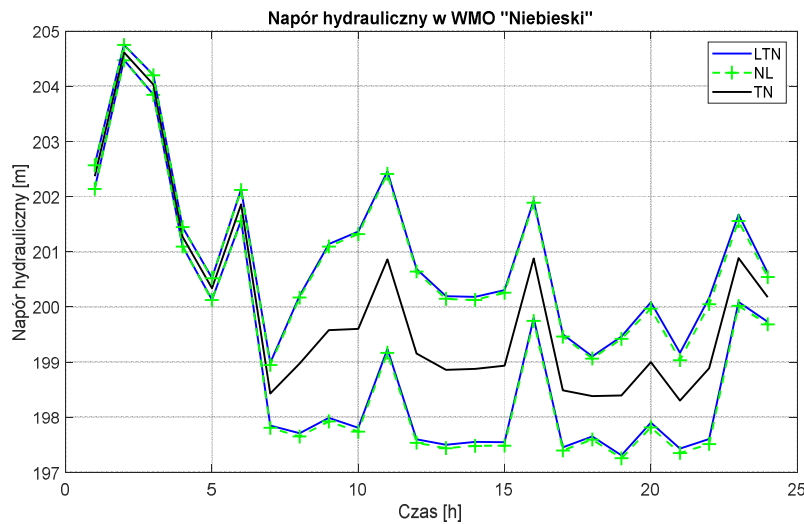
Rysunek 5.12. Przebiegi trajektorii granicznych i trajektorii nominalnej poziomu lustra wody dla zbiornika „Zbiornik” – PSSW Mała.



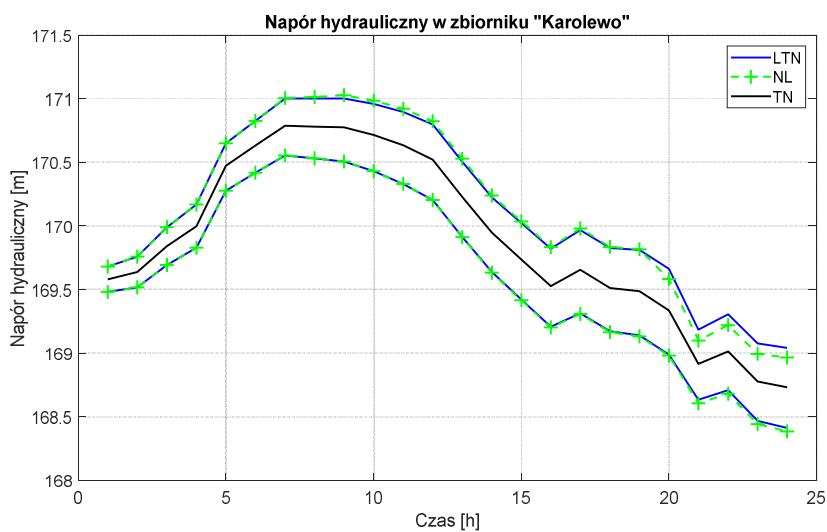
Rysunek 5.13. Przebiegi trajektorii granicznych przepływu i trajektorii nominalnej dla pompy „Pompa” – PSSW Mała.



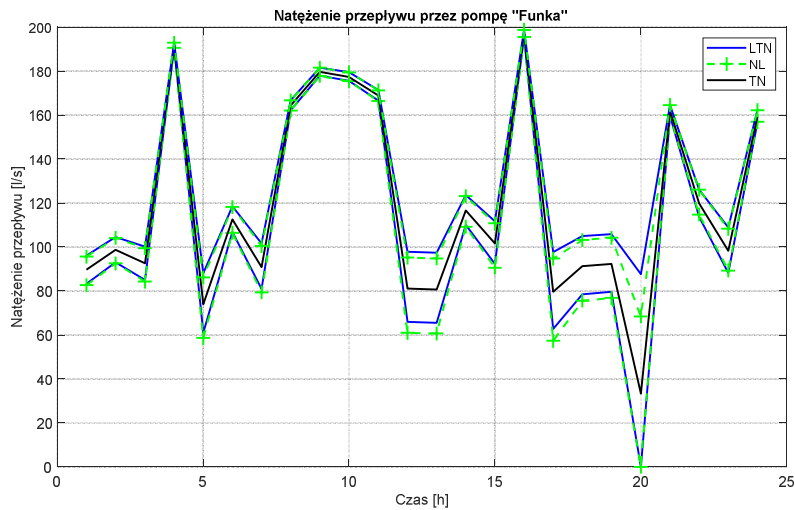
Rysunek 5.14. Przebiegi trajektorii granicznych i trajektorii nominalnej naporu dla WMO „Zielony” - PSSW Chojnice.



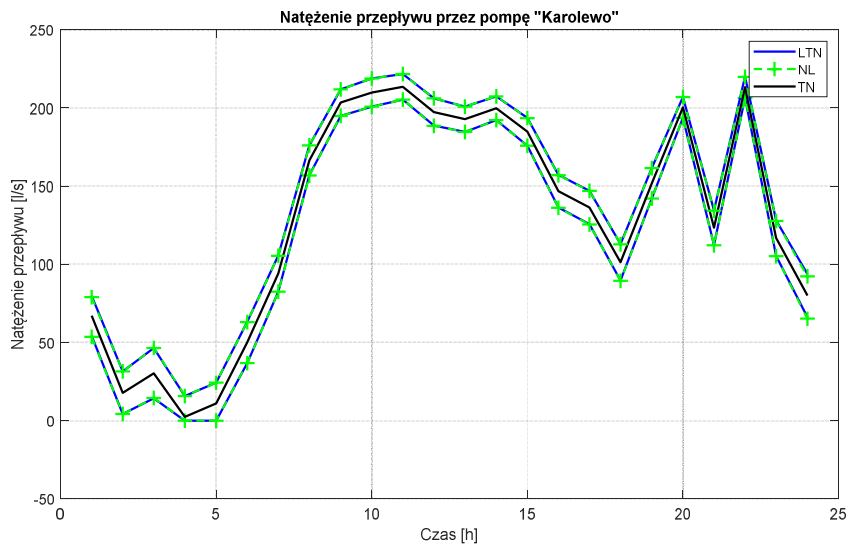
Rysunek 5.15. Przebiegi trajektorii granicznych i trajektorii nominalnej naporu dla pompy „Niebieski” - PSSW Chojnice.



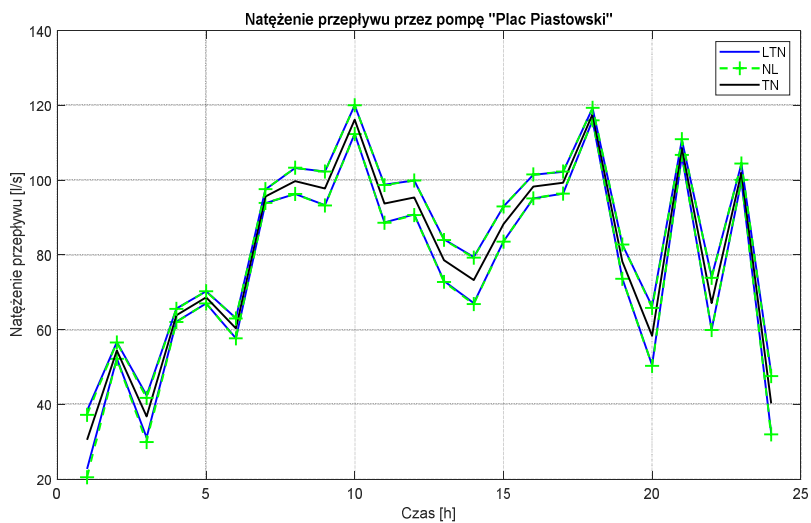
Rysunek 5.16. Przebiegi trajektorii granicznych i trajektorii nominalnej poziomu lustra wody w zbiorniku „Karolewo” – PSSW Chojnice.



Rysunek 5.17. Przebiegi trajektorii granicznych i trajektorii nominalnej przepływu dla pompy „Funka” - PSSW Chojnice.



Rysunek 5.18. Przebiegi trajektorii granicznych i trajektorii nominalnej przepływu dla pompy „Karolewo” - PSSW Chojnice.



Rysunek 5.19. Przebiegi trajektorii granicznych i trajektorii nominalnej przepływu dla pompy „Plac Piastowski” - PSSW Chojnice.

## Wnioski - przebiegi czasowe trajektorii granicznych predykcji wyjść SW

Przebiegi trajektorii granicznych dla rozwiązania zadania krzepkiej predykcji wyjść wykorzystując metodę linearyzacji wokół punktu trajektorii nominalnej, w większości przypadków pokrywają z trajektoriami granicznymi rozwiązania nieliniowego. Natomiast trajektorie graniczne, wyznaczone wykorzystując metodę linearyzacji wieloodcinkowej, w większości przypadków, odbiegają od trajektorii granicznych rozwiązania nieliniowego. Z powyższego wypływa wniosek, że trajektorie graniczne uzyskane przy pomocy linearyzacji wokół punktu trajektorii nominalnej, lepiej odzwierciedla nieliniowe rozwiązanie zadań (5.25 – 5.26) w porównaniu z trajektoriami uzyskanymi ze sformułowania wieloodcinkowego.

### Wnioski ogólne

Reasumując powyższe, w dalszej części rozprawy, do wyznaczania krzepkiego sterowania zastosowany będzie algorytm wyznaczania krzepkiej predykcji wyjść SW z wykorzystaniem zlinearyzowanego wokół punktu pracy systemu. Powyższy wybór podyktowany jest dwiema przesłankami:

1. z przedstawionych algorytmów uzyskuje najkrótszy średni czas obliczeń na jedno zadanie optymalizacji,
2. dla wybranego algorytmu trajektorie graniczne wyjść SW nie różnią się znacząco od trajektorii granicznych uzyskiwanych z nieliniowego sformułowania.

## 5.8 Podsumowanie

W rozdziale przedstawiono narzędzie konieczne do określenia czy generowane sterowanie jest krzepko dopuszczalne, tzn. krzepką predykcję. Narzędzie to, na podstawie przedziałowego modelu systemu generuje dwie trajektorie graniczne wyjść systemu: górną i dolną. Trajektorie te wynikają z niepewności występujących w systemie. W celu wyznaczenia tych trajektorii należy wiele razy rozwiązać dwa zadania optymalizacji: minimalizacji i maksymalizacji wartości predykowanej zmiennej z ograniczeniami w postaci modelu systemu. Ponieważ model systemu ma charakter nieliniowy, nie można zagwarantować, że uzyskane rozwiązania są rozwiązaniami globalnymi. Stąd w rozprawie zaproponowano rozwiązanie powyższych zadań z zlinearyzowanym modelem systemu. Ponieważ nominalna trajektoria pracy systemu jest znana, stąd linearyzacja wykonywana jest wokół elementów trajektorii pracy systemu. Efektywność działania krzepkiej predykcji sprawdzono dla trzech różnych sformułowań modelu systemu (ograniczeń zadań optymalizacji): nieliniowej, linearyzacji wieloodcinkowej i linearyzacji wokół punktu pracy systemu. Przeprowadzone badania wykazały, że linearyzacja wokół punktu pracy systemu

jest najefektywniejszą metodą (pod względem czasu obliczeń) oraz generowane trajektorie są najbardziej zbliżone do trajektorii uzyskanych z modelu nieliniowego. Z powyższych powodów, w rozprawie, do dalszych prac będzie stosować się krzepką predykcję z modelem zlinearyzowanym wokoło punktu pracy systemu.

## Rozdział 6. Synteza optymalizującego krzepko dopuszczalnego sterowania hydrauliką SW

W rozdziale zaprezentowane będą dwa algorytmy rozwiązujące zadanie optymalizacji (2.21) wyznaczające krzepko dopuszczalne sterowanie hydrauliką SW. Głównymi elementami tych algorytmów są: optymalizator przedstawiony w rozdziale 4, oparty o algorytm genetyczny oraz algorytm krzepkiej predykcji wyjść przedstawiony w rozdziale 5. Pierwszy algorytm (Algorytm I) polega na iteracyjnym wyznaczaniu optymalizującego, krzepko dopuszczalnego ze względu na ograniczenia wyjść, sterowania SW. Wykorzystane do tego celu są tzw. strefy bezpieczeństwa, które modyfikują oryginalne ograniczenia wyjść systemu. Zaprezentowany algorytm jest modyfikacją algorytmu przedstawionego w (Brdyś, Chang 2002; Chang, 2003; Duzinkiewicz, 2005; Tran, Brdyś, 2010; Tran, Brdyś, 2011), który wyznacza optymalizujące, krzepko dopuszczalne sterowanie stężeniem chloru w SW. Modyfikacja dotyczy, w głównej mierze, sposobu poszukiwania niekonserwatywnych szerokości stref bezpieczeństwa. W tym algorytmie, w procesie wyznaczania stref bezpieczeństwa uczestniczy jedynie najlepszy, chociaż nie krzepko dopuszczalny, osobnik z populacji rozwiązań. Inne jest także podejście do optymalizacji, chociaż ma to znaczenie nie pierwszoplanowe. Drugi algorytm (Algorytm II), wykorzystuje w istotny sposób populacyjny charakter algorytmu genetycznego i jego charakter zdążania do coraz lepszych rozwiązań, oraz nie wykorzystuje mechanizmu stref bezpieczeństwa. W tym algorytmie cecha krzepkiej dopuszczalności (wykorzystanie algorytmu krzepkiej predykcji) sprawdzana jest dla wszystkich osobników populacji. W ten sposób krzepka predykcja wyjść pozwala bezpośrednio wyznaczać optymalizujące krzepko dopuszczalne sterowanie.

### 6.1 Algorytm wyznaczania krzepko dopuszczalnego sterowania z wykorzystaniem stref bezpieczeństwa

W pracach (Brdyś, Chang 2002; Chang, i inni 2003; Duzinkiewicz, 2005; Duzinkiewicz i Cimiński, 2008a; Cimiński i Duzinkiewicz, 2010; Tran i Brdyś, 2010; Tran i Brdyś, 2011) zaproponowano algorytm wyznaczania krzepko dopuszczalnego sterowania. Algorytm ten inicjowany jest w tych krokach sterowania predykcyjnego w których, w oparciu o algorytm krzepkiej predykcji wyjść, stwierdzona zostanie możliwość naruszenia ograniczeń na wartości tych wyjść, przy realizacji pewnego niekorzystnego scenariusza niepewności. Bazuje on na iteracyjnym zawężaniu oryginalnych ograniczeń wyjść systemu wykorzystując technikę stref bezpieczeństwa. W technice tej do każdego oryginalnego ograniczenia dolnego i górnego wyjścia systemu, przypisane są dwa wektory stref bezpieczeństwa: dolny  $\Sigma_i^d$  i górny  $\Sigma_i^g$

( $i$ -te ograniczenie). Wektory te są o długości  $N_p$  i wyznaczone są w chwili czasu  $t_n$  na horyzont predykcji  $\Xi_p$ :

$$\begin{aligned}\Sigma_i^d(\Xi_p | t_n) &= [\sigma_i^d(t_n | t_n) \quad \dots \quad \sigma_i^d(t_n + k | t_n) \quad \dots \quad \sigma_i^d(t_n + N_p | t_n)]^T \\ \Sigma_i^g(\Xi_p | t_n) &= [\sigma_i^g(t_n | t_n) \quad \dots \quad \sigma_i^g(t_n + k | t_n) \quad \dots \quad \sigma_i^g(t_n + N_p | t_n)]^T \\ \Sigma^d(\Xi_p | t_n) &= [\Sigma_1^d(\Xi_p | t_n)^T \quad \dots \quad \Sigma_i^d(\Xi_p | t_n)^T \quad \dots \quad \Sigma_N^d(\Xi_p | t_n)^T]^T \\ \Sigma^g(\Xi_p | t_n) &= [\Sigma_1^g(\Xi_p | t_n)^T \quad \dots \quad \Sigma_i^g(\Xi_p | t_n)^T \quad \dots \quad \Sigma_N^g(\Xi_p | t_n)^T]^T \\ \bar{\Sigma}(\Xi_p | t_n) &= [\Sigma^d(\Xi_p | t_n)^T \quad \Sigma^g(\Xi_p | t_n)^T]^T\end{aligned}\tag{6.1}$$

W każdym kroku, algorytm krzepkiego, ze względu na wartości wyjść, sterowania predykcyjnego rozpoczyna poszukiwanie sterowania optymalnego  $\mathbf{u}^*$  przyjmujące zerowe wartości stref bezpieczeństwa. Znalezione sterowanie sprawdzane jest ze względu na jego krzepkość. Dla sterowania  $\mathbf{u}^*$  wyznacza się trajektorie graniczne wyjść systemu. Na podstawie tych trajektorii określa się czy sterowanie jest krzepko dopuszczalne poprzez sprawdzenie zawierania się trajektorii granicznych wyjść systemu  $\bar{\mathbf{y}}_p$  w oryginalnych ograniczeniach systemu  $\bar{\mathbf{y}}$  na horyzoncie  $\Xi_p$ . Wynikiem tego sprawdzenia jest wektor przekroczeń  $\bar{\mathbf{v}}$  oryginalnych ograniczeń wyjść systemu  $\bar{\mathbf{y}}$  przez trajektorie graniczne  $\bar{\mathbf{y}}_p$ . Wektor przekroczeń  $\bar{\mathbf{v}}$  składa się z dwóch podwektorów: wektor trajektorii przekroczeń dolnych ograniczeń  $\mathbf{v}^d$  i górnych ograniczeń  $\mathbf{v}^g$ . Wektor przekroczeń  $\mathbf{v}^d$  związany jest z przekroczeniem dolnego oryginalnego ograniczenia wyjścia systemu  $\mathbf{y}^{min}$  przez dolną trajektorię graniczną wyjścia  $\mathbf{y}^d$ . Natomiast górny wektor przekroczeń  $\mathbf{v}^g$  związany jest z przekroczeniem górnego oryginalnego ograniczenia wyjścia  $\mathbf{y}^{max}$  przez górną trajektorie graniczną wyjścia  $\mathbf{y}^g$ . Mając na uwadze powyższe, wektor trajektorii przekroczeń  $\bar{\mathbf{v}}$ , wyznaczony w chwili czasu  $t_n$  na horyzoncie  $\Xi_p$  można zdefiniować następująco:



$$\begin{aligned}
\mathbf{v}_i^d(\Xi_p | t_n) &= \mathbf{y}_i^{\min}(\Xi_p | t_n) - \mathbf{y}_{p,i}^d(\Xi_p | t_n) \\
\mathbf{v}_i^d(\Xi_p | t_n) &= \begin{bmatrix} \mathbf{v}_i^d(t_n | t_n) \\ \dots \\ \mathbf{v}_i^d(t_n + k | t_n) \\ \dots \\ \mathbf{v}_i^d(t_n + N_p | t_n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_i^{\min}(t_n | t_n) - \mathbf{y}_{p,i}^d(t_n | t_n) \\ \dots \\ \mathbf{y}_i^{\min}(t_n + k | t_n) - \mathbf{y}_{p,i}^d(t_n + k | t_n) \\ \dots \\ \mathbf{y}_i^{\min}(t_n + H_p | t_n) - \mathbf{y}_{p,i}^d(t_n + N_p | t_n) \end{bmatrix} \\
\mathbf{v}_i^g(\Xi_p | t_n) &= \mathbf{y}_{p,i}^g(\Xi_p | t_n) - \mathbf{y}_i^{\max}(\Xi_p | t_n) \\
\mathbf{v}_i^g(\Xi_p | t_n) &= \begin{bmatrix} \mathbf{v}_i^g(t_n | t_n) \\ \dots \\ \mathbf{v}_i^g(t_n + k | t_n) \\ \dots \\ \mathbf{v}_i^g(t_n + N_p | t_n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_{p,i}^g(t_n | t_n) - \mathbf{y}_i^{\max}(t_n | t_n) \\ \dots \\ \mathbf{y}_{p,i}^g(t_n + k | t_n) - \mathbf{y}_i^{\max}(t_n + k | t_n) \\ \dots \\ \mathbf{y}_{p,i}^g(t_n + H_p | t_n) - \mathbf{y}_i^{\max}(t_n + N_p | t_n) \end{bmatrix} \tag{6.2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{v}^d(\Xi_p | t_n) &= \begin{bmatrix} \mathbf{v}_1^d(\Xi_p | t_n)^T & \dots & \mathbf{v}_i^d(\Xi_p | t_n)^T & \dots & \mathbf{v}_N^d(\Xi_p | t_n)^T \end{bmatrix}^T \\
\mathbf{v}^g(\Xi_p | t_n) &= \begin{bmatrix} \mathbf{v}_1^g(\Xi_p | t_n)^T & \dots & \mathbf{v}_i^g(\Xi_p | t_n)^T & \dots & \mathbf{v}_N^g(\Xi_p | t_n)^T \end{bmatrix}^T
\end{aligned}$$

$$\bar{\mathbf{v}}(\Xi_p | t_n) = \begin{bmatrix} \mathbf{v}^d(\Xi_p | t_n)^T & \mathbf{v}^g(\Xi_p | t_n)^T \end{bmatrix}^T$$

gdzie  $i$  jest indeksem kolejnych ograniczeń wyjść systemu.

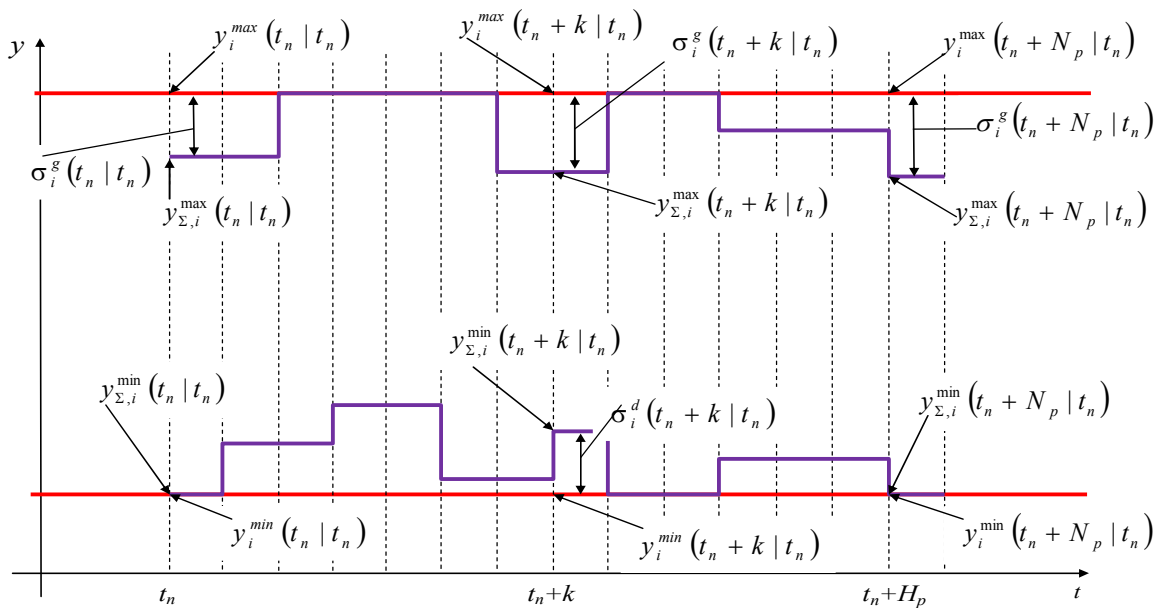
Korzystając z definicji wektora trajektorii przekroczeń (6.2), warunek krzepko dopuszczalności sterowania (2.20) można przedstawić jako:

$$\bar{\mathbf{v}}(\Xi_p | t_n) \leq \mathbf{0} \tag{6.3}$$

Jeżeli, w wyniku przeprowadzenia krzepkiej predykcji wyjść, dla sterowania optymalnego  $\mathbf{u}^*$ , stwierdzone zostanie niespełnienie warunku (6.3) (dla dowolnej chwili czasu  $k \in \Xi_p$ ), to proponuje się przeprowadzenie modyfikacji oryginalnych ograniczeń wyjścia  $\bar{\mathbf{y}}$  za pomocą wektora stref bezpieczeństwa  $\bar{\bar{\Sigma}}$ . Modyfikacja oryginalnego ograniczenia wyjścia  $\bar{\mathbf{y}}$  (dolnego lub górnego), przy pomocy wektora stref bezpieczeństwa odbywa się w następujący sposób:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{y}_{\Sigma,i}^{\max}(\Xi_p | t_n) &= \mathbf{y}_i^{\max}(\Xi_p | t_n) - \boldsymbol{\Sigma}_i^g(\Xi_p | t_n) \\
 \mathbf{y}_{\Sigma,i}^{\max}(\Xi_p | t_n) &= \begin{bmatrix} y_{\Sigma,i}^{\max}(t_n | t_n) \\ \dots \\ y_{\Sigma,i}^{\max}(t_n + k | t_n) \\ \dots \\ y_{\Sigma,i}^{\max}(t_n + N_p | t_n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_i^{\max}(t_n | t_n) - \sigma_i^g(t_n | t_n) \\ \dots \\ y_i^{\max}(t_n + k | t_n) - \sigma_i^g(t_n + k | t_n) \\ \dots \\ y_i^{\max}(t_n + H_p | t_n) - \sigma_i^g(t_n + N_p | t_n) \end{bmatrix} \\
 \mathbf{y}_{\Sigma,i}^{\min}(\Xi_p | t_n) &= \mathbf{y}_i^{\min}(\Xi_p | t_n) + \boldsymbol{\Sigma}_i^d(\Xi_p | t_n) \\
 \mathbf{y}_{\Sigma,i}^{\min}(\Xi_p | t_n) &= \begin{bmatrix} y_{\Sigma,i}^{\min}(t_n | t_n) \\ \dots \\ y_{\Sigma,i}^{\min}(t_n + k | t_n) \\ \dots \\ y_{\Sigma,i}^{\min}(t_n + N_p | t_n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_i^{\min}(t_n | t_n) + \sigma_i^d(t_n | t_n) \\ \dots \\ y_i^{\min}(t_n + k | t_n) + \sigma_i^d(t_n + k | t_n) \\ \dots \\ y_i^{\min}(t_n + H_p | t_n) + \sigma_i^d(t_n + N_p | t_n) \end{bmatrix} \quad (6.4) \\
 \mathbf{y}_{\Sigma}^{\min}(\Xi_p | t_n) &= \begin{bmatrix} \mathbf{y}_{\Sigma,i}^{\min}(\Xi_p | t_n)^T & \dots & \mathbf{y}_{\Sigma,i}^{\min}(\Xi_p | t_n)^T & \dots & \mathbf{y}_{\Sigma,i}^{\min}(\Xi_p | t_n)^T \end{bmatrix} \\
 \mathbf{y}_{\Sigma}^{\max}(\Xi_p | t_n) &= \begin{bmatrix} \mathbf{y}_{\Sigma,i}^{\max}(\Xi_p | t_n)^T & \dots & \mathbf{y}_{\Sigma,i}^{\max}(\Xi_p | t_n)^T & \dots & \mathbf{y}_{\Sigma,i}^{\max}(\Xi_p | t_n)^T \end{bmatrix} \\
 \bar{\mathbf{y}}_{\Sigma}(\Xi_p | t_n) &= \begin{bmatrix} \mathbf{y}_{\Sigma}^{\min}(\Xi_p | t_n)^T & \mathbf{y}_{\Sigma}^{\max}(\Xi_p | t_n)^T \end{bmatrix}^T
 \end{aligned}$$

Na rysunku 6.1 przedstawiono porównanie oryginalnych i zmodyfikowanych ograniczeń  $i$ -tego wyjścia systemu.



Rysunek 6.1 Porównanie oryginalnych i zmodyfikowanych ograniczeń wyjścia systemu.

Modyfikacja ograniczeń wyjść systemu pociąga za sobą konieczność ponownego rozwiązania zadania wyznaczania sterowania (2.3) uwzględniającego zmodyfikowane ograniczenia (6.4). Zadanie (2.3) ze zmodyfikowanymi ograniczeniami wyjścia (6.4) przyjmuje postać:

$$\mathbf{u}^*(\Xi_u | t_n) = \underset{\mathbf{u}(\Xi_u | t_n)}{\operatorname{arg\,min}} J(\mathbf{u}(\Xi_u | t_n), \mathbf{y}_p(\Xi_p | t_n))$$

przy ograniczeniach:

$$\begin{aligned} F_M(\mathbf{u}(\Xi_u | t_n), \mathbf{y}_p(\Xi_p | t_n)) &= 0 \\ \mathbf{y}_p(\Xi_p | t_n) &\in \overline{\mathbf{y}}_\Sigma \\ \mathbf{u}(\Xi_u | t_n) &\in \overline{\mathbf{u}} \end{aligned} \quad (6.5)$$

Należy zauważyć, że tak sformułowane zadanie optymalizacji powoduje utratę optymalności zadania, tzn. rozwiązanie zadania (6.5) na pewno będzie miało gorszy wskaźnik jakości sterowania niż rozwiązanie zadania (2.3). Zawężanie zbioru dopuszczalnych wyjść systemu wiąże się z zawężaniem zbioru możliwych sterowań i przesuwaniem, poprzez ograniczenia, rozwiązania zadania (6.5) od rozwiązania zadania (2.3). Jest to cena jaką trzeba zapłacić za niepewność modelu. W skrajnym przypadku zawężenie może doprowadzić do pustego zbioru rozwiązań zadania (6.5).

Wybór stref bezpieczeństwa spełniających warunki niepustości zbioru sterowań i kompensacji wpływu niepewności na wyjście systemu nie jest zadaniem trywialnym. O użyteczności zastosowania metody stref bezpieczeństwa stanowi możliwość syntezy algorytmu konstruktywnego wyznaczania odpowiednich, niekonserwatywnych stref bezpieczeństwa gwarantujących krzepką dopuszczalność sterowań. W dalszej części rozdziału zawarta została propozycja dochodzenia do wartości niekonserwatywnych stref bezpieczeństwa bazująca na metodzie optymalizacji jednowymiarowej.

Definicja pożądaných wartości (krzepkich) stref bezpieczeństwa jest następująca:

### Definicja 6.1. (Krzepkie strefy bezpieczeństwa)

Niech będą dane: chwila czasu  $t_n$  oraz stan systemu  $x(t_n)$  w chwili  $t_n$ . Wektory stref bezpieczeństwa  $\overline{\Sigma}^*$  są krzepko dopuszczalne, jeśli istnieje rozwiązanie zadania optymalizacji (6.5) oraz spełniony jest warunek (6.3).

Warunek istnienia rozwiązania w powyższej definicji oznacza, że zbiór zmodyfikowanych ograniczeń jest niepusty, co można łatwo zweryfikować *a priori*.

Zauważmy, że definicja krzepkości stref bezpieczeństwa proponuje wyznaczyć te strefy na bieżąco w każdym kroku sterowania predykcyjnego. Dzięki temu będzie można dostosować wybór stref do bieżącego stanu systemu i co za tym idzie zmniejszyć konserwatyzm stref, który wyraża się nadmiernym zawężeniem zbioru oryginalnych ograniczeń wyjść (Duzinkiewicz, 2005).

W celu rozwiązania zadania (6.5) konieczna jest znajomość krzepkich stref bezpieczeństwa  $\overline{\Sigma}^*$ . Stworzenie mechanizmu wyznaczającego *a priori* krzepkie strefy bezpieczeństwa nie jest zadaniem trywialnym. Wynika to z faktu nieznanego wpływu niepewności systemu na wyznaczane sterowanie, a co za tym idzie na możliwość przekroczenia ograniczeń wyjść po przyłożeniu sterowania do systemu. Stąd w pracach (Brdyś i Chang 2002; Chang i inni, 2003; Duzinkiewicz, 2005; Duzinkiewicz i Cimiński, 2008a; Cimiński i Duzinkiewicz, 2010; Tran i Brdyś, 2010; Tran i, Brdyś, 2011) proponuje się wyznaczenie krzepkich stref bezpieczeństwa iteracyjnie. Mechanizm ten przedstawiony jest w postaci listy kroków oraz na rysunku 6.2.

**Algorytm 6.1** Iteracyjny algorytm wyznaczania krzepkiego sterowania predykcyjnego hydrauliką SW.

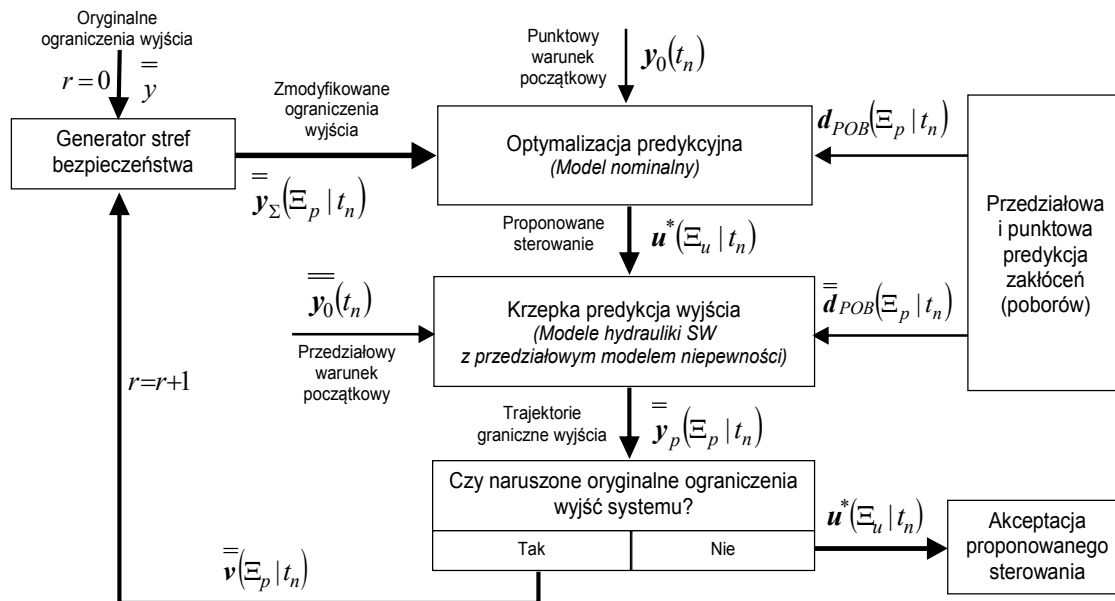
**Krok 1.** Przyjąć krok algorytmu jako  $r=0$  i wartości stref bezpieczeństwa  $\overline{\Sigma}=\theta$  lub inne preferowane, o ile takie są dostępne, na przykład z poprzednich kroków wyznaczania sterowania.

**Krok 2.** Wyznaczyć sterowanie  $u^*$  wykorzystując zadanie optymalizacji (2.3).

**Krok 3.** Wyznaczyć trajektorie graniczne wyjścia systemu  $\overline{y}_p$  rozwiązując zadanie krzepkiej predykcji wyjścia dla aktualnych przedziałów niepewności modelu. Jeżeli  $u^*$  jest krzepko dopuszczalne, przejść do **Kroku 5**, w przeciwnym przypadku przejść do **Kroku 4**.

**Krok 4.** Przyjąć  $r=r+1$ . Zmodyfikować oryginalne ograniczenia wyjść systemu o wyznaczony wektor stref bezpieczeństwa  $\overline{\Sigma}$ , korzystając z (6.4) i przejść do **Kroku 2**.

**Krok 5.** Przyjąć  $u=u^*$  i zakończyć.



Rysunek 6.2 Struktura iteracyjnego krzepkiego sterowania predycyjnego hydrauliką SW (Duzinkiewicz, 2005).

Efektywność (liczba iteracji  $r$ ) przedstawionego algorytmu w głównej mierze zależy od elementu „Generatora stref bezpieczeństwa”. W literaturze (Brdyś, Chang 2002; Chang, 2003; Duzinkiewicz, 2005; Tran i Brdyś, 2010; Tran i Brdyś, 2011) do wyznaczenia krzepko dopuszczalnego sterowania stężeniem chloru w wodzie, proponuje się relaksacyjny algorytm wyznaczania stref bezpieczeństwa. Niżej przedstawiony zostanie algorytm oparty o jedną z metod optymalizacji jednowymiarowej.

## 6.2 Zmodyfikowany algorytm wyznaczania krzepko dopuszczalnego sterowania z wykorzystaniem stref bezpieczeństwa (Algorytm I)

### 6.2.1 Elementy modyfikacji Algorytmu 6.1

W rozprawie, do wyznaczania niekonserwatywnych stref bezpieczeństwa, proponuje się wykorzystać iteracyjne ich zawężanie stosując współczynnik zawężania  $\alpha = \frac{(\sqrt{5}-1)}{2}$  z metody złotego podziału (Findeisen, i inni, 1977). W rozprawie takie podejście zastosowane zostało dla każdego przedziału czasowego sterowania predycyjnego, w którym naruszone zostały ograniczenia wyjścia.

W celu implementacji tego podejścia złotego podziału do wyznaczania niekonserwatywnych stref bezpieczeństwa należy zdefiniować dwa wektory ograniczające

zakres zmienności wartości stref bezpieczeństwa od dołu  $\overline{\Sigma}^{\min}(\Xi_p | t_n)$  i od góry  $\overline{\Sigma}^{\max}(\Xi_p | t_n)$ :

$$\begin{aligned}
 \Sigma_i^{d,\min}(\Xi_p | t_n) &= [\sigma_i^{d,\min}(t_n | t_n) \quad \dots \quad \sigma_i^{d,\min}(t_n + k | t_n) \quad \dots \quad \sigma_i^{d,\min}(t_n + N_p | t_n)]^T \\
 \Sigma_i^{d,\max}(\Xi_p | t_n) &= [\sigma_i^{d,\max}(t_n | t_n) \quad \dots \quad \sigma_i^{d,\max}(t_n + k | t_n) \quad \dots \quad \sigma_i^{d,\max}(t_n + N_p | t_n)]^T \\
 \Sigma_i^{g,\min}(\Xi_p | t_n) &= [\sigma_i^{g,\min}(t_n | t_n) \quad \dots \quad \sigma_i^{g,\min}(t_n + k | t_n) \quad \dots \quad \sigma_i^{g,\min}(t_n + N_p | t_n)]^T \\
 \Sigma_i^{g,\max}(\Xi_p | t_n) &= [\sigma_i^{g,\max}(t_n | t_n) \quad \dots \quad \sigma_i^{g,\max}(t_n + k | t_n) \quad \dots \quad \sigma_i^{g,\max}(t_n + N_p | t_n)]^T \\
 \Sigma^{d,\min}(\Xi_p | t_n) &= [\Sigma_1^{d,\min}(\Xi_p | t_n)^T \quad \dots \quad \Sigma_i^{d,\min}(\Xi_p | t_n)^T \quad \dots \quad \Sigma_N^{d,\min}(\Xi_p | t_n)^T]^T \\
 \Sigma^{d,\max}(\Xi_p | t_n) &= [\Sigma_1^{d,\max}(\Xi_p | t_n)^T \quad \dots \quad \Sigma_i^{d,\max}(\Xi_p | t_n)^T \quad \dots \quad \Sigma_N^{d,\max}(\Xi_p | t_n)^T]^T \\
 \Sigma^{g,\min}(\Xi_p | t_n) &= [\Sigma_1^{g,\min}(\Xi_p | t_n)^T \quad \dots \quad \Sigma_i^{g,\min}(\Xi_p | t_n)^T \quad \dots \quad \Sigma_N^{g,\min}(\Xi_p | t_n)^T]^T \\
 \Sigma^{g,\max}(\Xi_p | t_n) &= [\Sigma_1^{g,\max}(\Xi_p | t_n)^T \quad \dots \quad \Sigma_i^{g,\max}(\Xi_p | t_n)^T \quad \dots \quad \Sigma_N^{g,\max}(\Xi_p | t_n)^T]^T \\
 \overline{\Sigma}^{\min}(\Xi_p | t_n) &= [\Sigma^{d,\min}(\Xi_p | t_n)^T \quad \Sigma^{g,\min}(\Xi_p | t_n)^T]^T \\
 \overline{\Sigma}^{\max}(\Xi_p | t_n) &= [\Sigma^{d,\max}(\Xi_p | t_n)^T \quad \Sigma^{g,\max}(\Xi_p | t_n)^T]^T
 \end{aligned} \tag{6.6}$$

gdzie  $\sigma_i^{d,\min}(t_n + k | t_n), \sigma_i^{d,\max}(t_n + k | t_n)$  - odpowiednio, dolny i górny kraniec przedziału wartości strefy bezpieczeństwa związane z dolnym ograniczeniem  $i$ -tego wyjścia w chwili czasu  $k$ ;  $\sigma_i^{g,\min}(t_n + k | t_n), \sigma_i^{g,\max}(t_n + k | t_n)$  - odpowiednio, dolny i górny kraniec przedziału wartości strefy bezpieczeństwa związane z górnym ograniczeniem  $i$ -tego wyjścia w chwili czasu  $k$ .

Zastosowanie podejścia metody złotego podziału wymaga określenia początkowej wartości krańców przedziału poszukiwań. Nie ma powodów, aby ustalać początkową wartość  $\overline{\Sigma}^{\min,0}(\Xi_p | t_n)$  różną od zera. Natomiast początkowy wektor górnych  $\overline{\Sigma}^{\max,0}(\Xi_p | t_n)$  ograniczeń przedziału stref bezpieczeństwa jest trudny do określenia *a priori*. Założenie niewłaściwych wartości tych ograniczeń może spowodować niekorzystne działanie algorytmu lub brak dopuszczalnych rozwiązań.

W rozprawie przyjęto dwa założenia związane z granicznymi wartościami na strefy bezpieczeństwa:

1. W pierwszym kroku działania algorytmu dolne ograniczenie na wartości stref bezpieczeństwa jest równe 0, tzn.  $\overline{\Sigma}^{\min}(\Xi_p | t_n) = 0$ .

2. Maksymalna szerokość strefy bezpieczeństwa równa jest:

$$\sigma_i^{max}(t_n + k | t_n) = 0,6 \cdot \pi_i(t_n + k | t_n) \text{ dla } k \in \Theta_i \quad (6.7)$$

gdzie  $\Theta_i$  - zbiory chwil czasu, w których nastąpiło przekroczenie  $i$ -tego oryginalnego ograniczenia przez dolną lub górną trajektorię graniczną, natomiast  $\pi(\Xi_p | t_n)$  jest szerokością przedziału stref bezpieczeństwa definiowanym w następujący sposób:

$$\pi_i(\Xi_p | t_n) = \mathbf{y}_{p,i}^s(\Xi_p | t_n) - \mathbf{y}_{p,i}^d(\Xi_p | t_n)$$

$$\pi_i(\Xi_p | t_n) = \begin{bmatrix} \pi_i(t_n | t_n) \\ \dots \\ \pi_i(t_n + k | t_n) \\ \dots \\ \pi_i(t_n + N_p | t_n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_{p,i}^s(t_n | t_n) - \mathbf{y}_{p,i}^d(t_n | t_n) \\ \dots \\ \mathbf{y}_{p,i}^s(t_n + k | t_n) - \mathbf{y}_{p,i}^d(t_n + k | t_n) \\ \dots \\ \mathbf{y}_{p,i}^s(t_n + H_p | t_n) - \mathbf{y}_{p,i}^d(t_n + N_p | t_n) \end{bmatrix} \quad (6.8)$$

$$\boldsymbol{\pi}(\Xi_p | t_n) = \left[ \boldsymbol{\pi}_1(\Xi_p | t_n)^T \quad \dots \quad \boldsymbol{\pi}_i(\Xi_p | t_n)^T \quad \dots \quad \boldsymbol{\pi}_N(\Xi_p | t_n)^T \right]^T$$

$$i \in \overline{1, N}$$

gdzie  $N$  jest liczbą obserwowanych wyjść systemu.

Współczynnik  $0,6$  w równaniu (6.7) został wyznaczony w oparciu o badania eksperymentalne.

Uwzględniając powyższe sformułowanie zadania optymalizacji wyznaczania optymalnego krzepko dopuszczalnego sterowania  $\mathbf{u}^*(\Xi_u | t_n)$  z wykorzystaniem stref bezpieczeństwa, można przedstawić w następujący sposób:

$$\mathbf{u}^*(\Xi_u | t_n) = \arg \min_{\mathbf{u}(\Xi_u | t_n)} J_u(\mathbf{u}(\Xi_u | t_n), \overline{\boldsymbol{\Sigma}}(\Xi_p | t_n))$$

przy ograniczeniach:

$$F(\mathbf{u}(\Xi_u | t_n), \mathbf{y}_p(\Xi_p | t_n)) = 0$$

$$\mathbf{y}_p(\Xi_p | t_n) \in \overline{\mathbf{y}}_\Sigma$$

$$\overline{\mathbf{v}}(\overline{\boldsymbol{\Sigma}}(\Xi_p | t_n)) \leq \mathbf{0}$$

$$\overline{\boldsymbol{\Sigma}}^{min} \leq \overline{\boldsymbol{\Sigma}}(\Xi_p | t_n) \leq \overline{\boldsymbol{\Sigma}}^{max}$$

$$\mathbf{u}(\Xi_u | t_n) \in \overline{U}$$

$$(6.9)$$

Możliwość zastosowania metody złotego podziału do rozwiązywania zadań optymalizacji, zakłada unimodalność i ciągłość funkcji kryterialnej oraz brak ograniczeń (nie

wliczając ograniczeń na wartości zmiennej) (Findeisen, i inni, 1977). W rozprawie założenia te zostały przyjęte bez formalnego dowodu.

Wykorzystanie zmodyfikowanej metody złotego podziału do rozwiązania zadania wyznaczania stref bezpieczeństwa można przedstawić w postaci listy kroków (Algorytm I).

### Algorytm I Algorytm wyznaczania optymalnego krzepko dopuszczalnego sterowania z wykorzystaniem stref bezpieczeństwa oraz metody złotego podziału

**Krok 1.** Przyjmij pierwszy krok algorytmu jako  $r=0$  oraz wartości stref bezpieczeństwa jako  $\overline{\Sigma}_r^{\min} = 0, \overline{\Sigma}_r^{\max} = \overline{\Sigma}^{\max}$  i przejdź do **Kroku 2**.

**Krok 2.** Wyznacz wartość funkcji celu  $J_{u,r}^{\min} = J_u(\overline{\Sigma}_r^{\min}), J_{u,r}^{\max} = J_u(\overline{\Sigma}_r^{\max})$  poprzez rozwiązanie zadania optymalizacji 2.3 oraz wyznaczenie trajektorii granicznych wyjść systemu i idź do **Kroku 3**.

**Krok 3.** Sprawdź czy trajektorie graniczne przekraczają oryginalne ograniczenia systemu, Jeżeli przekraczają, to dodaj tę chwilę czasu, w której nastąpiło przekroczenie, do zbioru  $\Theta$  i przejdź do **Kroku 4**. Jeżeli nie nastąpiły przekroczenia, to przejdź do **Kroku 4**.

**Krok 4.** Dla każdej chwili czasu  $k \in \Theta$  sprawdź warunek w postaci:

$$\begin{aligned} \forall_{k \in \Theta} \sum_{k=1}^{\dim(\Theta)} \sum_{i=1}^N \left( \begin{array}{l} \sigma_{r,i}^{d,max}(t_n + k | t_n) - \sigma_{r,i}^{d,min}(t_n + k | t_n) + \\ \sigma_{r,i}^{g,max}(t_n + k | t_n) - \sigma_{r,i}^{g,min}(t_n + k | t_n) \end{array} \right) \leq \Delta_{\sigma} \\ \wedge \forall_{k \in \Theta} v(t_n + k | t_n) \leq 0 \end{aligned} \quad (6.10a)$$

$$\wedge \sum_{r=3}^r J_{u,r} \leq \Delta J_{\Sigma}$$

gdzie  $\Delta J_{\Sigma}$  - wartość graniczna zatrzymania algorytmu. Jeżeli warunki nie są spełnione, to przejdź do **Kroku 4**, w przeciwnym wypadku przyjmij  $\overline{\Sigma}^* = \overline{\Sigma}_r$  i zakończ działanie algorytmu.

**Krok 5.** Sprawdź warunek  $J_{u,r}^{\min} > J_{u,r}^{\max}$ . Jeżeli warunek jest spełniony, to idź do **Kroku 4**, w przeciwnym przypadku do **Kroku 5**.

**Krok 6.** Dla każdej chwili czasu  $k \in \Theta$  przyjmij:

$$\begin{cases} \sigma_{r+1,i}^{\min}(t_n + k | t_n) = \alpha \cdot \sigma_{r+1,i}^{\min}(t_n + k | t_n) + (1 - \alpha) \cdot \sigma_{r+1,i}^{\max}(t_n + k | t_n) \\ \sigma_{r+1,i}^{\max}(t_n + k | t_n) = \sigma_{r,i}^{\min}(t_n + k | t_n) \end{cases} \quad (6.10b)$$



i przejdź do **Kroku 2**.

**Krok 7.** Dla każdej chwili czasu  $k \in \Theta$  przyjmij:

$$\begin{cases} \sigma_{r+1,i}^{min}(t_n + k | t_n) = \sigma_{r,i}^{max}(t_n + k | t_n) \\ \sigma_{r+1,i}^{max}(t_n + k | t_n) = \alpha \cdot \sigma_{r+1,i}^{max}(t_n + k | t_n) + (1 - \alpha) \cdot \sigma_{r+1,i}^{min}(t_n + k | t_n) \end{cases} \quad (6.10c)$$

i przejdź do **Kroku 2**.

## 6.2.2. Zastosowanie Algorytmu I i AG do wyznaczania optymalizującego sterowania hydrauliką SW

W rozprawie do generowania optymalnego sterowania wykorzystuje się AG. Aby w pełni zaimplementować AG należy wprowadzić następujące modyfikacje związane z AG:

1. Konieczne jest zmodyfikowanie funkcji przystosowania osobnika w AG do postaci:

$$J_k(\mathbf{u}(\Xi_u | t_n), \bar{\mathbf{y}}_p(\Xi_p | t_n)) + J_k^{przedzial}(\mathbf{u}(\Xi_u | t_n), \bar{\mathbf{y}}_p(\Xi_p | t_n)) \quad (6.11)$$

gdzie  $J_k^{przedzial}$  - funkcja kary za naruszenie zmodyfikowanych ograniczeń wyjść systemu zadania (6.5), która jest ważoną sumą sześciu składników w postaci:

$$\begin{aligned} J_k^{przedzial} = & w_1 \cdot J_{model} + w_2 \cdot J_h^{przedzial} + w_3 \cdot J_{\Delta h}^{przedzial} + w_4 \cdot J_z^{przedzial} + \\ & + w_5 \cdot J_{\Delta z}^{przedzial} + w_6 \cdot J_q^{przedzial} \end{aligned} \quad (6.12)$$

gdzie  $\forall_{i \in \{1,6\}} w_i$  - wagi,  $J_{model}$  - kara wynikająca z przekroczenia ograniczeń modelowych (2.9),  $J_h^{przedzial}$  - kara za naruszenie zmodyfikowanych ograniczeń na napór w węzłach monitorowania przez trajektorie graniczne naporu;  $J_{\Delta h}^{przedzial}$  - kara za naruszenie ograniczenia na szybkość zmiany naporu w węzłach monitorowania przez trajektorie graniczne naporu;  $J_z^{przedzial}$  - kara za naruszenie zmodyfikowanych ograniczenia na napór hydrauliczny w zbiornikach przez trajektorie graniczne naporu hydraulicznego w zbiornikach,  $J_{\Delta z}^{przedzial}$  - kara za naruszenie ograniczenia na napór hydrauliczny na końcu przedziału predykcji w zbiornikach,  $J_q^{przedzial}$  - kara za naruszenie zmodyfikowane ograniczenia na maksymalną ilość wody pobranej ze źródła w ciągu jednej godziny.

Składnik funkcji kary za naruszenia modelowe  $J_{model}$  jest w postaci (4.18), natomiast pozostałe składniki są w postaci:

- kara za naruszenie zmodyfikowanych ograniczeń naporu przez trajektorie graniczne naporu w węźle monitorowania

$$J_h^{przezial} = \sum_{k=0}^{N_p-1} \sum_{j=1}^{\dim(MO)} \left[ \max(0, h_j^g(t_n + k | t_n) - h_j^{\max})^2 + \max(0, h_j^{\min} - h_j^d(t_n + k | t_n))^2 \right] \quad (6.13a)$$

gdzie  $h_j^d, h_j^g$  - dolna i górna trajektoria graniczna naporu w  $j$ -tym węźle monitorowania,

- kara za naruszenie zmodyfikowanych ograniczeń szybkość zmiany naporu w węzłach monitorowania

$$J_{\Delta h}^{przezial} = \sum_{k=0}^{N_p-1} \sum_{j=1}^{\dim(MO)} \left[ \max(0, |h_j^d(t_n + k | t_n) - h_j^d(t_n + k + 1 | t_n)| - \Delta H^{\max})^2 + \max(0, |h_j^g(t_n + k | t_n) - h_j^g(t_n + k + 1 | t_n)| - \Delta H^{\max})^2 \right] \quad (6.13b)$$

- kara za naruszenie zmodyfikowanych ograniczenia na stan lustra wody w zbiornikach przez trajektorie graniczne stanu lustra wody w zbiornikach

$$J_z^{przezial} = \sum_{k=0}^{N_p-1} \sum_{z=1}^{\dim(Z)} \left[ \max(0, h_z^g(t_n + k | t_n) - h_z^{\max})^2 + \max(0, h_z^{\min} - h_z^d(t_n + k | t_n))^2 \right] \quad (6.13c)$$

gdzie  $h_z^d, h_z^g$  - odpowiednio dolna i górna trajektoria graniczna poziomu lustra wody w  $z$ -tym zbiorniku,

- kara za naruszenie ograniczenia na stan końcowy w zbiornikach

$$J_{\Delta z}^{przezial} = \sum_{z=1}^{\dim(Z)} \left[ \max(0, |h_z^d(t_n | t_n) - h_z^d(t_n + N_p | t_n)| - \Delta H_z^{\max})^2 + \max(0, |h_z^g(t_n | t_n) - h_z^g(t_n + N_p | t_n)| - \Delta H_z^{\max})^2 \right] \quad (6.13d)$$

- kara za naruszenie ograniczenia na maksymalną ilość wody pobraną ze źródła

$$J_q^{przezial} = \sum_{k=0}^{N_p-1} \sum_{w=1}^{\dim(W)} \left[ \max(0, q_w^g(t_n + k | t_n) - q_w^{\max})^2 \right] \quad (6.13e)$$

gdzie  $q_w^s$  - górna trajektoria graniczna przepływu w  $w$ -tej pompie pobierającej wodę ze źródła.

2. Ocena krzepko dopuszczalności sterowania jest na podstawie tylko i wyłącznie najlepszego osobnika z ostatniej populacji AG.
3. Generowanie populacji początkowych AG dla kroku początkowego ( $r=0$ ) Algorytmu I i dla kolejnych kroków ( $r>0$ ) jest różna. Dla początkowego kroku ( $r=0$ ) tego algorytmu przyjmuje się losowo wygenerowaną populację AG. Natomiast dla kolejnych kroków Algorytmu I ( $r>0$ ) przyjmuje się, że cała populacja jest generowana losowo oprócz jednego osobnika, który reprezentuje sterowania z poprzedniego kroku Algorytmu I ( $r-1$ ).

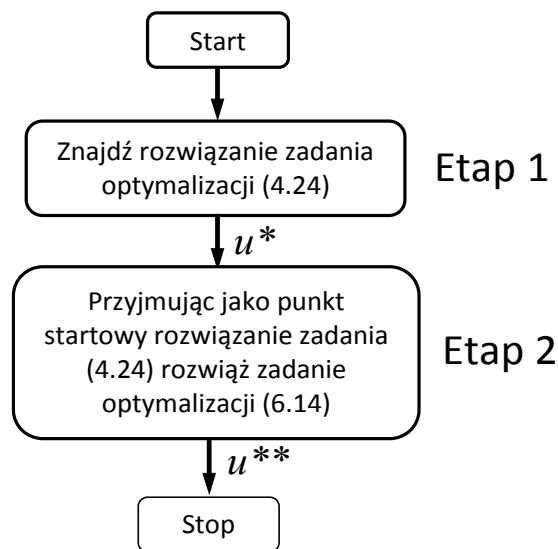
### **6.3 Bezpośredni algorytm wyznaczania optymalnego krzepko dopuszczalnego sterowania (Algorytm II)**

W poprzednim rozdziale przedstawiono algorytm rozwiązywania zadania wyznaczania optymalnego krzepko dopuszczalnego sterowania (2.21) bazujący na modyfikacji oryginalnych ograniczeń przy pomocy stref bezpieczeństwa. Istotnym problemem tego algorytmu jest metoda generacji stref bezpieczeństwa. Stąd w niniejszym rozdziale proponuje się algorytm rozwiązujący zadanie optymalnego krzepko dopuszczalnego sterowania (2.21) bezpośrednio wykorzystując informację o przekroczeniu oryginalnych ograniczeń przez trajektorie graniczne w trakcie wyznaczania sterowania.

#### **6.3.1. Propozycja bezpośredniego algorytmu wyznaczania optymalizującego krzepko dopuszczalnego sterowania hydrauliką SW**

Przedstawiony w rozdziale 4 algorytm optymalizacji wyznaczania optymalnego sterowania hydrauliką SW opierając swoje działania na punktowej trajektorii wyjść systemu. Jednakże sterowanie to nie jest krzepko dopuszczalne bo nie uwzględnia niepewności systemu. W rozprawie, do rozwiązania zadania optymalizacji (2.21) proponuje się dwuetapowy algorytm. W pierwszym etapie (Etap 1, rysunek 6.3) wyznacza się optymalne sterowanie, wykorzystując nominalny model systemu – rozwiązanie zadania optymalizacji (2.3).

W drugim etapie (Etap 2, rysunek 6.3) bazując na wyznaczonym w pierwszym etapie rozwiązaniu  $u^*$ , wyznacza się optymalizujące krzepko dopuszczalne sterowanie  $u^{**}$ .



Rysunek 6.3 Schemat działania dwuetapowego algorytmu wyznaczania krzepko dopuszczalnego sterowania hydrauliczną SW.

Propozycja takiej struktury Algorytmu II wynika z kilku względów:

- 1) Każdy algorytm rozwiązujący zadanie optymalizacji w pierwszych iteracjach może generować modelowo niedopuszczalne rozwiązania. Wygenerowanie trajektorii granicznych dla takiego rozwiązania wiązałoby się z generowaniem pustego zbioru rozwiązań (wykorzystując algorytm przedstawiony w rozdziale 5), co uniemożliwia ocenę tego sterowania przez optymalizator.
- 2) Przyjmijmy założenie, że można stworzyć algorytm generujący dopuszczalne rozwiązanie, które będzie punktem startowym dla Etapu II. Niestety rozwiązań spełniających modelowe ograniczenia systemu może być nieskończona liczba, stąd punkt startowy dla drugiego etapu algorytmu byłby punktem losowym (z pewnego ograniczonego zbioru). Lepszym rozwiązaniem, z punktu widzenia efektywności działania prezentowanego algorytmu jest wyznaczenie rozwiązania zadania optymalizacji (2.3), którym jest punktem startowym drugiego etapu prezentowanego algorytmu. Rozwiązanie zadania optymalizacji (2.3) jest na pewno rozwiązaniem bliższym rozwiązaniu zadania (2.21), niż losowo wybrany punkt ze zbioru rozwiązań dopuszczalnych.
- 3) Kolejnym aspektem przemawiającym za dwuetapowością algorytmu jest różnica w czasie wyznaczania trajektorii nominalnej i trajektorii granicznych wyjść systemu. Do wyznaczania trajektorii nominalnych wykorzystywany jest symulator Epanet (Rossmann, 2000), w którym zaimplementowane są efektywne metody wyznaczania SW. Natomiast do wyznaczenia trajektorii granicznych systemu (bazując na algorytmie przedstawionym w (Ciminski, Duzinkiewicz, 2015)

konieczna jest znajomość trajektorii nominalnych oraz konieczne jest rozwiązanie wielu zadań optymalizacji (5.16a-5.16b). Stąd czas wyznaczania trajektorii granicznych jest znacznie dłuższy niż czas wyznaczania trajektorii nominalnych (Ciminski, Duzinkiewicz, 2015).

### 6.3.2. Wykorzystanie AG w bezpośrednim algorytmie wyznaczania optymalizującego krzepko dopuszczalnego sterowania hydrauliką SW

W Etapie I Algorytmu II wykorzystuje się bezpośredni AG przedstawiony w rozdziale 4 rozprawy. Natomiast, aby można było wykorzystać, prezentowany w rozdziale 4 AG do wyznaczania krzepko dopuszczalnego sterowania hydrauliką SW, konieczne jest wprowadzenie następujących modyfikacji AG:

1. Konieczne jest zmodyfikowanie funkcji przystosowania osobnika w AG do postaci:

$$J_k(\mathbf{u}(\Xi_u | t_n), \bar{\mathbf{y}}_p(\Xi_p | t_n)) + J_k^{\text{przedzial}}(\mathbf{u}(\Xi_u | t_n), \bar{\mathbf{y}}_p(\Xi_p | t_n)) \quad (6.18)$$

gdzie  $J_k^{\text{przedzial}}$  - funkcja kary za naruszenie zmodyfikowanych ograniczeń wyjść systemu zadania (4.13), a funkcja kary jest ważona sumą sześciu składników w postaci:

$$J_k^{\text{przedzial}} = w_1 \cdot J_{\text{model}} + w_2 \cdot J_h^{\text{przedzial}} + w_3 \cdot J_{\Delta h}^{\text{przedzial}} + w_4 \cdot J_z^{\text{przedzial}} + w_5 \cdot J_{\Delta z}^{\text{przedzial}} + w_6 \cdot J_q^{\text{przedzial}} \quad (6.19)$$

gdzie  $\forall_{i \in \{1,6\}} w_i$  - wagi,  $J_{\text{model}}$  - kara wynikająca z przekroczenia ograniczeń modelowych (2.9),  $J_h^{\text{przedzial}}$  - kara za naruszenie zmodyfikowanych ograniczeń na napór w węzłach monitorowania przez trajektorie graniczne naporu;  $J_{\Delta h}^{\text{przedzial}}$  - kara za naruszenie ograniczenia na szybkość zmiany naporu w węzłach monitorowania przez trajektorie graniczne naporu;  $J_z^{\text{przedzial}}$  - kara za naruszenie zmodyfikowanych ograniczenia na napór hydrauliczny w zbiornikach przez trajektorie graniczne naporu hydraulicznego w zbiornikach,  $J_{\Delta z}^{\text{przedzial}}$  - kara za naruszenie ograniczenia na napór hydrauliczny w zbiornikach na końcu przedziału predykcji,  $J_q^{\text{przedzial}}$  - kara za naruszenie zmodyfikowane ograniczenia na maksymalną ilość wody pobranej ze źródła w ciągu jednej godziny.

Składnik funkcji kary za naruszenia modelowe  $J_{model}$  jest w postaci (4.17), natomiast pozostałe składniki są w postaci:

- kara za naruszenie zmodyfikowanych ograniczeń naporu hydraulicznego przez trajektorie graniczne naporu hydraulicznego w WMO

$$J_k^{przedzial} = \sum_{k=0}^{N_p-1} \sum_{j=1}^{dim(MO)} \left[ \max\left(0, h_j^g(t_n + k | t_n) - h_j^{max}\right)^2 + \max\left(0, h_j^{min} - h_j^g(t_n + k | t_n)\right)^2 \right] \quad (6.20)$$

gdzie  $h_j^d, h_j^g$  - dolna i górna trajektoria graniczna naporu w  $j$ -tym WMO,

- kara za naruszenie ograniczeń szybkość zmiany naporu hydraulicznego w węzłach monitorowania

$$J_{\Delta h}^{przedzial} = \sum_{k=0}^{N_p-2} \sum_{j=1}^{dim(MO)} \left[ \max\left(0, \left| h_j^d(t_n + k | t_n) - h_j^d(t_n + k + 1 | t_n) \right| - \Delta h^{max} \right)^2 + \max\left(0, \left| h_j^g(t_n + k | t_n) - h_j^g(t_n + k + 1 | t_n) \right| - \Delta h^{max} \right)^2 \right] \quad (6.21)$$

- kara za naruszenie zmodyfikowanych ograniczenia na napór hydrauliczny w zbiornikach przez trajektorie graniczne stanu naporu hydraulicznego w zbiornikach

$$J_z^{przedzial} = \sum_{k=0}^{N_p-1} \sum_{z=1}^{dim(Z)} \left[ \max\left(0, h_z^g(t_n + k | t_n) - h_z^{max}\right)^2 + \max\left(0, h_z^{min} - h_z^g(t_n + k | t_n)\right)^2 \right] \quad (6.22)$$

gdzie  $h_z^d, h_z^g$  - odpowiednio dolna i górna trajektoria graniczna poziomu lustra wody w  $z$ -tym zbiorniku,

- Kara za naruszenie ograniczenia na napór hydrauliczny w zbiornikach na końcu i początku horyzontu predykcji

$$J_{\Delta z}^{przedzial} = \sum_{z=1}^{dim(Z)} \left[ \max\left(0, \left| \hat{h}_z(t_n + k | t_n) - \hat{h}_z(t_n + N_p | t_n) \right| - \Delta h_{\Delta z}^{max} \right)^2 \right] \quad (6.23)$$

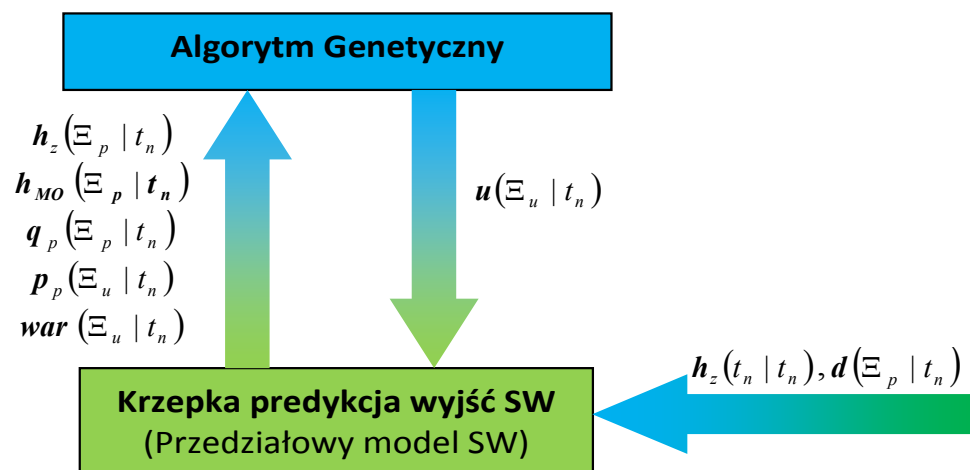
gdzie  $\hat{h}_j$  - centrum Czebyszewa naporu hydraulicznego dla  $i$ -tego WMO.

- kara za naruszenie ograniczenia na maksymalną ilość wody pobraną ze źródła

$$J_q^{\text{przedzial}} = \sum_{k=0}^{N_p-1} \sum_{w=1}^{\dim(W)} \left[ \max(0, q_w^g(t_n + k | t_n) - q_w^{\max})^2 \right] \quad (6.24)$$

gdzie  $q_w^g$  - górna trajektoria graniczna przepływu w  $w$ -tej pompie pobierającej wodę ze źródła.

2. Prezentowany Algorytm II przedstawiono dla przypadku gdy wyznaczane rozwiązanie jest przy pomocy algorytmów, które bazują na jednym punkcie w przestrzeni rozwiązań. Algorytmy genetyczne są algorytmami bazującymi na zbiorze rozwiązań, stąd kryterium zatrzymania działania Etapu I Algorytmu II jest w oparciu o najlepszego osobnika (rozdział 4), natomiast do Etapu II przekazywana jest cała populacja z Etapu I.
3. W Etapie 2 algorytmu, do wyznaczenia sterowania wykorzystuje się zmodyfikowaną strukturę algorytmu wymiany informacji przedstawioną na rysunku 4.1. Główna modyfikacja polega na wymianie informacji pomiędzy optymalizatorem a algorytmem krzepkiej predykcji wyjść a nie symulatorem Epanet. Zmodyfikowana struktura z rysunku 4.1 przedstawiona jest na rysunku 6.4.



Rysunek 6.4 Schemat wymiany informacji pomiędzy AG a algorytmem krzepkiej predykcji wyjść.

## 6.4 Wyniki działania algorytmów wyznaczania optymalizującego krzepko dopuszczalnego sterowania hydrauliką SW

W celu przedstawienia efektywności działania przedstawionych w tym rozdziale dwóch algorytmów wyznaczania OKDSHSW porównano: średni czas wyznaczania sterowania dla jednego kroku symulacji oraz sumaryczny koszt sterowania dla różnych wielkości populacji AG. Dodatkowo sprawdzono liczbę czasów wyznaczania sterowania większych niż 60 minut dla PSSW Chojnice. Porównania zostały wykonane wykorzystując symulacje przedstawionych algorytmów z wykorzystaniem PSSW Mała i PSSW Chojnice.

### 6.4.1 Porównanie kosztów sterowania i czasów symulacji

W tabelach od 6.1 do 6.4 przedstawiono porównanie średniego czasu obliczeń oraz kosztów sterowania algorytmów zaprezentowanych w rozdziale 4 oraz algorytmów wyznaczających optymalizujące krzepko dopuszczalne sterowanie (Algorytm I i Algorytm II) dla PSSW Mała i PSSW Chojnice.

Tabela 6.1. Porównanie średniego czasu obliczeń przypadającego na jeden krok symulacji dla proponowanych algorytmów sterowania dla PSSW Mała ( $H=24\text{godz.}$ )

Algorytm	Średni czas obliczeń przypadający na jeden krok symulacji					
	Liczba osobników					
	50	100	150	200	250	300
OSPHSW	6,86 [s]	14,26 [s]	18,91 [s]	22,91 [s]	30,00 [s]	43,21 [s]
Algorytm I	2 min 22 s	4 min 56 s	3 min 50 s	5 min 16 s	7 min 12 s	10 min 11 s
Algorytm II	4 min 58 s	8 min 38 s	10 min 58 s	15 min 7 s	20 min 50 s	28 min 39 s

Tabela 6.2. Porównanie kosztów sterowania na horyzont symulacji dla proponowanych algorytmów sterowania dla PSSW Mała ( $H=24\text{godz.}$ )

Algorytm	Koszty sterowania w zł					
	Liczba osobników					
	50	100	150	200	250	300
OSPHSW	3,72	3,74	3,63	3,83	3,82	3,79
Algorytm I	3,84	3,42	3,45	3,42	3,66	3,71
Algorytm II	3,87	3,80	3,74	3,70	3,69	3,72

Tabela 6.3. Porównanie średniego czasu obliczeń przypadającego na jeden krok symulacji dla proponowanych algorytmów sterowania dla PSSW Chojnice ( $H=720\text{godz.}$ )

Algorytm	Średni czas obliczeń przypadający na jeden krok symulacji					
	Liczba osobników					
	50	100	150	200	250	300
OSPHSW	2 min 42 s	2 min 45 s	7 min 32 s	11 min 56 s	12 min 12 s	14 min 51 s
Algorytm I	8 min 46 s	10 min 35 s	12 min 54 s	16 min 1 s	20 min 14 s	23 min 56 s



<b>Algorytm II</b>	10 min 46 s	13 min 16 s	16 min 18 s	21 min 1 s	26 min 14 s	30 min 20 s
--------------------	-------------	-------------	-------------	------------	-------------	-------------

Tabela 6.4. Porównanie kosztów sterowania na cały horyzont symulacji dla proponowanych algorytmów sterowania dla PSSW Chojnice ( $H=24\text{godz.}$ )

Algorytm	Koszty sterowania w zł (720 godz.)					
	Liczba osobników					
	50	100	150	200	250	300
<b>OSPHSW</b>	14 409	13 760	13 644	13 760	13 800	13 800
<b>Algorytm I</b>	16 123	14671	14793	14033	14037	14423
<b>Algorytm II</b>	17 126	16 852	16 742	16 938	16 863	17 003
<b>ASS</b>	14 794					

Dla PSSW Chojnice istotnym aspektem algorytmu wyznaczania sterowania jest czas obliczeń (poniżej 60 min), stąd w tabeli 6.5 przedstawiono czasy obliczeń dla poszczególnych kroków symulacji dla prezentowanych algorytmów wyznaczania OKDSHSW.

Tabela 6.5 Porównanie liczby przekroczeń czasu obliczeń granicy 60 min

Algorytm	Liczba przekroczeń czasu obliczeń (>60 min)					
	Liczba osobników					
	50	100	150	200	250	300
<b>OSPHSW</b>	0	0	0	0	0	0
<b>Algorytm I</b>	4	4	6	10	20	23
<b>Algorytm II</b>	2	8	12	35	32	54

## Wnioski

Porównując czas obliczeń (tabela 6.1 i 6.3) dla zaproponowanych algorytmów wyznaczających krzepkie sterowanie z zaproponowanym w rozdziale 5 algorytmem wyznaczającym niekrzepkie sterowanie należy stwierdzić, że nastąpił wzrost czasu obliczeń. Dla Algorytmu I wynika, to z konieczności kilkukrotnego wyznaczenia sterowania dla różnych propozycji stref bezpieczeństwa. Natomiast dla Algorytmu II związane jest to z koniecznością wyznaczania trajektorii granicznych wyjść systemu dla poszczególnych osobników w momencie gdy algorytm przejdzie do drugiego etapu obliczeń (rys. 6.3).

Podobnie jak dla czasów obliczeń, koszt sterowania także wzrósł (tabela 6.2 i 6.4). Wynika, to głównie z konieczności podniesienia ciśnienia w WMO w celu zniwelowania wpływu niepewności na sterowanie. Podniesienie to wymuszone jest m. in. przez strefy bezpieczeństwa (Algorytm I) albo trajektorie graniczne (Algorytm II).

Duża średnia wartość czasu obliczeń Algorytmu II (tabela 6.1 i 6.3), wynika z istoty działania tego algorytmu. Przejściem algorytmu do Etapu 2 powoduje znaczny wzrost czasu

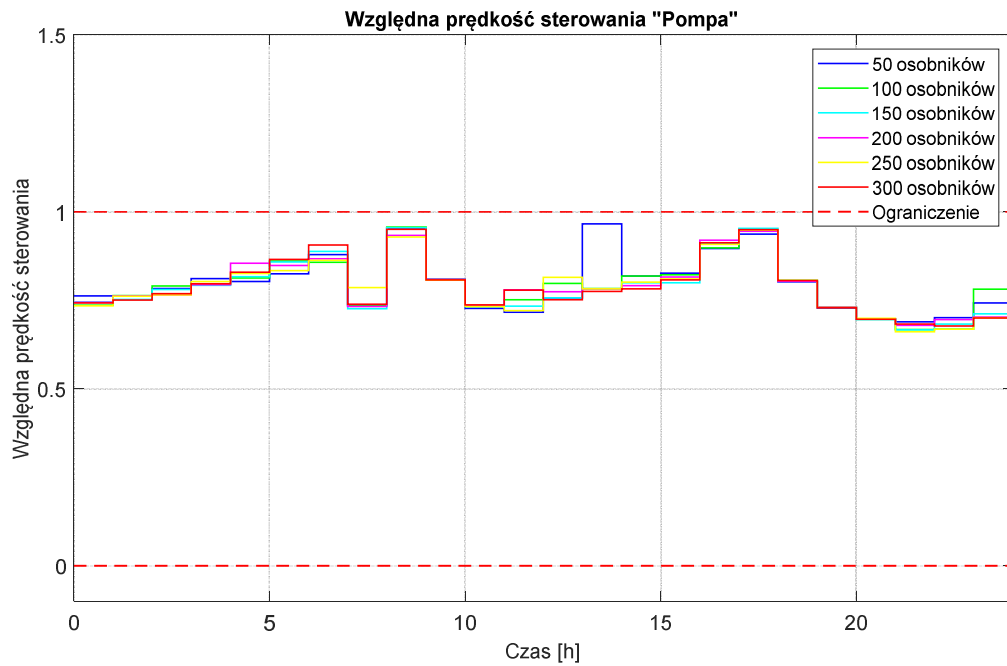
obliczeń wynikający z czasu wyznaczania funkcji przystosowania pojedynczego osobnika (rozdział 5).

Porównując czasy obliczeń oraz koszty wyznaczonego sterowania (tabele 6.1 - 6.4) wynika, że Algorytm I w krótszym czasie i z mniejszym kosztem sterowania, wyznacza krzepko dopuszczalne sterowanie w porównaniu z Algorytmem II. Liczba przekroczeń czasu obliczeń dla Algorytmu 1 jest także mniejsza.

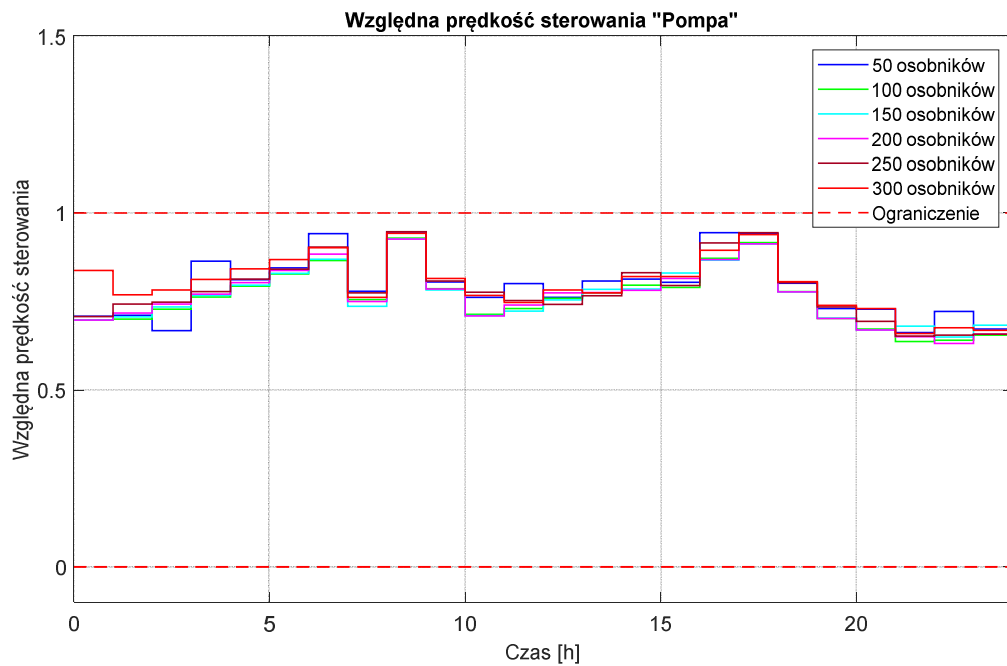
Należy zwrócić uwagę, że obliczenia symulacyjne przedstawionych algorytmów wykonywane były w programie Matlab. Program ten z założenia jest do szybkiego prototypowania algorytmów sterowania i wykorzystując jest podstawowe działanie (interpretacja skryptów) nie jest on zoptymalizowany po czas obliczeń. Stąd, implementując przedstawione algorytmy wyznaczania sterowania w językach programowania niższego poziomu lub/i z wykorzystaniem np. kart graficznych QUDA, można znacznie zmniejszyć czasy obliczeń.

#### **6.4.2 Porównanie przebiegu trajektorii dla proponowanych algorytmów wyznaczania sterowania**

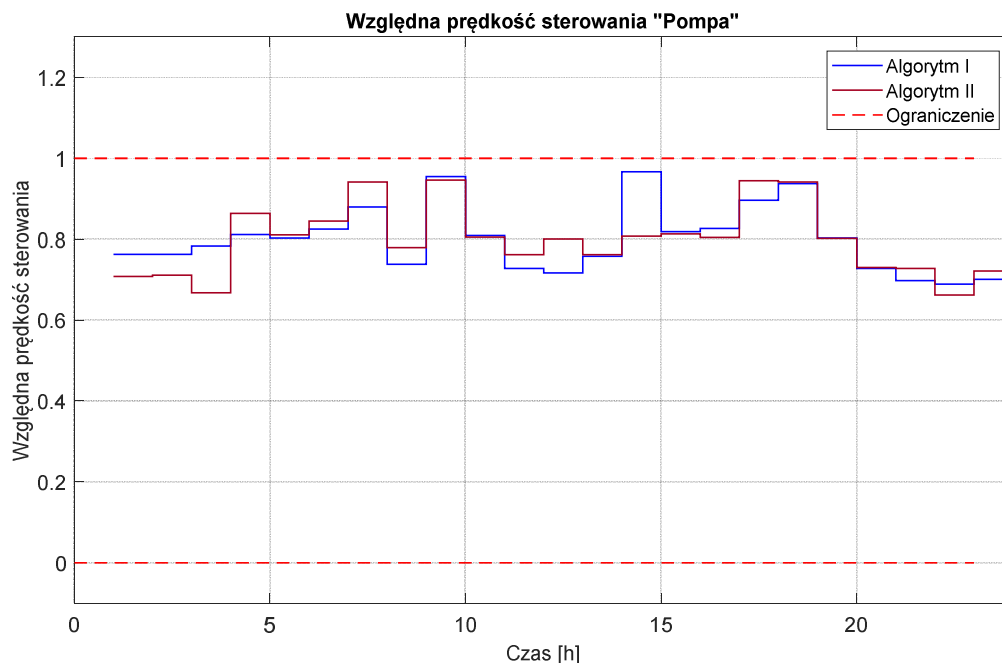
W tym podrozdziale zostaną przedstawione wyniki działania dwóch zaprezentowanych algorytmów wyznaczania optymalizującego krzepko dopuszczalnego sterowania hydrauliką SW, przedstawionych w rozdziale 5 rozprawy. Porównane zostaną następujące przebiegi trajektorii: sterowania, poziomów lustra wody w zbiorniku, naporów w WMO oraz przepływy przez pompy dla PSSW Mała oraz PSSW Chojnice. Na rysunkach od 6.5a do 6.8b Przedstawiono trajektorie dla PSSW Chojnice, natomiast na rysunkach od 6.9a do 6.35b do PSSW Chojnice.



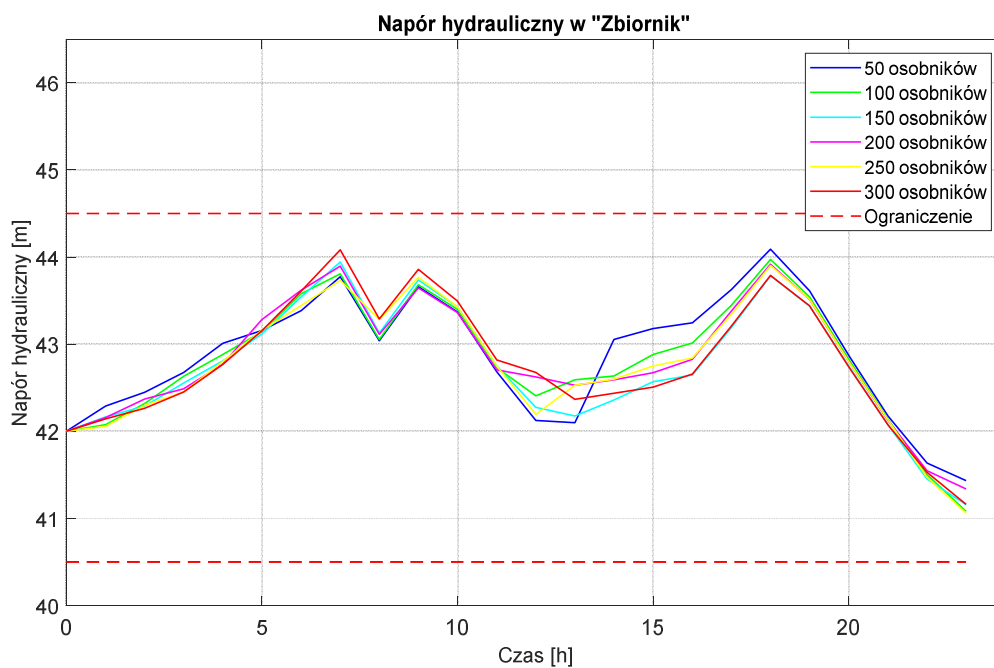
Rysunek 6.5 Porównanie trajektorii sterowania pompą wyznaczone przez Algorytm I dla PSSW Mała dla różnych wielkości populacji.



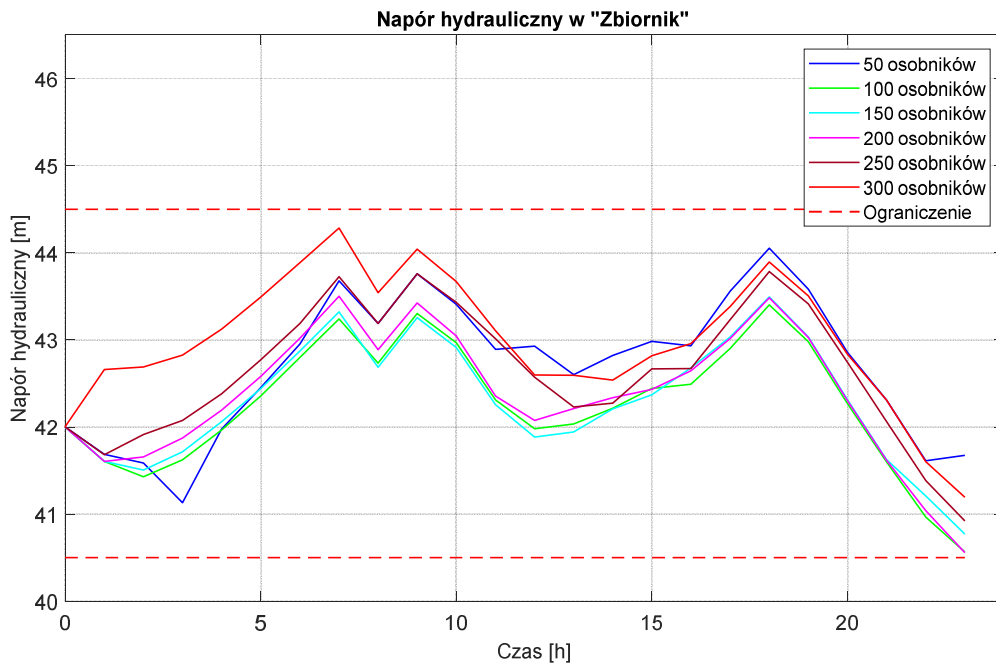
Rysunek 6.6 Porównanie trajektorii sterowania pompą wyznaczone przez Algorytm II dla PSSW Mała dla różnych wielkości populacji.



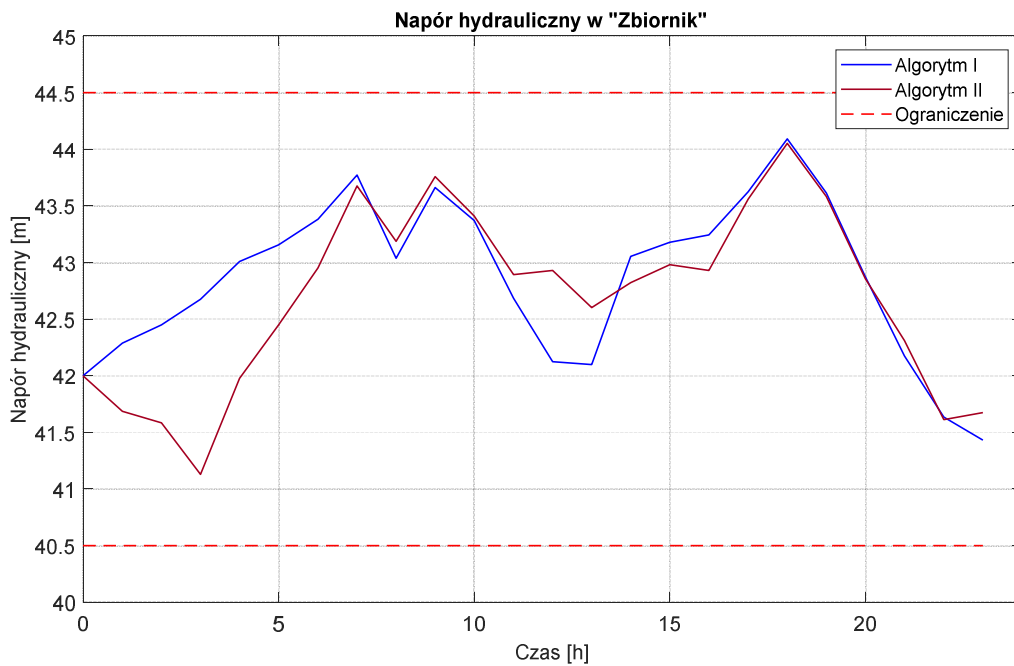
Rysunek 6.7 Porównanie trajektorii sterowania pompą wyznaczone przez Algorytm I i II dla PSSW Mała dla wielkości populacji 50 osobników.



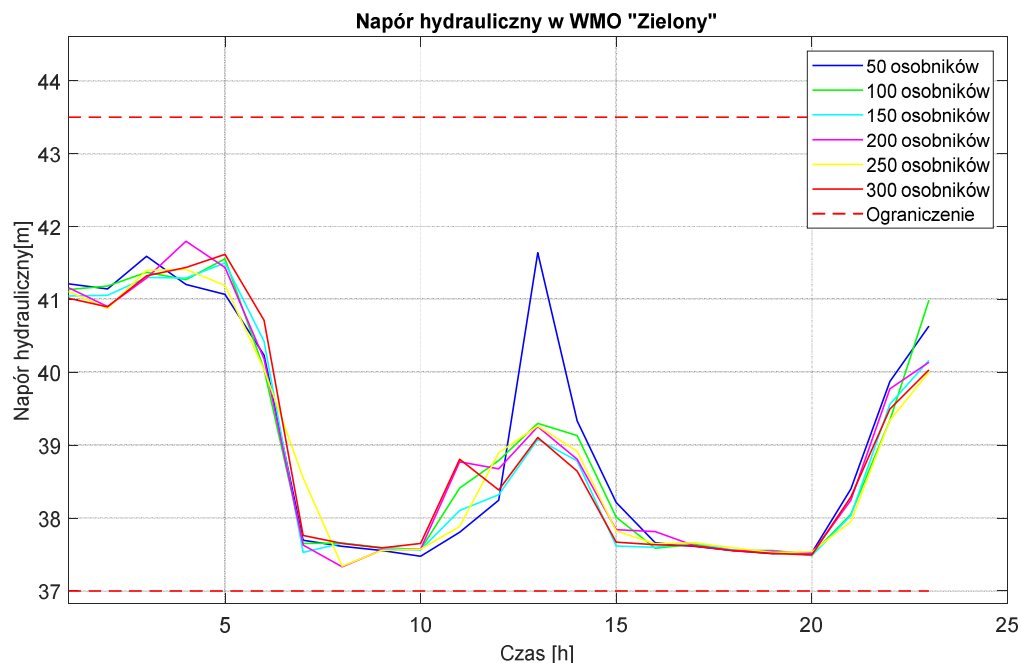
Rysunek 6.8 Porównanie trajektorii naporu hydraulicznego w „Zbiornik” wyznaczone przez Algorytm I dla PSSW Mała dla różnych wielkości populacji.



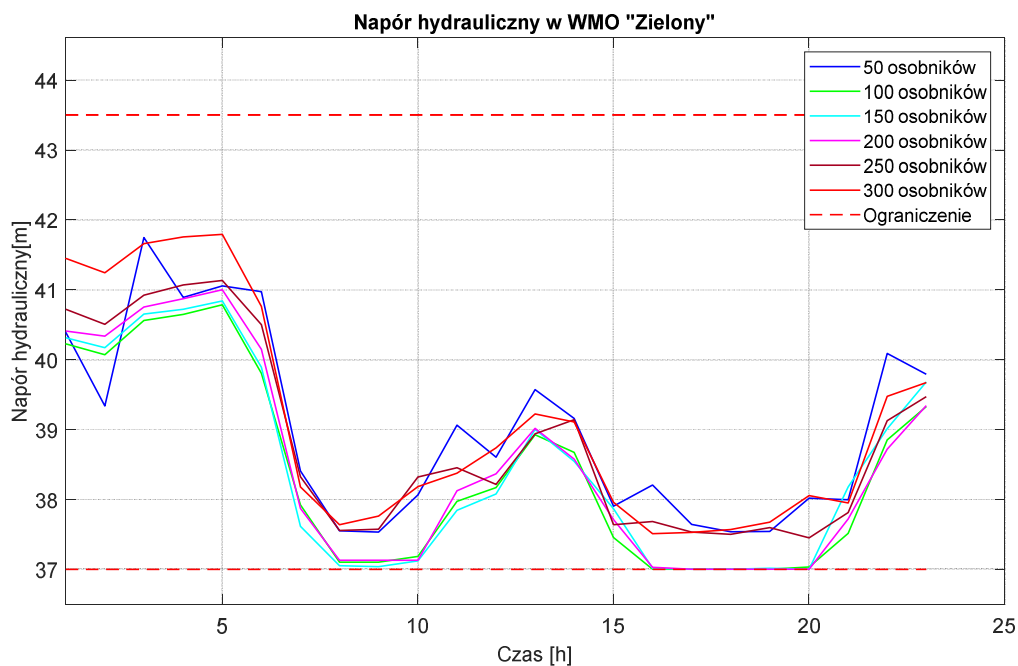
Rysunek 6.9 Porównanie trajektorii naporu hydraulicznego w „Zbiornik” wyznaczone przez Algorytm II dla PSSW Mała dla różnych wielkości populacji.



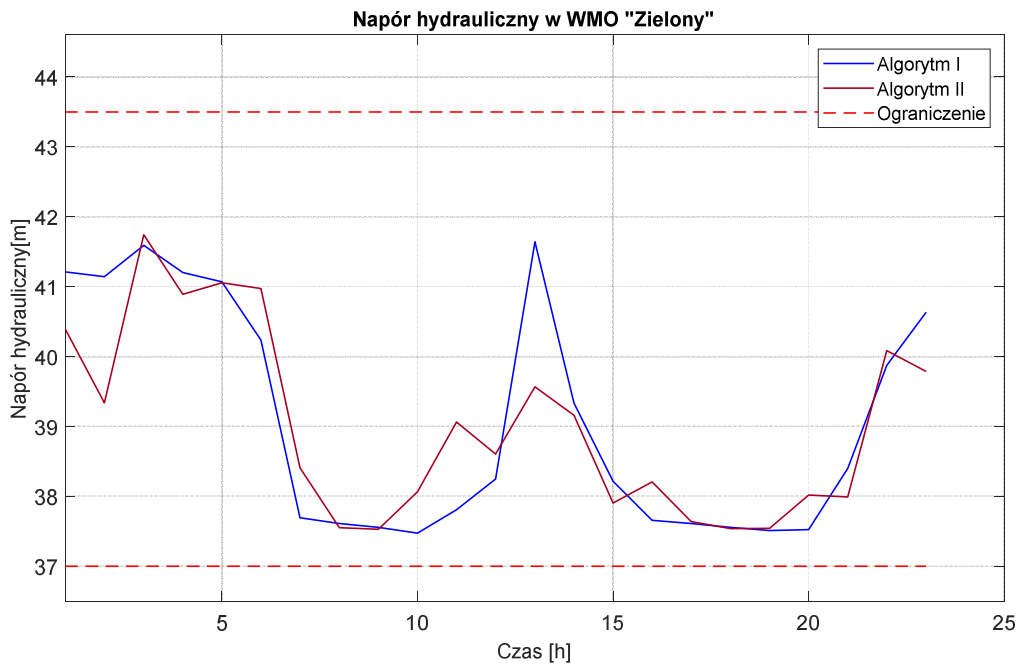
Rysunek 6.10 Porównanie trajektorii naporu hydraulicznego w „Zbiornik” wyznaczone przez Algorytm I i II dla PSSW Mała dla wielkości populacji 50 osobników.



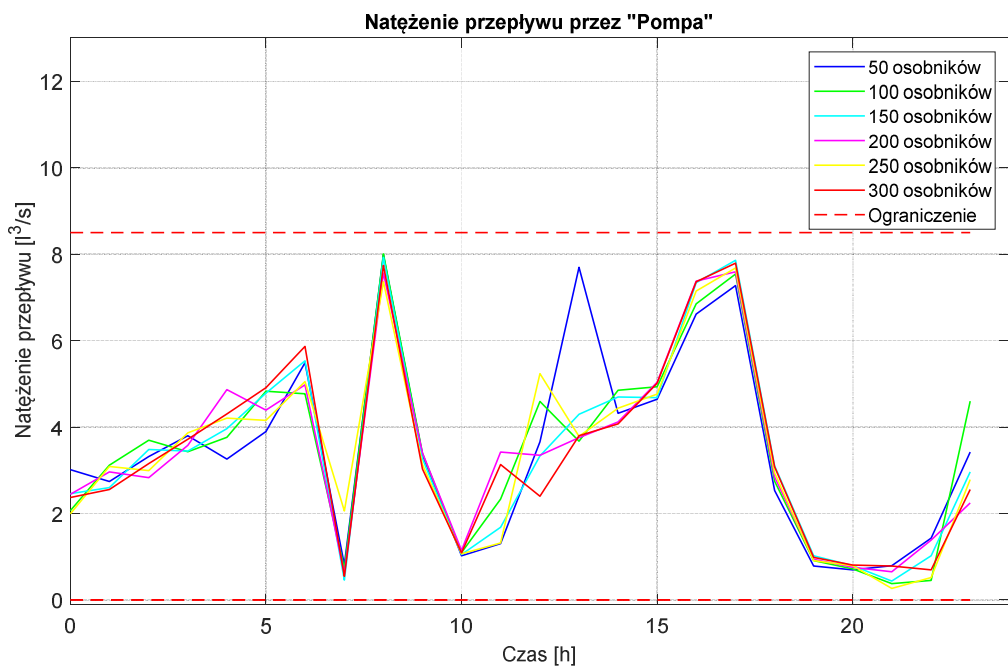
Rysunek 6.11 Porównanie trajektorii naporu hydraulicznego w WMO „Zielony” wyznaczone przez Algorytm I dla PSSW Mała dla różnych wielkości populacji.



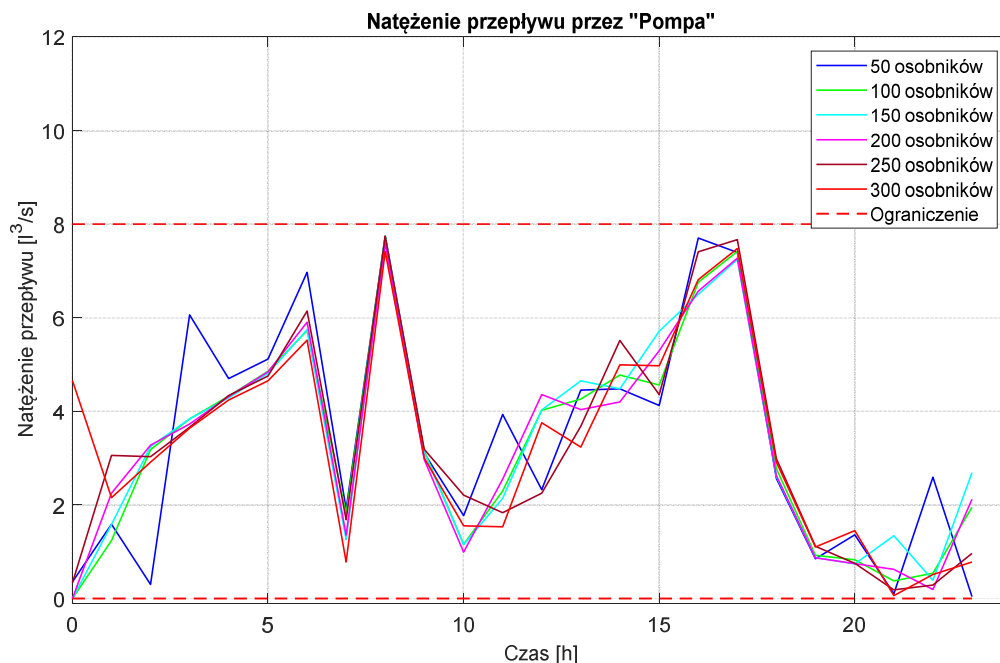
Rysunek 6.12 Porównanie trajektorii naporu hydraulicznego w WMO „Zielony” wyznaczone przez Algorytm II dla PSSW Mała dla różnych wielkości populacji.



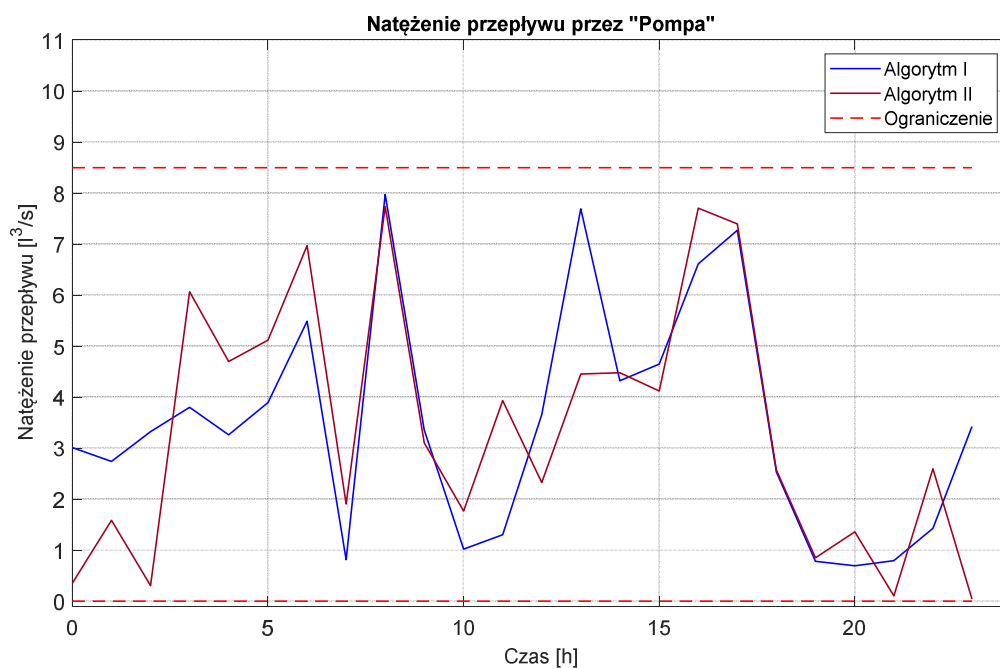
Rysunek 6.13 Porównanie trajektorii naporu hydraulicznego w WMO „Zielony” wyznaczone przez Algorytm I i II dla PSSW Mała dla wielkości populacji 50 osobników.



Rysunek 6.14 Porównanie trajektorii natężenia przepływu dla „Pompa” wyznaczone przez Algorytm I dla PSSW Mała dla różnych wielkości populacji.

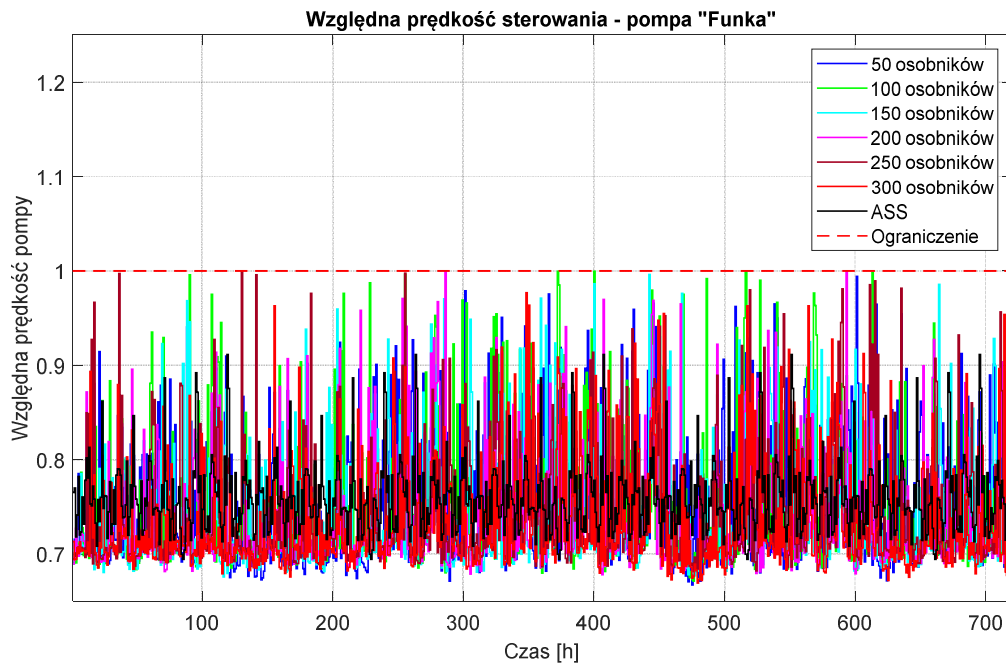


Rysunek 6.15 Porównanie trajektorii natężenia przepływu dla „Pompa” wyznaczone przez Algorytm II dla PSSW Mała dla różnych wielkości populacji.

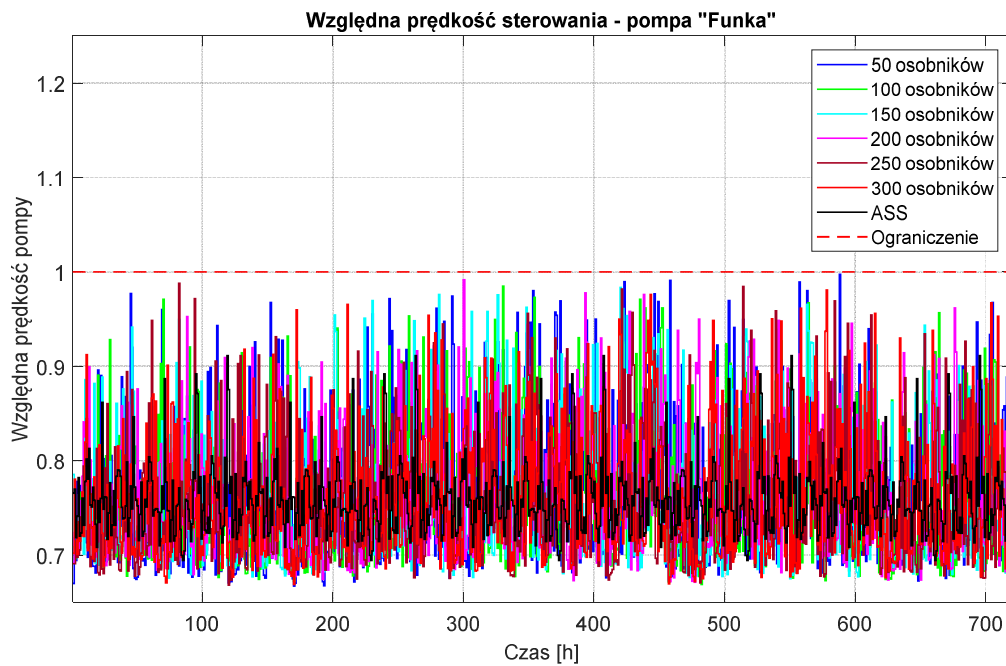


Rysunek 6.16 Porównanie trajektorii natężenia przepływu dla „Pompa” wyznaczone przez Algorytm I i II dla PSSW Mała dla wielkości populacji 50 osobników.

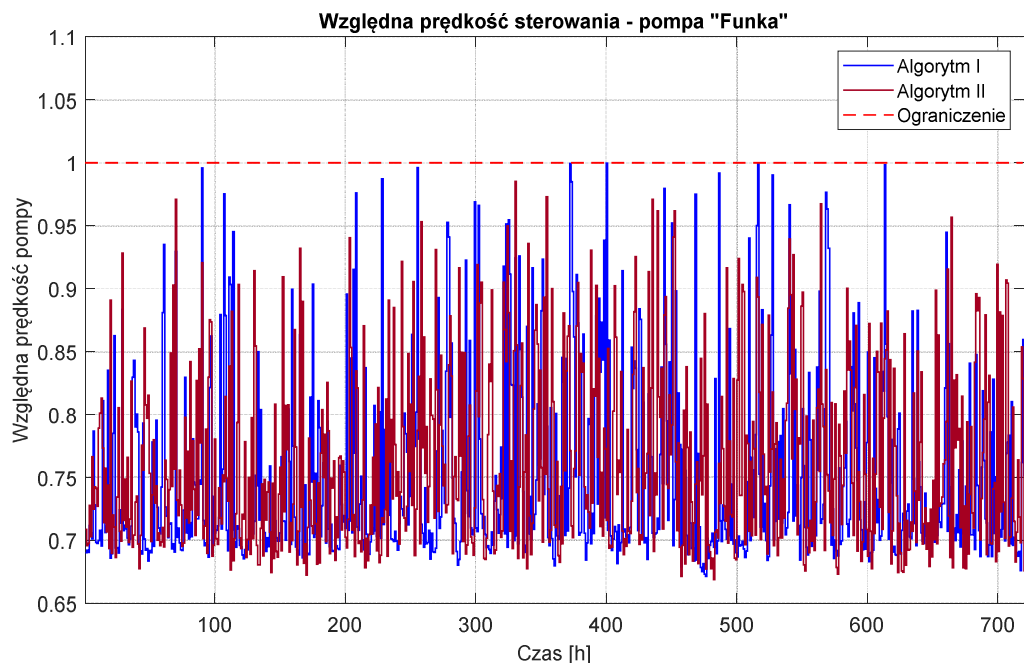




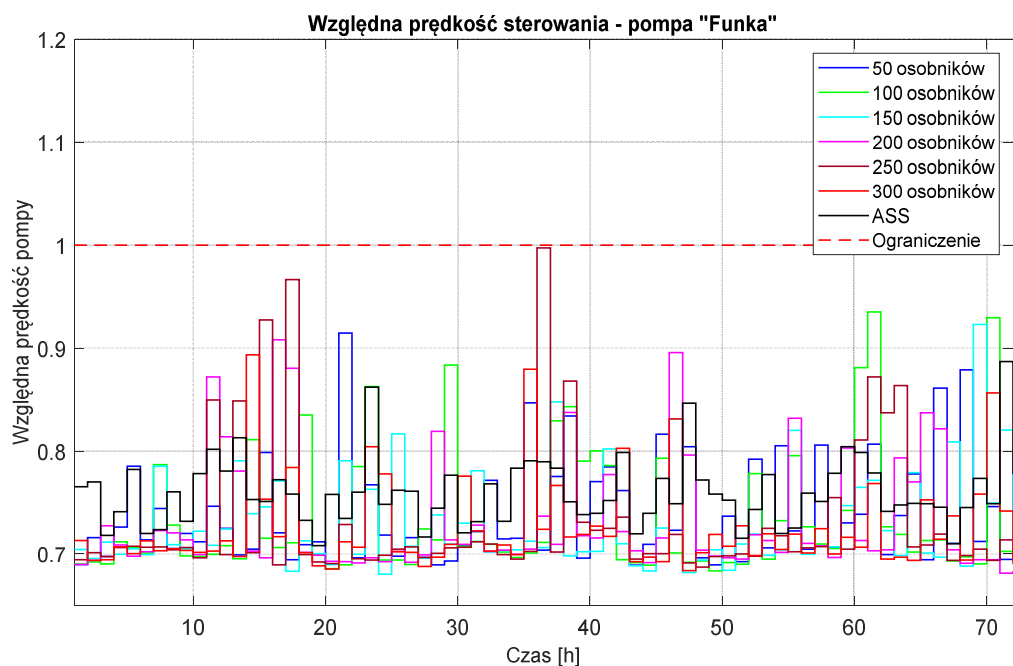
Rysunek 6.17 Porównanie trajektorii sterowania pompą „Funka” wyznaczone przez Algorytm I dla PSSW Chojnice, na horyzoncie od godziny 0 do 720 dla różnych wielkości populacji.



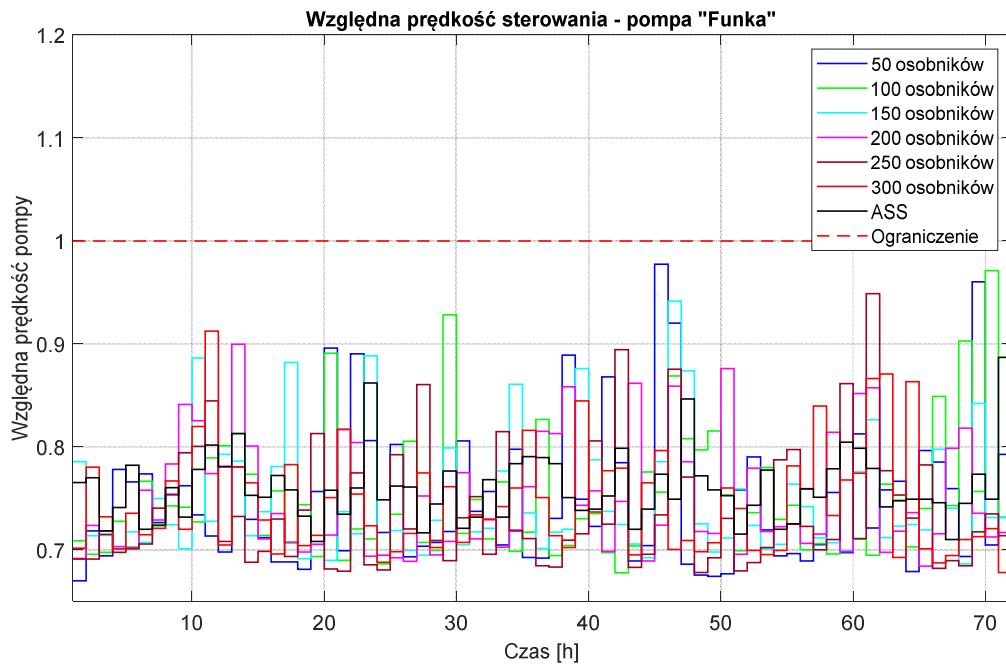
Rysunek 6.18 Porównanie trajektorii sterowania pompą „Funka” wyznaczone przez Algorytm II dla PSSW Chojnice, na horyzoncie od godziny 0 do 720 dla różnych wielkości populacji.



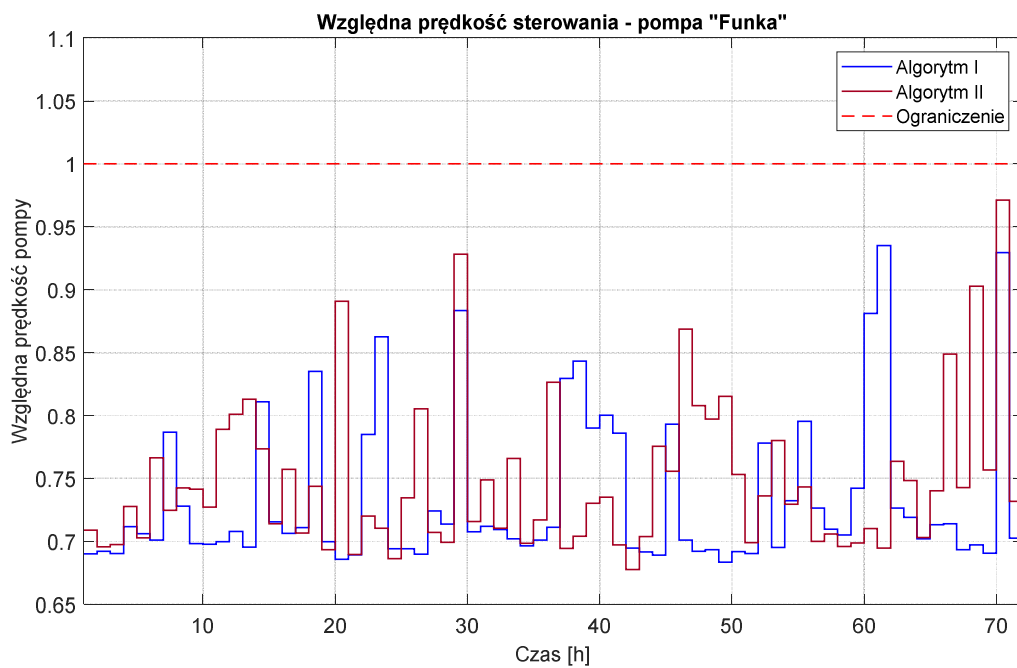
Rysunek 6.19 Porównanie trajektorii sterowania pompą „Funka” wyznaczone przez Algorytm I i II dla PSSW Chojnice, na horyzoncie od godziny 0 do 720 dla wielkości populacji 50 osobników.



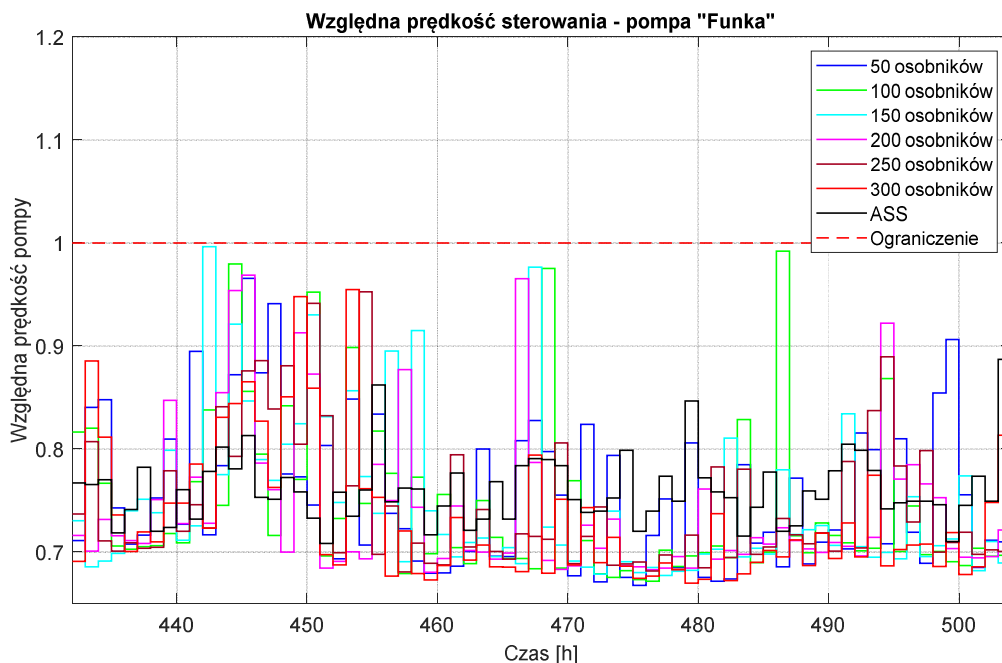
Rysunek 6.20 Porównanie trajektorii sterowania pompą „Funka” wyznaczone przez Algorytm I dla PSSW Chojnice, na horyzoncie od godziny 0 do 72 dla różnych wielkości populacji.



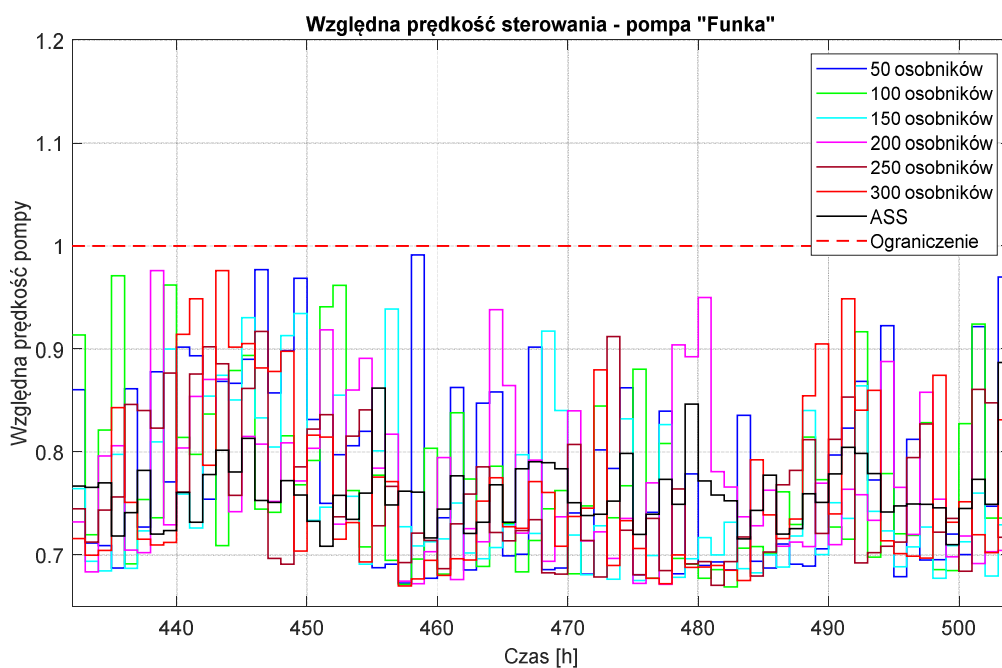
Rysunek 6.21 Porównanie trajektorii sterowania pompą „Funka” wyznaczone przez Algorytm II dla PSSW Chojnice, na horyzoncie od godziny 0 do 72 dla różnych wielkości populacji.



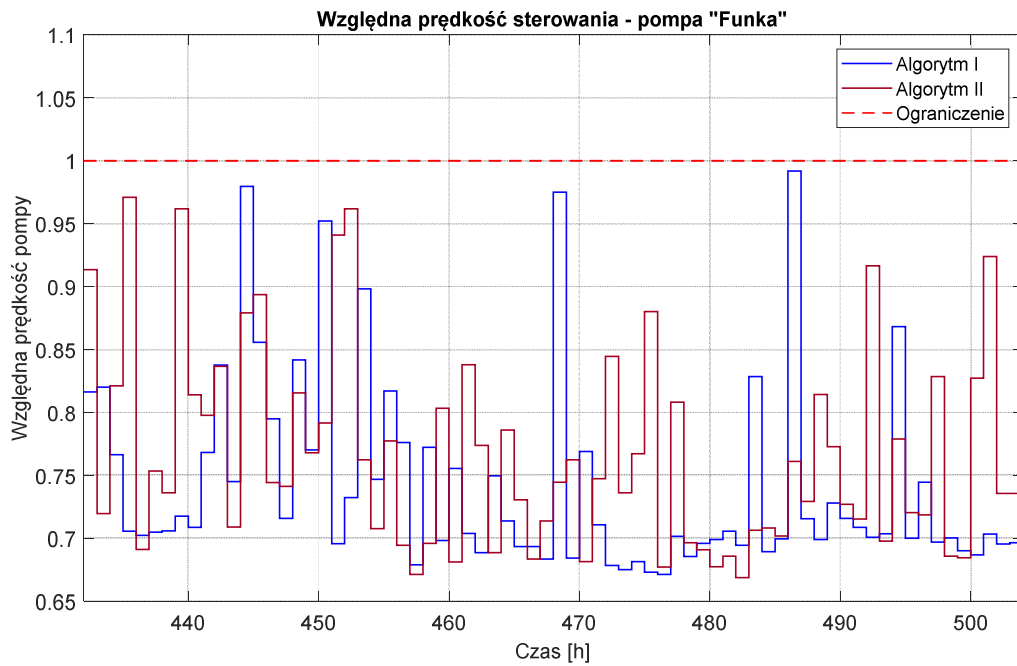
Rysunek 6.22 Porównanie trajektorii sterowania pompą „Funka” wyznaczone przez Algorytm I i II dla PSSW Chojnice, na horyzoncie od godziny 0 do 72 dla wielkości populacji 50 osobników.



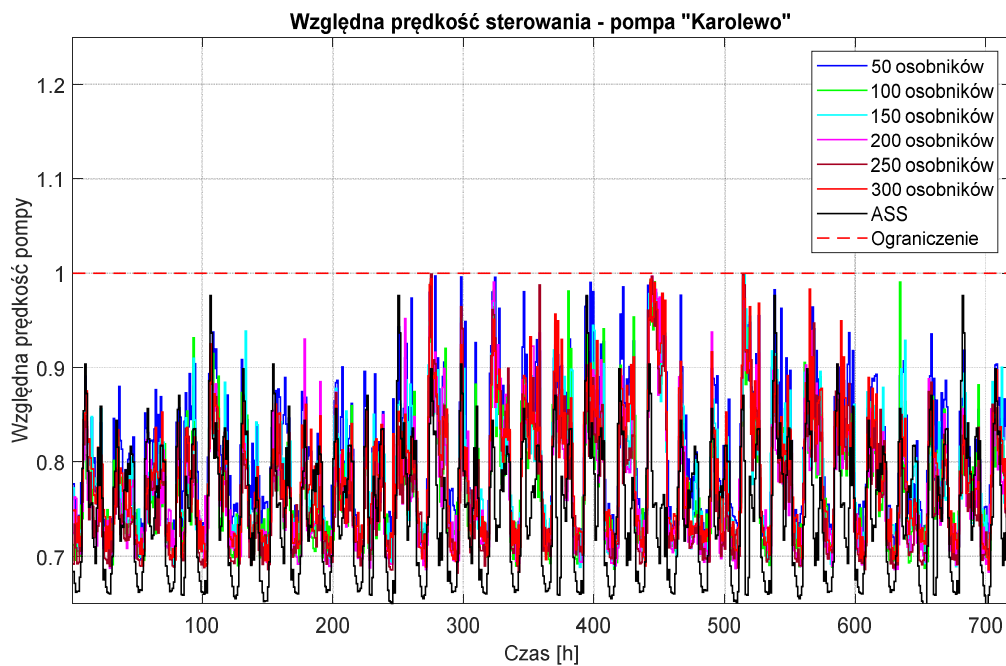
Rysunek 6.23 Porównanie trajektorii sterowania pompą „Funka” wyznaczone przez Algorytm I dla PSSW Chojnice, na horyzoncie od godziny 432 do 504 dla różnych wielkości populacji.



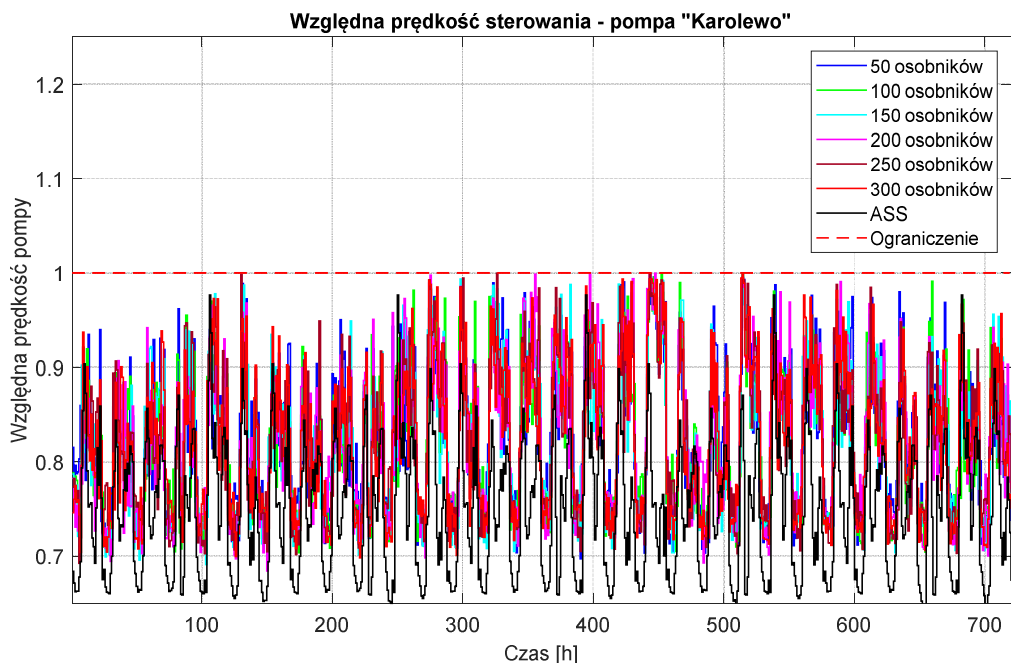
Rysunek 6.24 Porównanie trajektorii sterowania pompą „Funka” wyznaczone przez Algorytm II dla PSSW Chojnice, na horyzoncie od godziny 432 do 504 dla różnych wielkości populacji.



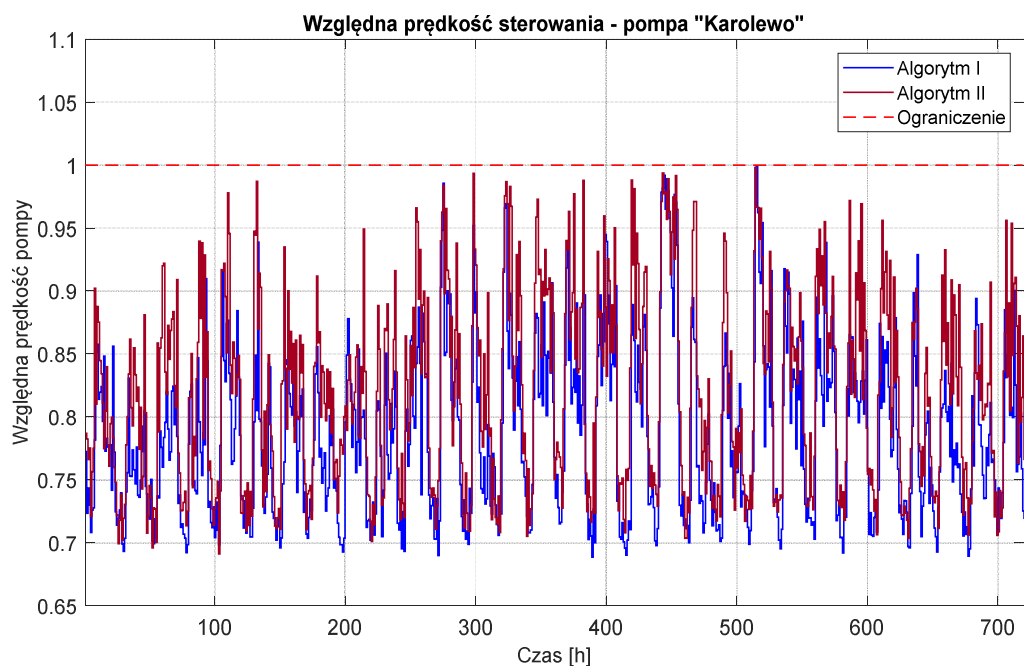
Rysunek 6.25 Porównanie trajektorii sterowania pompą „Funka” wyznaczone przez Algorytm I i II dla PSSW Chojnice, na horyzoncie od godziny 432 do 504 dla wielkości populacji 50 osobników.



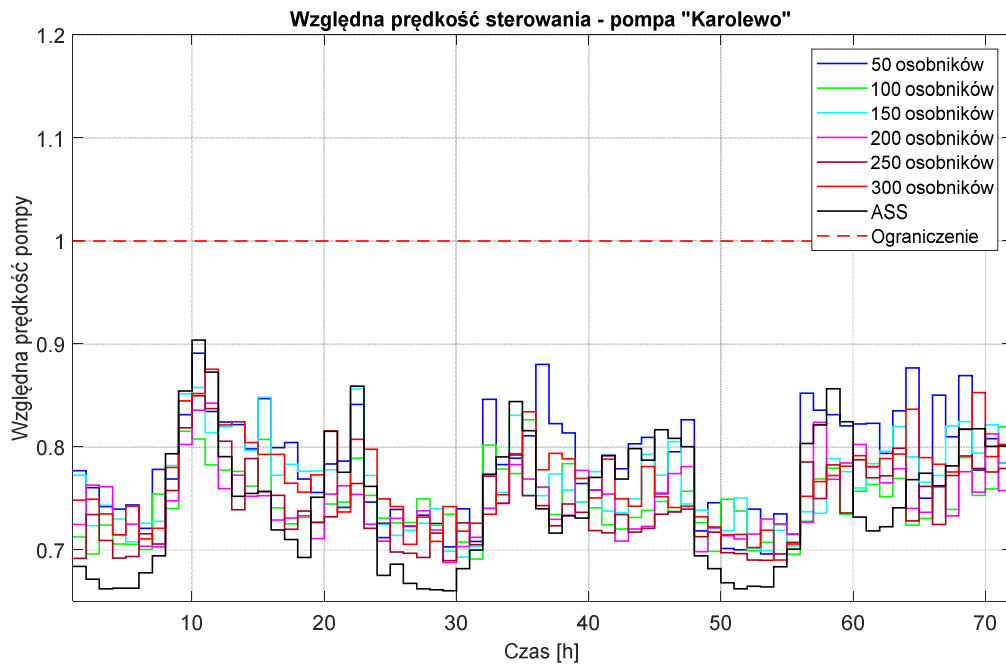
Rysunek 6.26 Porównanie trajektorii sterowania pompą „Karolewo” wyznaczone przez Algorytm I dla PSSW Chojnice, na horyzoncie od godziny 0 do 720 dla różnych wielkości populacji.



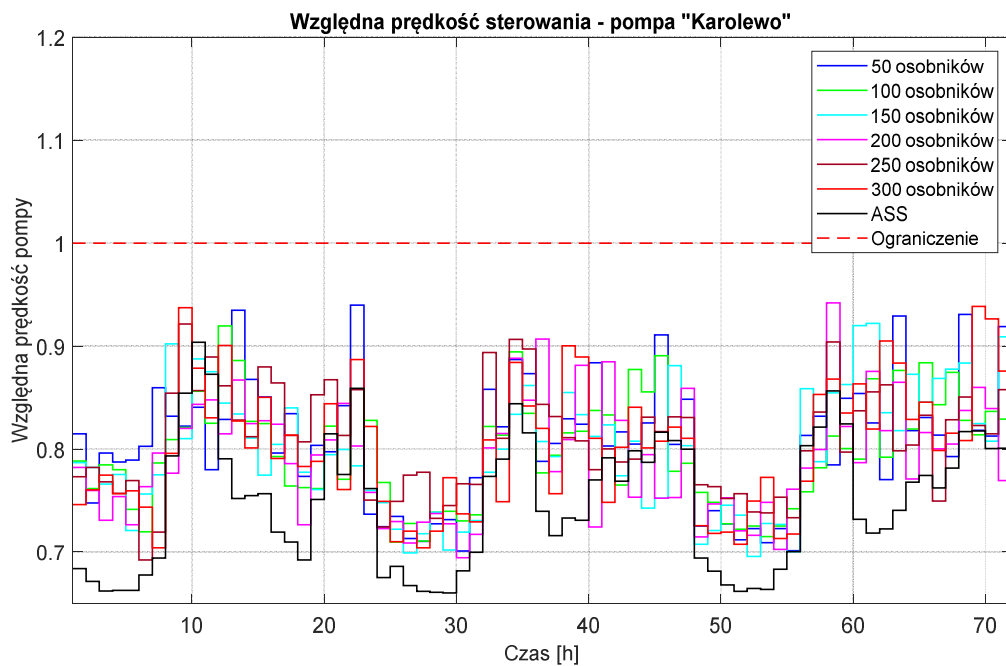
Rysunek 6.27 Porównanie trajektorii sterowania pompą „Karolewo” wyznaczone przez Algorytm II dla PSSW Chojnice, na horyzoncie od godziny 0 do 720 dla różnych wielkości populacji.



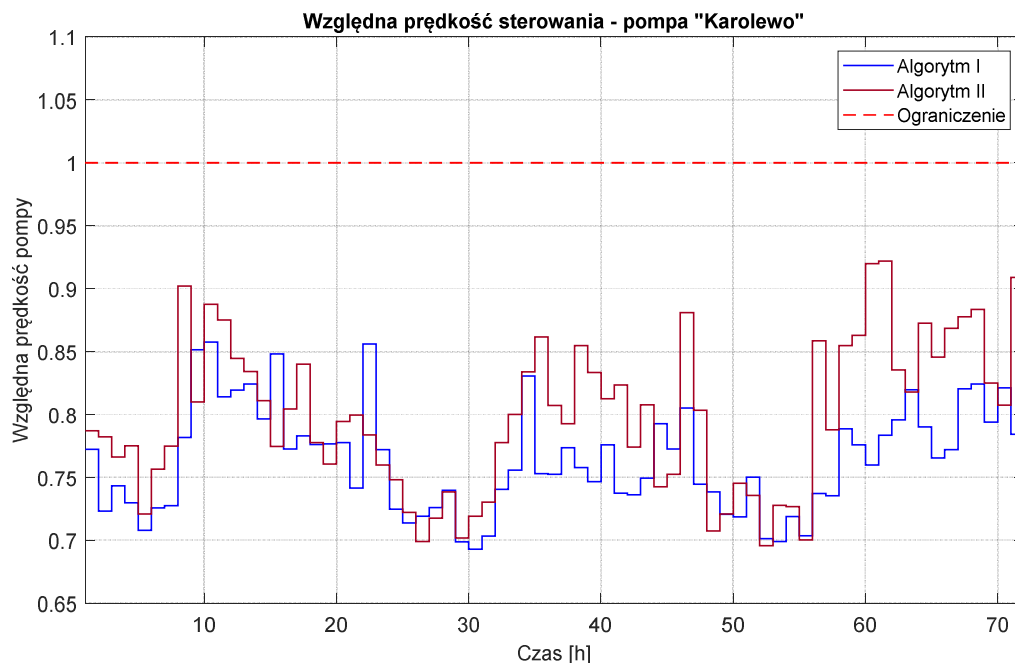
Rysunek 6.28 Porównanie trajektorii sterowania pompą „Karolewo” wyznaczone przez Algorytm I i II dla PSSW Chojnice, na horyzoncie od godziny 0 do 720 dla wielkości populacji 50 osobników.



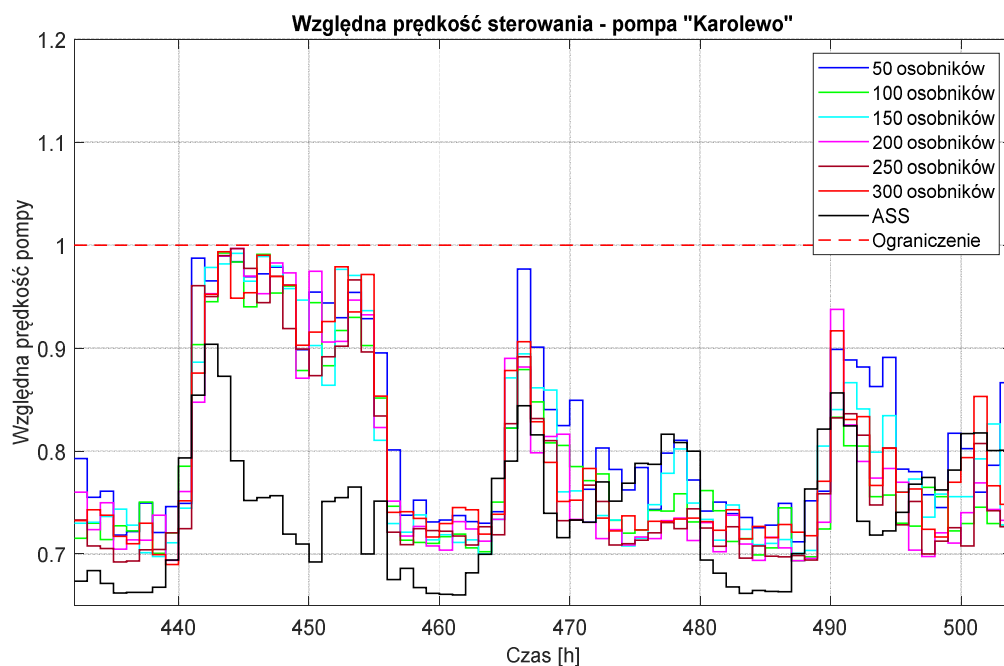
Rysunek 6.29 Porównanie trajektorii sterowania pompą „Karolewo” wyznaczone przez Algorytm I dla PSSW Chojnice, na horyzoncie od godziny 0 do 72 dla różnych wielkości populacji.



Rysunek 6.30 Porównanie trajektorii sterowania pompą „Karolewo” wyznaczone przez Algorytm II dla PSSW Chojnice, na horyzoncie od godziny 0 do 72 dla różnych wielkości populacji.

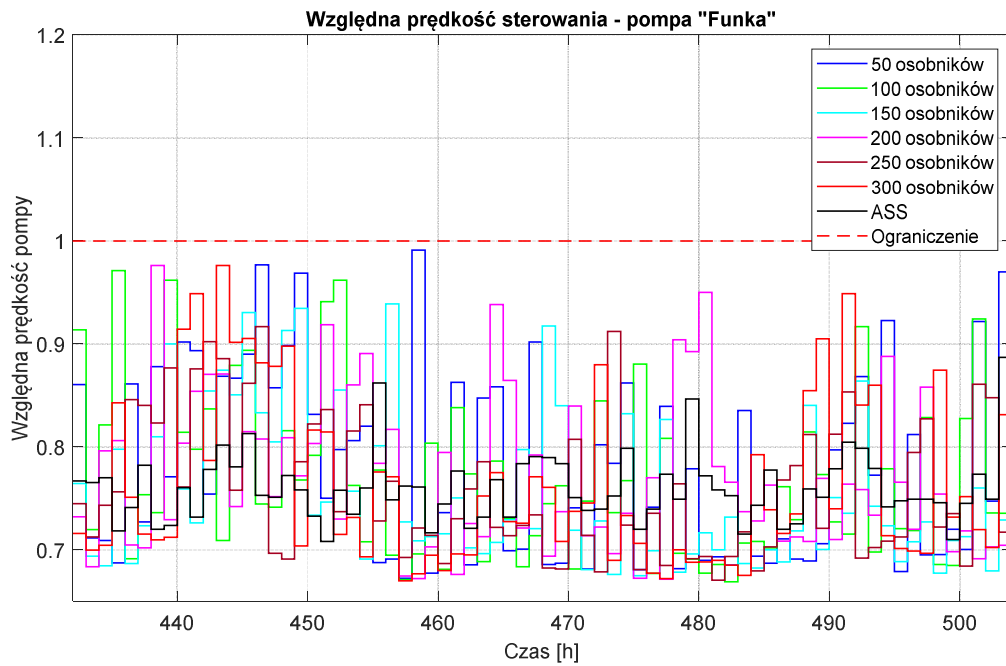


Rysunek 6.31 Porównanie trajektorii sterowania pompą „Karolewo” wyznaczone przez Algoritm I i II dla PSSW Chojnice, na horyzoncie od godziny 0 do 72 dla wielkości populacji 50 osobników.

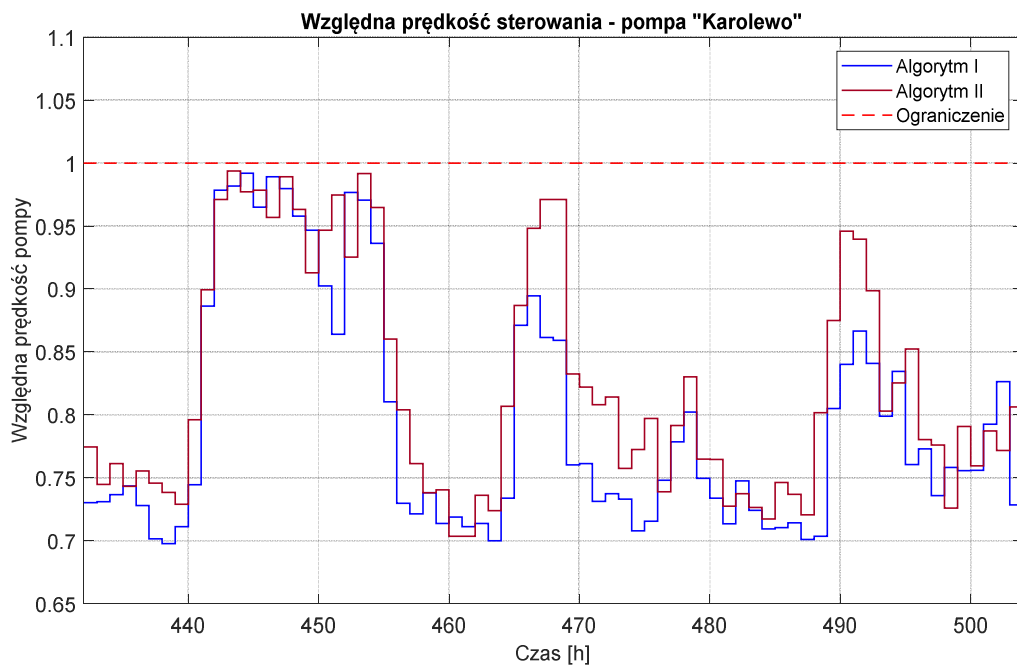


Rysunek 6.32 Porównanie trajektorii sterowania pompą „Karolewo” wyznaczone przez Algoritm I dla PSSW Chojnice, na horyzoncie od godziny 432 do 504 dla różnych wielkości populacji.

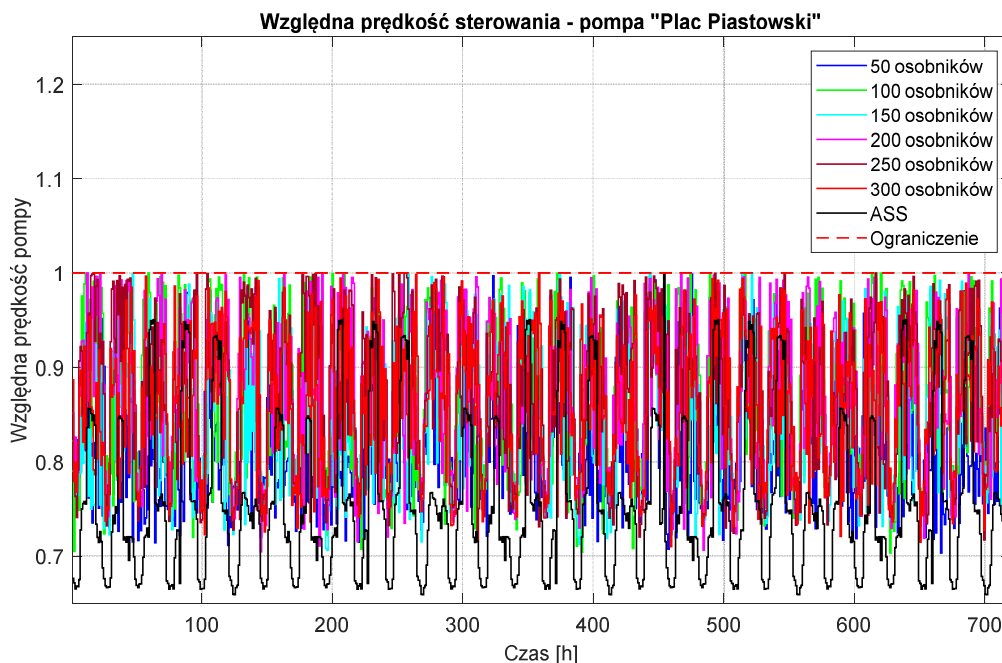




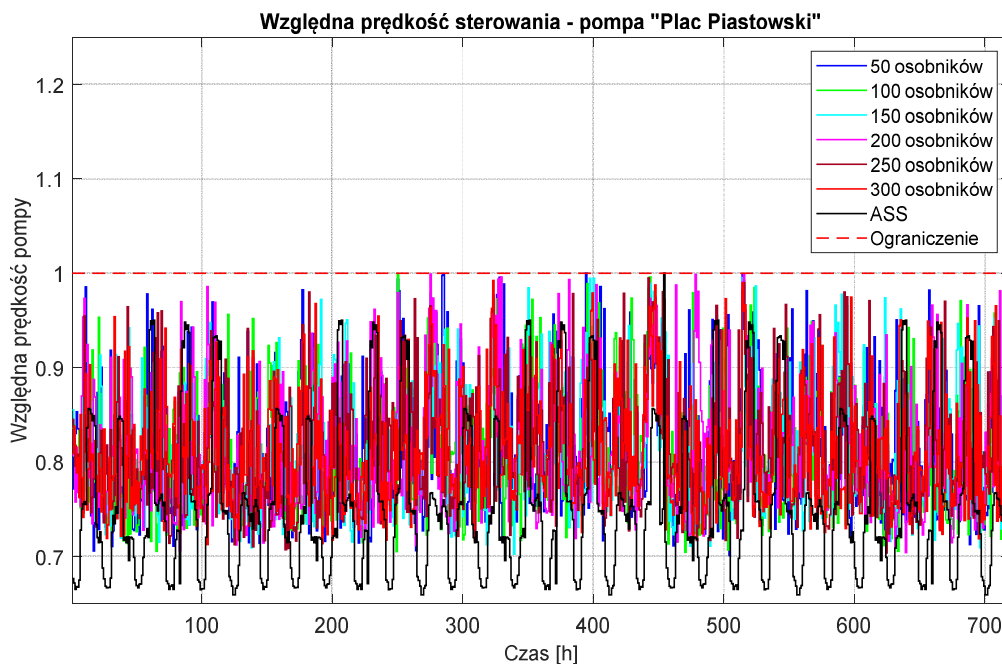
Rysunek 6.33 Porównanie trajektorii sterowania pompą „Karolewo” wyznaczone przez Algorytm II dla PSSW Chojnice, na horyzoncie od godziny 432 do 504 dla różnych wielkości populacji.



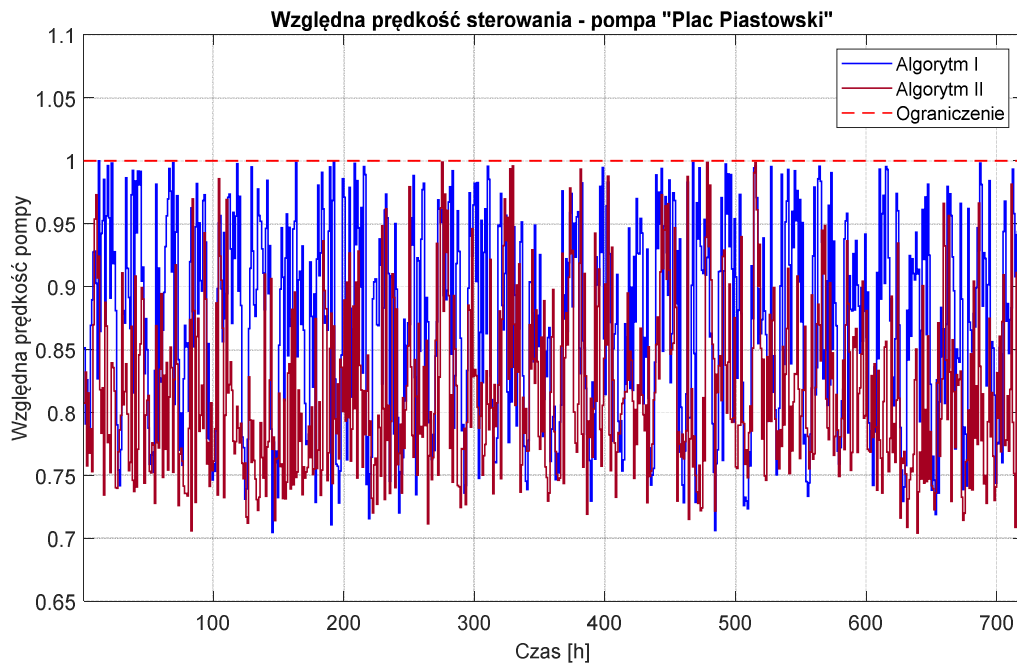
Rysunek 6.34 Porównanie trajektorii sterowania pompą „Karolewo” wyznaczone przez Algorytm I i II dla PSSW Chojnice, na horyzoncie od godziny 432 do 504 dla wielkości populacji 50 osobników.



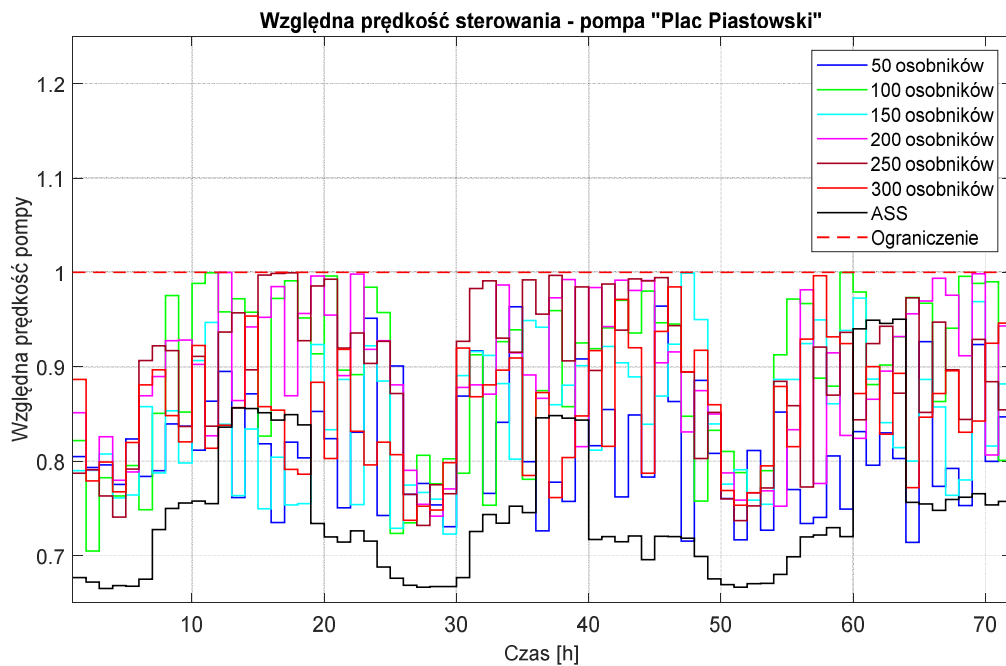
Rysunek 6.35 Porównanie trajektorii sterowania pompą „Plac Piastowski” wyznaczone przez Algorytm I dla PSSW Chojnice, na horyzoncie od godziny 0 do 720 dla różnych wielkości populacji.



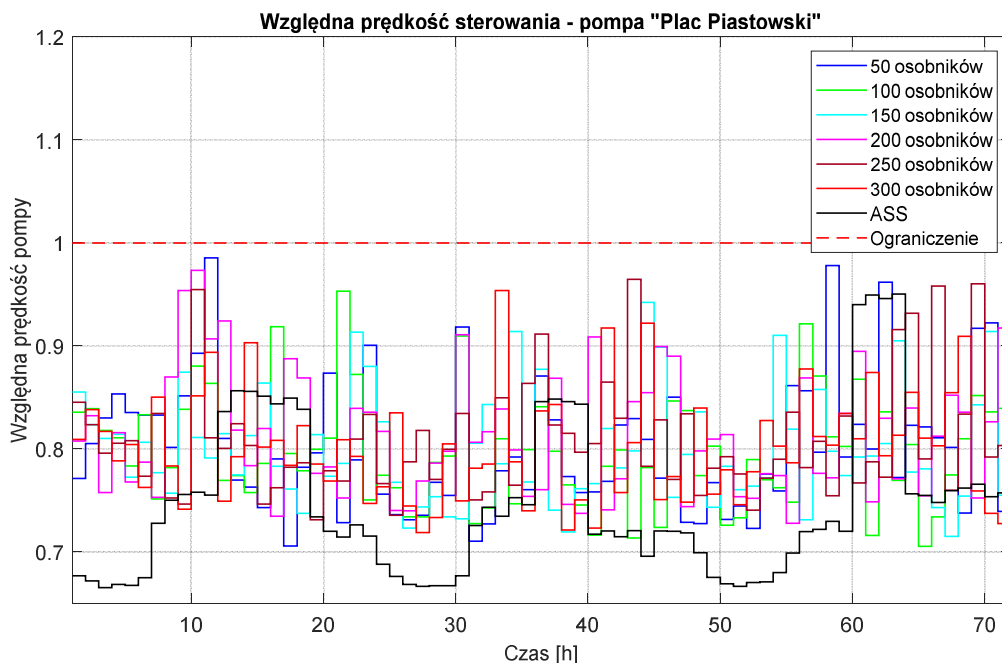
Rysunek 6.36 Porównanie trajektorii sterowania pompą „Plac Piastowski” wyznaczone przez Algorytm II dla PSSW Chojnice, na horyzoncie od godziny 0 do 720 dla różnych wielkości populacji.



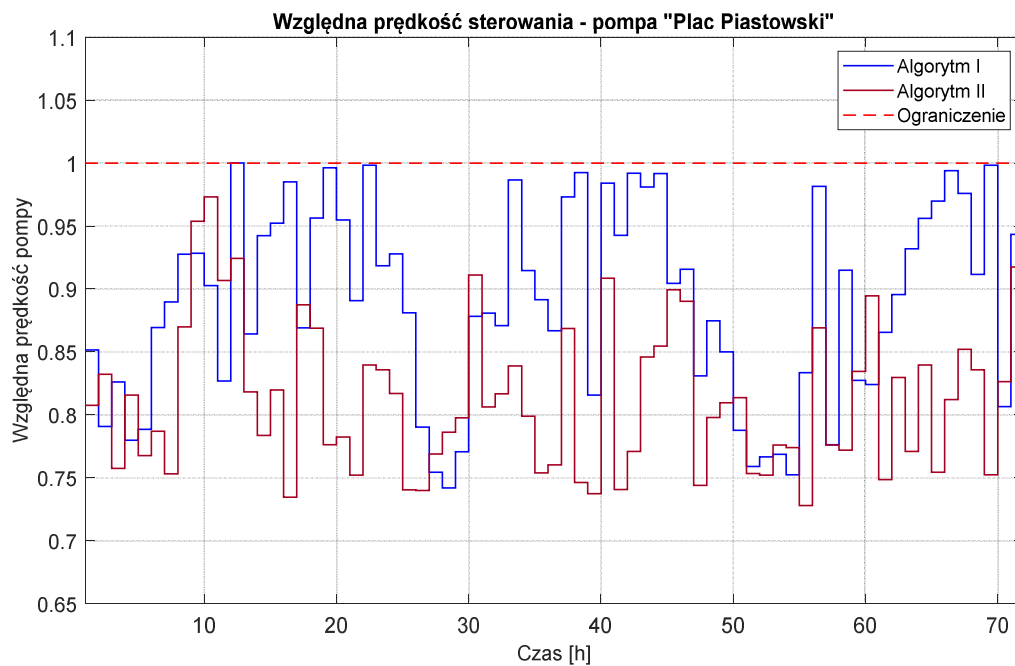
Rysunek 6.37 Porównanie trajektorii sterowania pompą „Plac Piastowski” wyznaczone przez Algorytm I i II dla PSSW Chojnice, na horyzoncie od godziny 0 do 720 dla wielkości populacji 50 osobników.



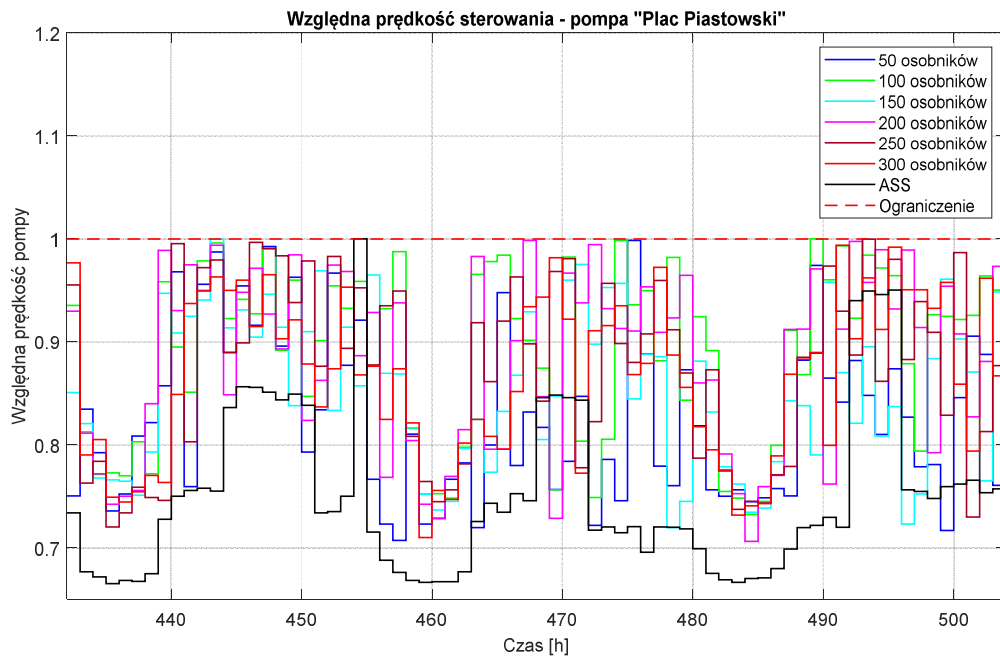
Rysunek 6.38 Porównanie trajektorii sterowania pompą „Plac Piastowski” wyznaczone przez Algorytm I dla PSSW Chojnice, na horyzoncie od godziny 0 do 72 dla różnych wielkości populacji.



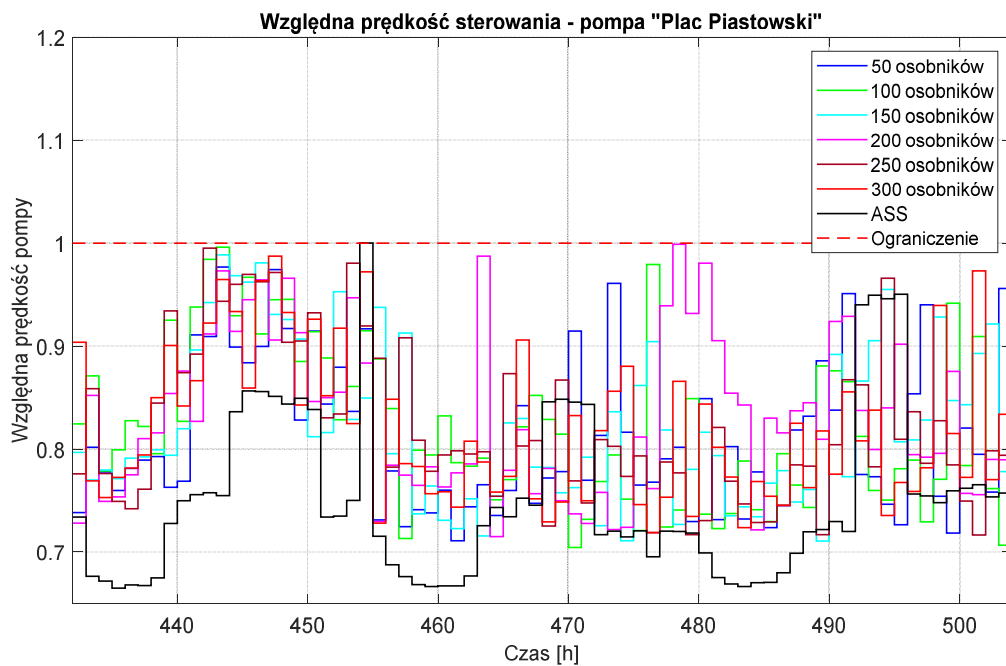
Rysunek 6.39 Porównanie trajektorii sterowania pompą „Plac Piastowski” wyznaczone przez Algorytm II dla PSSW Chojnice, na horyzoncie od godziny 0 do 72 dla różnych wielkości populacji.



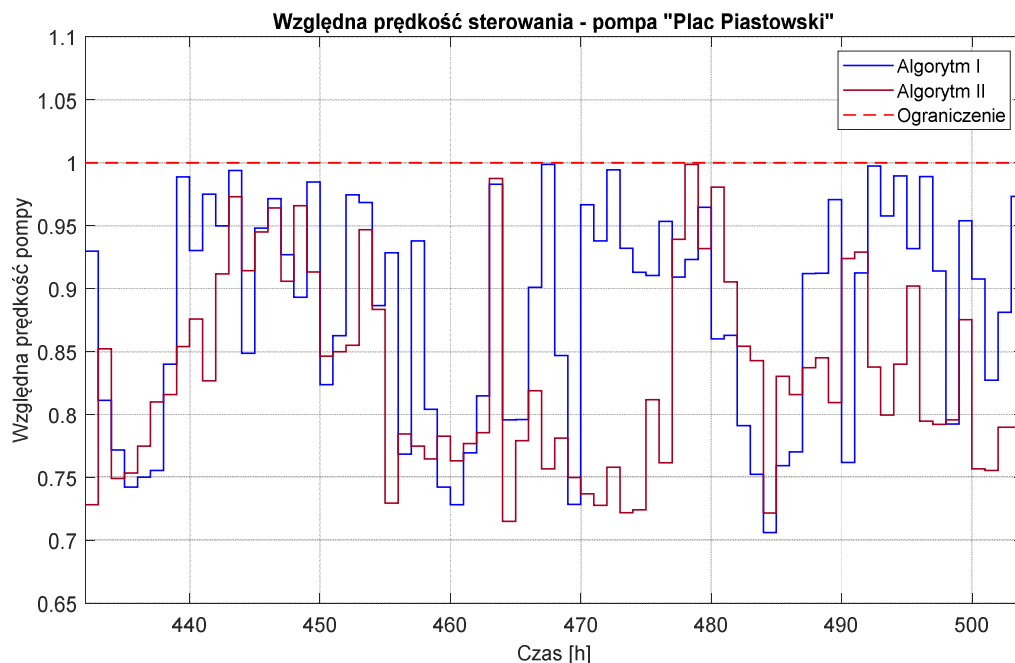
Rysunek 6.40 Porównanie trajektorii sterowania pompą „Plac Piastowski” wyznaczone przez Algorytm I i II dla PSSW Chojnice, na horyzoncie od godziny 0 do 72 dla wielkości populacji 50 osobników.



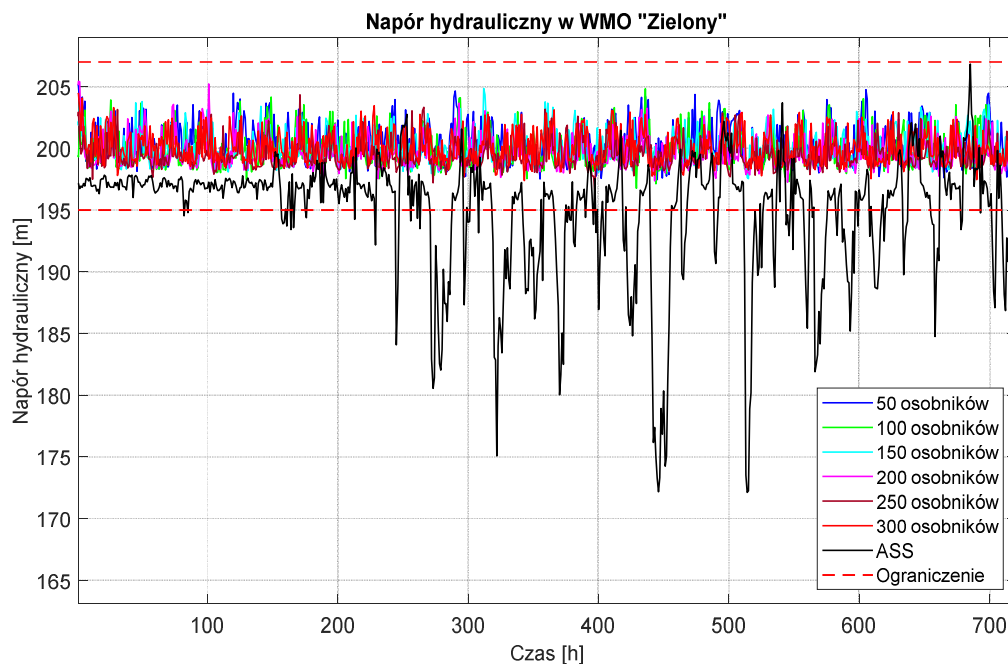
Rysunek 6.41 Porównanie trajektorii sterowania pompą „Plac Piastowski” wyznaczone przez Algorytm I dla PSSW Chojnice, na horyzoncie od godziny 432 do 504 dla różnych wielkości populacji.



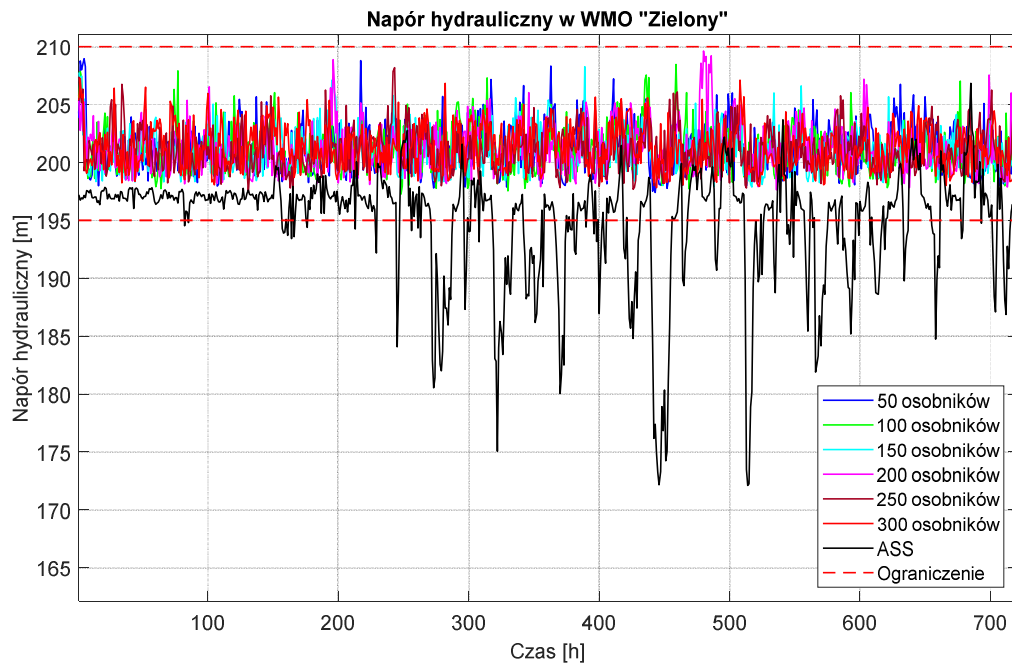
Rysunek 6.42 Porównanie trajektorii sterowania pompą „Plac Piastowski” wyznaczone przez Algorytm II dla PSSW Chojnice, na horyzoncie od godziny 432 do 504 dla różnych wielkości populacji.



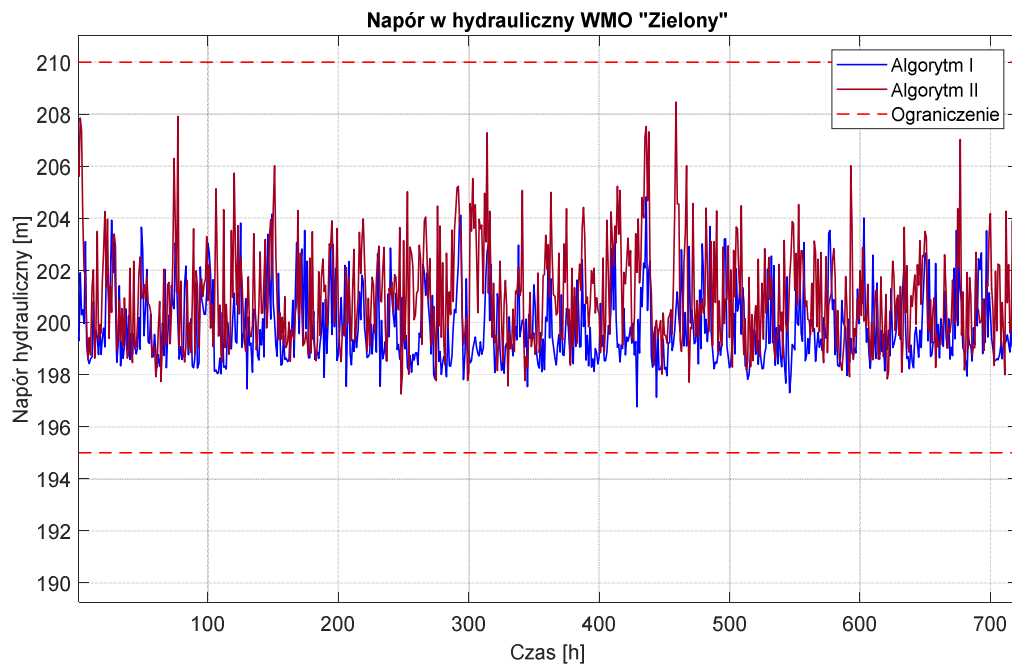
Rysunek 6.43 Porównanie trajektorii sterowania pompą „Plac Piastowski” wyznaczone przez Algorytm I i II dla PSSW Chojnice, na horyzoncie od godziny 432 do 504 dla wielkości populacji 50 osobników.



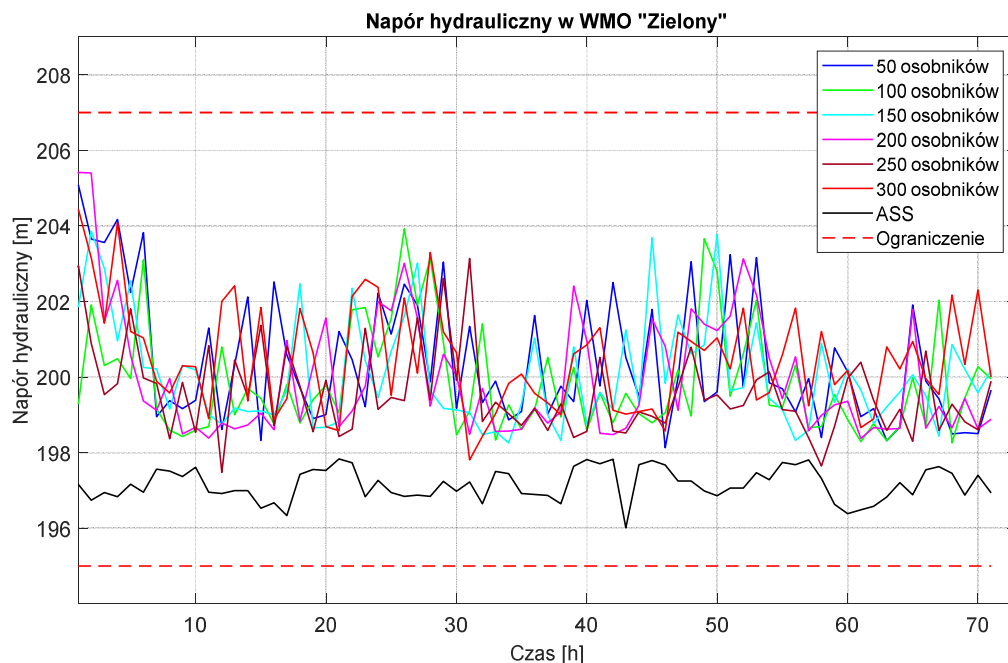
Rysunek 6.44 Porównanie trajektorii naporu hydraulicznego w WMO „Zielony” wyznaczone przez Algorytm I dla PSSW Chojnice, na horyzoncie od godziny 0 do 720 dla różnych wielkości populacji.



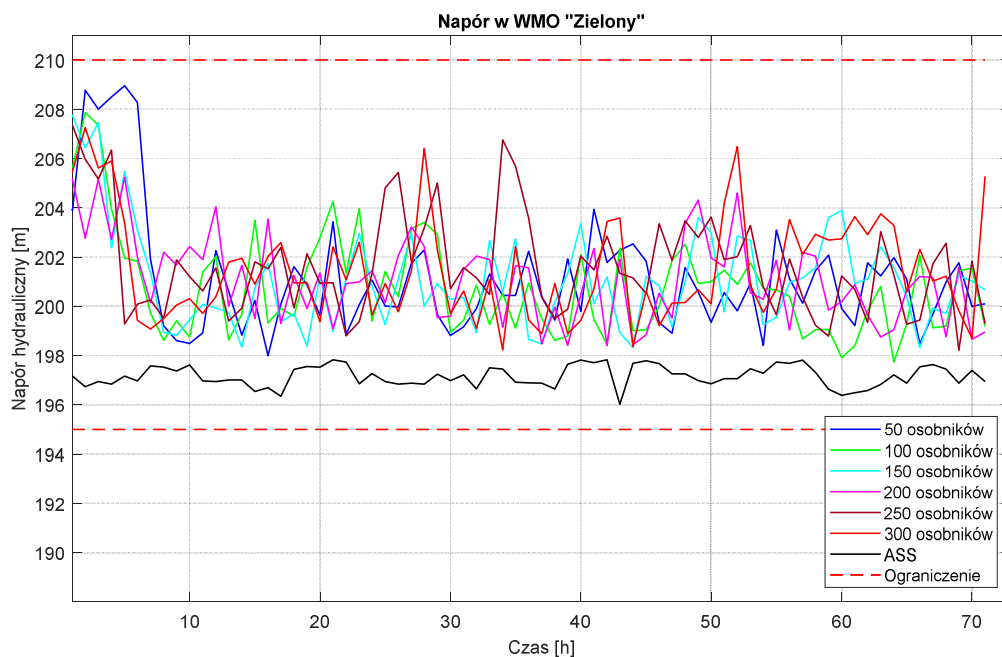
Rysunek 6.45 Porównanie trajektorii naporu w WMO „Zielony” wyznaczone przez Algorytm II dla PSSW Chojnice, na horyzoncie od godziny 0 do 720 dla różnych wielkości populacji.



Rysunek 6.46 Porównanie trajektorii naporu w WMO „Zielony” wyznaczone przez Algorytm I i II dla PSSW Chojnice, na horyzoncie od godziny 0 do 720 dla wielkości populacji 50 osobników.

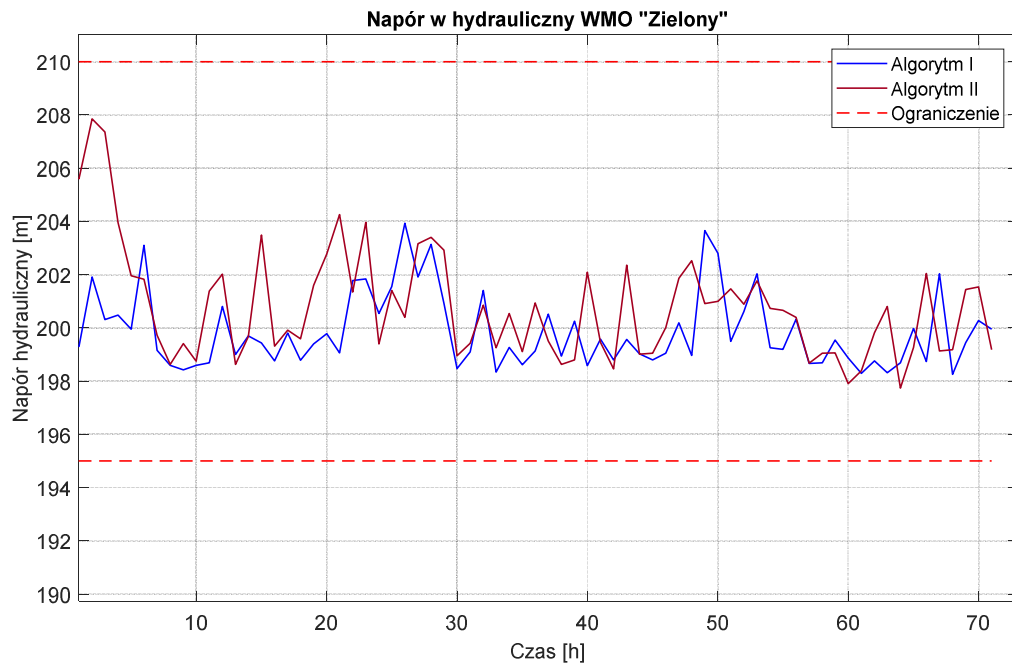


Rysunek 6.47 Porównanie trajektorii naporu hydraulicznego w WMO „Zielony” wyznaczone przez Algorytm I dla PSSW Chojnice, na horyzoncie od godziny 0 do 72 dla różnych wielkości populacji.

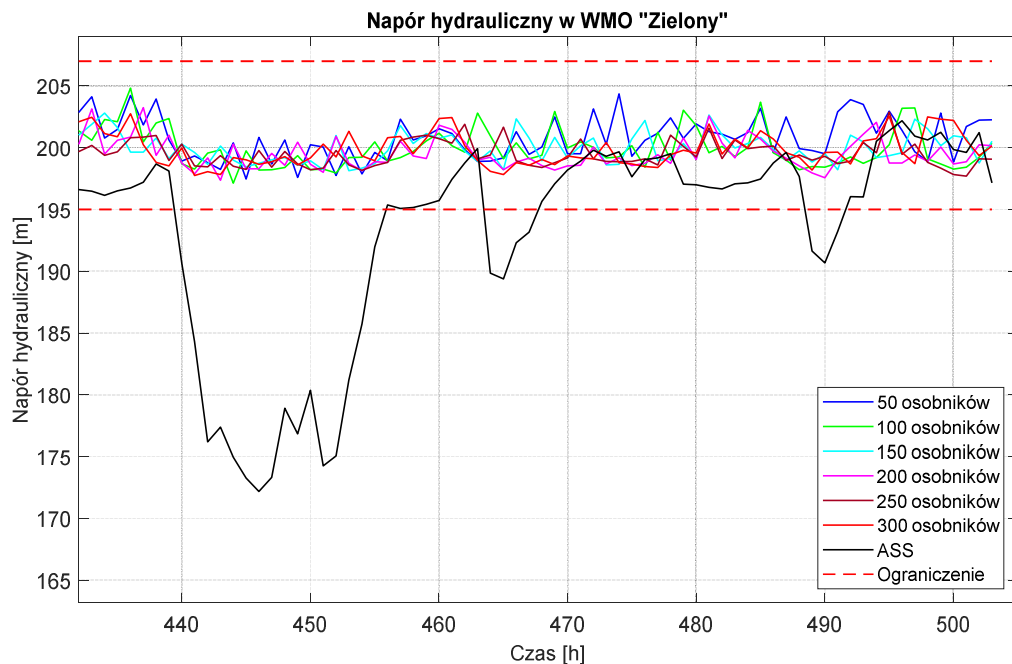


Rysunek 6.48 Porównanie trajektorii naporu hydraulicznego w WMO „Zielony” wyznaczone przez Algorytm II dla PSSW Chojnice, na horyzoncie od godziny 0 do 72 dla różnych wielkości populacji.

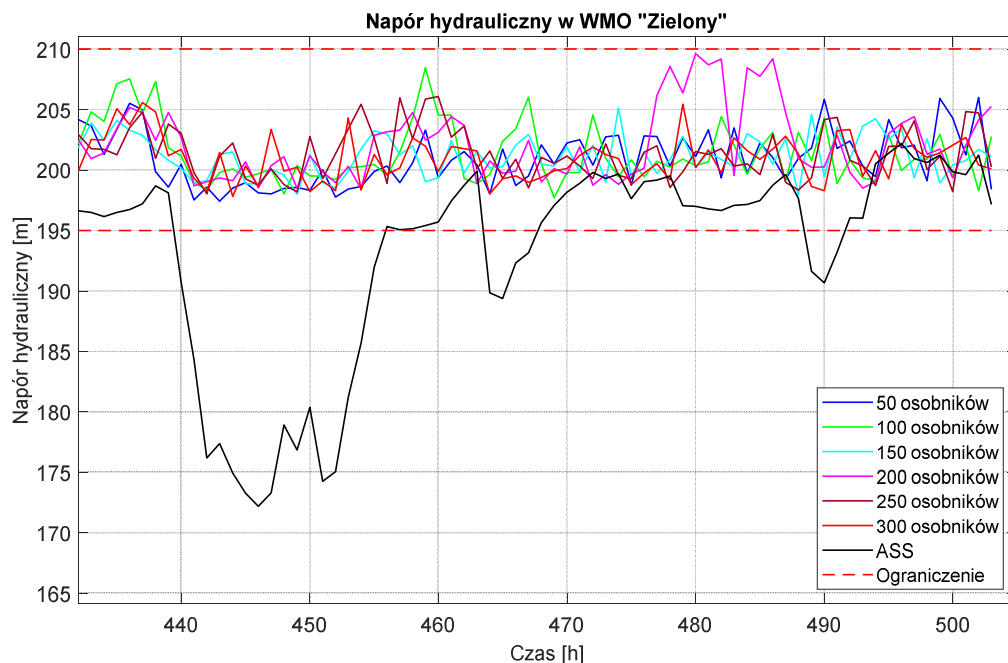




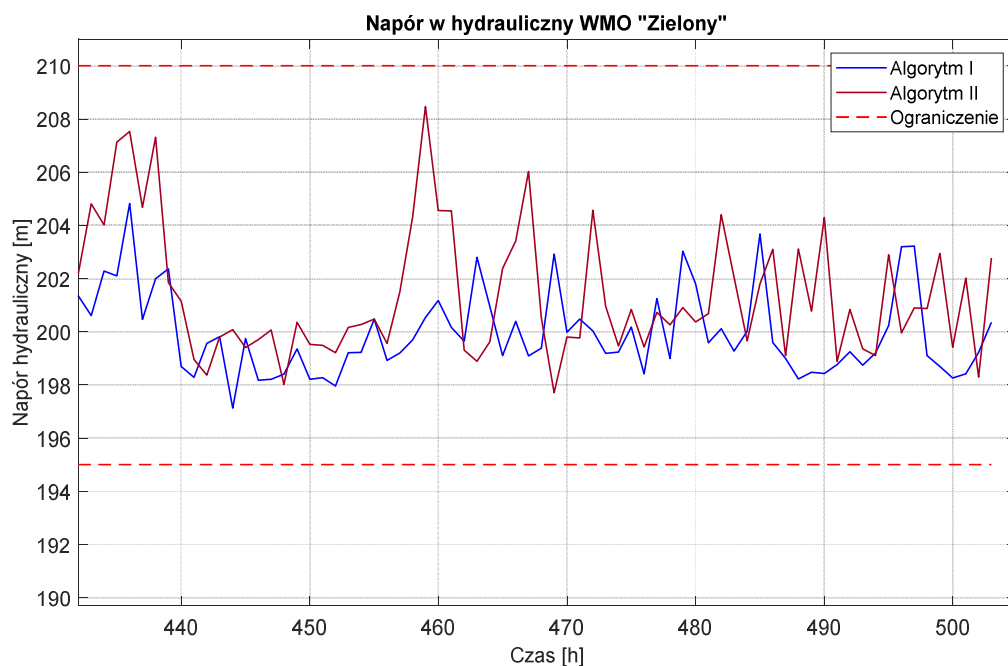
Rysunek 6.49 Porównanie trajektorii naporu hydraulicznego w WMO „Zielony” wyznaczone przez Algorytm I i II dla PSSW Chojnice, na horyzoncie od godziny 0 do 72 dla wielkości populacji 50 osobników.



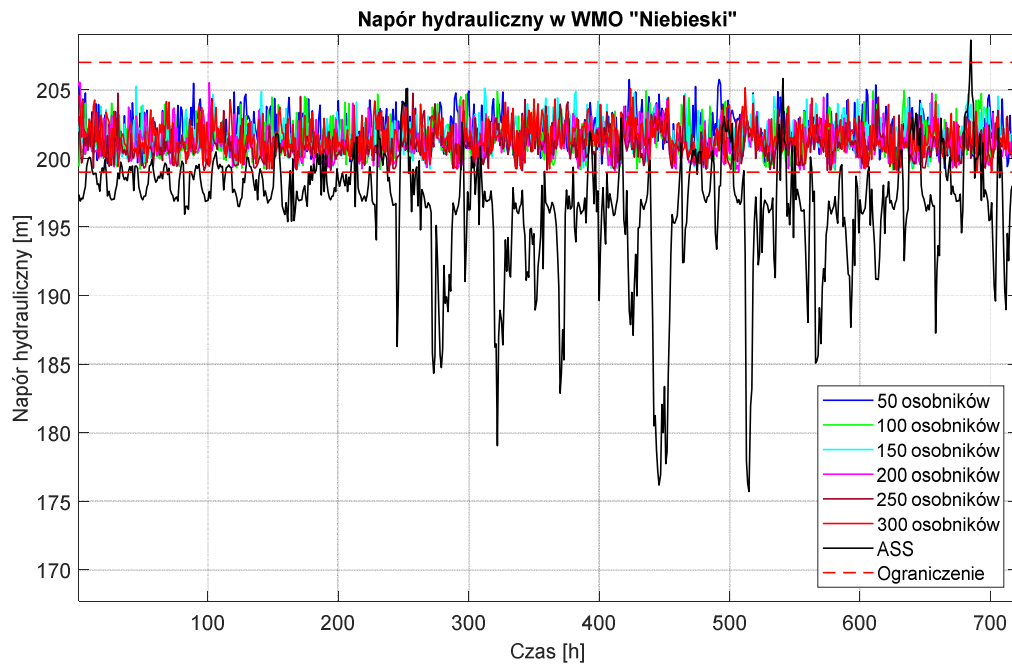
Rysunek 6.50 Porównanie trajektorii naporu w WMO „Zielony” wyznaczone przez Algorytm I dla PSSW Chojnice, na horyzoncie od godziny 432 do 504 dla różnych wielkości populacji.



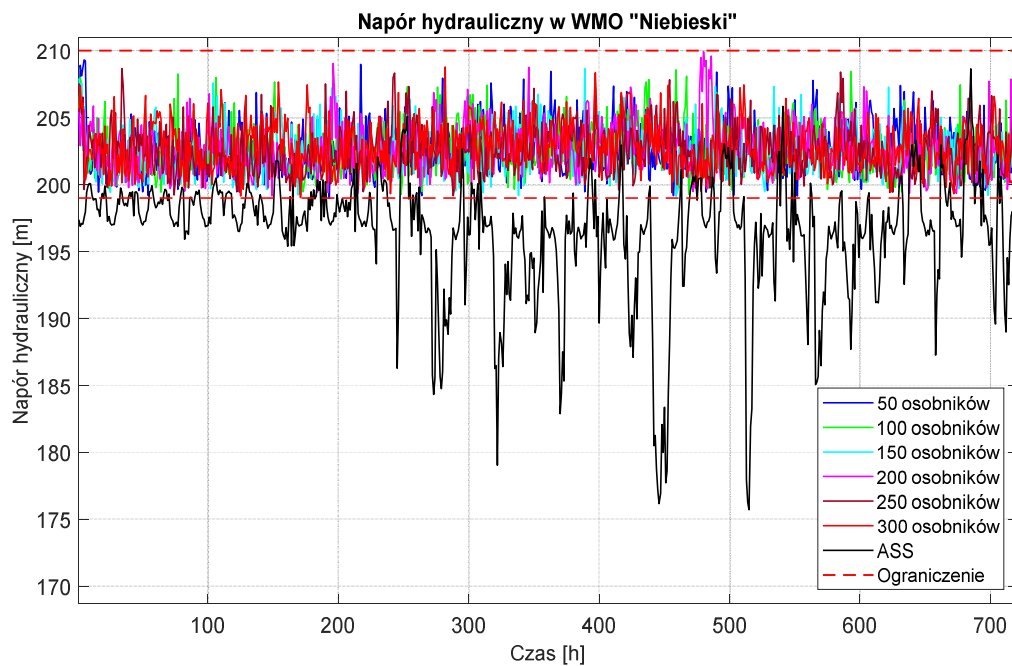
Rysunek 6.51 Porównanie trajektorii naporu hydraulicznego w WMO „Zielony” wyznaczone przez Algorytm II dla PSSW Chojnice, na horyzoncie od godziny 432 do 504 dla różnych wielkości populacji.



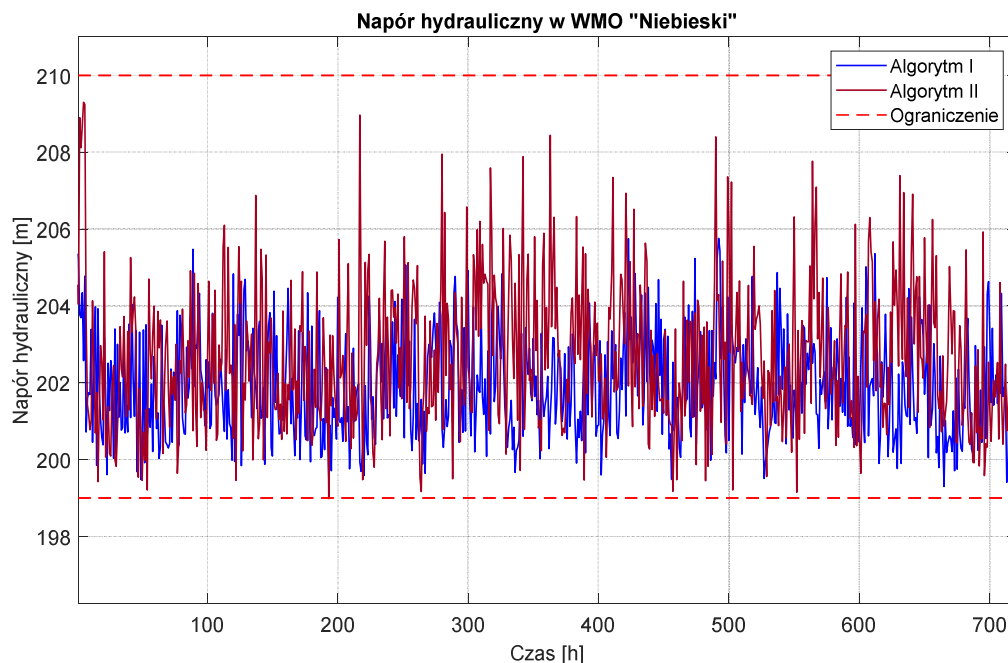
Rysunek 6.52 Porównanie trajektorii naporu hydraulicznego w WMO „Zielony” wyznaczone przez Algorytm I i II dla PSSW Chojnice, na horyzoncie od godziny 432 do 504 dla wielkości populacji 50 osobników.



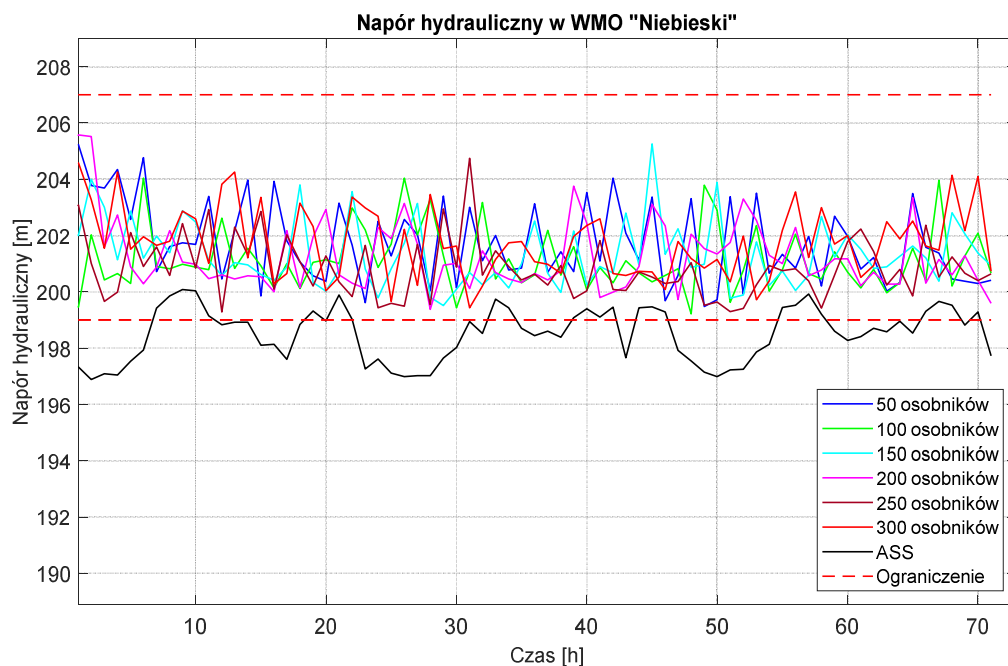
Rysunek 6.53 Porównanie trajektorii naporu hydraulicznego w WMO „Niebieski” wyznaczone przez Algorytm I dla PSSW Chojnice, na horyzoncie od godziny 0 do 720 dla różnych wielkości populacji.



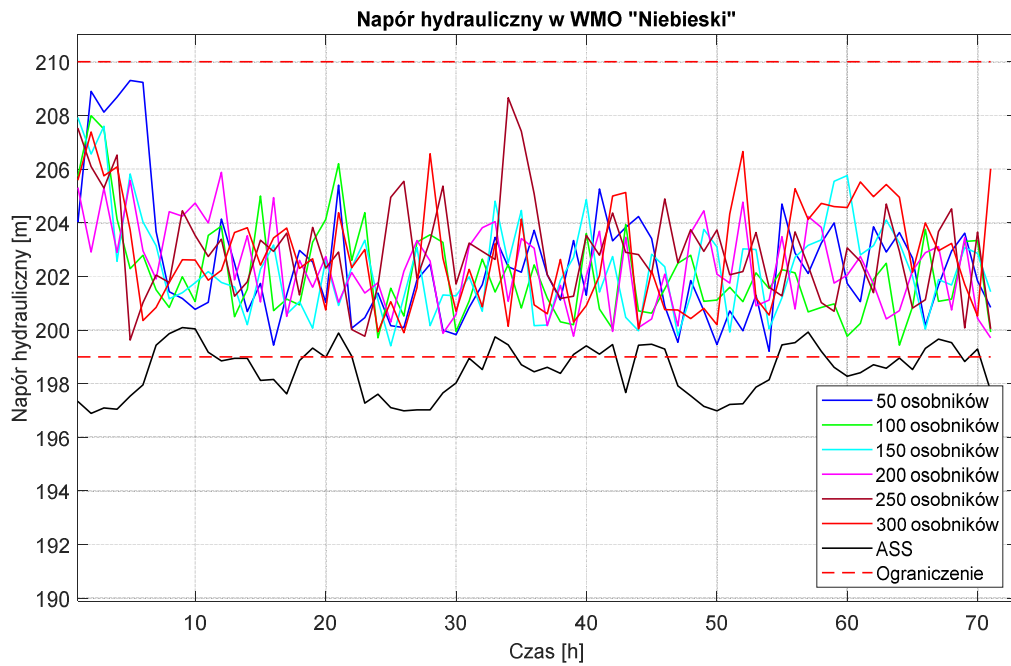
Rysunek 6.54 Porównanie trajektorii naporu w hydraulicznego WMO „Niebieski” wyznaczone przez Algorytm II dla PSSW Chojnice, na horyzoncie od godziny 0 do 720 dla różnych wielkości populacji.



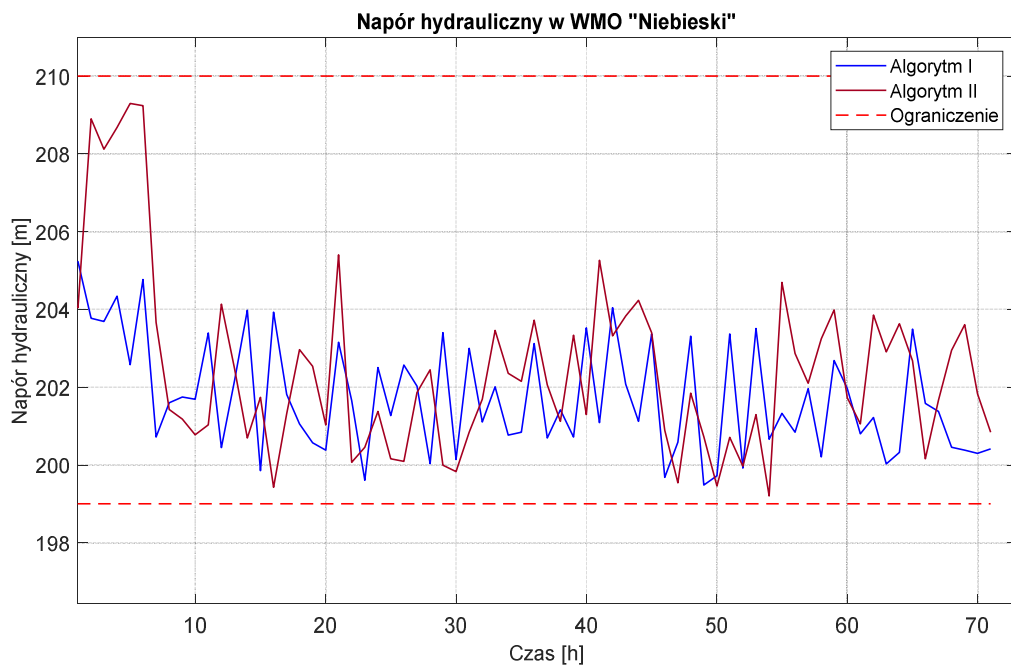
Rysunek 6.55 Porównanie trajektorii naporu w hydraulicznego WMO „Niebieski” wyznaczone przez Algorytm I i II dla PSSW Chojnice, na horyzoncie od godziny 0 do 720 dla wielkości populacji 50 osobników.



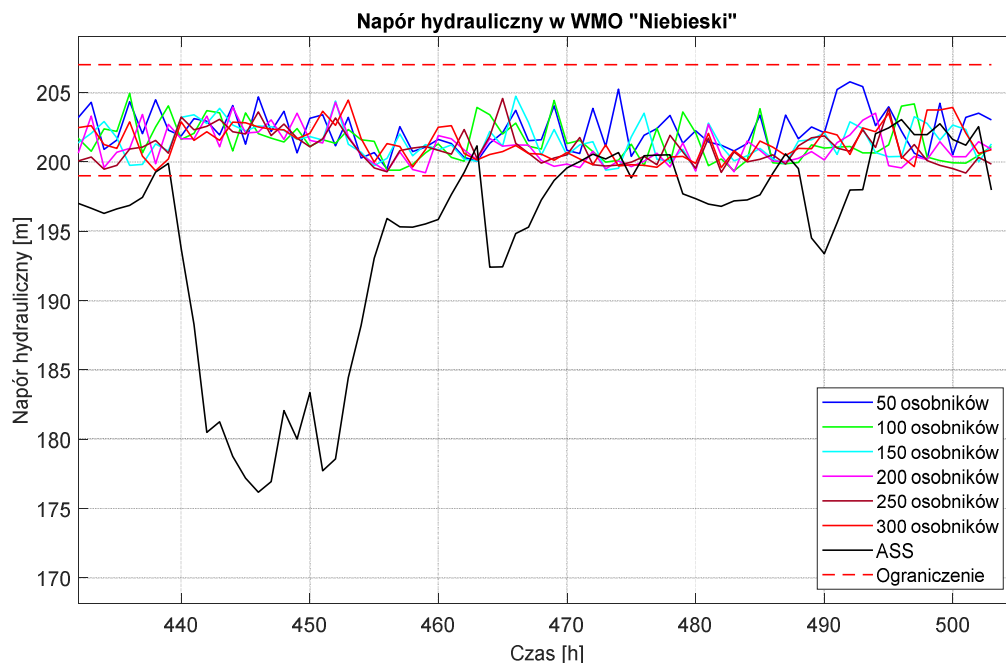
Rysunek 6.56 Porównanie trajektorii naporu w WMO „Niebieski” wyznaczone przez Algorytm I dla PSSW Chojnice, na horyzoncie od godziny 0 do 72 dla różnych wielkości populacji.



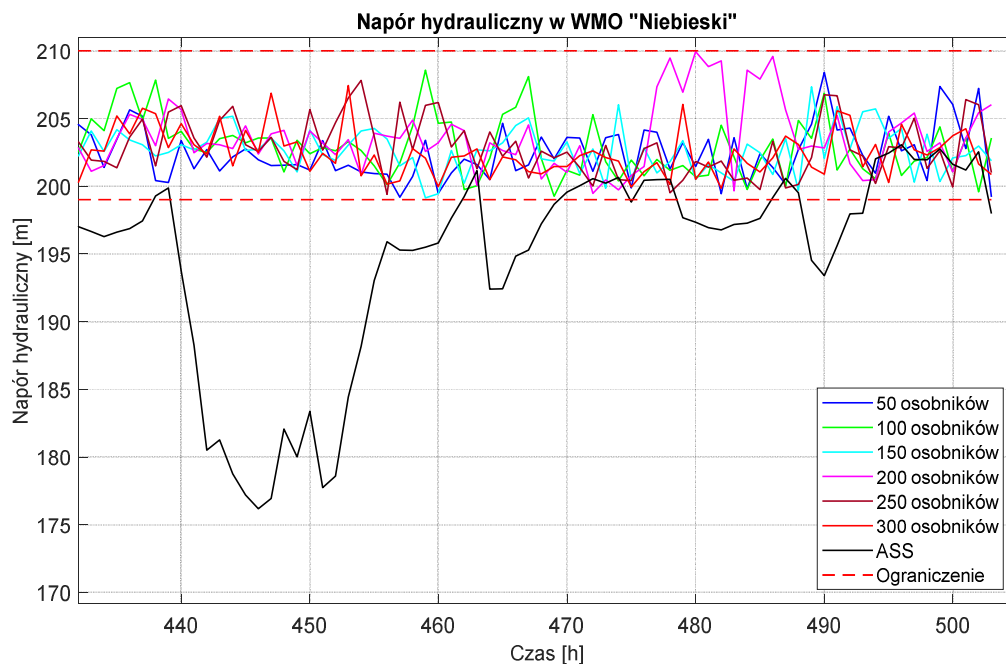
Rysunek 6.57 Porównanie trajektorii naporu hydraulicznego w WMO „Niebieski” wyznaczone przez Algorytm II dla PSSW Chojnice, na horyzoncie od godziny 0 do 72 dla różnych wielkości populacji.



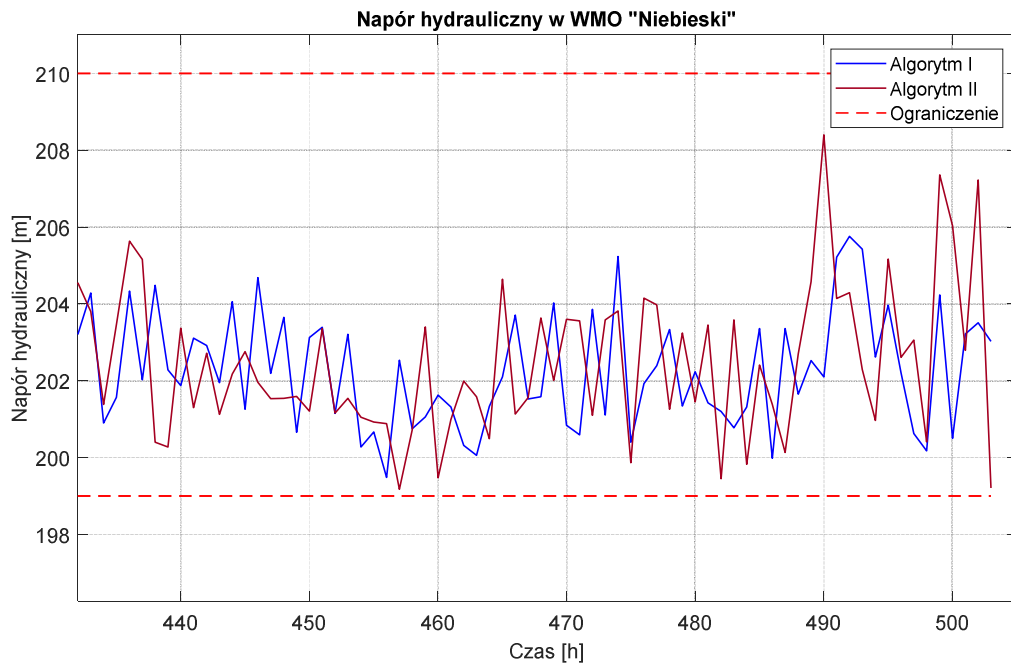
Rysunek 6.58 Porównanie trajektorii naporu hydraulicznego w WMO „Niebieski” wyznaczone przez Algorytm I i II dla PSSW Chojnice, na horyzoncie od godziny 0 do 72 dla wielkości populacji 50 osobników.



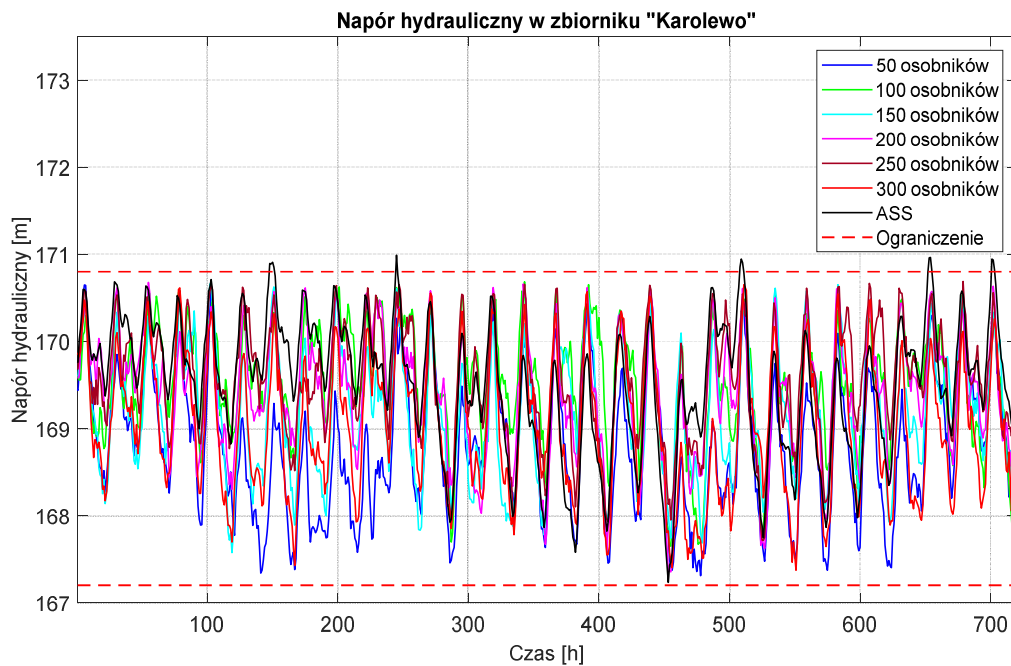
Rysunek 6.59 Porównanie trajektorii naporu hydraulicznego w WMO „Niebieski” wyznaczone przez Algorytm I dla PSSW Chojnice, na horyzoncie od godziny 432 do 504 dla różnych wielkości populacji.



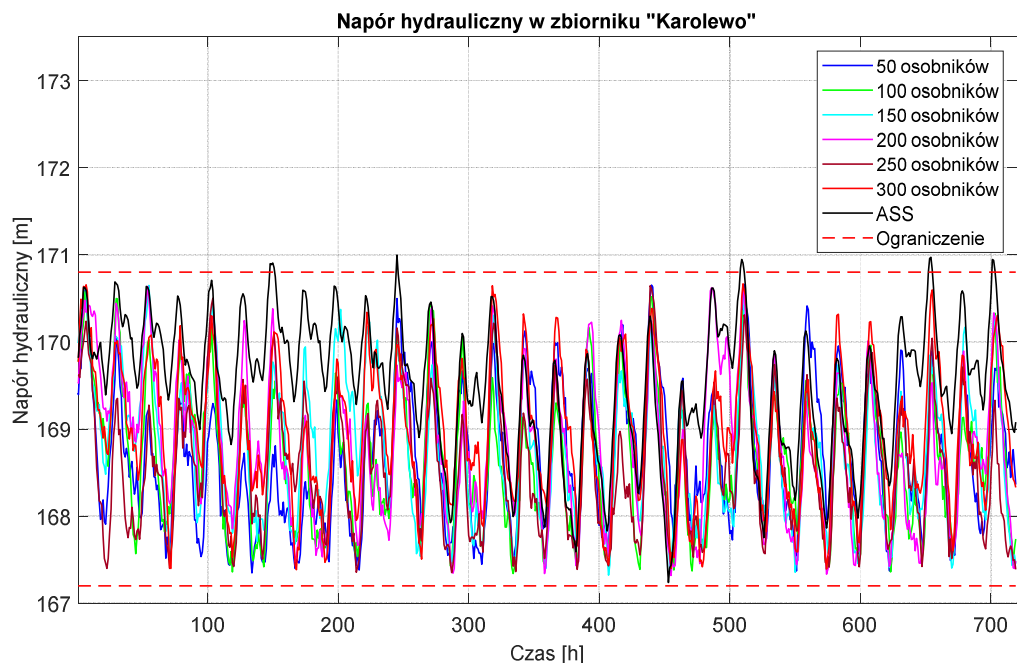
Rysunek 6.60 Porównanie trajektorii naporu hydrauliczny w WMO „Niebieski” wyznaczone przez Algorytm II dla PSSW Chojnice, na horyzoncie od godziny 432 do 504 dla różnych wielkości populacji.



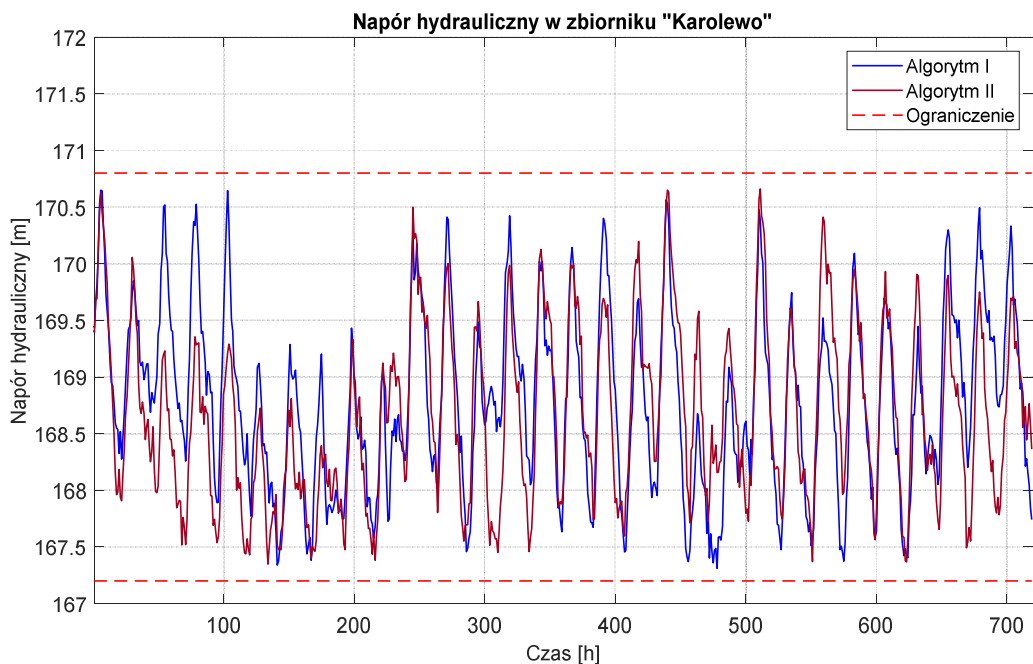
Rysunek 6.61 Porównanie trajektorii naporu hydraulicznego w WMO „Niebieski” wyznaczone przez Algorytm I i II dla PSSW Chojnice, na horyzoncie od godziny 432 do 504 dla wielkości populacji 50 osobników.



Rysunek 6.62 Porównanie trajektorii naporu hydraulicznego w zbiorniku „Karolewo” wyznaczone przez Algorytm I dla PSSW Chojnice, na horyzoncie od godziny 0 do 720 dla różnych wielkości populacji.

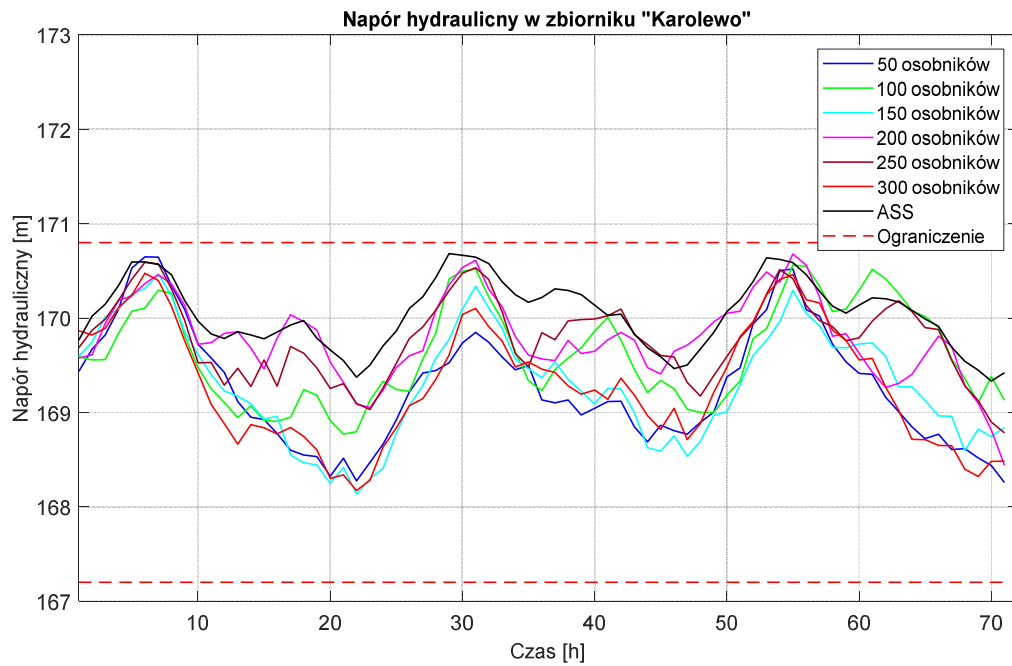


Rysunek 6.63 Porównanie trajektorii naporu hydraulicznego w zbiorniku „Karolewo” wyznaczone przez Algorytm II dla PSSW Chojnice, na horyzoncie od godziny 0 do 720 dla różnych wielkości populacji.

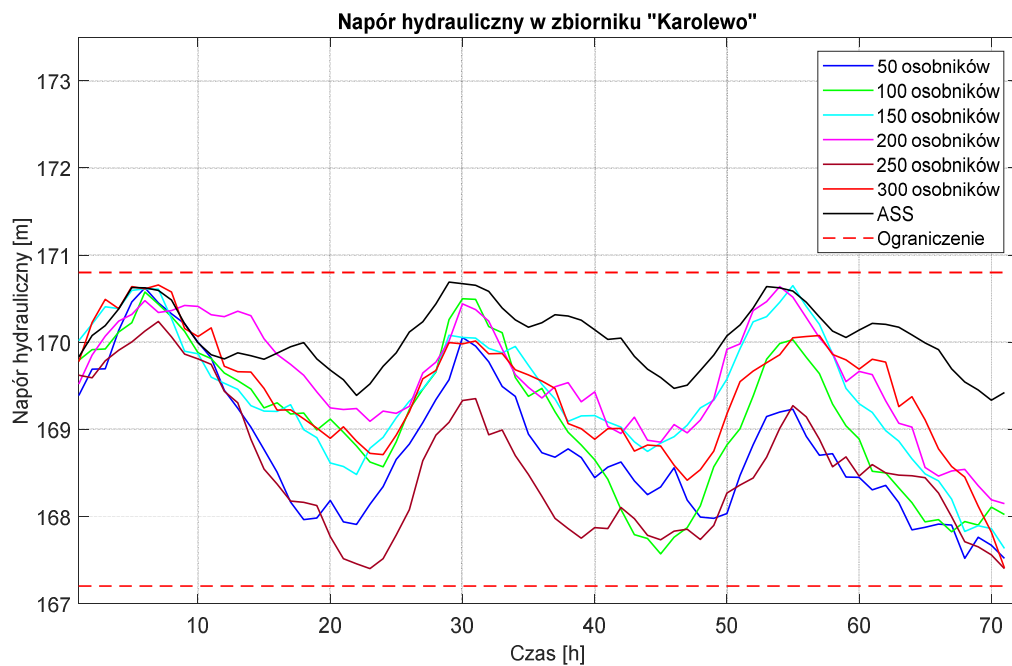


Rysunek 6.64 Porównanie trajektorii naporu hydraulicznego w zbiorniku „Karolewo” wyznaczone przez Algorytm I i II dla PSSW Chojnice, na horyzoncie od godziny 0 do 720 dla wielkości populacji 50 osobników.

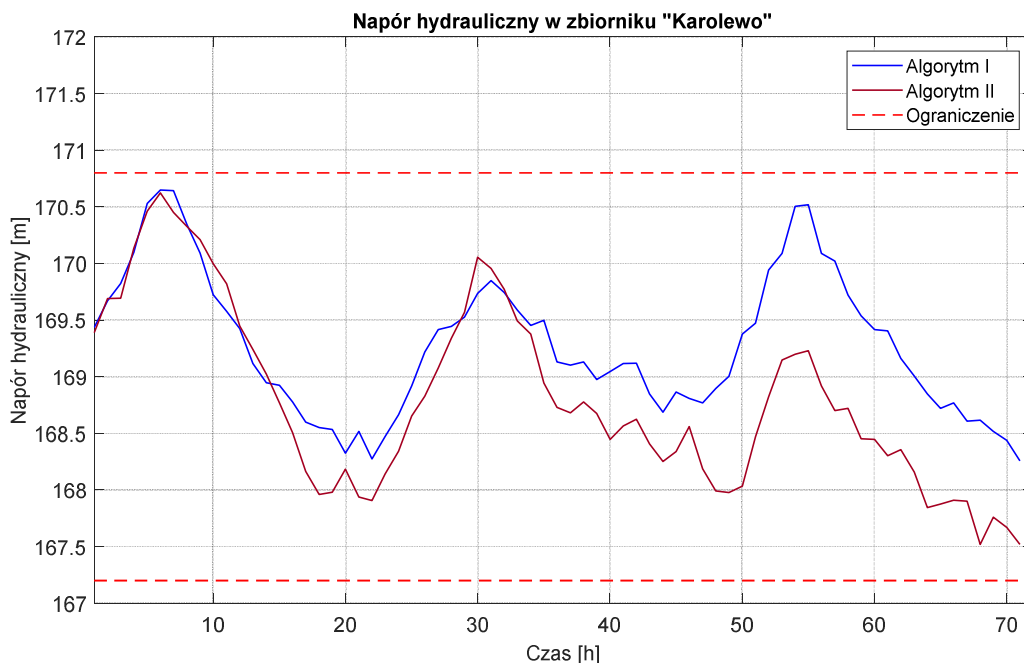




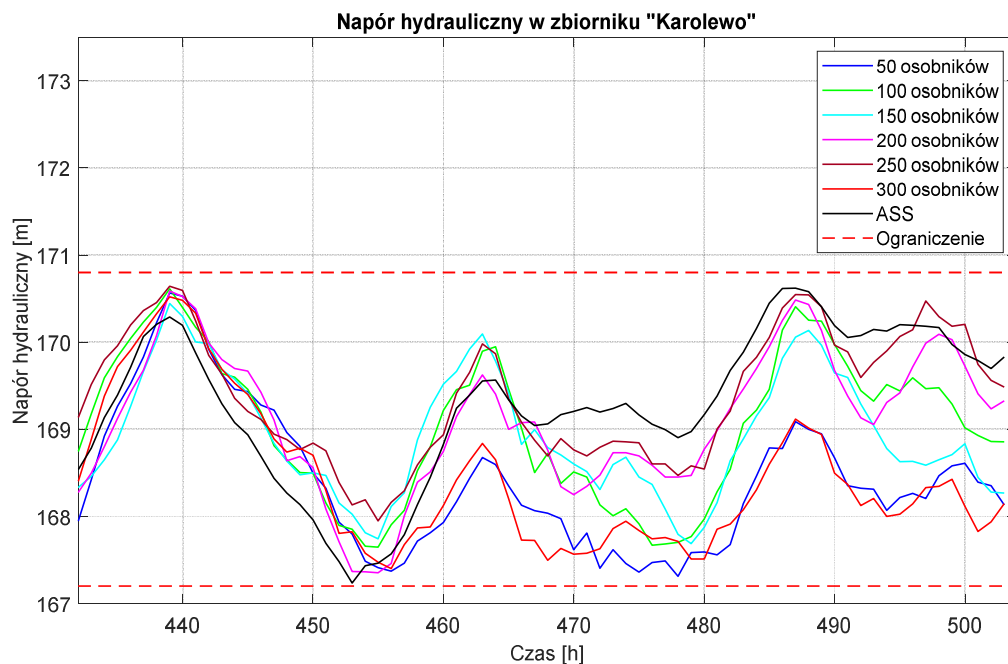
Rysunek 6.65 Porównanie trajektorii naporu hydraulicznego w zbiorniku „Karolewo” wyznaczone przez Algorytm I dla PSSW Chojnice, na horyzoncie od godziny 0 do 72 dla różnych wielkości populacji.



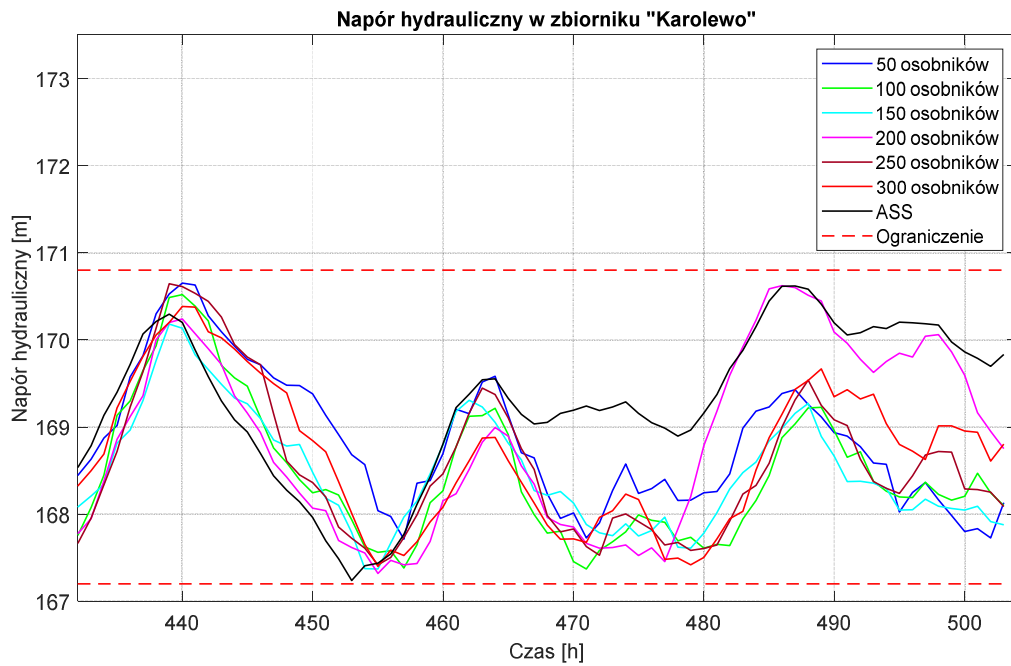
Rysunek 6.66 Porównanie trajektorii naporu hydraulicznego w zbiorniku „Karolewo” wyznaczone przez Algorytm II dla PSSW Chojnice, na horyzoncie od godziny 0 do 72 dla różnych wielkości populacji.



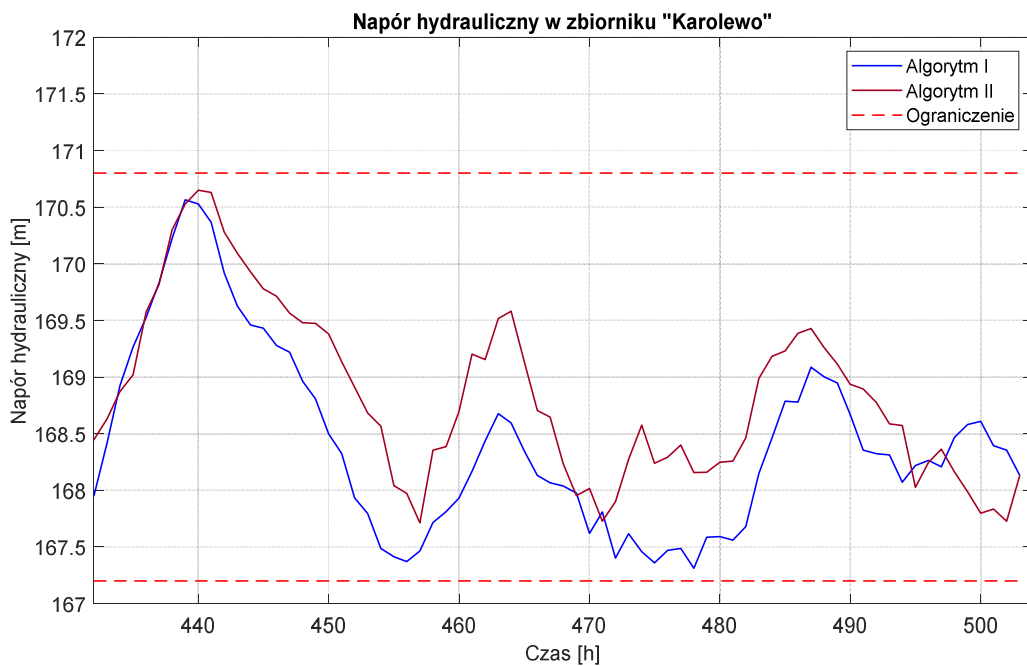
Rysunek 6.67 Porównanie trajektorii naporu hydraulicznego w zbiorniku „Karolewo” wyznaczone przez Algorytm I i II dla PSSW Chojnice, na horyzoncie od godziny 0 do 72 dla wielkości populacji 50 osobników.



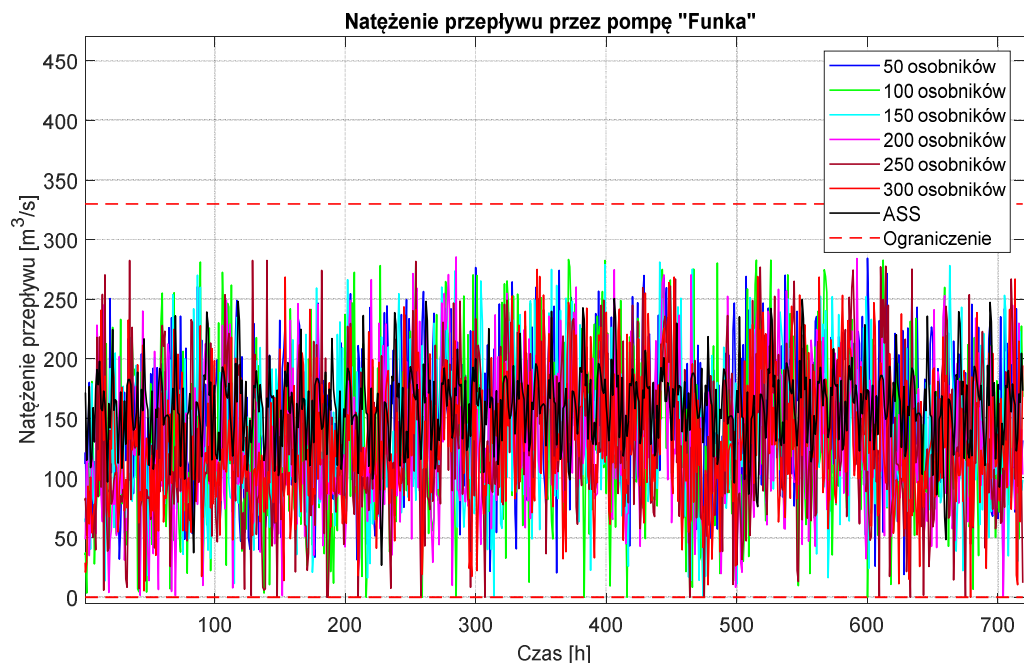
Rysunek 6.68 Porównanie trajektorii naporu hydraulicznego w zbiorniku „Karolewo” wyznaczone przez Algorytm I dla PSSW Chojnice, na horyzoncie od godziny 432 do 504 dla różnych wielkości populacji.



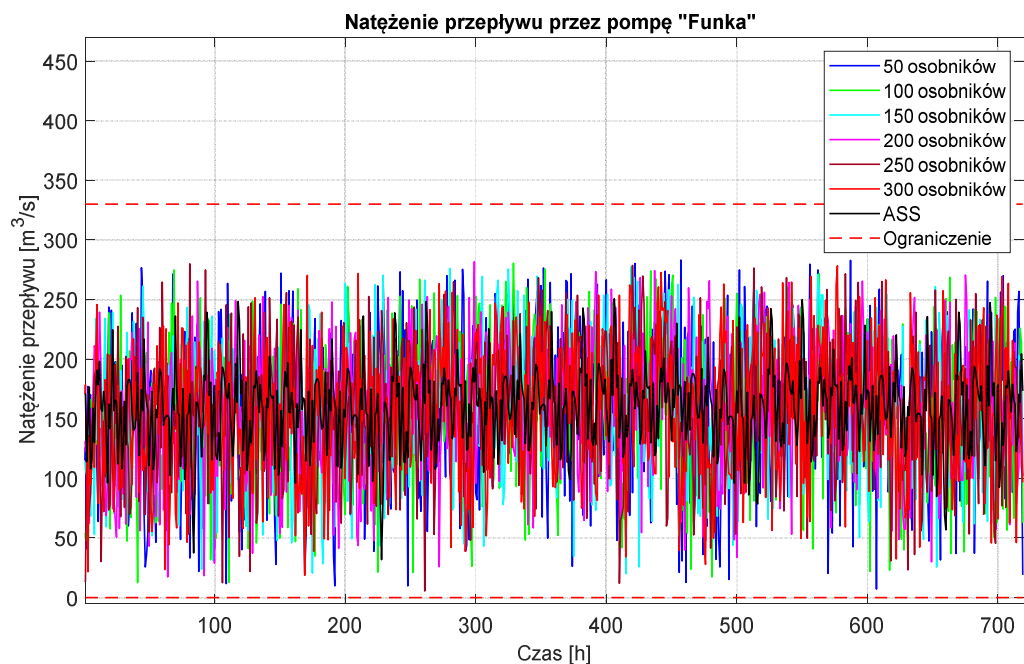
Rysunek 6.69 Porównanie trajektorii naporu hydraulicznego w zbiorniku „Karolewo” wyznaczone przez Algorytm II dla PSSW Chojnice, na horyzoncie od godziny 432 do 504 dla różnych wielkości populacji.



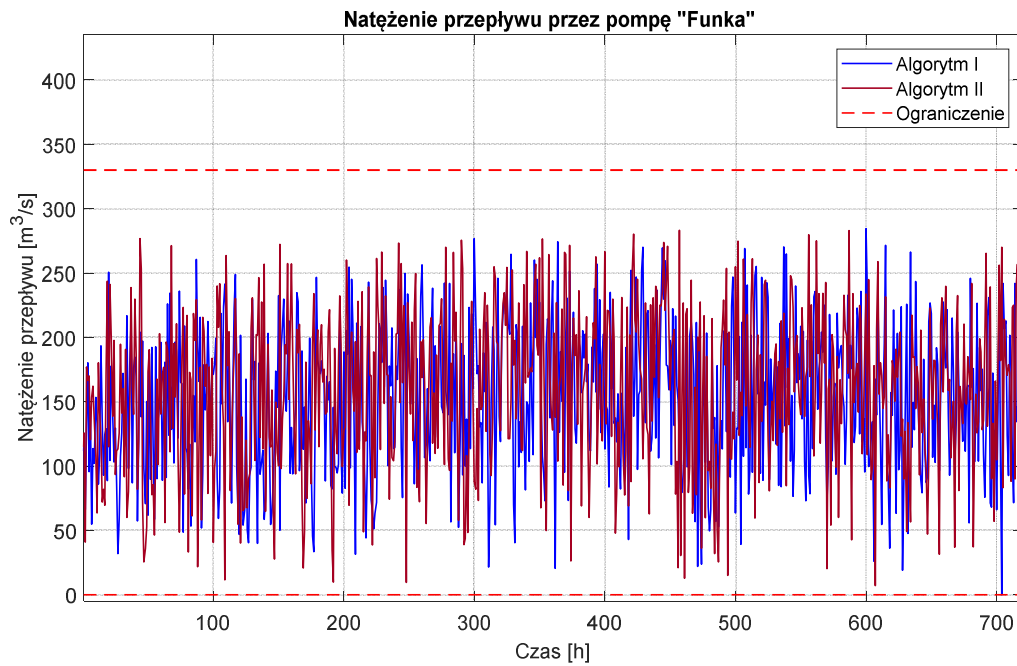
Rysunek 6.70 Porównanie trajektorii naporu hydraulicznego w zbiorniku „Karolewo” wyznaczone przez Algorytm I i II dla PSSW Chojnice, na horyzoncie od godziny 432 do 504 dla wielkości populacji 50 osobników.



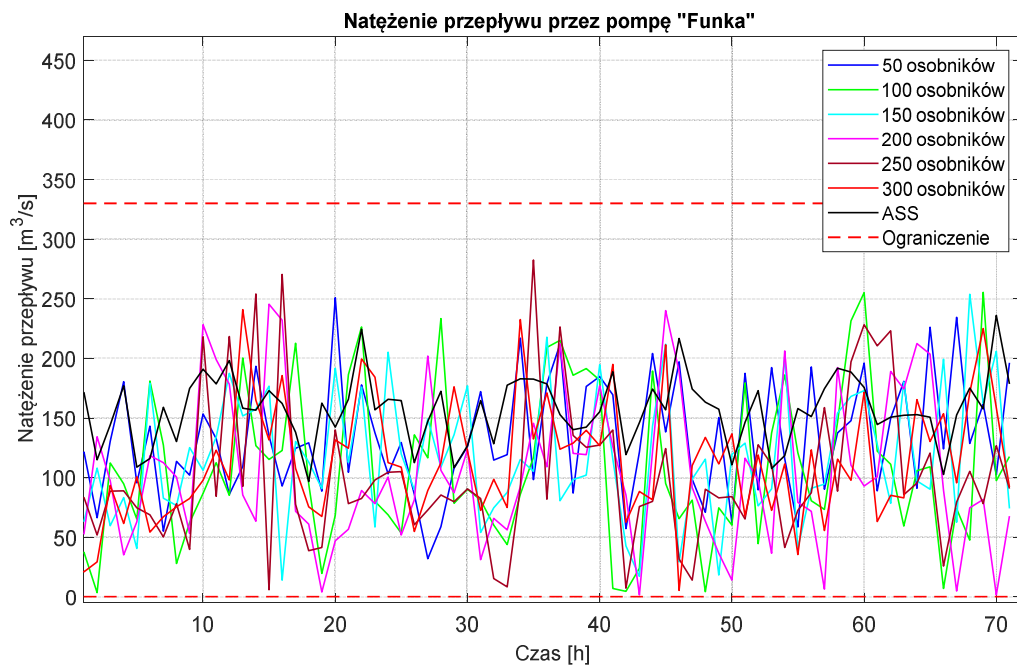
Rysunek 6.71 Porównanie trajektorii natężenia przepływu przez pompę „Funka” wyznaczone przez Algorytm I dla PSSW Chojnice, na horyzoncie od godziny 0 do 720 dla różnych wielkości populacji.



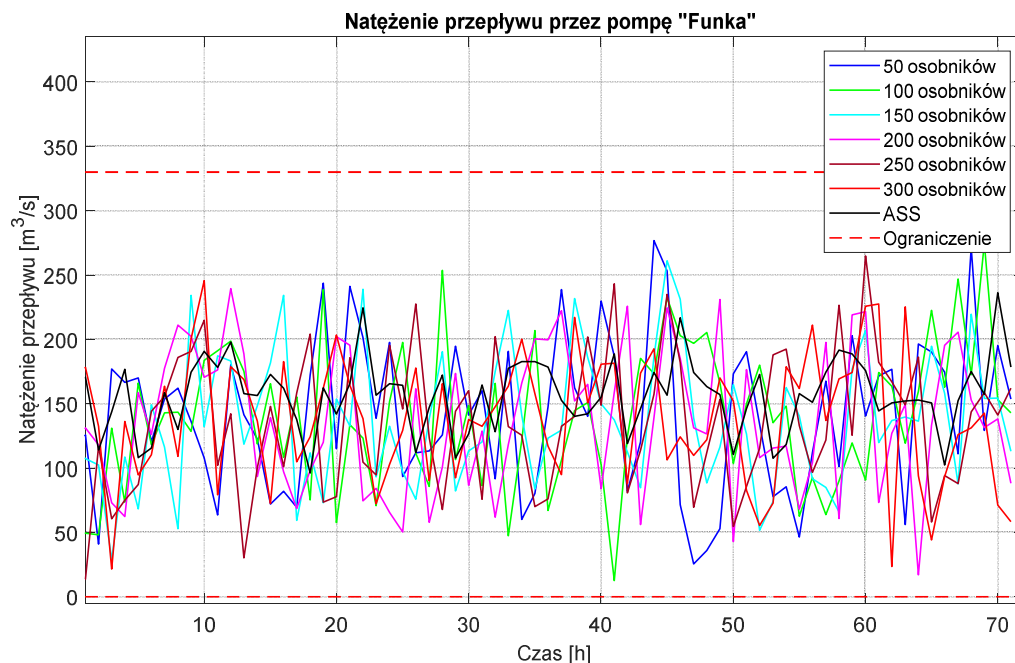
Rysunek 6.72 Porównanie trajektorii natężenia przepływu przez pompę „Funka” wyznaczone przez Algorytm II dla PSSW Chojnice, na horyzoncie od godziny 0 do 720 dla różnych wielkości populacji.



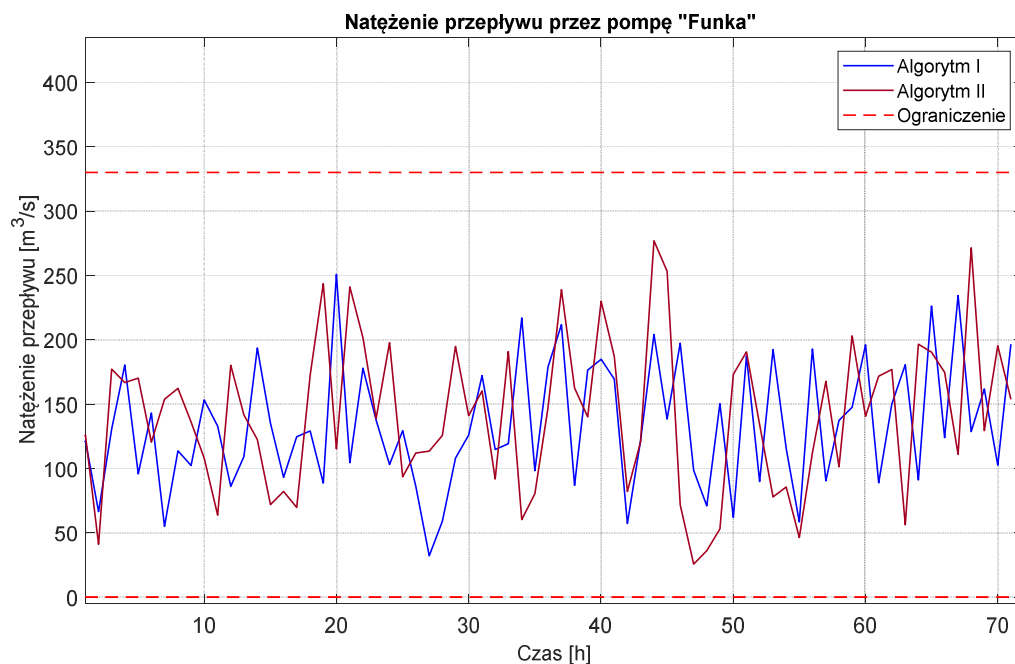
Rysunek 6.73 Porównanie trajektorii natężenia przepływu przez pompę „Funka” wyznaczone przez Algorytm I i II dla PSSW Chojnice, na horyzoncie od godziny 0 do 720 dla wielkości populacji 50 osobników.



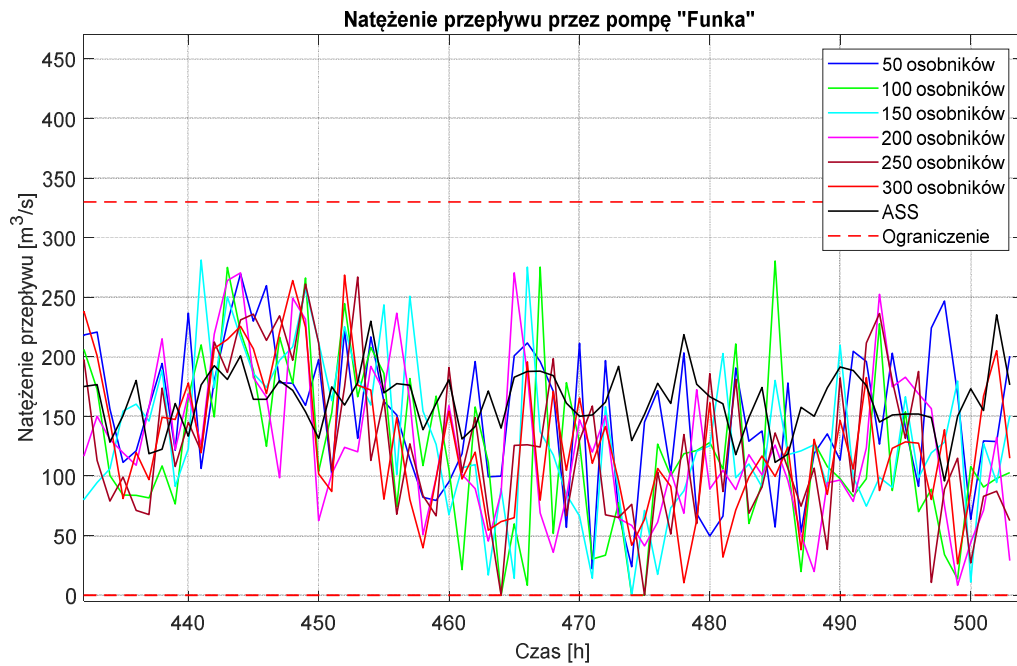
Rysunek 6.74 Porównanie trajektorii natężenia przepływu przez pompę „Funka” wyznaczone przez Algorytm I dla PSSW Chojnice, na horyzoncie od godziny 0 do 72 dla różnych wielkości populacji.



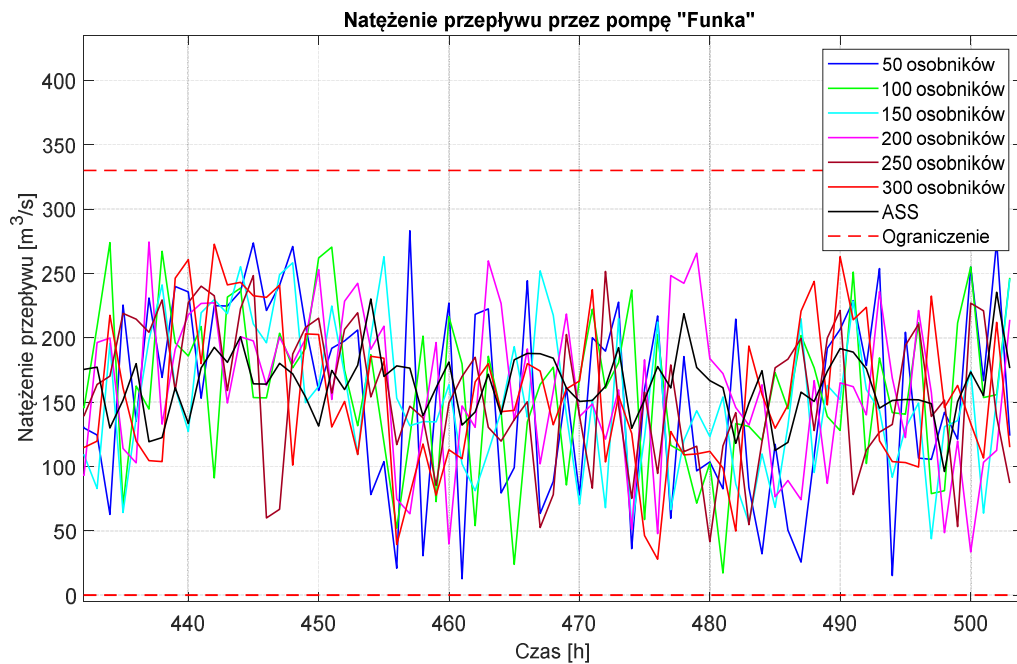
Rysunek 6.75 Porównanie trajektorii natężenia przepływu przez pompę „Funka” wyznaczone przez Algorytm II dla PSSW Chojnice, na horyzoncie od godziny 0 do 72 dla różnych wielkości populacji.



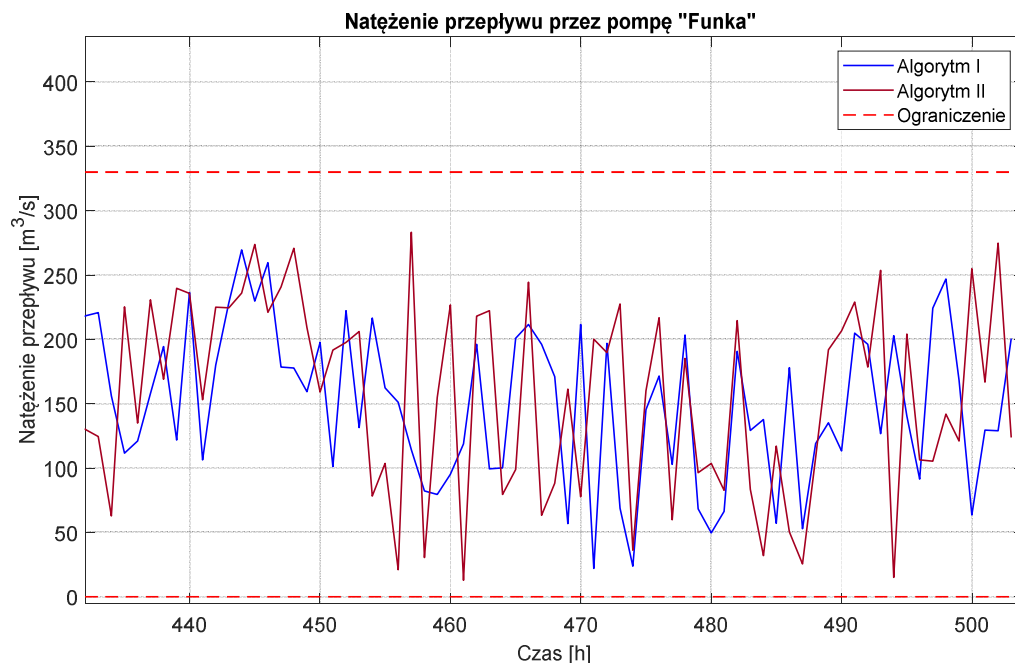
Rysunek 6.76 Porównanie trajektorii natężenia przepływu przez pompę „Funka” wyznaczone przez Algorytm I i II dla PSSW Chojnice, na horyzoncie od godziny 0 do 72 dla wielkości populacji 50 osobników.



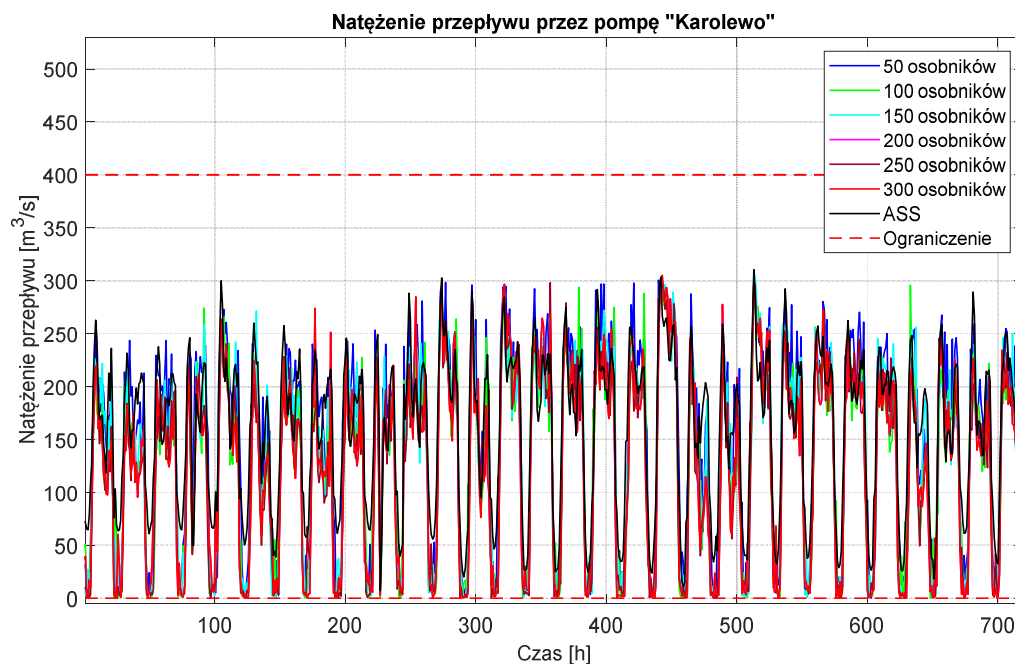
Rysunek 6.77 Porównanie trajektorii nateżenia przepływu przez pompę „Funka” wyznaczone przez Algorytm I dla PSSW Chojnice, na horyzoncie od godziny 432 do 504 dla różnych wielkości populacji.



Rysunek 6.78 Porównanie trajektorii nateżenia przepływu przez pompę „Funka” wyznaczone przez Algorytm II dla PSSW Chojnice, na horyzoncie od godziny 432 do 504 dla różnych wielkości populacji.

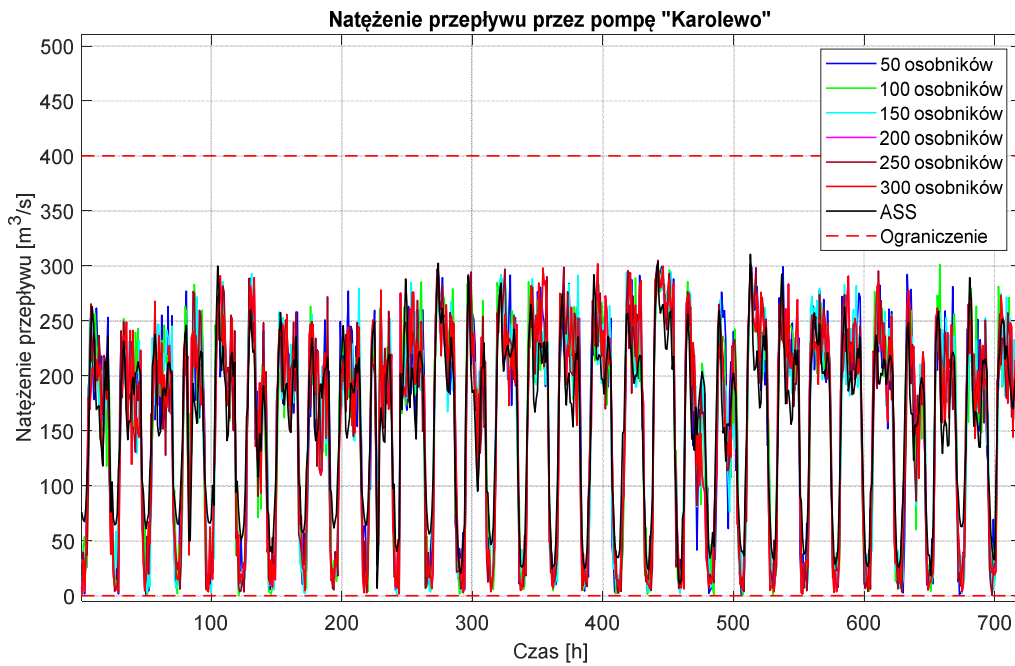


Rysunek 6.79 Porównanie trajektorii natężenia przepływu przez pompę „Funka” wyznaczone przez Algorytm I i II dla PSSW Chojnice, na horyzoncie od godziny 432 do 504 dla wielkości populacji 50 osobników.

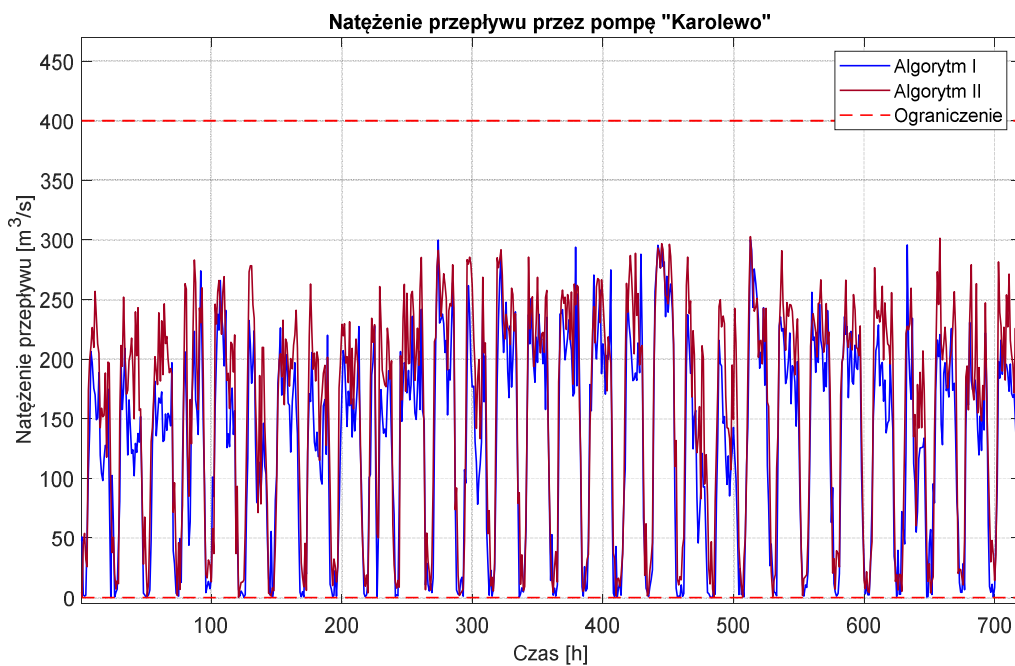


Rysunek 6.80 Porównanie trajektorii natężenia przepływu przez pompę „Karolewo” wyznaczone przez Algorytm I dla PSSW Chojnice, na horyzoncie od godziny 0 do 720 dla różnych wielkości populacji.

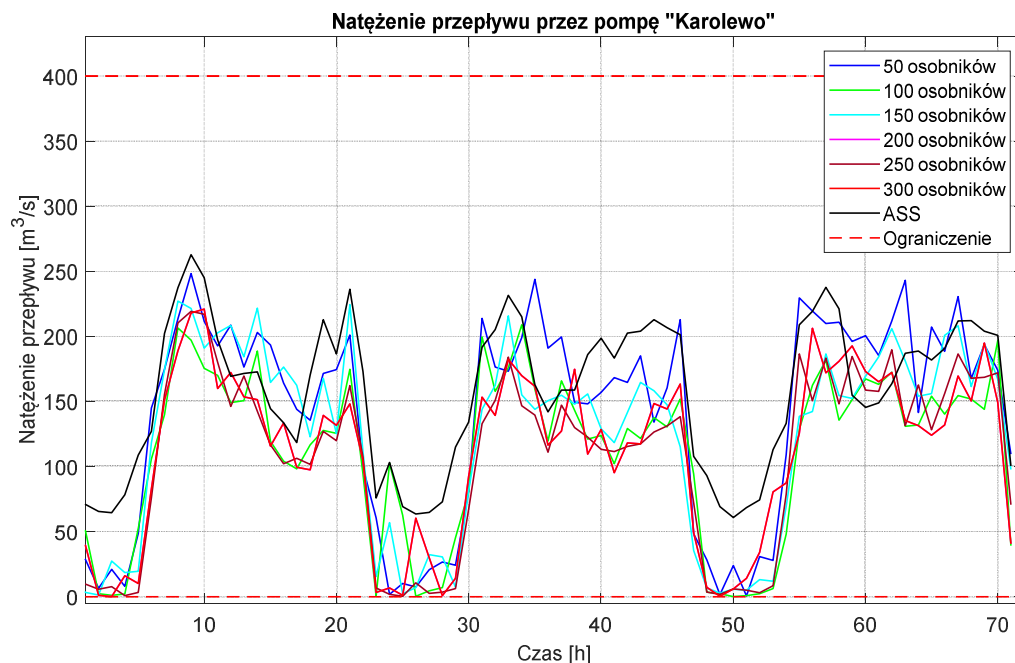




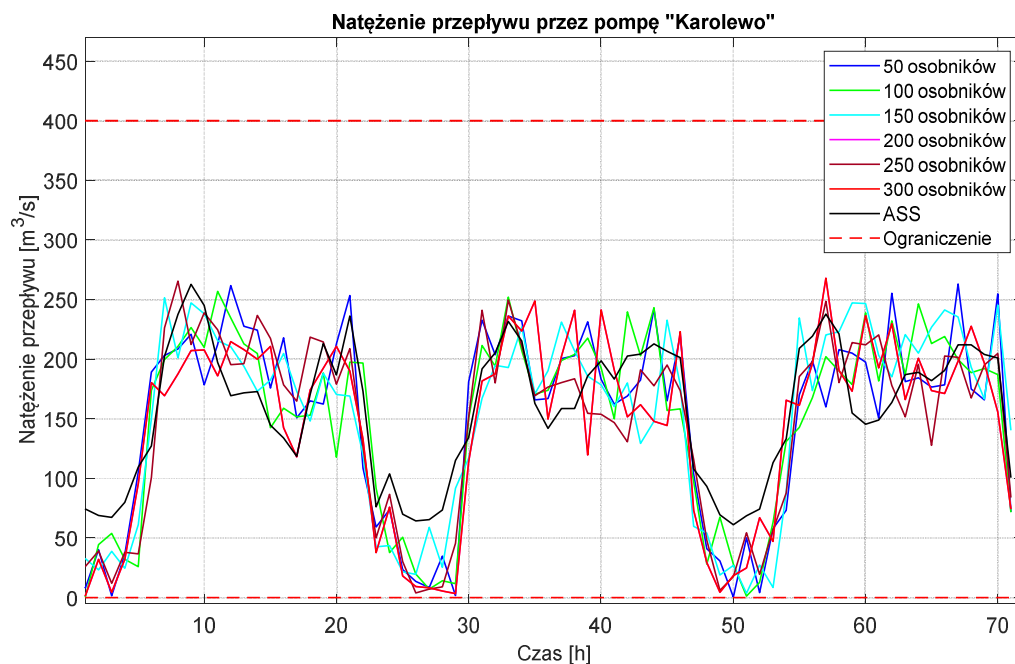
Rysunek 6.81 Porównanie trajektorii natężenia przepływu przez pompę „Karolewo” wyznaczone przez Algorytm II dla PSSW Chojnice, na horyzoncie od godziny 0 do 720 dla różnych wielkości populacji.



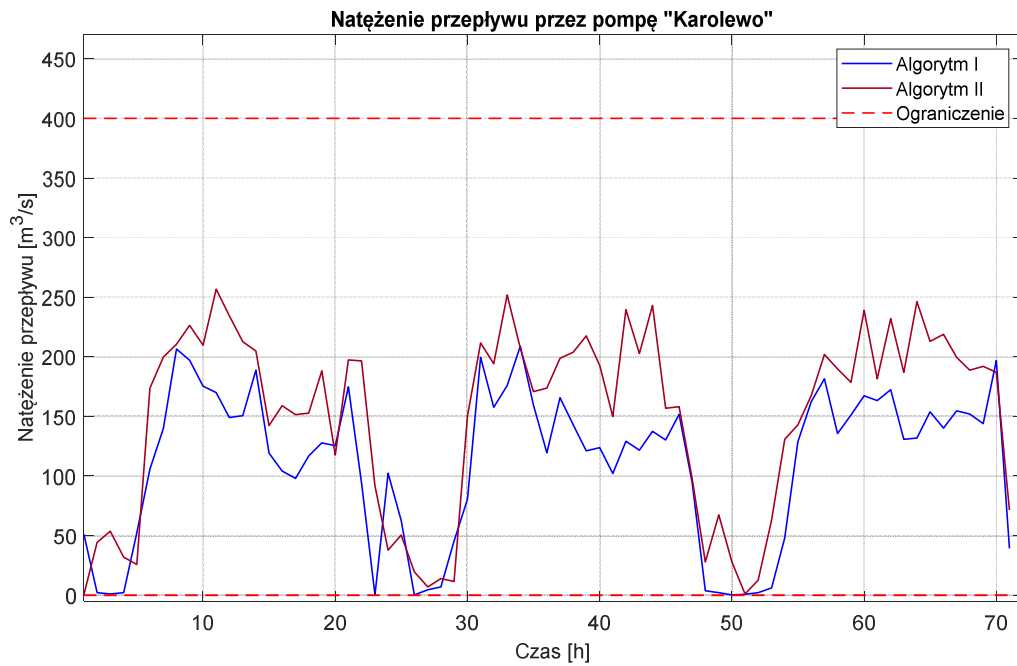
Rysunek 6.82 Porównanie trajektorii natężenia przepływu przez pompę „Karolewo” wyznaczone przez Algorytm I i II dla PSSW Chojnice, na horyzoncie od godziny 0 do 720 dla wielkości populacji 50 osobników.



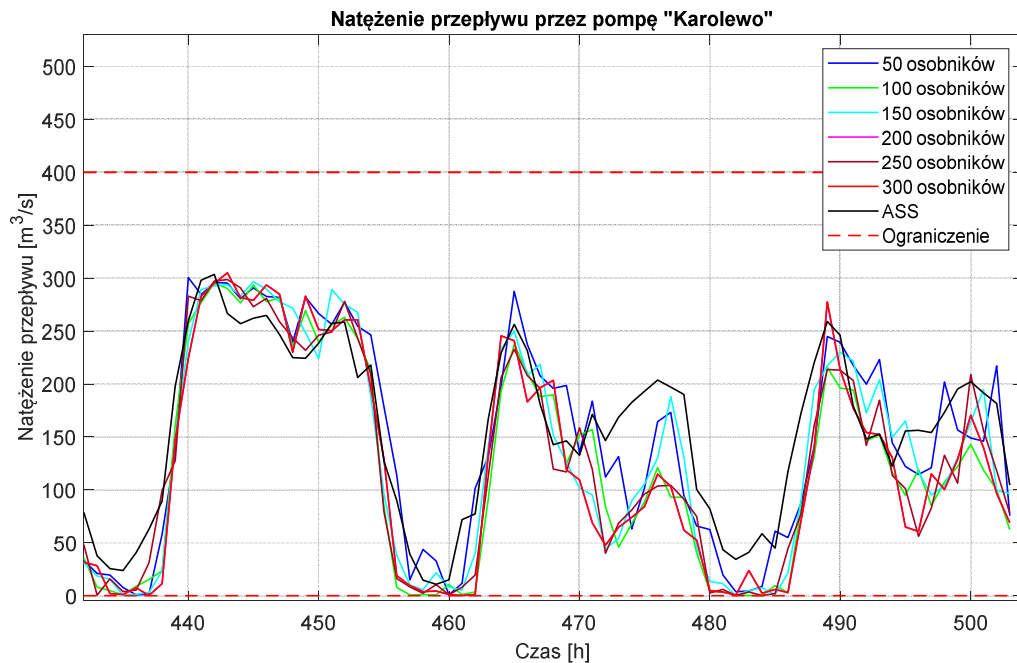
Rysunek 6.83 Porównanie trajektorii natężenia przepływu przez pompę „Karolewo” wyznaczone przez Algorytm I dla PSSW Chojnice, na horyzoncie od godziny 0 do 72 dla różnych wielkości populacji.



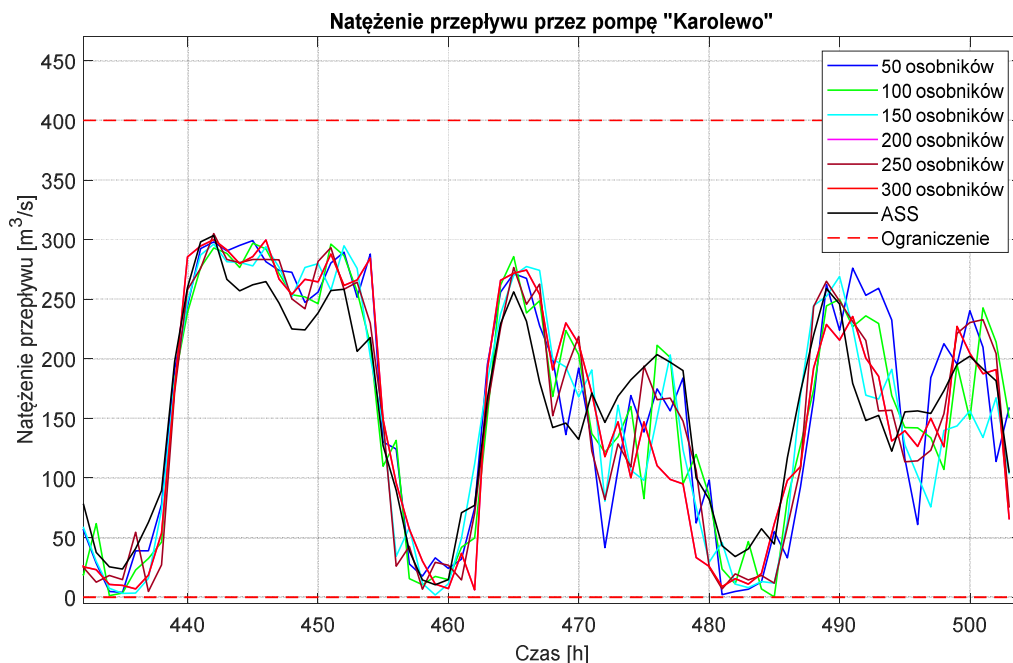
Rysunek 6.84 Porównanie trajektorii natężenia przepływu przez pompę „Karolewo” wyznaczone przez Algorytm II dla PSSW Chojnice, na horyzoncie od godziny 0 do 72.



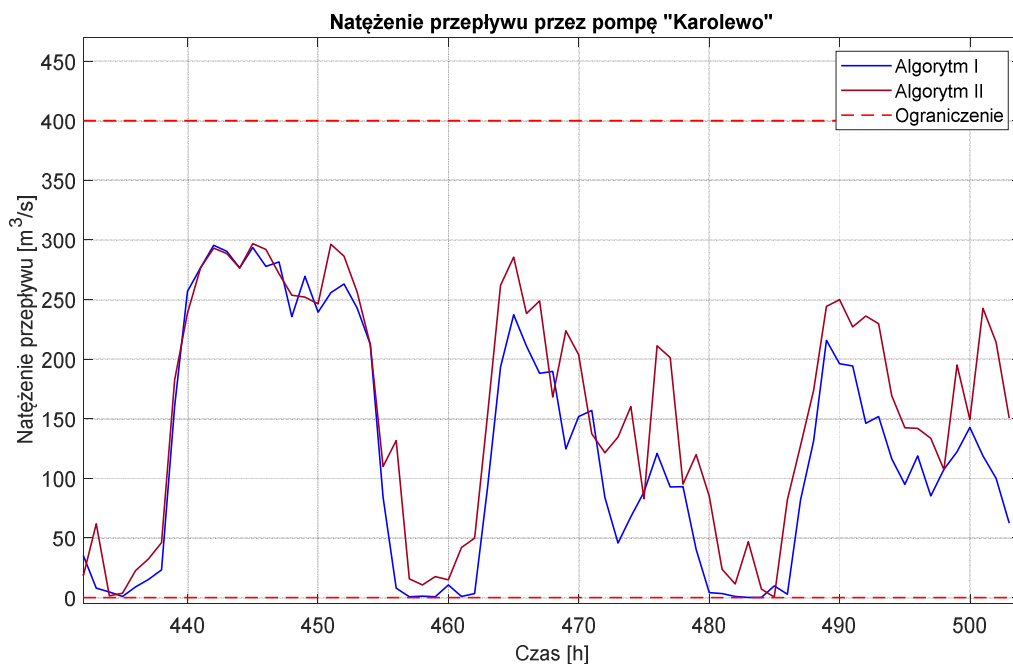
Rysunek 6.85 Porównanie trajektorii natężenia przepływu przez pompę „Karolewo” wyznaczone przez Algorytm I i II dla PSSW Chojnice, na horyzoncie od godziny 0 do 72 dla wielkości populacji 50 osobników.



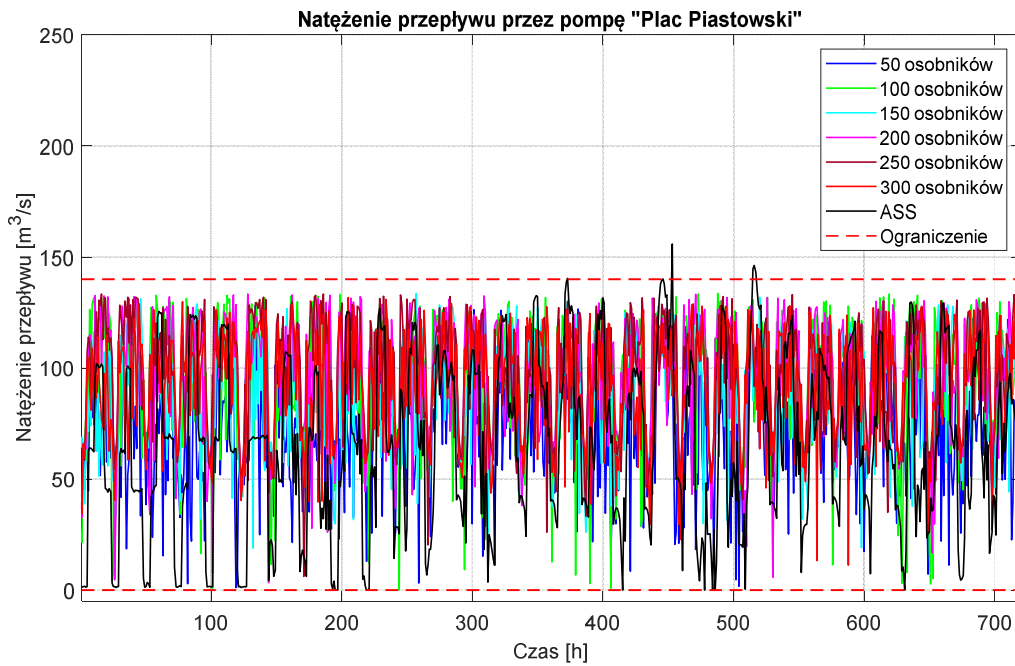
Rysunek 6.86 Porównanie trajektorii natężenia przepływu przez pompę „Karolewo” wyznaczone przez Algorytm I dla PSSW Chojnice, na horyzoncie od godziny 432 do 504 dla różnych wielkości populacji.



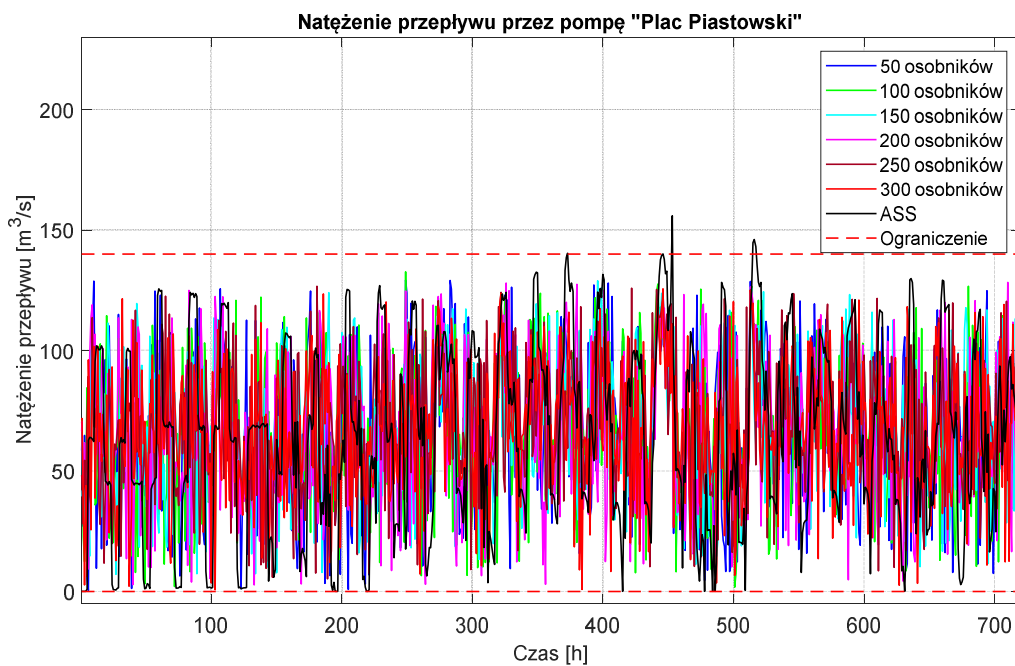
Rysunek 6.87 Porównanie trajektorii natężenia przepływu przez pompę „Karolewo” wyznaczone przez Algorytm II dla PSSW Chojnice, na horyzoncie od godziny 432 do 504 dla różnych wielkości populacji.



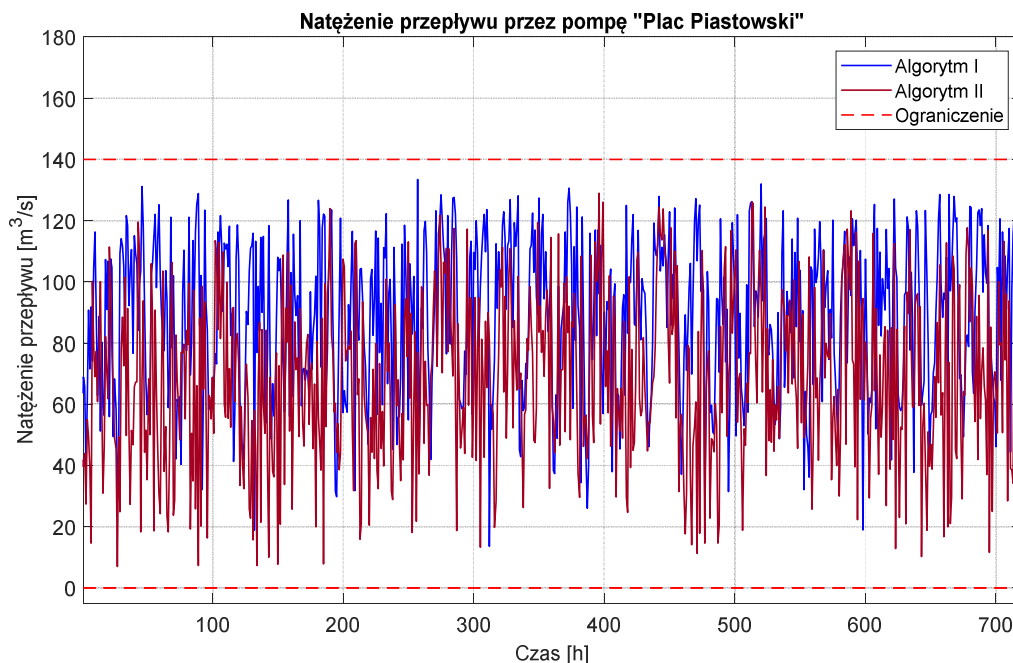
Rysunek 6.88 Porównanie trajektorii natężenia przepływu przez pompę „Karolewo” wyznaczone przez Algorytm I i II dla PSSW Chojnice, na horyzoncie od godziny 432 do 504 dla wielkości populacji 50 osobników.



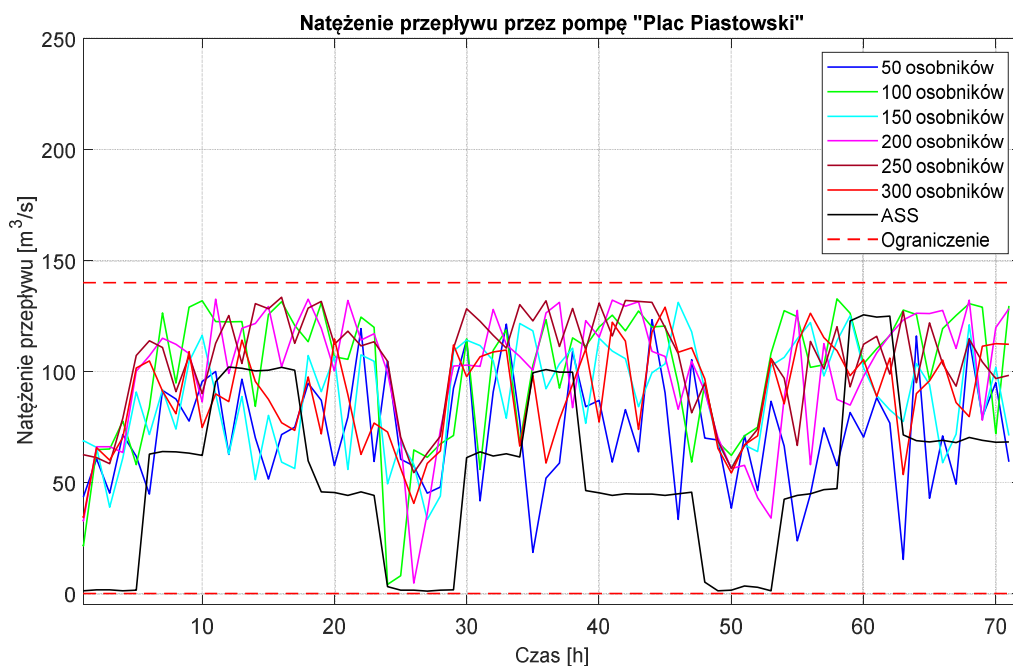
Rysunek 6.89 Porównanie trajektorii natężenia przepływu przez pompę „Plac Piastowski” wyznaczone przez Algorytm I dla PSSW Chojnice, na horyzoncie od godziny 0 do 720 dla różnych wielkości populacji.



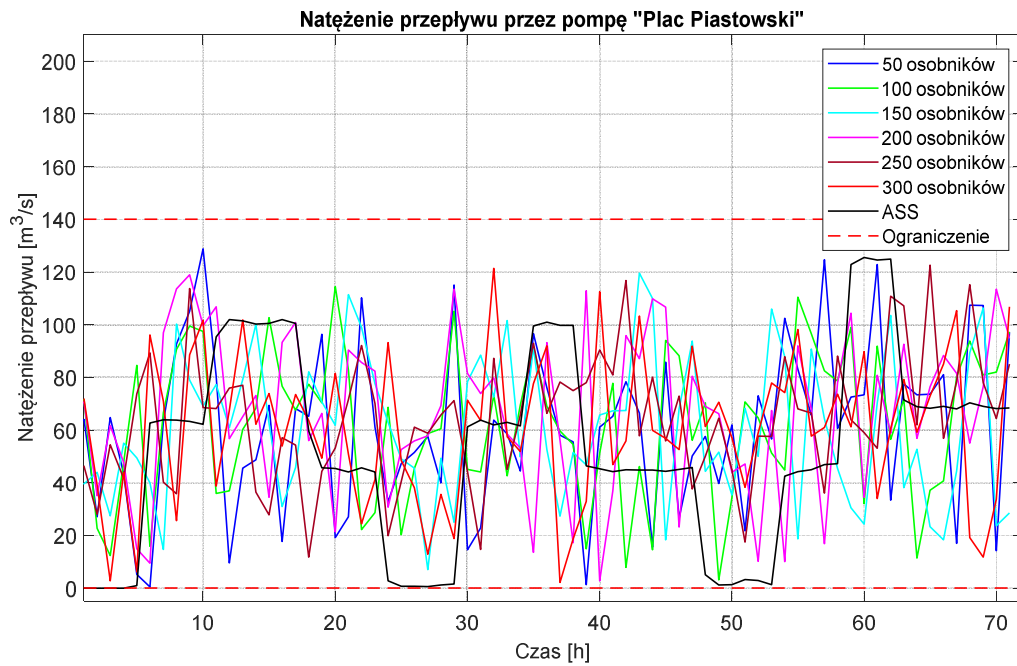
Rysunek 6.90 Porównanie trajektorii natężenia przepływu przez pompę „Plac Piastowski” wyznaczone przez Algorytm II dla PSSW Chojnice, na horyzoncie od godziny 0 do 720 dla różnych wielkości populacji.



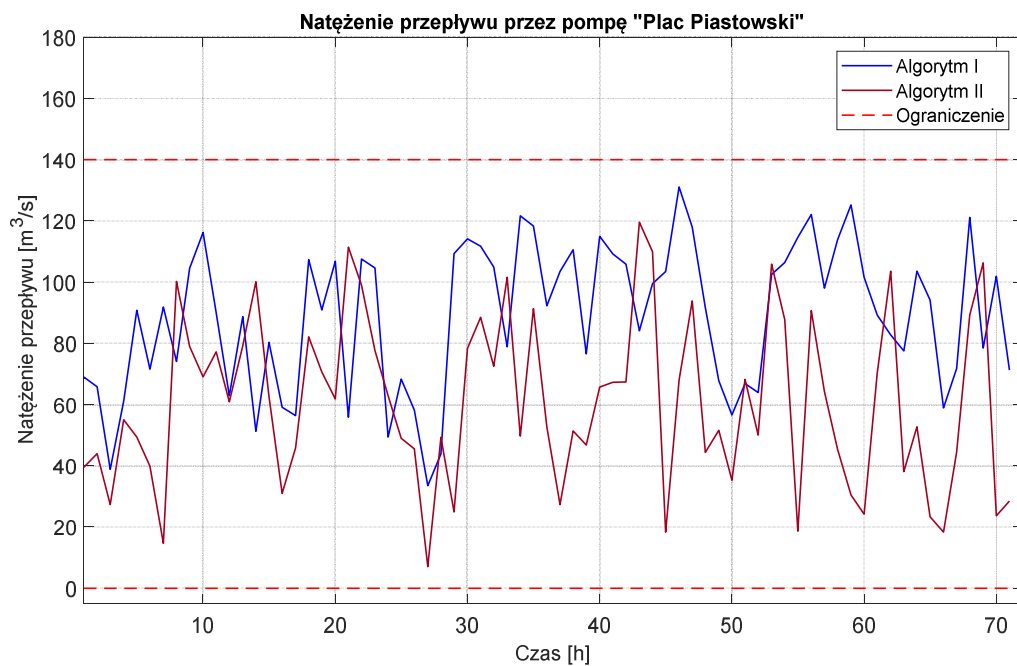
Rysunek 6.91 Porównanie trajektorii natężenia przepływu przez pompę „Plac Piastowski” wyznaczone przez Algorytm I i II dla PSSW Chojnice, na horyzoncie od godziny 0 do 720 dla wielkości populacji 50 osobników.



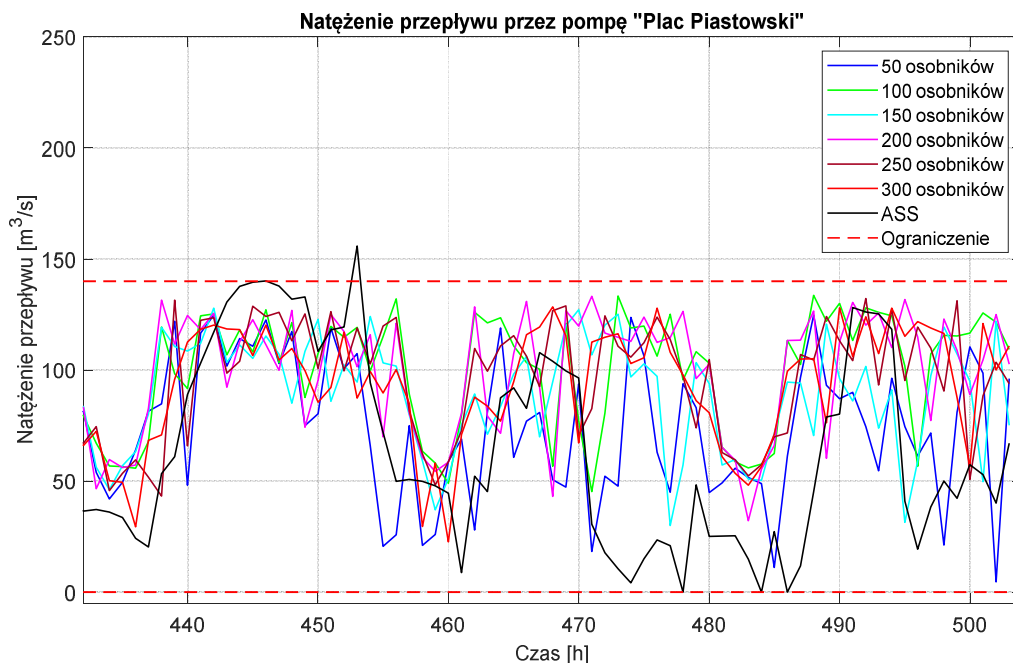
Rysunek 6.92 Porównanie trajektorii natężenia przepływu przez pompę „Plac Piastowski” wyznaczone przez Algorytm I dla PSSW Chojnice, na horyzoncie od godziny 0 do 72 dla różnych wielkości populacji.



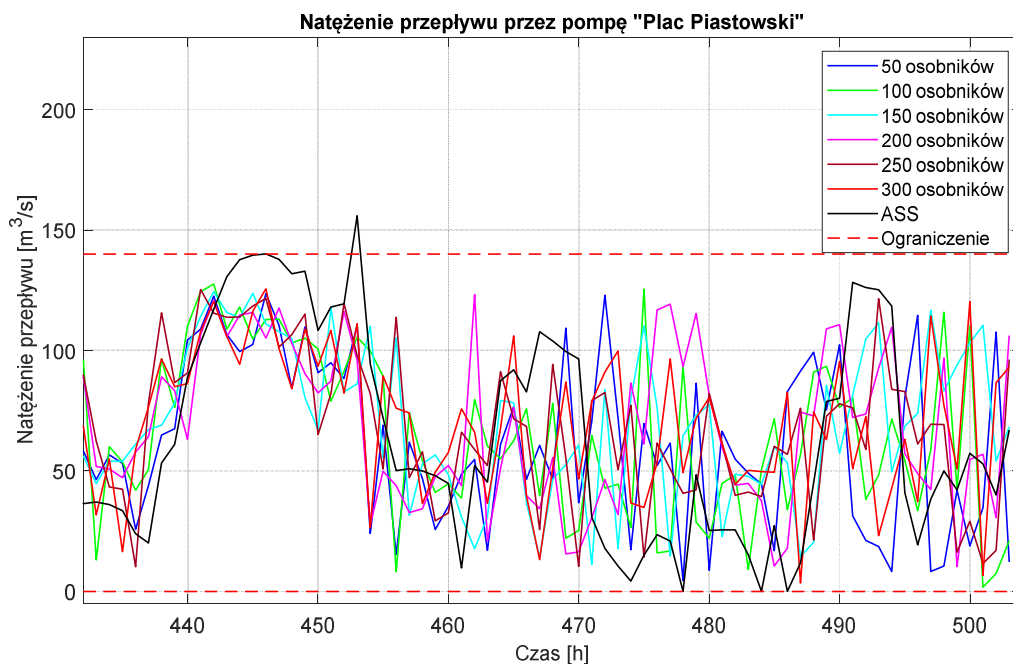
Rysunek 6.93 Porównanie trajektorii natężenia przepływu przez pompę „Plac Piastowski” wyznaczone przez Algorytm II dla PSSW Chojnice, na horyzoncie od godziny 0 do 72 dla różnych wielkości populacji.



Rysunek 6.94 Porównanie trajektorii natężenia przepływu przez pompę „Plac Piastowski” wyznaczone przez Algorytm I i II dla PSSW Chojnice, na horyzoncie od godziny 0 do 72 dla wielkości populacji 50 osobników.

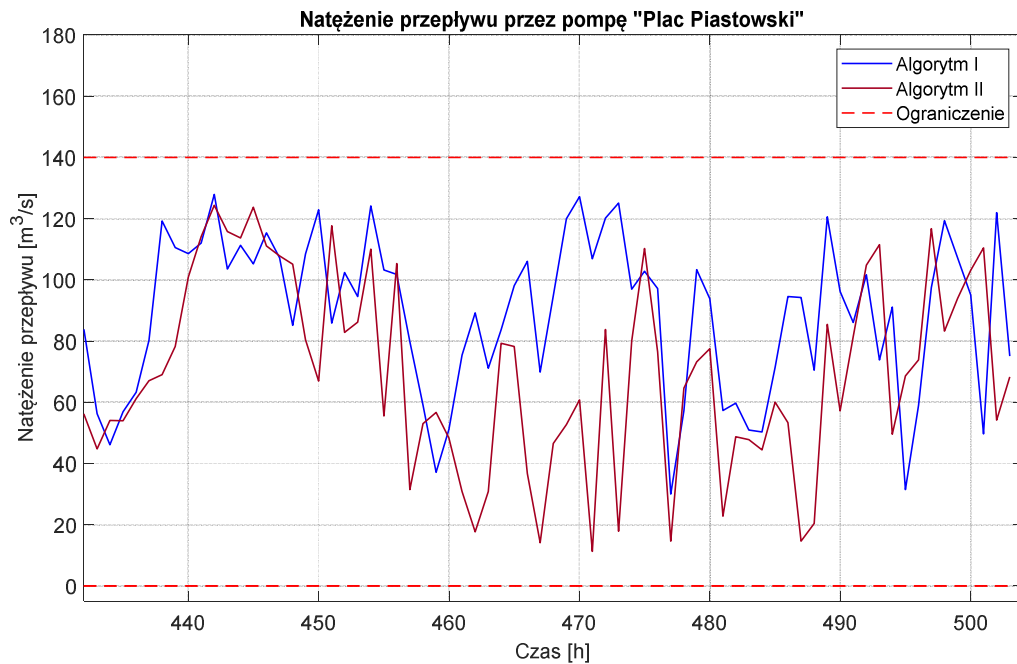


Rysunek 6.95 Porównanie trajektorii natężenia przepływu przez pompę „Plac Piastowski” wyznaczone przez Algorytm I dla PSSW Chojnice, na horyzoncie od godziny 432 do 504 dla różnych wielkości populacji.



Rysunek 6.96 Porównanie trajektorii natężenia przepływu przez pompę „Plac Piastowski” wyznaczone przez Algorytm II dla PSSW Chojnice, na horyzoncie od godziny 432 do 504 dla różnych wielkości populacji.





Rysunek 6.97 Porównanie trajektorii natężenia przepływu przez pompę „Plac Piastowski” wyznaczone przez Algorytm I i II dla PSSW Chojnice, na horyzoncie od godziny 432 do 504 dla wielkości populacji 50 osobników.

## Wnioski

Przedstawione na rysunkach 6.1 do 6.66 trajektorie sterowania pompami, naporów hydraulicznych w WMO i zbiorniku oraz natężeń przepływów przez pompy, znajdują się w zakładanych granicach. Dlatego, z przedstawionych na rysunkach 6.40 - 6.93 przebiegów naporów hydraulicznych w WMO „Zielony” i „Niebieski” oraz zbiorniku „Karolewo” można wyciągnąć następujące wnioski:

1. Zwiększenie kosztów sterowania krzepko dopuszczalnego związane jest ze zwiększeniem ciśnienia w WMO oraz obniżeniem poziomu wody w zbiorniku.
2. Obniżenie naporu w zbiorniku oraz podwyższenie naporu w WMO związane jest z krzepkością wyznaczonego sterowania. Dla „skompensowania” wpływu niepewności występujących w modelu SW (rozdział 3) konieczne jest „odsunięcie” trajektorii od ograniczeń.

### 6.4.3 Wnioski ogólne

1. Sterowanie optymalizujące krzepko dopuszczalne jest sterowaniem kosztowniejszym w porównaniu ze sterowaniem optymalizującym. Wynika, to z:

- a. zwiększenia naporu w WMO oraz pośrednio w pozostałych węzłach systemu,
  - b. zmniejszenia i zwiększenia (zawężania ograniczeń) naporu w zbiornikach i braku możliwości wykorzystania zbiornika w pełnym zakresie działania.
2. Przedstawione dwa algorytmy wyznaczające krzepko dopuszczalne sterowanie są algorytmami stabilnymi. Stabilność algorytmu wykorzystującego strefy bezpieczeństwa wynika ze stabilności algorytmu złotego podziału. Natomiast stabilność algorytmu wykorzystującego bezpośrednio krzepką predykcję wynika ze stabilności algorytmu genetycznego.
  3. Algorytm II jest prostszy w implementacji oraz łatwiejszy w zrozumieniu jego działania.
  4. Efektywność przedstawionych algorytmów zależy od efektywności optymalizatora.
  5. Dwa przedstawione algorytmy wyznaczające krzepko dopuszczalne sterowanie mogą być implementowane do sterowania rzeczywistym obiektem sterowania.
  6. Przedstawione w rozprawie algorytmy optymalizującego krzepko dopuszczalnego sterowania hydrauliką SW wykazują porównywalne lub większe koszty sterowania SW. Jednakże, wyznaczone w ten sposób sterowanie gwarantuje, że go zastosowanie w rzeczywistym systemie nie spowoduje przekroczeń zakładanych ograniczeń wyjść systemu.
  7. Wybór najlepszego z prezentowanych w rozdziale 6, algorytmów nie jest sprawą prostą. Na ten wybór mają głównie wpływ trzy czynniki: czas obliczeń, koszty wygenerowanego sterowania oraz liczba przekroczeń maksymalnego czasu obliczeń (60 min.). Analizując tabele 6.1-6.5 najlepszym algorytmem jest Algorytm I z populacją o wielkości 200 osobników. Wybór ten wynika z następujących faktów:
    - a) w przeprowadzonych badaniach, dla badanych PSSW, algorytm ten uzyskał najniższe koszty sterowania,
    - b) czas obliczeń, dla tego algorytmu jest znacznie poniżej zakładanej granicy,
    - c) przekroczenie czasu obliczeń jest równe 10 co stanowi zaledwie 1,4%.

## 6.5 Podsumowanie

W rozdziale przedstawiono dwa algorytmy generujące krzepko dopuszczalne sterowanie hydrauliką systemu dostarczania wody pitnej. Pierwszy algorytm opiera swoje działanie na modyfikacji, poprzez tzw. strefy bezpieczeństwa, oryginalnych ograniczeń systemu w celu zniwelowania wpływu niepewności na generowane sterowanie. Głównym elementem, wpływającym na efektywność działania algorytmu, jest mechanizm generowania stref bezpieczeństwa. W rozprawie zaproponowano wykorzystanie metody złotego podziału do

generowanie tych stref. Drugi algorytm opiera swoje działanie na bezpośrednim wykorzystaniu krzepkiej predykcji w trakcie generowania sterowania do bezpośredniej modyfikacji sterowania. W rozprawie, w celu zwiększenia efektywności działania drugiego algorytmu, zaproponowano wyznaczenie sterowania w dwóch etapach. W pierwszym etapie generuje się sterowanie dla modelu punktowego. Natomiast w drugim etapie wykorzystuje się to sterowanie jako punkt startowy i wyznacza się sterowanie krzepko dopuszczalne. Podstawą działania powyższych algorytmów są dwa elementy: efektywny optymalizator wyznaczający sterowanie (przedstawiony w rozdziale 4) oraz krzepka predykcja (przedstawiona w rozdziale 5). Przeprowadzone badania wykazały, iż Algorytm I wyznacza sterowanie o niższych kosztach natomiast robi to w nieznacznie dłuższym czasie. Porównując koszty sterowania, algorytmy generujące krzepkie sterowanie wyznaczają droższe sterowanie w porównaniu z algorytmem generującym optymalizujące sterowanie. Zwiększenie kosztów sterowania jest ceną jaką trzeba zapłacić za krzepkość sterowania.



## Rozdział 7. Zakończenie

Rzeczywisty rozwój współczesnego świata ściśle związany jest z rozwojem podstawowych systemów dostarczających podstawowe media tj. wodę pitną oraz prąd elektryczny. Sam fakt podłączenia do gospodarstwa domowego energii elektrycznej czy wody pitnej nie gwarantuje zadowolenia odbiorcy. Oprócz faktu posiadania danego medium muszą być spełnione odpowiednie wskaźniki jakości tych mediów. W przypadku energii elektrycznej wyróżnia się dwa główne wskaźniki: napięcie oraz częstotliwość. Natomiast w przypadku systemu wodociągowego wyróżnia się wskaźniki ilościowe (ciśnienie i wydajność) oraz wskaźniki jakościowe (smak, zapach, kolor, liczba bakterii itd.). W rozprawie podjęto tematykę zapewnienia odpowiednich wskaźników ilościowych systemu wodociągowego przy niepełnej informacji o systemie.

System wodociągowy należy do systemów rozległych o skomplikowanej strukturze. Sterowanie takim systemem jest zagadnieniem złożonym zarówno pod względem logistycznym (powiązania pomiędzy poszczególnymi elementami systemu) jak i technicznym (różnego rodzaju informacje podawane w różnej formie). Sposoby sterowania takim systemem, najczęściej opierają swoje działanie na wiedzy operatora o tym systemie. Taki sposób podejścia do sterowania systemem wodociągowym jest prosty, jednakże najczęściej nie uwzględnia aspektów ekonomicznych sterowania w skali całego systemu mimo spełnienia ograniczeń systemu.

Techniką sterowania pozwalającą na uwzględnienie obydwu powyższych aspektów jest technika sterowania predykcyjnego. Technika ta pozwala łączyć koszty sterowania, powiązań pomiędzy poszczególnymi elementami (model systemu) jak i wszelkich ograniczeń zarówno technicznych jak i technologicznych. Możliwość zastosowania tej techniki sterowania, w praktycznych aplikacjach, zależy między innymi od jakości modelu sterowanego systemu. Model ten jest obarczony różnego rodzaju błędami wynikającymi z niepewności: struktury modelu i jego parametrów oraz błędów pomiarowych. Skutkiem zastosowania sterowania wygenerowanego na podstawie niepewnego modelu systemu może być przekroczenie, przez wyjścia systemu, zakładanych ograniczeń, mimo że na modelu wyjścia te spełniają te ograniczenia. Rozwiązaniem powyższego problemu jest wykorzystanie wszelkiej wiedzy o niepewnościach występujących w systemie do wyznaczenia takiego sterowania. Sterowanie to gwarantuje spełnienie zakładanych ograniczeń po zastosowaniu wyznaczonego sterowania w rzeczywistym systemie. Takie sterowanie określa się jako sterowanie krzepko dopuszczalne. W połączeniu z techniką sterowania predykcyjnego można wygenerować sterowanie, które jest nie tylko optymalne przyjmując np. jako wskaźnik jakości kosztów sterowania, ale także można zagwarantować, że zostaną spełnione

ograniczenia po zastosowaniu w rzeczywistym systemie. Sterowanie takie nazywa się sterowaniem optymalizującym, krzepko dopuszczalnym.

## 7.1 Podsumowanie i wnioski końcowe

Praca składa się z siedmiu rozdziałów, bibliografii oraz jednego załącznika.

W Rozdziale 1 przedstawiono rozwój badań związanych ze sterowaniem hydrauliką systemu wodociągowego oraz sposobami wykorzystania do tego celu nowych kierunków rozwoju nauki takich jak algorytmy genetyczne oraz technikę sterowania predykcyjnego. Przedstawiono tezę rozpraw, którą w kolejnych częściach pracy udowodniano. Scharakteryzowano strukturę i zawartość pracy oraz przedstawiono pracę naukowe autora związane z tematyką modelowania i sterowania systemem wodociągowym.

W rozdziale 2 sformułowano problem krzepko dopuszczalnego sterowania hydrauliką systemu wodociągowego. Przedstawiono cele sterowania SW, strukturę podejmowania decyzji w PWK oraz metodę realizacji celu sterowania. Określono wymagania jakie ma spełniać system sterowania hydrauliką SW. Na podstawie tych wymagań wybrano technikę sterowania predykcyjnego jako najlepszą do spełnienia wszystkich wymienionych wymagań. Sformułowano zadanie optymalizacji wyznaczenia sterowania SW minimalizującego koszty sterowania przy ograniczeniach modelowych oraz operacyjnych SW. Jak już stwierdzono, tak wyznaczone sterowanie nie gwarantuje krzepkości tego sterowania, stąd zdefiniowano pojęcie krzepkości sterowania oraz sformułowano zadanie optymalizacji wyznaczenia optymalizującego krzepko dopuszczalnego sterowania hydrauliką SW. Kolejne rozdziały pracy stanowią poszczególne etapy budowy solwera wyznaczającego optymalizujące krzepko dopuszczalne sterowanie hydrauliką SW.

Rozdział 3 stanowi opis sposobu modelowania SW, który bezpośrednio bazuje na zasadach i prawach fizycznych. Scharakteryzowano SW jako obiekt modelowania, przedstawiono poszczególne elementy tego systemu, wydzielono elementy aktywne i pasywne oraz statyczne i dynamiczne. Opisano model SW jako całość oraz określono warunki istnienia rozwiązania takiego modelu, sposób rozwiązania tego modelu na zakładanym horyzoncie czasu. Określono główne zakłócenia wpływające na SW, tzn. pobór wody przez odbiorców oraz określono sposoby modelowania tego zakłócenia. Scharakteryzowano modele przykładowych systemów wodociągowych Mała oraz Chojnice przy pomocy, których przeprowadzane będą eksperymenty algorytmów predykcji oraz sterowania przedstawionych w kolejnych rozdziałach pracy.

W rozdziale 4 przedstawiono bardzo ważny element algorytmu wyznaczania krzepko dopuszczalnego sterowania – optymalizator, którego głównym elementem jest algorytm

genetyczny. W rozdziale tym opisano sposób działania AG, metody kodowania, metody selekcji, mutacji i krzyżowania osobników. Ze względu na fakt, iż AG nie uwzględnia ograniczeń przekształcono zadanie (2.18) do zadania bez ograniczeń (4.14). W rozprawie wykorzystano efektywny algorytm genetyczny zaprezentowany w literaturze. Ponieważ operatory genetyczne zaczerpnięte z literatury nie były efektywne, w rozprawie zaproponowano nowe operatory genetyczne. Bazują one na wiedzy operatora systemu i sterowanym systemie oraz ostrzeżeniach generowanych przez symulator Epanet. W rozprawie przedstawiono specjalizowane i specyfikowane operatory genetyczne. Pierwsze mają charakter ogólny, tzn. można je zastosować do innych SW. Natomiast drugie są modyfikacją pierwszych uwzględniającymi specyficzny charakter PSSW Chojnice. Badania symulacyjne prowadzone dla PSSW Mała jak i dla PSSW Chojnice wykazały zwiększenie efektywności działania zarówno specjalizowanych jak i specyfikowanych operatorów genetycznych. W toku przeprowadzonych badań wybrano najlepsze parametry AG. Dla różnej wielkości populacji przedstawiono wyniki symulacji działania optymalizatora. Przedstawione wyniki badań wykazały, iż przedstawiony optymalizator spełnia zakładane ograniczenia. Uzyskane w ten sposób sterowanie generuje mniejsze koszty w porównaniu ze sterowaniem rzeczywistym systemem. Jako podstawę do budowy algorytmu wyznaczającego krzepko dopuszczalne sterowanie wybrano AG o liczbie osobników 50 z SOG/SOGChojnice oraz pozostałymi parametrami opisanymi w Tabeli. 4.6.

Kolejnym ważnym elementem algorytmu wyznaczania krzepko dopuszczalnego sterowania jest krzepka predykcja wyjść opisana w rozdziale 5. Zdefiniowano w nim pojęcie estymacji oraz określono źródła niepewności w SW. Ze względu na prostotę opisu oraz niewielką ilość potrzebnej informacji w rozprawie wybrano przedziałowy model niepewności. Przyjmując taki model niepewności, zdefiniowano przedziałowy model SW oraz zadanie wyznaczania krzepkiej predykcji wyjść SW. Ponieważ zadanie to ma charakter nieliniowy, a co za tym idzie nie można zagwarantować znalezienia globalnego rozwiązania w przewidzianym czasie, w rozprawie zaproponowano linearyzację modelu systemu wokół punktów wyznaczonej trajektorii nominalnej. Wykorzystując model PSSW Mała przeprowadzono badania testowe dla trzech sformułowań zadań wyznaczania krzepkiej trajektorii wyjść SW. Pierwsze sformułowanie wykorzystuje model nieliniowym SW (do rozwiązań z tego sformułowania porównywane były wyniki z kolejnych), drugi model SW zlinearyzowany przy pomocy linearyzacji wieloodcinkowej oraz trzeci model SW zlinearyzowany wokół punktów trajektorii nominalnej. Badania wykazały, iż przebieg trajektorii granicznych wyjść SW nie różniły się znacząco od trajektorii uzyskanych dla sformułowania nieliniowego w przeciwieństwie do trajektorii ze sformułowania z linearyzacją wieloodcinkową. Dodatkowo wykazano, iż czas rozwiązania zadania z linearyzacją wokół

punktów trajektorii nominalnej był znacznie krótszy niż dla pozostałych sformułowań co jest istotne z punktu widzenia algorytmu wyznaczania krzepko dopuszczalnego sterowania przedstawionego w rozdziale 6.

Rozdział 6 rozprawy, stanowi jej główną część, w którym przedstawiono dwa algorytmy wyznaczające optymalizujące krzepko dopuszczalne sterowanie hydrauliką SW. Przedstawione algorytmy bazują na przekroczeniach oryginalnych ograniczeń poprzez trajektorie graniczne wyjść systemu. Pierwszy algorytm wykorzystuje przekroczenia do modyfikacji oryginalnych ograniczeń systemu. Przedstawiony w rozprawie algorytm stanowi rozwinięcie prezentowanych w literaturze algorytmów bazujących na strefach bezpieczeństwa. W rozprawie, do wyznaczenia najlepszych stref bezpieczeństwa zaproponowano zmodyfikowany algorytm złotego podziału. Modyfikacja polega na dostosowaniu algorytmu optymalizacji jednowymiarowej do zadania optymalizacji wielowymiarowej. Drugi algorytm wykorzystuje informacje o przekroczeniach do bezpośredniej modyfikacji wyznaczanego sterowania i składa się z dwóch etapów. W pierwszym etapie wyznaczane jest optymalizujące sterowanie wyznaczone na bazie punktowego modelu systemu (patrz rozdział 4). Wyznaczone w ten sposób sterowanie jest punktem startowym drugiego etapu algorytmu, w którym wyznaczane jest optymalizujące krzepko dopuszczalne sterowanie bazując na przedziałowym modelu systemu. Dokonano porównania efektywności działania tych algorytmów oraz algorytmu opisanego w rozdziale 4. Koszty sterowania wygenerowane z pierwszego algorytmu są mniejsze o 10,4 % w porównaniu z kosztami sterowania algorytmu drugiego. Natomiast średni czas obliczeń drugiego algorytmu jest krótszy o 13,8 % niż średni czas obliczeń z algorytmu pierwszego. W toku prowadzonych badań wykazano, iż zagwarantowanie, że po zastosowaniu wyznaczonego sterowania będzie ono spełniać ograniczenia systemu, powoduje zwiększenie kosztów sterowania oraz czasu generacji sterowania. Dodatkowo, bazując na PSSW Mała, wykazano symulacyjną stabilność algorytmu wykorzystującego strefy bezpieczeństwa.

Rozdział 7 stanowi podsumowanie rozprawy oraz przedstawiony w nim jest kierunek dalszych prac.

Całość rozprawy uzupełniona jest o Załącznik, w którym w szczegółach przedstawiono PSSW Chojnice.

Przedstawione w rozprawie rozważania poparte badaniami oraz analizą uzyskanych wyników symulacyjnych, dostarczają szeregu argumentów na słuszność postawionej w rozprawie tezy. Zdaniem autora postawiona w niniejszej rozprawie teza, przedstawiona w rozdziale 1, została udowodniona.



Oryginalny wkład autora stanowi:

- ✓ sformułowanie zadania wyznaczania optymalizującego krzepko dopuszczalnego sterowania,
- ✓ opracowanie specjalizowanych i specyfikowanych operatorów genetycznych,
- ✓ opracowanie i implementacja algorytmu krzepkiej predykcji wyjść SW,
- ✓ opracowanie i implementacja dwóch algorytmów wyznaczania optymalizującego krzepko dopuszczalnego sterowania.

## 7.2 Kierunek dalszych badań

W wyniku prowadzonych w rozprawie rozważań oraz licznych badań przeprowadzonych przez autora można wskazać możliwe kierunki dalszych prac, stanowiących naturalne rozwinięcie zawartych w niej zagadnień. Najważniejsze z nich to:

- Dalsze badania zwiększające efektywność algorytmu wyznaczania optymalizującego sterowania, a w szczególności parametrów algorytmu genetycznego.
- Wykorzystanie nowych technologii do przyspieszenia działania AG, a w szczególności wielowątkowości procesorów komputerowych.
- Budowa nowych operatorów genetycznych wiążących nie tylko pompy i napór w WMO, ale inne specyficzne parametry i elementy SW.
- Implementacja specjalizowanych operatorów genetycznych do innych (niż opisane w rozprawie) SW.
- Wykorzystanie sieci neuronowych do generowania krzepkich trajektorii granicznych.
- Zastosowanie arytmetyki przedziałowej do generowania krzepkich trajektorii wyjść oraz optymalizacji przedziałowej do wyznaczania optymalizującego krzepko dopuszczalnego sterowania.



**Bibliografia**

1. Adamowski, J. F. (2008) *Peak Daily Water Demand Forecast Modeling Using Artificial Neural Networks*, Journal of Water Resources Planning and Management, Vol. 134, No. 2, March 1, 2008.
2. Alvisi S., Franchini M., Marinelli A. (2007) *A short term, pattern based model for water demand and forecasting*, Journal of Hydroinformatics, 9(1), 39-50.
3. Arabas J. (2004) *Wykłady z algorytmów ewolucyjnych*, Wydawnictwa Naukowo – Techniczne, Warszawa
4. Balla M. C., Lingireddy S. (2000) *Distributed genetic algorithm model on Network of personal computers*, Journal of Computing In Civil Engineering, 14(3), 199-205.
5. Bartholomew-Biggs, Michael (2008) *Nonlinear Optimization with Engineering Applications*, Springer-Verlag New York Inc., 2008, ISBN: 9780387787220
6. Beckwith S. F., Wong K. P. (1995) *A Genetic Algorithm Approach for electric Pump Scheduling in Water Supply Systems*, Evolutionary Computation, 1995
7. Bemporad A., Morari M. (1999) *Robust Model Predictive Control: A Survey*. Robustness in Identification and Control, A. Garulli, A. Tesi, A. Vicino (Eds.), Lecture Notes in Control and Information Sciences, vol. 245, Springer-Verlag, pp. 207-226.
8. Bhave, P. R. (1991) *Analysis of Flow in Water Distribution Networks*, Technomic Publishing Co. Inc. Lancaster, Basel.
9. Biegel L.T. (2000) *Differential – algebraic equations (DAEs)*, <http://numero.cheme.cmu.edu/Courses/> (27.06.2009 r.)
10. Boulos P., Lansey K., Karney B. (2006) *Comprehensive Water Distribution Systems Analysis Handbook for Engineers and Planners*, MWH Soft.
11. Boulos, P. F., Wood, D.J. (1991), *An Explicit Algorithm for Calculating Operating Parameters for Water Networks*, Civil Engineering Systems, 8, 115- 122.
12. Boulos, P. F., Wu Z., Orr C. H., Moore M., Hsiung P., Thomas D. (2001) *Optimal pump operation of water distribution systems using genetic algorithms*, American Water Works Association Distribution System Symposium, Denver, Colorado 2001
13. Brdys M. A., Chen K. (1994) *Joint state and parameter estimation of dynamic water supply system under bounded uncertainty using geometric programming*, SYSID 94 10th IFAC Symposium on System Identification, 3, 331 - 336 (Publication No. 000601)
14. Brdys M. A., Chang T., Duzinkiewicz K. and Chotkowski W. (2000) *Hierarchical control of integrated quality and quantity in water distribution systems*, Proc. of the A.S.C.E. 2000 Joint Conference on Water Resources Engineering and Water Resources Planning and Management , Minneapolis, Minnesota, July 30-August 2.

15. Brdys M. A., Chang T. (2002) *Robust model predictive control under output constraints*, 15<sup>th</sup> Triennial World Congress, Barcelona, Spain.
16. Brdyś M. A., Cimiński A., Drewa M., Kurek W. (2008) *Sterowanie predykcyjne hydrauliką i jakością wody w SW*, Wodociągi - Kanalizacja: teoria, praktyka, zarządzanie. - 2008, nr 11 = 57.
17. Brdys M. A., Coulbeck B., Orr C.H. (1988) *Optimal scheduling of a class of water supply systems containing only fixed speed pumps*, In Proceedings of the IEE International Conference: Control'88, Oxford, UK, 1988
18. Brdyś M. A., Duzinkiewicz K., Grochowski M., Rutkowski T. (2001a) *Robust estimation of variables and parameters in dynamic water distribution systems*, Proc. of the 9th IFAC/IFORS/IMACS/IFIP Symposium on Large Scale Systems: Theory & Applications, Bucharest, July 18-20, 2001.
19. Brdyś M. A., Duzinkiewicz K., Tarnawski J., Trawicki D. (2001b) *Two-layer control of integrated quality and quantity in dynamic water distribution systems*, Proc. of the 9th IFAC/IFORS/IMACS/IFIP Symposium on Large Scale Systems: Theory & Applications, Bucharest, July 18-20, 2001.
20. Brdys M. A., Puta H., Arnold E., Chen K., and Hopfgarten S. (1995) *Operational control of integrated quality and quantity in water systems*. Proc. of the IFAC/IFORS/IMACS Symposium on Large Scale Systems, Vol. 2, pp. 715-719, London.
21. Brdyś M. A., Ulanicki B. (1994) *Operational Control of Water Systems: Structures, Algorithms and Applications*, Prentice Hall, New York, London, Toronto, Sydney, Tokyo.
22. Camacho E. F., Bordons C. (1999) *Model Predictive control*. Springer-Verlag, London.
23. Celeste A.B., Suzuki K., Kadota, A. (2004) *Genetic algorithms for Real-time operations of multipurpose water resource systems*, Journal of Hydroinformatics, 6(1), 19-38.
24. Chang W. (2003) *Robust model predictive control of water quality in drinking water distribution systems*. Department of Electronic, Electrical and Computer Engineering, School of Engineering, The University of Birmingham (praca doktorska).
25. Chang T., Brdys M. A., Duzinkiewicz, K. (2003) *Decentralized robust model predictive control of chlorine residuals in drinking water distribution systems*, World Water and Environmental Resources Congress 2003, Philadelphia, Pennsylvania, United States, June 23-26, 2003.
26. Chang T., Brdyś M.A., Duzinkiewicz K. (2003) *Quantifying uncertainties for chlorine Residual Control in drinking water distribution systems*, Proc. of the 6th ASCE Annual

- Water Distribution Systems Analysis, 2003 World Water and Environmental Resources Congress, Philadelphia, Pennsylvania, June 23-26, 2003.
27. Chen, K. (1997) *Set Membership Estimation of State and Parameters and Operational Control of Integrated Quantity and Quality Models of Water Supply and Distribution Systems*, PhD Thesis, University of Birmingham.
  28. Cimiński A., Duzinkiewicz K. (2009) *Specialized genetic operators in drinking water distribution systems control*. Evolutionary computation and global optimization 2009 : June 1st - 3rd, 2009 Zawoja, Poland, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, 2009. - Prace Naukowe / Politechnika Warszawska.
  29. Cimiński A., Duzinkiewicz K. (2010a) *Optimized robust model predictive control - application to drinking water distribution systems hydraulics*. Large Scale Complex Systems Theory and Applications. Vol.9, part. 1 / ed. P. Borne, G Florin. - Wielka Brytania : IFAC Publisher, 2010. - S. 1-6 [pdf]. 12th IFAC Symposium on Large Scale Systems: Theory and Applications 2010, France, 12.07.2010-14.07.2010. - ISBN 978-3-902661-91-3.
  30. Cimiński A., Duzinkiewicz K. (2010b) *Optimized robust model predictive control - application to drinking water distribution systems hydraulics*. 12th IFAC Symposium on Large Scale Systems: Theory and Applications, Villeneuve d'Ascq, France, 12.07.2010 - 14.07.2010[dokument elektroniczny, dane tekstowe], - Villeneuve d'Ascq : Elsevier, 2010. - [plyta CD]. - S. 1-6[pdf] - ISBN 978-2-915913-26-2.
  31. Cimiński A., Duzinkiewicz K. (2011a) *Optymalizujące krzepkie sterowanie hydrauliką systemu wodociągowego*. XVII Krajowa Konferencja Automatyki: streszczenia referatów, Kielce–Cedzyna, 19–22.06.2011 / pod red. R. Dindorfa; Politechnika Świętokrzyska = Kielce University of Technology. - Kielce: Wydawnictwo Politechniki Świętokrzyskiej w Kielcach, 2011. - S. 5-6. - ISBN 978-83-88906-78-7.
  32. Cimiński A., Duzinkiewicz K. (2011b) *Optymalizujące krzepkie sterowanie hydrauliką systemu wodociągowego*. Postępy automatyki i robotyki - Kielce: Wydawnictwo Politechniki Świętokrzyskiej, 2011. - S. 184-197: 4 Rysunek - Bibliogr. 9 poz. - ISBN 978-83-88906-49-7.
  33. Cimiński A., Duzinkiewicz K. (2011c) *Optymalizujące krzepkie sterowanie hydrauliką systemu wodociągowego*, XVII Krajowa Konferencja Automatyki – KKA'2011, Kielce – Cedzyna 19-22.06.2011 r. / ed. R. Dindorfa - Kielce : Wydawnictwo Politechniki Świętokrzyskiej, 2011. - S. 762-773.
  34. Cimiński A., Duzinkiewicz K. (2015) *Robust output prediction of differential – algebraic systems – application to drinking water distribution system*, 21th International

- Conference on Methods and Models in Automation and Robotics. Międzyzdroje, 2015, str. 124, ISBN 978-83-7518-756-4.
35. Cimiński A., Duzinkiewicz K. (2017) *Direct algorithm for optimizing robust MPC of drinking water distribution systems hydraulics*, 23th International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics. Międzyzdroje, 2017, IEEE, 10.1109/MMAR.2017.8046790
36. Coulbeck B. (1994) *A Review of Methodologies for Modelling and Control of Water Supply*. In Computer Applications in Water Supply, Volume 2, Systems Operation and Control, ed. B. Coulbeck and C. Orr, Research Studies Press, Letchworth, 1988, pp. 80–109.
37. Coulbeck B., Orr C. H. (1998) *Optimal scheduling of a class of water supply systems containing only fixed speed pumps*, Computer applications in water supply: vol. 2--- systems optimization and control, Pages 240 – 258, Research Studies Press Ltd. Taunton, UK, UK ©1988, ISBN:0-471-91784-2.
38. Damas M., Salmeron, A., Diaz, A., Ortega, J., Prieto, A., Olivares, G. (2000) *Genetic Algorithms and Neuro-Dynamic Programming Application to Water Supply Networks*. Evolutionary Computation, 2000. Proceedings of the 2000 Congress on (Volume: 1), Page(s): 7 - 14 vol.1.
39. Deb K, (2000) *An efficient constraint handling method for genetic algorithms*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. Vol. 186, pp. 311-338, 2000.
40. Dokumentacja techniczna LFP, [www.lfp.com.pl](http://www.lfp.com.pl).
41. Drewna M., Brdys M. A., Cimiński A. (2007) *Model Predictive Control of integrated quantity and quality in drinking water distribution systems*, DYCOPS 2007 [Dokument elektroniczny]: 8th International IFAC Symposium on Dynamics and Control of Process Systems, June 04-06, 2007 Cancun, Mexico : preprints. Vol. 3.
42. Dumas M., Salmeron, M., Ortega, J., (2000) *ANNs and GAS for predictive controlling of water supply networks*. IEEE 0-7695-06 19-4/00.
43. Duzinkiewicz K. (2005) *Zintegrowane sterowanie systemami zaopatrzenia w wodę pitną*. Uczelniane Wydawnictwa Naukowe – Dydaktyczne, Rozprawy, Monografie, Kraków 2005 (ISSN 0867-6631).
44. Duzinkiewicz, K., Brdys, M. A., Chang, T. (2005). *Hierarchical model predictive control of integrated quality and quantity in drinking water distribution systems*. Urban Water Journal, 2(2), 125-137.

45. Duzinkiewicz K., Cimiński A. (2005) *Modelowanie sieci wodociągowych – podejście do problemu szkieletyzacji* XV Krajowa Konferencja Automatyki KKA 2005, Warszawa, 27-30 czerwca 2005. Tom 3.
46. Duzinkiewicz K., Cimiński A. (2006) *Drinking water distribution system modelling - an approach to skeletonization* ALSIS'06 [Dokument elektroniczny]: Proceedings of the 1st IFAC Workshop on Applications of Large Scale Industrial Systems, August 30-31, 2006, Finland.
47. Duzinkiewicz K., Cimiński A. (2008a) *Krzepko dopuszczalne sterowanie systemami wodociagowymi*, Sterowanie i automatyzacja: aktualne problemy i ich rozwiązania Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT, 2008. - (Problemy Współczesnej Nauki. Sterowanie i Automatyzacja).
48. Duzinkiewicz K., Cimiński A. (2008b) *Sekwencyjna estymacja zmiennych w systemach sieciowych z wykorzystaniem do systemów wodociagowych*. (Problemy Współczesnej Nauki. Sterowanie i Automatyzacja), Sterowanie i automatyzacja: aktualne problemy i ich rozwiązania. Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT.
49. Energa-Operator SA (2009). *Taryfa Operatora Systemu Dystrybucyjnego Energii Elektrycznej*, Gdańsk.
50. Fortuna Z., Macukow B., Wąsowski J. (2017) *Metody numeryczne*, Wydawnictwo Naukowe PWN
51. Fillion Y., Adams B., Karney B. (2007) *Cross Correlation of Demands in Water Distribution Network Design*, Journal of Water Resources Planning and Management, Vol. 133, No. 2, March 1, 2007.
52. Findeisen R., Allgower F., (2002) *An Introduction to Nonlinear Model Predictive Control*, 21st Benelux Meeting on Systems and Control, Veldhoven, The Netherlands, March 19-21, 2002.
53. Findeisen W. (1997) *Struktury sterowania dla złożonych procesów*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa.
54. Findeisen W. (1974) *Wielopoziomowe układy sterowania*. PWN, Warszawa.
55. Głowacki J., Duzinkiewicz K., Cimiński A. (2008) *Łączna kalibracja profili poborów wody i parametrów modelu systemu wodociagowego*, Sterowanie i automatyzacja: aktualne problemy i ich rozwiązania (Problemy Współczesnej Nauki. Sterowanie i Automatyzacja),. Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT, 2008.
56. Głowacki J., Duzinkiewicz K., Cimiński A. (2007) *Kalibracja profili poborów wody w węzłach SW*, Wodociągi - Kanalizacja: teoria, praktyka, zarządzanie. - 2007, nr 12=46.

57. Gierszewski J. (2004a) *Instrukcja techniczno-ruchowa ujęcia i stacji uzdatniania wody w Funce oraz przepompowni wody w Karolewie*, Miejskie Wodociągi sp. z o.o., Pl. Piastowski 27a, 89-600 Chojnice.
58. Gierszewski J. (2004b) *Instrukcja techniczno-ruchowa ujęcia i stacji uzdatniania wody na Placu Piastowskim w Chojnicach*, Miejskie Wodociągi sp. z o.o., Pl. Piastowski 27a, 89-600 Chojnice.
59. Giustolisi O.; Savic D.; Kapelan Z. (2008) *Pressure-Driven Demand and Leakage Simulation for Water Distribution Networks*, J. of Water Resources Planning and Management, 134(5), 626-635, 2008.
60. Goldberg, D. (1998) *Algorytmy genetyczne i ich zastosowania*, Wydawnictwa Naukowo – Techniczne, Warszawa.
61. Henson M. A. (1998) *Nonlinear model predictive control: current status and future directions*, Computers & Chemical Engineering, 23 187-202, 1998.
62. Hongze X., Zhang, W. (2004) *Study on a new approach of municipal hourly water demand prediction*, Fifth World Congress on Intelligent Control and Automation (IEEE Cat. No.04EX788), Volume: 3, Pages: 2639 - 2642.
63. Hsu N., Cheng K., (2002) *Network flow optimization model for basin-scale water supply planning*, J. of Water Resources Planning and Management, 128(2), 102-112.
64. Ilich N., Simonovic S. P., (1997) *Evolutionary algorithm for minimalization of pumping cost*, Journal of Computing In Civil Engineering, 12(4), 232-240.
65. Jowitt P. W., Germanopoulos G. (1992) *Optimal pump scheduling in water-supply networks*, Journal of Water Resources Planning and Management, Vol. 118, No. 4, July/August 1992, pp. 406-422
66. Kapelan Z. (2002) *Calibration of Water Distribution System Hydraulic Models*, PhD, University of Exeter
67. Knapik K. (2000) *Dynamiczne modele w badaniach sieci wodociągowych*, Monografia nr 279, Politechnika Krakowska, Kraków 2000.
68. Ormsbee L. E., Reddy L. R. (1995) *Nonlinear Heuristic for Pump Operations*. Journal of Water Resources Planning and Management, Vol. 121, No. 4, 1995.
69. Lansey K. E., El-Shorbagy W., Ahmed I., Araujo J., Haan C.T. (2001) *Calibration Assessment and data collection for water distribution networks*, Journal of Water Resources Planning and Management, ASCE, 127(4), 270-279.
70. Lingireddy S., Ormsbee L. E. (1999) *Optimal Network Calibration Model Based on Genetic Algorithms*. 26th Annual Water Resources Planning and Management Conference held in Tempe, Arizona, June 6-9, 1999.



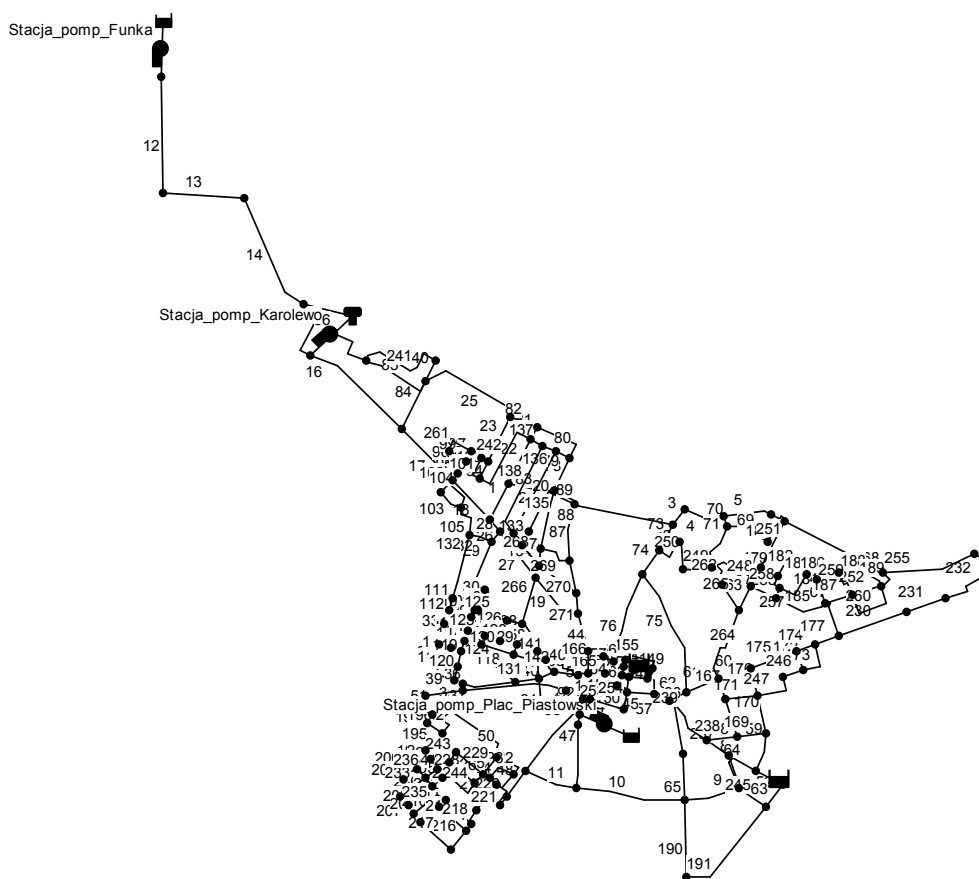
71. López-Ibáñez M., Prasad T. D., Paechter B. (2008) *Ant Colony Optimization for Optimal Control of Pumps in Water Distribution Networks*, Journal of Water Resources Planning and Management, Volume 134 Issue 4 - July 2008.
72. Maciejowski J. M. (2002) *Predictive Control with Constraints*, Pearson Education Limited, Essex, England.
73. Mackle G., Savic D., Walters G. (1995) *Application of Genetic Algorithms to Pump Scheduling for Water Supply*, Genetic Algorithms in Engineering systems: Innovations and Applications, 12-14 September 1995, conference Publication No. 414, IEEE.
74. Mayne D.Q., Rawlings, J.B., Rao C.V., Sokaert P.O.M. (2000). *Constrained model predictive control: Stability and optimality. Automatica* 36 (2000), pp. 789-814.
75. Mays L. W. (1999) *Hydraulic design handbook*, McGraw-Hill, R. R. Donnelley & Sons Company, 1999.
76. Mays L. W. (2000) *Water distribution systems handbook*, McGraw-Hill, R. R. Donnelley & Sons Company, 2000.
77. Michalewicz Z. (1999) *Algorytmy genetyczne + struktury danych = programy ewolucyjne*, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa.
78. Michalska H., Mayne D. Q. (1993) *Robust Receding Horizon Control of Constrained Nonlinear Systems*, IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 38, No. 11, November 1993.
79. Milanese M., Norton J., Piet-Lahanier H., Walter É. (1996) *Bounding Approaches to System Identification*, Plenum Press. New York and London.
80. Mitsuo G., Runwei C. (2000) *Genetic Algorithms and Engineering Optimization*, John Wiley & Sons, Inc., New York, Chichester, Weinheim, Brisbane, Singapore, Toronto.
81. Momtahem S., Dariane A. B. (2007) *Directsearch approaches Rusing genetic algorithms for optimization of water reservoir operating policies*, J. of Water Resources Planning and Management, 133(3), 202-209.
82. Morari M., Lee J. H. (1997) *Model Predictive Control: Past, Present and Future*, 30th European Symposium on Computer Aided Process Engineering , May 25-19 1997, Trondheim, Norway.
83. Msiza, I. S., Nelwamondo, F. V., Marwala, T., *Water Demand Forecasting Using Multi-layer Perceptron and Radial Basis Functions*, Proceedings of International Joint Conference on Neural Networks, Orlando, Florida, USA, August 12-17, 2007.
84. Korczak A., Rokita, J. (1998) *Pompy i układy pompowe - obliczenia i projektowanie*, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 1998.
85. Ormsbee L.E. (1989) *Implicit Network Calibration*, Journal of Water Resources Planning and Management, ASCE, 115(2), 243-257.

86. Ormsbee L.E., Lingireddy S. and D. Chase, (1993) *Comparison of Three Nonlinear Control Algorithms for the Optimal Operation of Water Supply Pumping Systems*, Proceedings of the International Conference on Integrated Computer Applications in Water Supply and Distribution 1993, Leicester, England, Sept.7-9, 1993.
87. Ormsbee L.E., Reddy S.L. (1995) *Nonlinear heuristic for pump operations*, Journal of Water Resources Planning and Management 121 (4), 302-309.
88. Perry, F. P. (1981) *Demand Forecasting in Water Supply Networks*, Journal of Hydraulic Engineering Divide, ASCE, 107(9), 1077-1087.
89. Riaza R. (2008) *Differential-Algebraic Systems: Analytical Aspects and Circuit Applications*, World Scientific Pub Co Inc (May 29, 2008).
90. Rossman L.A. (2000) *EPANET 2 Users manual*, United States Environment Protection Agency, Cincinnati.
91. Sakarya A. B. A., Mays W. L. (2000) *Optimal Operational of Water Distribution Pumps Considering Water Quality*. Journal of Water Resources Planning and Management, vol. 126, No. 4, 2000.
92. Savić, Dragan A.; Banyard, John K. (2011) *Water Distribution Systems*, ICE Publishing, ISBN 978-0-7277-4112-7.
93. Schweppe F. C. (1973) *Uncertain Dynamic Systems*, Prentice Hall Inc.
94. Sokaert P. O. M., Mayne D. Q., Rawlings J. B. (1999) *Suboptimal Model Predictive Control (Feasibility Implies Stability)*, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 44, NO. 3, March 1999.
95. Shamir U., Salomons E. (2008) *Optimal Real-time operations of urban water distribution systems Using reduced models*, Journal of Water Resources Planning and Management, 134(2), 181-185.
96. Sysło M.M., Deo N., Kowalik J.S. (1999) *Algorytmy optymalizacji dyskretnej z programami w języku Pascal*. PWN, Warszawa 1999.
97. Szpindor, A. (1992) *Zaopatrzenie w wodę i kanalizacja wsi*, Arkady, Warszawa.
98. Tatjewski P. (2002). *Sterowanie zaawansowane obiektów przemysłowych. Struktury i algorytmy*. Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT, Warszawa.
99. Todini E. i Pilati S., (1989) *A gradient algorithm for the analysis of pipe networks, in computer applications in water supply* (Coulbeck, B. and Orr C.H. editors), Research Studies Press Ltd., Letchworth, England.
100. Tomlin J.A (1988) *Special ordered sets and an application to gas supply operations planning*. Mathematical Programming 42 (1988) 69 – 84.

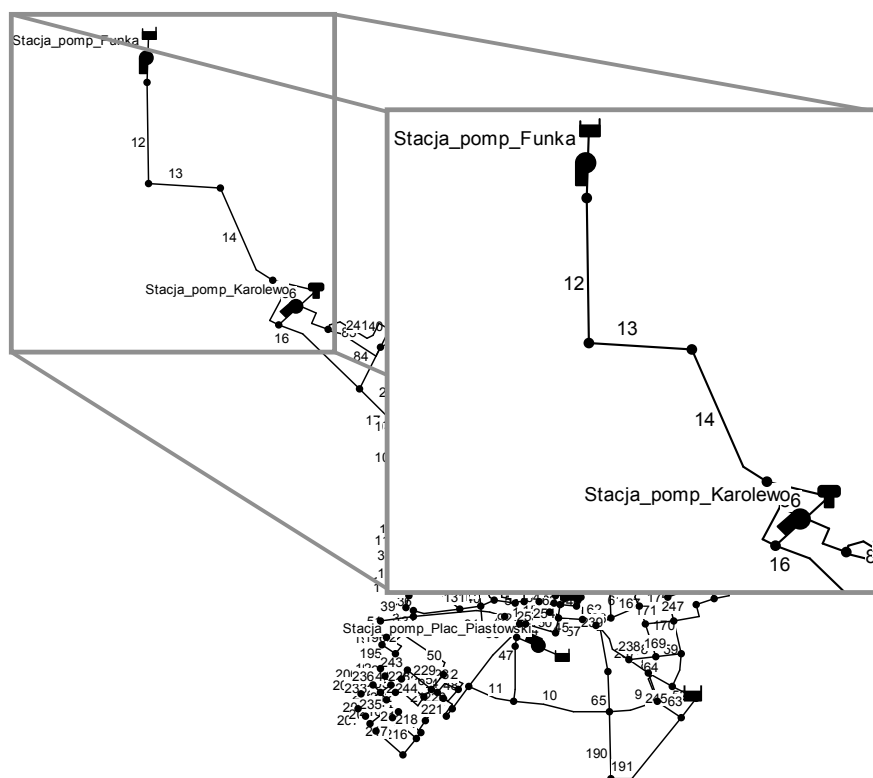
101. Tran V. N., Brdyś M. A. (2011) *Optimizing control by robustly feasible model predictive control and application to drinking water distribution systems*, Journal of Artificial Intelligence and Soft Computing Research, 1(1): 28-43.
102. Tran V. N., Brdyś M. A. (2010) *Robustly Feasible Optimizing Control of Network Systems under Uncertainty and Application to Drinking Water Distribution Systems*, Large Scale Complex Systems Theory and Applications.- Vol.9, part. 1. / ed. P. Borne, G Florin. - Wielka Brytania : IFAC Publisher, 2010. - S. 1-6[pdf] : 4 Rysunek - Bibliogr. 9 poz. 12th IFAC Symposium on Large Scale Systems: Theory and Applications 2010, France, 12.07.2010-14.07.2010. - ISBN 978-3-902661-91-3.
103. Trawicki D. (2004) *Struktury i algorytmy wspomaganie decyzji i sterowania w systemach produkcji i dystrybucji wody*, Politechnika Gdańska Rozprawa doktorska.
104. Trawicki D., Duzinkiewicz K., Brdys M.A. (2002) *Optimising model predictive controller for hierarchical control of integrated quality and quantity in drinking water distribution systems*, I IFAC International Conference "Technology, Automation and Control of Wastewater and Drinking Water Systems TiASWiK'02", Gdańsk-Sobieszewo, June 2002.
105. Trawicki D., Duzinkiewicz K., Brdyś M.A. (2003) *Hybrid GA-MIL algorithm for optimization of integrated quality and quantity in water distribution systems*, Proc. of the 6th ASCE Annual Water Distribution Systems Analysis, 2003 World Water and Environmental Resources Congress, Philadelphia, Pennsylvania, June 23-26, 2003.
106. Trifunov N., Abu-filadi M. O. R. (1999) *Demand modelling of networks with individual storage*, 29<sup>th</sup> Annual Water Resources Planning and Management Conference; June 6-9, 1999, Tempe, Arizona, United States.
107. Ulanicki B. (1993) *Metody modelowania i optymalizacji do symulacji, sterowania i projektowania sieci dystrybucji wody*, Politechnika Białostocka, Rozprawy naukowe nr 20.
108. Ulanicki B., Kahler J., See H., (2007) *Dynamic optimization approach for solving an optima scheduling problem In water distribution systems*, Journal of Water Resources Planning and Management, 133(2), 23-32.
109. Ulanicki B., Zhenpfund A., Martinez F. (1996) *Simplification of water distribution models*, Proc. Hydroinformatics 96, A. Muller, ed., Balkema, Rotterdam, The Netherlands, 495-500 .
110. Walski T. M., Chase D. V., Savic D. A., Grayman W., Beckwith S., Koelle, E. (2009) *Advanced Water Distribution Modeling and Management*, Haestad Methods, Inc.

111. Wang, Y., Zhang, J. *Water demand prediction based on RBF neural network*, Proceedings of the 7th World Congress on Intelligent Control and Automation, June 25-27, 2008, Chongqing, China.
112. Williams, H.P. (2013) *Model Building in Mathematical Programming - 5th edition*, Wiley, ISBN 978-1-118-44333-0.
113. Zhang, S.P., Watanabe, H., and Yamada, R. (1994) *Prediction of Daily Water Demands by Neural Networks*, Stochastic and Statistical Methods in Hydrology and Environmental Engineering, Kluwer Academic Publishers, Netherlands, 3, 217-227.
114. Zhang, L., Wei, Y.; Wang, Z. (2008) *Prediction on Ecological Water Demand Based on Support Vector Machine*, International Conference on Computer Science and Software Engineering, Volume: 5, Pages: 1032 - 1035.
115. Zheng Y., Wang, Rong H., Walski, T. M., Yang, Shao Y., Bowdler, Danniell, Baggett, Christopher C. (2006) *Efficient pressure dependent demand model for large water distribution system analysis*, 8th Annual International Symposium on Water Distribution System Analysis, Cincinnati, Ohio, August 27-30, 2006.
116. Zheng Y., Wang R. H.; Walski T. M., Yang S. Y., Bowdler D., Baggett C. C. (2009) *Extended global-gradient algorithm for pressure-dependent water distribution analysis*, Journal of Water Resources Planning and Management, 135(1), 13-22.
117. Zorychta K., Ogryczak W. (1981) *Programowanie liniowe i całkowitoliczbowe*, WNT, Warszawa 1981.

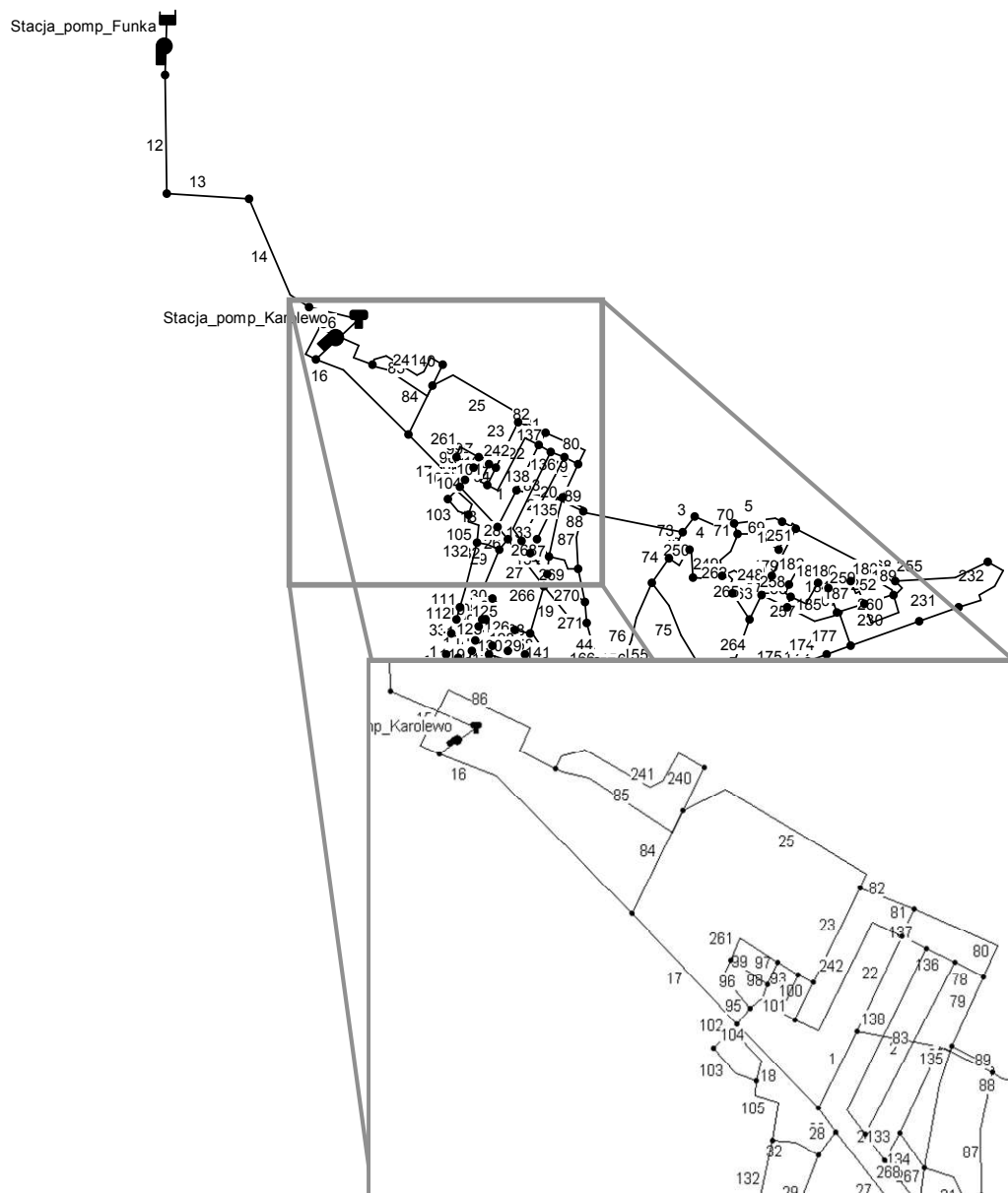
## Załącznik #1



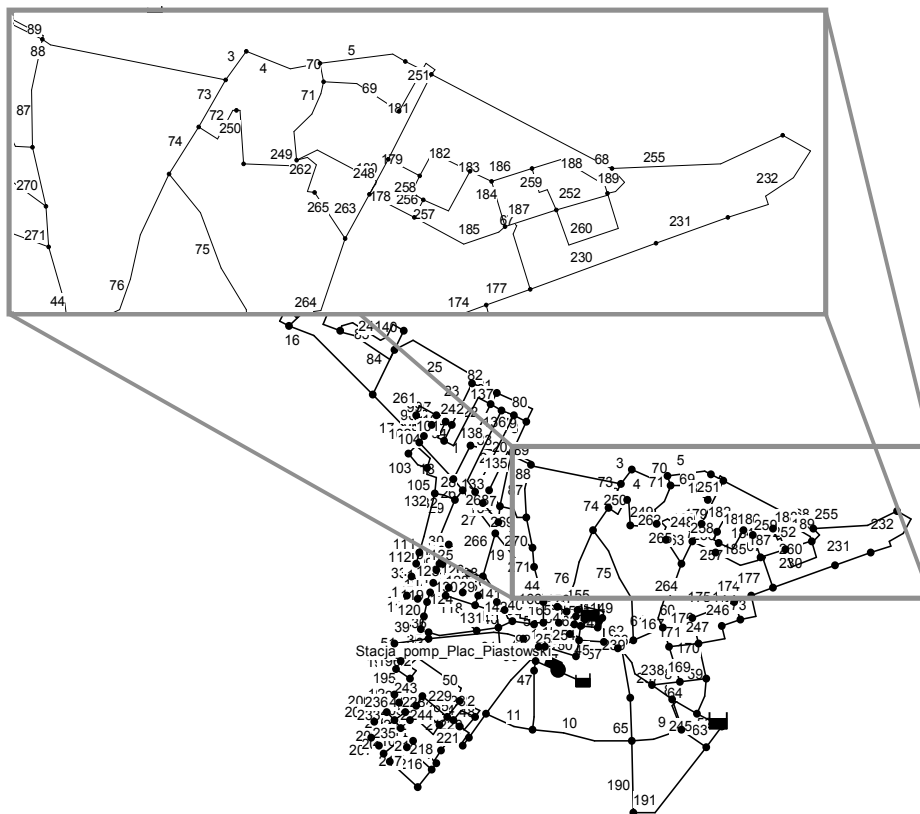
Rysunek Z1.1 Struktura PSSW Chojnice z zaznaczonymi nazwami rurociągów.



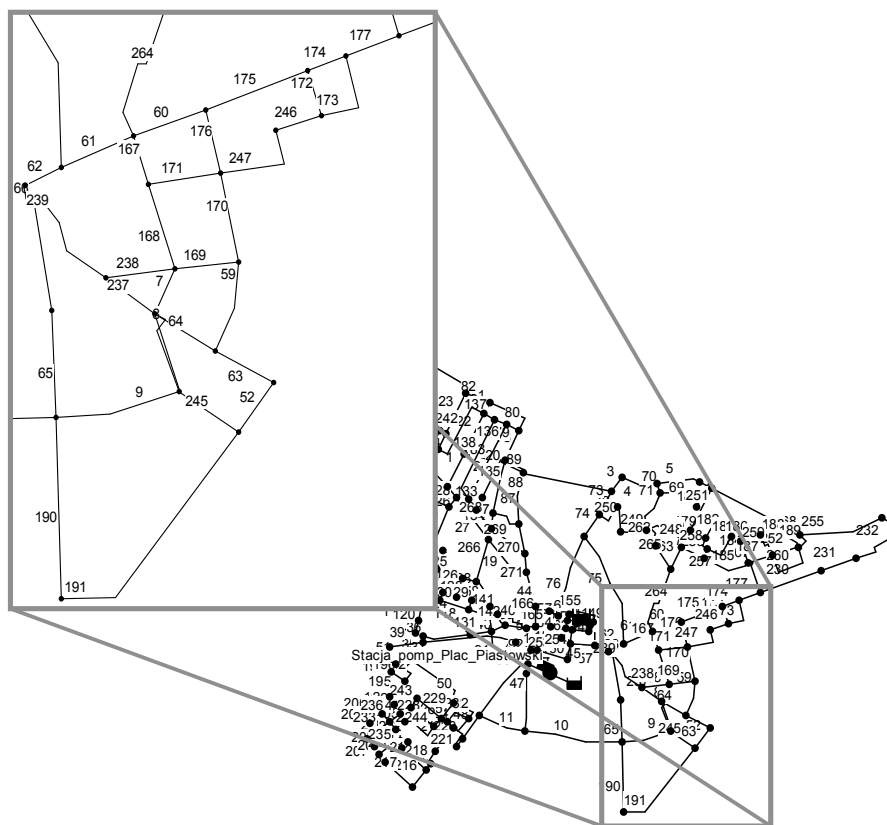
Rysunek Z1.2 Struktura PSSW Chojnice z zaznaczonymi nazwami rurociągów..



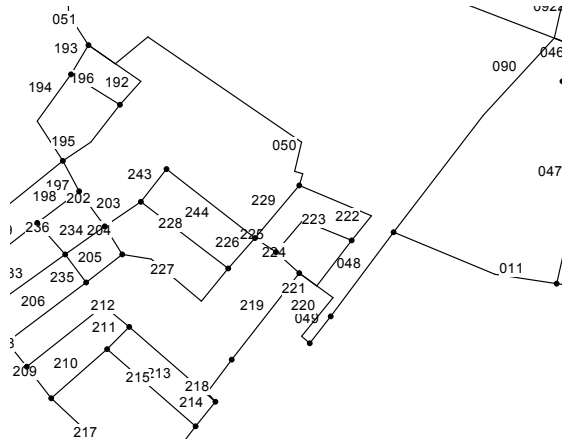
Rysunek Z1.3 Struktura PSSW Chojnice z zaznaczonymi nazwami rurociągów.



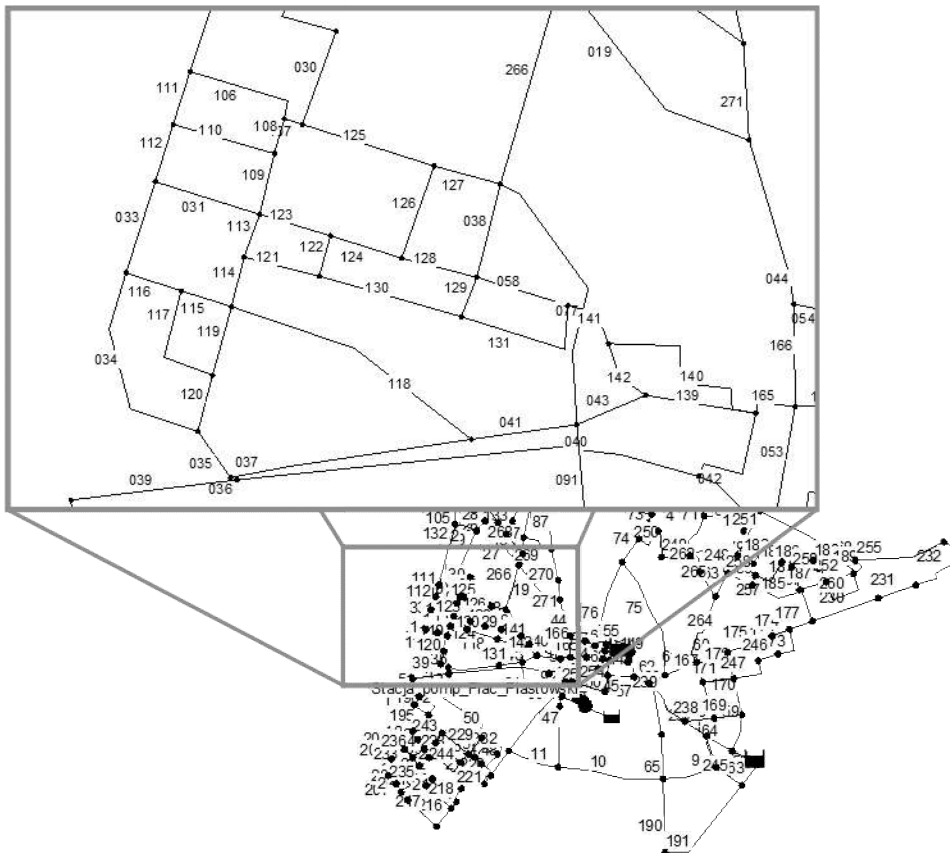
Rysunek Z.4 Struktura PSSW Chojnice z zaznaczonymi nazwami rurociągów.



Rysunek Z1.5 Struktura PSSW Chojnice z zaznaczonymi nazwami rurociągów.

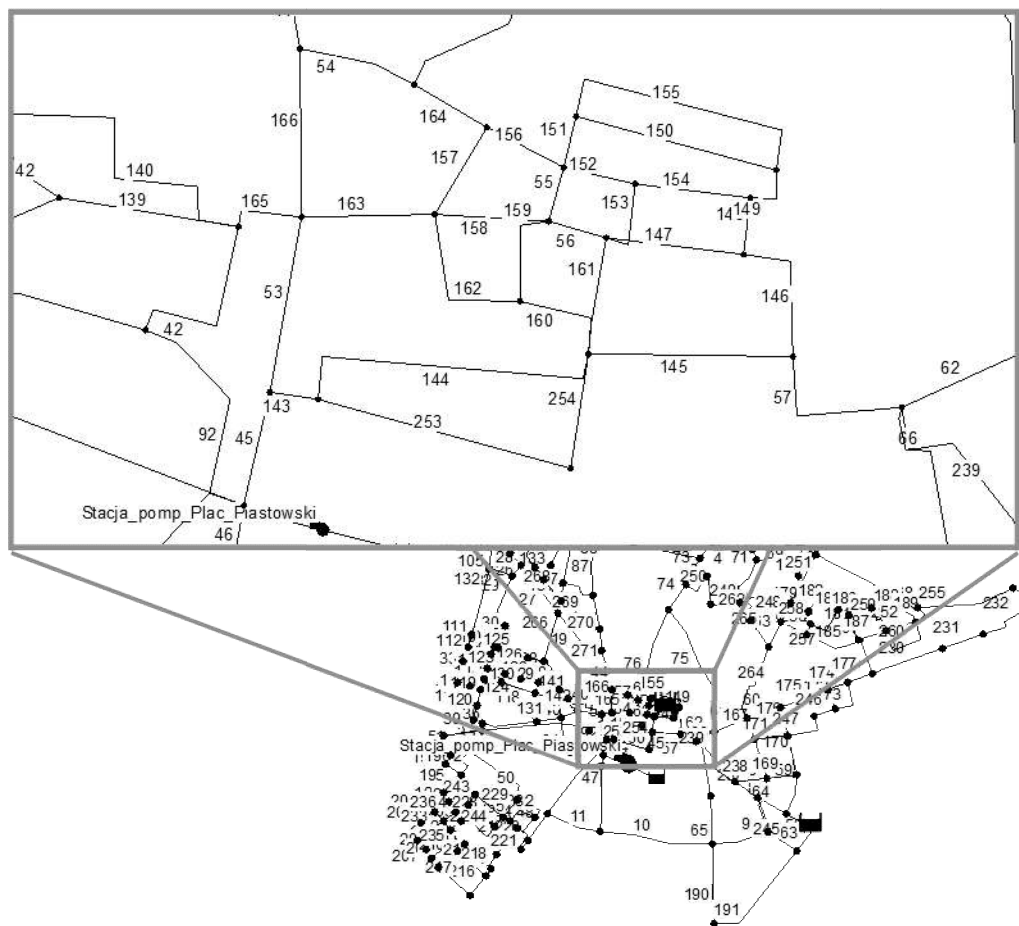


Rysunek Z1.6 Struktura PSSW Chojnice z zaznaczonymi nazwami rurociągów.



Rysunek Z1.7 Struktura PSSW Chojnice z zaznaczonymi nazwami rurociągów.





Rysunek Z1.8 Struktura PSSW Chojnice z zaznaczonymi nazwami rurociągów.

Tabela Z1.1 Parametry rurociągów PSSW Chojnice

Nazwa elementu połączeniowego	Średnica [mm]	Długość [m]	Współ. oporu H-W	Nazwa elementu połączeniowego	Średnica [mm]	Długość [m]	Współ. oporu H-W
1	500	285	97	47	100	500	64
2	500	440	97	48	300	263	103
3	500	106	97	49	300	100	103
4	500	263	98	50	100	564	141
5	500	287	98	51	100	137	141
6	500	108	98	52	200	165	99
7	500	115	109	53	200	100	47
8	400	240	137	54	125	105	38
9	300	255	144	55	150	60	141
10	300	665	143	56	150	70	141
11	300	285	143	57	150	120	127
12	400	4460	139	58	80	170	75
13	400	1600	125	59	150	269	141
14	400	940	97	60	250	269	127
15	400	197	125	61	100	80	127
16	400	790	140	62	150	120	127
17	400	345	140	63	300	164	102
18	400	232	140	64	300	205	102
19	150	360	106	65	80	285	133
20	100	575	143	66	100	120	132
21	80	240	143	67	100	203	142
22	100	274	140	68	500	693	103
23	100	300	141	69	150	620	127
24	100	150	142	70	200	80	139
25	150	323	139	71	150	600	127
26	400	100	140	72	100	180	120
27	400	365	140	73	200	156	100
28	150	50	85	74	200	237	100
29	150	387	85	75	150	1450	84
30	200	137	140	76	150	974	127
31	200	100	99	77	300	387	139
32	80	158	89	78	100	100	141
33	150	140	139	79	80	292	120
34	150	182	142	80	100	347	145
35	150	100	100	81	150	85	140
36	150	100	100	82	150	190	144
37	80	396	141	83	100	590	142
38	200	130	99	84	250	380	100
39	100	551	142	85	250	379	140
40	100	1000	142	86	150	585	140
41	80	225	63	87	100	380	120
42	80	43	41	88	500	624	97
43	80	140	120	89	80	138	104
44	100	171	64	90	300	758	103
45	125	173	78	91	300	440	139
46	125	200	89	92	80	150	89

Tabela Z1.1 Parametry rurociągów PSSW Chojnice.

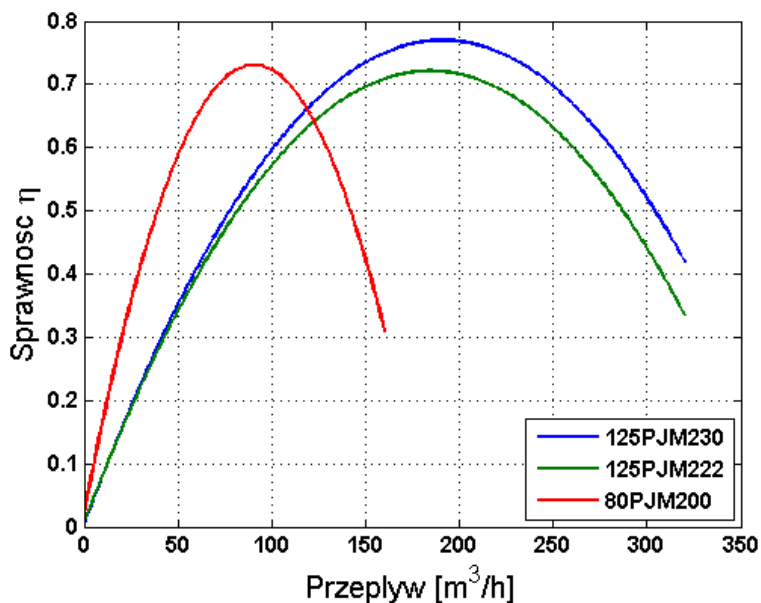
Nazwa elementu połączeniowego	Średnica [mm]	Długość [m]	Współ. oporu H-W	Nazwa elementu połączeniowego	Średnica [mm]	Długość [m]	Współ. oporu H-W
92	80	150	89	137	100	100	141
93	100	50	97	138	100	545	142
94	100	70	97	139	100	200	142
95	150	30	120	140	100	335	89
96	100	200	97	141	100	10	120
97	150	100	120	142	100	85	120
98	150	100	97	143	100	20	41
99	100	140	75	144	100	200	142
100	100	59	141	145	100	40	89
101	100	83	89	146	150	215	141
102	150	100	98	147	150	100	141
103	100	220	89	148	100	72	142
104	100	617	89	149	50	65	35
105	100	104	89	150	50	130	35
106	100	100	132	151	80	20	35
107	100	20	120	152	100	30	142
108	100	72	137	153	100	207	118
109	100	100	137	154	80	30	142
110	100	100	120	155	80	130	45
111	100	100	89	156	125	100	142
112	100	100	89	157	80	65	41
113	150	85	97	158	100	100	142
114	100	45	89	159	100	70	140
115	100	100	141	160	80	50	141
116	100	75	127	161	100	110	35
117	80	93	137	162	80	150	141
118	100	235	89	163	100	115	142
119	100	80	89	164	125	60	142
120	100	20	89	165	125	50	142
121	100	60	120	166	125	200	41
122	80	90	97	167	500	115	109
123	200	50	99	168	500	300	109
124	200	50	99	169	125	100	45
125	100	213	120	170	100	210	50
126	100	175	89	171	100	200	45
127	100	113	120	172	50	160	120
128	200	65	99	173	100	90	142
129	80	37	89	174	100	400	137
130	100	200	75	175	100	700	137
131	80	157	137	176	100	200	50
132	100	253	141	177	100	500	137
133	100	86	142	178	200	200	107
134	80	120	141	179	150	200	98
135	100	386	142	180	500	128	98
136	100	100	141	181	500	322	98

Tabela Z1.1 Parametry rurociągów PSSW Chojnice (c.d.)

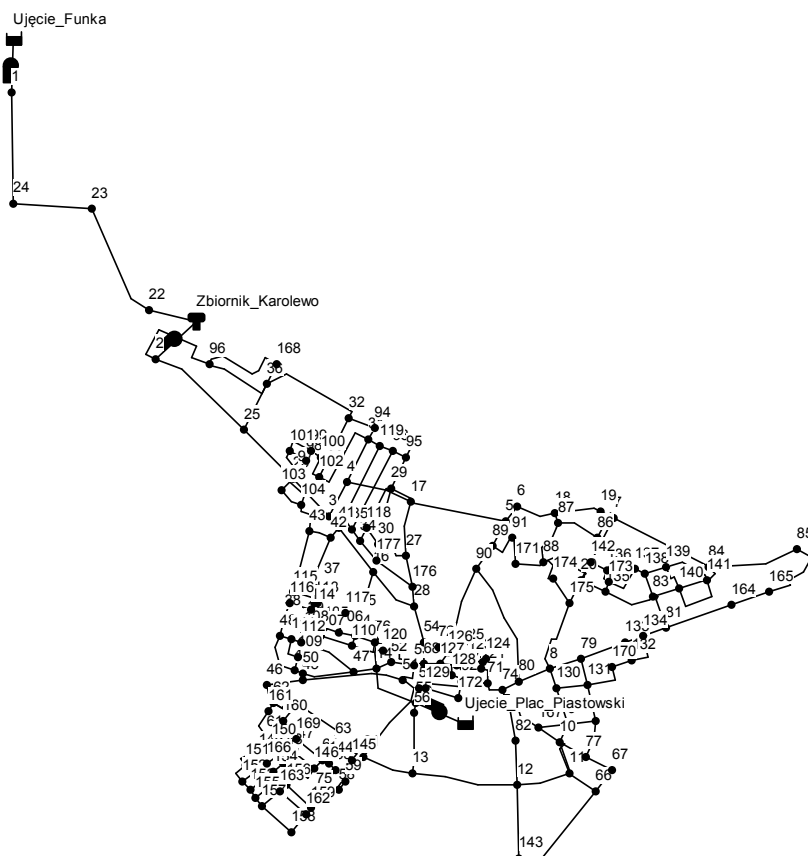
Nazwa elementu połączeniowego	Średnica [mm]	Długość [m]	Współ. oporu H-W	Nazwa elementu połączeniowego	Średnica [mm]	Długość [m]	Współ. oporu H-W
182	150	500	98	227	100	210	135
183	150	163	98	228	100	220	138
184	200	195	100	229	100	175	138
185	200	600	107	230	100	1000	139
186	100	150	100	231	100	200	50
187	200	444	100	232	100	500	50
188	100	300	100	233	100	100	135
189	200	100	100	234	100	75	135
190	80	830	107	235	100	1000	120
191	100	498	75	236	100	1000	120
192	100	200	141	237	125	170	41
193	100	123	141	238	125	100	45
194	100	400	141	239	125	300	41
195	100	445	139	240	150	102	139
196	100	100	120	241	100	565	140
197	100	1000	120	242	100	596	141
198	100	175	138	243	100	100	135
199	100	200	138	244	100	250	137
200	100	225	125	245	100	435	35
201	100	142	141	246	100	158	89
202	100	1000	120	247	100	205	45
203	100	100	135	248	150	500	127
204	100	1000	120	249	100	157	127
205	100	50	135	250	150	135	97
206	100	110	135	251	100	260	122
207	141	150	120	252	100	400	100
208	100	100	141	253	80	280	38
209	100	50	141	254	80	90	123
210	100	142	120	255	200	787	80
211	100	50	142	256	100	100	120
212	100	1000	120	257	150	251	120
213	100	1000	120	258	150	92	120
214	100	100	125	259	150	160	120
215	100	225	125	260	150	470	120
216	100	200	125	261	100	227	98
217	100	227	89	262	150	100	127
218	100	147	125	263	500	150	98
219	150	400	120	264	500	500	98
220	100	115	137	265	80	290	137
221	100	100	89	266	300	360	139
222	100	28	89	267	200	50	142
223	100	88	107	268	200	50	142
224	100	50	137	269	100	270	142
225	100	50	137	270	100	280	130
226	100	100	138	271	100	100	130

Tabela Z1.3 Parametry charakterystyk pomp

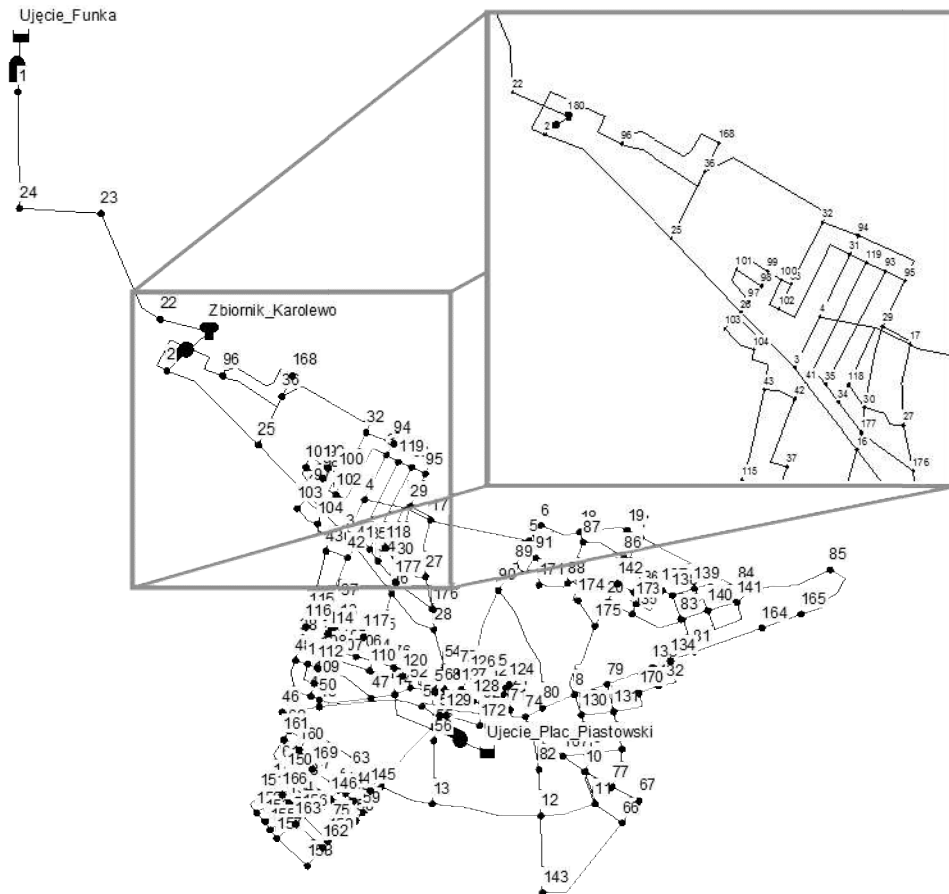
Nazwa pompy	Typ	Współczynniki równania (3.6)			Moc pompy [kW]	Rodzaj pompy
		$h_{p,ij}^0$	$R_{p,ij}$	$n$		
272	125PJM230	67	$4,611 \cdot 10^{-12}$	5,21	45	zmiennoprędkościowa
273	125PJM222	62	$3,517 \cdot 10^{-8}$	3,58	45	zmiennoprędkościowa
274	80PJM200	49,5	$3,55 \cdot 10^{-6}$	3,21	15	zmiennoprędkościowa



Rysunek Z1.9 Charakterystyki sprawności pomp.



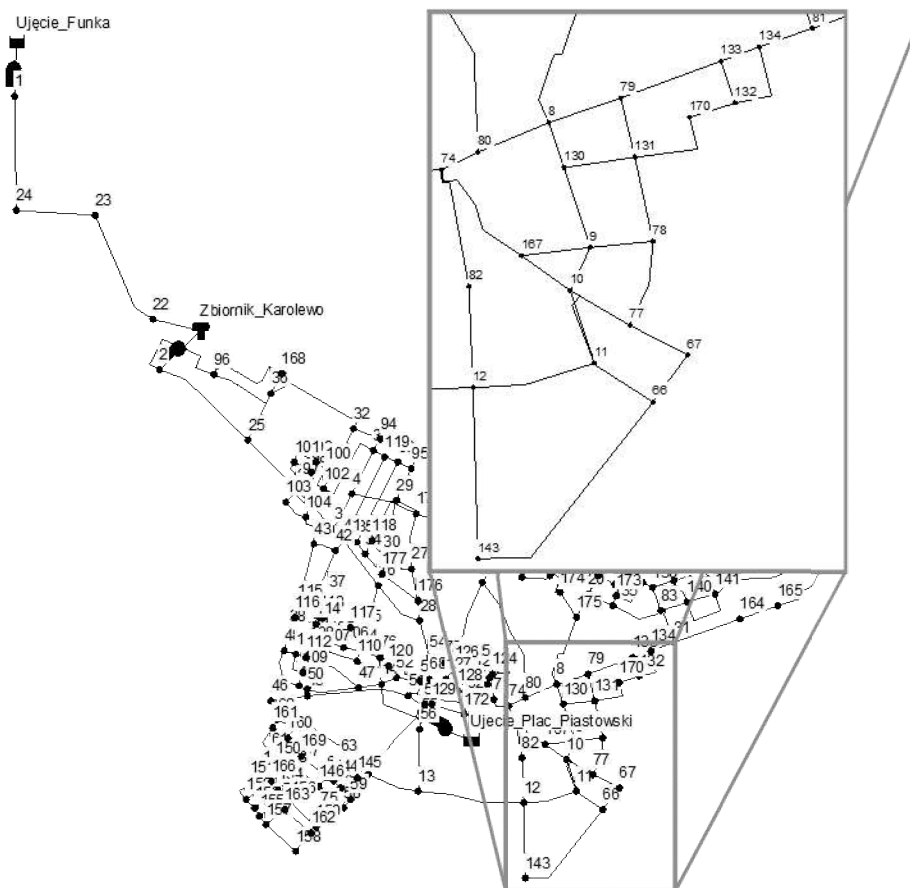
Rysunek Z1.10 Struktura PSSW Chojnice z zaznaczonymi nazwami węzłów.



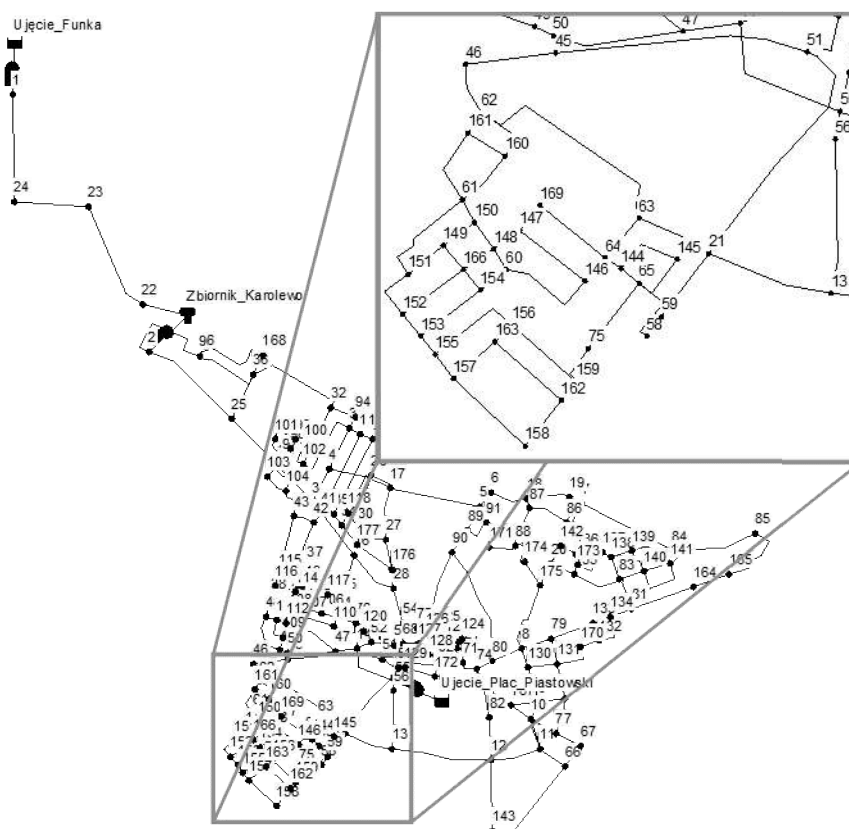
Rysunek Z1.11 Struktura PSSW Chojnice z zaznaczonymi nazwami rucociągów.



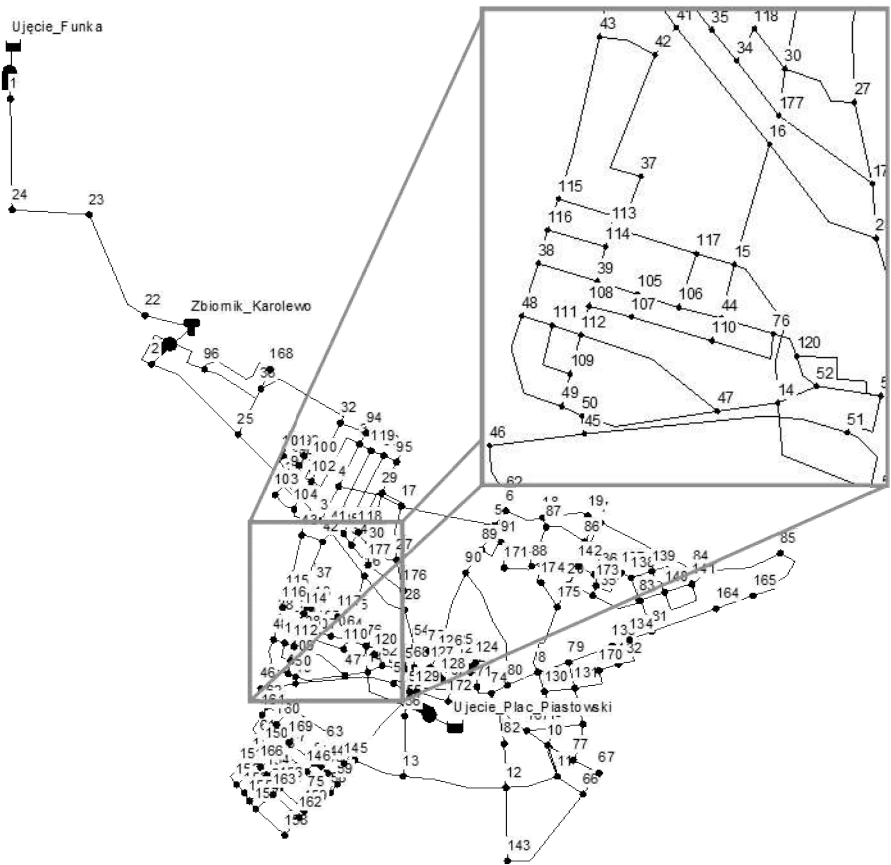
Rysunek Z1.12 Struktura PSSW Chojnice z zaznaczonymi nazwami rucociągów



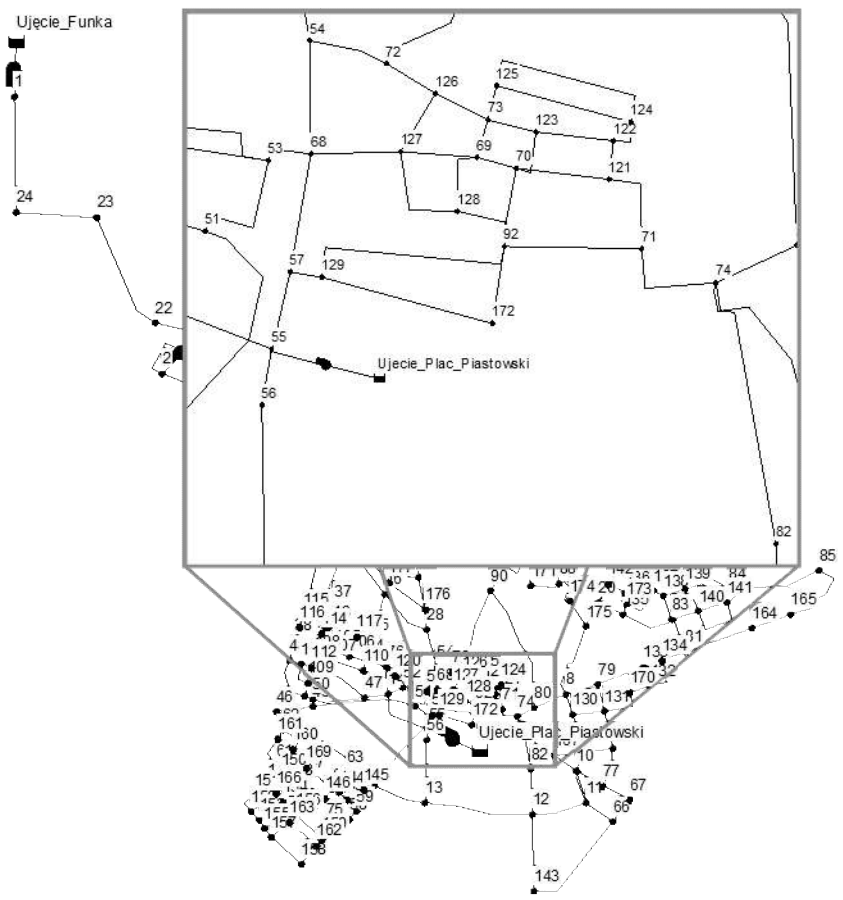
Rysunek Z1.13 Struktura PSSW Chojnice z zaznaczonymi nazwami ruociągów.



Rysunek Z1.14 Struktura PSSW Chojnice z zaznaczonymi nazwami ruociągów.



Rysunek Z1.15 Struktura PSSW Chojnice z zaznaczonymi nazwami rurociągów.



Rysunek Z1.16 Struktura PSSW Chojnice z zaznaczonymi nazwami rurociągów.



Tabela Z1.4 Parametry węzłów dla PSSW Chojnice.

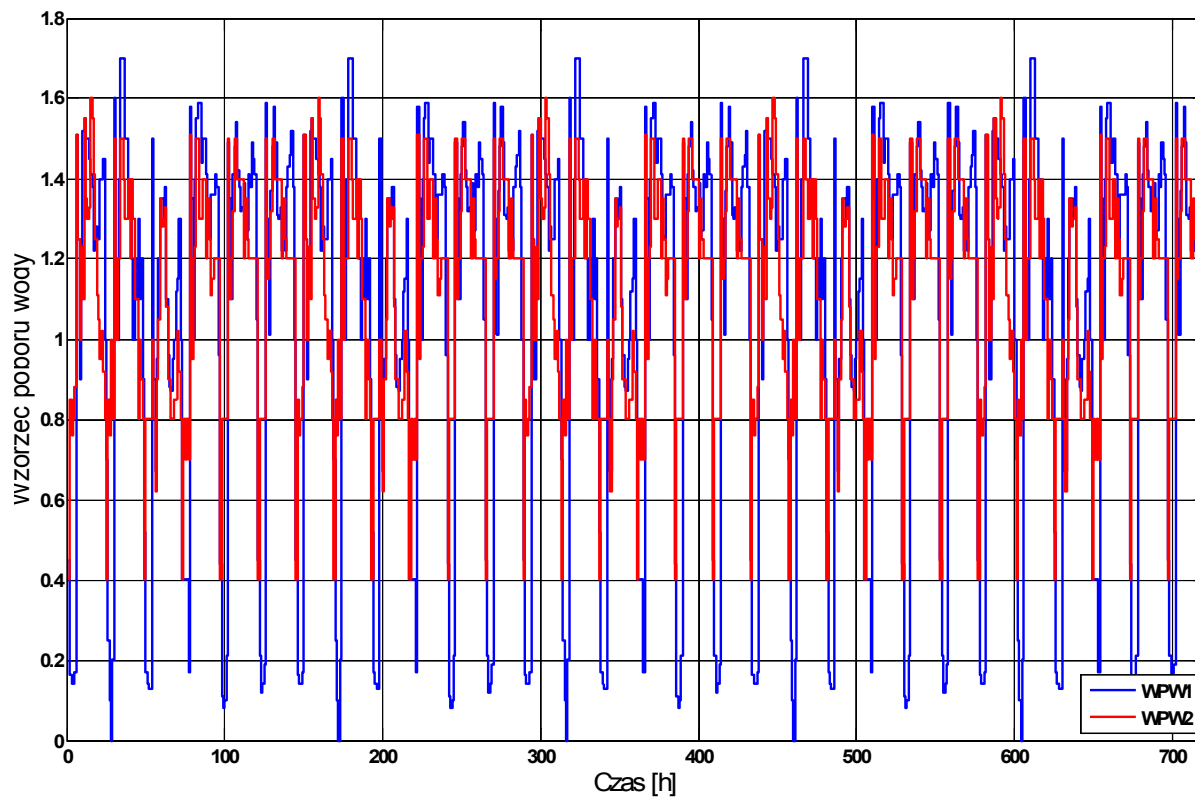
Nazwa węzła	Wyniesienie [m]	BWPW [m <sup>3</sup> /h]	Nr WPW	Nazwa węzła	Wyniesienie [m]	BWPW [m <sup>3</sup> /h]	Nr WPW
1	150	0	-	47	153	0	2
2	166	0	-	48	170	1	2
3	166	0	-	49	153	1	2
4	166	1	2	50	153	0	-
5	150	5	2	51	153	0	-
6	150	3	2	52	153	0	-
7	170	0	-	53	154	0	-
8	173	0	-	54	150	0	-
9	165	5	2	55	151	0	-
10	165	5	2	56	151	0	-
11	164	5	2	57	151	0	-
12	154	5	2	58	170	1	2
13	160	0	-	59	170	1	2
14	153	0	-	60	170	2	2
15	170	1	2	61	171	1	2
16	163	0	1	62	160	1	2
17	164	1	1	63	170	1	2
18	168	0	-	64	170	1	2
19	168	0	-	65	170	1	2
20	170	0	-	66	165	5	1
21	170	1	3	67	165	9	2
22	158	0	-	68	154	2	2
23	155	0	-	69	155	2	2
24	150	0	-	70	155	2	2
25	166	0	-	71	155	0	2
26	166	0	-	72	155	2	2
27	160	1	2	73	155	0	-
28	155	0	-	74	160	0	-
29	164	1	2	75	170	1	2
30	164	1	2	76	160	1	2
31	165	1	2	77	165	0	-
32	166	1	2	78	165	0	-
33	166	1	2	79	178	0	-
34	164	1	2	80	160	0	-
35	165	1	2	81	175	0	-
36	166	1	2	82	154	0	-
37	170	1	2	83	175	3	2
38	170	1	2	84	175	2	2
39	170	1	2	85	170	2	2
40	170	0	-	86	170	5	2
41	166	0	-	87	170	5	2
42	167	1	2	88	170	5	2
43	168	1	2	89	150	0	-
44	170	1	2	90	150	0	-
45	153	0	-	91	155	2	2
46	153	1	2	92	152	0	-

Tabela Z1.4 Parametry węzłów dla PSSW Chojnice (c.d).

Nazwa węzła	Wyniesienie [m]	BPW [m <sup>3</sup> /h]	Nr BWPW	Nazwa węzła	Wyniesienie [m]	BPW [m <sup>3</sup> /h]	Nr BWPW
93	164	1	2	136	169	3	2
94	165	1	2	137	168	3	2
95	164	1	2	138	168	0	-
96	166	1	2	139	169	3	2
97	166	1	2	140	169	3	2
98	166	1	2	141	169	3	2
99	166	1	2	142	170	0	-
100	166	1	2	143	160	0	-
101	166	1	2	144	170	2	2
102	166	1	2	145	170	1	2
103	166	0	-	146	170	1	1
104	165	1	2	147	170	2	2
105	170	1	2	148	170	0	1
106	170	1	2	149	170	1	2
107	170	1	2	150	170	0	-
108	165	1	1	151	170	2	2
109	155	1	2	152	170	0	-
110	169	1	2	153	170	2	2
111	164	1	2	154	170	2	2
112	164	1	2	155	170	1	2
113	170	0	-	156	170	1	3
114	170	0	-	157	170	1	2
115	170	1	2	158	170	2	2
116	170	1	2	159	170	1	2
117	170	1	2	160	170	2	2
118	164	1	2	161	170	1	2
119	165	1	2	162	170	1	2
120	160	0	-	163	170	2	2
121	154	2	2	164	170	2	2
122	154	0	-	165	169	2	2
123	154	0	-	166	170	1	2
124	154	0	-	167	160	5	2
125	154	1	2	168	166	1	2
126	154	2	2	169	170	1	2
127	154	2	2	170	173	4	2
128	151	2	2	171	160	5	2
129	151	2	2	172	151	0	-
130	160	0	-	173	173	5	2
131	160	0	-	174	170	5	2
132	173	5	2	175	170	0	-
133	173	0	-	176	155	1	2
134	174	0	-	177	164	1	2
135	170	5	2				

Tabela Z1.5 Parametry zbiornika (Gierszewski, 2004a; Gierszewski 2004b).

Nazwa węzła	Wyniesienie [m]	Średnica [m]	Wartość początkowa stanu lustra wody [m]	Minimalna wartość stanu lustra wody [m]	Maksymalna wartość stanu lustra wody [m]
180	166	22,5	3,58	1,2	5



Rysunek Z1.17 Punktowe wzorce poborów wody dla PSSW Chojnice.