

**ASYNCHRONICZNA METODA JEDNOCZESNEJ ESTYMACJI POŁOŻENIA I ORIENTACJI  
OBIEKTU ZA POMOCĄ DWÓCH NADAJNIKÓW**  
ASYNCHRONOUS METHOD OF SIMULTANEOUS OBJECT POSITION AND ORIENTATION ESTIMATION  
WITH TWO TRANSMITTERS

Jacek Stefański<sup>1</sup>; Jarosław Sadowski<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Politechnika Gdańska, Wydział Elektroniki, Telekomunikacji i Informatyki, Gdańsk, jstef@eti.pg.edu.pl

<sup>2</sup> Politechnika Gdańska, Wydział Elektroniki, Telekomunikacji i Informatyki, Gdańsk, jarsad@eti.pg.edu.pl

DOI: 10.15199/59.2022.4.105

**Streszczenie:** W artykule opisano nową metodę lokalizowania obiektów dla szerokiej gamy zastosowań, w tym Internetu Rzeczy. Zaproponowana metoda umożliwia estymację położenia i orientacji obiektu na płaszczyźnie lub w przestrzeni, również będącego w spoczynku, za pomocą sygnałów lokalizacyjnych wysyłanych jednocześnie z dwóch nadajników umieszczonych na obiekcie w znanej odległości od siebie. Przedstawiono matematyczną analizę metody oraz wyniki badań symulacyjnych efektywności pracy zaproponowanej metody.

**Abstract:** The paper proposes a new method of locating objects for all kinds of applications, including the Internet of Things. The proposed method enables the estimation of the position and orientation of an object on a plane or in space, also at rest, by means of location signals sent simultaneously from two transmitters placed on the object at a known distance from each other. The mathematical analysis of the method and the results of simulation tests of the effectiveness of the proposed method are presented.

**Słowa kluczowe:** bezprzewodowe sieci sensorowe, radiolocalizacja, radionawigacja.

**Keywords:** radiolocalization, radio navigation, wireless sensor networks.

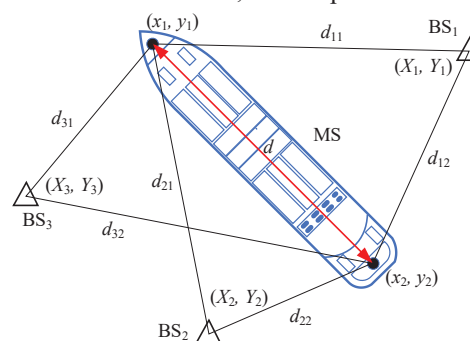
## 1. WSTĘP

Większość opisywanych w literaturze przedmiotu systemów przeznaczonych do estymacji położenia obiektów opiera się na synchronizacji czasowej pomiędzy elementami systemu, m.in. synchroniczna emisja sygnałów ze stacji bazowych lub synchroniczna detekcja sygnałów odbieranych z węzłów ruchomych. Niewiele ośrodków na świecie zajmuje lub zajmowało się asynchronicznymi metodami radiolocalizacyjnymi. Niniejszy artykuł stanowi propozycję wkładu do tej tematyki, w którym przedstawiono innowacyjną metodę radiolocalizacyjną polegającą na jednoczesnej transmisji sygnałów z dwóch nadajników umieszczonych na lokalizowanym obiekcie w znanej odległości od siebie (np. końce skrzydeł samolotu, dziób i rufa statku). Sygnały te są odbierane przez kilka odbiorników referencyjnych (stacji bazowych) pracujących asynchronicznie. W proponowanym rozwiązaniu współrzędne obu nadajników są estymowane jednocześnie, co prowadzi do jednoczesnego określenia położenia i orientacji lokalizowanego obiektu.

Artykuł jest zorganizowany w następujący sposób: w rozdziale 2 przedstawiono opis matematyczny zaproponowanej metody; w rozdziale 3 został opisany algorytm Newtona (NA) zastosowany do rozwiązywania układu nieliniowych równań pozycyjnych dla opisanej metody; z kolei w rozdziale 4 przedstawiono wyniki badań symulacyjnych efektywności pracy zaproponowanej metody radiolocalizacyjnej; wreszcie ostatnia sekcja stanowi podsumowanie zrealizowanych prac.

## 2. OPIS ZAPROPONOWANEJ METODY

Rozważmy przypadek dwuwymiarowy, w którym dwa zsynchronizowane nadajniki są umieszczone na lokalizowanym obiekcie (stacji ruchomej). Nadajniki znajdują się w znanej odległości  $d$  od siebie i jednocześnie emitują sygnały lokalizacyjne. Sygnały te są odbierane przez stacje bazowe (referencyjne) (BS). Stosując unikatowe identyfikatory w każdym nadajniku, poszczególne stacje bazowe mogą niezależnie odbierać te sygnały i określać różnicę odległości pomiędzy nadajnikami i antenami odbiorczymi [2]. Zaproponowany sposób lokalizowania obiektów opiera się na odbiorze sygnałów nadawanych przez lokalizowaną stację ruchomą (MS). Przykładowa struktura sieci radiowej, w której może być zaimplementowana ta metoda, została pokazana na rys. 1.



Rys. 1. Przykład struktury sieci radiowej, w której można zaimplementować zaproponowaną metodę

Na podstawie rys. 1 można zapisać układ równań nieliniowych, w którym współrzędne  $(x_1, y_1)$  oraz  $(x_2, y_2)$  są niewiadomymi:

$$\begin{cases} d_{n2} - d_{n1} = \Delta t_n \cdot v = \Delta d_n & n = 1, \dots, N \\ d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 \end{cases}, \quad (1)$$

gdzie  $\Delta t_n$  stanowią różnicę czasów odbioru w poszczególnych stacjach bazowych sygnałów emitowanych z obu nadajników MS,  $v$  reprezentuje prędkość propagacji sygnałów radiowych w ośrodku propagacji (w przybliżeniu można założyć, że  $v$  jest równe prędkości światła w próżni  $c \approx 3 \cdot 10^8$  m/s), a  $N$  to liczba stacji bazowych (w naszym przypadku  $N = 3$ , co jest minimalną liczbą odbiorników referencyjnych dla przypadku dwuwymiarowego). Ponadto  $d_{n1}$  i  $d_{n2}$  można opisać następującymi zależnościami:

$$\begin{cases} d_{n1} = \sqrt{(X_n - x_1)^2 + (Y_n - y_1)^2} \\ d_{n2} = \sqrt{(X_n - x_2)^2 + (Y_n - y_2)^2} \end{cases}, \quad (2)$$

gdzie  $(X_n, Y_n)$  są współrzędnymi stacji bazowych. Należy podkreślić, że współrzędne obu nadajników:  $(x_1, y_1)$  i  $(x_2, y_2)$  są estymowane jednocześnie, ale współrzędne te nie są niezależne, ponieważ odległość pomiędzy nadajnikami jest stała. Zatem dwa zbiory współrzędnych dwóch punktów jednego obiektu dają jednocześnie położenie tego obiektu, przez co można rozumieć położenie pierwszego nadajnika, drugiego nadajnika lub dowolną relację geometryczną pomiędzy współrzędnymi nadajników a śledzonym obiektem (np. położenie w środku pomiędzy dwoma nadajnikami) oraz orientację obiektu w stosunku do zestawu odbiorników stacji referencyjnych. Zaletą proponowanej metody jest możliwość estymacji orientacji zarówno obiektów stacjonarnych, jak i ruchomych, natomiast metody oparte na pojedynczych urządzeniach umieszczonych na lokalizowanych obiektach mogą estymować jedynie kierunek ruchu, ale nie są w stanie określić orientacji obiektów nieruchomych.

Warto również zauważyć, że skoro stacje referencyjne mierzą tylko różnicę czasów dotarcia dwóch sygnałów, emitowanych w tym samym momencie, to ich działanie nie musi być synchronizowane z pracą pozostałych stacji bazowych i stąd asynchroniczna praca systemu.

Szczegółową analizę przykładowego algorytmu zastosowanego do rozwiązania układu równań (1), a także uzyskane wyniki zawarto w kolejnych rozdziałach.

### 3. OBLICZANIE POŁOŻENIA OBIEKTU

Układ równań (1) można wykorzystać do estymacji położenia stacji ruchomej, a dokładniej współrzędnych obu anten nadawczych  $(x_1, y_1)$  oraz  $(x_2, y_2)$ , które określają jednocześnie położenie i orientację obiektu ruchomego, zakładając, że znane są:

- współrzędne stacji bazowych,
- różnice odległości  $\Delta d_n$  pomiędzy dwoma nadajnikami i poszczególnymi stacjami bazowymi,
- odległość  $d$  między nadajnikami.

W literaturze trudno znaleźć bezpośrednie algorytmy prowadzące do rozwiązania układów równań nieliniowych opisanych zależnością (1). Na potrzeby niniejszej pracy zastosowano uogólnioną wersję algorytmu Newtona (NA) [1]. W tym miejscu należy wyraźnie podkreślić, że do rozwiązania układu równań (1) zastosowano tylko jeden algorytm, ponieważ głównym celem tego artykułu jest przedstawienie nowej metody lokalizacji, a nie optymalizacja metod rozwiązywania tego układu równań.

Zakładając najprostszyp przypadk dwuwymiarowy i  $N = 3$ , problem estymacji położenia MS w prezentowanej metodzie sprowadza się do rozwiązania układu równań nieliniowych postaci

$$\mathbf{f}(x_1, y_1, x_2, y_2) = \begin{cases} d_{12} - d_{11} = \Delta d_1 \\ d_{22} - d_{21} = \Delta d_2 \\ d_{32} - d_{31} = \Delta d_3 \\ d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 \end{cases}, \quad (3)$$

gdzie niewiadome to współrzędne nadajników  $(x_1, y_1)$  i  $(x_2, y_2)$  w stacji ruchomej. Zlinearyzowaną wersję powyższego układu równań można zapisać jako

$$\mathbf{J}(x_1, y_1, x_2, y_2) \cdot \mathbf{h} = -\mathbf{f}(x_1, y_1, x_2, y_2), \quad (4)$$

gdzie  $\mathbf{J}(x_1, y_1, x_2, y_2)$  jest macierzą Jakobiego, opisaną zależnością (5), a wektor  $\mathbf{h} = [h_{x_1}, h_{y_1}, h_{x_2}, h_{y_2}]^T$  reprezentuje poprawkę współrzędnych nadajnika w kolejnych iteracjach,

$$\mathbf{J}(x_1, y_1, x_2, y_2) = \begin{bmatrix} \frac{x_1 - X_1}{d_{11}} & \frac{y_1 - Y_1}{d_{11}} & \frac{X_1 - x_2}{d_{12}} & \frac{Y_1 - y_2}{d_{12}} \\ \frac{x_1 - X_2}{d_{21}} & \frac{y_1 - Y_2}{d_{21}} & \frac{X_2 - x_2}{d_{22}} & \frac{Y_2 - y_2}{d_{22}} \\ \frac{x_1 - X_3}{d_{31}} & \frac{y_1 - Y_3}{d_{31}} & \frac{X_3 - x_2}{d_{32}} & \frac{Y_3 - y_2}{d_{32}} \\ \frac{x_2 - x_1}{d} & \frac{y_2 - y_1}{d} & \frac{x_1 - x_2}{d} & \frac{y_1 - y_2}{d} \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Warto w tym miejscu podkreślić, że liczba równań w (1), a więc i liczba wierszy w (5) będzie większa dla przypadków, w których  $N > 3$ .

Algorytm służący do estymacji położenia MS został zaimplementowany w uniwersalnym środowisku obliczeń matematycznych MATLAB.

### 4. WYNIKI BADAŃ SYMULACYJNYCH

Jakość estymacji położenia obiektów z zastosowaniem opracowanej metody radiolokalizacyjnej oceniono na podstawie wyników badań symulacyjnych. Podczas badań symulacyjnych przyjęto następujący model: stacje bazowe zostały rozmieszczone równomiernie na okręgu o promieniu  $R$ ; wewnątrz okręgu są generowane losowo współrzędne pierwszego nadajnika na obiekcie; następnie drugi nadajnik umieszczony jest na losowo wykreślonym azymucie w zadanej odległości  $d$  od położenia pierwszego nadajnika. Za pomocą algorytmu Newtona (NA) estymuje się współrzędne obu nadajników na obiekcie. W procesie rozwiązywania układu równań (1) dla każdego rozpatrywanego przypadku przyjęto wektor początkowy o współrzędnych początkowych i końcowych odpowiednio  $(0,0)$  i  $(d,0)$ . Odpowiada to sytuacji, w której nie jest znane przybliżone położenie lub orientacja śledzonego obiektu (np. z poprzednich pomiarów). Założono również, że odległość pomiędzy nadajnikami umieszczonymi na MS jest równa  $d = 0,1R$ .

Narzędzie symulacyjne opracowano w środowisku MATLAB. Podczas badań symulacyjnych uwzględniono błąd pomiaru różnicy odległości  $\Delta d_n$  pomiędzy dwoma

nadajnikami i stacjami bazowymi o rozkładzie normalnym ( $\delta_i$ ). Do modelowania tego błędu użyto funkcji *randn* w następujący sposób

$$\delta_d = \sigma \cdot \text{randn}, \quad (6)$$

gdzie  $\sigma$  jest odchyleniem standardowym pomiarów różnicy odległości. Podczas badania symulacyjnego każdy przypadek powtórzono 10 000 razy [3].

Na podstawie wyników uzyskanych z badań symulacyjnych wykreślono dystrybuantę CDF (*Cumulative Distribution Functions*) błędu bezwzględnego  $\delta$ , opisanego zależnością (7)

$$\delta = \sqrt{(\hat{x} - x)^2 + (\hat{y} - y)^2}, \quad (7)$$

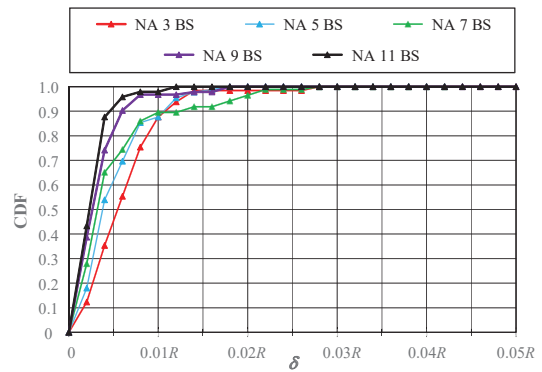
gdzie  $(\hat{x}, \hat{y})$  reprezentują estymaty współrzędnych MS, natomiast  $(x, y)$  to rzeczywiste współrzędne MS, przy czym założono, że

$$\hat{x} = \frac{\hat{x}_1 + \hat{x}_2}{2}, \quad \hat{y} = \frac{\hat{y}_1 + \hat{y}_2}{2}, \quad (8)$$

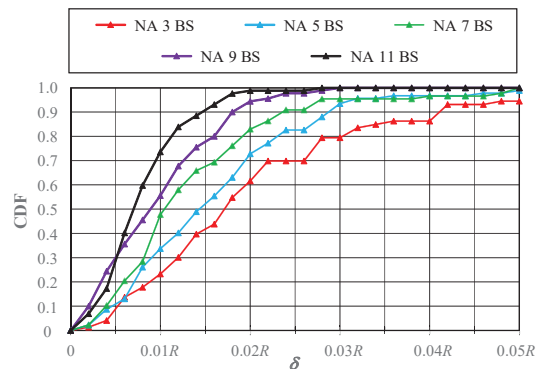
$$x = \frac{x_1 + x_2}{2}, \quad y = \frac{y_1 + y_2}{2}. \quad (9)$$

Jak wiadomo, NA jest algorytmem iteracyjnym, który jest wrażliwy na postać wektora startowego do pierwszej iteracji. Im bliższy poprawnemu rozwiązaniu jest wektor rozwiązań początkowych, tym szybciej algorytm znajduje to rozwiązanie. W naszych rozważaniach wektor początkowy był zawsze taki sam, co oznacza stałą pozycję w punkcie początkowym i stałą orientację. W badaniach symulacyjnych przyjęto kryterium zbieżności w postaci normy opisanej zależnością  $\|(\mathbf{J}^T \cdot \mathbf{J})^{-1} \cdot \mathbf{J}^T \cdot \mathbf{f}\|$ . Maksymalna liczba iteracji wynosiła 1 000. Jeżeli w trakcie działania algorytmu po 1 000 iteracji wartość normy nie spadała poniżej przyjętego progu, program symulacyjny przerywano i wybierano losową postać wektora startowego.

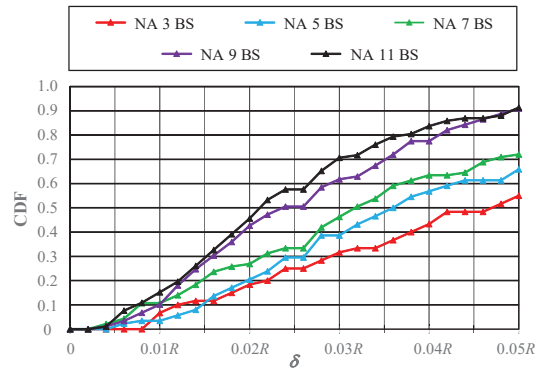
Dla przyjętej topologii sieci sensorowej, składającej się z różnej liczby stacji bazowych (od 3 do 11) analizowano dokładność estymacji położenia MS z zastosowaniem algorytmu Newtona i trzech wartości odchylen standardowych  $\sigma$  błędów pomiaru różnic odległości. W celu uogólnienia wniosków otrzymane wyniki wyrażano w promieniu  $R$  badanego obszaru. Wyniki badań symulacyjnych przedstawiono na rysunkach od rys. 2 do rys. 4. Uzyskane wyniki są zgodne z oczekiwaniami. Na przykład, dla  $\sigma = \sqrt{10^{-7}} R$  i dla 7 stacji bazowych w 90 % przypadków błąd bezwzględny  $\delta$  nie przekraczał 0,01R, co dla promienia  $R = 1\,000$  m przekłada się na błąd estymacji położenia MS nie gorszy niż 10 m. Dla tej samej konfiguracji sieci stacji bazowych dla  $\sigma = \sqrt{10^{-6}} R = 0,001R$ , błąd  $\delta$  w 90 % przypadków nie jest gorszy niż 25 m. Jak można było oczekiwać, najgorsze wyniki uzyskano w przypadku, gdy odchylenie standardowe pomiarów różnicy odległości było największe z rozważanych (rys. 4). Przywołując powyższy przykład, w którym  $R = 1\,000$  m, tylko dla 11 stacji bazowych, bezwzględny błąd położenia obiektu w 90 % przypadków nie jest gorszy niż 50 m.



Rys. 2. Dystrybuanta (CDF) błędu bezwzględnego położenia obiektu  $\delta$  z zastosowaniem algorytmu Newtona (NA). Założono, że odchylenie standardowe błędów pomiarów różnicy odległości  $\sigma = \sqrt{10^{-7}} R$ .



Rys. 3. Dystrybuanta (CDF) błędu bezwzględnego położenia obiektu  $\delta$  z zastosowaniem algorytmu Newtona (NA). Założono, że odchylenie standardowe błędów pomiarów różnicy odległości  $\sigma = \sqrt{10^{-6}} R = 0,001R$ .

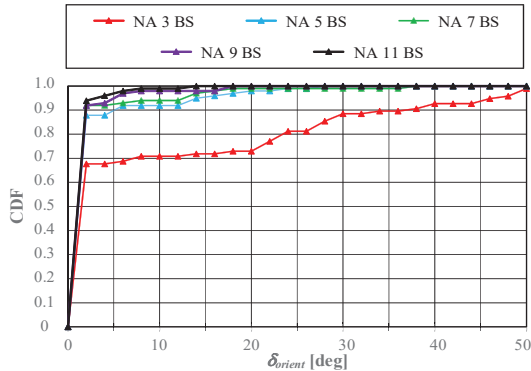


Rys. 4. Dystrybuanta (CDF) błędu bezwzględnego położenia obiektu  $\delta$  z zastosowaniem algorytmu Newtona (NA). Założono, że odchylenie standardowe błędów pomiarów różnicy odległości  $\sigma = \sqrt{10^{-5}} R$ .

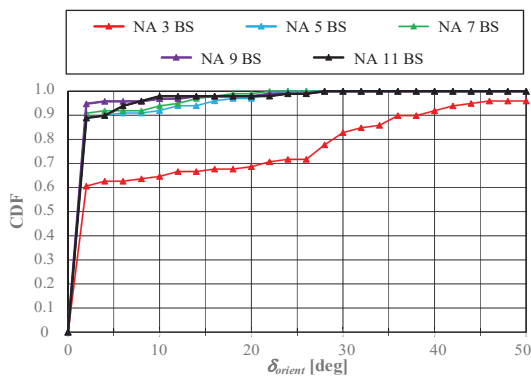
Niewątpliwą zaletą opracowanej metody jest możliwość jednoczesnego oszacowania położenia obiektu i jego orientacji. Stosując opisany powyżej model symulacyjny i przyjęte założenia przeprowadzono badania, w wyniku których uzyskano rodzinę krzywych CDF błędu orientacji  $\delta_{orient}$  określoną zgodnie z zależnością

$$\delta_{orient} = \left| \arctan \left( \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \right) - \arctan \left( \frac{\hat{y}_2 - \hat{y}_1}{\hat{x}_2 - \hat{x}_1} \right) \right|. \quad (10)$$

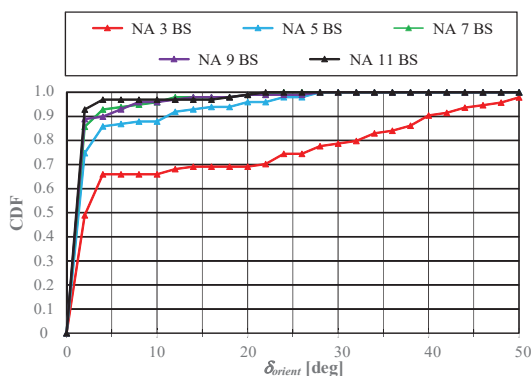
Wyniki badań symulacyjnych przedstawiono na rysunkach od rys. 5 do rys. 7. Z analizy uzyskanych wyników dotyczących błędu orientacji dla wszystkich rozpatrywanych przypadków należy zauważyć, że większość wyników ogranicza się do błędu poniżej 10 stopni.



Rys. 5. Dystrybuanta (CDF) błędu orientacji  $\delta_{orient}$  z zastosowaniem algorytmu Newtona (NA). Założono, że odchylenie standardowe błędów pomiarów różnicy odległości  $\sigma = \sqrt{10^{-7}} R$ .



Rys. 6. Dystrybuanta (CDF) błędu orientacji  $\delta_{orient}$  z zastosowaniem algorytmu Newtona (NA). Założono, że odchylenie standardowe błędów pomiarów różnicy odległości  $\sigma = \sqrt{10^{-6}} R = 0,001R$ .



Rys. 7. Dystrybuanta (CDF) błędu orientacji  $\delta_{orient}$  z zastosowaniem algorytmu Newtona (NA). Założono, że odchylenie standardowe błędów pomiarów różnicy odległości  $\sigma = \sqrt{10^{-5}} R$ .

W krótkim podsumowaniu wyników badań symulacyjnych można stwierdzić, że opracowana nowa metoda lokalizacji obiektów na podstawie dwóch jednocześnie emitowanych sygnałów ma duży potencjał aplikacyjny. Przewidywaną dokładność estymacji położenia i orientacji można oszacować na podstawie wyników przeprowadzonych symulacji poprzez odpowiednie skalowanie błędów pomiarowych i obszaru działania systemu.

## 5. PODSUMOWANIE

W artykule przedstawiono nową asynchroniczną metodę radiolokacyjną. Nowością w tej metodzie jest jednoczesna transmisja sygnałów lokalizacyjnych przez dwa nadajniki umieszczone w znanej odległości od siebie na lokalizowanym obiekcie. Analiza matematyczna zaproponowanej metody została przeprowadzona z uwzględnieniem szczegółów implementacji algorytmu Newtona do rozwiązywania układu równań algebraicznych.

Przedstawiono wyniki przeprowadzonych badań symulacyjnych zaproponowanej metody dla trzech przypadków (dla trzech różnych wartości wariancji błędów pomiarowych). Wykreślono trzy zestawy charakterystyk CDF w funkcji błędu bezwzględnego i błędu orientacji. Otrzymane wyniki wskazują, że zaproponowana metoda, opisana układem równań nieliniowych, prowadzi do uzyskania rzeczywistego położenia i orientacji lokalizowanego obiektu.

Zaproponowana metoda może mieć szerokie zastosowanie, zwłaszcza do lokalizowania obiektów o dużych gabarytach, takich jak statki i samoloty. Istotnym sektorem rynku mogą być również mobilne platformy autonomiczne, bezzałogowe lub wspomagane przez pilota, zarówno naziemne, morskie, jak i powietrzne. Przewagą zaproponowanego rozwiązania nad obecnie stosowanymi systemami nawigacyjnymi i lokalizacyjnymi, zarówno powietrznymi, jak i morskimi, jest pozyskiwanie nie tylko informacji lokalizacyjnych, ale również informacji o orientacji nadzorowanego obiektu. Takie rozwiązania nie są obecnie stosowane w praktyce. Na przykład orientacja statków w systemie automatycznej identyfikacji AIS (Automatic Identification System) jest zwykle pobierana z pokładowego żyrokompasu, a nie określana autonomicznie przez system lokalizacyjny. Jednak faktyczne zainteresowanie zaproponowaną techniką jednoczesnego określania położenia i orientacji obiektu będzie w dużej mierze zależać od pracy i decyzji jednostek administracyjnych odpowiedzialnych za przepisy dotyczące bezpieczeństwa realizacji operacji (powietrznych lub morskich) lub określenie minimalnego wyposażenia pojazdów/platform niezbędnego do dopuszczenia do ruchu.

## LITERATURA

- [1] Foy Wade H. 1976. "Position-Location Solutions by Taylor-Series Estimation", *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems AES-12* (2): 187-194.
- [2] Sadowski Jarosław, Stefański Jacek. 2021. „Sposób jednoczesnego wyznaczania położenia i orientacji obiektu, zwłaszcza będącego w ruchu”. *Zgłoszenie patentowe w UPRP*, nr P.43919.
- [3] Stefański Jacek, Sadowski Jarosław, 2020. "Sensor Position Estimation Method for IoT Using Mobile Reference Node". *IEEE Access* 8: 79287-79298.