

# Ocena wpływu drgań komunikacyjnych na budynki za pomocą maszynowego uczenia

## *Assessment of the impact of traffic-induced vibrations on buildings using machine learning*

DOI: 10.15199/33.2023.11.02

**Streszczenie.** Drgania komunikacyjne mogą powodować spękania tynków, zarysowania, a nawet zawalenie się budynku. Pomiarzy na rzeczywistych obiektach są pracochłonne i kosztowne, a nie zawsze uzasadnione. Należy więc utworzyć model, dzięki któremu można przewidzieć szkodliwe oddziaływanie drgań komunikacyjnych na budynek. Po przeprowadzeniu własnych badań pomiarowych oraz analizie literatury utworzono model bazujący na maszynach wektorów wspierających, uwzględniając następujące czynniki: stan budynku; odległość budynku od krawędzi drogi; absorpcję drgań w gruncie; typ nawierzchni; stan nawierzchni oraz rodzaj pojazdu. Wyniki analiz pokazują, że uczenie maszynowe jest obiecującym narzędziem w prognozowaniu wpływu drgań komunikacyjnych na budynki, ponieważ odznacza się wiarygodnością nawet ponad 84%.

**Słowa kluczowe:** budynki; drgania; zarządzanie eksploatacją; uczenie maszynowe.

**Abstract.** Traffic induced vibrations may cause plaster cracks, scratches and even collapse of the building. The measurements on real structures are laborious and expensive, and not always justified. The aim is to create a model that can predict the risk of harmful impact of traffic-induced vibrations on the building. After carrying out own measurement studies and analyzing the literature, a model based on Support Vector Machines has been created, taking into account the following factors: building condition, distance of the building from the road edge, soil absorption, type of pavement, condition of the pavement and type of vehicle. The results show that machine learning is a likely tool in forecasting the impact of traffic-induced vibrations on buildings, with high reliability, even over 84%.

**Keywords:** buildings; vibrations; operational management; machine learning.

Długotrwałe drgania komunikacyjne mogą powodować zarysowania i spękania tynków w budynku, odpadanie wypraw, zarysowanie konstrukcji, pękanie elementów konstrukcji lub nawet zawalenie się budowli [1]. Problem drgań komunikacyjnych jest coraz bardziej powszechny z powodu urbanizacji rejonów podmiejskich. Wiele obiektów jest budowanych w pobliżu dróg, a także powstaje coraz więcej sieci dróg zarówno lokalnych, jak i szybkiego ruchu. Pomiarzy drgań na rzeczywistych konstrukcjach są pracochłonne i kosztowne, a nie zawsze uzasadnione. Współczesna nauka bogata jest w systemy, narzędzia badawcze i programy komputerowe wspomagające podjęcie decyzji dotyczącej wyboru takich rozwiązań, aby były one zarówno niezawodne, jak i tanie. Z tego powodu coraz częściej stosuje się metody przybliżone. Najważniejsze, aby umożliwiły one uzyskanie zadowalającego wyniku, nawet jeżeli nie jest on dokładny. Przykładem takiego podejścia jest **uczenie maszynowe (UM)** bazujące na zastosowaniu inteligentnych algorytmów w rozwiązywaniu problemów, takich jak klasyfikacja, regresja, ale także klasteryzacja i redukcja wymiarów. Przykładem metody UM jest **algorytm maszyn wektorów wspierających (MWW)** [2, 3]. Uczenie maszynowe zastosowano już w eksploatacji budynków [4]. Opracowano bowiem system z wykorzystaniem sztucznej inteligencji i uczenia ma-

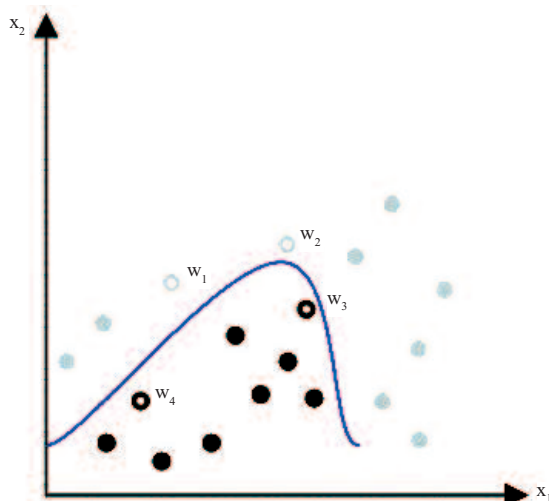
szynowego, wspomagający wykrycie zagrożenia, na przykład w postaci pożaru, na podstawie analizy obrazu pochodzącego z monitoringu. Z pokrewnych tematów przytoczyć należy także pracę Firka i in. [5, 6], której celem było utworzenie modelu zużycia technicznego budynków zlokalizowanych na terenach górniczych, poddanych oddziaływaniom parasejsmicznym. Przegląd wiedzy wskazuje, że uczenie maszynowe może mieć powszechne zastosowanie, a jego wdrożenie w budownictwie może pozytywnie wpłynąć na rozwój technologii oraz obniżenie kosztów eksploatacji obiektów przy jednoczesnej minimalizacji ryzyka wystąpienia skutków niepożądanych [7 – 10].

### Metoda badań

MWW pozwalają na rozwiązywanie dwóch podstawowych zagadnień inżynierskich: klasyfikacji i regresji. W przypadku drgań komunikacyjnych celem jest klasyfikacja zmiennych i przydzielenie ich do dwóch klas: budynki bezpieczne i budynki potencjalnie zagrożone. Zadanie MWW sprowadza się do wyznaczenia granicy – separatora, który rozdzieli dane w oczywisty sposób na zadane podzbiory. Celem takiego działania jest przysłała klasyfikacja nowych danych, w przypadku których nie jest znana przynależność na podstawie pomiarów *in situ*. Takie narzędzie ma ułatwić użytkownikowi podjęcie decyzji o dalszym postępowaniu z budynkiem, zanim zdecyduje się wykonać badania pomiarowe. W metodzie MWW zakłada się, że zmienne wejściowe są wzajemnie niezależne i mają taki sam rozkład prawdopodobieństwa. Dotyczy to za-

<sup>1)</sup> Politechnika Gdańska, Wydział Inżynierii Lądowej i Środowiska; annjakub@pg.edu.pl

równu próbek uczących, jak i testowych. W przypadku, gdy funkcja rozdzielająca zbiory jest liniową funkcją ciągłą (lub hiperpłaszczyzną sprowadzoną do funkcji liniowej), to ten zbiór nazywa się separowalnym liniowo [11]. Natomiast, gdy problem jest nieseparowalny liniowo (rysunek 1), należy dokonać transformacji problemu do innej przestrzeni, np. z przestrzeni  $X$  do  $Z$ . Wektory nośne będą wtedy leżały w przestrzeni  $Z$ , a w przestrzeni  $X$  widać tylko ich rzuty – punkty. Funkcja celu maszyny wektorów nośnych w przestrzeni  $X$  przedstawiona została w publikacjach [4 – 6]. Matematyczną postać algorytmu opisano w [11 – 13]. Do transformacji wykorzystano funkcje jądrowe – kernele  $K(x, y)$  – funkcja jądrowa liniowa, wielomianowa, potencjalna funkcja bazowa, sigmoidalna [13].



Rys. 1. Wizualizacja rozwiązania problemu klasyfikacji nieseparowalnej liniowo z zaznaczonymi wektorami wspierającymi ( $w_1 - w_4$ ) na podstawie [11, 12]

Fig. 1. Visualization of the solution to the problem of linearly non-separable classification with selected support vectors ( $w_1 - w_4$ ) based on [11, 12]

**Drgania komunikacyjne.** Drgania budynku wywołane są najczęściej falami rozprzestrzeniającymi się w gruncie, czyli w ośrodku sprężystym, i docierającymi do fundamentów [1]. Istotne jest zatem określenie źródła drgań, drogi propagacji oraz wskazanie odbiornika drgań, którym może być zarówno obiekt budowlany, jak i człowiek lub urządzenia znajdujące się w budynku. Już w fazie projektowania, a później eksploatacji, należy zwrócić uwagę na możliwość występowania drgań komunikacyjnych.

Użytkownicy budynku często subiektywnie odczuwają drgania i zgłaszają potrzebę wykonania pomiarów, a po wykonaniu badań za pomocą specjalistycznego sprzętu często okazuje się, że nie ma bezpośredniego zagrożenia obiektu. Przeprowadzanie takich badań może więc okazać się niekiedy nieopłacalne z ekonomicznego punktu widzenia. Nowoczesna, wciąż rozwijająca się technologia przynosi wiele możliwości rozwiązania tego typu problemów. Pojawia się zatem potrzeba opracowania efektywnych metod prognozowania wpływu drgań komunikacyjnych na budynki mieszkalne, które będą proste w zastosowaniu przez użytkownika. W związku z tym należy opracować model, dzięki któremu można będzie przewidzieć, z zadowalającym prawdopodobieństwem, zagrożenie oddziaływania dynamicznego na badany budynek, nie wykonując pracochłonnych pomiarów polowych.

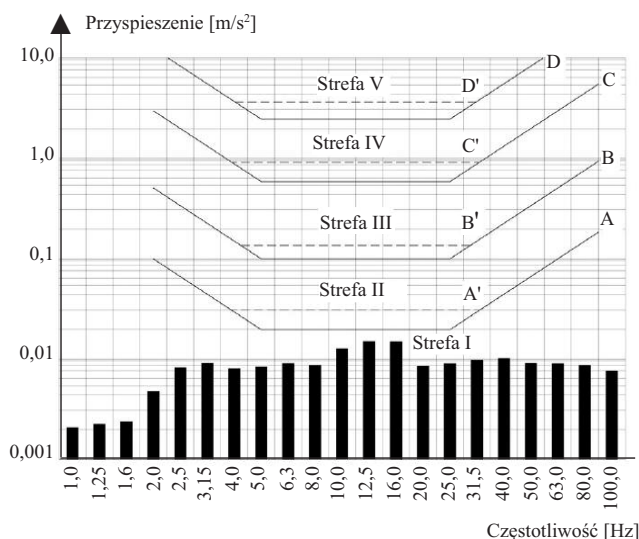
W celu utworzenia bazy danych do tego modelu przeprowadzono badania eksperymentalne wpływu drgań na budynki zgodnie z normą [14]. W przypadku każdego badanego budynku (fotografia) wykonywano protokół zawierający datę wykonania badania, warunki pogodowe, charakterystykę budynku, dokumentację fotograficzną, odległość od krawędzi drogi, rodzaj i stan nawierzchni, a także stan budynku. Równie ważnym parametrem było ustalenie rodzaju gruntu, w którym przenoszone są fale. Dla rodzaju gleby, określonego na podstawie Centralnej Bazy Danych Geologicznych [15], ustalono współczynnik absorpcji drgań, tj. przybliżony parametr wynikający z wielu badań terenowych, który może być wykorzystany w przybliżonych metodach predykcyjnych [1]. Do aparatury pomiarowej podłączano piezoelektryczne czujniki przyspieszeń w przydzielonych im gniazdach, które wcześniej odpowiednio skonfigurowano. W badaniach używano sześciu czujników montowanych na ścianie fundamentowej budynku równoległej do ulicy, tuż nad poziomem gruntu tak, aby umożliwić pomiar w dwóch prostopadłych do siebie kierunkach poziomych. Po podłączeniu czujników i ustawieniu aparatury, przeprowadzano kalibrację. Na komputerze podłączonym do aparatury pomiarowej rejestrowano przebieg czasowy przyspieszenia różnych pojazdów: samochodów osobowych; autobusów o dwóch osiach; samochodów dostawczych i ciężarowych o masie całkowitej do 10 t oraz autobusów i samochodów ciężarowych o masie ponad 10 t i o więcej niż dwóch osiach. W zależności od pory dnia oraz intensywności ruchu odbywającego się przy budynku rejestrowano 15 – 50 przejazdów różnego typu pojazdów. Każdy z nich trwał 6 – 10 s. Do badań przyjęto, że miarodajny czas trwania drgań to czas, w którym wartości amplitud są większe niż 0,2 wartości ekstremalnej [1]. Wyniki pomiarów poddano filtracji w przedziale częstotliwości 1 – 100 Hz. Analizę wykonano w pasmach tercjowych (1/3 oktawowych). Należało zatem wyznaczyć ekstremalne wartości amplitud i nanieść je na wykres skali wpływów dynamicznych (SWD), a następnie odczytać, w jakiej strefie znajduje się obiekt w danej sytuacji pomiarowej (rysunek 2). Badania eksperymentalne obejmowały budynki murowane, jednorodzinne i wielorodzinne znajdujące się w Polsce, zlokalizowane blisko drogi (1,91 – 22,5 m), wznoszone w technologii tradycyjnej. Na potrzeby modelu wszystkie przypadki zostały podzielone na 2 grupy (zgodnie z normą [14]):



Przykładowy budynek badany pod kątem wpływu drgań wywołanych ruchem drogowym

Fot. autor  
An example building tested for the impact of traffic-induced vibrations

Photo: author



Rys. 2. Wyniki przykładowej analizy normowej budynku jednorodzinnego

Fig. 2. The results of an exemplary standard analysis for a single-family building

Rys. autor  
Fig. author

1) budynki o zwartym kształcie, małych wymiarach zewnętrznych rzutu poziomego (maksymalna długość 15 m), jedno- lub dwukondygnacyjne; wysokość budynku nie może przekraczać wymiarów rzutu poziomego;

2) budynki do pięciu kondygnacji; wysokość budynku nie może przekraczać podwójnej najkrótszej szerokości.

Strefy szkodliwości oznaczone są cyframi rzymskimi i są zdefiniowane szczegółowo w normie [14]. Na potrzeby modelu podzielono zatem przypadki na 2 klasy:

- strefa I (bezpieczna) – drgania nieodczuwalne przez budynek;

- strefa II – V (prawdopodobieństwo wpływu drgań 84%) – stan od drgań odczuwalnych przez budynek (np. pęknięcie tynków), aż po awarię czy katastrofę budowlaną.

Wyniki pomiarów oraz charakterystyka sytuacji pomiarowej stanowiły dane wejściowe do budowy modelu.

**Parametry wejściowe i wyjściowe modelu.** Celem badań jest wykorzystanie MWW do prognozowania wpływu drgań komunikacyjnych wywołanych ruchem drogowym na budynki mieszkalne. Sygnały wejściowe przyjęto na podstawie normy [14] oraz publikacji [1] i są to: odległość budynku od krawędzi drogi (zmienna ilościowa); stan i rodzaj nawierzchni; stan budynku, typ pojazdu oraz absorpcja drgań w gruncie (zmienna jakościowa). Sygnałem wyjściowym jest informacja, czy istnieje zagrożenie negatywnego oddziaływania drgań na budynki, czy nie. Brak zagrożenia wskazuje na I strefę wpływu drgań, wg SWD, czyli brak oddziaływań komunikacyjnych na budynki. W przypadku, gdy algorytm prognozuje możliwe zagrożenie, jest to wskazanie do wykonania pomiarów in situ, ponieważ może to oznaczać, że dany budynek znajduje się w strefie II lub w wyższej. Algorytm maszyn wektorów wspierających opracowano na podstawie zasad opisanych w literaturze [11 – 13]. Pierwszym krokiem było utworzenie bazy danych niezbędnych do rozpoczęcia budowy algorytmu, czyli wykonanie pomiaru drgań na budynkach. Źródłem danych były zarówno pomiary własne, jak i wyniki in-

nych badaczy. Łącznie zgromadzono 65 przypadków [16 – 22]. Za sygnały wejściowe przyjęto czynniki (zmiennie niezależne) ustalone podczas pomiarów polowych, takich jak:  $B_{ST}$  – stan budynku (w zakresie zły, średni, dobry);  $B_{DO}$  – odległość budynku od krawędzi drogi (w zakresie 1,91 – 22,5 m);  $G_A$  – absorpcja gruntu (w zakresie zła, średnia, dobra);  $D_N$  – typ nawierzchni (bitumiczna, gruntowa, kostka brukowa, płyty jumbo);  $D_{STN}$  – stan nawierzchni (zły, średni, dobry);  $P$  – rodzaj pojazdu (typ1, typ2, typ3). Pod względem statystycznym przypadki układają się następująco: stan budynku – dobry; odległość od krawędzi drogi – średnio 9,71 [m]; absorpcja drgań – średnia; stan nawierzchni – średni; rodzaj nawierzchni oraz typ pojazdu są rozłożone po równo we wszystkich klasach, przypadki z wynikiem oznaczającym nawet minimalny wpływ drgań na budynek (strefa II i wyższe) stanowią 25% wszystkich. Pozostałe 75% przypadków to budynki znajdujące się w strefie I – bezpiecznej. W związku z faktem nierównomiernego rozłożenia próbek, zastosowano karę, aby uniknąć niepoprawnego klasyfikowania przypadków klasy z negatywnym wynikiem „1” do klasy liczniejszej z pozytywnym wynikiem, czyli „0”.

Wektor wejścia przyjęto następująco:  $x_{(6x1)} = \{B_{ST}, B_{DO}, G_A, D_N, D_{STN}, P\}$ . Jako sygnał wyjściowy ustalono dwie klasy o wartościach:

- 0 – brak wpływu drgań na budynek – zgodnie z normą strefa I [14];

- 1 – prawdopodobny wpływ drgań na budynek – wg normy [14], możliwa strefa II – V, w tym przypadku zalecane badania in situ.

Wektor wyjścia ma zatem postać:  $y_{(1x1)} = \{y\}$ ;  $y \in \{0, 1\}$ .

## Analiza wyników

Model MWW przetestowano w przypadku czterech różnych funkcji jądrowych. Był to algorytm klasyfikacji binarnej, ponieważ założono dwie klasy zbiorów: zbiór przypadków, dla których istnieje zagrożenie wpływu drgań komunikacyjnych na budynki oraz zbiór przypadków bezpiecznych. Podzielono losowo wszystkie przypadki na 2 zbiory: uczący i testowy. Do zbioru uczącego przydzielono losowo 49 próbek, co stanowi 75,4% wszystkich próbek oraz 16 próbek dla zbioru testującego, stanowiących 24,6% ogółu. W celu wyznaczenia optymalnych wartości stałych uczenia zastosowano sprawdzian krzyżowy. W związku z tym, że przypadki rozkładały się nierównomiernie na wynikowe klasy, zastosowano karę, aby uniknąć niepoprawnego klasyfikowania przypadków klasy „1” do klasy liczniejszej, czyli „0”. Funkcje jądrowe przyjęto kolejno jako funkcję liniową, wielomianową, radialną oraz funkcję bazową i sigmoidalną [12]. W przypadku każdego maszyny, z każdym rodzajem kernela, wykonano dziesięciokrotnie sprawdzian krzyżowy. Dzięki temu wyznaczono optymalną wartość parametrów uczenia. Wiarygodność działania algorytmu oceniono na podstawie błędów, z jakimi rozpoznał on przynależność obiektów ze zbioru wszystkich danych oraz zbioru danych uczących i testowych do zdefiniowanych wcześniej wzorców. Uzyskano w ten sposób tzw. macierz pomyłek, z której odczytać można, w ilu przypadkach model poprawnie sklasyfikował dane.

Biorąc pod uwagę cztery funkcje jądrowe wykorzystane do budowy modelu, można zauważyć, że w zbiorze testowym wszystkie osiągnęły tę samą poprawność (81,25%). Natomiast, w przypadku próbek uczących, kernel wielomianowy stopnia trzeciego i radialna funkcja bazowa osiągnęły lepszą predykcję, która wyniosła 85,11%. Z tabeli wynika, że najlepszą trafność ogólną (84,13% predykcji) otrzymano przy wykorzystaniu wielomianu stopnia trzeciego i radialnej funkcji bazowej. Analizując każdą próbkę z osobna, stwierdzono, że żaden z przypadków z negatywnym wynikiem pomiarowym (budynek zagrożony) nie został zakwalifikowany jako bezpieczny. Błędy predykcji wynikają zatem jedynie z przydzielenia przez algorytm budynków bezpiecznych do przypadków zagrożonych (predykcja po bezpiecznej stronie).

**Podsumowanie predykcji w przypadku MWW**  
*The summary of SVM predictions*

Rodzaj kernela	Trafność klasyfikacji [%]		
	zbiór uczący	zbiór testowy	ogólna
Liniowa	82,98	81,25	82,54
Wielomianowa	85,11	81,25	84,13
Radialna bazowa	85,11	81,25	84,13
Sigmoidalna	74,47	81,25	76,19

W pierwszym kroku utworzono bazę danych zawierającą wyniki pomiarów drgań w budynkach mieszkalnych, wykorzystując zarówno badania własne, jak i innych badaczy [16 – 22]. Algorytm na bazie MWW przetestowano w przypadku czterech różnych funkcji jądrowych. Maszynę wektorów wspierających utworzono dla wektora zmiennych wejściowych  $x_{(6 \times 1)} = \{B_{ST}, B_{DO}, G_A, D_N, D_{STN}, P\}$ . Na etapie testów brano pod uwagę również inne kombinacje parametrów wejściowych, ale przedstawiony w artykule model osiągnął najlepsze rezultaty. Oznacza to, że najlepszą kombinacją czynników wejściowych w analizowanych przypadkach predykcji drgań komunikacyjnych są: stan techniczny budynku  $B_{ST}$ ; odległość między budynkiem i krawędzią drogi  $B_{DO}$ ; absorpcja drgań w gruncie  $G_A$ ; rodzaj nawierzchni  $D_N$ ; stan techniczny nawierzchni  $D_{STN}$  oraz typ pojazdów poruszających się po drodze  $P$ . Z wyników pokazanych w artykule wyraźnie widać, że maszynowe uczenie, w tym przypadku maszyna wektorów wspierających, jest bardzo dobrą metodą do prognozowania wpływu drgań drogowych na budynki mieszkalne. Wyniki uzyskane dzięki autorskiemu modelowi są zadowalające, jeśli chodzi o wiarygodność, która osiąga na tym etapie 84% poprawności, a model jest w trakcie poszerzania bazy danych w celu zwiększenia wiarygodności. Jednocześnie należy podkreślić, że algorytm może być użyteczny z punktu widzenia użytkownika zarówno podczas projektowania, jak i eksploatacji obiektu, ponieważ do prognozowania niezbędne są jedynie dane ogólnodostępne i proste do określenia.

**Literatura**

[1] Dulińska J, Kawecki J, Kozioł K, Stypuła K, Tataro T. 2014. Oddziaływanie Parasejsmiczne Przekazywane na Obiekty Budowlane. Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej, Kraków.

[2] Asefa T, Kembłowski M, McKee M, Khalil A. 2006. Multi-time scale stream flow predictions: the support vector machines approach. *Journal of Hydrology*, 318 (1–4): 7 – 16.

[3] Çevik A, Kurtoğlu AE, Bilgehan M, Gülşan ME, Albegmri HM. Support vector machines in structural engineering: a review. *Journal of Civil Engineering and Management*. 2015; 21 (3): 261 – 281.

[4] Wabik W. Monitoring system to detect potential dangerous situations. *Studia Informatica*. 2012; 33 (2B): 497 – 508.

[5] Firek K, Rusek J, Wodyński A. Wybrane metody eksploracji danych i uczenia maszynowego w analizie stanu uszkodzeń oraz zużycia technicznego zabudowy terenów górniczych. *Przegląd Górniczy*. 2016; 72 (1): 50 – 55.

[6] Jędrzejczyk A, Firek K, Rusek J. Convolutional neural network and support vector machine for prediction of damage intensity to multi-storey prefabricated RC buildings. *Energies*. 2022; 15 (13): 4736.

[7] Chen WH, Hsu SH, Shen HP. Application of SVM and ANN for intrusion detection. *Computers and Operations Research*. 2005; 32 (10): 2617 – 2634.

[8] Cherkassky V, Ma Y. Practical selection of SVM parameters and noise estimation for SVM regression. *Neural Networks*. 2004; 17 (1): 113 – 126.

[9] Shao M, Wang X, Bu Z, Chen X, Wang Y. Prediction of energy consumption in hotel buildings via support vector machines. *Sustainable Cities and Society*. 2020; 57: 102128.

[10] Tamilarasi R, Prabu S. Automated building and road classifications from hyperspectral imagery through a fully convolutional network and support vector machine. *The Journal of Supercomputing*. 2021; 77: 13243 – 13261.

[11] Haykin S. *Neural Networks and Machine Learning*. Pearson Prentice Hall, New Jersey. 2009; USA.

[12] Souza CR. Kernel functions for machine learning applications. *Creative Commons Attribution–Noncommercial–Share Alike*. 2010; 3, 29.

[13] Cristianini N, Shawe-Taylor J. *An Introduction to Support Vector Machines and Other Kernel-based Learning Methods*. Cambridge University Press. 2000; UK.

[14] PN-B-02170:2016–12. Ocena szkodliwości drgań przekazywanych przez podłoże na budynki: Evaluation of the harmfulness of building vibrations due to ground motion, Polish Committee for Standardization of Measurement and Quality, 2016 (in Polish).

[15] Centralna Baza Danych Geologicznych. <http://baza.pgi.gov.pl> (dostęp online: 27.12.2016).

[16] Jakubczyk-Gałczyńska A. Predicting the impact of traffic-induced vibrations on buildings using artificial neural networks. *Matec Web of Conferences*. 2018, 219. 2nd Baltic Conference for Students and Young Researchers. <https://doi.org/10.1051/mateconf/201821904004>.

[17] Jakubczyk-Gałczyńska A, Kristowski A, Jankowski R., Application of support vector machine for determination of impact of traffic-induced vibrations on buildings. *Advances in Intelligent Systems and Computing*. 2018; 637: 161 – 167.

[18] Siemaszko A, Jakubczyk-Gałczyńska A, Jankowski R. The idea of using Bayesian networks in forecasting impact of traffic-induced vibrations transmitted through the ground on residential buildings. *Geosciences*; 2019; 9 (8), 339.

[19] Chyży T, Czech KR, Malesza M, Miedziałowski C. 2009. Badania i ocena wpływów drgań drogowych w zespole budynków zabytkowych. *Wiadomości Konserwatorskie*. 2009; 26: 499 – 509.

[20] Czech R, Miedziałowski C, Chyży T. Wpływ poprawy stanu drogi na redukcję drgań w zabytkowym kompleksie budynków. *Materiały Budowlane*. 2015; 6: 105 – 106.

[21] Kawecki J, Stypuła K. Diagnozy a posteriori wpływów drgań drogowych na budynki. XXIV Konferencja Naukowo-Techniczna Awarie Budowlane, Szczecin – Międzyzdroje. 2009; 539 – 546.

[22] Stypuła K. Wpływ drgań na budynki i ludzi w budynkach – rola badań in situ. 2015 [on-line], [dostęp 17 grudnia 2017 r.]. <http://www.map.piib.org.pl/materiały-szkoleniowe>.

Przyjęto do druku: 17.08.2023 r.