



Imię i nazwisko autora rozprawy: Karol Rejowski  
Dyscyplina naukowa: Inżynieria lądowa, geodezja i transport

## ROZPRAWA DOKTORSKA

Tytuł rozprawy w języku polskim: Uprozczone metody obliczania wyboczenia silosów z blachy falistej wzmocnionych słupami na podstawie analizy MES i wyników doświadczalnych

Tytuł rozprawy w języku angielskim: Simplified methods for calculating the buckling of corrugated steel silos with columns based on FEM analysis and experimental results

Promotor

*podpis*

dr hab. inż. Piotr Iwicki, prof. PG



## OŚWIADCZENIE

Autor rozprawy doktorskiej: Karol Rejowski

Ja, niżej podpisany(a), oświadczam, iż jestem świadomy(a), że zgodnie z przepisem art. 27 ust. 1 i 2 ustawy z dnia 4 lutego 1994 r. o prawie autorskim i prawach pokrewnych (t.j. Dz.U. z 2021 poz. 1062), uczelnia może korzystać z mojej rozprawy doktorskiej zatytułowanej:

*Uprozczone metody obliczania wyboczenia silosów z blachy falistej wzmocnionych słupami na podstawie analizy MES i wyników doświadczalnych*

do prowadzenia badań naukowych lub w celach dydaktycznych.<sup>1</sup>

Świadomy(a) odpowiedzialności karnej z tytułu naruszenia przepisów ustawy z dnia 4 lutego 1994 r. o prawie autorskim i prawach pokrewnych i konsekwencji dyscyplinarnych określonych w ustawie Prawo o szkolnictwie wyższym i nauce (Dz.U.2021.478 t.j.), a także odpowiedzialności cywilnoprawnej oświadczam, że przedkładana rozprawa doktorska została napisana przeze mnie samodzielnie.

Oświadczam, że treść rozprawy opracowana została na podstawie wyników badań prowadzonych pod kierunkiem i w ścisłej współpracy z promotorem dr hab. inż. Piotrem Iwickim, prof. PG.

Niniejsza rozprawa doktorska nie była wcześniej podstawą żadnej innej urzędowej procedury związanej z nadaniem stopnia doktora.

Wszystkie informacje umieszczone w ww. rozprawie uzyskane ze źródeł pisanych i elektronicznych, zostały udokumentowane w wykazie literatury odpowiednimi odnośnikami, zgodnie z przepisem art. 34 ustawy o prawie autorskim i prawach pokrewnych.

Potwierdzam zgodność niniejszej wersji pracy doktorskiej z załączoną wersją elektroniczną.

Gdańsk, dnia .....

.....  
*podpis doktoranta*

Ja, niżej podpisany(a), wyrażam zgodę/~~nie wyrażam zgody\*~~ na umieszczenie ww. rozprawy doktorskiej w wersji elektronicznej w otwartym, cyfrowym repozytorium instytucjonalnym Politechniki Gdańskiej.

Gdańsk, dnia .....

.....  
*podpis doktoranta*

*\*niepotrzebne usunąć*

<sup>1</sup> Art. 27. 1. Instytucje oświatowe oraz podmioty, o których mowa w art. 7 ust. 1 pkt 1, 2 i 4–8 ustawy z dnia 20 lipca 2018 r. – Prawo o szkolnictwie wyższym i nauce, mogą na potrzeby zilustrowania treści przekazywanych w celach dydaktycznych lub w celu prowadzenia działalności naukowej korzystać z rozpowszechnionych utworów w oryginale i w tłumaczeniu oraz zwielokrotnić w tym celu rozpowszechnione drobne utwory lub fragmenty większych utworów.

2. W przypadku publicznego udostępniania utworów w taki sposób, aby każdy mógł mieć do nich dostęp w miejscu i czasie przez siebie wybranym korzystanie, o którym mowa w ust. 1, jest dozwolone wyłącznie dla ograniczonego kręgu osób uczących się, nauczających lub prowadzących badania naukowe, zidentyfikowanych przez podmioty wymienione w ust. 1.



## **Podziękowania**

Powstanie mojej pracy doktorskiej zawdzięczam wielu osobom, którym chciałbym w tym miejscu złożyć wyrazy wdzięczności.

Dziękuję przede wszystkim mojemu promotorowi dr hab. inż. Piotrowi Iwickiemu za całą przekazaną przez te lata wiedzę, niezliczoną ilość pomysłów, wszelką pomoc oraz poświęcony czas. Chciałbym również podziękować prof. dr hab. inż. Jackowi Tejchmanowi za poświęcony czas, wiele cennych uwag oraz motywację. Podziękowania składam również dr hab. inż. Michałowi Wójcikowi oraz dr inż. Mateuszowi Sondejowi za wieloletnią owocną współpracę w badaniach naukowych. Dziękuję również mojej kochanej Żonie za cierpliwość, wsparcie i wiarę we mnie.



## Streszczenie

Rozprawa doktorska dotyczy zagadnienia stateczności i nośności granicznej stalowych silosów z płaszczem z blachy falistej wzmocnionych pionowymi słupami. Przeprowadzono zaawansowane analizy numeryczne MES oraz badania doświadczalne dotyczące wyboczenia/stateczności analizowanych silosów. Analizy numeryczne zostały przeprowadzone w zakresie liniowej oraz nieliniowej analizy stateczności, z uwzględnieniem wstępnych imperfekcji geometrycznych w kształcie powszechnie stosowanej formy wyboczeniowej LBA oraz w kształcie rzeczywistych imperfekcji pomierzonych geodezyjnie dla rzeczywistego silosu. Na podstawie przeprowadzonych analiz numerycznych zaproponowano uproszczone modele numeryczne silosów w formie segmentu silosu lub pojedynczego słupa na podłożu sprężystym. Zaproponowane modele pozwalają na uzyskanie wyników analiz stateczności i nośności granicznej zgodnych z wynikami modelu powłokowego całego silosu. Zaproponowano również modyfikacje procedur normowych pozwalających na dokładniejsze w porównaniu z aktualnymi procedurami normowymi, określenie nośności wyboczeniowej analizowanych silosów metodami analitycznymi. W pracy omówiono także wyniki doświadczeń dotyczących wyboczenia słupa silosowego w skali laboratoryjnej oraz w skali rzeczywistej.

**Słowa kluczowe:** silos, blacha falista, stateczność, wyboczenie, PN-EN-1993-4-1, Metoda Elementów Skończonych, analiza numeryczna, słup na podłożu sprężystym

## Abstract

The doctoral dissertation concerns the issue of stability and ultimate load capacity of steel silos with a corrugated sheet wall with vertical columns along the perimeter. Advanced numerical FEM analyzes and experimental studies on the buckling of the analyzed silos were carried out. Numerical analyzes were carried out in the field of linear and non-linear stability analysis of silo structures, taking into account geometrical imperfections in the shape of the commonly used buckling form LBA and in the shape of real structure imperfections measured by geodesy for the actual silo structure. Based on the numerical analyzes carried out, simplified numerical models of the analyzed silos were proposed in the form of a silo segment or a column on an elastic foundation. The proposed models allow to obtain the results of stability and ultimate load capacity analyzes consistent with the results of the shell model of the entire silo. Modifications of the standard procedures were also proposed, allowing for more accurate, compared to the current standard procedures, determination of the buckling capacity of the analyzed silos with analytical methods. The doctoral thesis also presents the results of laboratory experiments and experiments carried out on a real silo. Experimental studies concerned the buckling of a single silo column on a laboratory scale and on a real scale.

**Keywords:** silo, corrugated sheet, stability, buckling, EN-1993-4-1, Finite Element Method, numerical analysis, column on elastic foundation







## SPIS TREŚCI

WYKAZ WAŻNIEJSZYCH OZNACZEŃ I SKRÓTÓW .....	1
1 WSTĘP .....	3
1.1 Wprowadzenie.....	3
1.2 Przedmiot, cel i zakres pracy .....	9
1.3 Teza pracy.....	11
2 PRZEGLĄD LITERATURY .....	13
3 PROJEKTOWANIE SILOSÓW Z BLACHY FALISTEJ WZMOCNIONYCH SŁUPAMI.....	16
3.1 Obciążenie pionowych ścian konstrukcji silosów w postaci materiału sypkiego.....	16
3.2 Zasady projektowania silosów cylindrycznych z pionowymi słupami wg. normy PN - EN 1993-4-1 .....	22
3.2.1 Ściana silosu usztywniona słupami traktowana jako powłoka ortotropowa (Metoda „EC3A”) [5].....	22
3.2.2 Ściana silosu usztywniona słupami przenoszącymi całkowite obciążenie podłużne (Metoda „EC3B” [4] i „EC3B+” [5]) .....	25
4 ANALIZY MES.....	29
4.1 Wprowadzenie.....	29
4.2 Charakterystyka analizowanych silosów.....	29
4.3 Rodzaje analiz MES .....	31
4.3.1 Liniowa analiza sprężysta (LA).....	31
4.3.2 Liniowo sprężysta analiza bifurkacyjna (LBA) .....	32
4.3.3 Geometrycznie nieliniowa analiza sprężysta (GNA) .....	32
4.3.4 Geometrycznie nieliniowa analiza sprężysta z imperfekcjami (GNIA) .....	32
4.3.5 Analiza geometrycznie i fizycznie nieliniowa z imperfekcjami (GMNIA). ....	33
4.4 Metody obliczeniowe .....	33
4.5 Modele numeryczne silosów z blachy falistej z pionowymi słupami w analizach wyboczeniowych MES.....	33
4.5.1 Opis modelu szczegółowego ‘3D-shell’ .....	34
4.5.2 Model uproszczony – belkowo-powłokowy ‘ortho-beam’ .....	35
4.6 Stateczność cylindrycznego silosu z blachy falistej z pionowymi słupami na podstawie analiz numerycznych MES w porównaniu z podejściem wg Eurokodu .....	36
4.6.1 Opis analizowanej konstrukcji silosu typu „S900” .....	36



4.6.2	Implementacja MES.....	39
4.6.3	Pomiary doświadczalne konstrukcji silosu.....	41
4.6.4	Wstępne imperfekcje geometryczne w analizach numerycznych .....	43
4.6.5	Wyniki analiz numerycznych MES.....	46
4.6.6	Porównanie wyników analizy dla silosów o podobnej geometrii .....	64
4.6.7	Wnioski .....	65
5	UPROSZCZONE MODELE NUMERYCZNE SILOSU Z BLACHY FALISTEJ Z PIONOWYMI SŁUPAMI .....	67
5.1	Opis uproszczonych modeli numerycznych .....	67
5.1.1	Modele uproszczone segmentów silosu.....	67
5.1.2	Model uproszczony- belkowy ('1DPin', '1DFix' i '1DEC3B+').....	69
5.2	Geometria analizowanych konstrukcji silosów .....	70
5.3	Wstępna analiza stateczności uproszczonych modeli numerycznych .....	74
5.3.1	Dane wejściowe (MES).....	74
5.3.2	Nośność wyboczeniowa silosów (przypadek obciążenia „1” – napór styczny) 76	
5.3.3	Nośność wyboczeniowa silosów (przypadek obciążenia „2” – napór styczny i normalny) 86	
5.3.4	Wnioski .....	93
5.4	Nośność na wyboczenie silosów z ścianami z blachy falistej wzmocnionej pionowymi słupami cienkościennymi określona za pomocą uproszczonych modeli segmentów ścian .....	94
5.4.1	Dane wejściowe (MES).....	94
5.4.2	Globalna analiza wyboczeniowa silosów.....	96
5.4.3	Liniowa analiza bifurkacyjna LBA .....	103
5.4.4	Geometrycznie nieliniowa analiza sprężysta GNA i GNIA .....	114
5.4.5	Wnioski .....	128
6	ANALITYCZNE WZORY DO OBLICZANIA SZTYWNOŚCI PODŁOŻA SPRĘŻYSTEGO K W METODZIE NORMOWEJ EC3B.....	129
6.1	Schemat łukowy ściany 'StripPin' [11].....	129
6.2	Schemat łukowy ściany 'StripFix' dla zakresu „1” .....	131
6.3	Schemat łukowy ściany 'StripFix' dla zakresu „2” .....	133



7	BADANIA DOŚWIADCZALNE .....	135
7.1	Wprowadzenie.....	135
7.2	Stanowiska badawcze.....	135
7.2.1	Pojedynczy słupek z blachą falistą w skali laboratoryjnej .....	135
7.2.2	Rzeczywisty silos.....	138
7.3	Wyniki badań doświadczalnych .....	140
7.3.1	Pomiary geodezyjne rzeczywistego silosu .....	140
7.3.2	Doświadczenia na stanowisku pojedynczego słupa z blachą falistą w skali laboratoryjnej	141
7.3.3	Doświadczenia na stanowisku badawczym na rzeczywistym silosie.....	143
7.4	Implementacja MES .....	145
7.4.1	Dane modelu numerycznego słupa z blachą falistą w skali laboratoryjnej	145
7.4.2	Dane modelu numerycznego rzeczywistego silosu .....	148
7.5	Wyniki analiz numerycznych MES .....	150
7.5.1	Wyniki analiz numerycznych MES dla pojedynczego słupa z blachą falistą	150
7.5.2	Wyniki analiz numerycznych MES dla rzeczywistego pustego silosu.....	153
7.5.3	Wyniki analiz numerycznych MES rzeczywistego silosu napelnionego pszenicą	156
7.6	Wnioski.....	161
8	PODSUMOWANIE I WNIOSKI.....	163
9	Bibliografia .....	165



## WYKAZ WAŻNIEJSZYCH OZNACZEŃ I SKRÓTÓW

### Małe litery łacińskie

$d$	–	wysokość faldowania blachy falistej
$d_c$	–	wymiar charakterystyczny rzutu przekroju poprzecznego (średnica silosu)
$d_r$	–	odległość między pierścieniami usztywniającymi
$d_s$	–	rozstaw obwodowy słupów w silosie
$d_{s,max}$	–	rozstaw obwodowy słupów w silosie
$e_r$	–	mimośród pierścienia usztywniającego mierzony od powierzchni środkowej powłoki
$e_s$	–	mimośród żebra południkowego (słupa) mierzony od powierzchni środkowej powłoki
$h_b$	–	całkowita wysokość silosu od wierzchołka leja do powierzchni zastępczej
$h_c$	–	wysokość pionowego segmentu ściany silosu od punktu przejściowego do powierzchni zastępczej
$j$	–	liczba wyboczeniowych fal obwodowych
$l$	–	długość fali blachy falistej
$l_i$	–	długość półfali wyboczeniowej w kierunku pionowym
$n_{x,Rcr}$	–	przekrojowa siła krytyczna dla ściany silosu
$r$	–	promień silosu
$t$	–	grubość blachy płaszcza silosu (blachy falistej)

### Duże litery łacińskie

$A_{eff}$	–	efektywne pole przekroju słupa
$A_r$	–	pole powierzchni przekroju pierścienia usztywniającego
$A_s$	–	pole powierzchni przekroju żebra południkowego (słupa)
$C_\phi$	–	szytywność błonowa w kierunku południkowym
$C_{\phi\theta}$	–	szytywność błonowa przy ścinaniu
$C_\theta$	–	szytywność błonowa w kierunku obwodowym
$D_\phi$	–	szytywność zgięciowa w kierunku południkowym
$D_{\phi\theta}$	–	szytywność zgięciowa przy skręcaniu
$D_\theta$	–	szytywność zgięciowa w kierunku obwodowym
$D$	–	pole powierzchni przekroju pierścienia usztywniającego
$E$	–	moduł sprężystości

- $H$  – wysokość konstrukcji silosu
- $I_r$  – moment bezwładności przekroju pierścienia usztywniającego względem osi pionowej (zginanie obwodowe)
- $I_s$  – moment bezwładności przekroju żebra południkowego (słupa) względem osi obwodowej (zginanie południkowe)
- $I_{tr}$  – moment bezwładności przy swobodnym skręcaniu pierścienia usztywniającego
- $I_{ts}$  – moment bezwładności przy swobodnym skręcaniu żebra południkowego (słupa)
- $K$  – iloraz parcia bocznego
- $K$  – sztywność zgięciowa poszycia silosu (sztywność podłoża sprężystego w postaci poszycia silosu dla ściskanego słupa)

### Małe litery greckie

- $\alpha_x$  – współczynnik imperfekcji (redukcyjny) przy wyboczeniu sprężystym (zalecana się przyjmować równy 0,8)
- $\phi_i$  – kąt tarcia wewnętrznego materiału sypkiego
- $\gamma_{M0}$  – współczynnik częściowy ze względu na uplastycznienie
- $\gamma_{M1}$  – współczynnik częściowy ze względu na wyboczenie
- $\lambda$  – mnożnik obciążenia lub mnożnik reakcji powstałej w wyniku działania obciążenia
- $\lambda_{max}$  – graniczna wartość mnożnika obciążenia lub graniczna wartość mnożnika reakcji powstałej w wyniku działania obciążenia
- $\mu$  – współczynnik tarcia o pionową ścianę

# 1 WSTĘP

## 1.1 Wprowadzenie

Silosy są konstrukcjami inżynierskimi wznoszonymi w celu magazynowania różnego rodzaju materiałów sypkich takich jak np. ziarna zbóż czy różnego rodzaju kruszywa i jego pochodne. Konstrukcje silosów najczęściej są wykorzystywane w przemyśle rolniczym, mineralnym, górniczym lub chemicznym. Silosy mogą być wykonane w kształcie cylindra, lub innej komory objętościowej np. w kształcie prostopadłościanu. Najczęściej jednak wykorzystuje się konstrukcje cylindryczne z uwagi na korzystny rozkład naprężeń w konstrukcji (stan membranowy – brak koncentracji naprężeń w narożach). Silosy mogą być stawiane w grupach tworząc zespół silosów. Silosy mogą stanowić układ połączonych ze sobą komór stanowiąc konstrukcję wielokomorową. Konstrukcje silosów mogą być wykonane z różnego rodzaju materiału konstrukcyjnego takiego jak żelbet, stal czy nawet drewno.

Ściany metalowych silosów mogą być gładkie lub fałdowane. Dodatkowo dla silosów z stalowym płaszczem cienkościennym stosuje się pionowe lub poziome usztywnienia płaszcza w postaci żeber usztywniających lub słupów pionowych [1]. Najczęściej cylindryczne silosy metalowe wykonywane są w postaci cienkościennych powłok, które poddane są złożonym i skomplikowanym obciążeniom przy skomplikowanych warunkach podparcia. Typowa konstrukcja silosu wyposażona jest w dach stożkowy, który osłania składowany materiał przed czynnikami atmosferycznymi przenoszącymi obciążenia od wiatru, śniegu lub elementów wyposażenia. Dno metalowych silosów najczęściej stanowi lej stożkowy podparty na płaszczu silosowym. Dla większych konstrukcji silosów stosuje się rozwiązanie z dnem płaskim.

Silosy są narażone na zniszczenie przede wszystkim związane z utratą stateczności od ściskającego obciążenia pionowego powstającego wskutek tarcia materiału sypkiego o ściany silosu. Utrata stateczności ma zwykle miejsce przy niesymetrycznym opróżnianiu, które jest nie do uniknięcia z uwagi na niejednorodny charakter materiałów sypkich. W wyniku tego powstaje niesymetryczny rozkład sił ściskających na ścianie silosu oraz niesymetryczny napór poziomy, który powoduje zginanie ścian w kierunku obwodowym. Zaburzenie symetrii konstrukcji może też wynikać z niedokładności jej wykonania. W konstrukcji mogą występować imperfekcje lokalne na przykład deformacje ścianek słupów lub globalne w formie wygięcia słupów. Nośność wyboczeniowa silosu zależy od wielu różnych czynników takich jak: wielkość imperfekcji geometrycznych, materiałowych i obciążeniowych, sposobu wykonania połączeń, warunków brzegowych, wielkości naporu wewnętrznego oraz sztywności materiału sypkiego.

W pracy przeanalizowano zagadnienie nośności stalowych cylindrycznych silosów z płaszczem z blachy falistej, wzmocnionych pionowymi słupami cienkościennymi rozmieszczonymi równomiernie wzdłuż obwodu silosu. Takie konstrukcje silosów wykorzystywane są najczęściej w rolnictwie i służą do magazynowania materiału sypkiego w postaci ziaren takich jak np. pszenica, żyto, pszenżyto, jęczmień, owies, kukurydza czy rzepak. Omawiane konstrukcje silosów mogą pełnić funkcję zarówno małych magazynów paszowych (rys. 1.1a) jak i potężnych magazynów masowych wykorzystywanych między innymi w terminalach portowych (rys. 1.1b). Ścianę silosu stanowi cylindryczny płaszcz z blachy falistej

usztyniony pionowymi słupami po obwodzie. Blacha falista oraz pionowe słupy najczęściej są wytwarzane w procesie gięcia na zimno arkuszy ocynkowanej blachy klasy S350GD lub S550GD o granicy plastyczności dochodzącej aż do 550MPa. Proces budowy omawianych konstrukcji silosów polega głównie na prefabrykacji elementów konstrukcyjnych w wytwórni elementów stalowych. W kolejnych etapach konstrukcja jest realizowana na placu budowy metodą podbudowy, wykorzystywaną najczęściej w procesie budowy zbiorników stalowych. Proces montażu rozpoczyna się od wykonania konstrukcji zadaszona silosu w poziomie podstawy. W kolejnym etapie konstrukcja dachu zostaje przymocowana do specjalnych podnośników blokowych pozwalających unieść gotowy fragment konstrukcji. Do uniesionego fragmentu konstrukcji zostają przymocowane kolejne sekcje płaszcza silosu. Wykorzystanie omawianej metody wznoszenia konstrukcji silosów pozwala na szybką i sprawną realizację obiektu bez konieczności stosowania rusztowań i pracy na wysokości. Łączenie poszczególnych elementów konstrukcji najczęściej realizują się przy wykorzystaniu łączników śrubowych.



**Rys. 1.1:** Silosy z blachy falistej wzmocnione pionowymi słupami: a) silos paszowy o pojemności składowania 11m<sup>3</sup> [11] i b) magazyn zboża w Gdańskim Terminalu Masowym o pojemności 4600m<sup>3</sup>.

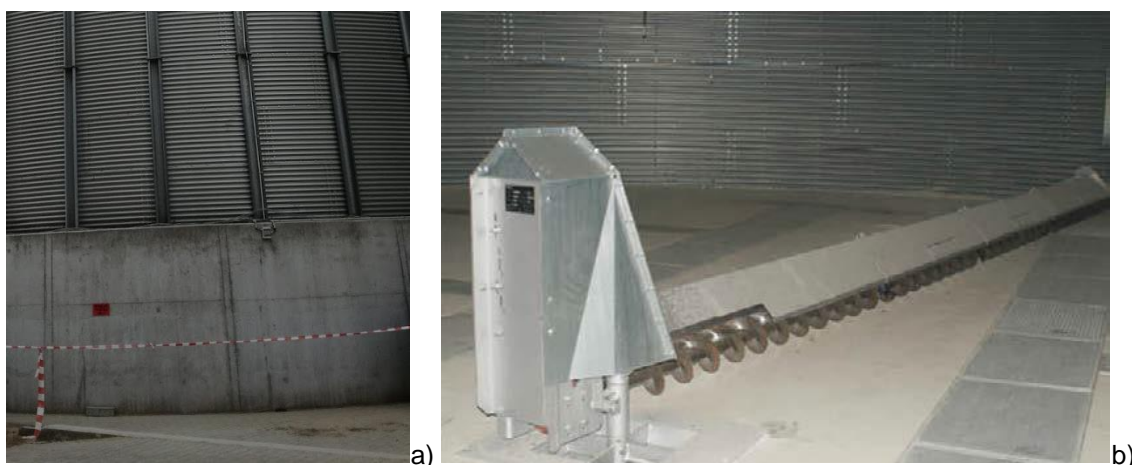
Dno silosów wykonuje się jako lejowe lub płaskie. Dno lejowe stanowi odwrócony podstawą do góry stożek zamocowany do płaszcza silosu (rys. 1.2). Poszycie dna lejowego najczęściej tworzy układ arkuszy płaskiej blachy (rys. 1.2a). W przypadku znacznego obciążenia konstrukcji leja, można zastosować dodatkowe uźebrowanie usztyniające konstrukcję dna silosu (rys. 1.2b). Obciążenie z płaszcza i dna przenoszone są na pionowe słupy za pośrednictwem stalowego pierścienia obwodowego (rys. 1.2a). Zastosowanie dna lejowego umożliwi szybki, grawitacyjny rozładunek silosu. Dno lejowe jest rozwiązaniem optymalnym z uwagi na koszty wykonania konstrukcji dla mniejszych konstrukcji. Wraz z wzrostem średnicy i wysokości silosu konstrukcja wykonania samego leja oraz słupów podpierających płaszczy silosu znacznie wzrasta w stosunku do kosztu wykonania silosu z dnem płaskim. Silosy płaskodenne posadowione są bezpośrednio na fundamencie żelbetowym (rys. 1.3a). Fundament żelbetowy jest wyposażony w kanały odprowadzające materiał sypki. Opróżnianie silosu odbywa się w pierwszym etapie poprzez otwarcie zasuw centralnej aż do czasu w którym uformuje się lej zsypany, następnie materiał opróżnia się poprzez otwarcie zasuw bocznych. W ostatnim etapie



materiał jest zgarniany przez wybierak ślimakowy (rys. 1.3b) kroczący wokół silosu do czasu pełnego opróżnienia silosu.



**Rys. 1.2:** Silos z blachy falistej wzmocniony słupami z dnem lejowym: a) bez uźebrowania i b) z uźebrowaniem [11].



**Rys. 1.3:** Silos z dnem płaskim: a) konstrukcja dna płaskiego i b) widok wnętrza silosu z widocznym wybierakiem ślimakowym [11].

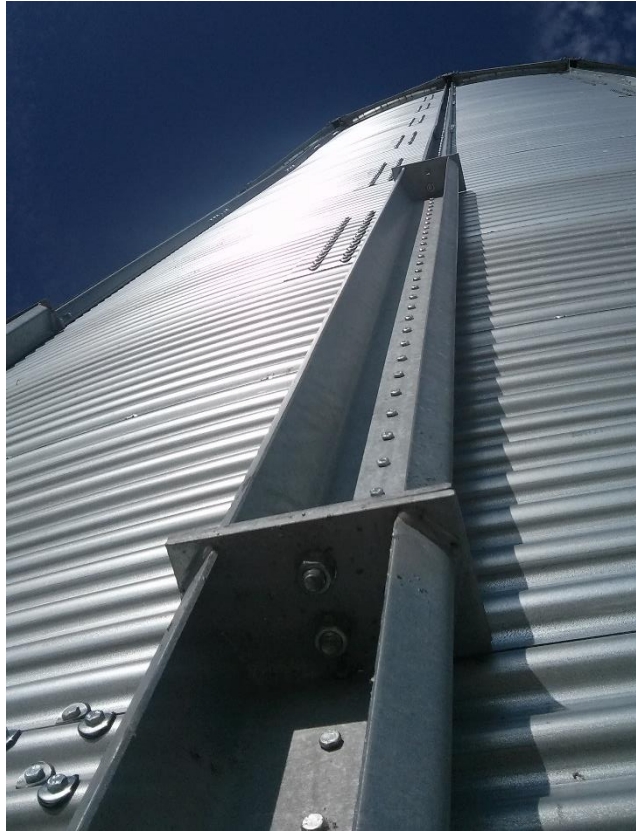
Ściany silosów wykonywane są powszechnie z płaskich blach walcowanych: spawanych, nitowanych lub skręcanych ze sobą po obwodzie i wysokości. Jest to rozwiązanie nieekonomiczne pod względem zużycia stali w porównaniu do rozwiązania wykorzystującego blachę falistą usztywnioną słupami po obwodzie silosu. W tym przypadku blacha falista przenosi poziome siły rozciągające powstające w wyniku działania poziomego naporu materiału sypkiego na ściany silosu. Słupy przenoszą siły ściskające powstające w wyniku tarcia materiału sypkiego o ścianę silosu. Blacha falista stanowi dodatkowo podłoże sprężyste dla ściskanego słupa, korzystnie wpływając na parametry wybożeniowe słupa. Wykorzystanie blachy falistej wpływa na zwiększenie sztywności płaszcza na zginanie w płaszczyźnie prostopadłej do kierunku fałdowania blachy. Do wykonania arkuszy blachy falistej najczęściej stosuje się arkusze ocynkowanej blachy płaskiej o grubościach od 0,75 mm do 3 mm poddanej procesowi profilowania na zimno. W przypadku wymaganej grubości przekraczającej wartość

3 mm stosuje się wielowarstwowy układ blach. Wzajemne połączenie arkuszy blach realizują się za pomocą łączników śrubowych rozmieszczonych rzędowo po długości i szerokości arkusza (rys. 1.4). Profilowanie blachy falistej najczęściej charakteryzuje się przebiegiem sinusoidalnym w którym definiuje się następujące parametry:  $d$  – wysokość profilowania i  $l$  – długość fali sinusoidy.

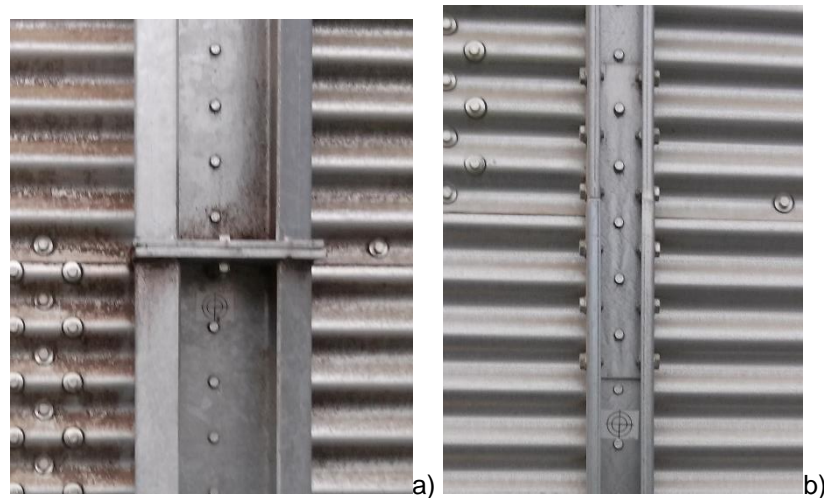


**Rys. 1.4:** Wnętrze silosu – połączenie śrubowe arkuszy blachy falistej.

Płaszcz analizowanych silosów pracuje jako powłoka ortotropowa składająca się z blachy falistej i pionowych żeber w postaci słupów (rys. 1.5) rozmieszczonych w stałym rozstawie po obwodzie silosu. Przekroje poprzeczne słupów są zróżnicowane na wysokości w zależności od sił osiowych panujących w słupie powstających od tarcia materiału sypkiego o ściany silosu. Przeważająca część obciążeń pionowych przenoszona jest z blachy falistej na słupy z uwagi na stosunkowo niską sztywność w kierunku pionowym blachy falistej w porównaniu do osiowej sztywności słupów. Słupy najczęściej wykonywane są z profili zimnogiętych o zmiennej grubości ścianek (1,5mm do 12mm). Połączenie słupów na wysokości realizuje się na różne sposoby. Między innymi poprzez wzajemne skręcanie przyspawanych blach węzłowych do końców słupa (rys. 1.6a) lub poprzez skręcanie wykorzystując wewnętrzny łącznik profilowany na zimno (rys. 1.6b) tzw. wkładka.



**Rys. 1.5:** Widok pojedynczego słupa silosowego (Golub-Dobrzyń).



**Rys. 1.6:** Przykładowe wzajemne połączenie słupów silosowych na wysokości: a) przy wykorzystaniu wzajemnie skręcanych, przyspawanych do słupów blach węzłowych i b) przy wykorzystaniu wewnętrznego łącznika profilowanego na zimno.

Konstrukcje silosów poddane są skomplikowanej kombinacją obciążeń o złożonym charakterze. Głównym obciążeniem silosu jest składowany w silosie materiał sypki (rozdział 3.1). Obciążenie w postaci materiału sypkiego działającego na ściany silosu można rozłożyć na trzy podstawowe składowe takie jak: parcie normalne materiału sypkiego na ściany powodujące jej rozciąganie, tarcie materiału sypkiego powodujące ściskanie ścian silosu oraz parcie pionowe materiału sypkiego obciążające dno silosowe. Obciążenia w postaci materiału sypkiego zdefiniowane są między innymi w europejskiej normie projektowej [2]. Norma ta definiuje podział konstrukcji silosów w zależności

od smukłości konstrukcji wyrażonej stosunkiem wysokości  $h_c$  do średnicy silosu  $d_c$ . Średnica silosów najczęściej wynosi od 3,5m do 32m. Smukłość silosów zazwyczaj jest większa od stosunku  $h_c/d_c=1$  i nie przekracza wartości równej 5. Normowy podział konstrukcji silosów z uwagi na smukłość został zdefiniowany w celu określenia odpowiednich obciążeń związanych z oddziaływaniem materiału sypkiego na ściany i dno silosu.

Konstrukcje silosów dodatkowo poddane są obciążeniom stałym, w postaci ciężaru własnego konstrukcji oraz ciężaru elementów wyposażenia oraz obciążeniom zmiennym w postaci wiatru, śniegu czy temperatury. Dodatkowo w silosie może wystąpić obciążenie w postaci podciśnienia, spowodowanego nagłym wypływem materiału sypkiego z silosu.

Proces projektowania konstrukcji silosów jest bardziej skomplikowany w porównaniu z procesem projektowania typowych obiektów budowlanych. Spowodowane jest to między innymi złożonym charakterem obciążenia w postaci materiału sypkiego, którego charakter oraz wielkość oddziaływania zależne są od wielu czynników związanych z przepływem materiału sypkiego w silosie. Rodzaj przepływu materiału sypkiego w silosie ma bardzo duży wpływ na samą wielkość oraz mimośrodowość obciążenia działającego na ściany silosu. Trudności związane z przewidywaniem oddziaływania materiału sypkiego oraz błędy przy eksploatacji silosów mogą prowadzić do awarii a nawet katastrof związanych z utratą stateczności ścian silosów. Prawdopodobieństwo awarii w analizowanych konstrukcjach jest około 1000 razy wyższe niż w innych obiektach budowlanych wykorzystywanych w przemyśle [3]. Czynnikiem wpływającym głównie na awarie cienkościennych silosów jest obciążenie stykowe powstające od tarcia materiału sypkiego o ściany silosu, które przekłada się na powstanie obciążenia ściskającego w ścianach silosu. Ściany silosu pod wpływem działania ściskającej siły osiowej ulegają wyboczeniu. Awaria konstrukcji spowodowana utratą stateczności jest bardzo gwałtowna i dynamiczna, z tego względu bardzo dużą uwagę należy poświęcić tej tematyce.

Do wymiarowania silosów stosuje się zasady projektowania według normy Eurokod 3 [4] oraz na podstawie jej aktualizacji zawartej w poprawce normowej [5]. Metody normowe opierają się na analizie stateczności całego układu konstrukcyjnego, bazującej na teorii powłok ortotropowych lub na analizie wyboczeniowej pojedynczego słupa opartej na teorii stateczności słupa na podłożu sprężystym. Rodzaj analizy stosuje się w zależności od rozstawu pionowych słupów rozmieszczonych po obwodzie silosu. Wyznaczenie nośności wyboczeniowej silosów za pomocą Metody Elementów Skończonych (MES) na podstawie liniowej analizy bifurkacyjnej (wyboczeniowej) (LBA) lub nieliniowej analizy stateczności wymaga wykonywania skomplikowanych modeli silosów 3D o bardzo dużej liczbie elementów skończonych, co znacznie wydłuża czas obliczeń. Podane w normie PN-EN 1993-4-1 [4] i [5] uproszczone zależności do wyznaczenia nośności wyboczeniowej silosów mają charakter konserwatywny, gdyż nie uwzględniają rzeczywistej przestrzennej pracy całej konstrukcji.

## 1.2 Przedmiot, cel i zakres pracy

Przedmiotem niniejszej pracy są zaawansowane analizy numeryczne MES oraz badania doświadczalne dotyczące wyboczenia silosów z blachy falistej wzmocnionych pionowymi słupami po obwodzie. Analizy numeryczne zostały przeprowadzone w zakresie liniowej oraz nieliniowej analizy stateczności konstrukcji silosów w których uwzględniono wstępne imperfekcje geometryczne w kształcie powszechnie stosowanej formy wyboczeniowej LBA oraz w kształcie rzeczywistych imperfekcji pomierzonych geodezyjnie dla rzeczywistych konstrukcji silosów. W pracy przedstawiono wyniki przeprowadzonych doświadczeń laboratoryjnych oraz doświadczeń dla rzeczywistych silosów. Badania doświadczalne dotyczyły wyboczenia pojedynczego słupa silosowego w skali laboratoryjnej i w skali rzeczywistej. Badania zrealizowano w ramach grantu naukowego Narodowego Centrum Badań i Rozwoju NCBR POIG.01.03.01-00-099/12 pt. „*Innowacyjna metoda wymiarowania i konstrukcji wielkogabarytowych silosów przemysłowych z blachy falistej*” (kierownik grantu – prof. J. Tejchman). Zagadnienia związane z problematyką stateczności i nośności granicznej przemysłowych silosów z blachy falistej w aspekcie analiz numerycznych, analitycznych, doświadczalnych oraz propozycji obliczeń w oparciu o uproszczone modele numeryczne stanowiły wkład autora dysertacji w ramach badań grantu.

W pracy skupiono się na zagadnieniu stateczności i nośności granicznej metalowych silosów z blachy falistej wzmocnionych pionowymi słupami. Stateczność konstrukcji polega na ustaleniu statecznej równowagi ustroju nośnego poprzez wyznaczenie obciążeń krytycznych dla konstrukcji idealnej bez wstępnych imperfekcji geometrycznych lub na określeniu ścieżek równowagi statycznej ustrojów ze wstępnymi imperfekcjami geometrycznymi w analizach nieliniowych. Nośność graniczna analizowanych konstrukcji związana jest bezpośrednio z zagadnieniem stateczności konstrukcji, uwzględniając dodatkowo nieliniowość materiałową, czyli granicę plastyczności materiału konstrukcyjnego. Określenie stateczności i nośności granicznej rozważanych konstrukcji silosowych jest złożonym problemem, który wymaga zastosowania skomplikowanych metod obliczeniowych taki jak: obszerne przestrzenne modele numeryczne MES czy skomplikowane modele analityczne oparte na teorii powłok ortotropowych [6] [7]. W celu umożliwienia projektantom sprawnego projektowania silosów z blachy falistej z pionowymi słupami opracowano normowe metody analityczne pozwalające w stosunkowo prosty sposób, w porównaniu do obszernej analizy numerycznej MES, określić nośność wyboczeniową analizowanych konstrukcji. Zastosowane w badaniach metody związane są z wymaganiami normy PN-EN 1993-4-1 [4], w której zawarto dwie procedury obliczeniowe, uzależnione od rozstawu słupów po obwodzie  $d_s$ . Dla rzadkiego rozstawu słupów, czyli mniejszego lub równego od normowej wartości granicznej  $d_{s,max}$  ( $d_s \leq d_{s,max}$ ), stosuje się metodę opartą na teorii stateczności powłok ortotropowych. Dla rzadkiego rozstawu słupów, procedura normowa oparta jest na rozwiązaniu problemu stateczności słupa na podłożu sprężystym. W pracach [8] i [9] zaobserwowano problem związany z nieciągłością rozwiązania pomiędzy metodami normowymi [4]. Zaobserwowano dodatkowo, że podejście normowe oparte na rozwiązaniu problemu stateczności pojedynczego słupa na podłożu sprężystym jest bardzo konserwatywne i w znaczny sposób odbiega od rozwiązań numerycznych [9] (rozdział 4.6). W pracy [10] zaproponowano pewne korekty wzorów normowych opracowane na podstawie aproksymacji wyników numerycznych MES. W pracy [11] zaproponowano autorskie

modyfikacje wzoru normowego, służącego do określenia sztywności podłoża sprężystego  $K$  w metodzie normowej dla rzadkiego rozstawu słupów (słup na podłożu sprężystym). Wprowadzona modyfikacja wpłynęła znacząco na poprawę zgodność rozwiązań normowych w porównaniu z wynikami numerycznymi. Modyfikacja polegała na uwzględnieniu krzywizny płaszcza silosu w schemacie statycznym służącym do wyznaczenia sztywności podłoża sprężystego  $K$  (model segmentu silosu odpowiadający tej metodzie oznaczono jako „StripPin”). Podobne rozwiązanie zawarto w poprawce do normy [5]. Wyniki uzyskane na podstawie zaproponowanej metody [11] (rozdział 6.1) oraz poprawki do normy [5] były zgodne w porównaniu z wynikami numerycznymi, jednak nie w całym zakresie stosowalności procedury. Wyniki współautorskich badań opublikowane w pracy [12], przedstawione w rozdziale 5, wykazały zgodność zaproponowanych modyfikacji w pracy [11] oraz w poprawce do normy [5] jedynie dla bardzo rzadkiego rozstawu słupów tj.  $d_s \geq 2 \times d_{s,max}$  (zakres „1”). Dla pozostałego zakresu rozstawu słupów nośność wyznaczona na podstawie zaproponowanych wzorów oraz poprawki do normy była zawyżona. Problem częściowo rozwiązano poprzez zdefiniowanie nowej procedury normowej, która dotyczyła określenia sztywności podłoża sprężystego  $K$  w zakresie rozstawu słupów  $d_{s,max} \leq d_s < 2 \times d_{s,max}$  (zakres „2”). Nowa sztywność podłoża sprężystego  $K$  została opracowana na podstawie schematu statycznego, zgodnego z postacią wybozczenia silosu w zakresie „2” (rozdziały 5 i 6.3). Metodę oznaczono jako „StripFix”. Uzyskane wartości nośności wybozczeniowej w analitycznej metodzie „StripFix” były zaniżone w porównaniu do wyników numerycznych, ale znajdowały się po stronie bezpiecznej w przeciwieństwie do analitycznej metody „StripPin” i poprawki do normy [5]. Dodatkowo były dużo dokładniejsze w porównaniu z pierwotną metodą normową w zakresie rzadkiego rozstawu słupów. Uzyskane rezultaty wyznaczone wg wzoru „StripFix” były zaniżone ze względu na brak uwzględniania sztywności postaciowej płaszcza silosu w modelu 1D. Rozwiązanie powyższego problemu będzie stanowiło tematykę dalszych badań. Opracowano również uproszczone modele numeryczne MES pozwalające określić globalną stateczność analizowanych konstrukcji (rozdział 4.5). Zaproponowane modele składają się z fragmentu płaszcza silosu zawierającego dwa lub trzy przęsła ściany silosu znajdujące się pomiędzy pionowymi słupami. Na zewnętrznych krawędziach segmentów zastosowano odpowiednie warunki brzegowe pozwalające uzyskać wyniki zgodne z analizą całego silosu 3D. Modele segmentów silosów pozwalają na dokładne określenie nośności wybozczeniowej silosów w całym zakresie rozstawu słupów. Charakteryzują się znacznie mniejszą liczbą elementów skończonych, co pozwala na przeprowadzenie analiz w znacznie krótszym czasie. Zaproponowane modele uproszczone oraz wyniki analiz numerycznych opublikowano w pracy [12] i [13] i przedstawiono w rozdziale 5. Propozycje nowych wzorów analitycznych pozwalających określić sztywność podłoża sprężystego  $K$  w metodzie normowej dla rzadkiego rozstawu słupów przedstawiono w rozdziale 6. Weryfikacje przyjętych modeli numerycznych przeprowadzono na podstawie badań doświadczalnych polegających na wybozczeniu pojedynczego słupa silosowego w skali laboratoryjnej oraz dla rzeczywistej konstrukcji silosu. Wyniki badań doświadczalnych opublikowano w pracy [14] i przedstawiono w rozdziale 7.

Głównym celem pracy jest zaproponowanie uproszczonych modeli numerycznych silosów z płaszczem wykonanym z blachy falistej wzmocnionych na obwodzie pionowymi słupami (segment silosu lub słup na podłożu sprężystym), które pozwalają na uzyskanie wyników analiz stateczności

zgodnych z wynikami pełnego modelu powłokowego całego silosu. Wykonane zostały obszerne analizy liniowe wyboczeniowe i nieliniowe stateczności z uwzględnieniem nieliniowości geometrycznej i materiałowej modeli powłokowych całych konstrukcji oraz modeli uproszczonych. Wyniki analiz numerycznych dla zaproponowanych modeli porównano z przepisami normowymi. W literaturze światowej nie ma propozycji takich uproszczonych modeli numerycznych do stosowania w zagadnieniach stateczności metalowych silosów.

Zakres pracy obejmuje obszerne analizy numeryczne dotyczące analizy wyboczeniowej LBA konstrukcji silosów przeprowadzone dla zróżnicowanej geometrii analizowanych silosów pod względem ich smukłości oraz liczby słupów po obwodzie. Analizy numeryczne przeprowadzono dla całych konstrukcji oraz dla zaproponowanych modeli numerycznych segmentów silosów. Wyniki liniowych analiz numerycznych LBA zweryfikowano wykorzystując zaawansowane analizy nieliniowe ze wstępnymi imperfekcjami geometrycznymi. W zakres pracy wchodzi również badania doświadczalne przeprowadzone w skali laboratoryjnej oraz na rzeczywistych konstrukcjach silosów. Doświadczenia dotyczyły wyboczenia słupa silosowego, które wykonano w skali laboratoryjnej dla fragmentu analizowanej konstrukcji oraz w skali naturalnej dla rzeczywistej konstrukcji. Wykonano także pomiary geodezyjne rzeczywistych konstrukcji silosów w celu zdefiniowania rzeczywistych wstępnych imperfekcji geometrycznych w analizach nieliniowych stateczności konstrukcji. Uzyskane wyniki analiz numerycznych porównano z wynikami otrzymanymi na podstawie procedur normowych [4] i [5]. Z uwagi na uzyskane rozbieżności procedur normowych z analizami numerycznymi zaproponowano modyfikacje procedury normowej oraz zaproponowano uproszczony inżynierski model numeryczny silosu pozwalający na szczegółową analizę nośności granicznej analizowanych silosów.

### 1.3 Teza pracy

Na podstawie przeprowadzonych analiz numerycznych różnych typów silosów możliwe jest zaproponowanie uproszczonych modeli numerycznych silosów składających się z fragmentu płaszcza silosu lub słupa na podłożu sprężystym pozwalających określić globalną stateczność analizowanych konstrukcji. Uproszczone modele MES mogą być wykorzystywane w praktyce inżynierskiej. Charakteryzują się znacznie mniejszą liczbą elementów skończonych, co pozwala na przeprowadzenie analiz w znacznie krótszym czasie. Sformułowana teza została udowodniona w rozdziałach 4 i 6.

Wyniki numeryczne i doświadczalne dotyczące metalowych silosów zostały przedstawione w następujących artykułach autora:

1. Stability of cylindrical steel silos composed of corrugated sheets and columns based on FE analyses versus Eurocode 3 approach. Iwicki P., Rejowski K., Tejchman J. *Engineering Failure Analysis*, 2015, 57, 444-469.
2. Simplified stability analysis of steel cylindrical silos with corrugated walls and vertical columns. Rejowski K. Iwicki P. *Recent Progress in Steel and Composite Structures - Proceedings of the 13th International Conference on Metal Structures, ICMS 2016*, 2016, 525-532.
3. Full-scale experiments on wheat flow in steel silo composed of corrugated walls and columns. Wójcik M., Sondej M., Rejowski K., Tejchman J. *Powder Technology*, 2017, 311, 537-555.

4. Simplified numerical model for global stability of corrugated silos with vertical stiffeners. Iwicki P., Rejowski K., Tejchman J. *Journal of Constructional Steel Research*, 2017, 138, 93–116.
5. Buckling of simplified models of silo with corrugated walls and vertical stiffeners. Iwicki P., Rejowski K., Tejchman J. *Shell Structures: Theory and Applications Volume 4 - Proceedings of the 11th International Conference on Shell Structures: Theory and Applications, SSTA 2017*, 2018, 235–238.
6. Determination of buckling strength of silos composed of corrugated walls and thin-walled columns using simplified wall segment models. Iwicki P., Rejowski K., Tejchman J. *Thin-Walled Structures*, 2019, 135, 414–436.
7. Buckling resistance of a metal column in a corrugated sheet silo-experiments and non-linear stability calculations. Rejowski K., Iwicki P., Tejchman J., Wójcik M. *Thin-Walled Structures*, 2023, 182, 110206.
8. Buckling Analysis of Cold Formed Silo Column. Rejowski K., Iwicki P. *Mechanics and Mechanical Engineering*, 2023, 20, 109-120.



## 2 PRZEGLĄD LITERATURY

Projektowanie cienkościennych metalowych cylindrycznych powłok silosów pod kątem wyboczenia jest dużym wyzwaniem dla inżynierów budownictwa lądowego. Cylindryczne cienkościenne silosy mogą ulec wyboczeniu, spowodowanym przez pionowe ściskanie ściany silosu, powstałym na skutek tarcia pomiędzy składowanym materiałem w silosie a ścianą silosu [1], [15], [16] i [17], szczególnie podczas niecentrycznego opróżniania, którego trudno uniknąć ze względu na silnie niejednorodny charakter materiałów sypkich [18], [19]. Obecnie ze względu na potrzebę optymalizacji konstrukcji stalowych (oszczędne zużycie materiału konstrukcyjnego), metalowe silosy cylindryczne budowane są głównie z cienkościennych, giętych na zimno blach falistych z poziomym fałdowaniem, wzmocnionych pionowymi słupami (żebami) rozmieszczonymi równomiernie na obwodzie silosu. Arkusze blach falistych przenoszą obwodowe siły rozciągające wywołane poziomym ciśnieniem jakie wywiera materiał sypki na ścianę, a pionowe słupy przenoszą pionowe siły ściskające wywierane przez tarcie materiału sypkiego na ścianę silosu [2].

W praktyce projektowania inżynierskiego stosuje się zwykle proste wzory zawarte w procedurach normowych, zamiast prowadzenia skomplikowanych analizy numerycznych Metodą Elementów Skończonych (MES) całych silosów 3D, które wymagają wykorzystania ogromnej liczby elementów skończonych, co wiąże się z bardzo czasochłonnymi obliczeniami. Uprozczone procedury projektowe, dotyczące silosów z ścianami z blach falistych wzmocnionych pionowymi słupami, są dostępne w normie Eurokod 3 (EC3) [4] oraz w poprawce do tej normy [5], w których projektowanie konstrukcji opiera się na wzorach dotyczących globalnego lub lokalnego wyboczenia i uplastycznienia słupów lub ściany silosu. Podejście normowe do obliczeń globalnego wyboczenia zależy od rozstawu słupów. Wyniki obliczeń uzyskane w Metodzie Elementów Skończonych 3D, które zostały przedstawione w [8], [9], [12], [13], [20], [21], [22], [23], [24] i [25] w tym prace autorskie lub współautorskie ewidentnie pokazały, że podejście normowe EC3 [4] dotyczące weryfikacji nośności silosu na wyboczenie jest niedoszacowane, szczególnie dla przypadku dużych rozstawów słupów. Eksperymenty wyboczeniowe przeprowadzone na silosach [26] wykazały również duże różnice w wytrzymałości na wyboczenie w porównaniu z EC3. Problemy związane z zbyt konserwatywnym podejściem normowym wskazano również w pracach [27], [28], [29] i [30] w których zaproponowano alternatywne podejście do wyznaczania sztywności płaszcza w procedurze normowej. Ponadto podstawową wadą EC3 [4] był brak ciągłości między dwoma podejściami normowymi odnoszącymi się do rozstawu słupów [12]. Nośność silosu obliczona na podstawie procedury opisanej w poprawce do normy EC3 [5] jest bardziej zbliżona do nośności określonej w MES, jednak nadal niewystarczająco, z uwagi na dalej występujący problem nieciągłości między dwoma metodami normowymi. W pracach [8], [12] i [13] zostały zaproponowane pewne ulepszenia normowych wzorów do projektowania silosów na podstawie kompleksowych analiz numerycznych 3D Metodą Elementów Skończonych (MES) całych silosów. W pracy [11] zaproponowano nowy wzór do obliczania sztywności podłoża sprężystego dla słupa silosu 1D dla konstrukcji silosów o bardzo rzadkim rozstawie słupów, w którym uwzględniono krzywiznę ścian oraz składowe związane ze zginaniem i rozciąganiem obwodowym płaszcza (porównywalnie do poprawki EC3 [5]).

Konstrukcje silosów ulegają awarii częściej niż inne obiekty przemysłowe. Zjawisko to dotyczy głównie silosów z ścianami płaskimi i spowodowane jest najczęściej błędami projektowymi, wykonawczymi lub błędną eksploatacją obiektu [31]. Awarie silosów mogą nieść za sobą katastrofalne skutki związane z stratami materialnymi tj. zniszczeniem konstrukcji czy utratą składowanego materiału oraz przede wszystkim utratą życia osób przybywających w pobliżu obiektu. Skutki powstałych awarii silosów z ścianami płaskimi przedstawiono w pracy [32]. Awarie silosów z blachy falistej z pionowymi słupami występują znacznie rzadziej i najczęściej spowodowane są utratą nośności w miejscu połączenia płaszczka silosu z lejem w wyniku niedoszacowania obciążeń działających na konstrukcje leja silosowego czy błędnych rozwiązań konstrukcyjnych w okolicy leja silosowego [33] [34]. Awarie silosów mogą być również spowodowane poprzez niedoszacowanie obciążeń spowodowanych niecentrycznym napełnianiem lub opróżnianiem (wartości naporów mogą wzrosnąć o około 45-75% [35]) lub wystąpieniem gwałtownego przyrostu obciążenia ścian i dna silosu w wyniku osunięcia się sklepienia powstałego w materiale sypkim pod wpływem zbrylenia się materiału sypkiego [36]. Stan awaryjny płaszczka silosu charakteryzuje się najczęściej wybozczeniem globalnym [21] lub lokalnym [36] pionowego słupa silosowego.

Aby bezpiecznie zaprojektować konstrukcje silosu należy poprawnie przyjąć obciążenia działające na płaszcz silosu. W pracy [35] opisano wyniki badań doświadczalnych przepływu pszenicy w stalowym cylindrycznym silosie płaskodennym z blachy falistej wzmocnionej pionowymi słupami o przekrojach cienkościennych. Przeprowadzono doświadczenia polegające na napełnianiu i opróżnianiu silosu dla różnego typu przepływu materiału sypkiego. W silosie zmierzono następujące wielkości: poziome oraz styczne ciśnienie działające na ściany silosu oraz pionowe siły reakcji pod słupami. Wyniki eksperymentów porównano z Eurokodem 1 [2] wykazując, że obciążenia określone na podstawie normy znajdują się po bezpiecznej stronie. Podobne badania przeprowadzono w pracy [37] w której zbadano wpływ sztywności płaszczka silosu na rozkład poziomego parcia materiału sypkiego na ścianę silosu. Cylindryczne silosy są również wrażliwe na obciążenie powstające w wyniku działania wiatru, jako zmiennego po obwodzie ciśnienia działającego na ściany silosu. W pracy [38] przeanalizowano nośność silosów z blachy falistej z pionowymi słupami obciążonymi wiatrem dla zróżnicowanej geometrii, zróżnicowanego poziomu wypełnienia silosu oraz zróżnicowanego typu obciążenia wiatrem w zależności od zgrupowania silosów (pojedynczy silos lub ich zespół w postaci baterii silosów). Metodologia projektowania silosów w aspekcie inżynierskim została szeroko omówiona w pracy [39].

Innowacyjnym kierunkiem badań jest uwzględnienie pozytywnego wpływu materiału sypkiego składowanego w silosie na jego nośność wybozczeniową. Takie podejście wstępnie stosowano przy wykorzystaniu podłoża Winklera [40], [41] i [42]. Metody uwzględniały materiał sypki, który był opisany poziomymi sprężynami o charakterystykach liniowych lub nieliniowych (eliminujących rozciąganie w materiale). Uwzględnienie materiału sypkiego w bezpośrednich analizach numerycznych konstrukcji silosów wykorzystujących prawo konstytutywne hipoplastyczności [43], [44] zaprezentowano w [45], [46]. Wyniki tych obliczeń wykazały, że nośność analizowanego silosu z uwagi na wybozczenie była o 35 - 135% wyższa od nośności pustego silosu. Wykorzystanie nieliniowego modelu hipoplastycznego składowanego w silosie materiału w analizie nośności konstrukcji, opartego na złożonym modelu

odwzorującym zachowanie materiału sypkiego, uwzględniającego wpływ gęstości, ciśnienia i kierunku odkształcenia są bardzo realistyczne, ale niezwykle czasochłonne. Z tego względu w analizach numerycznych rzeczywistego silosu opisanej w pracy [14] w sposób uproszczony uwzględniono obecność materiału sypkiego składowanego w silosie. Zastosowano sprężyste podłoże Winklera-Pasternaka i sprężyste bryłowe elementy skończone odwzorowujące materiał sypki w silosie.

### 3 PROJEKTOWANIE SILOSÓW Z BLACHY FALSITEJ WZMOCNIONYCH SŁUPAMI

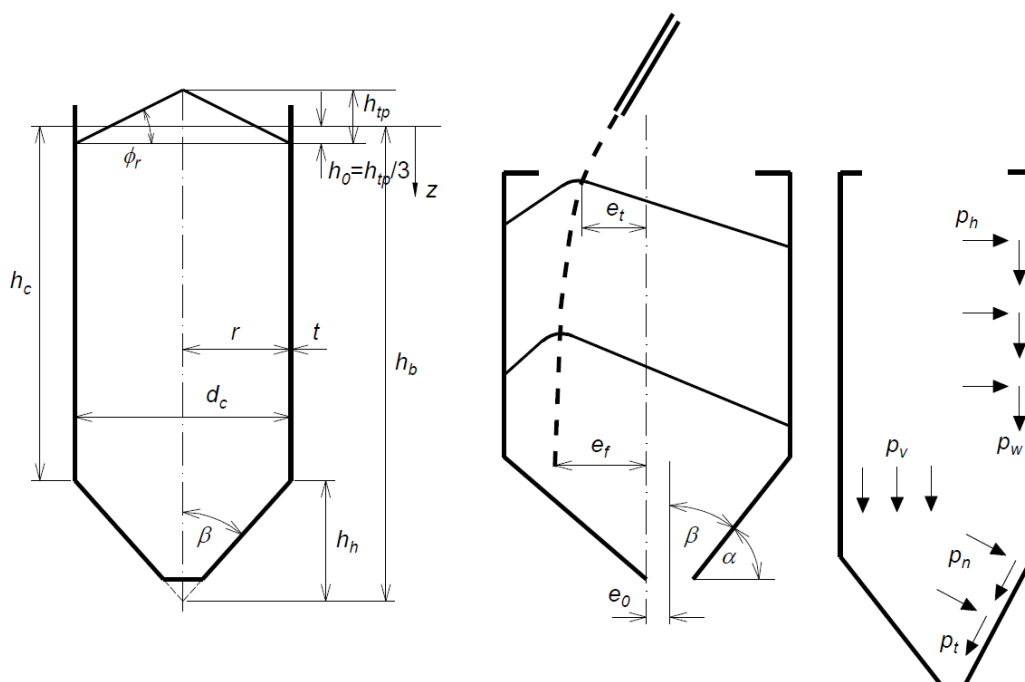
#### 3.1 Obciążenie pionowych ścian konstrukcji silosów w postaci materiału sypkiego

Tematyka ciśnienia wywieranego na pionowe ściany silosów przez materiał sypki stanowiła przedmiot badań teoretycznych podejmowanych w pracach [47] i [48]. Metoda wyznaczania naporów działających na pionowe ściany silosu zaproponowana w pracy [47] stanowi obecnie fundamentalne podstawy dla aktualnych procedur normowych dotyczących określania naporu materiału sypkiego działającego na ściany silosów wzbogacona o dodatkowe współczynniki uwzględniające dodatkowe zjawiska występujące podczas przepływu materiału sypkiego w silosach.

Aktualnie obowiązujące przepisy dotyczące wyznaczania ciśnienia działającego na ściany silosu od składowanego materiału sypkiego zawarte są w normie [2]. Reguły określone w niniejszej normie stosuje się przy ograniczeniach geometrycznych dotyczących kształtu przekrojów poprzecznych oraz rozmiarów analizowanej konstrukcji (rys. 3.1):

$$\frac{h_b}{d_c} < 10, h_b < 100 \text{ m}, d_c < 60 \text{ m.}$$

(3.1)



Rys. 3.1: Oznaczenia wymiarów i oddziaływań w postaci naporów na ściany silosu na podstawie [2].

Reguły dotyczące określania oddziaływań materiału sypkiego na ściany silosu są uzależnione od przyjętej klasy oceny oddziaływań. Klasę oceny oddziaływań zależy od objętości składowanego materiału oraz od mimośrodowo przy opróżnianiu i napełnianiu silosu. Klasę oceny oddziaływań przyjmuje się na podstawie tab. 3.1 [2]. Reguły dla silosów o małej pojemności (poniżej 100 ton) są uproszczone i zachowawcze w porównaniu do reguł stosowanych dla silosów o objętości składowania

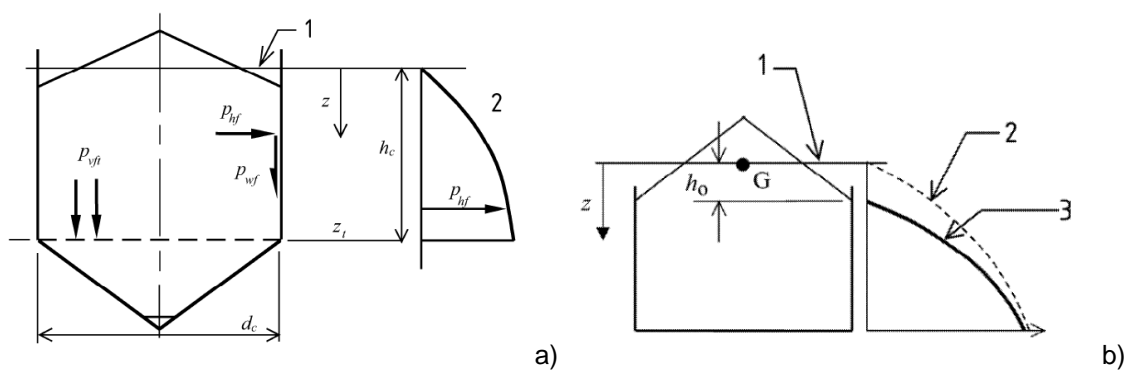
przekraczającej np. 10 000 ton. Procedura normowa uzależniona jest również od smukłości silosu. Wyróżniono następujące typy konstrukcji z uwagi na ich geometrię:

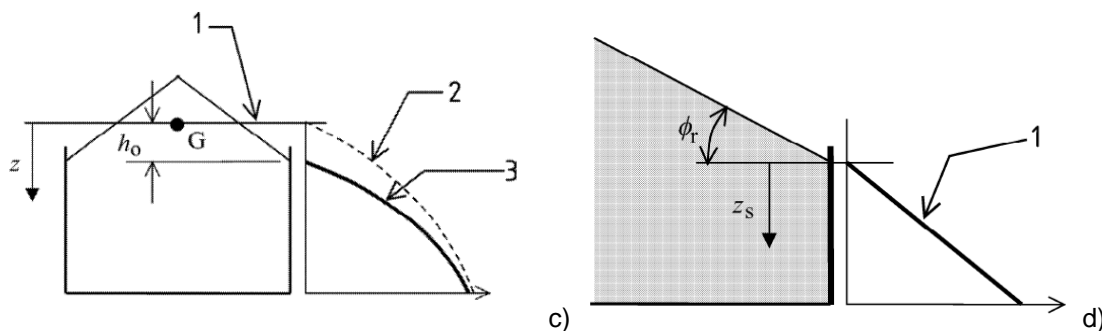
- silosy smukłe, gdy  $2,0 \geq h_c/d_c$ ,
- silosy średniej smukłości  $1,0 < h_c/d_c \leq 2,0$ ,
- silosy niskie, gdy  $0,4 < h_c/d_c \leq 1,0$  oraz
- silosy retencyjne z płaskim dnem, gdy  $h_c/d_c \leq 0,4$ .

W zależności od smukłości konstrukcji silosu występuje zróżnicowany rozkład symetrycznego parcia poziomego działającego na ściany silosu (rys. 3.2).

**Tab. 3.1:** Klasyfikacja oceny oddziaływań materiału sypkiego na silosy wg. [2]

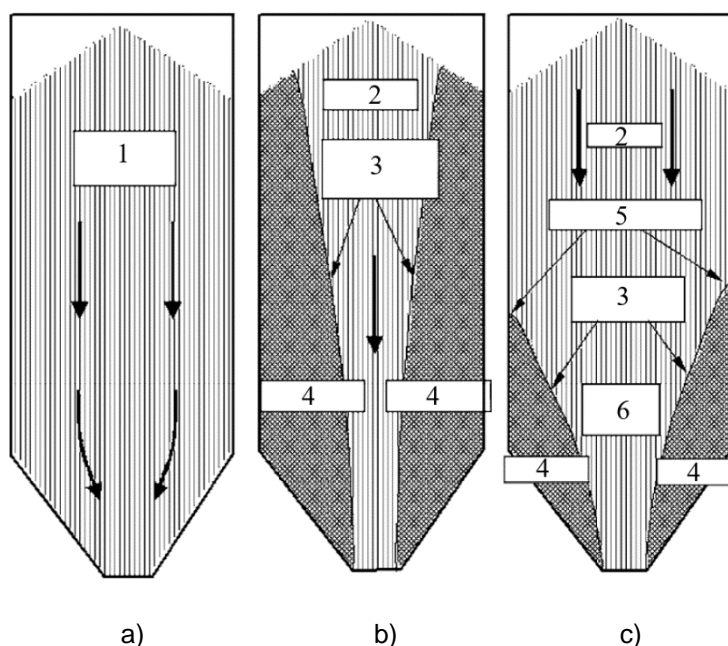
Klasa oceny oddziaływań	Opis
Klasa oceny oddziaływań 3	<p>Silosy o objętości składowania ponad 10 000 ton</p> <p>Silosy o objętości składowania ponad 1 000 ton, w których występuje którakolwiek z następujących sytuacji obliczeniowych:</p> <p>a) niecentryczne opróżnianie przy <math>e_0/d_c &gt; 0,25</math> (rys. 3.1)</p> <p>b) niskie silosy przy mimośrodzie górnego stożka nasypu <math>e/d_c &gt; 0,25</math></p>
Klasa oceny oddziaływań 2	<p>Wszystkie silosy omówione w niniejszej normie i nieumieszczone w innej klasie</p>
Klasa oceny oddziaływań 1	<p>Silosy o objętości składowania poniżej 100 ton</p>





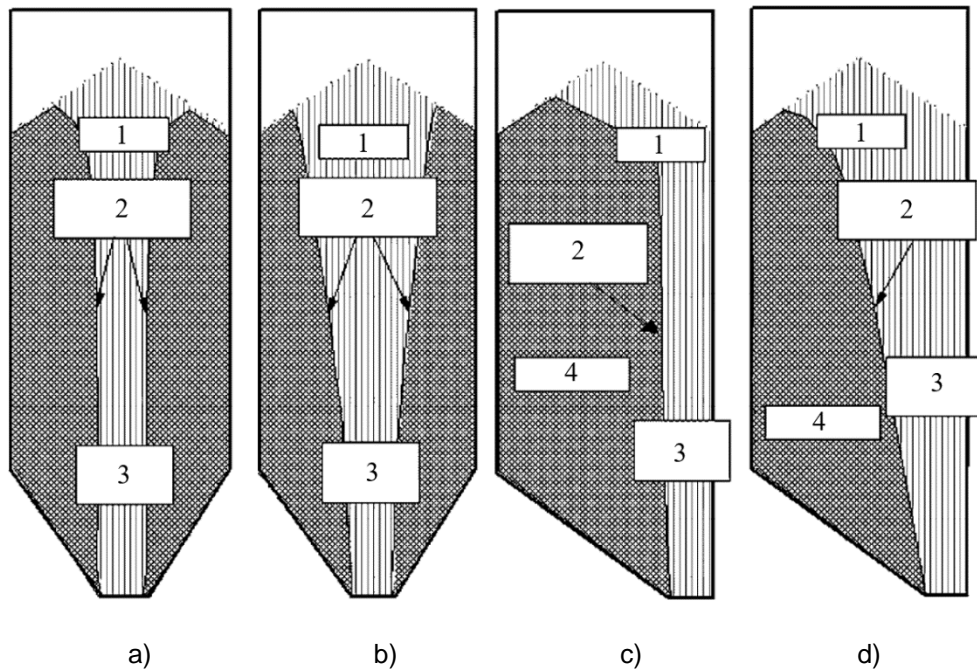
**Rys. 3.2:** Parcie przy napełnianiu w silosie: a) smukłym, b) średniej smukłości, c) niskim i d) retencyjnym [2] (1 - powierzchnia zastępcza, 2 – parcie na segment pionowy według reguły silosu smukłego i 3 – parcie na segment pionowy według reguły silosu niskiego).

W obliczeniach należy również uwzględnić wpływ rodzaju przepływu materiału sypkiego na ciśnienie wywierane na ściany silosu. Norma [2] wyróżnia 3 podstawowe typy przepływu materiału sypkiego przy opróżnianiu takie jak: przepływ masowy w którym cały materiał jest w ruchu w całej objętości silosu (rys. 3.3a); kanałowy w którym wytwarza się kanał przepływu materiału sypkiego a materiał przy ścianach silosu jest w spoczynku (rys. 3.3b) oraz przepływ mieszany w którym powstają strefy przepływu masowego oraz strefy bezruchu pomiędzy którymi tworzy się zastępczy lej w którym występuje przepływ kanałowy (rys. 3.3c). Rodzaj przepływu materiału sypkiego w silosie uzależniony jest od smukłości silosu, geometrii leja, współczynnika tarcia materiału sypkiego o ścianę oraz mimośrodowo napełniania i opróżniania silosu.



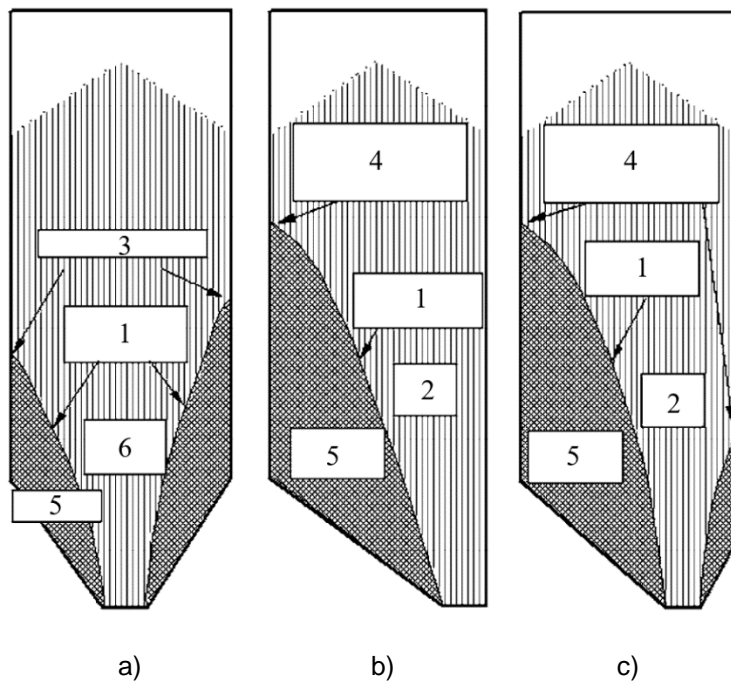
**Rys. 3.3:** Podstawowe rodzaje przepływu materiału sypkiego w silosie przy opróżnianiu: a) przepływ masowy, b) przepływ kanałowy i c) przepływ mieszany (1 – cały ośrodek w ruchu, 2 – kanał przepływu, 3 – granica kanału przepływu, 4 – strefa bezruchu, 5 – zastępczy punkt przejścia i 6 – zastępczy lej).

Przepływ kanałowy (rys. 3.3b) rozróżniono na 4 typy zależne od kształtu kanału przepływu (równoległy kanał przepływu lub zbieżny kanał przepływu) oraz od niecentryczności kanału uzależnionej od mimośrodowo opróżniania materiału sypkiego (centralny przepływ kanałowy lub niecentryczny przepływ kanałowy). Rodzaje przepływu kanałowego przedstawiono na rys. 3.4.



**Rys. 3.4:** Rodzaje przepływu kanałowego przy opróżnianiu: a) równoległy przepływ kanałowy, b) przepływ kanałem zbieżnym, c) niecentryczny równoległy przepływ kanałowy i d) niecentryczny przepływ kanałem zbieżnym [2] (1 - strumień przepływu, 2 - granica kanału przepływu, 3 - kanał przepływu i 4 - strefa bezruchu).

Dla przepływu mieszanego (rys. 3.3c) wyróżniono kolejne 3 typy przepływu materiału sypkiego w silosie uzależnione od centryczności wypływu ośrodka. Rodzaje przepływu mieszanego przedstawiono na rys. 3.5.



**Rys. 3.5:** Rodzaje przepływu mieszanego przy opróżnianiu: a) koncentryczny przepływ mieszany, b) w pełni niecentryczny przepływ mieszany i c) częściowo niecentryczny przepływ mieszany. [2] (1 – granica kanału przepływu, 2 – strefa przepływu, 3 – zastępczy punkt przejściowy, 4 – zastępcza linia przejściowa, 5 – strefa bezruchu i 6 – zastępczy lej).

Odziaływanie materiału sypkiego na ściany silosu sklasyfikowane jest wg. normy [2] jako obciążenie zmienne. Materiał sypki znajdujący się w silosie jest uwzględniony poprzez następujące przypadki obciążenia:

- napór normalny na pionową ścianę silosu (napór poziomy  $p_h$  (rys. 3.1)),
- tarcie powierzchniowe na pionową ścianę silosu (napór styczny  $p_w$  (rys. 3.1)),
- napór pionowy na dno silosu  $p_v$  (rys. 3.1) i
- obciążenie normalne i styczne leja silosowego (rys. 3.1).

Napory wywierane na ścianę silosu w wyniku odziaływania materiału sypkiego należy określać dla stanu całkowitego napełnienia konstrukcji w przypadku napełniania i opróżniania. Należy określić odpowiednio stany graniczne konstrukcji dla maksymalnych wartości naporu powierzchniowego na pionową ścianę silosu, tarcia powierzchniowego na pionową ścianę silosu, naporu na dno silosu oraz obciążenia leja silosu przyjmując górną charakterystyczną wartość ciężaru objętościowego składowanego materiału. Wartości naporów ustala się na podstawie odpowiednio dobranych wartości właściwości materiału sypkiego takich jak współczynnik tarcia ośrodka o pionową ścianę silosu  $\mu$ , ilorazu parcia bocznego  $K$  oraz kąta tarcia wewnętrznego  $\phi$ . Każda z tych wartości osiąga ekstremum w postaci górnych i dolnych wartości charakterystycznych. W celu określenia odpowiedniego ekstremalnego przypadku obciążenia należy przyjmować odpowiednie wartości właściwości ośrodka zgodnie z tab. 3.2.

**Tab. 3.2:** Wartości właściwości używanych przy różnych ocenach obciążeń na ściany silosu [2]

Przyjmowane wartości charakterystyczne			
Przeznaczenie	Współczynnik tarcia o ścianę $\mu$	Iloraz parcia bocznego $K$	Kąt tarcia wewnętrznego $\phi$
Dla ściany pionowej lub cylindra			
Maksymalne parcie normalne na pionową ścianę silosu	Dolne	Górne	Dolne
Maksymalne tracie powierzchniowe o pionową ścianę silosu	Górne	Górne	Dolne
Maksymalne obciążenie na lej lub płaskie dno silosu	Dolne	Dolne	Górne

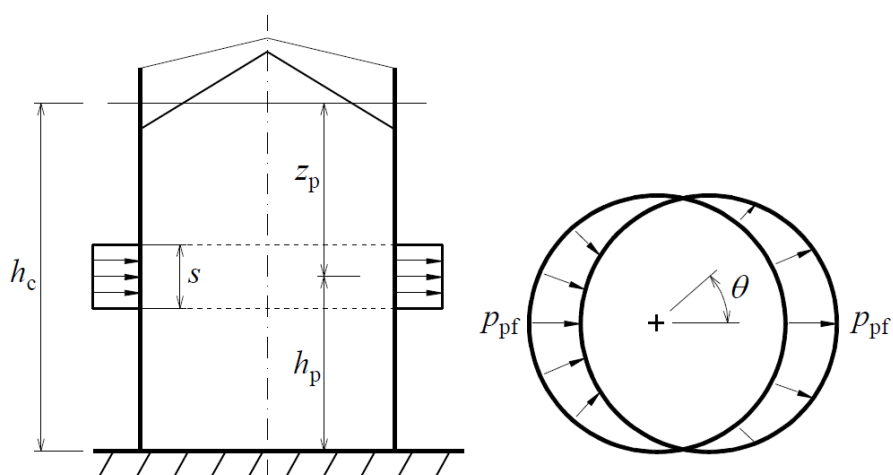
Funkcje naporu zależą od współczynnika tarcia materiału sypkiego na ściany silosu  $\mu$ . Współczynnik tarcia materiału sypkiego o ścianę silosu zależy od rodzaju materiału sypkiego oraz od szorstkości ściany. W normie zdefiniowano cztery typy powierzchni ściany:

- D1 – nisko tarciowa sklasyfikowana jako „Śliska”,
- D2 – średnio tarciowa sklasyfikowana jako „Gładka”,
- D3 – wysoko tarciowa sklasyfikowana jako „Szorstka” oraz
- D4 – nieregularna.



Ściany silosów z płaszczem w postaci blachy falistej z fałdowaniem poziomym zaliczają się do kategorii powierzchni typu „D4”. Określenie współczynnika tarcia o ścianę z blachy falistej należy określić na podstawie Załącznika D.2 normy [2].

W przypadku klasy oceny oddziaływań 2 i 3 (tab. 3.1) należy dodatkowo uwzględnić wpływ asymetrii obciążenia wynikającego z mimośrodów i imperfekcji w procesie napełniania i opróżniania silosu. W przypadku silosów smukłych cienkościennych efekt ten uwzględnia się poprzez zdefiniowanie lokalnego obciążenia zmiennego po obwodzie (rys. 3.6). Dla silosów niskich oraz silosów średniej smukłości efekt małych mimośrodów uwzględnia się poprzez równomierne zwiększenie naporów oddziałujących na ścianę silosu.



**Rys. 3.6:** Obciążenie lokalne dla kołowego silosu cienkościennego. [2]

### 3.2 Zasady projektowania silosów cylindrycznych z pionowymi słupami wg. normy PN - EN 1993-4-1

Silosy z blachy falistej z fałdowaniem ukierunkowanym pionowo wzmocnione pionowymi słupami oblicza się wg normy [5]. Weryfikację stateczności ściany silosu obciążonej siłą osiową powstającą w wyniku działania naporu stycznego od materiału sypkiego przeprowadza się na podstawie dwóch alternatywnych metod. Dla rozstawu słupów  $d_s$  nie przekraczającego wartości granicznej  $d_{s,max}$  (wzór (3.2)) weryfikację należy przeprowadzić stosując metodę określającą stateczność równoważnej powłoki ortotropowej (metodę w pracy oznaczono jako „EC3A”) (rozdział 3.2.1). Dla rozstawu słupów który przekracza wartość graniczną  $d_{s,max}$  należy zweryfikować stateczność pojedynczego słupa przy założeniu, że blacha falista nie przenosi siły pionowej ale stanowi podparcie dla słupa w postaci podłoża sprężystego (metoda oznaczona w pracy jako „EC3B” (wersja pierwotna [4]) i „EC3B+” (wersja wg poprawki do normy [5])) (rozdział 3.2.2).

$$d_{s,max} = k_{dx} \left( \frac{r^2 D_y}{C_y} \right)^{0,25}, \quad (3.2)$$

gdzie:

$C_y$  – sztywność błonowa blachy płaszczka silosu w kierunku sfałdowania (patrz. 3.2.1) wzory (3.9),

$D_y$  – sztywność zgięciowa blachy płaszczka silosu w kierunku sfałdowania (patrz. 3.2.1) wzory (3.9),

$k_{dx}$  – współczynnik normowy (zalecana wartość  $k_{dx} = 7,4$ )

$r$  – promień silosu

#### 3.2.1 Ściana silosu usztywniona słupami traktowana jako powłoka ortotropowa (Metoda „EC3A”) [5]

Dla gęstego rozstawu słupów ( $d_s \leq d_{s,max}$ ), w przypadku gdy ścianę silosu traktuje się jako powłokę ortotropową należy określić przekrojową siłę krytyczną  $n_{x,Rcr}$  (3.3) zdefiniowaną na jednostkę obwodu powłoki ortotropowej. Rozwiązania poszukuje się poprzez minimalizację wyrażenia ze względu na liczbę wyboczeniowych fałd obwodowych  $j$  oraz ze względu na wysokość wyboczeniową  $l_i$  pół-fali wyboczeniowej powłoki silosu. Wartości  $A_1$ ,  $A_2$  i  $A_3$  (określone w równaniach (3.5)-(3.7) zawierają składniki macierzy sztywności powłoki ortotropowej  $C_{ij}$  (3.8). Macierz sztywności  $C_{ij}$  zawiera ortotropowe sztywności blachy falistej oraz rozmyte sztywności uźebrowania pionowego (słupy (rys. 1.5)) i poziomego (pierścienie usztywniające). Sztywność poszycia w postaci blachy fałdowej o przekroju przedstawionym na rys. 3.7 określa się stosując wzory (3.9) [4].

$$n_{x,Rcr} = \frac{1}{j^2 \omega^2} \left( A_1 + \frac{A_2}{A_3} \right) \quad (3.3)$$

gdzie:

$$\omega = \frac{\pi r}{j \cdot l_i}, \quad (3.4)$$

$$A_1 = j^4[\omega^4 C_{44} + 2\omega^2(C_{45} + C_{66}) + C_{55}] + C_{22} + 2j^2 C_{25}, \quad (3.5)$$

$$A_2 = 2\omega^2(C_{12} + C_{33})(C_{22} + j^2 C_{25})(C_{12} + j^2 \omega^2 C_{14}) + \\ -(\omega^2 C_{11} + C_{33})(C_{22} + j^2 C_{25})^2 - \omega^2(C_{22} + \omega^2 C_{33})(C_{12} + j^2 \omega^2 C_{14})^2, \quad (3.6)$$

$$A_3 = (\omega^2 C_{11} + C_{33})(C_{22} + C_{25} + \omega^2 C_{33}) - \omega^2(C_{12} + C_{33})^2 \quad (3.7)$$

oraz:

$$C_{11} = C_\phi + EA_s/d_s,$$

$$C_{12} = v\sqrt{C_\phi C_\theta},$$

$$C_{14} = \frac{e_s EA_s}{(rd_s)},$$

$$C_{44} = \frac{\left[ D_\phi + \frac{EI_s}{d_s} + \frac{EA_s e_s^2}{d_s} \right]}{r^2}, \quad (3.8)$$

$$C_{22} = C_\theta + EA_r/d_r,$$

$$C_{33} = C_{\phi\theta},$$

$$C_{25} = \frac{e_r EA_r}{(rd_r)},$$

$$C_{55} = \left[ D_\theta + \frac{EI_r}{d_r} + \frac{EA_r e_r^2}{d_r} \right] / r^2,$$

$$C_{66} = \left[ D_{\phi\theta} + 0,5 \left( \frac{GI_{ts}}{d_s} + \frac{GI_{tr}}{d_r} \right) \right] / r^2.$$

gdzie:

$l_i$  – długość półfali wyboczeniowej w kierunku pionowym, odpowiadająca potencjalnej formie wyboczenia,

$A_s$  – pole powierzchni przekroju żebra południkowego (słupa),

$I_s$  – moment bezwładności przekroju żebra południkowego (słupa) względem osi obwodowej (zginanie pionowe),

$d_s$  – rozstaw żeber pionowych (słupów) w kierunku obwodowym,

$I_{ts}$  – moment bezwładności przy swobodnym skręcaniu żebra południkowego (słupa),

$e_s$  – mimośród żebra południkowego (słupa) mierzony od powierzchni środkowej powłoki,

$A_r$  – pole powierzchni przekroju pierścienia usztywniającego,

$I_r$  – moment bezwładności przekroju pierścienia usztywniającego względem osi pionowej (zginanie obwodowe),

$d_r$  – odległość między pierścieniami usztywniającymi,

$I_{tr}$  – moment bezwładności przy swobodnym skręcaniu pierścienia usztywniającego,

$e_r$  – mimośród pierścienia usztywniającego mierzony od powierzchni środkowej powłoki,

$C_{\phi}$  – sztywność błonowa w kierunku południkowym (odpowiada wartości  $C_x$  określonej wzorem (3.9) dla płaszcza o sfałdowaniu w kierunku pionowym),

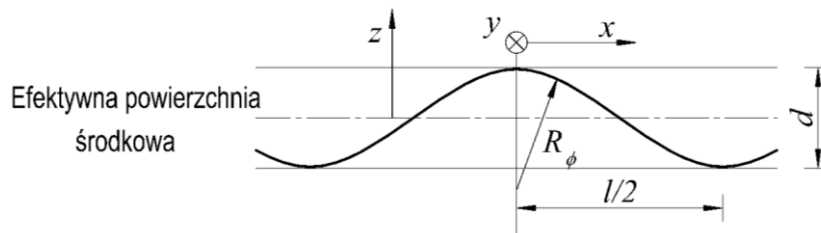
$C_{\theta}$  – sztywność błonowa w kierunku obwodowym (odpowiada wartości  $C_y$  określonej wzorem (3.9) dla płaszcza o sfałdowaniu w kierunku pionowym),

$C_{\phi\theta}$  – sztywność błonowa przy ścinaniu (odpowiada wartości  $C_{xy}$  określonej wzorem (3.9) dla płaszcza o sfałdowaniu w kierunku pionowym),

$D_{\phi}$  – sztywność zgięciowa w kierunku południkowym (odpowiada wartości  $D_x$  określonej wzorem (3.9) dla płaszcza o sfałdowaniu w kierunku pionowym),

$D_{\theta}$  – sztywność zgięciowa w kierunku obwodowym (odpowiada wartości  $D_y$  określonej wzorem (3.9) dla płaszcza o sfałdowaniu w kierunku pionowym),

$D_{\phi\theta}$  – sztywność zgięciowa przy skręcaniu (odpowiada wartości  $D_{xy}$  określonej wzorem (3.9) dla płaszcza o sfałdowaniu w kierunku pionowym).



**Rys. 3.7:** Przekrój sfałdowania blachy fałdowej płaszcza silosu. [4]

$$\begin{aligned}
 C_x &= E \frac{2t^3}{3d^2} \\
 C_y &= Et \left( 1 + \frac{\pi^2 d^2}{4l^2} \right) \\
 C_{xy} &= \frac{Gt}{\left( 1 + \frac{\pi^2 d^2}{4l^2} \right)} \\
 D_x &= \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \cdot \frac{1}{\left( 1 + \frac{\pi^2 d^2}{4l^2} \right)} \\
 D_y &= 0,13Etd^2 \\
 D_{xy} &= \frac{Gt^3}{12} \cdot \left( 1 + \frac{\pi^2 d^2}{4l^2} \right)
 \end{aligned}
 \tag{3.9}$$

gdzie:

$d$  – wysokość blachy fałdowej (rys. 3.7),

$l$  – szerokość blachy fałdowej (rys. 3.7),

$t$  – grubość blachy,

$E$  – moduł sprężystości (Younga) stali blachy fałdowej,

$G$  – moduł sprężystości przy ścinaniu (Kirchoffa) stali blachy fałdowej.

Obliczeniową nośność powłoki ortotropowej  $n_{x,Rd}$  wyznacza się jako mniejszą z wartości (3.10) i (3.11):

$$n_{x,Rd} = \alpha_x n_{x,Rcr} / \gamma_{M1}, \quad (3.10)$$

$$n_{x,Rd} = A_{eff} f_y / (d_s \gamma_{M0}), \quad (3.11)$$

gdzie:

$\alpha_x$  – współczynnik imperfekcji (redukcyjny) przy wyboczeniu sprężystym (zalecana się przyjmować  $\alpha_x = 0,8$ ),

$\gamma_{M1}$  – współczynnik częściowy ( $\gamma_{M1} = 1,1$ ),

$d_s$  – rozstaw słupów po obwodzie silosu,

$A_{eff}$  – efektywne pole przekroju słupa.

### 3.2.2 Ściana silosu usztywniona słupami przenoszącymi całkowite obciążenie podłużne (Metoda „EC3B” [4] i „EC3B+” [5])

Druga metoda jest stosowana w przypadku rzadkiego rozstawu słupów, tj. gdy  $d_s > d_{s,max}$ . W procedurze założono, że blacha fałdowa nie przenosi siły podłużnej, natomiast stanowi usztywnienie słupa w płaszczyźnie stycznej do płaszcza silosu. Nośność wyboczeniową można obliczyć korzystając z dwóch alternatywnych metod:

- Nie uwzględniając sztywności poszycia silosu w postaci blachy falistej przy wyboczeniu słupa w kierunku prostopadłym do ściany silosu;
- Uwzględniając sztywność poszycia silosu w postaci blachy falistej przy wyboczeniu słupa w kierunku prostopadłym do ściany silosu.

Wykorzystując metodę (a) nośność wyboczeniową pojedynczego słupa określa się na podstawie podstawowej procedury dotyczącej ściskanego słupa podanej w normie [49]. Obliczeniowa nośność na wyboczenie  $N_{b,Rd}$  w metodzie (a) określona jest wzorem:

$$N_{b,Rd} = \frac{\chi \cdot A_{eff} \cdot f_y}{\gamma_{M1}}, \quad (3.12)$$

gdzie:

$A_{\text{eff}}$  – efektywne pole przekroju słupa,

$\gamma_{M1}$  – współczynnik częściowy ( $\gamma_{M1} = 1,1$ ),

$f_y$  – granica plastyczności,

$\chi$  – współczynnik wyboczenia (zgodnie z normą [49]).

Zastosowanie metody (a) prowadzi do zaniżenia nośności słupa ze względu na brak uwzględnienia w współczynniku wyboczeniowym  $\chi$  sztywności płaszcza jako podłoża sprężystego.

Wykorzystując metodę (b) rozwiązanie sprowadza się do określenia nośności wyboczeniowej słupa opartego na podłożu sprężystym w postaci płaszcza silosu (rys. 3.8a). Nośność wyboczeniową  $N_{b,Rd}$  oblicza się jako mniejszą z dwóch wartości (3.13) i (3.14):

$$N_{b,Rd} = \frac{2 \cdot \sqrt{EI_y K}}{\gamma_{M1}}, \quad (3.13)$$

$$N_{b,Rd} = \frac{A_{\text{eff}} \cdot f_y}{\gamma_{M1}}, \quad (3.14)$$

gdzie:

$EI_y$  – sztywność zgięciowa słupa w płaszczyźnie prostopadłej do ścianki,

$A_{\text{eff}}$  – efektywne pole przekroju słupa,

$K$  – sztywność zgięciowa poszycia silosu (sztywność podłoża sprężystego dla ściskanego słupa).

Równania zostały wyprowadzone przy następujących założeniach:

- wyboczenie słupa występuje tylko w płaszczyźnie prostopadłej do ściany silosu (pod uwagę można wziąć tylko wyboczenie w jednym wymiarze),
- liczba półfal wyboczeniowych wzdłuż obwodu silosu jest równa połowie liczby słupów,
- słup jest tylko obciążony siłą pionową przyłożoną na jego końcu (nie uwzględnia się poziomego obciążenia od ścian oraz momentu zginającego powstającego w wyniku działania siły pionowej na mimośrodzie),
- słup jest oparty na podłożu sprężystym wzdłuż jego wysokości, którego sztywność jest równa sztywności zgięciowej blachy falistej,
- nie uwzględnia się sztywności przechowywanego materiału sypkiego.

Sztywność podłoża sprężystego  $K$  jest wyznaczona na podstawie założonej wstępnie postaci wyboczeniowej silosu. Pierwotna procedura normowa (oznaczona w pracy jako „EC3B”) służąca do określenia sztywności podłoża sprężystego  $K$  polega na określeniu sztywności zgięciowej poszycia silosu rozpiętego pomiędzy pionowymi słupami (rys. 3.8b). Określenie sztywności podłoża sprężystego sprowadza się do rozwiązania podstawowego zagadnienia mechaniki polegającego na obciążeniu belki wolnopodpartej jednostkową siłą  $q$ . Wartość  $K$  uzyskuje się na podstawie stosunku siły jednostkowej

$q$  do uzyskanego przemieszczenia  $\Delta$  (rys. 3.8b). Ostatecznie wzór na sztywność podłoża sprężystego w pierwotnej metodzie normowej („EC3B”) ma postać:

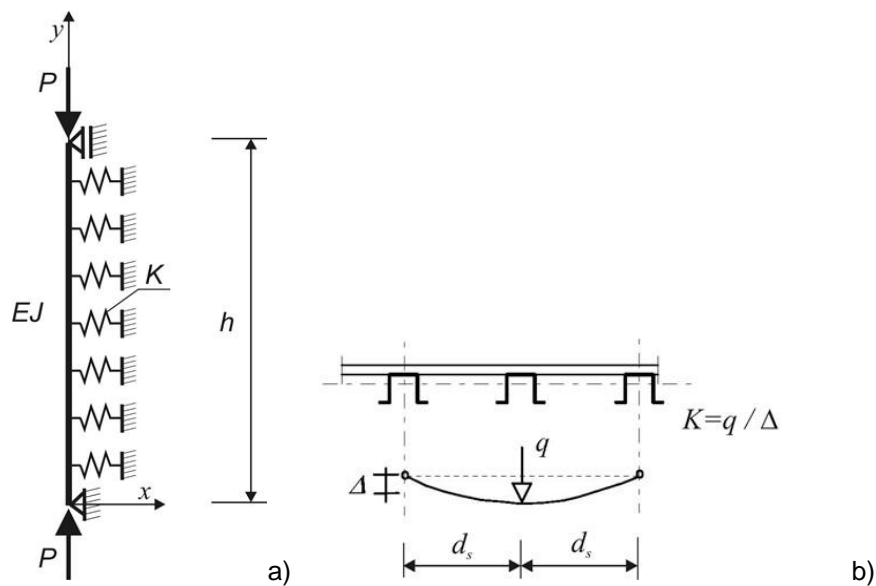
$$K = k_s \frac{D_y}{d_s^3}, \quad (3.15)$$

gdzie:

$D_y$  – sztywność zgięciowa blachy falistej przy zginaniu obwodowym (patrz wzór (3.9)),

$d_s$  – rozstaw słupów po obwodzie silosu,

$k_s$  – parametr zależny od przyjętego schematu wybożenia silosu (zgodnie ze schematem przyjętym na rys. 3.8a w którym długość półfali wybożeniowej odpowiada podwójnemu rozstawowi słupów  $k_s = 6$ ).



**Rys. 3.8:** Założenia modelu wybożeniowego pojedynczego słupa silosu: a) słup podparty na podłożu sprężystym o sztywności  $K$  obciążony siłami pionowymi na obu końcach i b) schemat statyczny fragmentu przekroju płaszcza silosu służący do określenia sztywności podłoża sprężystego  $K$ .

Pierwotne podejście normowe dotyczące określania sztywności podłoża sprężystego  $K$  wiązało się z znacznym niedoszacowaniem nośności konstrukcji silosów w porównaniu do wyników analiz numerycznych [9], [12] i [13], i Artykuły [8], [12], [22] i [24] zawierały propozycje modyfikacji standardowych procedur normowych na podstawie kompleksowych analiz numerycznych MES całych silosów. W pracy [24] (rozdział 6.1) przedstawiono nowy wzór służący do określenia sztywności podłoża sprężystego, stanowiącego podparcie dla pionowego słupa silosowego w postaci blachy falistej, w którym uwzględniono krzywiznę cylindrycznego płaszcza silosu (co znacząco poprawiło wyniki normowe nośności wybożeniowej w porównaniu z analizami numerycznymi MES całej konstrukcji silosu [12]). Zaproponowane rozwiązanie jest zbliżone do poprawki wprowadzonej do Eurokodu 3 [5].

W celu poprawy efektywności rozwiązań uzyskiwanych na podstawie metody „EC3B”, zmodyfikowano sposób określania sztywności podłoża sprężystego  $K$  przez uwzględnienie krzywizny płaszcza silosu (rys. 3.9). Zmodyfikowaną sztywność podłoża sprężystego określają się z wyrażenia [5]:

$$K = \frac{1}{r} \left\{ \frac{2C_y D_y}{f D_y + r^2 C_y \{f + \phi \cos \phi (\tan \phi + 2g)^2 - 2[2g^2 \sin 2\phi - 2g(\cos 2\phi - \cos \phi) - \sin \phi (\cos \phi - 1)]\}} \right\} \quad (3.16)$$

gdzie:

$$\phi = \frac{d_s}{r}, \quad (3.17)$$

$$f = \frac{1}{4} \{ (4g^2 + 1)(2\phi + \sin 2\phi) + 4g(1 - \cos 2\phi) - 2 \sin 2\phi \}, \quad (3.18)$$

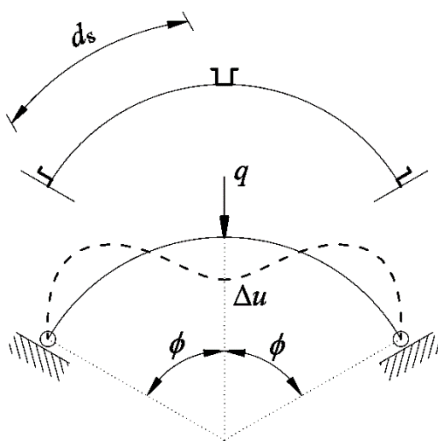
$$g = \frac{D_y \sin^2 \phi - r^2 C_y [(1 - \cos \phi)(1 + 3 \cos \phi) - \phi \sin 2\phi]}{D_y (2\phi + \sin 2\phi) - r^2 C_y [2\phi(2 + \cos 2\phi) - 3 \sin 2\phi]} \quad (3.19)$$

gdzie:

$C_y$  - sztywność błonowa blachy falistej w kierunku obwodowym (patrz wzór (3.9)),

$D_y$  - sztywność zgięciowa blachy falistej przy zginaniu obwodowym (patrz wzór (3.9)),

$d_s$  - rozstaw słupów po obwodzie silosu.



**Rys. 3.9:** Schemat statyczny fragmentu przekroju płaszcza silosu służący do określenia sztywności podłoża sprężystego  $K$  wg wprowadzonej poprawki do normy [5].



## 4 ANALIZY MES

W rozdziale przedstawiono ogólny opis przeprowadzonych analiz numerycznych oraz metod obliczeniowych pozwalających na uzyskanie zbieżności w procesie przyrostowego rozwiązania nieliniowego problemu stateczności analizowanych konstrukcji. Omówiono zastosowane w analizach numerycznych modele MES silosów z blachy falistej z pionowymi słupami. Przedstawiono wyniki linowych oraz nieliniowych analiz wybożeniowych silosu obciążonego pszenicą. Wyniki numeryczne porównano z wynikami uzyskanymi na podstawie normy PN-EN-1993-4-1 [4] oraz poprawki do normy [5].

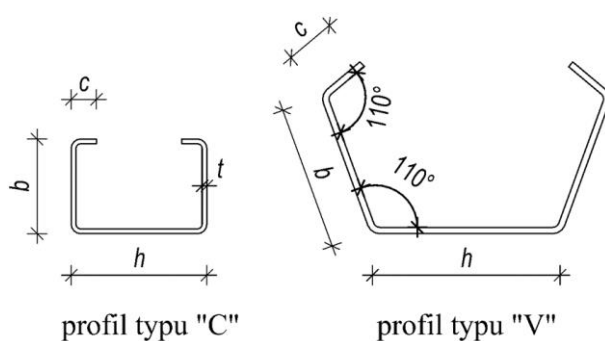
### 4.1 Wprowadzenie

Zagadnienie dotyczące projektowania konstrukcji silosów jest procesem dużo bardziej skomplikowanym w stosunku do projektowania pozostałych obiektów inżynierskich takich jak np. budynki mieszkalne czy hale stalowe. Złożoność procesu projektowania wynika z konieczności stosowania elementów powierzchniowych (płaszcz silosu) czy profili cienkościennych (słupy cienkościenne), które są podatne na utratę stateczności lokalnej i dystorsyjnej. Dodatkowym czynnikiem wpływającym na złożoność procesu projektowania omawianych konstrukcji jest charakterystyka głównego obciążenia, którym jest materiał sypki. Pomimo analitycznych rozwiązań oraz przepisów normowych dotyczących projektowania silosów wskazane jest przeprowadzenie analiz numerycznych wykorzystujących np. Metodę Elementów Skończonych (MES) pozwalających na dokładne określenie nośności granicznej silosów. Wykorzystując w projektowaniu silosów jedynie przepisy normowe nie jest możliwe uwzględnienie dokładnej geometrii oraz dokładnego przebiegu obciążenia zmiennego na wysokości i obwodzie analizowanej konstrukcji. Może to prowadzić do niewłaściwego zaprojektowania analizowanej konstrukcji. Jednakże przeprowadzenie dokładnych analiz numerycznych konstrukcji silosów wymaga dużych nakładów obliczeniowych w wielu przypadkach nieosiągalnych dla projektantów. Dodatkowo problematycznym jest zagadnienie złożoności modelu numerycznego oraz samego procesu obliczeniowego. W rozdziale przedstawiono serię analiz numerycznych MES dotyczących stateczności oraz nośności granicznej silosów z blachy falistej wzmocnionych po obwodzie pionowymi słupami. Przeprowadzone analizy numeryczne pozwoliły zweryfikować procedury normowe. Na podstawie przeprowadzonej weryfikacji zaproponowano uproszczone inżynierskie modele numeryczne pozwalające w mniej skomplikowany sposób ocenić nośność graniczną projektowanej konstrukcji. Na podstawie przeprowadzonych analiz numerycznych zaproponowano propozycje zmian w procedurach normowych pozwalających na dokładniejsze określenie nośności silosów metodami analitycznymi (rozdział 6).

### 4.2 Charakterystyka analizowanych silosów

Badania przeprowadzono dla silosów produkowanych w systemie Riela [50]. Analizowany system silosów zakłada rozwiązania konstrukcyjne dla silosów o średnicach od 3.57 m (seria S400) do średnicy 32,1 m (seria S3600). Wysokości silosów w zakresie od 4.41 m do 35.2 m. Płaszcz silosu wykonywany jest z arkuszy blachy falistej o wysokości modularnej równej 836mm. Krzywizna blachy faldowej jest dostosowana do konkretnej średnicy silosu. Faldowanie blachy falistej w kształcie

sinusoidy jest stałe dla wszystkich typów silosów. Wysokość fałdowania  $d$  (rys. 3.7) wynosi 18 mm, długość fałdy  $l$  (rys. 3.7) jest równa 76 mm. Grubość arkusza blachy falistej jest dostosowana do obciążeń działających na ściany silosu i jest zmienna na wysokości. Płaszcz silosu z blachy falistej połączony jest z pionowymi słupami rozmieszczonymi równomiernie po obwodzie silosu, wytwarzanych w procesie gięcia na zimno (przekroje cienkościenne). Modularna wysokość słupa jest równa 2508mm (3 wysokości modułarne arkuszy blachy falistej). Przekroje zmieniają się na wysokości konstrukcji proporcjonalnie do panujących obciążeń projektowych pochodzących głównie od tarcia materiału sypkiego na ścianę silosu. System zakłada dwa typy profili o zmiennych grubościach ścianek. Profile typu „C” w postaci ceownika cztero-giętego (rys. 4.1) oraz profile typu „V” w postaci ceownika z kątem rozwarcia pomiędzy ścianami równym  $110^\circ$  (rys. 4.1). Wymiary poszczególnych profili przedstawiono w tab. 4.1.



**Rys. 4.1:** Typy przekrojów poprzecznych słupów systemu silosów firmy Riela

**Tab. 4.1:** Wymiary przekrojów poprzecznych słupów silosowych systemu silosów firmy Riela: oznaczenia  $t$ ,  $h$ ,  $b$  i  $c$  przedstawiono na rys. 4.1.

Typ profilu	$t$ [mm]	$h$ [mm]	$b$ [mm]	$c$ [mm]
C	1.5	86.5	59.5	15.8
C	2.0	87.0	60.0	15.5
C	2.5	87.5	60.5	16.3
C	3.0	88.0	61.0	16.0
C	4.0	89.0	62.0	16.0
C	5.0	90.0	63.0	22.5
V	4.0	126.8	91.8	35.9
V	5.0	126.9	91.9	36.0
V	6.0	127.6	92.6	34.9
V	8.0	127.9	102.8	47.4
V	9.0	128.6	103.6	47.8
V	10.0	129.3	104.3	48.1

Połączenie słupów z płaszczem realizuje się za pomocą śrub rozmieszczonych na całej wysokości silosu w rozstawie równym 76 mm (rys. 1.5). Wzajemnie połączenie arkuszy blach realizuje się

z wzajemnym zakładem za pomocą łączników śrubowych (rys. 1.4) (w kierunku obwodowym i w kierunku pionowym). Połączenie słupów na wysokości za pośrednictwem blach węzłowych (słupy typu „V” (rys. 1.6)) lub za pomocą wkładki stalowej (profile typu „C” (rys. 1.6)). Połączenie konstrukcji silosu z fundamentem zrealizowane jest punktowo w słupach za pośrednictwem blachy węzłowej kotwionej za pomocą dwóch kotew wklejanych chemicznie.

### 4.3 Rodzaje analiz MES

Metoda Elementów Skończonych (MES) jest techniką numeryczną służącą głównie do rozwiązywania problemów dotyczących mechaniki ciał stałych. Główna idea metody polega na odwzorowaniu skomplikowanej geometrii rzeczywistego ciała stałego za pomocą elementów skończonych dla których określa się zależności naprężenie-odkształcenie. MES został opracowany głównie przez inżynierów w celu uzyskania rozwiązań mechaniki strukturalnej związanej głównie z lotnictwem czy inżynierią lądową. Metoda rozwinęła się w połowie lat pięćdziesiątych. Pierwsze opracowanie naukowe dotyczące Metody Elementów Skończonych zostało opublikowane przez [51] w 1956r. Do szerszego zastosowania MES przyczynił się między innymi Olgierd Zienkiewicz w monografii pt. Metoda Elementów Skończonych [52]. Zastosowanie MES pozwala na rozwiązanie skomplikowanych zagadnień dotyczących analiz strukturalnych. W silosach stan graniczny nośności powiązany jest w większości przypadków z utratą stateczności konstrukcji związanej z wyboczeniem. Wyboczeniu ulegają przede wszystkim ściany silosu, które poddane są ścisłaniu powstającemu w wyniku tarcia materiału sypkiego na płaszcz silosu. W analizowanych silosach ściany stanowi płaszcz z blachy falistej wzmocniony słupami po obwodzie. Problem stateczności konstrukcji silosów jest złożony i może on dotyczyć stateczności całej powłoki wraz z uźebrowaniem lub stateczności pojedynczego słupa na podłożu sprężystym. Forma utraty stateczności jest zależna między innymi od rozstawu słupów po obwodzie silosu (patrz rozdział 3.2). Stan graniczny nośności analizowanych konstrukcji można określić stosując założenia określone w normie [53]. W normie zostały wyszczególnione następujące typy analiz:

- liniowa analiza sprężysta (LA),
- liniowo sprężysta analiza wyboczeniowa (LBA),
- geometrycznie nieliniowa analiza sprężysta (GNA),
- analiza fizycznie nieliniowa (MNA),
- analiza geometrycznie i fizycznie nieliniowa (GMNA),
- geometrycznie nieliniowa analiza sprężysta z imperfekcjami (GNIA),
- analiza geometrycznie i fizycznie nieliniowa z imperfekcjami (GMNIA).

W pracy zagadnienie stanu granicznego nośności określano przy wykorzystaniu analiz LA, LBA, GNA, GNIA oraz GMNA i GMNIA [53].

#### 4.3.1 Liniowa analiza sprężysta (LA)

Analiza liniowa jest najprostszym typem analizy statycznej konstrukcji. W analizie liniowej (LA) przyjmuje się liniowo sprężyste charakterystyki materiału oraz obliczenia przeprowadzane są na

podstawie liniowej teorii małych przemieszczeń przy założeniu, że działające obciążenia przyłożone są do konstrukcji która nie doznała wcześniejszej deformacji (np. na etapie przyrostu obciążenia). Na podstawie analizy liniowej można określić stan naprężeń w analizowanej konstrukcji bez uwzględnienia efektów drugiego rzędu związanych np. z utratą stateczności wyboczeniowej.

#### 4.3.2 Liniowo sprężysta analiza bifurkacyjna (LBA)

Liniowa analiza bifurkacyjna (LBA), podobnie jak analiza (LA) oparta jest na liniowych charakterystykach materiału przy założeniu teorii małych przemieszczeń. Idea analizy opiera się głównie na rozwiązaniu problemu własnego równania (4.1), którego rozwiązaniem jest mnożnik obciążenia krytycznego  $\lambda$  oraz wektor własny  $\Delta$ , który określa postać wyboczenia analizowanego ustroju. Mnożnik obciążenia  $\lambda$  określa bezpośrednio punkty krytyczne związane z poziomem obciążenia, które znajdują się na ścieżce równowagi analizowanej konstrukcji. W analizie zakłada się, że konstrukcja jest idealna (brak uwzględnienia imperfekcji geometrycznych) [54].

$$[\mathbf{K}^{(\text{spr})} + \lambda \mathbf{K}^{(\text{geom})}] \Delta = 0, \quad (4.1)$$

gdzie:

$\mathbf{K}^{(\text{spr})}$  – macierz sztywności konstytutywnej (sprężystej),

$\mathbf{K}^{(\text{geom})}$  – macierz sztywności naprężeniowej (geometrycznej),

$\lambda$  – poszukiwany mnożnik obciążenia krytycznego,

$\Delta$  – wektor własny opisujący postać wyboczenia analizowanego ustroju.

#### 4.3.3 Geometrycznie nieliniowa analiza sprężysta (GNA)

Analiza w której uwzględnia się przekroczenie zakresu odpowiedzi liniowej ustroju, czyli zakresu małych przemieszczeń (uwzględnienie efektów drugiego rzędu). Nieliniowość wynika z uwagi na uwzględnienie przy określaniu sił wewnętrznych oraz stanu równowagi dla konfiguracji przemieszczeń początkowych i końcowych. Stan równowagi konstrukcji określa się przy zastosowaniu iteracyjnych metod przyrostowych. Analiza pozwala określić sprężystą nośność wyboczeniową analizowanego ustroju. Ważnym elementem jest ocena wyników analizy (GNA) poprzez przeprowadzenie bifurkacyjnej analizy stateczności (LBA) w celu porównania wartości obciążenia krytycznego. W analizie obowiązują liniowo sprężyste charakterystyki materiałowe.

#### 4.3.4 Geometrycznie nieliniowa analiza sprężysta z imperfekcjami (GNIA)

Analiza analogiczna do GNA, uwzględniająca dodatkowo imperfekcje geometryczne, czyli pewne zadane niedokładności modelu tj. odchylenia od idealnej geometrii analizowanego układu. Imperfekcje mogą być dodatkowo związane z odstępstwami dotyczących warunków brzegowych. Warunki równowagi analizowanego ustroju są kontrolowane w każdym etapie przyrostu obciążenia.

#### 4.3.5 *Analiza geometrycznie i fizycznie nieliniowa z imperfekcjami (GMNIA).*

Analiza analogiczna do analizy GNIA dodatkowo uwzględniająca nieliniowe charakterystyki materiału. Najbardziej zaawansowana analiza, która pozwala na przeprowadzenie numerycznych symulacji zniszczenia rzeczywistego modelu obliczeniowego.

#### 4.4 **Metody obliczeniowe**

Analizy nieliniowe związane są często z utratą stateczności konstrukcji. Określenie stanu równowagi analizowanego układu może być niewykonalne przy zastosowaniu standardowej metody przyrostowej Newtona-Raphsona z uwagi na ujemne składniki macierzy sztywności analizowanego układu [55]. W celu rozwiązania problemu związanego z zbieżnością rozwiązania można wykorzystać statyczną metodę przyrostową Riksa, w której zmienną sterującą rozwiązaniem jest długość parametru łuku w rozszerzonej wielowymiarowej przestrzeni rozwiązań dyskretnych. W podejściu jako zmienne traktowane są zarówno przyrosty obciążenia jak i przyrosty przemieszczenia [56]. Dla skomplikowanych zagadnień strukturalnych statyczna metoda Riksa nadal może być niewystracająca, a rozwiązanie zagadnienia stateczności może być niemożliwe lub trudne do osiągnięcia z uwagi na utratę zbieżności rozwiązania. W takich przypadkach można wykorzystać z powodzeniem niejawną metodę dynamiczną (np. Dynamic Implicit [55], [57]), w których parametrem sterującym jest przyrost czasu, a obciążenia zdefiniowane są w jego funkcji. Ważnym aspektem w analizach dynamicznych jest odpowiednio dobrany czas analizy. Czas w którym przykładane jest obciążenie powinien być odpowiednio wydłużony, w celu maksymalnego wyeliminowania efektów związanych z dynamiczną odpowiedzią konstrukcji związaną z siłami bezwładności [9].

#### 4.5 **Modele numeryczne silosów z blachy falistej z pionowymi słupami w analizach wyboczeniowych MES**

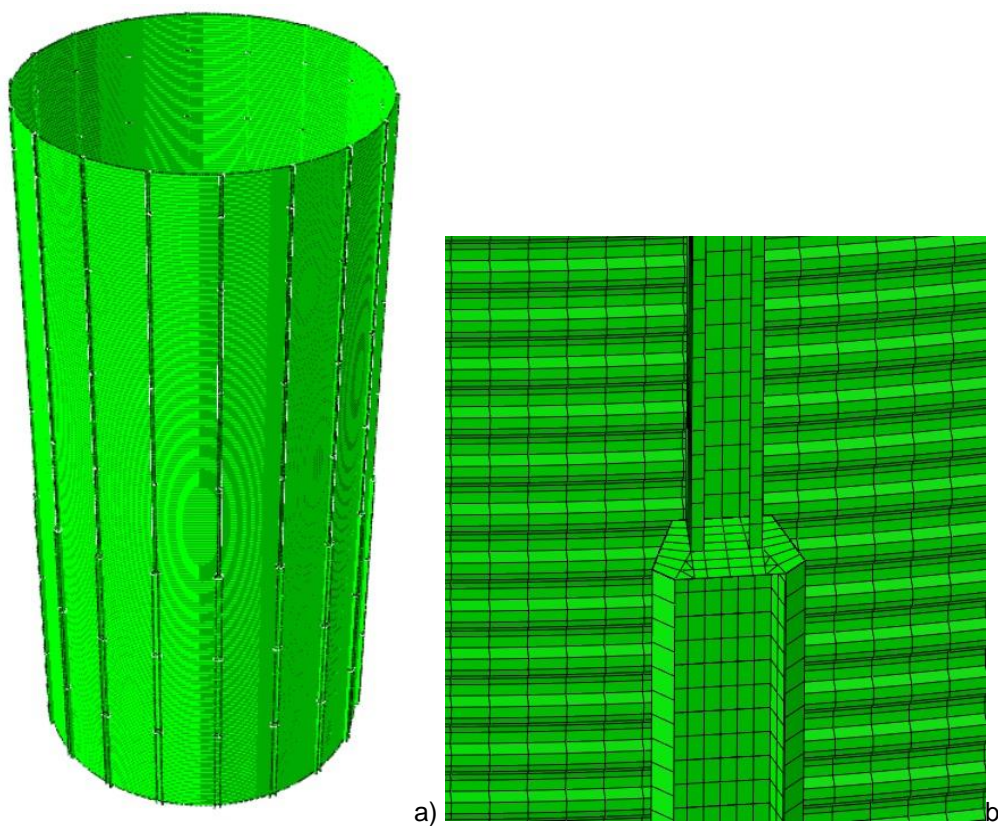
Ważnym aspektem w procesie projektowania konstrukcji inżynierskich jest dobór odpowiedniego modelu odzwierciedlającego zachowanie się analizowanej konstrukcji. W początkowym stadium analizy tworzy się proste modele obliczeniowe w celu wstępnej weryfikacji założeń projektowych. Wykorzystanie prostego modelu analizowanego ustroju, umożliwia wykonanie szeregu analiz w stosunkowo krótkim czasie. Pozwala to na wprowadzanie szeregu modyfikacji modelu na wstępnym etapie projektu. W kolejnych etapach procesu projektowego stosuje się bardziej szczegółowe i skomplikowane modele obliczeniowe. Szczegółowe dokładne modele numeryczne, pozwalają na dokładną weryfikację zachowania się projektowanej konstrukcji. Pochłaniają jednocześnie bardzo dużo czasu potrzebnego do uzyskania odpowiednich rezultatów w porównaniu do modeli uproszczonych. Stopień szczegółowości modelu zdefiniowano w pracy z uwagi na sposób dyskretyzacji analizowanego układu. W pracy zastosowano trzy typy modeli numerycznych zależnych od stopnia szczegółowości:

- model szczegółowy – w całości powłokowy '3D-shell',
- model uproszczony – belkowo-powłokowy 'ortho-beam'.

#### 4.5.1 Opis modelu szczegółowego '3D-shell'

Model w całości składający się z elementów powłokowych w którym możliwie dokładnie odwzorowano geometrię analizowanej konstrukcji (rys. 4.2). Dzięki zastosowaniu elementów powłokowych służących do odwzorowania numerycznego płaszcza oraz słupów silosu możliwe jest:

- określenie nośności konstrukcji w aspekcie współpracy słupów z płaszczem,
- uwzględnienie problemu utraty stateczności lokalnej i stateczności globalnej konstrukcji,
- umożliwienie implementacji imperfekcji lokalnych oraz globalnych,
- bezpośrednie określenie nośności granicznej słupów współpracujących z poszyciem z uwagi na stateczność profili klasy IV,
- umożliwienie przeprowadzenia analizy nieliniowej geometrycznie i materiałowo.



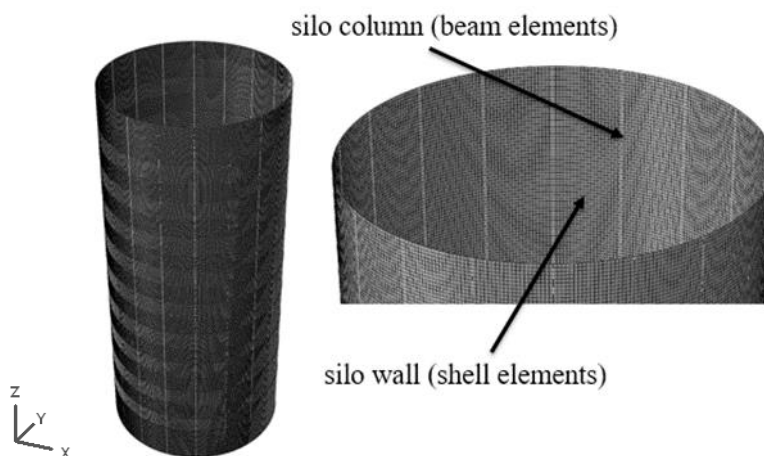
**Rys. 4.2:** Szczegółowy model numeryczny silosu z blachy falistej z pionowymi słupami („3D-shell”): a) widok izometryczny i b) detale połączenia słupa typu „C” i „V” (rozdział 4.2) na wysokości silosu.

Modele numeryczne zrealizowano w programie Abaqus. W szczegółowym modelu numerycznym zastosowano 4-węzłowe elementy powłokowe z zredukowanym całkowaniem oznaczone w programie jako elementy S4R [55]. Połączenia słupów z płaszczem silosu zrealizowano jako sztywne połączenie węzłów z swobodą obrotów w miejscu występowania łączników śrubowych. Warunki podparcia słupów realizowano na dwa sposoby: jako sztywne lub przegubowe połączenie z fundamentem.

#### 4.5.2 Model uproszczony – belkowo-powłokowy 'ortho-beam'

Model uproszczony analizowanych konstrukcji silosu stosowany jest w celu skrócenia czasu obliczeń poprzez zmniejszenie liczby elementów skończonych. Liczba elementów skończonych w modelu uproszczonym może być ponad dziesięciokrotnie mniejsza niż w modelu szczegółowym. Redukcje elementów skończonych uzyskuje się dzięki zastosowaniu w modelu numerycznym następujących uproszczeń:

- model płaszcza silosu z blachy falistej odwzorowany w modelu szczegółowym za pomocą elementów powłokowych przypisanych do linii środkowej geometrii blachy faldowej (rys. 4.2) zastąpiono płaską powłoką cylindryczną o równoważnych sztywnościach ortotropowych (rys. 4.3),
- model słupów cienkościennych odwzorowany za pomocą powłokowych elementów skończonych w modelu szczegółowym (rys. 4.2) zastąpiono jednowymiarowymi elementami belkowymi (rys. 4.3).



**Rys. 4.3:** Uproszczony model numeryczny silosu z blachy falistej z pionowymi słupami ('ortho-beam')

Szczegółowe rozważania dotyczące definicji równoważnych sztywności ortotropowych dla powłok zawarto w pracy [10]. Sprężyste równanie konstytutywne równoważnej powłoki ortotropowej określone dla płaszcza silosu z faldowaniem falistym (rys. 3.7) określono poniższym równaniem:

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_x & C_{vy} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ C_{vy} & C_y & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_{xy} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_x & D_{vy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_{vy} & D_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & D_{xy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \\ \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

gdzie:

$x, y$  – ortogonalne współrzędne w płaszczyźnie powłoki (rys. 3.7),

$N_x, N_y, N_{xy}$  – siły membranowe występujące w płaszczyźnie powłoki,

$M_x, M_y, M_{xy}$  – momenty zginające,

$\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}$  – odkształcenia membranowe występujące w płaszczyźnie powłoki,

$\kappa_x, \kappa_y, \kappa_{xy}$  – krzywizny,

$C_{ij}, D_{ij}$  – sztywności błonowe i zgięciowe określone równaniami (3.9).

Dla płaskiej powłoki z równoważnymi sztywnościami ortotropowymi odwzorowującej numerycznie płaszczyznę silosu z blachy falistej wykorzystano podobnie jak w modelu szczegółowym 4 - węzłowe elementy skończone z zredukowanym całkowaniem S4R. Zastosowanie równoważnych sztywności ortotropowych w macierzy sztywności płaszcza silosu umożliwiło zastosowanie dużo rzadszego podziału powłoki na elementy skończone (nie było konieczności odzwierciedlenia kształtu fałdowania za pomocą elementów powłokowych). Pozwoliło to zredukować liczbę elementów powłokowych ponad 6-cio krotnie na wysokości płaszcza.

W celu odwzorowania słupów w postaci otwartych profili cienkościennych wykorzystano typ elementów skończonych, oznaczonych w programie Abaqus jako B33 [55]. Zastosowane elementy belkowe opierają się na teorii Eulera-Bernoulliego z 6-stopniami swobody w węźle. Przyjęte uproszczenie pozwala na redukcję elementów skończonych zarówno w wymiarze podłużnym i poprzecznym słupa.

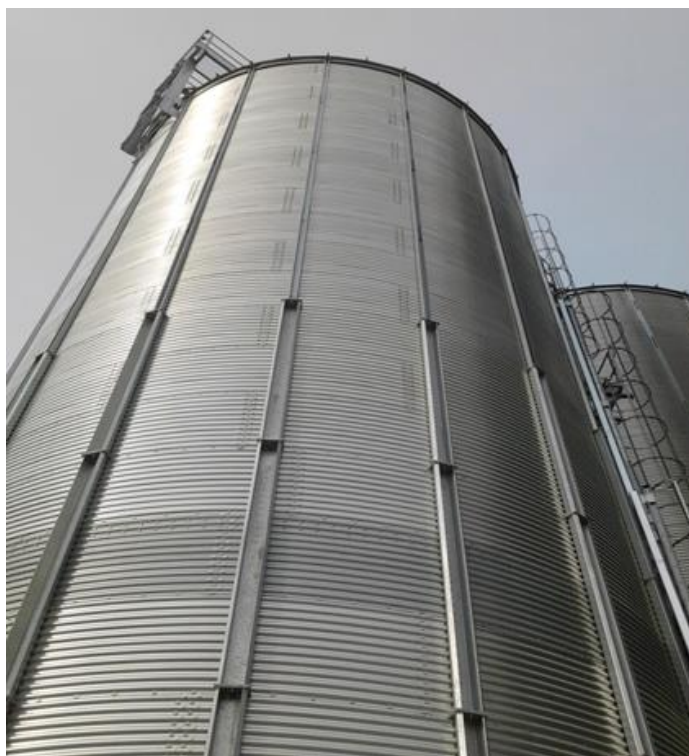
#### **4.6 Stateczność cylindrycznego silosu z blachy falistej z pionowymi słupami na podstawie analiz numerycznych MES w porównaniu z podejściem wg Eurokodu**

W rozdziale przeprowadzono kompleksowe statyczne i dynamiczne analizy stateczności cylindrycznego stalowego silosu składającego się z płaszcza z blachy falistej oraz rozmieszczonych po obwodzie słupów cienkościennych. Opracowane wyniki zostały opublikowane w pracy [9]. W przedstawionych analizach numerycznych MES uwzględniono nieliniowość geometryczną i materiałową. Silos został poddany osiowosymetrycznym i nieosiowosymetrycznym obciążeniom wywieranym przez składowany materiał sypki zgodnie z normą europejską [2]. W analizach numerycznych uwzględniono imperfekcje geometryczne lokalne, globalne oraz globalne na podstawie badań geodezyjnych. Wyniki analiz porównano z wynikami uzyskanymi na podstawie normy Eurokod 3 [4] i poprawek do normy [5].

##### **4.6.1 Opis analizowanej konstrukcji silosu typu „S900”**

Szczegółowe obliczenia numeryczne przeprowadzono dla rzeczywistej konstrukcji cylindrycznego stalowego silosu wchodzącego w skład baterii silosów znajdującej się w Polsce (rys. 4.4). Wysokość silosu wynosiła  $H = 17,62$  m a jego średnica była  $d_c = 8,02$  m.





**Rys. 4.4:** Stalowy silos cylindryczny z płaszczem w postaci blachy falistej z 18 pionowymi słupami (typ „S900”) (wysokość  $H = 17,62$  m i średnica  $d_c = 8,02$  m).

Powierzchnia przekroju poprzecznego silosu wynosiła  $50,52 \text{ m}^2$  a jego obwód był równy  $25,2$  m. Płaszcz silosu składał się z 21 poziomych arkuszy blachy falistej o wysokości  $890$  mm i grubości  $t = 0,75$  mm. Silos wzmocniono pionowymi żebrami w postaci 18 słupów z profili cienkościennych typu „C” i „V” (rys. 4.1) (tab. 4.2). Rozstaw słupów po obwodzie  $d_s$  wynosił  $1,4$  m. Słupy były połączone z arkuszami blachy falistej za pomocą śrub. Długość fałdy blachy falistej  $l$  wynosiła  $76$  mm a wysokość fałdowania  $d$  wynosiła  $18$  mm (rys. 3.7). Grubość blachy  $t$  była stała dla całego silosu i była równa  $0,75$  mm. Silos był wyposażony w lej samonośny odseparowany od konstrukcji silosu (rys. 1.2b). Dach silosu wykonano z arkuszy blach stalowych nachylonych po kątem  $25^\circ$  do poziomu usztywnionych promieniowymi belkami. Silos przeznaczony był do składowania kukurydzy. Napelnianie i opróżnianie odbywało się centrycznie poprzez otwór wlotowy w środku dachu i samonośny lej. Opróżnianie odbywało się przy stałej prędkości wylotowej  $50 \text{ m}^3/\text{h}$ .

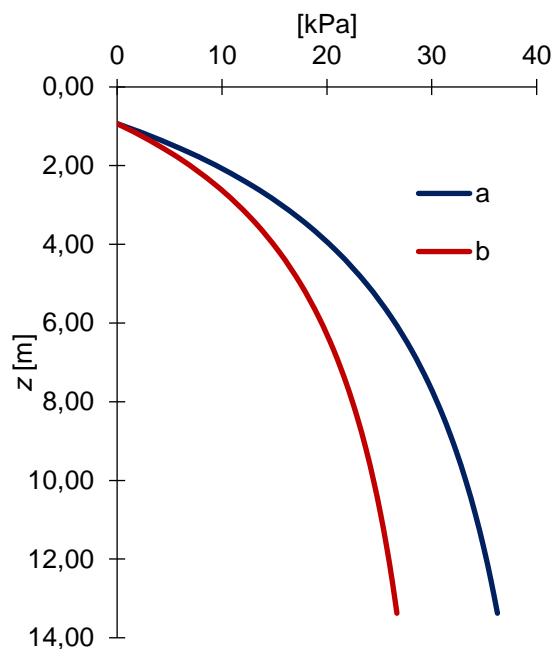
Obciążenia ścian silosu w wyniku oddziaływania materiału sypkiego wyznaczono zgodnie z normą [2]. Wysokość ściany od krawędzi dachu do górnej krawędzi leja wynosiła  $13,38$  m. Przy średnicy  $d_c = 8,02$  m silos zakwalifikowano jako silos średnio smukły ( $13,38 \text{ m} / 8,02 \text{ m} = 1,67$ ) [2]. W przypadku silosu średnio smukłego najbardziej niekorzystne warunki obciążenia uzyskuje się przy niesymetrycznym opróżnianiu uwzględnionym poprzez równomierne zwiększenie naporów w stanie symetrycznego opróżniania. Podczas osiowo-symetrycznego opróżniania maksymalne normalne i styczne napory wynosiły odpowiednio  $p_n = 30,52 \text{ kPa}$  i  $p_w = 19,38 \text{ kPa}$ . W przypadku niesymetrycznego opróżniania napory wzrosły odpowiednio do  $p_n = 36,26 \text{ kPa}$  i  $p_w = 26,68 \text{ kPa}$  (rys. 4.5). W analizach numerycznych przyjęto, że poziom obciążenia stanowi wartość odniesienia do współczynnika  $\lambda$ . Współczynnik  $\lambda$  był zawsze odniesiony do naporu stycznego w stanie

niesymetrycznego opróżniania  $p_w = 26,68$  kPa. Maksymalne charakterystyczne naprężenie rozciągające blachę falistą wynosiło około  $\sigma_t = 194$  MPa i było mniejsze od dopuszczalnego naprężenia dla zastosowanej stali równego 350 MPa (w przypadku wartości obliczeniowych maksymalne naprężenie rozciągające blachę wynosiło około 291 MPa).

**Tab. 4.2:** Nośność wyboczeniowa pionowego słupa silosowego wg. Eurokodu 3 [4] oraz wg opracowania [11] podczas symetrycznego i niesymetrycznego opróżniania.

Głębokość $z$ [m]	Typ przekroju słupa	Siła normalna w słupie (nie- symetryczne opróżnianie) [kN]	$\lambda$ (EC3B) [4] (nie- symetryczne opróżnianie)	$\lambda$ (EC3B+) [5] (nie- symetryczne opróżnianie)	$\lambda$ [11] (rozdział 6.1) (nie- symetryczne opróżnianie)
0,84	C1,5	0,00	-	-	-
1,67	C1,5	2,51	20,5	131,5	134,8
2,51	C1,5	11,03	4,7	29,9	30,6
3,34	C2,0	24,07	2,5	16,0	16,4
4,18	C2,0	40,58	1,5	9,5	9,7
5,02	C2,0	59,86	1,0	6,4	6,6
5,85	C3,0	81,36	0,9	5,9	6,1
6,69	C3,0	104,70	0,7	4,6	4,7
7,52	C3,0	129,56	0,6	3,7	3,8
8,36	C4,0	155,72	0,5	3,4	3,5
9,20	C4,0	182,97	0,5	2,9	3,0
10,03	C4,0	211,18	0,4	2,5	2,6
10,87	V04	240,21	0,7	4,4	4,6
11,70	V04	269,96	0,6	4,0	4,0
12,54	V04	300,35	0,6	3,6	3,6
13,38	V04	331,31	0,5	3,2	3,3
14,21	V04	331,31	0,5	3,2	3,3
15,05	V04	331,31	0,5	3,2	3,3
15,88	V05	331,31	0,6	3,6	3,7
16,72	V05	331,31	0,6	3,6	3,7
17,62	V05	331,31	0,6	3,6	3,7

Dla analizowanego silosu rozstaw obwodowy słupów wynosił  $d_s = 1,4$  m ( $d_s > d_{s,max} = 1,16$  m) co zgodnie z Eurokodem 3 [4] kwalifikuje silos do weryfikacyjnej metody normowej (z uwagi na globalne wyboczenie), oznaczonej w pracy jako „EC3B” i „EC3B+” (3.2.2). Zgodnie z normą [4], charakterystyczną nośność wyboczeniową  $N$  pojedynczego słupa określono na podstawie wzoru (3.13). Nośności wyboczeniowe określono dla różnych sztywności podłoża sprężystego  $K$  (na podstawie metod normowych „EC3B” i „EC3B+” (3.2.2) oraz na podstawie metody przedstawionej w [11] (rozdział 6.1)). Mnożniki obciążenia granicznego  $\lambda$  przedstawiono w tab. 4.2. Korzystając z równania (3.15) metody „EC3B”, charakterystyczna nośność wyboczeniowa silosu była około 2,5 razy niższa w stosunku do obciążeń projektowych. Zastosowanie metody normowej z późniejszymi poprawkami wprowadzonymi do Eurokodu 3 oraz zaproponowanej metody w [11], pozwoliło na uzyskanie nośności na poziomie 3.6 i 3.7 (tab. 4.2) razy wyższej w stosunku do charakterystycznych obciążeń projektowych.

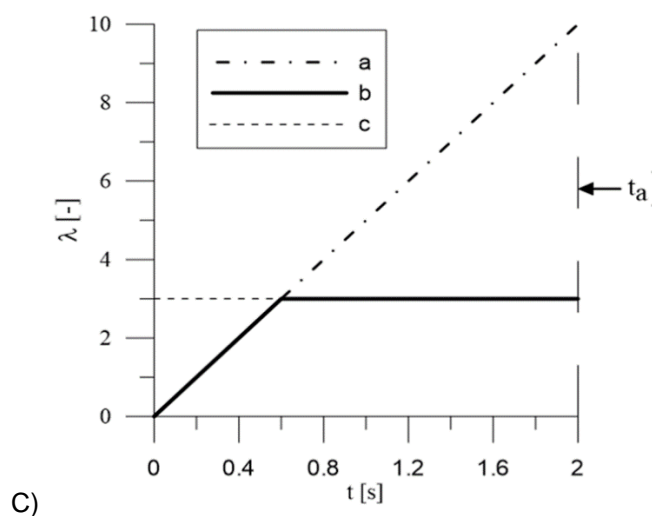
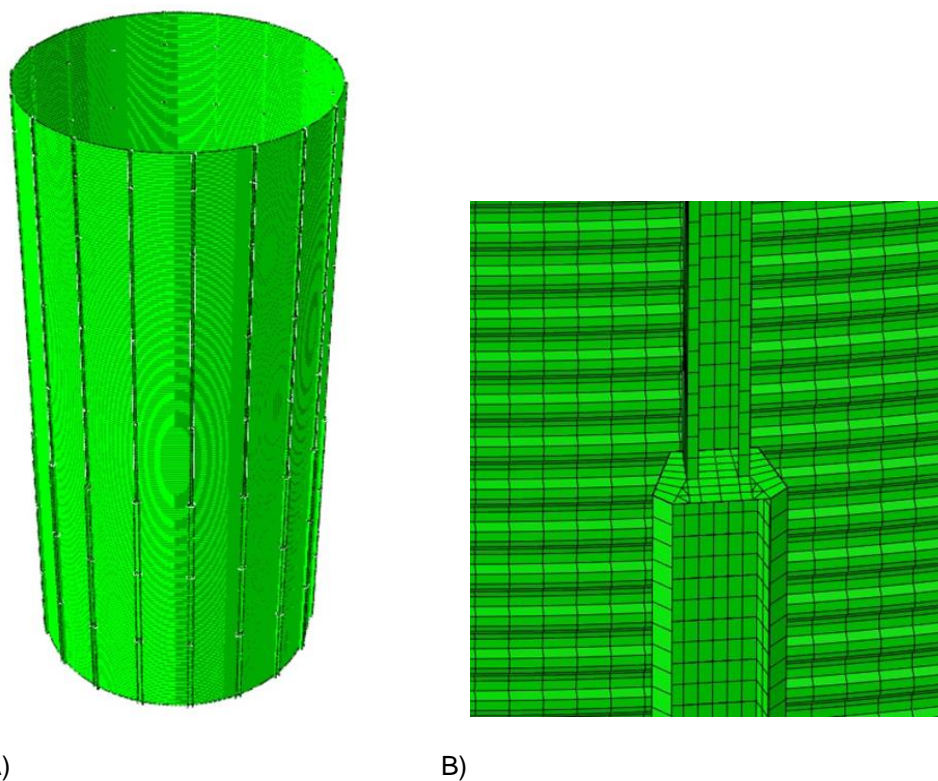


**Rys. 4.5:** Napory styczne i normalne działające na ścianę silosu zgodnie z Eurokodem 1 [2] ('a'- napór normalny i 'b'- napór styczny)

#### 4.6.2 Implementacja MES

Numeryczne analizy stateczności silosu przeprowadzono Metodą Elementów Skończonych. W modelu numerycznym pominięto dach oraz samonośny lej silosu. Dach uwzględniono jedynie w analizie drgań własnych konstrukcji. Płaszcz silosu łączono punktowo z słupami w stałej odległości równej 76 mm (zgodnie z rozstawem łączników śrubowych). W modelu wykorzystano 4-węzłowe elementy powłokowe z zredukowanym punktem całkowania [55]. Łączna liczba elementów skończonych wynosiła 884 880 (dla modelu bez dachu) (rys. 4.6A). Przyjęto minimum 6 elementów powłokowych opisujących krzywiznę blachy falistej (rys. 4.6B). Wpływ dyskretyzacji blachy falistej został obszernie zbadany w pracy [10]. Wymiary elementów skończonych w płaszczu silosowym były równe  $8,6 \times 93,6 \text{ mm}^2$  (zastosowano 540 elementów skończonych po obwodzie ściany silosu). Dla pionowych słupów cienkościennych wymiary elementów skończonych wynosiły około  $10 \times 36 \text{ mm}^2$  (265 elementów wzdłuż wysokości silosu). Słupy silosu przyjęto jako utwierdzone w poziomie fundamentu. Przeprowadzono następujące analizy numeryczne MES:

1. LBA – liniowa analiza bifurkacyjna dla silosu bez imperfekcji (przeprowadzona w celu uzyskania początkowej geometrii z imperfekcjami w analizach nieliniowych),
2. DEVA – analiza modalna drgań własnych konstrukcji (przeprowadzona w celu uzyskania początkowej geometrii z imperfekcjami w analizach nieliniowych zgodnych z postacią drgań własnych konstrukcji),
3. GNA i GNIA – geometrycznie nieliniowa analiza modelu bez oraz z imperfekcjami w celu określenia granicznego współczynnika wyboczeniowego silosu,
4. GMNA i GMNIA – geometrycznie i fizycznie nieliniowa analiza modelu bez oraz z imperfekcjami w celu określenia granicznego współczynnika nośności granicznej silosu.



**Rys. 4.6:** Model numeryczny silosu: A) widok całego silosu, B) detal słupa i C) zależność pomiędzy mnożnikiem obciążenia  $\lambda$  a czasem  $t$  w analizach dynamicznych: funkcja liniowa ('a'), funkcja dwuliniowa ('b').

W analizach numerycznych (LBA, DEVA, GNA, GNIA) przyjęto sprężysty model konstytutywny stali, natomiast w analizach (GMNA i GMNIA) przyjęto model materiału sprężysto-idealnie plastyczny o następujących właściwościach: moduł sprężystości  $E = 210$  GPa, współczynnik Poissona  $\nu = 0,3$  i granica plastyczności  $f_y = 355$  MPa. Rozwiązania nieliniowe uzyskano przy zastosowaniu metody statycznej sterującej parametrem długości łuku (metoda Riksa [55]) oraz niejawnej metody dynamicznej (Dynamic Implicit [55]). W metodzie statycznej Riksa, minimalny przyrost długości łuku wynosił  $1 \times 10^{-6}$ . W celu wyeliminowania wpływu sił bezwładności w analizach dynamicznych, przeprowadzono analizy dla równych czasów działania obciążenia  $t_a$ : 2s, 10s, 20s i 40s. Obciążenie przykładano w funkcji liniowej lub dwuliniowej (obciążenie wzrastało liniowo w czasie do momentu uzyskania maksymalnego

współczynnika obciążenia, następnie poziom obciążenia był stały do momentu uzyskania całkowitego czasu analizy  $t_a$ ) (rys. 4.6C).

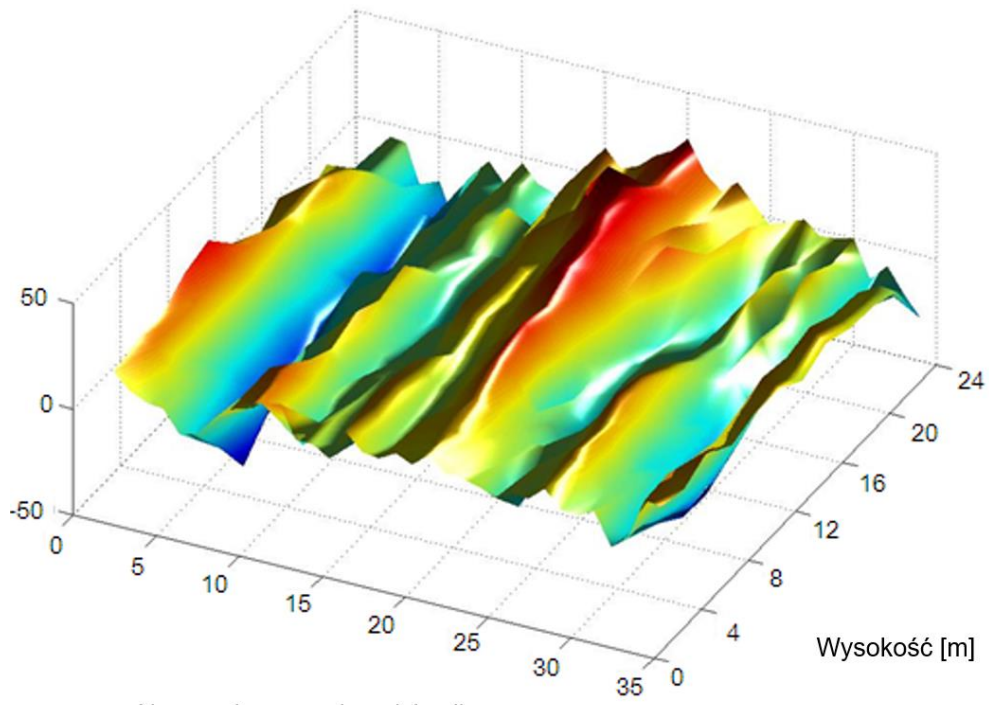
#### 4.6.3 *Pomiary doświadczalne konstrukcji silosu*

##### Częstotliwości drgań własnych konstrukcji silosu

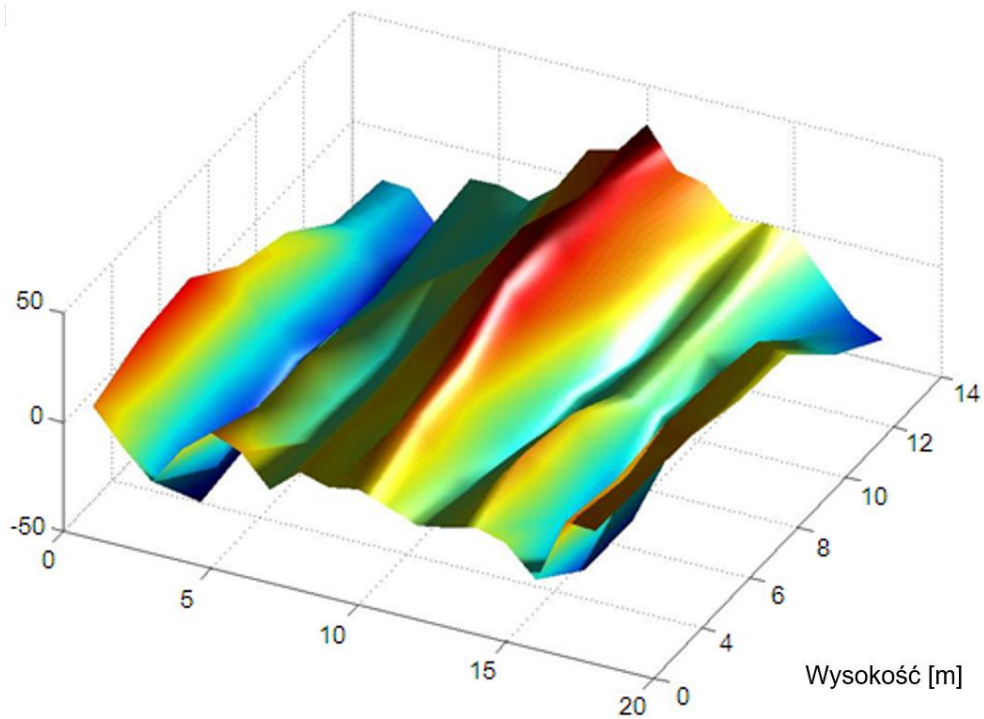
Pomiary częstotliwości drgań własnych konstrukcji silosu wykonano za pomocą 10 akcelerometrów PCB 356B18 w 10 punktach pomiarowych wzdłuż płaszcza silosu w odległości 2,5m oraz przenośnego systemu do pomiarów drgań LMS SCADAS [58]. Drgania silosu wymuszano młotkiem modalnym i rejestrowano je w kierunku prostopadłym do płaszcza silosu. Badania przeprowadzono dla pustego silosu. W pomiarach zidentyfikowano następujące częstotliwości drgań własnych: 6,9 Hz, 7,5 Hz, 8,0 Hz, 11,6 Hz, 13,3 Hz, 13,7 Hz, 18,7 Hz i 19,4 Hz. Zmierzona pierwsza częstotliwość drgań własnych silosu tj. 6,9 Hz była zbliżona do pierwszej częstotliwości drgań uzyskanej na podstawie analizy MES, która wynosiła 6,89 Hz.

##### Pomiary początkowych imperfekcji geometrycznych

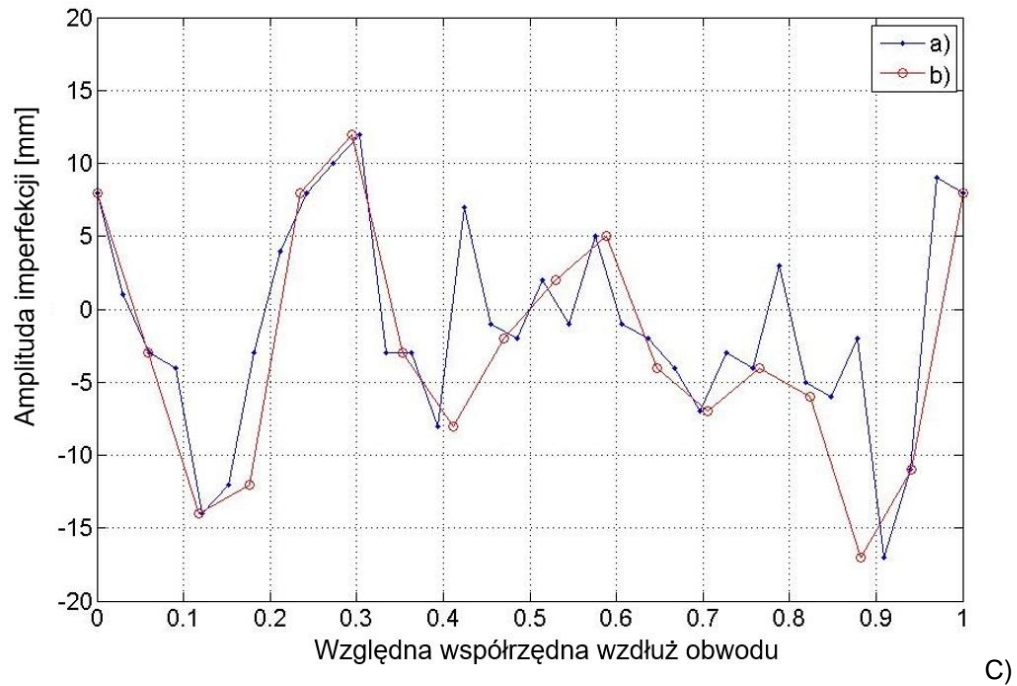
Początkowe imperfekcje geometryczne zmierzono geodezyjnie w silosie podobnego typu zlokalizowanego w Polsce ( $H = 25\text{m}$ ,  $D = 15,15\text{m}$ ) (rys. 4.7). Silos składał się z poziomo połączonych blach giętych wzmocnionych 34 pionowymi słupami w odległości  $d_s = 1,4\text{ m}$ . Długość fałdy  $l$  była równa 76 mm i jej wysokość  $t$  wynosiła 18 mm (rys. 3.7). Pomiary geodezyjne silosu przeprowadzono wyłącznie wzdłuż połączeń słupów na wysokości (12 punktów) w odległości 2,5 m. Dokładność pomiarów wynosiła  $\pm 3\text{ mm}$ . Pomiaru dokonano dla pustego silosu. Pomierzone odchylenia słupów od pionu związane były prawdopodobnie z metodą montażu, nie wymagającej użycia dźwigu (metoda podbudowy). W tej metodzie montażu początkowo wykonuje się zadaszenie silosu, następnie montuje się słupy poprzez uniesienie konstrukcji o wysokość danego segmentu (około 2,5 m). Następnie mocuje się arkusze blachy falistej do słupów. Gotowy pierścień jest podnoszony za pomocą łańcuchów przymocowanych do podnośników blokowych na odległość równą wysokości słupa. Poniżej montuje się kolejne segmenty konstrukcji. Proces montażu powtarza się aż do osiągnięcia projektowej wysokości konstrukcji. Po złożeniu silosu słupy doznają deformacji w postaci odchylenia do wewnątrz i na zewnątrz w miejscach wzajemnego połączenia słupów. Maksymalne, uzyskane na podstawie pomiarów geodezyjnych, promieniowe przemieszczenie słupa na zewnątrz wyniosło 34 mm, a do wewnątrz 50 mm (w miejscach połączeń). Zmierzone przemieszczenia promieniowe z rys. 4.7A przekształcono odpowiednio do geometrii analizowanego silosu S900 ( $H = 17,62\text{ m}$ ,  $D = 8,02\text{ m}$ ). Siatkę pomierzonych odchylenia radialnych zrealizowanej w 12 punktach na wysokości silosu i 34 punktach wzdłuż obwodu silosu (408 punktów) przekształcono proporcjonalnie do przeskalowanej średnicy silosu na siatkę 7 punktów wzdłuż wysokości 18 słupów (rys. 4.7B i rys. 4.7C). Deformacje słupa w analizowanym silosie przyjęto równe deformacji sąsiednich punktów w pomierzonym silosie o maksymalnej wartości bezwzględnej (rys. 4.7C). Maksymalne przemieszczenie promieniowe słupa na zewnątrz było w obliczeniach takie same jak w silosie pomierzonym geodezyjnie, czyli 34 – 50 mm.



A)



B)



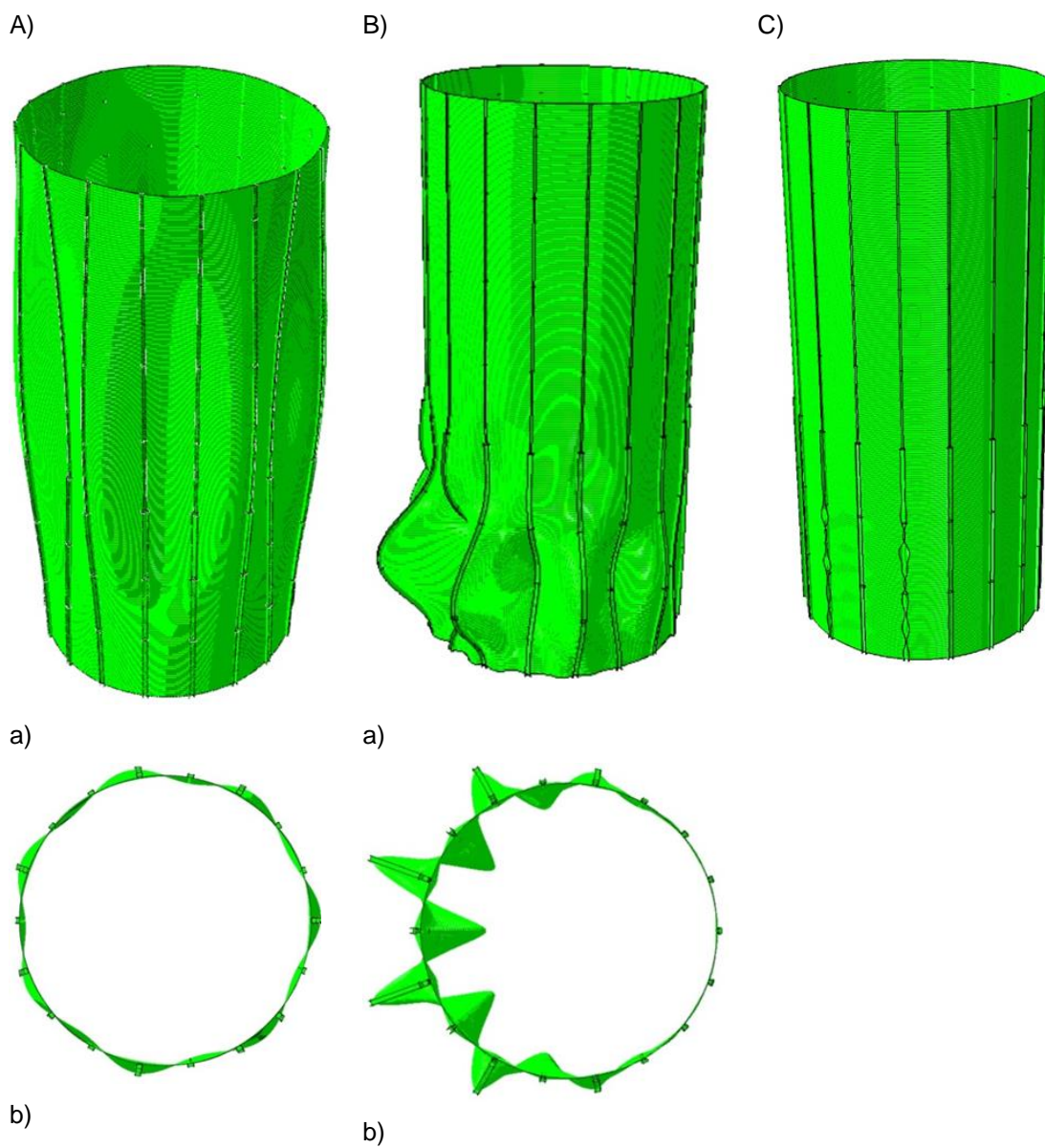
**Rys. 4.7:** Początkowe geodezyjne imperfekcje geometryczne ścian i słupów konstrukcji silosu: A) pomierzone dla rzeczywistego silosu S1600 ( $H = 25$  m,  $D = 15,4$  m, 34 słupy w rozstawie 1,4 m), B) przekształcone dla analizowanego silosu S900 ( $H = 17,62$  m,  $D = 8,02$  m, 34 słupy w rozstawie 1,4 m) i C) zmierzone (a) i przyjęte (b) dla przykładowego przekroju na wysokości równej 2,5 m.

#### 4.6.4 Wstępne imperfekcje geometryczne w analizach numerycznych

W obliczeniach MES przyjęto różne typy początkowych imperfekcji geometrycznych dla analizowanej konstrukcji silosu (rys. 4.8):

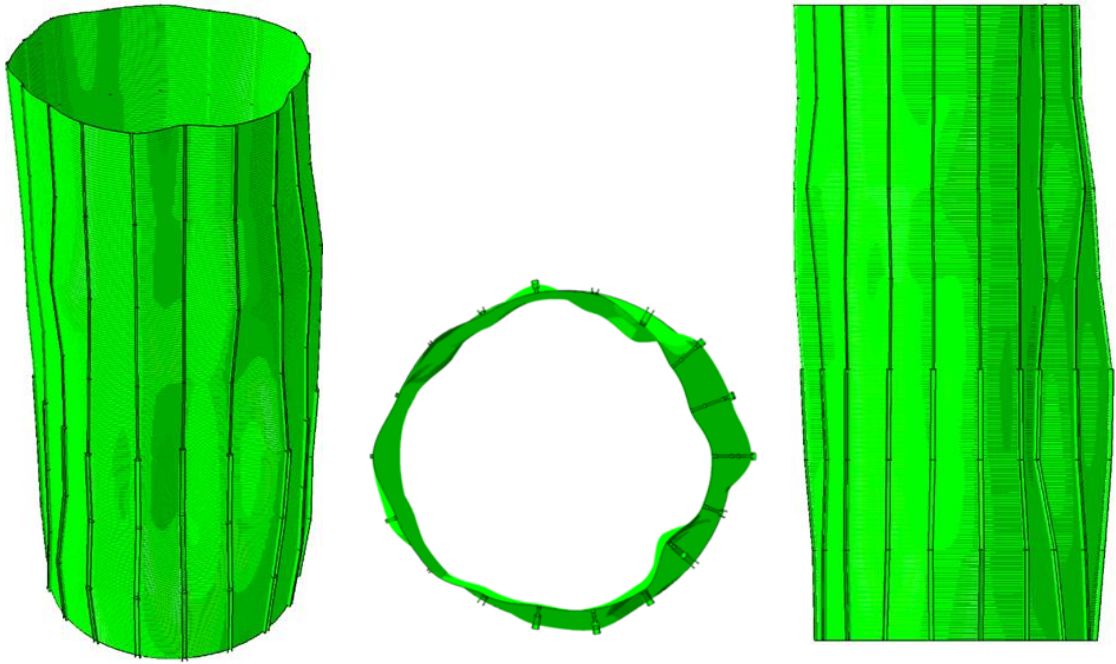
1. Pierwsza postać drgań własnych silosu (rys. 4.8A). Przyjęto następującą formę deformacji ze względu na wykorzystanie analiz dynamicznych w obliczeniach numerycznych oraz występujące w silosach obciążenia dynamiczne (np. wiatr, napełnianie i opróżnianie). Powyższe czynniki mogą przyczynić się do powstawania dynamicznej odpowiedzi konstrukcji w postaci drgań. Postać drgań własnych przyjęła kształt zawierający pojedynczą półfalę w kierunku pionowym i 14 półfal w kierunku obwodowym (rys. 4.8A);
2. Pierwsza globalna postać wyboczenia LBA analizowanego silosu (rys. 4.8B). W celu wyeliminowania postaci wyboczeniowych związanych z lokalną utratą stateczności zarówno słupów, jak i płaszcza silosu, grubość cienkościennych ścian słupów została zwiększona do 20 mm, a ściskające obciążenia pionowe spowodowane naporem stycznym, zostały przyłożone bezpośrednio do słupów w postaci obciążenia rozłożonego na ich długości. Postać wyboczeniowa charakteryzowała się 13 pół-falami obwodowymi (rys. 4.8B). W kierunku pionowym wystąpiły dwie półfale wyboczeniowe;
3. Trzydziesta piąta postać wyboczenia LBA analizowanego silosu (rys. 4.8C), która charakteryzowała się lokalną deformacją cienkościennych ścian słupów w najbardziej wyężonym dolnym obszarze silosu (rys. 4.8C);
4. Postać deformacji uzyskana na podstawie pomiarów geodezyjnych silosu przeprowadzonych dla podobnego silosu z rys. 4.7B (rys. 4.8D). Kształt zdefiniowanej defloracji był zgodny

z deformacją uzyskaną dla podobnego silosu. Uzyskana imperfekcja odbiegała kształtem od deformacji uzyskanych numerycznie: zarówno w kierunku obwodowym jak i w kierunku pionowym (rys. 4.8E).





D)

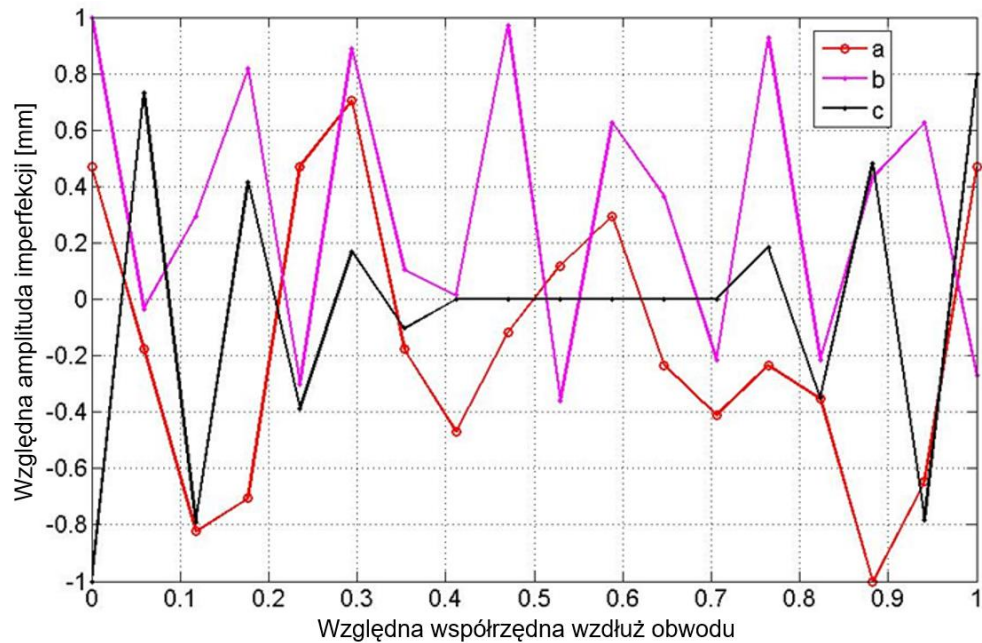


a)

b)

c)

E)

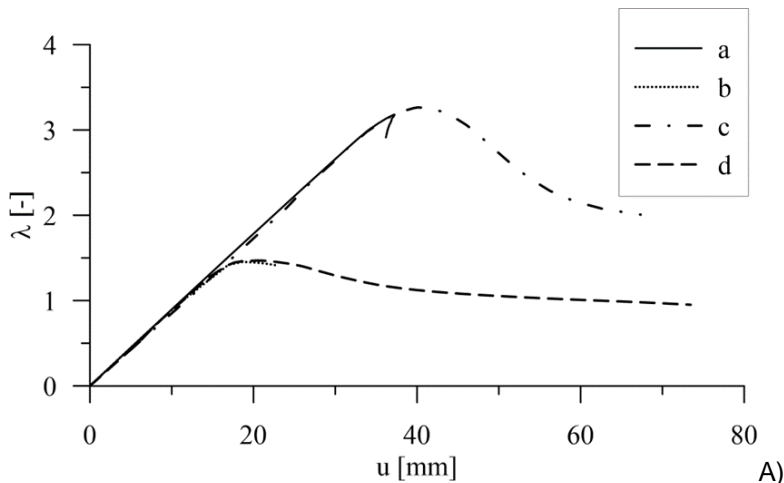


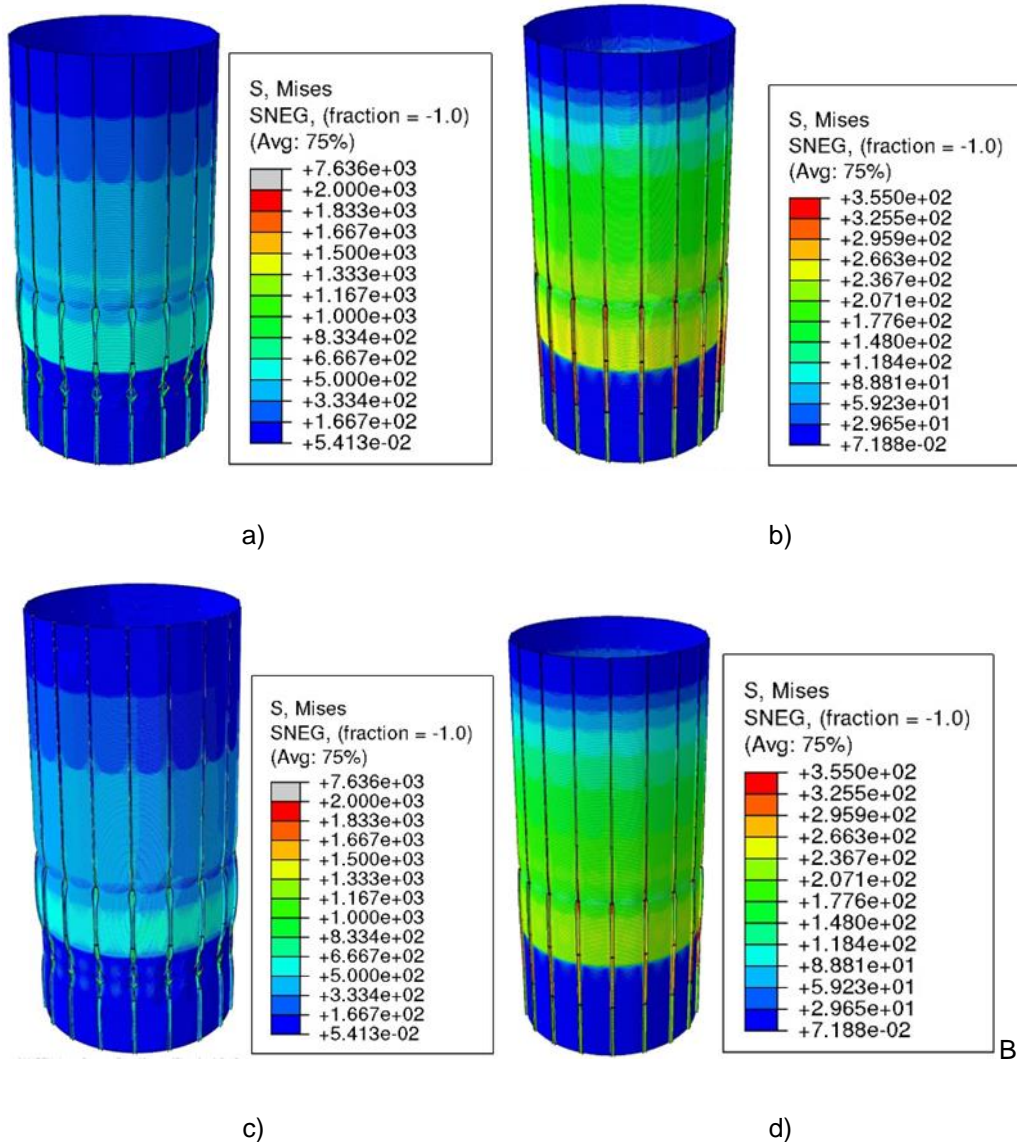
**Rys. 4.8:** Imperfekcje geometryczne w analizach numerycznych: A) 1. postać drgań własnych dla konstrukcji silosu, B) 1. globalna postać wyboczeniowa LBA silosu o grubości ścianki słupa cienkościennego zwiększonej do 20mm, C) 35. postać wyboczeniowa LBA silosu i D) postać uzyskana na podstawie pomiarów geodezyjnych silosu z rys. 4.7: (a) widok 3D, (b) przekrój poziomy, (c) widok z boku, oraz E) przekrój silosu na wysokości 2,5 m znormalizowany względem maksymalnej amplitudy imperfekcji: a) z pomiarów, b) 1. dynamiczna postać własna drgań własnych silosu doskonałego, c) 1. postać własna silosu doskonałego o zwiększonej grubości ścianki kolumny.

#### 4.6.5 Wyniki analiz numerycznych MES

##### a) Analiza konstrukcji silosu bez imperfekcji geometrycznych

Mnożnik obciążenia wyboczeniowego, który został obliczony na podstawie liniowej analizy wyboczeniowej (LBA) wynosił  $\lambda = 5,5$ . Pierwsze 200 postaci wyboczeniowych (LBA) charakteryzowało się wyłącznie lokalną deformacją cienkościennych ścianek pionowych słupów. Współczynnik obciążenia granicznego uzyskany na podstawie analiz nieliniowych wynosił:  $\lambda = 3,18$  (GNA) i  $\lambda = 1,45$  (GMNA) (rys. 4.9A). W statycznych analizach nieliniowych problematyczne było określenie ścieżki równowagi w zakresie po wyboczeniowym z powodu problemów z utratą zbieżności rozwiązania pomimo szerokiego zakresu zmiany parametrów w metodzie Riksa (rys. 4.9A). Rozwiązanie pokrytyczne udało się uzyskać na podstawie analiz dynamicznych w których obciążenie narastało w czasie zgodnie z funkcją przedstawioną na rys. 4.6C. Zgodność współczynnika obciążenia dynamicznego  $\lambda$  w stosunku do współczynnika uzyskanego na podstawie analiz statycznych uzyskano dla czasu obciążenia  $t_a=20s$ . Zależność pomiędzy współczynnikiem obciążenia a przemieszczeniem górnej krawędzi silosu była w przybliżeniu liniowa aż do uzyskania granicznej wartości nośności. Po uzyskaniu wartości granicznych wystąpił gwałtowny spadek nośności w GNA i łagodny spadek w GMNA. Spadek nośności w stanie pokrytycznym, był spowodowany wystąpieniem sił bezwładności (współczynnik obciążenia  $\lambda$  określono odnosząc się do sumy reakcji pionowych powstałych od naporu stycznego obciążającego pionowe ściany silosu). Postać deformacji w stanie granicznym charakteryzowała się lokalną utratą stateczności słupów cienkościennych w GNA (rys. 4.9Ba i 4.9Bc) lub uplastycznieniem konstrukcji w miejscu połączenia różnych typów słupów w GMNA (rys. 4.9Bb i 4.9Bd).





**Rys. 4.9:** Statyczne i dynamiczne analizy nieliniowe MES silosu bez imperfekcji: A) mnożnik obciążenia  $\lambda$  w zależności do pionowego przemieszczenia górnej krawędzi silosu oraz B) deformacje silosu uzyskane dla granicznej wartości mnożnika obciążenia  $\lambda$  z mapą naprężeń zredukowanych von-Misesa [MPa] (współczynnik skali deformacji równy 6) (a) statyczna analiza GNA, b) statyczna analiza GMNA, c) analiza dynamiczna GNA oraz d) analiza dynamiczna GMNA).

b) Analiza konstrukcji silosu z imperfekcjami geometrycznymi

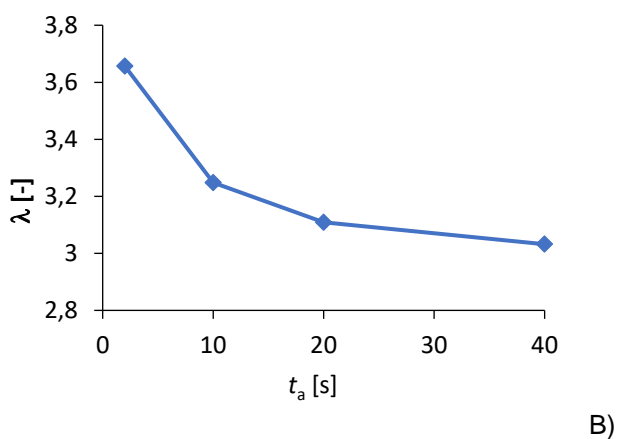
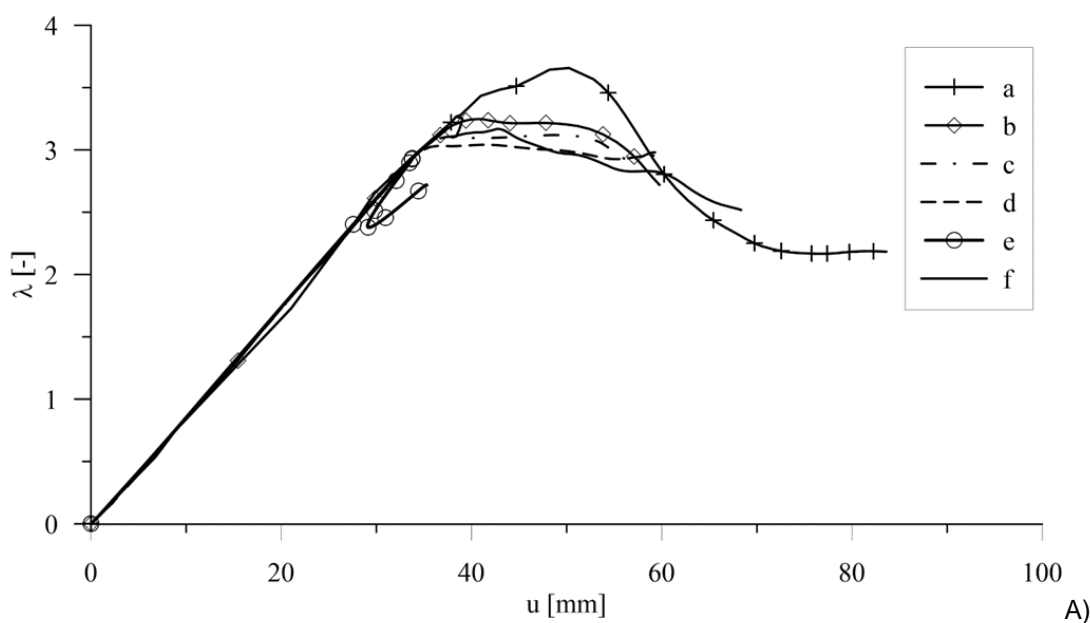
Wstępna imperfekcją geometryczna (pierwsza postać drgań własnych)

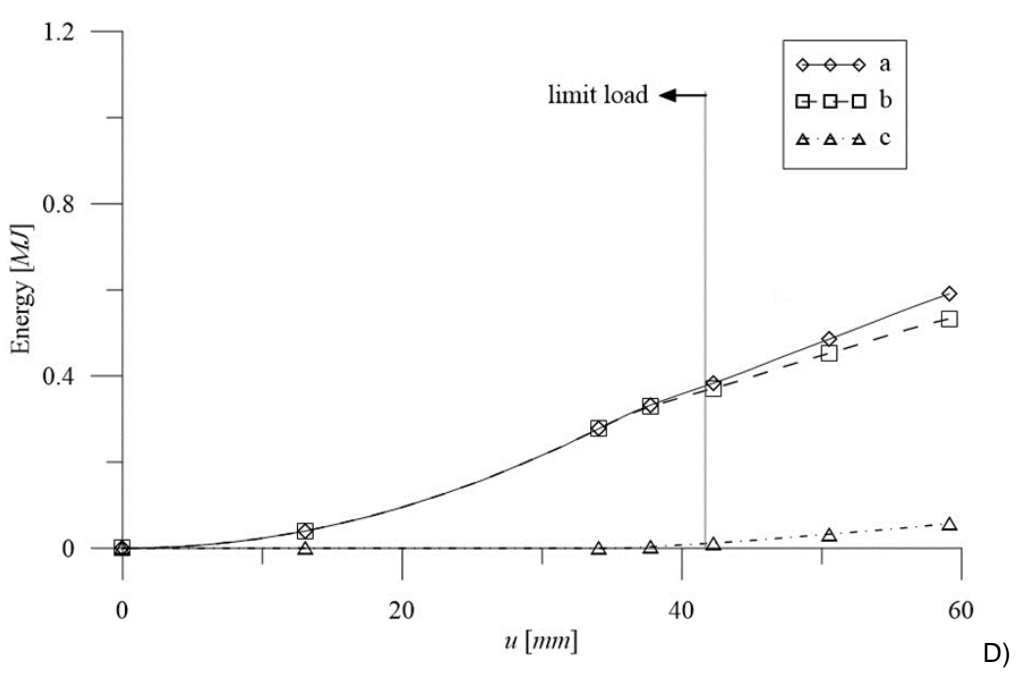
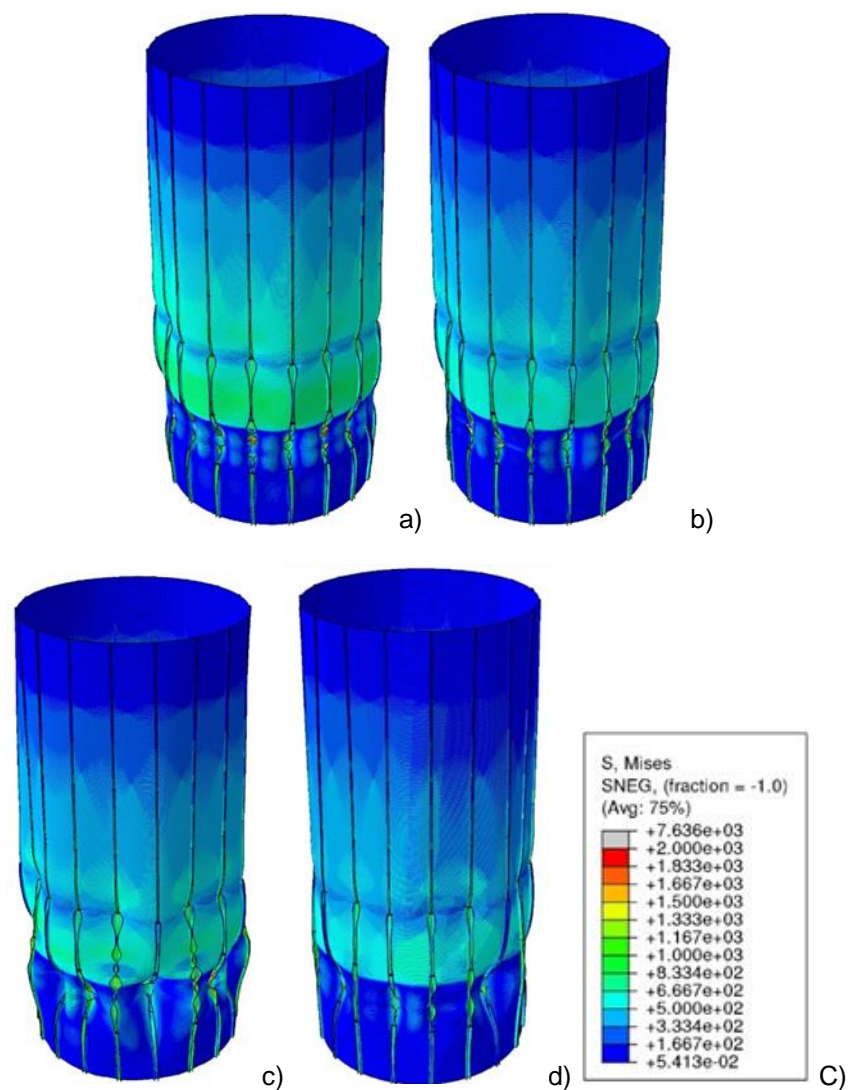
Dla modelu silosu z imperfekcjami geometrycznymi zgodnymi z modalną postacią drgań własnych (rys. 4.8A) z początkową amplitudą  $w = 25$  mm, zmniejszenie czasu działania obciążenia  $t_a$  spowodowało pozorny wzrost nośności silosu na wyboczenie o 20% wskutek wystąpienia sił bezwładności przeciwdziałających do obciążenia silosu (rys. 4.10A). Współczynnik obciążenia granicznego w analizach dynamicznych wynosił  $\lambda = 3,66$  dla  $t_a = 2$  s i  $\lambda = 3,03$  dla  $t_a = 20$  s. Dla  $t_a \geq 20$  s nie zaobserwowano istotniejszej różnicy na ścieżkach równowagi (obciążenie-przemieszczenie) (rys. 4.10B), stąd do dalszych analiz przyjęto czas analizy  $t_a = 20$  s. Uzyskane wyniki dla  $t_a = 20$  s

w przypadku funkcji liniowej obciążenia (rys. 4.6C) i dla  $t_a = 2$  s w przypadku dwuliniowej funkcji obciążenia (rys. 4.6C) były podobne.

Deformacje uzyskane w stanie granicznym obciążenia na podstawie analiz dynamicznych były podobne dla różnych czasów analizy  $t_a$  (rys. 4.10C). Niewielka różnica pomiędzy deformacjami dotyczyła liczby wyboconych słupów. W przypadku szybkiej analizy ( $t_a = 2$  s) większość słupów doznała wybočenja lokalnego w dolnym obszarze silosu (tuż pod górną krawędzią leja samonośnego). W przypadku wolniejszego przyrostu obciążenia ( $t_a \geq 10$  s) wystąpiło dodatkowo wybočenje co niektórych słupów do wewnątrz (6-8 szt.).

Do momentu osiągnięcia granicznego współczynnika obciążenia (dla czasu analizy  $t_a = 20$  s) odpowiedź analizowanej konstrukcji silosu była quasi-statyczna – energia kinetyczna układu była bliska zeru (rys. 4.10D). Po osiągnięciu granicznego współczynnika obciążenia tj. w stanie pokrytycznym, zaobserwowano nieznaczną odpowiedź dynamiczną układu o czym świadczył wzrost energii kinetycznej. Na końcowym etapie analizy, energia kinetyczna wynosiła 10% energii całkowitej. W przypadku dwuliniowej funkcji obciążenia i czasu analizy  $t_a = 2$  s energia kinetyczna stanowiła 20% energii całkowitej układu.

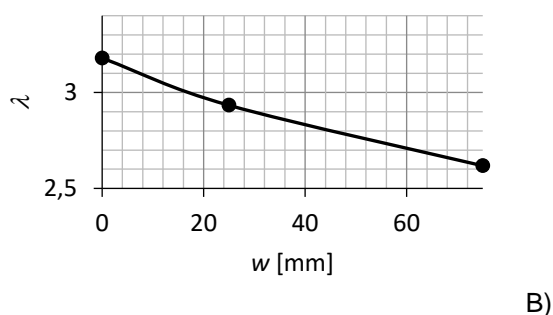
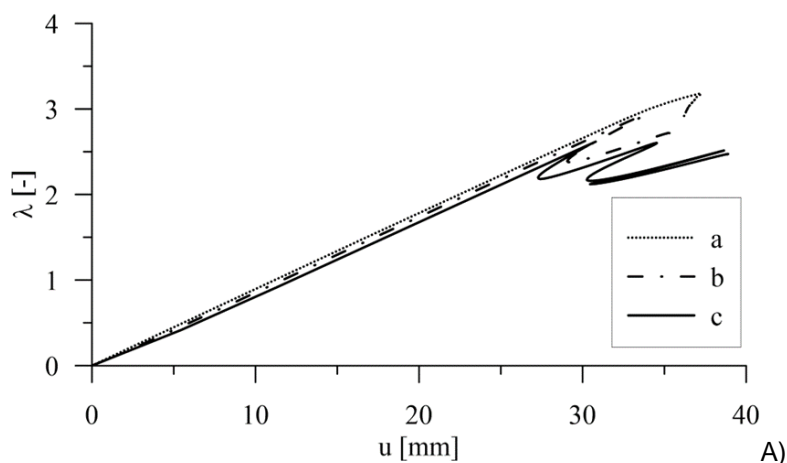


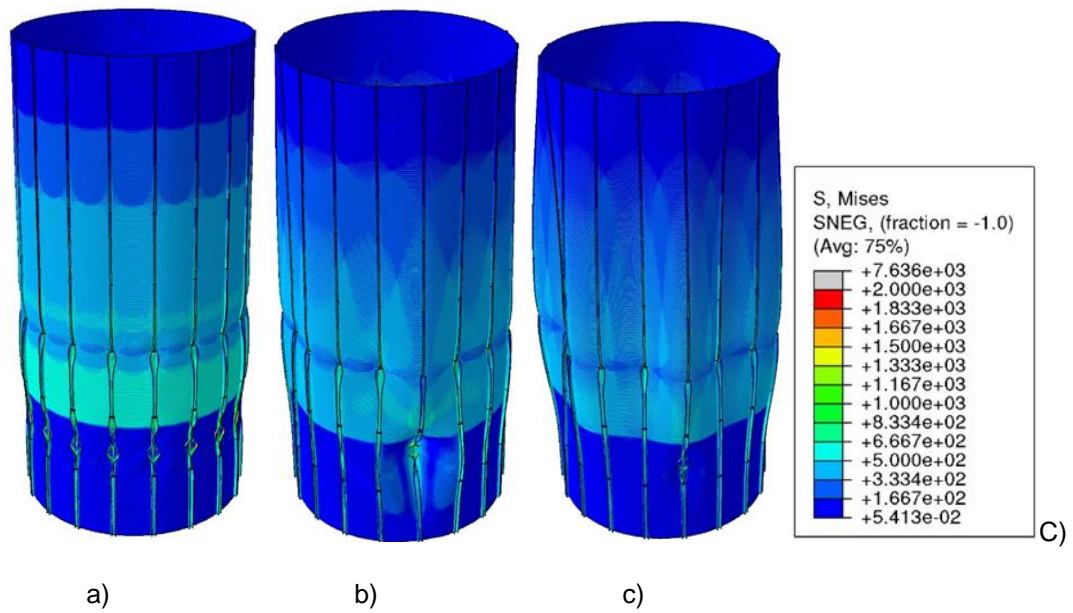


**Rys. 4.10:** Wyniki nieliniowej analizy statycznej i dynamicznej MES (GNA) silosu z imperfekcją geometryczną w kształcie pierwszej postaci drgań własnych (rys. 4.8A) o amplitudzie  $w = 25$  mm: A) mnożnik obciążenia

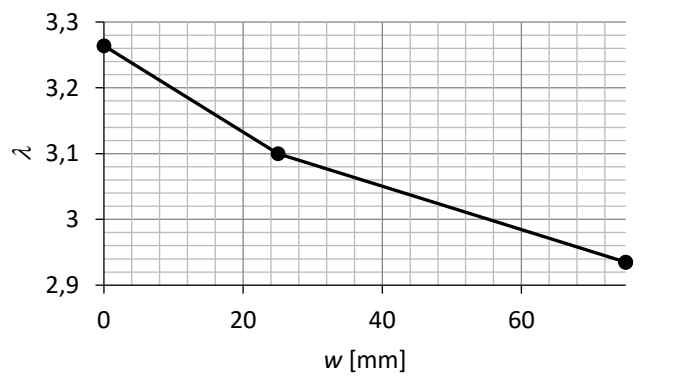
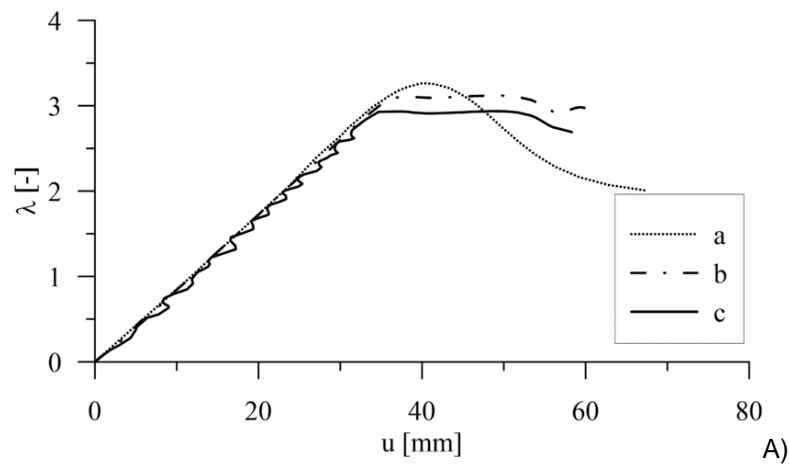
$\lambda$  w zależności od przemieszczenia górnej krawędzi silosu uzyskany na podstawie analizy dynamicznej z liniową funkcją obciążenia z rys. 4.6C dla czasu analizy  $t_a$ : a) 2s, b) 10s, c) 20s, d) 40s, e) analiza statyczna i f) analiza dynamiczna dla  $t_a = 2s$  z funkcją dwuliniową (rys. 4.6C), B) mnożnik obciążenia  $\lambda$  w funkcji czasu działania obciążenia  $t_a$ , C) deformacja silosu w stanie obciążenia granicznego (mapa naprężeń zredukowanych von-Misesa [MPa] i współczynnik skali deformacji równy 6) dla  $t_a$ : a) 2 s, b) 10 s, c) 20 s, d) 40 s oraz D) ewolucja energii układu w funkcji czasu  $t$  i przemieszczenia górnej krawędzi dla  $t_a = 20$  s (liniowa funkcja obciążenia): a) energia całkowita, b) energia odkształcenia sprężystego i c) energia kinetyczna.

Wyniki geometrycznie nieliniowej analizy statycznej i dynamicznej GNA dla zmiennej amplitudy imperfekcji geometrycznej w w kształcie pierwszej postaci drgań własnych z rys. 4.8A przedstawiono na rys. 4.11 i 4.12. Mnożnik obciążenia granicznego  $\lambda$  uzyskany na podstawie analiz statycznych i dynamicznych małał wraz ze wzrostem amplitudy imperfekcji początkowej  $w$ : w analizie statycznej od  $\lambda = 3,20$  przy  $w = 0$  mm do  $\lambda = 2,60$  przy  $w = 75$  mm i w analizie dynamicznej: od  $\lambda = 3,26$  przy  $w = 0$  mm do  $\lambda = 2,80$  przy  $w = 75$  mm (mniejsza o 0 - 20% w stosunku do silosu bez imperfekcji). Wyniki analizy statycznej różniły się od dynamicznych; przy obciążeniu granicznym nastąpiło wyraźne rozdzielenie ścieżek równowagi statycznych i dynamicznych. Dla obciążenia granicznego różnice wynosiły 5-10% ( $2,933 < \lambda < 3,264$ ) oraz w zakresie po wyboczeniowym 20-30% (rys. 4.11 i 4.12). Dla małej amplitudy imperfekcji ( $w < 25$  mm) deformacja układu była miejscowa w postaci lokalnego wyboczenia cienkościennych ścianek słupów. Natomiast, gdy amplituda imperfekcji była większa, silos miał tendencję do wyboczenia globalnego, podobnego kształtem do założonego początkowego kształtu imperfekcji geometrycznych (rys. 4.11C i 4.12C).





**Rys. 4.11:** Nieliniowe analizy statyczne MES (GNA) silosu z imperfekcją geometryczną w kształcie pierwszej postaci drgań własnych z rys. 4.8A: A) współczynnik obciążenia  $\lambda$  w zależności od pionowego przemieszczenia górnej krawędzi silosu  $u$  dla amplitudy imperfekcji  $w$ : a) 0 mm, b) 25 mm i c) 75 mm, B) graniczny współczynnik obciążenia  $\lambda$  względem początkowej amplitudy imperfekcji  $w$  i C) deformacja silosu w stanie obciążenia granicznego (mapa naprężeń zredukowanych von-Misesa [MPa]; współczynnik skali deformacji równy 6) dla  $w$ : a) 0mm, b) 25 mm i c) 75 mm.

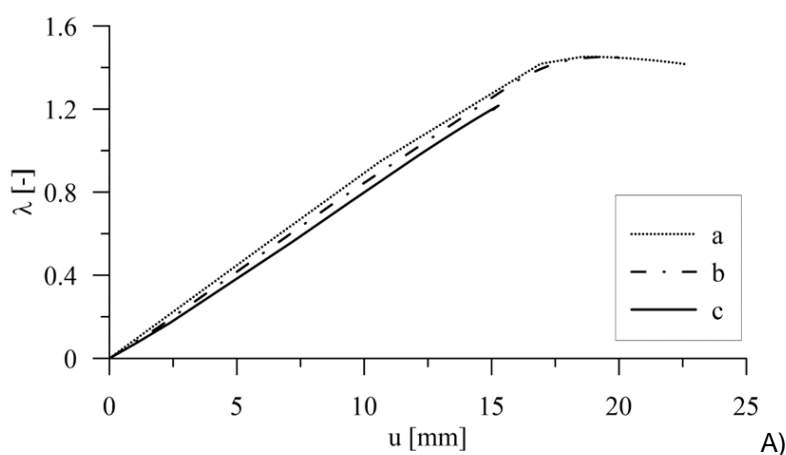


B)

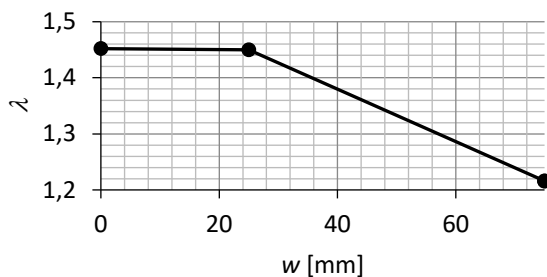


**Rys. 4.12:** Nieliniowe analizy dynamiczne MES (GNA) silosu z imperfekcją geometryczną w kształcie pierwszej postaci drgań własnych z rys. 4.8A dla czasu analizy  $t_a = 20s$ : A) współczynnik obciążenia  $\lambda$  w zależności od pionowego przemieszczenia górnej krawędzi silosu  $u$  dla amplitudy imperfekcji  $w$ : a) 0 mm, b) 25 mm i c) 75 mm, B) graniczny współczynnik obciążenia  $\lambda$  względem początkowej amplitudy imperfekcji  $w$  i C) deformacja silosu w stanie obciążenia granicznego (mapa naprężeń zredukowanych von-Misesa [MPa]; współczynnik skali deformacji równy 6) dla  $w$ : a) 0 mm, b) 25 mm i c) 75 mm.

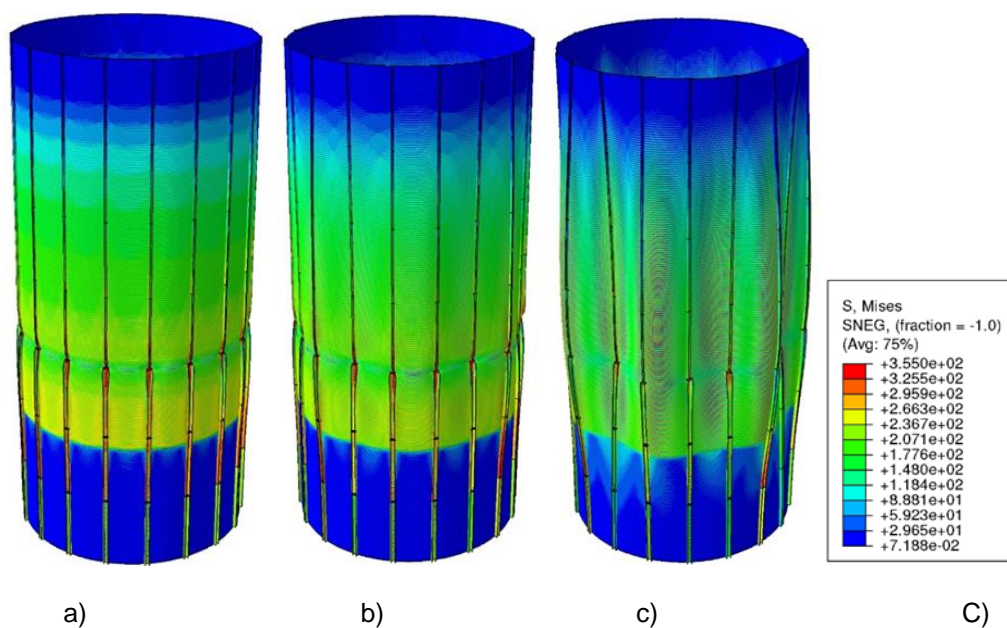
Na rys. 4.13 i 4.14 przedstawiono wyniki statycznych i dynamicznych analiz numerycznych MES (GMNA). Współczynnik obciążenia granicznego (statycznego i dynamicznego) wahał się od  $\lambda = 1,22$  ( $w = 75mm$ ) do  $\lambda = 1,45-1,47$  ( $w = 0mm$ ) (rys. 4.13 i 4.14) i był mniejszy niż w GNA o około 50%. Statyczne i dynamiczne nieliniowe ścieżki równowagi oraz przemieszczenia były podobne, ale w przypadku obliczeń statycznych (rys. 4.13A i 4.14B) w kilku symulacjach została utracona zbieżność w obszarze pokrytycznym. W analizach dynamicznych uzyskano oscylacje na ścieżce równowagi dla silosu o  $w > 75$  mm (rys. 4.14). Deformacje zniszczenia silosu w analizach statycznych i dynamicznych były podobne do deformacji uzyskanych w GNA, charakteryzowały się lokalnym wyboczeniem ścian słupów silosu w miejscu wzajemnego połączenia słupów typu „C” i typu „V” (dla  $w < 50$  mm) oraz globalnym wyboczeniem słupów i płaszcza z blachy falistej (dla  $w \geq 50$  mm), zgodnie z założonym początkowym kształtem imperfekcji geometrycznej (rys. 4.13C i 4.14C).



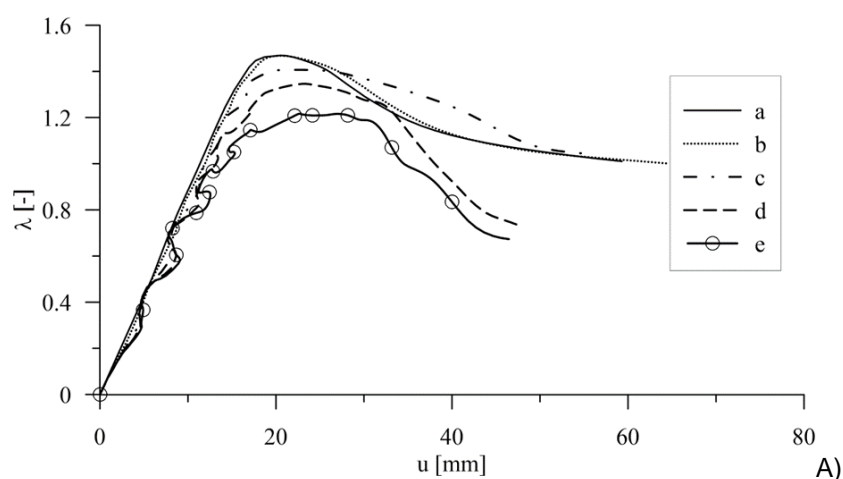


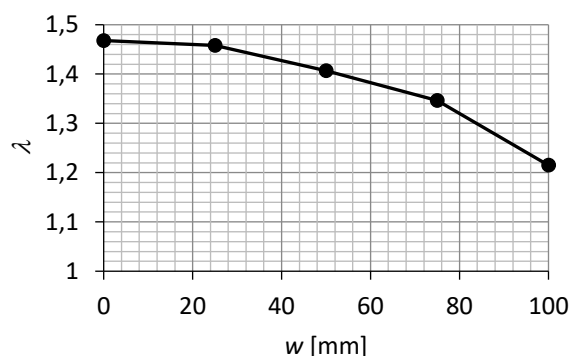


B)

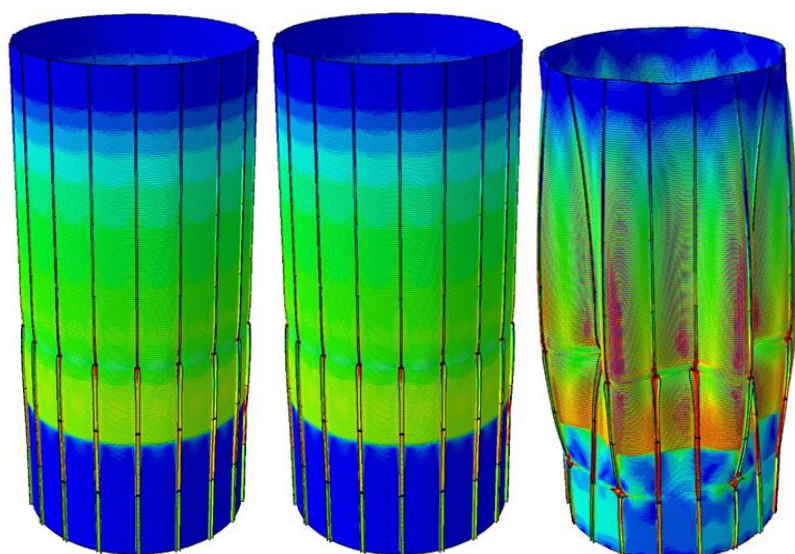


**Rys. 4.13:** Nieliniowe analizy statyczne MES (GMNA) siłosu z imperfekcją geometryczną w kształcie pierwszej postaci drgań własnych z rys. 4.8A: A) współczynnik obciążenia  $\lambda$  w zależności od pionowego przemieszczenia górnej krawędzi siłosu  $u$  dla amplitudy imperfekcji  $w$ : a) 0 mm, b) 25 mm i c) 75 mm, B) graniczny współczynnik obciążenia  $\lambda$  względem początkowej amplitudy imperfekcji  $w$  i C) deformacja siłosu w stanie obciążenia granicznego (mapa naprężeń zredukowanych von-Misesa [MPa]; współczynnik skali deformacji równy 6) dla  $w$ : a) 0 mm, b) 25 mm i c) 75 mm.





B)



a)

b)

c)

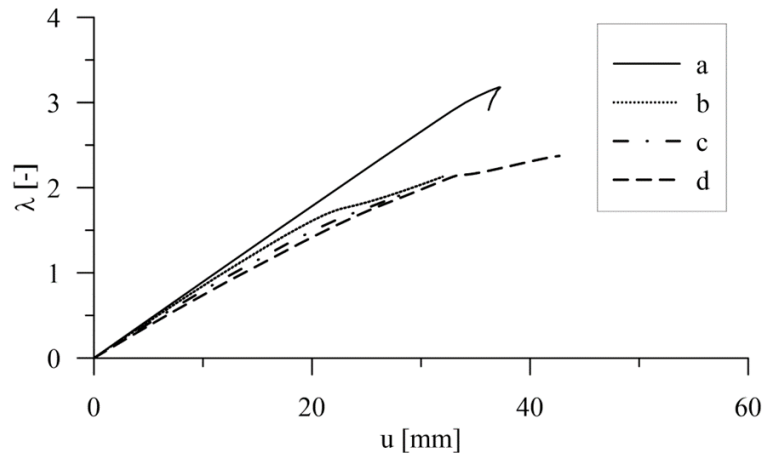
C)

**Rys. 4.14:** Nieliniowe analizy dynamiczne MES (GMNA) silosu z imperfekcją geometryczną w kształcie pierwszej postaci drgań własnych z rys. 4.8A dla czasu analizy  $t_a = 20s$ : A) współczynnik obciążenia  $\lambda$  w zależności od pionowego przemieszczenia górnej krawędzi silosu  $u$  dla amplitudy imperfekcji  $w$ : a) 0 mm, b) 25 mm c) 50 mm, d) 75 mm i e) 100 mm, B) graniczny współczynnik obciążenia  $\lambda$  względem początkowej amplitudy imperfekcji  $w$  i C) deformacja silosu w stanie obciążenia granicznego (mapa naprężeń zredukowanych von-Misesa [MPa]; współczynnik skali deformacji równy 6) dla  $w$ : a) 0 mm, b) 25 mm i c) 75 mm.

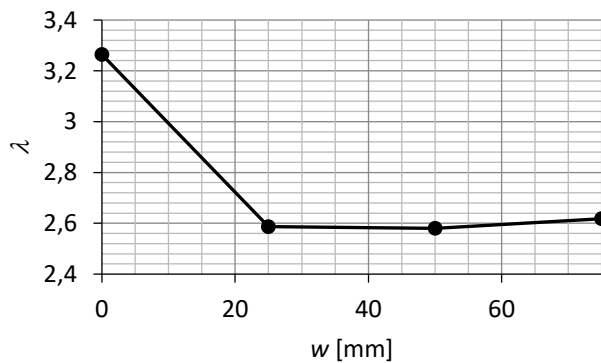
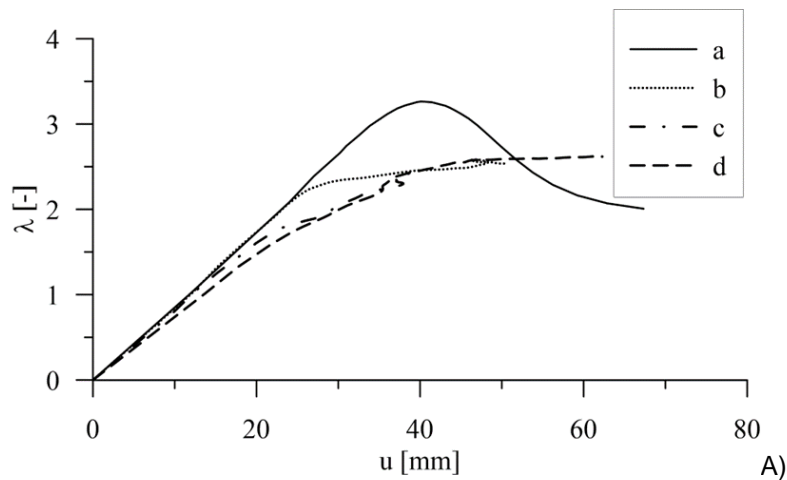
Wstępna imperfekcją geometryczna jako pierwsza globalna postać wyboczenia LBA sztucznie wzmocnioną sztywnością słupów

Wyniki analiz numerycznych MES z początkowym kształtem imperfekcji geometrycznych odnoszącym się pierwszej globalnej postaci własnej LBA silosu o zwiększonej grubości ścianki słupa z rys. 4.8B pokazano na rys. 4.15 i 4.16 (GNA) oraz rys. 4.17 i 4.18 (GMNA). W analizach statycznych, nie w każdym przypadku było możliwe wyznaczenie współczynnika obciążenia granicznego  $\lambda$  ze względu na utratę zbieżności (rys. 4.15 i 4.17). Współczynnik obciążenia granicznego w analizach dynamicznych był zmienny w przedziale  $\lambda = 2,62$  ( $w = 100$  mm) do  $\lambda = 3,26$  ( $w = 0$  mm) dla GNA oraz między  $\lambda = 1,19$  ( $w = 100$  mm) a  $\lambda = 1,47$  ( $w = 0$  mm) dla GMNA. Wartość graniczna mnożnika obciążenia  $\lambda$  zależy głównie od amplitudy imperfekcji  $w$  (rys. 4.16 i 4.18). Współczynnik obciążenia granicznego  $\lambda$  został zredukowany zarówno o 20% w GNA i GMNA w odniesieniu do silosu bez imperfekcji geometrycznych. Deformacja silosu uzyskana dla granicznego współczynnika obciążenia,

charakteryzowała się lokalnym uplastycznieniem słupów w miejscu połączenia słupa typu „C” ze słupem typu „V” (w przypadku małych amplitud imperfekcji). Zdeformowane słupy przemieściły się do wnętrza silosu. W przypadku większych amplitud imperfekcji słupy doznały również uplastycznienia na połączeniach pomiędzy różnymi typami przekroju oraz przemieściły się do wewnątrz i na zewnątrz silosu (rys. 4.16 i 4.18).



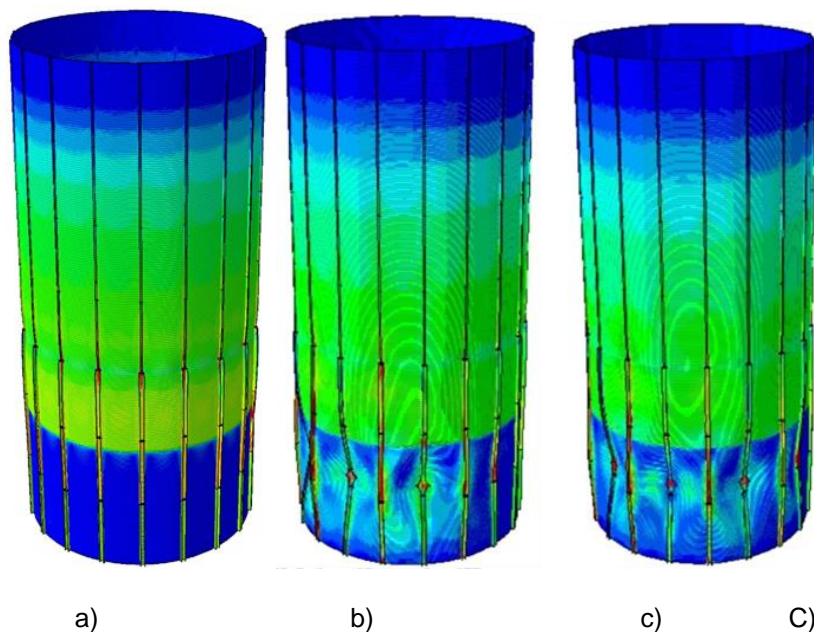
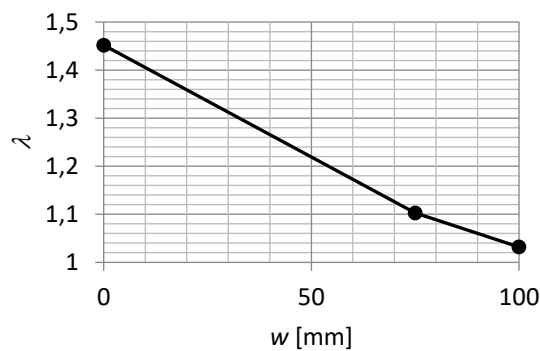
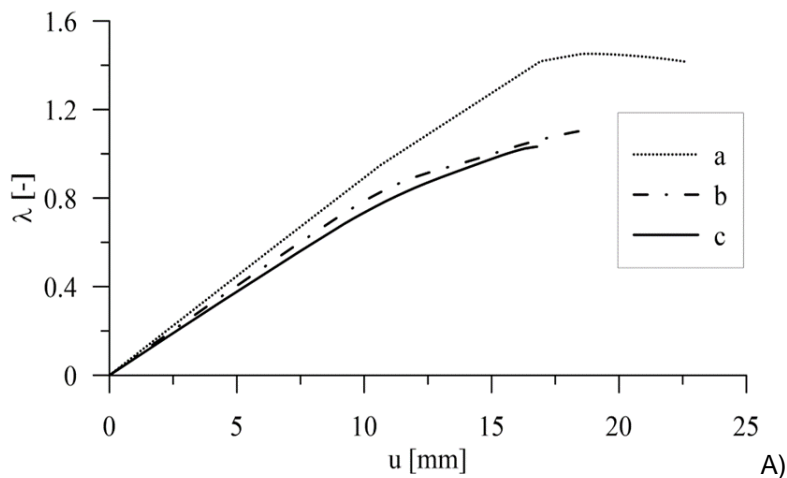
**Rys. 4.15:** Współczynnik obciążenia  $\lambda$  w zależności od pionowego przemieszczenia górnej krawędzi silosu  $u$  dla statycznej analizy MES (GNA) silosu z imperfekcjami w kształcie pierwszej globalnej postaci wyboczeniowej LBA przy zwiększonej sztywności słupa (rys. 4.8B) dla amplitudy  $w$ : a) 0 mm, b) 25 mm, c) 75 mm i d) 100 mm.



B)

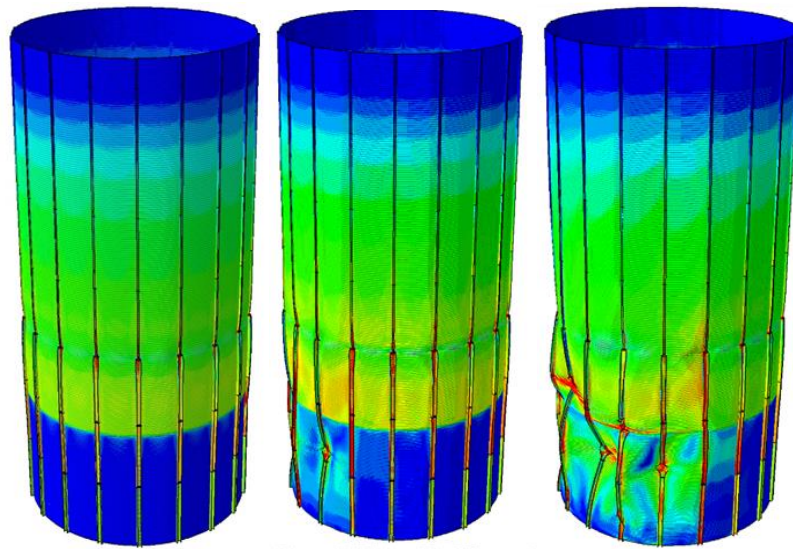
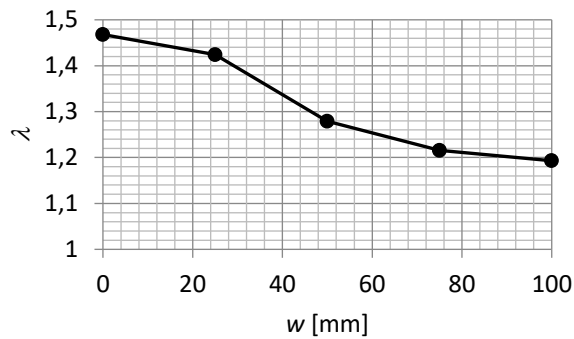
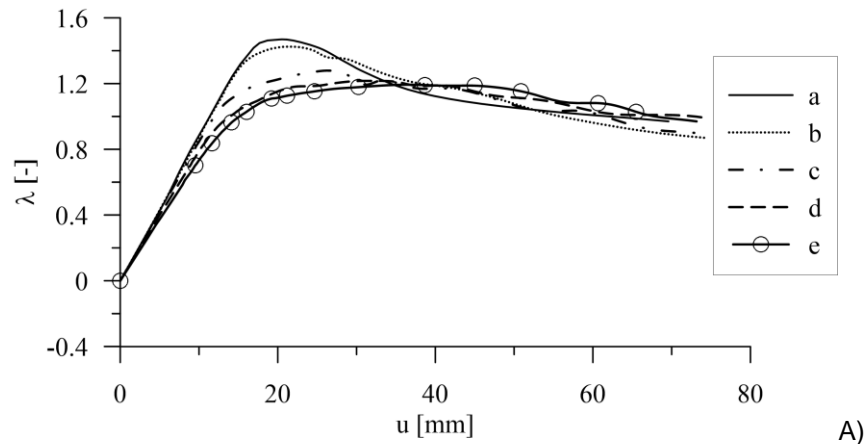
**Rys. 4.16:** Nieliniowe analizy dynamiczne MES (GNA) silosu z imperfekcją geometryczną w kształcie pierwszej globalnej postaci wyboczeniowej LBA przy zwiększonej sztywności słupa z rys. 4.8B dla czasu analizy  $t_a = 20$  s:

A) współczynnik obciążenia  $\lambda$  w zależności od pionowego przemieszczenia górnej krawędzi siłosu  $u$  dla amplitudy imperfekcji  $w$ : a) 0 mm, b) 25 mm, c) 50 mm i d) 75 mm i B) graniczny współczynnik obciążenia  $\lambda$  względem początkowej amplitudy imperfekcji  $w$ .



**Rys. 4.17:** Nieliniowe analizy statyczne MES (GMNA) siłosu z imperfekcją geometryczną w kształcie pierwszej globalnej postaci wybooczeniowej LBA przy zwiększonej sztywności słupa z rys. 4.8B dla czasu analizy  $t_a = 20$  s: A) współczynnik obciążenia  $\lambda$  w zależności od pionowego przemieszczenia górnej krawędzi siłosu  $u$  dla amplitudy imperfekcji  $w$ : a) 0 mm, b) 75 mm i c) 100 mm, B) graniczny współczynnik obciążenia  $\lambda$  względem początkowej amplitudy imperfekcji  $w$ : a) 0 mm, b) 75 mm i c) 100 mm i C) deformacja siłosu w stanie obciążenia granicznego

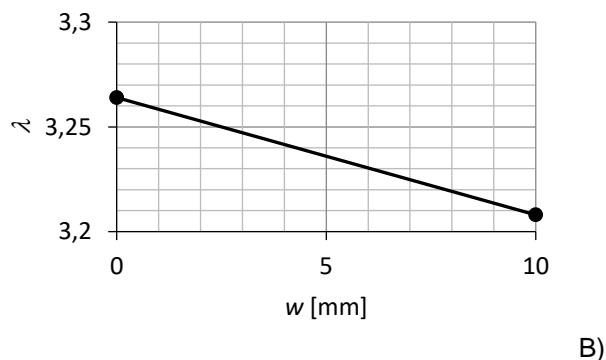
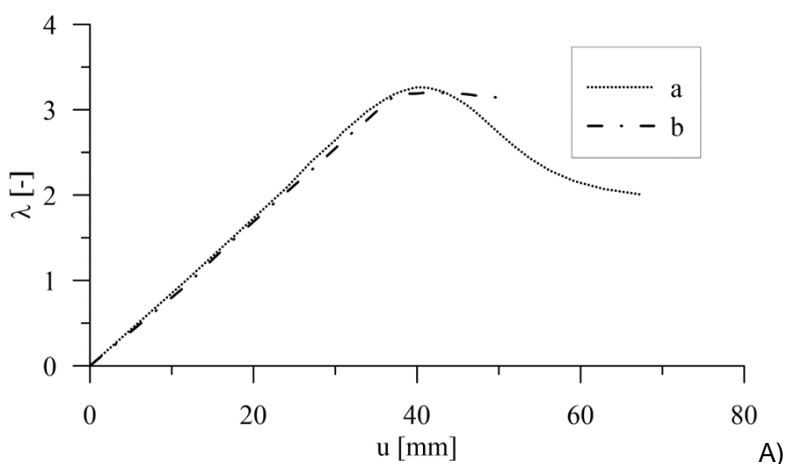
(mapa naprężeń zredukowanych von-Misesa [MPa]; współczynnik skali deformacji równy 6) dla  $w$ : a) 0 mm, b) 75 mm i c) 100 mm.

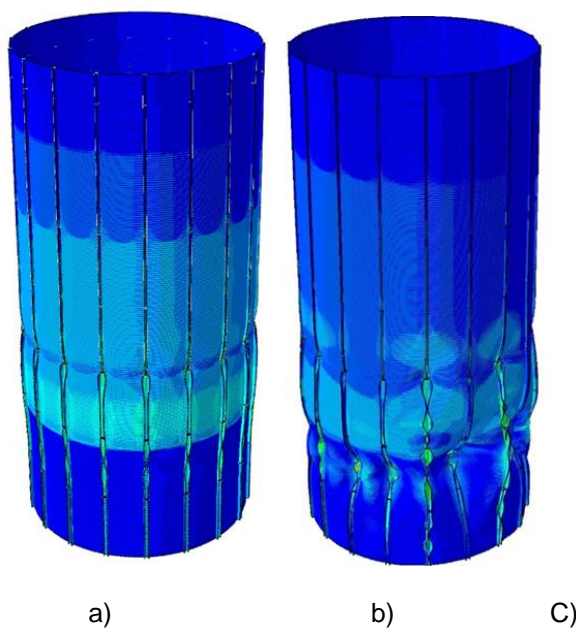


**Rys. 4.18:** Nieliniowe analizy dynamiczne MES (GMNA) siłosu z imperfekcją geometryczną w kształcie pierwszej globalnej postaci wybożeniowej LBA przy zwiększonej sztywności słupa z rys. 4.8B dla czasu analizy  $t_a = 20$  s: A) współczynnik obciążenia  $\lambda$  w zależności od pionowego przemieszczenia górnej krawędzi siłosu  $u$  dla amplitudy imperfekcji  $w$ : a) 0 mm, b) 25 mm, c) 50 mm, d) 75 mm i e) 100 mm, B) graniczny współczynnik obciążenia  $\lambda$  względem początkowej amplitudy imperfekcji  $w$ : a) 0 mm, b) 25 mm, c) 50 mm, d) 75 mm i e) 100 mm i C) deformacja siłosu w stanie obciążenia granicznego (mapa naprężeń zredukowanych von-Misesa [MPa]; współczynnik skali deformacji równy 6) dla  $w$ : a) 0 mm, b) 25 mm, c) 50 mm, d) 75 mm i e) 100 mm.

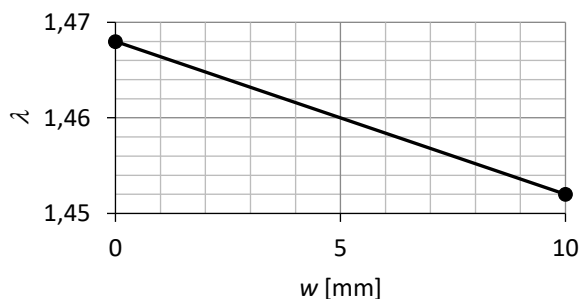
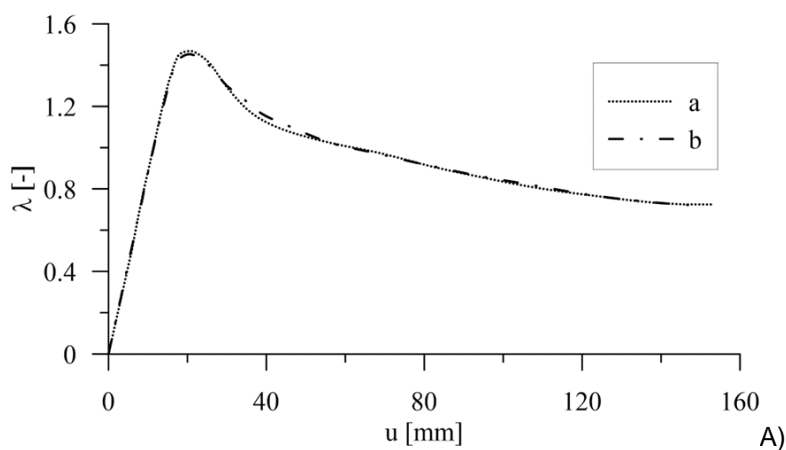
### Wstępna imperfekcja geometryczna na podstawie LBA (35 postać wyboczenia)

Wyniki numerycznej analizy dynamicznej MES z wstępną imperfekcją geometryczną z rys. 4.8C przedstawiono na rys. 4.19 (GNA) i rys. 4.20 (GMNA). Dynamiczny współczynnik obciążenia granicznego został zredukowany z  $\lambda = 3,26$  ( $w = 0$  mm) do  $\lambda = 3,21$  ( $w = 10$  mm) dla GNA i z  $\lambda = 1,47$  ( $w = 0$  mm) do  $\lambda = 1,45$  ( $w = 10$  mm) dla GMNA. Dla granicznej wartości współczynnika obciążenia nastąpiła lokalna utrata stateczności słupów przy małych amplitudach imperfekcji. Dla większych amplitud imperfekcji większość słupów wyboczonych lokalnie przesunęła się do wnętrza silosu, a tylko kilka na zewnątrz (rys. 4.19C). Słupy doznały wyboczenia w okolicy górnej krawędzi leja samonośnego oraz w pobliżu punktów połączenia profili („V” i „C”). W stanie granicznym nośności dla GMNA nastąpiło uplastycznienie trzech słupów w których zdefiniowano największą wartość bezwzględną amplitudy imperfekcji (rys. 4.20C).

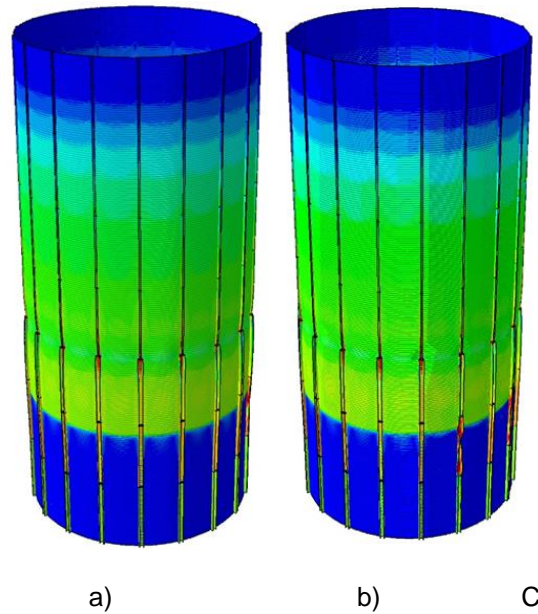




**Rys. 4.19:** Nieliniowe analizy dynamiczne MES (GNA) silosu z imperfekcją geometryczną w kształcie 35 postaci wyboczenia LBA silosu z rys. 4.8C dla czasu analizy  $t_a = 20$  s: A) współczynnik obciążenia  $\lambda$  w zależności od pionowego przemieszczenia górnej krawędzi silosu  $u$  dla amplitudy imperfekcji  $w$ : a) 0 mm i b) 10 mm, B) graniczny współczynnik obciążenia  $\lambda$  względem początkowej amplitudy imperfekcji  $w$ : a) 0 mm i b) 10 mm i C) deformacja silosu w stanie obciążenia granicznego (mapa naprężeń zredukowanych von-Misesa [MPa]; współczynnik skali deformacji równy 6) dla  $w$ : a) 0 mm i b) 10 mm.



B)



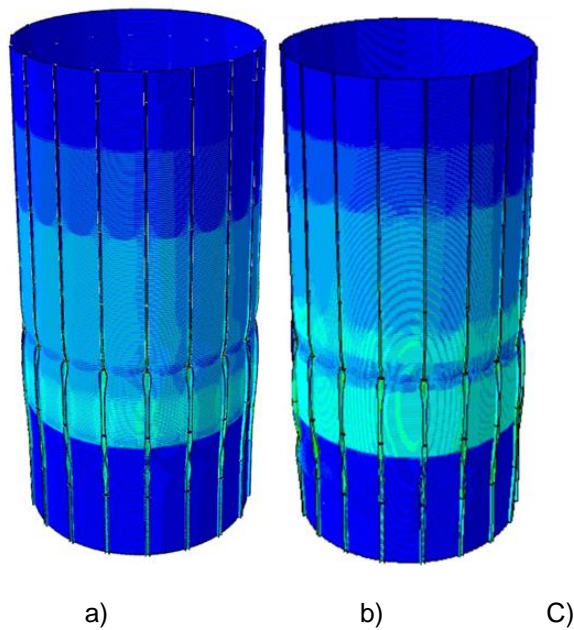
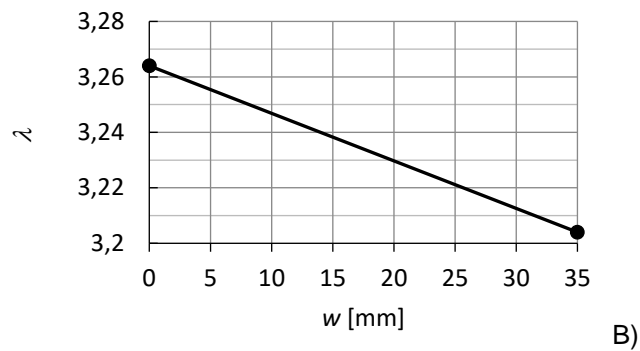
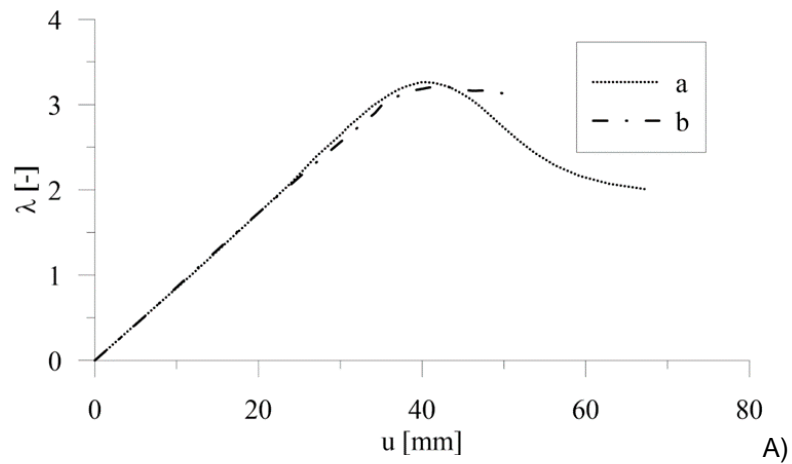
**Rys. 4.20:** Nieliniowe analizy dynamiczne MES (GMNA) silosu z imperfekcją geometryczną w kształcie 35 postaci wyboczenia LBA silosu z rys. 4.8C dla czasu analizy  $t_a = 20$  s: A) współczynnik obciążenia  $\lambda$  w zależności od pionowego przemieszczenia górnej krawędzi silosu  $u$  dla amplitudy imperfekcji  $w$ : a) 0 mm i b) 10 mm, B) graniczny współczynnik obciążenia  $\lambda$  względem początkowej amplitudy imperfekcji  $w$ : a) 0 mm i b) 10 mm i C) deformacja silosu w stanie obciążenia granicznego (mapa naprężeń zredukowanych von-Misesa [MPa]; współczynnik skali deformacji równy 6) dla  $w$ : a) 0 mm i b) 10 mm.

#### Wstępna imperfekcja geometryczna na podstawie pomiarów geodezyjnych

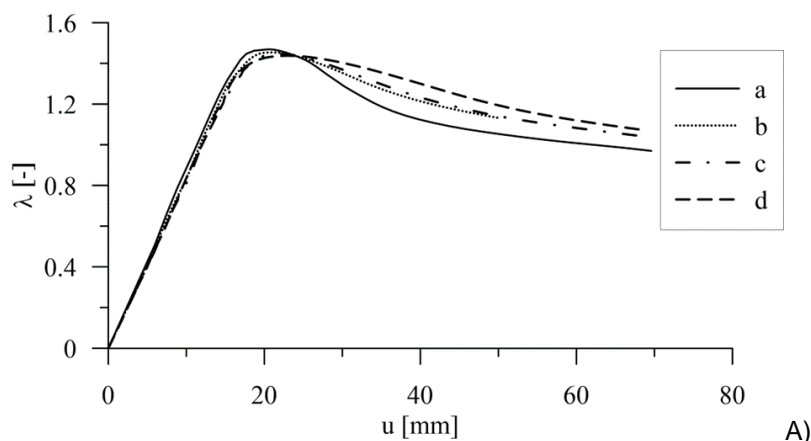
Wyniki numerycznej analizy dynamicznej MES z wstępną imperfekcją geometryczną z rys. 4.8D przedstawiono na rys. 4.21 (GNA) i rys. 4.22 (GMNA). Dynamiczny współczynnik obciążenia granicznego został zredukowany do  $\lambda = 3,2$  ( $w = 35$  mm) dla GNA i do  $\lambda = 1,44$  ( $w = 50$  mm) dla GMNA. Współczynnik obciążenia granicznego  $\lambda$  był niższy w odniesieniu do silosu bez imperfekcji o 0,5% (GNA) i o 2% (GMNA). Przy granicznym współczynniku obciążenia (GNA) nastąpiła lokalna utrata stateczności słupów; wyboczone słupy przemieściły się do wnętrza silosu w miejscu połączenia słupów typu „V” z słupami typu „C” (rys. 4.21C). Deformacja silosu w stanie granicznym dla GMNA związana była z uplastycznieniem słupów na połączeniu „V”-„C” (małe wartości amplitudy imperfekcji) oraz uplastycznieniem płaszcza silosu i słupów w przypadku dużej amplitudy imperfekcji (rys. 4.22C).

Przeanalizowano również przypadek obciążenia lokalnego zdefiniowanego w połowie wysokości silosu (jak dla silosu smukłego (rys. 3.6)) (rys. 4.22Ad i Cd). Współczynnik obciążenia granicznego został zredukowany o 20% do  $\lambda = 1,44$  dla  $w = 50$  mm. Deformacja silosu dla granicznej wartości obciążenia była niesymetryczna względem obwodu płaszcza silosu (rys. 4.22Cd).

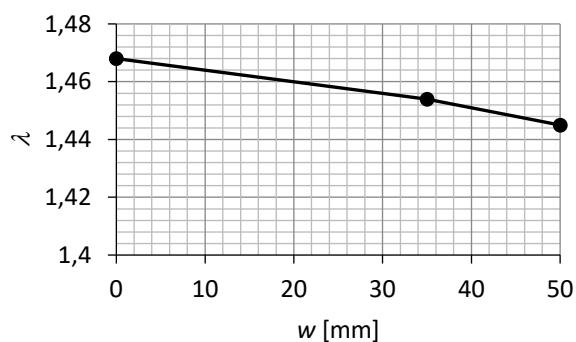




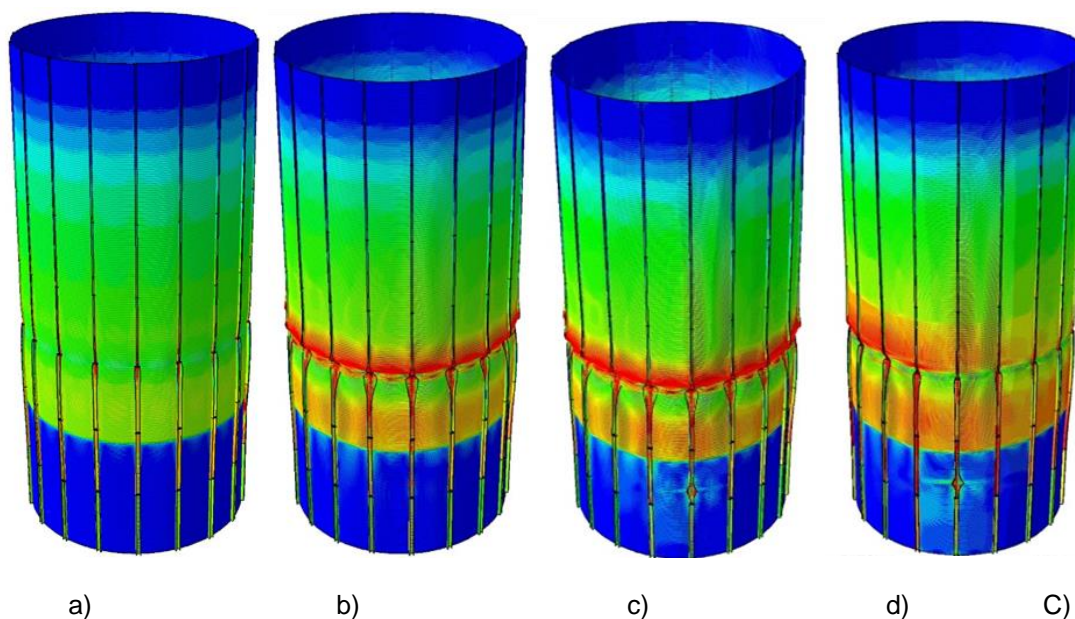
**Rys. 4.21:** Nieliniowe analizy dynamiczne MES (GNA) silosu z imperfekcją geometryczną uzyskaną na podstawie pomiarów geodezyjnych dla podobnego silosu z rys. 4.8D dla czasu analizy  $t_a = 20$  s: A) współczynnik obciążenia  $\lambda$  w zależności od pionowego przemieszczenia górnej krawędzi silosu  $u$  dla amplitudy imperfekcji  $w$ : a) 0 mm i b) 35 mm, B) graniczny współczynnik obciążenia  $\lambda$  względem początkowej amplitudy imperfekcji  $w$ : a) 0 mm i b) 35 mm i C) deformacja silosu w stanie obciążenia granicznego (mapa naprężeń zredukowanych von-Misesa [MPa]; współczynnik skali deformacji równy 6) dla  $w$ : a) 0 mm i b) 35mm.



A)



B)

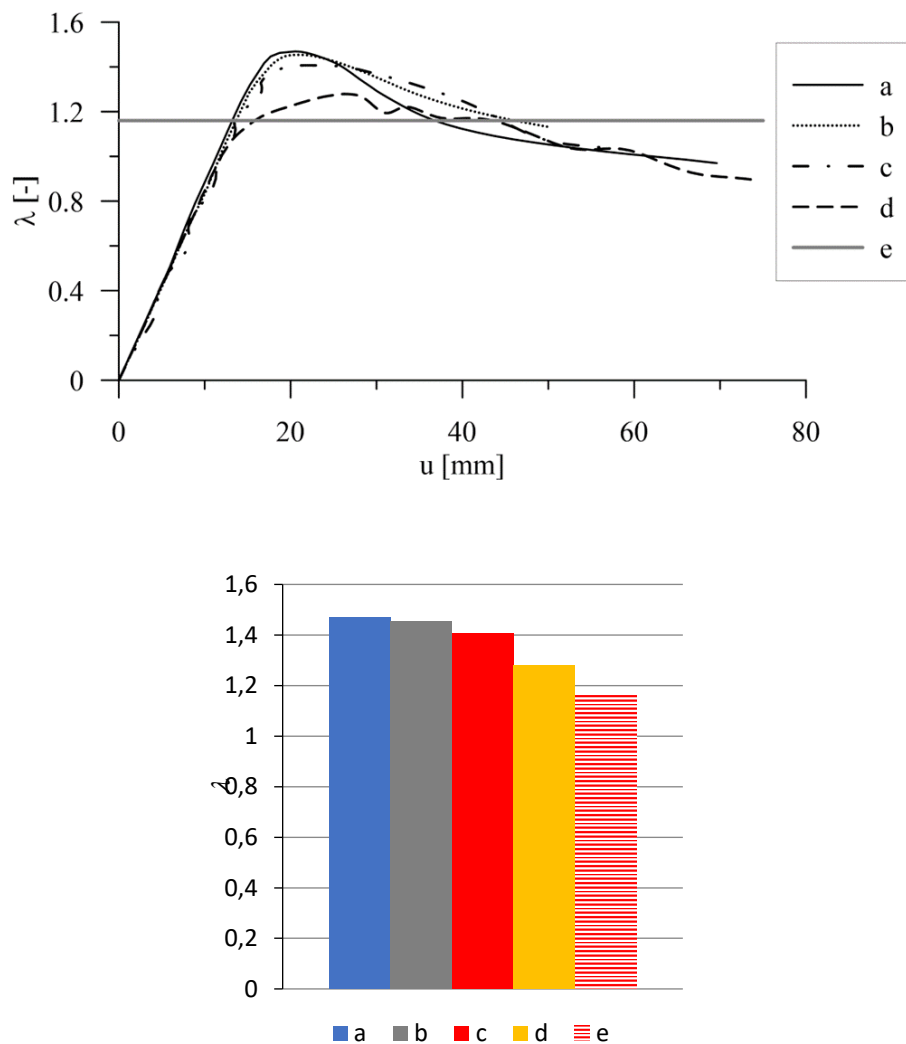


**Rys. 4.22:** Nieliniowe analizy dynamiczne MES (GMNA) silosu z imperfekcją geometryczną uzyskaną na podstawie pomiarów geodezyjnych dla podobnego silosu z rys. 4.8D dla czasu analizy  $t_a = 20$  s: A) współczynnik obciążenia  $\lambda$  w zależności od pionowego przemieszczenia górnej krawędzi silosu  $u$  dla amplitudy imperfekcji  $w$ : a) 0 mm, b) 35 mm, c) 50 mm i d) 50 mm z obciążeniem lokalnym, B) graniczny współczynnik obciążenia  $\lambda$  względem początkowej amplitudy imperfekcji  $w$  i C) deformacja silosu w stanie obciążenia granicznego (mapa naprężeń zredukowanych von-Misesa [MPa]; współczynnik skali deformacji równy 6) dla  $w$ : a) 0 mm, b) 35 mm, c) 50 mm i d) 50 mm z obciążeniem lokalnym.

Najniższą wartość współczynnika obciążenia granicznego silosu uzyskano dla silosu z początkowymi imperfekcjami związanymi z pierwszą globalną postacią wyboczenia LBA którą

wyznaczono przy sztucznie zwiększonej sztywności ściany słupa (tak aby uniknąć postaci wyboczenia związanych z lokalną utratą stateczności). Określona wartość graniczna uwzględniająca w analizie imperfekcje globalne LBA była o 10% niższa w porównaniu z wynikami z imperfekcjami określonymi na podstawie pomiarów geodezyjnych. Była natomiast 3-krotnie wyższa niż wytrzymałość silosu na wyboczenie wg Eurokodu 3 [20] bez uwzględnienia późniejszych zmian w normie (wzory (3.13) i (3.15)).

Zestawienie uzyskanych wartości granicznego współczynnika obciążenia  $\lambda$  w porównaniu z Eurokodem 3 (warunek uplastycznienia przekroju- wzór (3.14)) przedstawiono na rys. 4.23 (GMNA). Obliczone obciążenie graniczne jest o 5–30% wyższe niż w normie Eurokod 3 niezależnie od przyjętych początkowych imperfekcji geometrycznych.



**Rys. 4.23:** Podsumowanie wyników MES: współczynnik obciążenia  $\lambda$  względem pionowego przemieszczenia  $u$  górnej krawędzi silosu dla amplitudy imperfekcji  $w = 50$  mm (GMNA) dla: a) silosu bez imperfekcji geometrycznych, b) silosu z imperfekcją geometryczną na podstawie pomiarów geodezyjnych podobnego silosu, c) silos z imperfekcją geometryczną w postaci pierwszej postaci drgań własnych, d) silos z imperfekcjami geometrycznymi w postaci pierwszej globalnej postaci własnej z LBA o zwiększonej grubości ścianki słupa oraz e) na podstawie Eurokodu 3 (wzór (3.14)).

#### 4.6.6 Porównanie wyników analizy dla silosów o podobnej geometrii

Wyniki nośności analizowanego silosu z rys. 4.4 ( $H = 17,62$  m,  $D = 8,2$  m,  $H/D = 2,2$ , 18 pionowych słupów w rozstawie  $d_s = 1,4$  m, pofałdowanie blachy falistej: długość fali  $l = 76$  mm i wysokość fałdy  $d = 18$  mm) porównano z wynikami dla podobnego silosu '1' ( $H = 21,48$  m,  $D = 5,25$  m,  $H/D = 4,1$ , 18 pionowych słupów w rozstawie  $d_s = 0,93$  m, pofałdowanie blachy falistej: długość fali  $l = 76$  mm i wysokość fałdy  $d = 18$  mm) [20] i silosu '2' ( $H = 20,11$  m,  $D = 12,5$  m,  $H/D = 1,6$ , 28 pionowych słupów w rozstawie  $d_s = 1,4$  m, długość fali  $l = 119$  mm i wysokość fałdy  $d = 10$  mm) [21]. Wszystkie trzy silosy miały podobną wysokość (18–22 m), ale różną średnicę (5–12,5 m), rozstaw słupów (0,9–1,4 m) i w silosie '2' zastosowano inny kształt blachy falistej (dłuższa fala przy niższej wysokości fałdy).

Porównano współczynnik obciążenia granicznego  $\lambda$  odnoszący się do pionowego obciążenia ścian podczas opróżniania niesymetrycznego w GMNA z początkowymi imperfekcjami geometrycznymi na podstawie LBA dla maksymalnej amplitudy imperfekcji poziomej  $w = 50 - 100$  mm (tab. 4.3). Współczynnik obciążenia  $\lambda$  był zawsze najniższy w silosie [21] dla  $w = 50 - 100$  mm, a najwyższy w silosie [20] dla  $w = 50$  mm oraz w silosie z rys. 4.4 dla  $w = 100$  mm. Maksymalny współczynnik obciążenia wzrósł wraz ze wzrostem wysokości fałdowania blachy falistej (o 20% dla  $w = 50$  mm i o 180% dla  $w = 100$  mm) dla podobnego stosunku smukłości  $H/D$  ( $H/D = 2,2 - 1,6$ ) i zmniejszył się o 27% wraz ze wzrostem  $H/D$  ( $H/D = 2,2 - 4,1$ ) dla dużej amplitudy imperfekcji poziomej  $w = 100$  mm. Dla małej wartości amplitudy imperfekcji poziomej  $w = 50$  mm, wartość współczynnika  $\lambda$  wzrastała wraz ze wzrostem współczynnika smukłości  $H/D$  (o 17% w porównaniu z metalowymi silosami cylindrycznymi wykonanymi z gładkich blach). Wpływ amplitudy imperfekcji był tym silniejszy, im  $H/D$  było większe.

Ponadto przeprowadzono porównanie wyników numerycznych z wynikami normowymi analizowanego silosu:

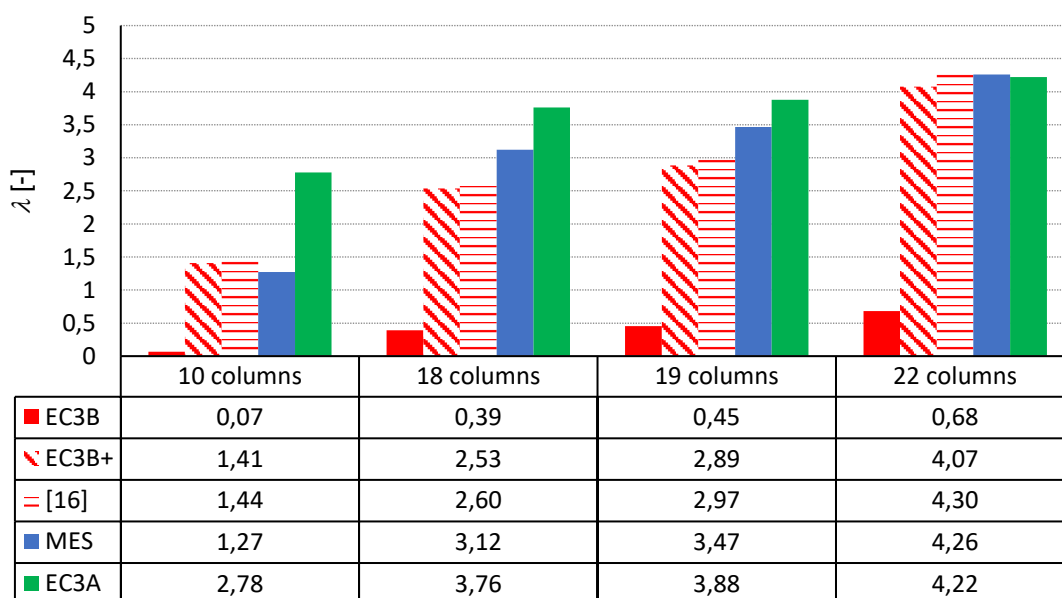
- dla metody EC3B [4] pkt. 3.2.2,
- dla metody EC3B+ (modyfikacja metody EC3B w dodatku do normy [4]),
- dla proponowanej modyfikacji podejścia normowego przedstawionego w [11] (rozdział 6.1),
- dla metody normowej EC3A [4] pkt. 3.2.1,

przy zmiennej liczbie słupów po obwodzie (10, 18, 19 i 22) (rys. 4.24). Wyniki nośności normowych porównano z wynikami numerycznymi uzyskanymi na podstawie analizy GNA z reprezentatywną imperfekcją geometryczną w kształcie pierwszej postaci drgań własnych silosu (rys. 4.8A) o amplitudzie  $w = 25$  mm. Porównanie przeprowadzono z pominięciem plastyczności z uwagi na ograniczenie analizy do aspektu nośności wyboczeniowej. Wartość współczynnika obciążenia granicznego  $\lambda$  wyznaczona na podstawie pierwotnej procedury normowej (EC3B) była aż 18 do 6 razy mniejsza w stosunku do nośności uzyskanej na podstawie analizy numerycznej MES. Wyniki uzyskane na podstawie metody normowej EC3A (dla gęstego rozstawu słupów ( $d_s \leq d_{s,max}$ ) gdzie liczba słupów odpowiadająca wartości  $d_{s,max} = 1,16$  m wynosi  $n_s = 22$ ) są zgodne z wynikami uzyskanymi na podstawie analiz numerycznych ( $\lambda_{MES} = 4,26$  a  $\lambda_{EC3A} = 4,22$  (dla liczby słupów równej 18)). Mnożniki obciążenia granicznego uzyskane na podstawie poprawki do normy [4] oraz na podstawie proponowanej metody w [11] są do siebie

podobne (różnice 2-5%(rys. 4.24)) oraz pozwalają dokładniej określić nośność silosu dla rzadkiego rozstawu słupów (różnice do 12% w stosunku do wyników numerycznych).

**Tab. 4.3:** Graniczna wartość współczynnika  $\lambda$  uzyskana na podstawie analiz numerycznych MES dla 3 różnych silosów z płaszczem w postaci blachy falistej z pionowymi słupami dla zmiennej wartości amplitudy imperfekcji  $w$ .

Amplituda imperfekcji $w$ [mm]	Silos [20] $\lambda$	Silos [21] $\lambda$	Silos (aktualne opracowanie) $\lambda$
50	1,45	1.03	1,24
100	0,87	0,42	1,20



**Rys. 4.24:** Graniczna wartość współczynnika obciążenia  $\lambda$  dla silosu z rys. 4.4 z imperfekcją geometryczną w kształcie pierwszej postaci drgań własnych o amplitudzie  $w = 25\text{mm}$  (GNA) w zależności od zmiennej liczby słupów (10, 18, 19 i 22) w porównaniu z Eurokodem [4].

#### 4.6.7 Wnioski

Na podstawie przeprowadzonych analiz zawartych w niniejszym rozdziale, które dotyczyły kompleksowych obliczeń numerycznych MES nośności dynamicznej i statycznej dla silosów (rys. 4.4, [20] i [21]) wykonanych z blachy falistej wzmocnionych pionowymi słupami po obwodzie z różnymi typami imperfekcji geometrycznych można wyciągnąć następujące wnioski:

- Metoda normowa 'EC3A' (3.2.1) oparta na założeniach teorii powłok ortotropowych pozwala uzyskać bardziej realistyczne wyniki niż metoda normowa 'EC3B' i 'EC3B+' (3.2.2) oparta na stateczności słupa na podłożu sprężystym (różnice około 1% ('EC3A'), 4% ('EC3B+') i 84% ('EC3B') w porównaniu do wyników numerycznych). Metoda 'EC3B' jest bardzo konserwatywna w porównaniu do metody 'EC3B+' oraz metody zdefiniowanej w [11]. Nośność wyobczeniowa silosu określona wg. wzorów zawartych w poprawce do normy 'EC3B+' lub metodzie określonej w opracowaniu [11], była zbliżona do nośności uzyskanej analizach numerycznych (różnice do 12%). W przypadku metody 'EC3B' uzyskano wyniki około 18 razy niższe w stosunku do wyników numerycznych.

- Nieliniowe analizy dynamiczne typu niejawnego (Dynamic Implicit [55]) były skuteczne w procesie analizy przed wyboczeniem jak i po wyboczeniu w stanie pokrytycznym pozwalając na określenie pełnej zależności między obciążeniem a przemieszczeniem. W przypadku statycznej analizy określenie ścieżki równowagi nie zawsze było możliwe z powodu utraty zbieżności (w szczególności w przypadku badań geometrycznie nieliniowych przy małych amplitudach imperfekcji). W nieliniowych analizach dynamicznych wpływ sił bezwładności był prawie pomijalny dla czasu działania obciążenia większego niż 20 s (statyczne i dynamiczne nieliniowe ścieżki równowagi były podobne).
- Wpływ na nośność graniczną silosu, początkowych imperfekcji geometrycznych określonych na podstawie pomiarów geodezyjnych, znacznie różnił się od wpływu na nośność uzyskaną przy uwzględnieniu początkowych imperfekcji geometrycznych zgodne z globalną postacią wyboczenia LBA. Nośność silosu określona przy uwzględnieniu imperfekcji geodezyjnych (GMNA) była wyższa o 10% (dla początkowej amplitudy imperfekcji poziomej  $w= 50$  mm) niż nośność obliczona dla imperfekcji początkowych na podstawie pierwszej globalnej postaci własnej LBA przy zwiększonej sztywności ścianek słupa. Imperfekcja globalna LBA (przy zwiększonej sztywności ścianek słupa) zawsze skutkowała najniższym współczynnikiem obciążenia granicznego. Zaleca się symulowanie procesu montażu silosu w celu uzyskania bardziej realistycznych początkowych imperfekcji geometrycznych.
- Współczynnik obciążenia granicznego silosu zależał od wielkości i kształtu początkowych imperfekcji. Najniższy współczynnik obciążenia granicznego uzyskano dla globalnej początkowej imperfekcji geometrycznej z liniowej analizy wyboczeniowej przy sztucznie zwiększonej grubości ścian słupów (tak aby uniknąć postaci wyboczeniowych związanych z lokalną utratą stateczności).
- W przypadku silosów z imperfekcjami geometrycznymi o małej amplitudzie, deformacja w stanie granicznym charakteryzowała się lokalnym wyboczeniem lub uplastycznieniem słupów w miejscu połączeń różnego typu słupów (mimośród na połączeniu) w zależności od przeprowadzonego typu analizy (GNA lub GMNA). Gdy amplituda imperfekcji początkowej była duża ( $\geq 50$ mm), postać deformacji globalnej była zbliżona do kształtu założonego w postaci imperfekcji początkowych.

## 5 UPROSZCZONE MODELE NUMERYCZNE SILOSU Z BLACHY FALISTEJ Z PIONOWYMI SŁUPAMI

W rozdziale przedstawiono oraz przeanalizowano zaproponowane uproszczone modele numeryczne metalowych silosów z blachy falistej wzmocnione pionowymi słupami po obwodzie. Przedstawione w rozdziale wyniki zostały opublikowane w pracy [12] i [13]. Analizy numeryczne MES przeprowadzono dla trzech rzeczywistych silosów o różnej geometrii (dwa silosy smukłe i jeden silos średnio smukły). Analizy numeryczne przeprowadzono dla silosów o zmiennej liczbie słupów, co umożliwiło ustalenie trzech różnych zakresów związanych z formą wybożenia analizowanej konstrukcji. Na podstawie uzyskanych wyników zaproponowano oryginalny uproszczony model segmentu ściany silosu pozwalający przeanalizować zagadnienie globalnego wybożenia silosu dla rzadkiego rozstawu słupów. Dodatkowo zaproponowano model pojedynczego słupa na podłożu sprężystym o zmodyfikowanej sztywności podłoża. Wykazano, że proponowane modele pozwalają na uzyskanie wyników znacznie bliższych do wyników kompleksowej analizy MES, niż ręczne procedury obliczeniowe EN 1993-4-1 [4].

### 5.1 Opis uproszczonych modeli numerycznych

#### 5.1.1 Modele uproszczone segmentów silosu

W pracy zaproponowano modele fragmentu płaszcza silosu jako segmenty zawierające 3 lub 4 słupy z odpowiednio zdefiniowanymi warunkami brzegowymi na pionowych krawędziach zewnętrznych. Modele segmentów mogą być zdefiniowane jako modele szczegółowe '3D-shell' lub belkowo-powłokowe ('ortho-beam'). Wstępnie zaproponowany model numeryczny silosu opiera się na założeniach zawartych w opracowaniu [11] oraz w metodzie normowej „EC3B+” (pkt. 3.2.2) stosowanej dla rzadkiego rozstawu słupów ( $d_s < d_{s,max}$ ).

#### Model segmentu silosu 'StripPin'

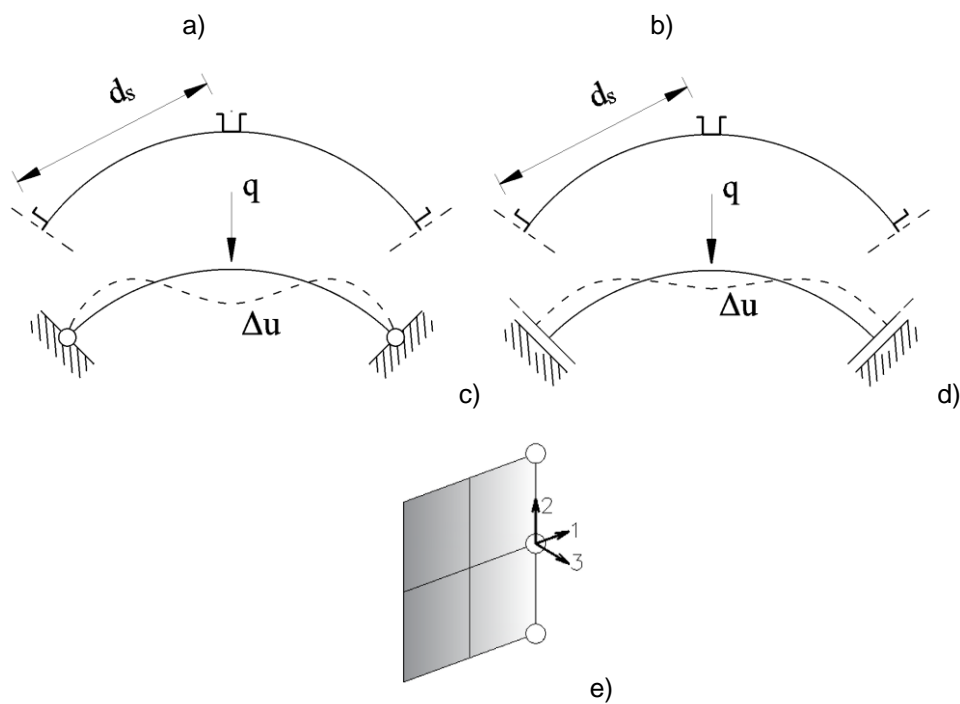
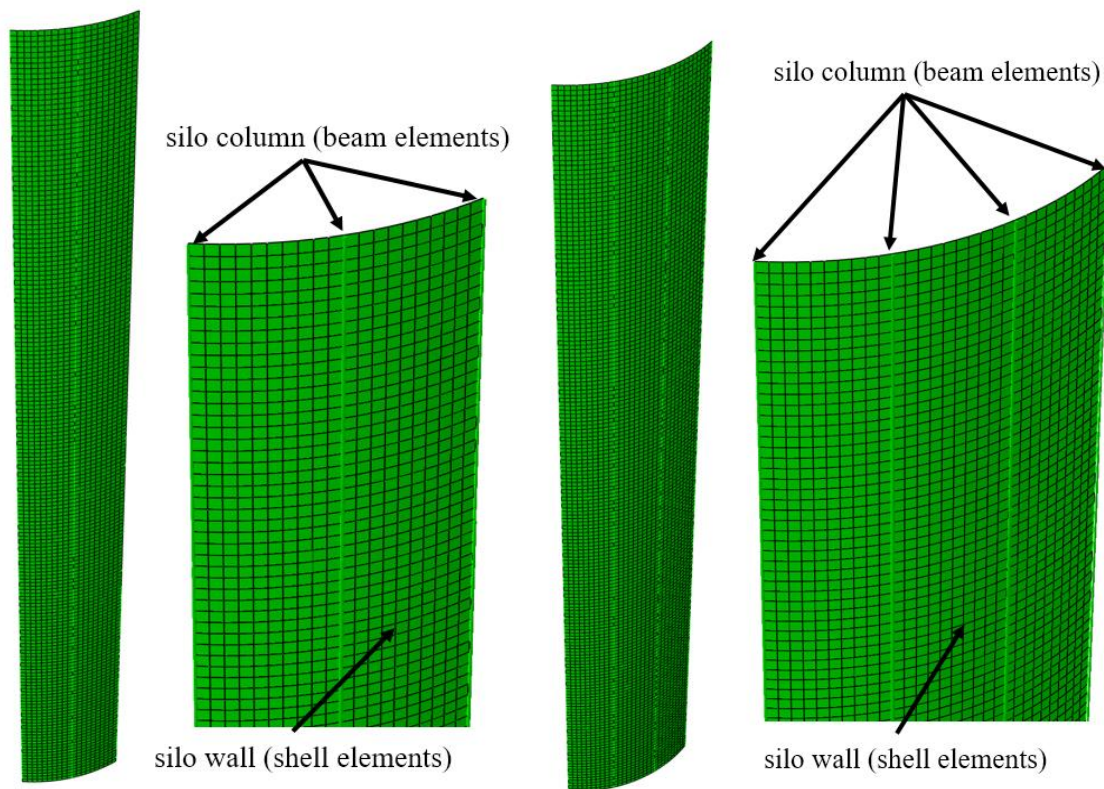
Zaproponowany model segmentu silosu zawierał dwa przęsła płaszcza silosu (rys. 5.1a) z przegubami na krawędziach zgodnie z schematem zaproponowanym w pracy [11] oraz poprawce do normy (rys. 5.1c). Zastosowano warunki brzegowe dla zewnętrznych krawędzi pionowych segmentu w postaci blokady przemieszczeń poziomych „U1” i „U3” oraz obrotów „UR1” i „UR3” (pozostałe stopnie swobody tj. „U2” oraz „UR2” były swobodne, oś „2” oznacza oś pionową (rys. 5.1e)).

#### Model segmentu silosu 'StripFix3C'

Drugi model segmentu silosu uwzględniał również dwa przęsła płaszcza silosu. W modelu zmieniono warunki brzegowymi pionowej zewnętrznej krawędzi segmentu, uwzględniając warunki symetrii wzdłuż osi pionowej zewnętrznych słupów (dla skrajnych słupów uwzględniono połowę przekroju słupa). Schemat statyczny zmodyfikowanych warunków brzegowych przedstawiono na (rys. 5.1d). Wzdłuż pionowych krawędzi bocznych wycinka zablokowano przemieszczenia poziome „U1” oraz obroty „UR2” i „UR3” (pozostałe stopnie swobody „U2”, „U3” i „UR1” były swobodne (rys. 5.1e)).

Model segmentu silosu 'StripFix4C'

Trzeci model segmentu silosu oparty jest na tych samych założeniach co model 'StripFix3C' z rozszerzeniem o dodatkowe przęsło płaszcza silosu, czyli zawarto w nim cztery słupy na długości segmentu (rys. 5.1b) (dla skrajnych słupów uwzględniono połowę przekroju słupa zgodnie z symetrią względem pionowej osi słupa).





**Rys. 5.1:** Uproszczone modele wycinków silosu z równoważną powłoką ortotropową dla ściany silosu oraz z słupami belkowymi ('ortho-beam'): a) wycinek silosu zawierający 3 słupy (modele 'StripPin' oraz 'StripFix3C'), b) wycinek silosu zawierający 4 słupy (model 'StripFix4C'), c) warunki brzegowe dla modelu 'StripPin', d) warunki brzegowe dla modelu 'StripFix3C' i e) oznaczenie stopni swobody dla krawędzi wycinka (1- kierunek obwodowy, 2 - kierunek pionowy i 3 - kierunek radialny)

#### 5.1.2 Model uproszczony- belkowy ('1DPin', '1DFix' i '1DEC3B+')

Model zawiera pojedynczy słup silosu oparty na podłożu sprężystym analogicznie jak w metodzie normowej EC3 (3.2.2). Opis numeryczny słupa był analogiczny jak w modelu uproszczonym 'ortho-beam', czyli za pomocą elementów belkowych (B33). Sztywność podłoża sprężystego obliczono na podstawie statyki łuku o przekroju blachy falistej z rys. 5.1c lub rys. 5.1d. Wyprowadzone wzory do obliczania sztywności podłoża sprężystego w zależności od przyjętego spodziewanego schematu wyboczenia przedstawiono w rozdziale 6. Sztywność podłoża sprężystego  $K$  oblicza się na podstawie statyki schematu statycznego łuku 1D obciążonego jednostkową siłą. Odwrotność obliczonego ugięcia od jednostkowego obciążenia jest wartością sztywności podłoża sprężystego dla analizowanego słupa. W przeciwieństwie do pierwotnej metody EC3B [4] (rys. 3.8b), sztywność podłoża sprężystego została określona uwzględniając krzywiznę płaszcza silosu. Model 1D o sztywności obliczonej zgodnie z rys. 5.1c nazwano '1DPin', a zgodnie z rys. 5.1d '1DFix'. Model słupa 1D oparty na podłożu sprężystym obliczonym zgodnie z równaniami (3.16) [4] oznaczono jako '1DEC3B+'.

## 5.2 Geometria analizowanych konstrukcji silosów

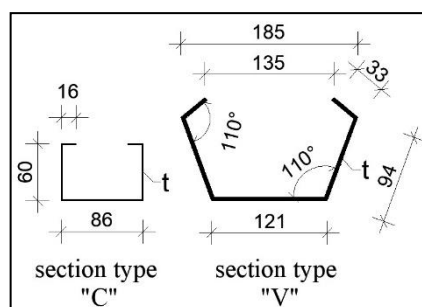
Analizy numeryczne MES przeprowadzono dla 3 różnych silosów cylindrycznych ze stali o różnej geometrii zlokalizowanych w Polsce (rys. 5.2). Niektóre wymiary detali zostały nieznacznie zmodyfikowane w celu ujednoczenia wyników. Pierwszy silos (nazwany S600) o wysokości  $H = 17,5$  m i średnicy  $D = 5,35$  m można uznać za silos smukły ( $H/D = 3,3$ , masa składowanego materiału 355 ton) (rys. 5.2a). Silos wzmocniono 18 pionowymi słupami o przekrojach cienkościennych w kształcie litery „C” i „V” - zmienny przekrój i zmienna grubość ścianek ( $t = 1,5-4$  mm) wzdłuż wysokości słupa. Pionowe słupy rozmieszczone równomiernie po obwodzie silosu w stałym rozstawie  $d_s = 0,933$  m (rys. 5.2a). Obciążenia ścian silosu wywołane przez składowaną w silosie pszenicę obliczono zgodnie z normą Eurokod 1 (EC1) [2] (rozdział 3.1). Podczas opróżniania, normowe maksymalne wartości parcia poziomego oraz tarcia stycznego materiału sypkiego na pionową ścianę silosu wynosiły:  $p_h = 26,2$  kPa i  $p_w = 11,8$  kPa (bez obciążenia lokalnego) (rys. 5.3a). Wypadkowa siła normalna w pojedynczym słupie silosu wyniosła 160 kN (rys. 5.3a).

Geometria drugiego silosu jest identyczna z geometrią silosu opisanego w rozdziale 4.6. Jediną różnicą jest zastosowanie w niniejszym rozdziale dna płaskiego (bez leja samonośnego). Powoduje to zmianę wysokości na której gromadzi się materiał sypki przy ścianie silosu. Wprowadzona zmiana sprawia, że silos kwalifikuje się jako silos smukły (metoda wyznaczania naporów normowych jak dla silosu smukłego) ( $H/D = 2,2$ ). Masa składowanego materiału sypkiego w silosie wynosi 795 ton). Silos również jest wzmocniony 18 pionowymi słupami z przekrojami w postaci otwartych cienkościennych profili zimnogiętych o zmiennym przekroju poprzecznym (rys. 5.2b). Słupy rozmieszczone równomiernie po obwodzie silosu w stałej odległości 1,4 m. Przyjęto, że silos wypełniony był pszenicą a proces napełniania i opróżniania był centryczny. Podczas opróżniania normowe maksymalne wartości parcia poziomego oraz tarcia stycznego na pionową ścianę silosu wynosiły:  $p_h = 39,3$  kPa i  $p_w = 17,64$  kPa (bez obciążenia lokalnego) (rys. 5.3b). Wypadkowa siła normalna w pojedynczym słupie silosu wyniosła 325 kN (rys. 5.3b).

Trzeci silos (nazwany S1600) o wysokości  $H = 17,5$  m i średnicy  $D = 15,15$  m można uznać za silos średnio-smukły ( $H/D = 3,3$ , masa składowanego materiału 2840 ton) (rys. 5.2c). Silos wzmocniono 34 pionowymi słupami z przekrojami w postaci otwartych cienkościennych profili zimnogiętych o zmiennym przekroju poprzecznym (rys. 5.2c). Pionowe słupy rozmieszczone równomiernie po obwodzie silosu w stałym rozstawie  $d_s = 1,4$  m (rys. 5.2c). Obciążenia ścian silosu wywołane przez pszenicę obliczono w odniesieniu do EC1 [2] (rozdział 3.1). Podczas opróżniania normowe maksymalne wartości parcia poziomego oraz tarcia stycznego działających na pionową ścianę silosu wynosiły:  $p_h = 66,1$  kPa i  $p_w = 30,8$  kPa. Biorąc pod uwagę możliwe niesymetryczne opróżnianie (dla silosów średnio-smukłych), wzrosły one do  $p_h = 69,5$  kPa i  $p_w = 33,9$  kPa (rys. 5.3c). Wypadkowa siła normalna w słupie wyniosła 440 kN (rys. 5.3c).

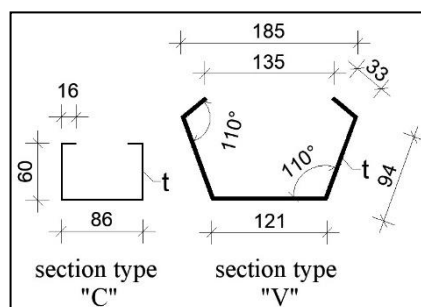
W analizach numerycznych współczynnik obciążenia  $\lambda$  był zawsze odniesiony do tarcia stycznego działającego na ściany silosu  $p_w$  (naporu stycznego). Wszystkie ściany silosu wykonano z blach falistych o pofałdowaniu w rozstawie  $l = 76$  mm i wysokości  $d = 18$  mm. Silosy analizowano dla zmiennej liczby słupów po obwodzie (od 3 do 50). Przy zmiennej liczbie słupów analizę przeprowadzono

w wariacie z stałymi przekrojami poprzecznymi słupów przy ich zmiennej liczbie (odnosząc się do pierwotnej konstrukcji rys. 5.2). Dachy silosów (wykonane z blach nachylonych pod różnymi kątami, usztywnione żebrami promieniowymi) nie zostały uwzględnione w modelach numerycznych ze względu na ich znikomy wpływ na wyniki [20] (rozkład obciążenia ścian jest największy w dolnej partii konstrukcji). We wszystkich silosach przyjęto zamocowanie słupów w ich podstawie (blokada przemieszczeń i obrotów). Na górnej krawędzi uwzględniono numeryczną przeponę, która blokowała wzajemne przesuw słupów w ich górnej krawędzi (odzwierciedlenie tarczowej pracy dachu). Właściwości stali przyjęto następująco: granica plastyczności  $f_y = 355$  MPa, moduł sprężystości  $E = 210$  GPa i współczynnik Poissona  $\nu = 0,3$ .



wysokość [m]	typ przekroju	$t$ [mm]	Pole przekroju [mm <sup>2</sup> ]
0-2.5	V	4	1500
2.5-7.5	C	4	952
7.5-10.0	C	2,5	595
10.0-15.0	C	2	476
15.0-17.6	C	1,5	357

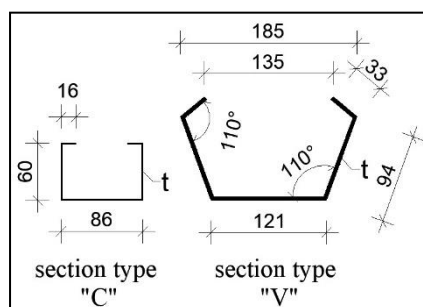
a)





wysokość [m]	typ przekroju	$t$ [mm]	Pole przekroju [mm <sup>2</sup> ]
0-2.5	V	5	1875
2.5-7.5	V	4	1500
7.5-10.0	C	4	952
10.0-12.5	C	3	714
12.5-15.0	C	2	476
15.0-17.6	C	1,5	357

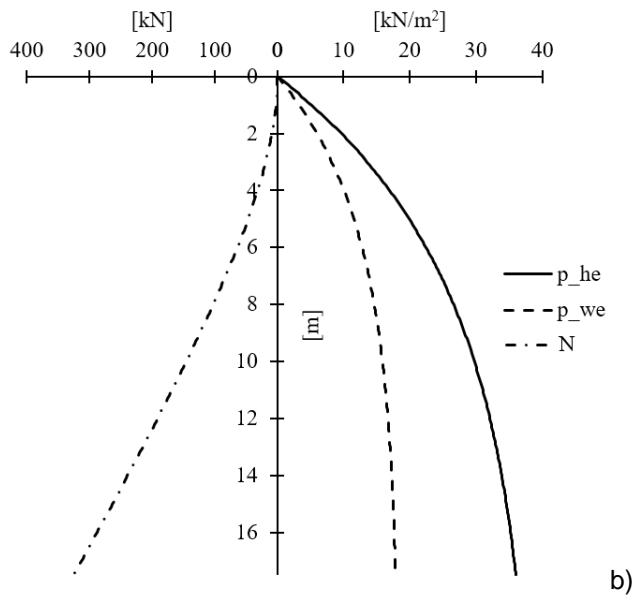
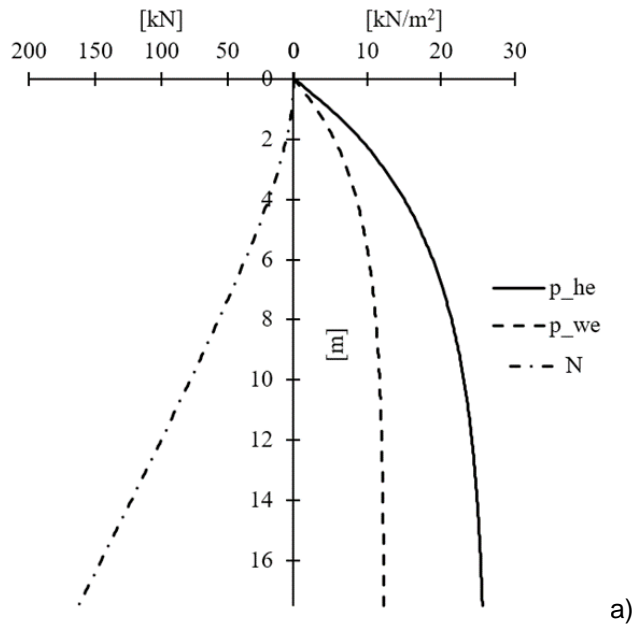
b

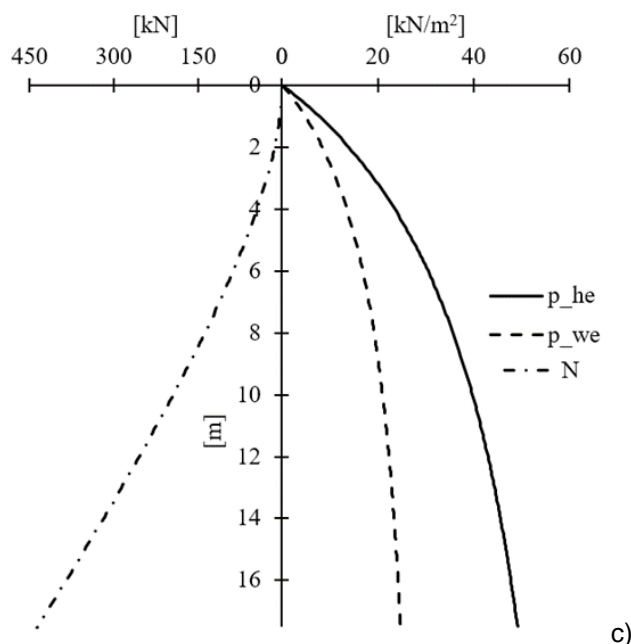


wysokość [m]	typ przekroju	$t$ [mm]	Pole przekroju [mm <sup>2</sup> ]
0-5.0	V	6	2250
0.0-7.5	V	5	1875
7.5-10.0	V	4	1500
10.0-12.5	C	4	952
12.5-15.0	C	3	714
15.0-17.6	C	2	476

c)

**Rys. 5.2:** Silosy cylindryczne o ścianach z blachy falistej z pionowymi słupami o zmiennej grubości blachy falistej z zmiennymi przekrojami słupów: a) silos S600 (wysokość  $H = 17,62$  m i średnica  $D = 5,35$  m) [20], b) silos S900 (wysokość  $H = 17,62$  m i średnica  $D = 8,02$  m) (rozdział 4.6) oraz c) silos S1600 (wysokość  $H = 17,62$  m i średnica  $D = 15,15$  m).





**Rys. 5.3:** Napór styczny  $p_w$  i napór poziomy  $p_h$  oddziałujący na ściany analizowanych silosów oraz wypadkowa siła normalna 'N' w pionowym słupie silosu podczas opróżniania ('e') wg EC1 [2]: a) silos S600 z 18 słupami, b) silos S900 z 18 słupami oraz c) silos S1600 z 34 słupami.

### 5.3 Wstępna analiza stateczności uproszczonych modeli numerycznych

W podrozdziale przedstawiono wyniki analiz numerycznych przeprowadzonych w zakresie liniowej analizy wyboczeniowej (LBA) silosów z blachy falistej z pionowymi słupami. Analizy przeprowadzono dla modeli całych silosów, uproszczonych modeli w postaci segmentów ścian silosu 'StripPin' oraz 'StripFix3C' zawierające dwa przęsła płaszcza silosowego pomiędzy pionowymi słupami (rozdział 5.1.1) oraz uproszczonych modeli silosów w postaci pojedynczego słupa na podłożu sprężystym (rozdział 5.1.2). Płaszcz silosu z arkuszy blach falistych odwzorowano poprzez płaską powłokę z równoważnymi sztywnościami ortotropowymi. Cienkościenne słupy w modelu numerycznym odwzorowano poprzez zastosowanie elementów belkowych. Analizy stateczności przeprowadzono dla silosów o zmiennej liczbie słupów  $n$  rozstawionych po obwodzie silosu (liczba słupów zmieniała się w zakresie od 5 - 50). W analizach przedstawionych w niniejszym rozdziale przekrój słupa był niezmienny niezależnie od liczby słupów w silosie. Odpowiednio dostosowany przekrój słupa, zmieniający się wraz z liczbą słupów po obwodzie, przy założeniu stałej masy konstrukcji silosu, zastosowano w analizach omówionych w rozdziale 5.4.

#### 5.3.1 Dane wejściowe (MES)

##### Modele numeryczne całych silosów

W poprzednich analizach numerycznych (rozdział 4.6 oraz [9] [20] i [21]) silosy (ściany i słupy) modelowano za pomocą elementów powłokowych. Szczegółowy model powłokowy 3D MES analizowanych konstrukcji silosów (rozdział 4.5.1) zawsze wymaga zastosowania bardzo dużej liczby elementów skończonych (np. do wymodelowania drugiego silosu S900 użyto 884 880 elementów S4R). W celu znacznego skrócenia czasu obliczeń i wykluczenia lokalnych postaci wyboczeniowych

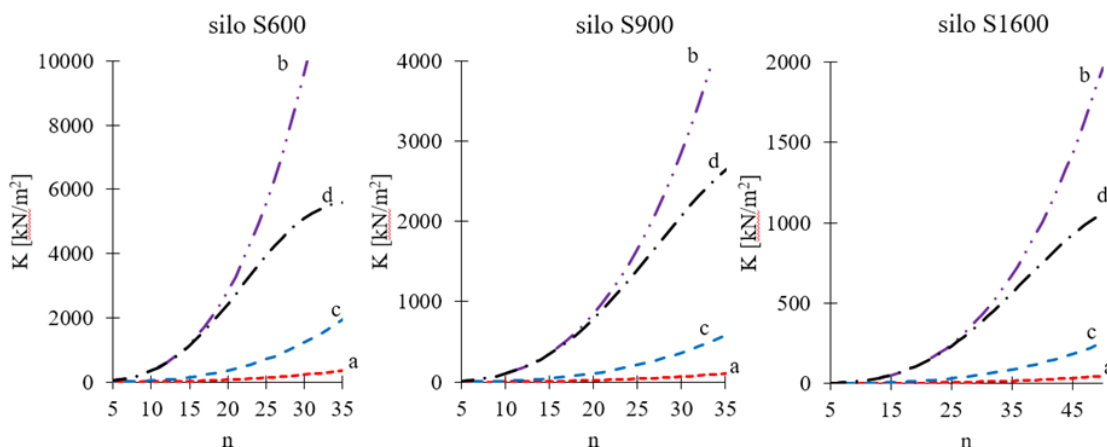
zastosowano tzw. model belkowo-powłokowy 'ortho-beam' (rozdział 4.5.2) w którym płaszcz silosu z blachy falistej zastąpiono równoważną powłoką ortotropową a słupy cienkościenne z elementów powłokowych zastąpiono elementami belkowymi 1D (rozdział 4.5.2). W niniejszym rozdziale model oznaczono pod nazwą '3D'. W modelach wykorzystano elementy belkowe Eulera-Bernoulliego (B33) z sześcioma stopniami swobody w węźle [55]. Dla płaskiej powłoki ortotropowej płaszcz silosu zastosowano 8-węzłowe elementy powłokowe S4 o pełnym całkowaniu. Dla cylindra dokonano dyskretyzacji w kierunku obwodowym i w kierunku pionowym, tworząc elementy prostokątne. W pierwszym silosie (S600) wykorzystano 34 020 elementy skończone dla powłoki cylindrycznej i  $189 \times (\text{liczba słupów})$  elementów belkowych do opisu słupów. W drugim silosie wykorzystano 90 720 elementów skończonych dla płaszcz silosu do i  $252 \times (\text{liczba słupów})$  elementów belkowych do opisanie pionowych słupów. Natomiast w trzecim silosie wykorzystano 121 380 powłokowych elementów skończonych dla ściany silosu i  $210 \times (\text{liczba słupów})$  elementów dla słupów. Na przykład równoważny model uproszczony („ortho-beam”) dla drugiego silosu (S900) składał się maksymalnie z 95 720 elementów i wymagał około 9,2 razy mniej elementów skończonych niż szczegółowy model MES 3D silosu ('3D-shell' (rozdział 4.5.1)). W niniejszym rozdziale w analizach przeprowadzonych dla równoważnych modeli uproszczonych przyjęto, że ściana i słupy znajdowały się wzdłuż tej samej linii pionowej. Pominęto niecentryczność słupów w analizach (ten aspekt uwzględniono w rozdziale 5.4).

#### Modele numeryczne segmentów silosów

W niniejszym rozdziale przeprowadzono analizy dla modeli segmentów silosów oznaczonych jako 'StripPin' oraz 'StripFix3C' dla których założenia opisano w rozdziale 5.1.1. Całkowita liczba elementów skończonych w uproszonym modelu segmentu silosu zawierającym 2 przęsła blachy falistej pomiędzy słupami wynosi 4 158 (silos S600 z 18 pionowymi słupami). Jest to dodatkowo o 9 raz mniej niż w uproszonym modelu („ortho-beam) całego silosu (około 81 razy mniej elementów skończonych niż w modelu szczegółowym '3D-shell').

#### Model numeryczny słupa na podłożu sprężystym

Przeprowadzono analizę numeryczną stateczności silosu wykorzystując uproszczony model numeryczny słupa opartego na podłożu sprężystym (rozdział 5.1.2). Obliczone sztywności podłoża sprężystego dla modeli 'StripPin' i 'StripFix') porównano ze sztywnością podłoża sprężystego określonego zgodnie z normą EC3 [4] oraz zgodnie z poprawkami do normy EC3 [5] (rys. 5.4). Najniższą sztywność podłoża sprężystego  $K$  uzyskano dla metody 'EC3B', a najwyższą dla modeli 'StripPin' i 'EC3B+'. Zaproponowane wzory do obliczania sztywności podłoża sprężystego  $K$  przedstawiono w rozdziale 6.



**Rys. 5.4:** Sztywność podłoża sprężystego w zależności od liczby słupów  $n$  dla modeli: a) 'EC3B' (wzór (3.15)), b) 'StripPin', c) 'StripFix' i d) 'EC3B+' (wzór (3.15)).

Przeprowadzono obszernie analizy wyboczenia liniowego (LBA) dla całego silosu, segmentu silosu oraz pojedynczego słupa na podłożu sprężystym dla trzech silosów (rys. 5.2) przy założeniu zmiennego rozstawu słupów  $d_s$ . Wyniki analiz porównano z wynikami normowymi [4] i [5]. Silosy były obciążone naporem stycznym  $p_w$  (przypadek obciążenia „1”) lub naporem stycznym  $p_w$  jednocześnie z naporem normalnym  $p_n$  (przypadek obciążenia „2”). Dla modelu MES słupa na podłożu sprężystym zdefiniowano jedynie obciążenie pionowe w postaci naporu stycznego  $p_w$ , ponieważ poziome obciążenia ściany byłyby bezpośrednio przenoszone podporę w postaci podłoża sprężystego.

### 5.3.2 Nośność wyboczeniowa silosów (przypadek obciążenia „1” – napór styczny)

Obliczone wartości współczynników obciążenia wyboczeniowego  $\lambda$  LBA (przypadek obciążenia '1') oraz odpowiadające im postacie wyboczenia dla 3 silosów z rys. 5.2 przedstawiono na rys. 5.5 do 5.7. Analizy przeprowadzono przy zastosowaniu 3 różnych modeli MES (rozdział 5.3.1) dla zmieniającej się liczby słupów  $n$  po obwodzie.

#### Model numeryczny MES całego silosu ('3D')

Współczynnik obciążenia wyboczeniowego silosu  $\lambda$  zawsze wzrastał wraz z przyrostem liczby słupów  $n$  (krzywa „a” na rys. 5.5A, 5.6B i 5.7C). Liczba wyboczeniowych półfal obwodowych zależała od liczby słupów. Na podstawie obserwacji postaci wyboczeniowych przedstawionych na rys. 5.5B, 5.6B i 5.7B, zdefiniowano trzy różne zakresy '1'-'3' związane z formą wyboczenia silosu bezpośrednio zależne od liczby słupów  $n$  po obwodzie. Granica pomiędzy przedziałami '2' i '3' związana była z rozstawem granicznym  $d_{s,max.}$ (wzór (3.2) [4]) Krzywa „a” zmieniła swój przebieg pomiędzy przedziałem '1' i '2'. W pierwszym przedziale (zakres '1') dla liczby słupów  $n$  ( $n \leq 11$  ( $d_s \leq 1,5$  m) dla S600,  $n \leq 12$  ( $d_s \leq 2,1$  m) dla S900 i  $n \leq 17$  ( $d_s \leq 2,8$  m) dla S1600), postać wyboczenia charakteryzowała się trzema półfalami wyboczeniowymi w kierunku obwodowym dla każdego podwójnych przęseł pomiędzy słupami silosu; w ten sposób co drugi słup ulegał wyboczeniu, podczas gdy inne słupy były skręcane (rys. 5.5Bb, 5.6Bb i 5.7Bb). Przekrój poziomy postaci wyboczenia odpowiadał deformacji łukowego schematu statycznego ściany silosu z warunkami brzegowymi z rys. 5.1c.



Postać wybożenia w drugim przedziale (zakres '2') ( $n = 11-18$  ( $d_s = 0,9-1,5$  m) dla silosu S600,  $n = 12-22$  ( $d_s = 1,15-2,1$  m) dla silosu S900 oraz  $n = 17-30$  ( $d_s = 1,6-2,8$  m) dla silosu S1600) charakteryzowała się wybożeniem wszystkich słupów po obwodzie. Liczba półfal obwodowych była równa liczbie słupów (słupy silosu wybożone na przemian do wewnątrz i na zewnątrz). Przekrój poziomy postaci wybożeniowej silosu odpowiadał deformacji łukowego schematu statycznego ściany silosu z warunkami brzegowymi z rys. 5.1d (rys. 5.5Bb, 5.6Bb i 5.7Bb). Postać wybożeniowa w trzecim przedziale (zakres '3') odpowiadała formie wybożenia uzyskiwanej dla powłok ortotropowych ( $d_s \leq d_{s,max}$ ). Wzdłuż poszczególnych półfal obwodowych występowało więcej niż jeden słup silosu, stąd liczba półfal obwodowych była mniejsza niż liczba słupów. Obliczony graniczny rozstaw słupów  $d_{s,max}$  (między zakresami '2' i '3') był zgodny z EC3 [4]. Wartości rozstawu granicznego pomiędzy zakresami '1' a '2' nie zostały określone w normie EC3 [4]. Liczba półfal wzdłuż wysokości silosu wynosiła cztery w zakresie '1' oraz trzy w zakresach '2' i '3' dla silosów S600 i S900, natomiast dla silosu S1600 zawsze występowały dwie półfale wzdłuż wysokości niezależnie od liczby słupów po obwodzie  $n$ .

Wyznaczona nośność silosu na wybożenie była około 13–15 razy większa w zakresie '1', około 6 razy większa w zakresie '2' i około 1,25–2 razy większa w przedziale '3' w porównaniu z EC3 [4]. (krzywe „b” i „c” na rys. 5.5A, 5.6A i 5.7A).

#### Model numeryczny MES segmentu silosu

Współczynnik obciążenia wybożeniowego  $\lambda$  dla modelu segmentu silosu 'StripPin' (rozdział 5.1.1) (krzywa „d” na rys. 5.5A, 5.6A i 5.7A) z zmienną liczbą słupów  $n$  był w przybliżeniu podobny jak dla całego silosu (model '3D') tylko w pierwszym zakresie liczby słupów  $n$  (zakres '1'):  $n \leq 11$  ( $d_s \leq 1,5$  m) dla silosu S600,  $n \leq 12$  ( $d_s \leq 2,1$  m) dla silosu S900 i  $n \leq 17$  ( $d_s \leq 2,80$  m) dla S1600 (rys. 5.5A, 5.6A i 5.7A). W pierwszym zakresie, współczynnik obciążenia wybożeniowego  $\lambda$  był niższy o 25% (S600), 30% (S900) i 15% (S1600) niż w całościowym modelu '3D' silosu. Wraz ze wzrostem liczby słupów  $n$  różnice w stosunku do modelu '3D' wzrastały. Nośność na wybożenie dla krzywej „d” ('StripPin') wzrastała zbyt szybko w stosunku do krzywej „a” (model '3D').

Współczynnik obciążenia wybożeniowego  $\lambda$  określony przy wykorzystaniu modelu numerycznego segmentu silosu 'StripFix' (rozdział 5.1.1) (krzywa „e” na rys. 5.5A, 5.6A i 5.7A) był zgodny z wynikami wybożenia silosu '3D' w całym zakresie dla rzadkiego rozstawu słupów  $d_s$  (zakresy „1” i „2”). Współczynnik obciążenia  $\lambda$  wyznaczony zgodnie z procedurą normową 'EC3B+' [5] był dużo bardziej realistyczny niż w przypadku procedury normowej 'EC3B' [4]. Jednak był maksymalnie niższy o około 50–60% w zakresach „1” i „2” i maksymalnie wyższy o 0–20% w zakresie „2” (silosy S600, S900 i S1600) od modelu segmentu 'StripFix' lub modelu całego silosu '3D'.

Postać wybożeniowa dla modelu 'StripPin' (rozdział 5.1.1) (rys. 5.5C, 5.6C i 5.7C) była niezależna od rozstawu słupów, zawsze była podobna do kształtu wybożeniowego całego silosu w zakresie „1” (w odniesieniu do półfal obwodowych, jak i półfal po wysokości). Postać wybożeniowa dla modelu 'StripFix' (rozdział 5.1.1) (rys. 5.5D, 5.6D i 5.7D) była taka sama jak dla całego silosu '3D' w zakresach „1” i „2” (porównując półfale obwodowe oraz półfale po wysokości). Współczynnik obciążenia wybożeniowego  $\lambda$  oraz formy wybożeniowe w modelu 'StripFix' były podobne jak



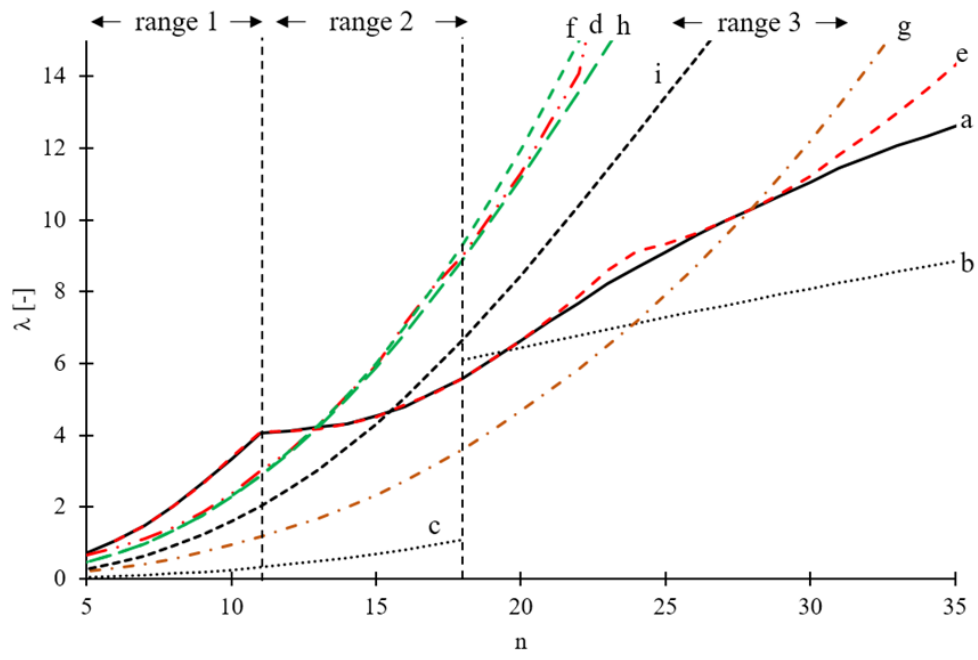
w modelu 'StripPin' w zakresie „1”, pomimo różniących warunków brzegowych odnoszących się do schematów statycznych łuku w postaci fragmentu ściany silosu (rys. 5.1c i d).

#### Model numeryczny MES słupa na podłożu sprężystym

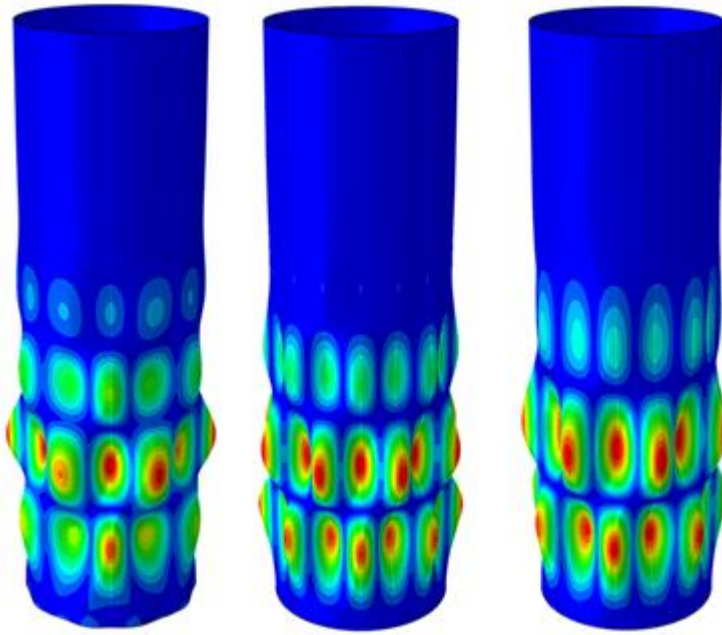
Współczynnik obciążenia wybocheniowego  $\lambda$  dla modelu słupa na podłożu sprężystym '1DPin' (rozdział 5.1.2) (krzywa „f” na rys. 5.5A, 5.6A i 5.7A), był taki sam jak dla modelu segmentu silosu 'StripPin' (rozdział 5.1.1) (krzywa „d” na rys. 5.5A, 5.6A i 5.7A) i bardzo podobny do modelu słupa na podłożu sprężystym '1DEC3B+' (krzywa „h” na rys. 5.5A, 5.6A i 5.7A) w zakresach „1” i „2”. Dla modelu słupa na podłożu sprężystym '1DFix' (rozdział 5.1.1) (krzywa „g” na rys. 5.5A, 5.6A i 5.7A), współczynnik obciążenia wybocheniowego  $\lambda$  był o około 30–75% niższy niż dla modelu 'StripFix' (krzywa „e” na rys. 5.5A, 5.6A i 5.7A). W zakresach „1” i „2” współczynnik obciążenia  $\lambda$  był 9 - 12 razy większy ('1DPin', krzywa „f”) lub 3–6 razy większy ('1DFix', krzywa „g”) niż współczynnik  $\lambda$  określony wg EC3 [4] ('EC3B', krzywa „c”). Wyniki obliczeń współczynnika  $\lambda$  przy na podstawie wzoru (3.13) z zmodyfikowaną sztywnością podłoża sprężystego [5] ('EC3B+', krzywa „i” na rys. 5.5A, 5.6A i 5.7A) były maksymalnie niższe o około 25–50% (zakres „1”) w porównaniu z modelami 'StripPin' (krzywa „d”) i '1DPin' (krzywa „f”). Powyżej pewnej liczby słupów  $n$  w zakresach „2” i „3” nośność na wybochenie wyrażona krzywymi „d”, „f” i „h” wzrastała szybciej niż dla modeli '3D' i 'StripFix'.

W przypadku modeli '1DPin' i 'StripPin' sztywność podłoża sprężystego słupa była związana z zginaniem ściany silosu i uwzględniała sztywność związaną z krzywizną ściany. W modelu 'StripFix' komponent związany z ugięciem ściany silosu stanowił jedynie część sztywności ściany silosu. Druga część podłoża sprężystego słupa wynika z aspektu ścinania ściany płaszcza silosu w płaszczyźnie pionowej. Usunięcie składowej ścinającej w macierzy sztywności ortotropowej modelu 'StripFix' skutkowało podobnym współczynnikiem obciążenia wybocheniowego jak dla słupa spoczywającego na podłożu sprężystym '1DFix' (krzywe „c” i „d” na rys. 5.8) w przedziałach „1” i „2”. Oznacza to, że składowej sztywności wynikającej z ścinania nie można pominąć w uproszczonym modelu numerycznym słupa na podłożu sprężystym '1D'.

Pomimo zastosowania stałego przekroju słupa wraz z wzrostem liczby słupów  $n$ , nośność wybocheniowa silosu zawsze wzrastała nieliniowo wraz z liniowym przyrostem słupów. Przyczyną szybszego wzrostu nośności opisanych krzywymi „d” i „f” w porównaniu do modelu '3D' można wyjaśnić różnicą w postaci wybocheniowej. Formy wyboczenia (półfale obwodowe) w modelu 'StripPin' były porównywalne w całym zakresie rozstawu słupów; dlatego sztywność podłoża sprężystego wzrastała nieliniowo wraz ze wzrostem liczby słupów  $n$ . W modelu '3D' występowało więcej niż jeden słup wzdłuż wybocheniowej półfali obwodowej. Stąd sztywność podłoża sprężystego w postaci ściany silosu w rzeczywistości wzrastała wolniej.



A)

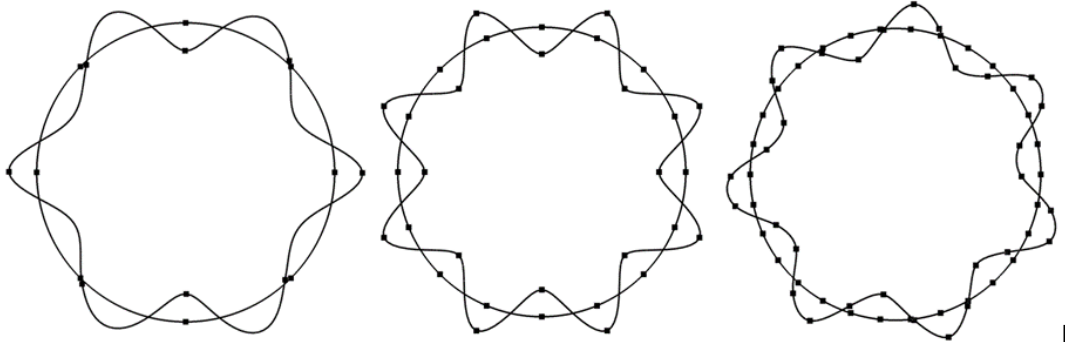


a)

range 1

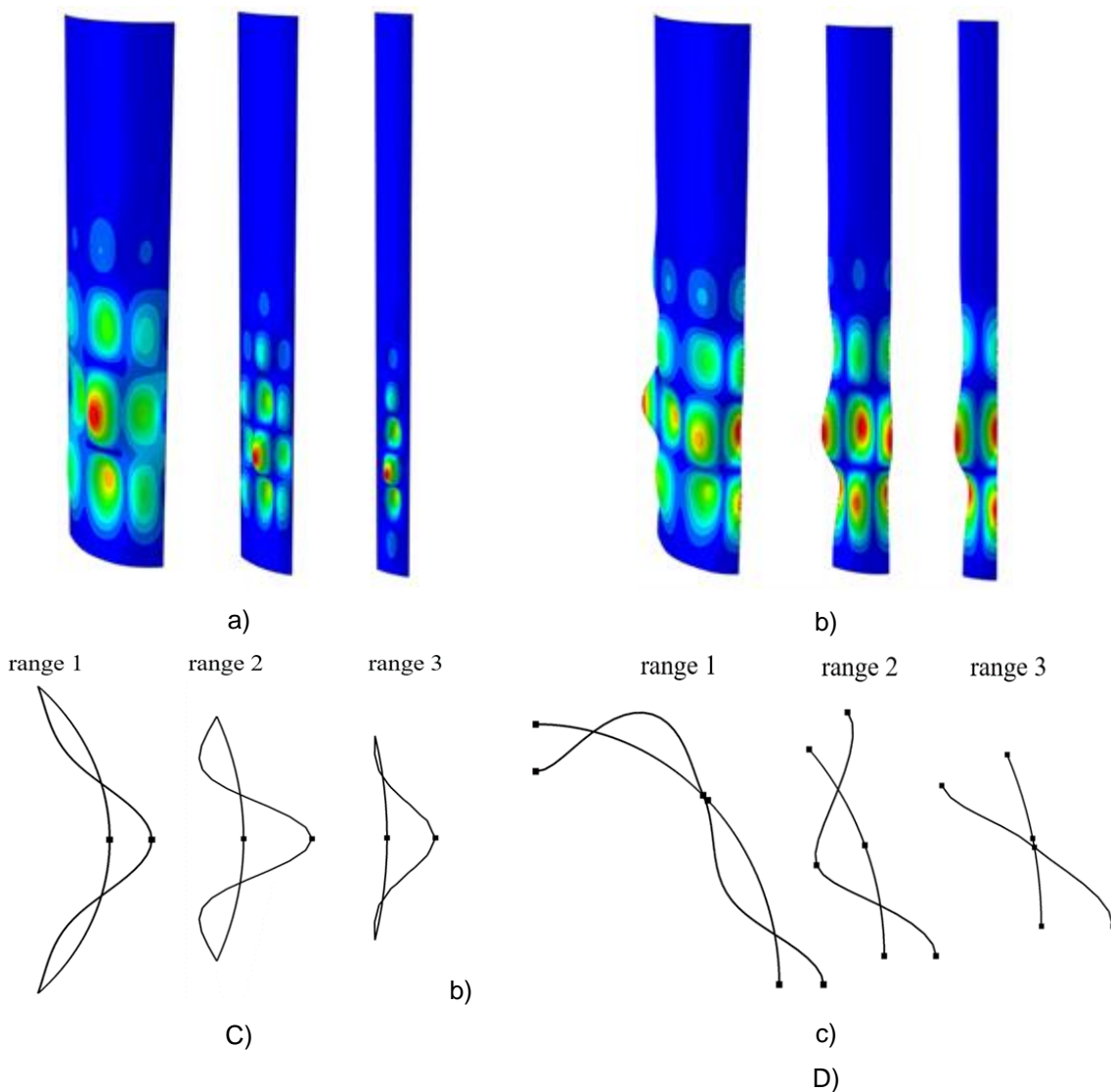
range 2

range 3

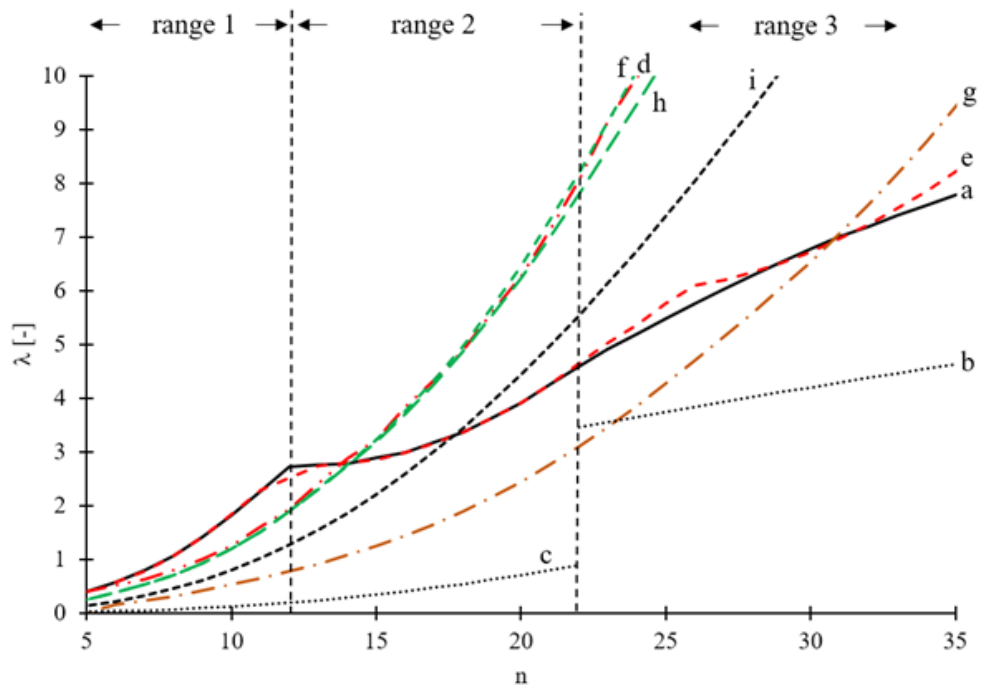


b)

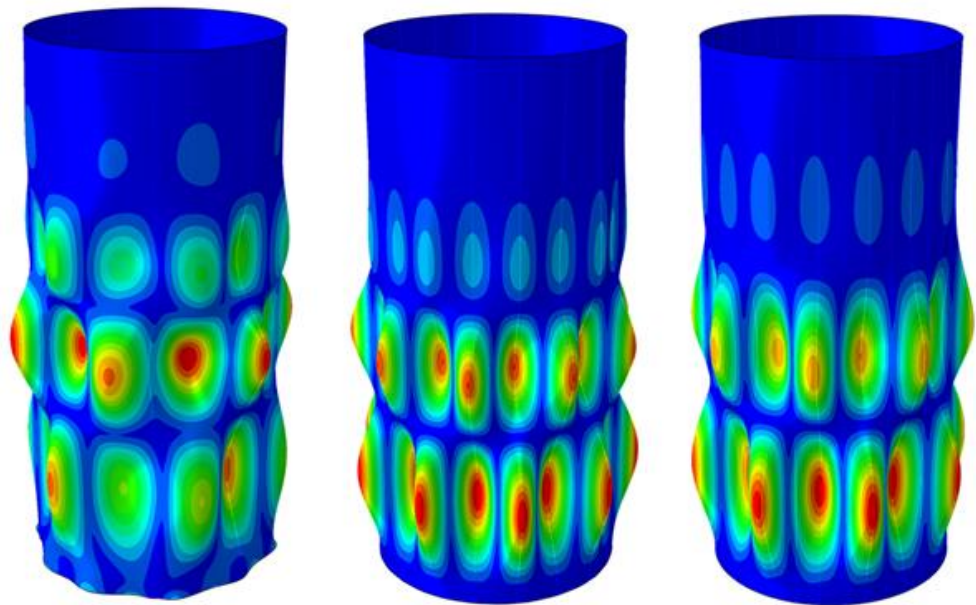
B)



**Rys. 5.5:** Analiza wyboczeniowa LBA dla silosu S600 (rys. 5.2a): A) współczynnik obciążenia wyboczeniowego  $\lambda$  w funkcji liczby słupów  $n$  dla różnych typów modeli: a) '3D', b) 'EC3A', c) 'EC3B', d) 'StripPin', e) 'StripFix', f) '1DPin', g) '1DFix', h) '1DEC3B+' oraz i) 'EC3B+', B) postaci wyboczeniowe silosu dla zakresów '1'-'3': a) Widok 3D i b) przekrój poziomy, C) postaci wyboczeniowe uproszczonego modelu silosu 'StripPin': a) widok 3D i b) przekrój poziomy i D) postaci wyboczeniowe uproszczonego modelu silosu 'StripFix': a) widok 3D oraz b) przekrój poziomy.



A)

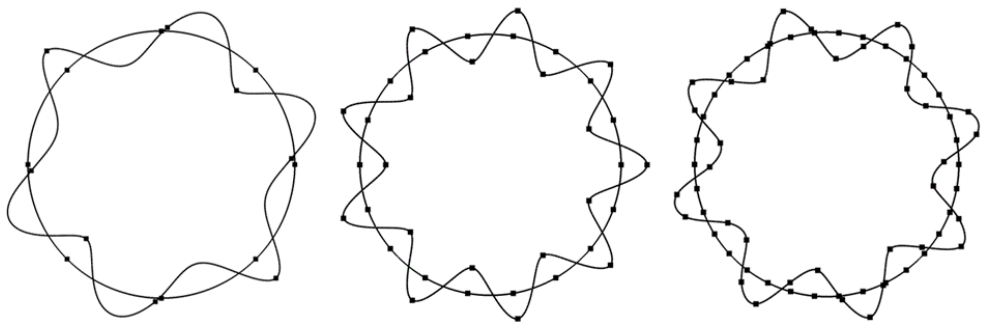


a)

range 1

range 2

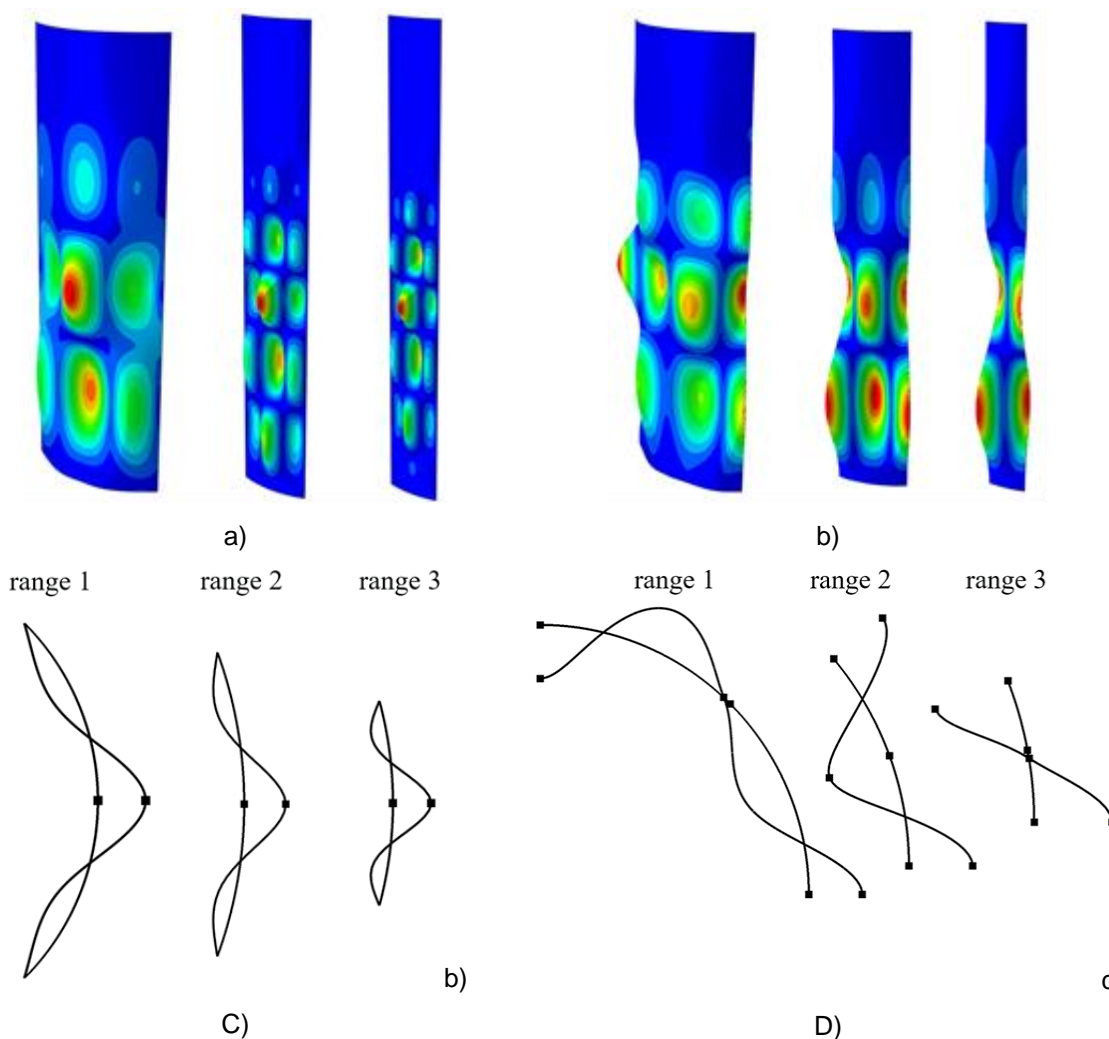
range 3



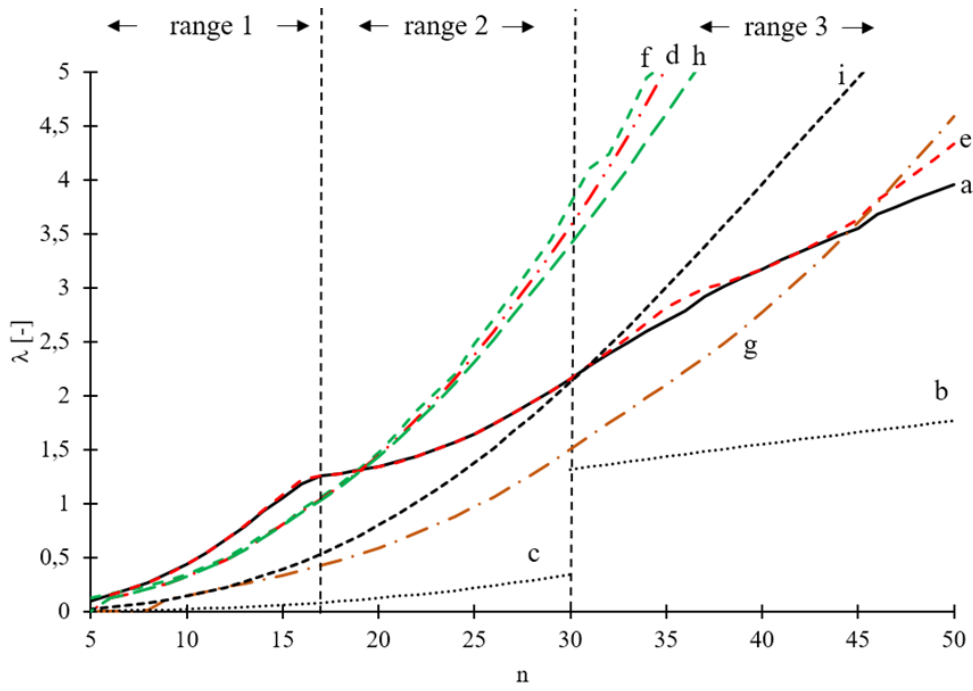
b)

B)

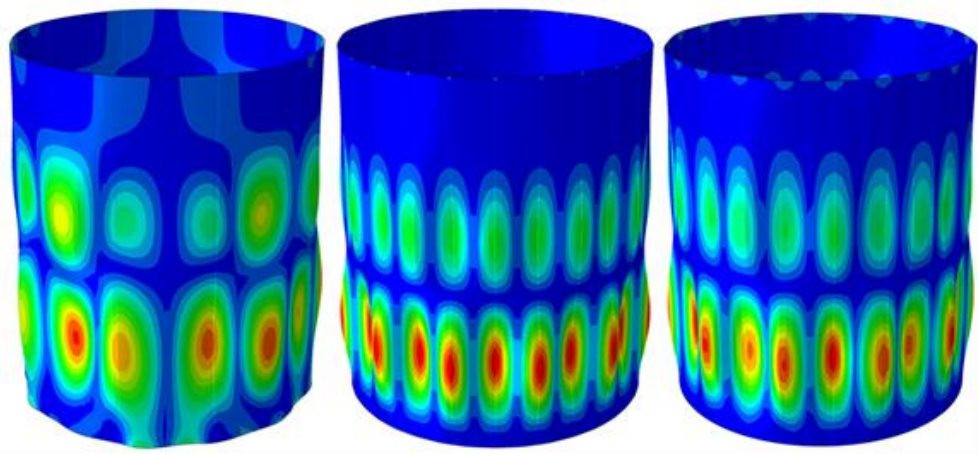
81



**Rys. 5.6:** Analiza wyboczeniowa LBA dla silosu S900 (rys. 5.2b): A) współczynnik obciążenia wyboczeniowego  $\lambda$  w funkcji liczby słupów  $n$  dla różnych typów modeli: a) '3D', b) 'EC3A', c) 'EC3B', d) 'StripPin', e) 'StripFix', f) '1DPin', g) '1DFix', h) '1DEC3B+' oraz i) 'EC3B+', B) postaci wyboczeniowe silosu dla zakresów '1'-'3': a) Widok 3D i b) przekrój poziomy, C) postaci wyboczeniowe uproszczonego modelu silosu 'StripPin': a) widok 3D i b) przekrój poziomy i D) postaci wyboczeniowe uproszczonego modelu silosu 'StripFix': a) widok 3D oraz b) przekrój poziomy.



A)

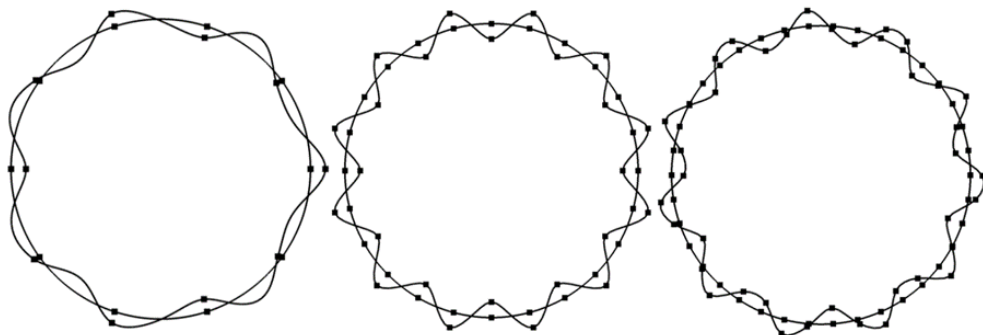


a)

range 1

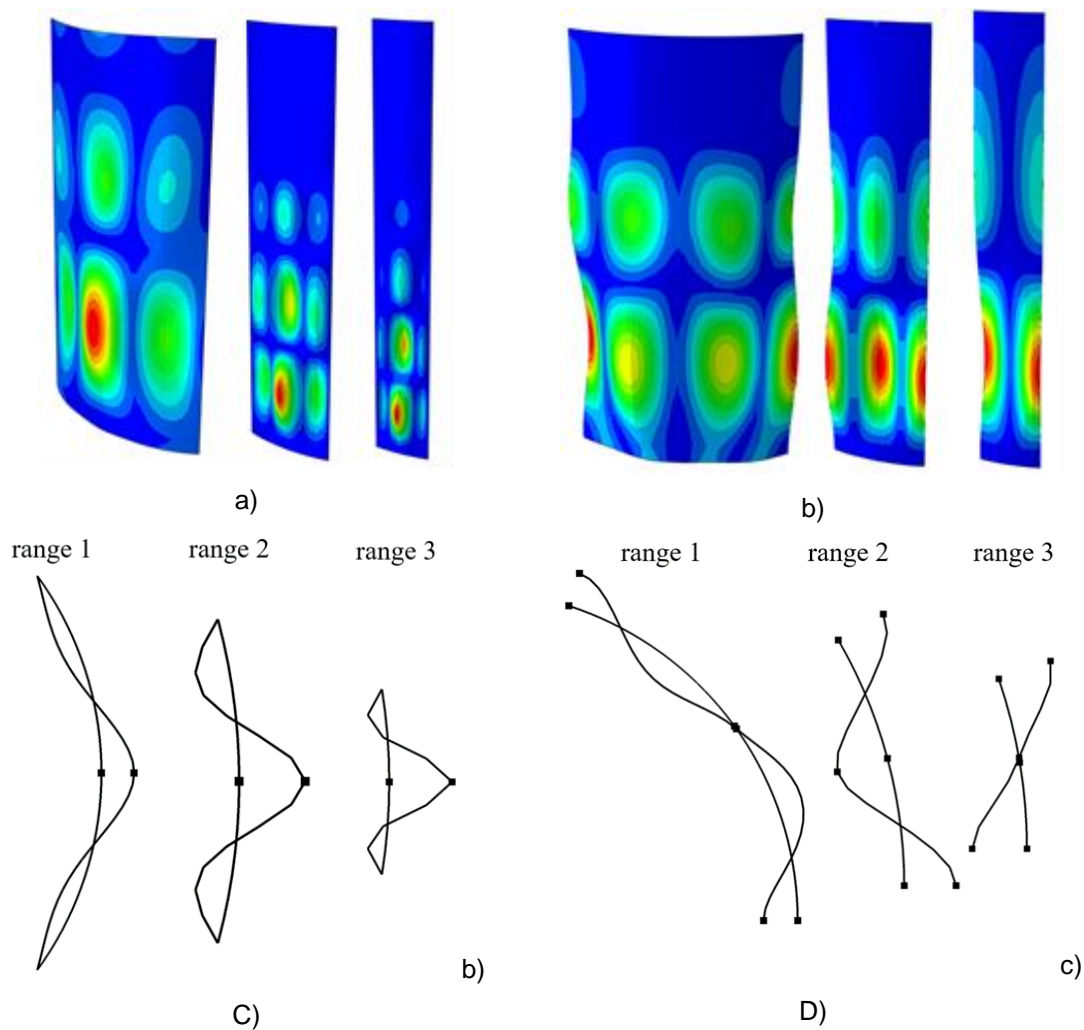
range 2

range 3



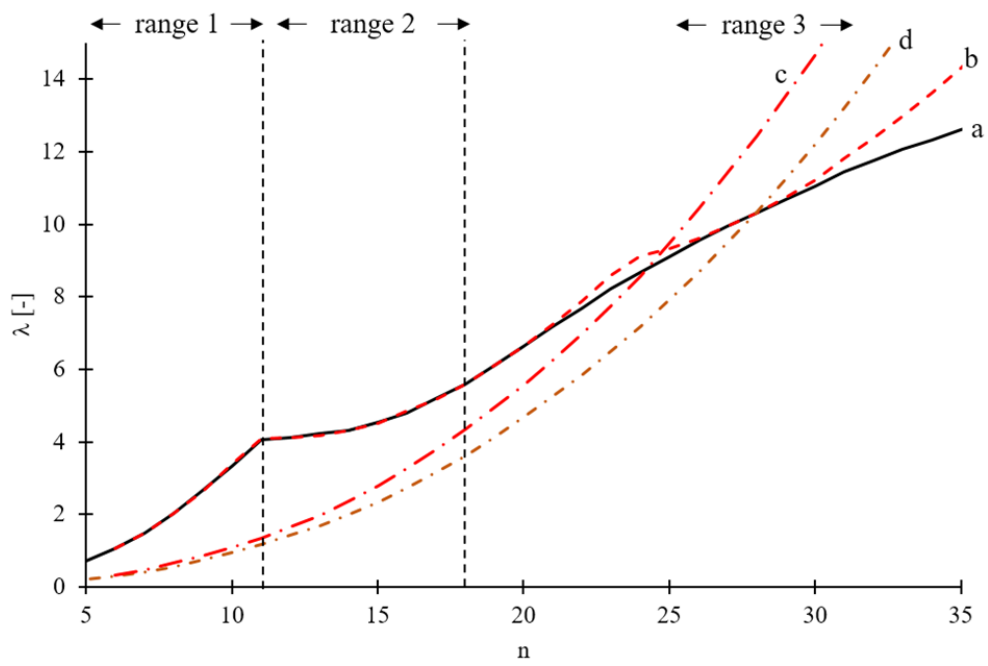
b)

B)

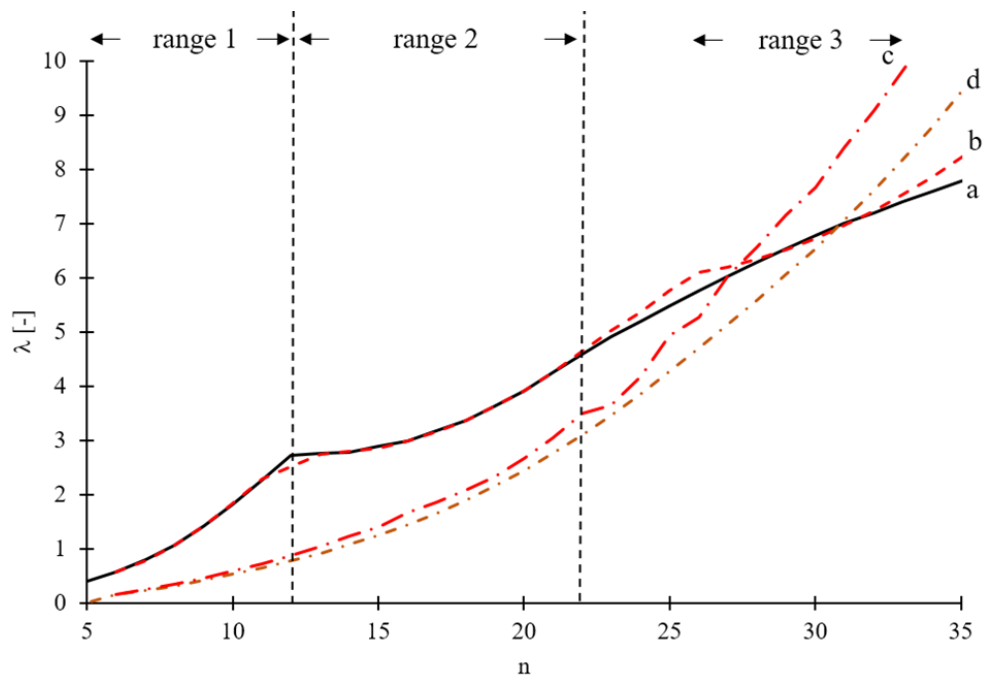


**Rys. 5.7:** Analiza wyboczeniowa LBA dla silosu S1600 (rys. 5.2c): A) współczynnik obciążenia wyboczeniowego  $\lambda$  w funkcji liczby słupów  $n$  dla różnych typów modeli: a) '3D', b) 'EC3A', c) 'EC3B', d) 'StripPin', e) 'StripFix', f) '1DPin', g) '1DFix', h) '1DEC3B+' oraz i) 'EC3B+', B) postaci wyboczeniowe silosu dla zakresów '1'-'3': a) Widok 3D i b) przekrój poziomy, C) postaci wyboczeniowe uproszczonego modelu silosu 'StripPin': a) widok 3D i b) przekrój poziomy i D) postaci wyboczeniowe uproszczonego modelu silosu 'StripFix': a) widok 3D oraz b) przekrój poziomy.

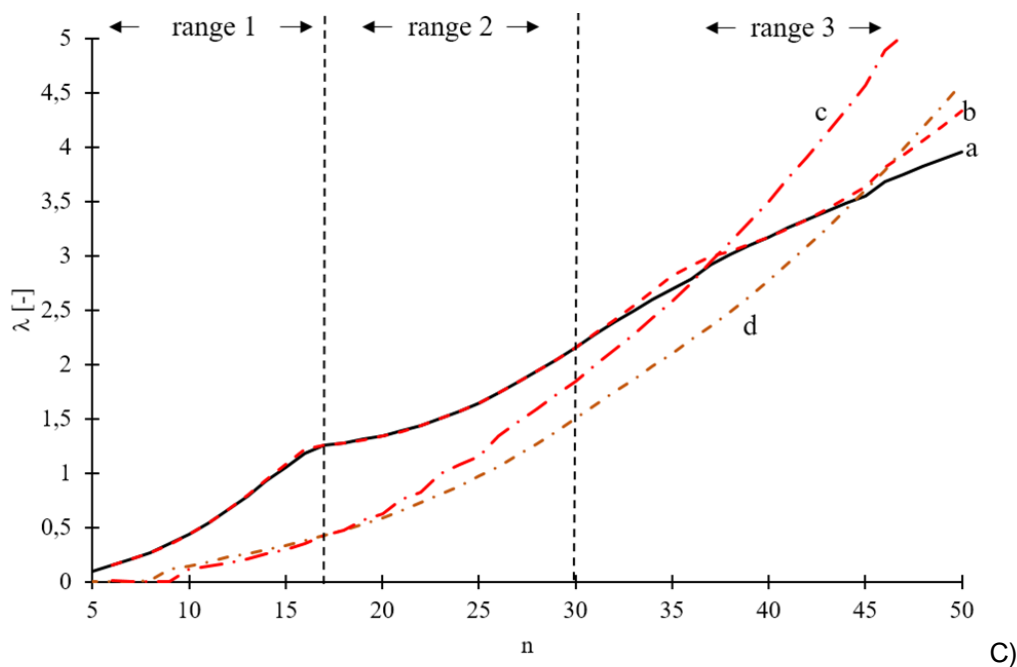




A)



B)



**Rys. 5.8:** Współczynnik obciążenia wyboczeniowego  $\lambda$  w zależności od liczby słupów  $n$  dla różnych modeli: a) '3D', b) 'StripFix' ze sztywnością na ścinanie, c) 'StripFix' bez sztywności na ścinanie, d) '1DFix' (A) silos S600, B) silos S900 oraz C) silos S1600).

### 5.3.3 Nośność wyboczeniowa silosów (przypadek obciążenia „2” – napór styczny i normalny)

Obliczone współczynniki obciążenia wyboczeniowego  $\lambda$  w analizach LBA, dla 3 silosów z rys. 5.2, przy wykorzystaniu modeli numerycznych silosów opisanych w rozdziale 5.3.1 oraz odpowiadające im postacie własne wyboczenia dla zmiennej liczby słupów  $n$  przedstawiono na rys. 5.9 do 5.11. W analizach uwzględniono obciążenia ścian silosu w postaci naporu stycznego  $p_w$  oraz w postaci naporu normalnego  $p_n$  (przypadek obciążenia „2”).

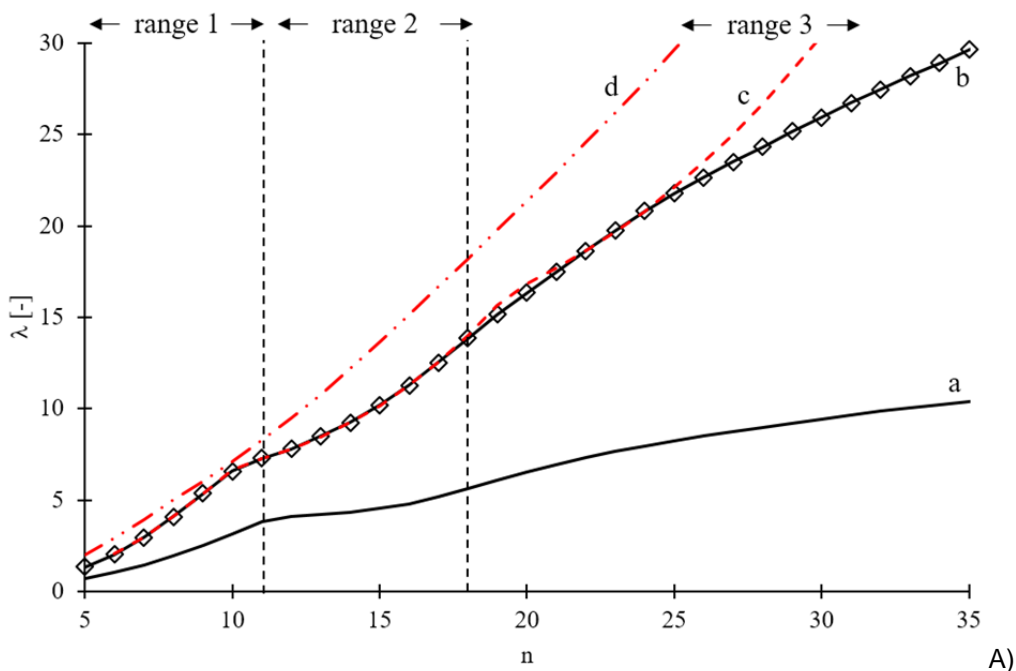
#### Model numeryczny MES całego silosu ('3D')

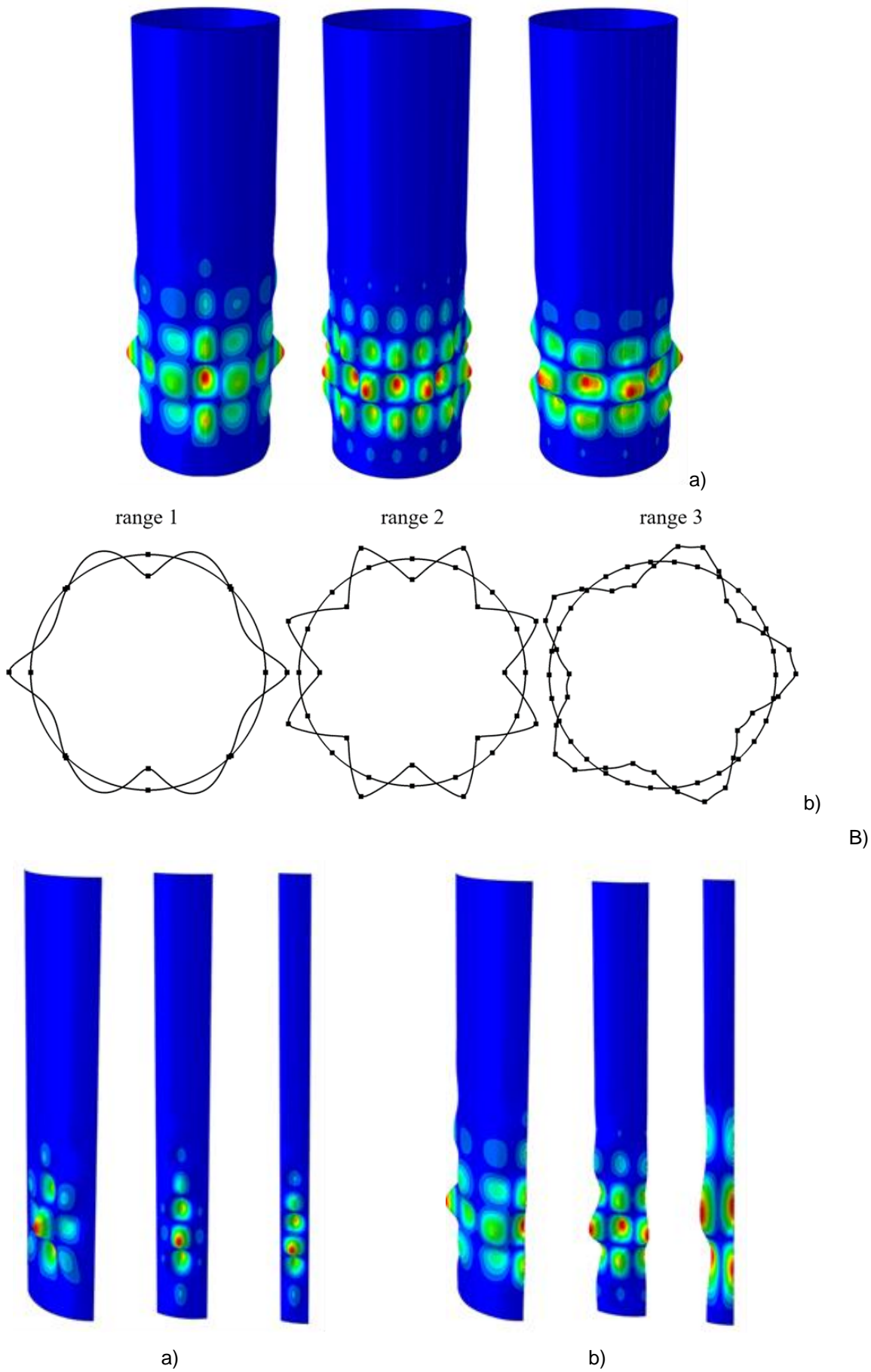
Współczynnik obciążenia wyboczeniowego silosu  $\lambda$  również jak w poprzednich analizach wzrastał wraz z przyrostem liczby słupów  $n$  dla wszystkich silosów z rys. 5.2 (krzywa „a” na rys. 5.9A, 5.10A, i 5.11A) i był 2–3 razy wyższy niż dla silosów obciążonych tylko naporem stycznym  $p_w$  (krzywa „b” w porównaniu do krzywej „a”). Deformacja silosu była podobna do deformacji bez poziomego ciśnienia normalnego. Na podstawie analizy przebiegu krzywych opisujących współczynnik  $\lambda$  oraz deformacji wyboczenia, również określono trzy zakresy rozstawu słupów (rys. 5.9A, 5.10A, i 5.11A), które odpowiadały trzem różnym formom wyboczenia silosu (rys. 5.9B, 5.10B, i 5.11B). W pierwszym zakresie rozstawu słupów postać wyboczenia silosu zawierała trzy półfale dla każdego dwóch przęseł pomiędzy słupami silosu w kierunku obwodowym. Postać wyboczeniowa w drugim zakresie charakteryzowała się wyboczeniem wszystkich słupów po obwodzie (naprzemiennie na zewnątrz i do wewnątrz silosu). Liczba półfal obwodowych była równa liczbie słupów. Forma wyboczenia w trzecim zakresie odpowiadała założeniom związanym z wyboczeniem powłok ortotropowych. Wzdłuż półfal obwodowych znajdowało się więcej niż jeden słup silosu; zatem liczba półfal obwodowych była mniejsza niż liczba słupów. Graniczna liczba słupów pomiędzy poszczególnymi zakresami, związanymi z kształtem postaci wyboczenia oraz liczba półfal wyboczeniowych wzdłuż wysokości silosu była

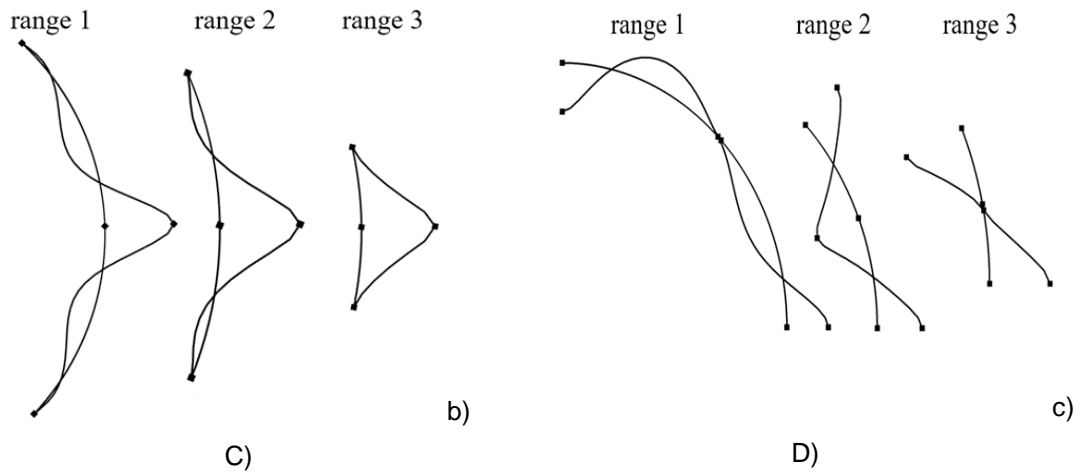
podobna jak w analizach bez poziomego ciśnienia normalnego (w porównaniu do przypadku obciążenia „1”).

#### Model numeryczny MES segmentu silosu

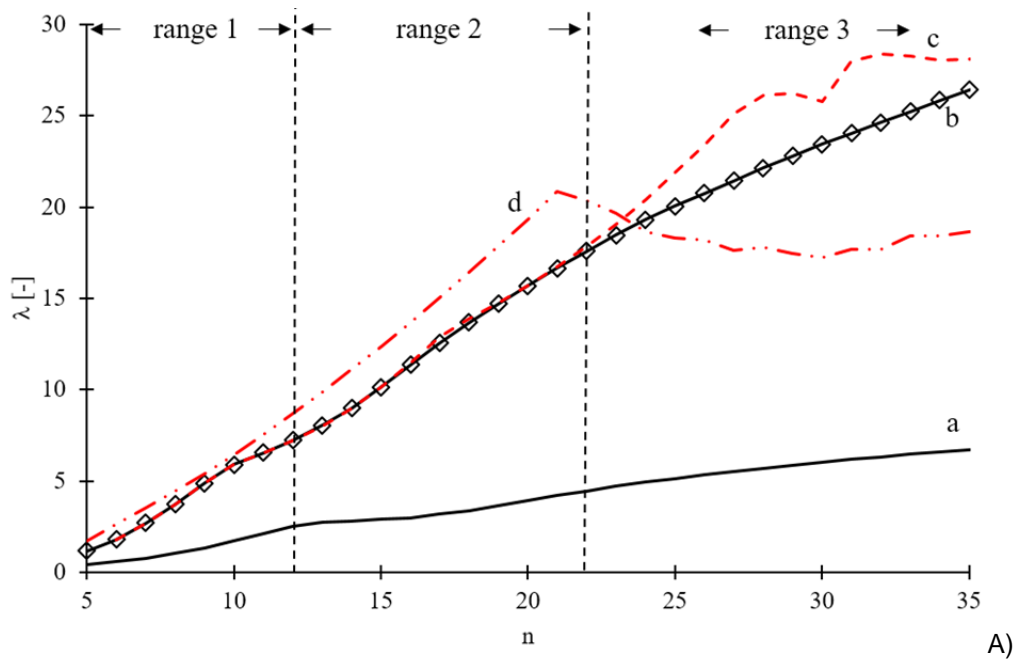
Współczynnik obciążenia wybocheniowego  $\lambda$  dla uproszczonego modelu segmentu silosu 'StripPin' (krzywe „d” na rys. 5.9A, 5.10A, i 5.11A) przy zmiennym rozstawie słupów był zgodny z wynikami dla całego silosu '3D' jedynie w pierwszym zakresie liczby słupów  $n$ . Powyżej pewnej liczby słupów, dla zakresu „2”, wyniki różniły się od wyników uzyskanych na podstawie analizy modelu całego silosu '3D' (nośność wybocheniowa określona na podstawie modelu segmentu została przeszacowana). Współczynnik obciążenia wybocheniowego, uzyskany dla analizy uproszczonego modelu segmentu silosu 'StripFix' (krzywe „c” na rys. 5.9A, 5.10A, i 5.11A), był zbliżony do wyników wybochenia silosu 3D w całym zakresie rzadkiego rozstawu słupów (zakresy „1” i „2”). Postaci wybochenia silosu (rys. 5.9C, 5.9D, 5.10C, 5.10D, 5.11C i 5.11D) były podobne do poprzednio analizowanych silosów bez naporu normalnego działającego na ściany silosu. W przedziale „3”, przy małym rozstawie słupów zaobserwowano wybochenie ścian silosu bez wybochenia słupów (lokalne wybrzuszenie płaszcza silosu pomiędzy słupami). Efekt ten spowodowany był dużą wytrzymałością słupów na wyboczenie w stosunku do wytrzymałości wybocheniowej ściany silosu z blachy falistej.

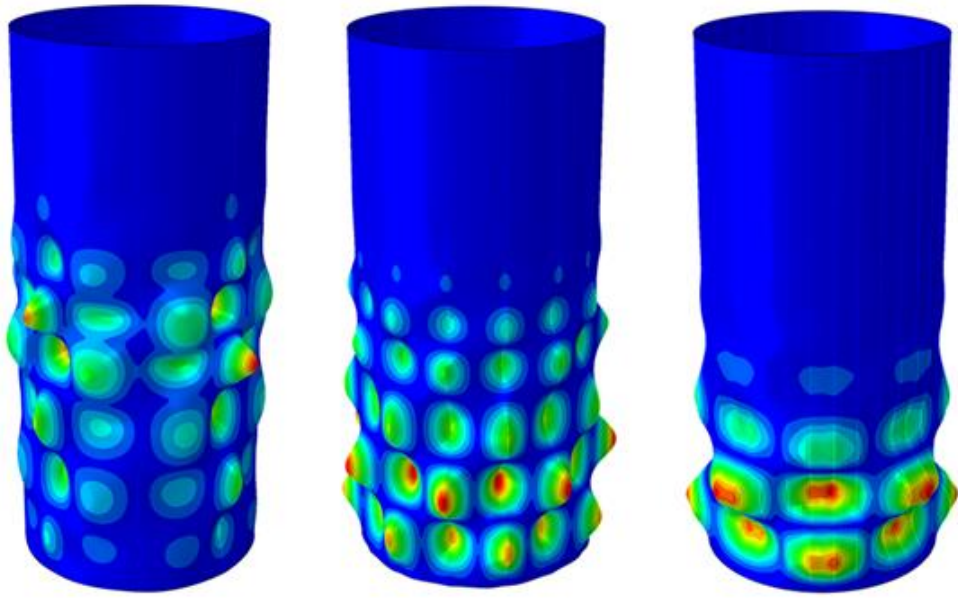




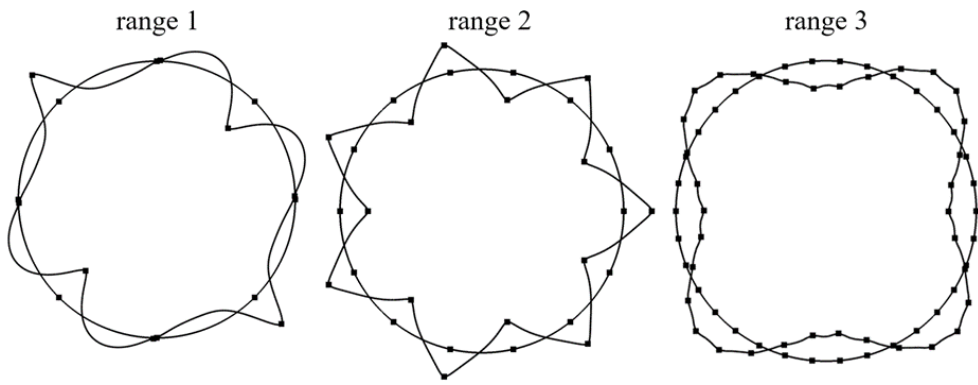


**Rys. 5.9:** Analiza wyboczeniowa LBA dla silosu S600: A) współczynnik obciążenia wyboczeniowego  $\lambda$  w funkcji liczby słupów  $n$  dla różnych modeli: a) '3D' obciążony naporem stycznym dla pionowej ściany, b) '3D' obciążony naporem stycznym i normalnym ściany, c) 'StripFix', d) 'StripPin', B) postaci wyboczeniowe silosu dla zakresów '1'-'3': a) widok 3D i b) przekrój poziomy oraz C) postaci wyboczeniowe modeli 'StripPin': a) Widok 3D i b) przekrój poziomy i D) postaci wyboczeniowe modelu 'StripFix': a) widok 3D i b) przekrój poziomy.

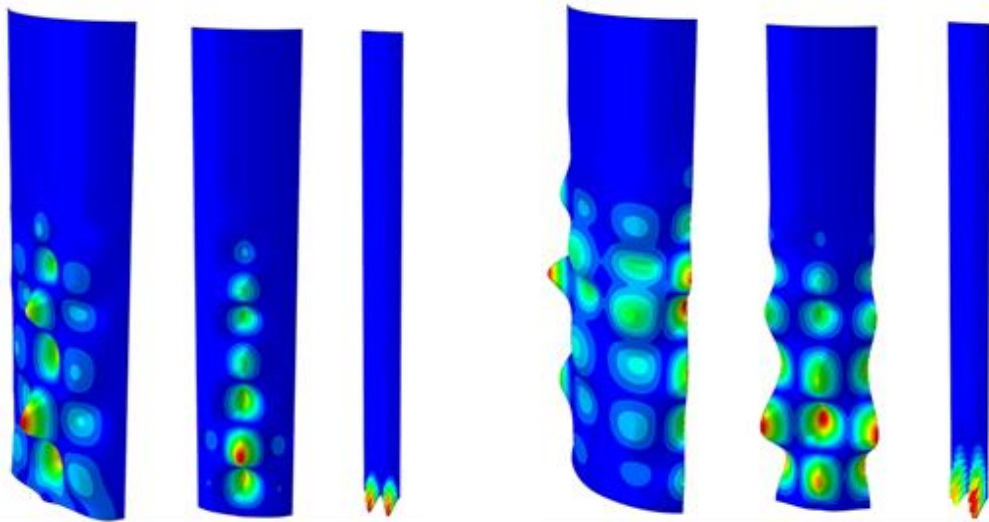




a)

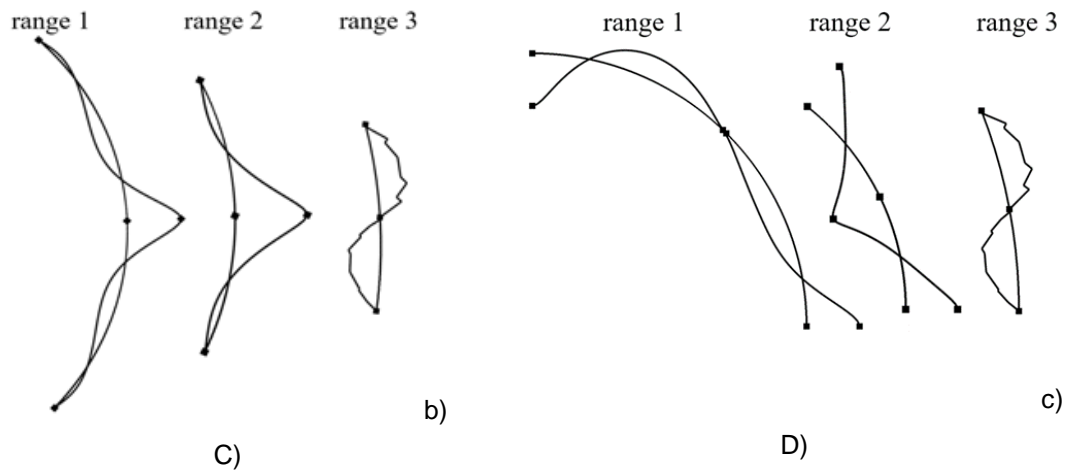


b)

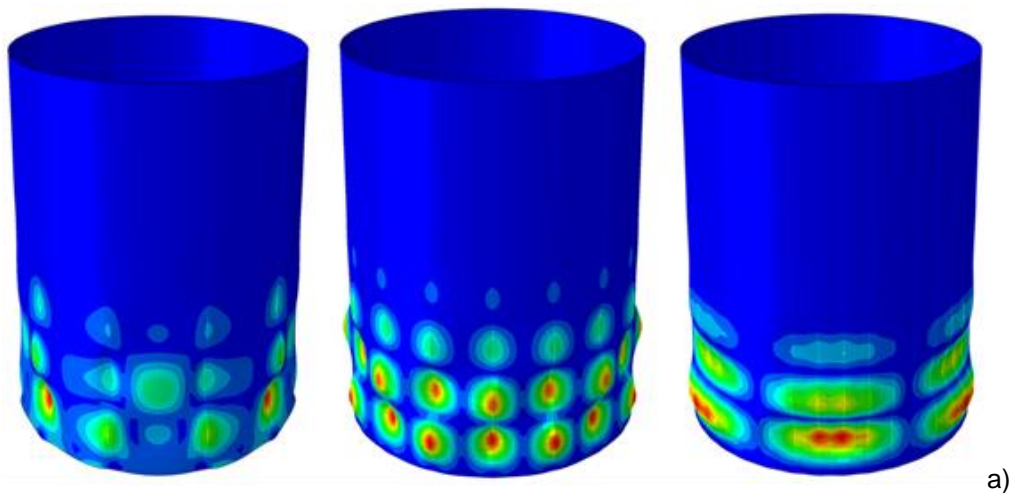
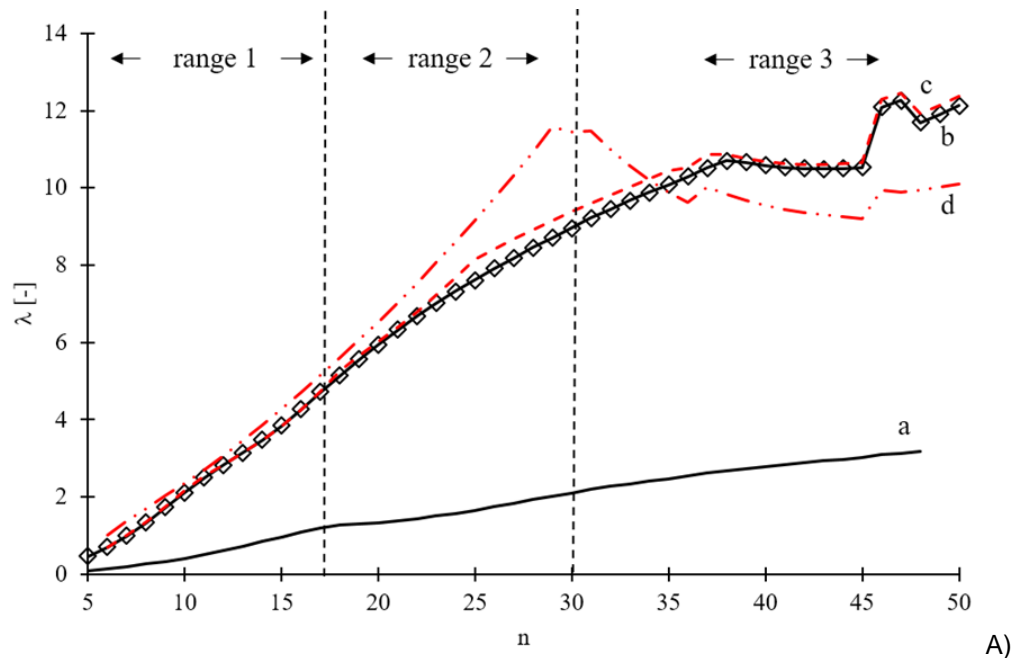


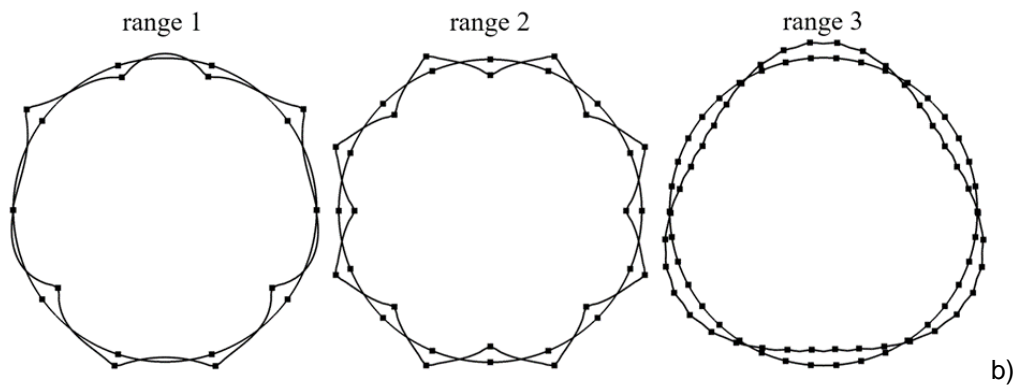
a)

b)



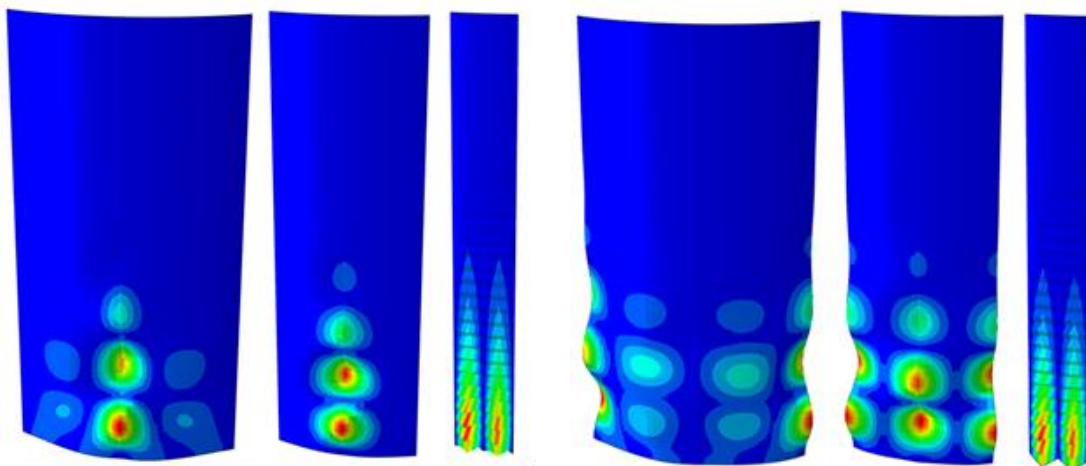
**Rys. 5.10:** Analiza wyboczeniowa LBA dla silosu S900: A) współczynnik obciążenia wyboczeniowego  $\lambda$  w funkcji liczby słupów  $n$  dla różnych modeli: a) '3D' obciążony naporem stycznym dla pionowej ściany, b) '3D' obciążony naporem stycznym i normalnym ściany, c) 'StripFix', d) 'StripPin', B) postaci wyboczeniowe silosu dla zakresów '1'-'3': a) widok 3D i b) przekrój poziomy oraz C) postaci wyboczeniowe modeli 'StripFix': a) Widok 3D i b) przekrój poziomy i D) postaci wyboczeniowe modelu 'StripPin': a) widok 3D i b) przekrój poziomy.





b)

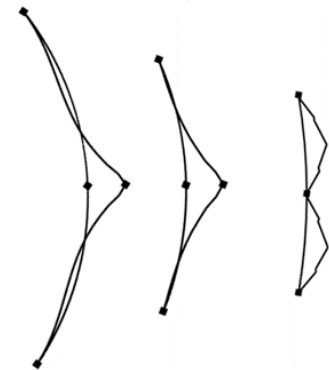
B)



a)

b)

range 1    range 2    range 3



b)

C)

range 1    range 2    range 3



c)

D)

**Rys. 5.11:** Analiza wyboczeniowa LBA dla silosu S1600: A) współczynnik obciążenia wyboczeniowego  $\lambda$  w funkcji liczby słupów  $n$  dla różnych modeli: a) '3D' obciążony naporem stycznym dla pionowej ściany, b) '3D' obciążony naporem stycznym i normalnym ściany, c) 'StripFix', d) 'StripPin', B) postaci wyboczeniowe silosu dla zakresów '1'-'3': a) widok 3D i b) przekrój poziomy oraz C) postaci wyboczeniowe modeli 'StripPin': a) Widok 3D i b) przekrój poziomy i D) postaci wyboczeniowe modelu 'StripFix': a) widok 3D i b) przekrój poziomy.



#### 5.3.4 Wnioski

Na podstawie przeprowadzonych analiz numerycznych MES przeprowadzonych dla różnych modeli silosów cylindrycznych z blachy falistej z pionowymi słupami można wyciągnąć następujące wnioski:

- Wyniki numeryczne MES uzyskane na podstawie analizy modelu segmentu silosu z odpowiednimi warunkami brzegowymi wzdłuż jego pionowych krawędzi zewnętrznych (model 'StripFix' (rys. 5.1d)(rozdział 5.1.1)), były zadowalająco zgodne w porównaniu z wynikami analizy '3D' dla całego silosu w pełnym zakresie rzadkiego rozstawu słupów ( $d_s \geq d_{s,max}$ ), bez uwzględnienia oraz z uwzględnieniem naporu normalnego działającego na ścianę silosu. Zaproponowany model MES, może być wykorzystany w praktyce inżynierskiej ze względu na niewielką liczbę elementów skończonych i krótki czas obliczeń. Model numeryczny segmentu silosu z przegubami na zewnętrznych krawędziach ('StripPin' (rys. 5.1c)), był zgodny z analizą MES całego silosu tylko w ograniczonym zakresie rzadkiego rozstawu słupów (zakres „1”) (rozstaw graniczny około 2 razy większy niż wskazuje norma [4]). Współczynnik obciążenia wyboczeniowego  $\lambda$  w modelu 'EC3B+' [5] był znacznie bardziej realistyczny niż w modelu zdefiniowanym na podstawie pierwotnej normy 'EC3B' [4]. Jednak wyniki uzyskane na podstawie modelu 'EC3B+', były maksymalnie niższe o około 50–60% w zakresach „1” i „2” oraz maksymalnie wyższe o 0–20% w zakresie „2”, niż wyniki uzyskane na podstawie modelu 'StripFix' lub na podstawie modelu '3D'.
- Zaproponowana modyfikacja sztywności podłoża sprężystego analizie wyboczeniowej pojedynczego słupa, określona na podstawie schematu z rys. 5.1d (model '1DFix') pozwoliła uzyskać wyniki bliższe do wyników uzyskanych na podstawie modelu całego silosu '3D', niż wyniki uzyskane na podstawie normy EC3 [4] (model 'EC3B') w całym zakresie rzadkiego rozstawu słupów ( $d_s \geq d_{s,max}$ ). Maksymalne wartości współczynnika obciążenia wyboczeniowego  $\lambda$  ('1DFix') były mniejsze o 30–60% od wyników uzyskanych w analizach '3D'. Różnica była spowodowana brakiem składowej ścinającej w podłożu sprężystym zdefiniowanym dla modelu słupa 1D. Normowy współczynnik obciążenia wyboczeniowego słupa opierającego się na podłożu sprężystym o zmodyfikowanej sztywności [5] (model '1DEC3B+') został maksymalnie przeszacowany o 40–60% (zakres „2”) w odniesieniu do wyników 3D dla rzadkiego rozstawu słupów.
- Oddziaływanie naporu normalnego na ściany silosu spowodowało 2-3 krotny wzrost współczynnika obciążenia wyboczeniowego  $\lambda$ .
- Współczynnik obciążenia wyboczeniowego dla metody „A” w EC3 ( $d_s \leq d_{s,max}$ ) (model 'EC3A') opartej na teorii stateczności powłok ortotropowych, był niższy o 20% - 100% w stosunku do wyników uzyskanych w analizach całego silosu MES 3D. Ta metoda również wymaga udoskonalenia.

#### **5.4 Nośność na wyboczenie silosów z ścianami z blachy falistej wzmocnionej pionowymi słupami cienkościennymi określona za pomocą uproszczonych modeli segmentów ścian**

W rozdziale 5.3 (praca [12]) przeanalizowano zaproponowaną procedurę wymiarowania z uwagi na stateczność konstrukcji metalowych silosów z płaszczem z blachy falistej wzmocnionej pionowymi słupami cienkościennymi w oparciu o analizy numeryczne MES segmentu silosu z zmodyfikowanymi w stosunku do normy [4] warunkami brzegowymi wzdłuż pionowych zewnętrznych krawędzi. Zaproponowany uproszczony model silosu pozwolił na uzyskanie zgodnych wyników z analizą całego silosu '3D' w zakresie rzadkiego rozstawu słupów po obwodzie, tj. w zakresie stosowalności metody B normy [4]. W uproszczonym modelu uwzględniono tylko trzy słupy, natomiast przekrój słupów na zewnętrznych krawędziach był podwójnie zredukowany z uwagi na warunki symetrii. Silosy zostały przeanalizowane za pomocą liniowej analizy wyboczeniowej (LBA). W niniejszym rozdziale zaproponowano oraz przeanalizowano uproszczony model segmentu silosu, pozwalający na określenie globalnej nośności na wyboczenie analizowanych silosów, który można zastosować w praktyce inżynierskiej w całym zakresie rozstawu słupów (dla rozstawu słupów i sztywności słupów stosowanych w praktyce). Modele przestrzenne silosów oraz uproszczone modele segmentów silosów odwzorowano numerycznie na dwa sposoby:

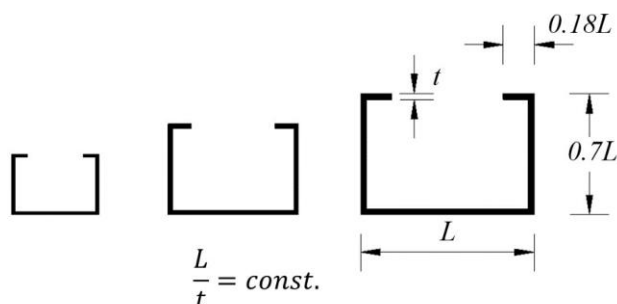
- wykorzystując model uproszczony 'ortho-beam' w którym ściany odwzorowano numerycznie za pomocą równoważnej powłoki ortotropowej, natomiast słupy odwzorowano jednowymiarowymi elementami belkowymi Eulera-Bernoulliego,
- przy zastosowaniu modelu szczegółowego '3D-shell' z elementami powłokowymi dla całego modelu numerycznego silosu (ściany i słupy).

Model został zweryfikowany za pomocą liniowych analiz wyboczeniowych (LBA) oraz za pomocą geometrycznie nieliniowych analiz (GNA/GNIA), jak i geometrycznie i materiałowo nieliniowych analiz (GMNA/GMNIA). W przeciwieństwie do analiz przedstawionych w rozdziale 5.3, przyjęto bardziej realistyczne założenie (odnoszące się do praktyki inżynierskiej), tj. pole przekroju poprzecznego słupa zostało dostosowane wzdłuż wysokości zgodnie z rozkładem sił normalnych  $N$ , uwzględniając zmieniającą się liczbę słupów po obwodzie silosu. Tak więc pole przekroju słupa zmniejszało się wraz ze wzrostem liczby słupów, podobnie jak w rzeczywistych konstrukcjach. Ponadto uwzględniono mimośrodowość słupa. W bieżących analizach liniowych i nieliniowych Metody Elementów Skończonych (MES), rozważono również trzy przypadki obciążenia silosów: a) z uwzględnieniem naporu stycznego (bez naporu normalnego (norma [4] nie uwzględnia naporu normalnego w analizie stateczności)), b) z naporem stycznym i z naporem normalnym oraz c) z uwzględnieniem dodatkowo obciążenia lokalnego (rys. 3.6). Wyniki porównano z wynikami normowymi [4] i [5]. Przedstawione wyniki niniejszego rozdziału zostały opublikowane w pracy [13].

##### **5.4.1 Dane wejściowe (MES)**

Obliczenia MES przeprowadzono dla tych samych silosów, co w rozdziale 5.3. Analizie poddano zlokalizowane w Polsce silosy o 3 różnej geometrii (rys. 5.2). W przeciwieństwie do obliczeń przedstawionych w rozdziale 5.3 sumę pól przekrojów poprzecznych słupów odniesiono do całkowitego

obciążenia pionowego silosu w celu utrzymania stałej masy silosu przy zmieniającej się liczbie słupów. Liczba słupów zmieniała się w przedziale od 3 do 50. Dla przypadku dużej liczby słupów pole przekroju poprzecznego zostało zmniejszone (rys. 5.12). W obliczeniach wykorzystano profile cienkościenne w kształcie litery „C” (tab. 5.1). Stosunek szerokości przekroju słupa do jego grubości  $L/t$  (rys. 5.12) był stały dla różnych rozstawów słupów (tab. 5.1). Grubości ścian  $t$  i szerokości przekroju  $L$  zostały dobrane tak, aby uzyskać założoną powierzchnię przekroju silosów z rys. 5.2 dla pierwotnej liczby słupów. Dachy silosów (wykonane z blach nachylonych pod różnymi kątami, usztywnione żebrami promieniowymi) nie zostały uwzględnione w modelach numerycznych ze względu na ich znikomy wpływ na wyniki [20] (rozkład obciążenia ścian jest największy w dolnej partii konstrukcji). Na górnej krawędzi uwzględniono przeponę, która blokowała wzajemne przesuw słupów w ich górnej krawędzi (odzwierciedlenie tarczowej pracy dachu). We wszystkich silosach przyjęto zamocowanie słupów w ich podstawie (blokada przemieszczeń i obrotów). Dla silosu S600 zbadano również wpływ zmiany warunków podporowych z sztywnych na przegubowe. Właściwości stali przyjęto następująco: granica plastyczności  $f_y = 355$  MPa, moduł sprężystości  $E = 210$  GPa i współczynnik Poissona  $\nu = 0,3$ .



**Rys. 5.12:** Modyfikacja przekroju poprzecznego słupa w analizach numerycznych w zależności od zmieniającej się liczby słupów  $n$  w silosie przy zachowaniu stałej masy konstrukcji.

**Tab. 5.1:** Wymiary słupów (typu „C”) dla trzech różnych silosów z rys. 5.2 w analizach ( $t$  – grubość ścianki słupa i  $L$  – szerokość słupa (rys. 5.12); stosunek  $L/t$  był stały dla różnych rozstawów słupów).

S600 (18 słupów)				S900 (18 słupów)			
wysokość [m]	pole powierzchni przekroju		$L$ [mm]	wysokość [m]	pole powierzchni przekroju		$L$ [mm]
	[mm <sup>2</sup> ]	$t$ [mm]			[mm <sup>2</sup> ]	$t$ [mm]	
0-2,5	1500	4,354	124,818	0-2,5	1875	4,867	139,551
2,5-7,5	952	3,468	99,438	2,5-7,5	1500	4,354	124,818
7,5-10,0	595	2,742	78,612	7,5-10,0	952	3,468	99,438
10,0-17,6	476	2,452	70,313	10,0-12,5	714	3,000	86,000
15,0-17,6	357	2,124	60,983	12,5-15,0	476	2,452	70,313
				15,0-17,6	357	2,124	60,893

S1600 (34 słupy)			
wysokość [m]	pole powierzchni przekroju [mm <sup>2</sup> ]	$t$ [mm]	$L$ [mm]
0-5,0	2250	5,332	152,870
5,0-7,5	1875	4,867	139,551
7,5-10,0	1500	4,354	124,818
10,0-12,5	952	3,468	99,438
12,5-15,0	714	3,000	86,000
15,0-17,6	476	2,452	70,313

#### 5.4.2 Globalna analiza wyboczeniowa silosów

##### Model numeryczny całego silosu

Podobnie jak w poprzednich rozdziałach, płaszcz silosu z blachy falistej oraz cienkościennie profile słupów odwzorowano numerycznie jako:

- model szczegółowy składający się w pełni z elementów powłokowych '3D-shell' (rozdział 4.5.1)
- model uproszczony ('ortho-beam') z płaszczem z blachy falistej odwzorowanej z równoważnej powłoki ortotropowej oraz z słupami belkowymi 1D (rozdział 4.5.2).

W modelu uproszczonym wyboczenie lokalne zostało pominięte. W modelu szczegółowym silosu zastosowano 4-węzłowe elementy powłokowe z zredukowanym punktem całkowania (S4R) [55]. W modelu 'ortho-beam' do opisu słupów przyjęto elementy belkowe Eulera-Bernoulliego (B33) z sześcioma stopniami swobody na węzeł oraz 8-węzłowe elementy powłokowe S4 [55] do opisu równoważnej powłoki ortotropowej płaszcza silosu. Przeciwnie do analiz przeprowadzonych w rozdziale 5.3, słupy były usytuowane wzdłuż linii pionowej uwzględniając rzeczywisty mimośród względem ściany (model 'ortho-beam'). W modelu uproszczonym 'ortho-beam' możliwe było uwzględnienie plastyczność

słupów. Nie było jednak możliwe uwzględnienie plastyczności dla ścian silosu. W tab. 5.2 przedstawiono wyniki analizy (LBA) dotyczące wpływu sposobu połączenia słupa z fundamentem na współczynnik obciążenia wyboczeniowego silosu S600. W analizie silos był obciążony naporem stycznym. Wpływ rodzaju podparcia na współczynnik  $\lambda$  był pomijalny (maksymalnie 4% (tab. 5.2)).

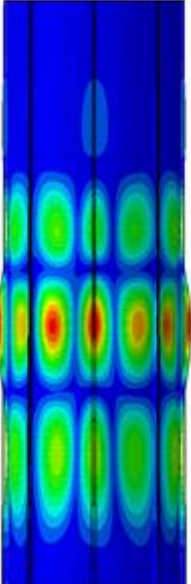
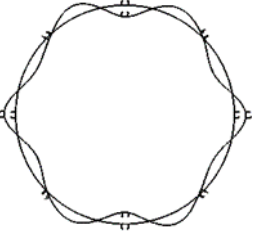
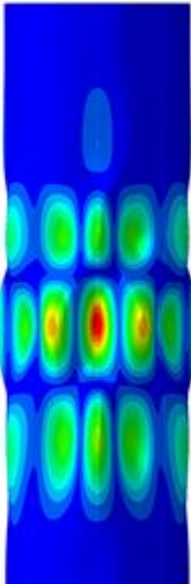
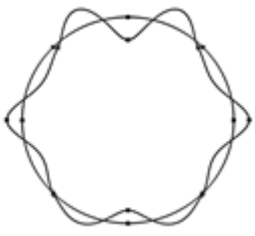
**Tab. 5.2:** Współczynnik obciążenia wyboczeniowego  $\lambda$  uzyskany na podstawie LBA dla silosu S600 z sztywnym (a) i przegubowym połączeniem słupa (b) z fundamentem 3 wariantów liczby słupów po obwodzie.

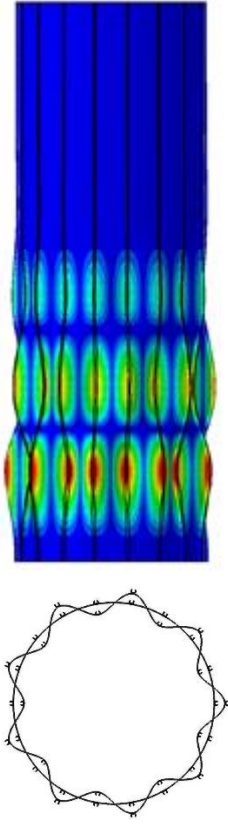
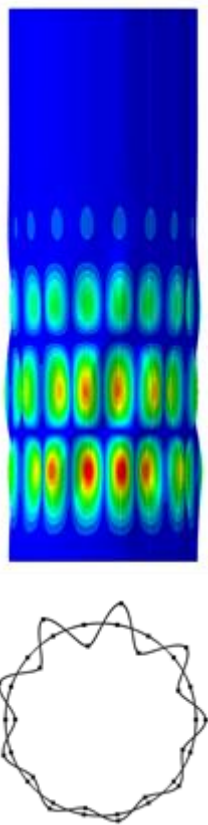


Liczba słupów $n$	$\lambda$ (przypadek 'a')	$\lambda$ (przypadek 'b')	Różnice $\Delta$
8	5,35	5,13	1%
18	8,35	8,29	0,7%
26	9,78	9,46	3,2%




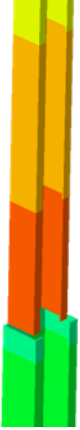
Uzyskane wartości przemieszczeń, naprężeń w słupach, normalnych sił obwodowych na jednostkę wysokości, postaci wyboczeniowych oraz współczynników obciążeń granicznych obliczone dla modelu uproszczonego ('ortho-beam') porównano szczegółowo z wynikami uzyskanymi na podstawie modelu szczegółowego w pełni powłokowego ('3D-shell'). Porównanie przeprowadzono na podstawie liniowej analizy statycznej (LA) oraz liniowej analizy wyboczenia (LBA) (tab. 5.3). W równoważnym modelu zastępczym ściany silosu w postaci powłoki ortotropowej, nie było możliwości bezpośredniego wskazania naprężeń [55] z uwagi na fakt definicji sztywności ortotropowych blachy falistej bez bezpośredniego zdefiniowania przekroju blachy falistej. Dlatego porównano obwodowe siły normalne na jednostkę wysokości ściany silosu (tab. 5.3). Analizy porównawcze zrealizowano dla silosu S600 o dwóch różnych liczbach słupów  $n$  (obciążonych naporem stycznym działającym na ściany silosu).

Na podstawie obliczeń porównawczych wykazano, że różnice między dwoma różnymi typami modeli silosów były niewielkie (do 2% dla przemieszczeń, do 4% dla naprężeń von-Misesa w słupie oraz do 10% dla współczynnika obciążenia wyboczeniowego). Różnice w obwodowej sile normalnej na jednostkę wysokości dochodziły do 11% (siłę obliczono dla modelu powłokowego jako średnią wartość siły po stronie zewnętrznej i wewnętrznej ściany) (tab. 5.3). Siła normalna w kierunku obwodowym silosu (przy uwzględnieniu pofałdowania ściany) różniła się tylko o 2% pomiędzy dwoma modelami numerycznymi. Postaci wyboczeniowe były prawie takie same. Ponadto przeprowadzono obliczenia porównawcze w oparciu o analizy geometrycznie nieliniowe (GNA). Wyniki obliczeń również były zbliżone (patrz rozdział 5.4.4).




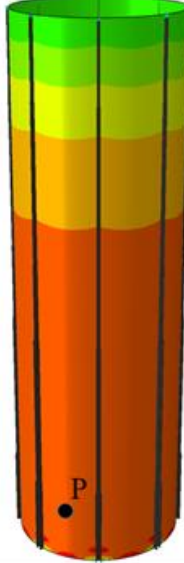
**Tab. 5.3:** Porównanie wyników uzyskanych na podstawie analizy modelu uproszczonego 'ortho-beam' z modelem szczegółowym '3D-shell' w odniesieniu do współczynnika obciążenia wyboczeniowego  $\lambda$  (LBA), postaci wyboczeniowych (LBA), przemieszczeń, naprężeń w słupie oraz obwodowych sił normalnych na jednostkę wysokości ściany (LA) dla dwóch silosu o różnej liczbie słupów (S600).

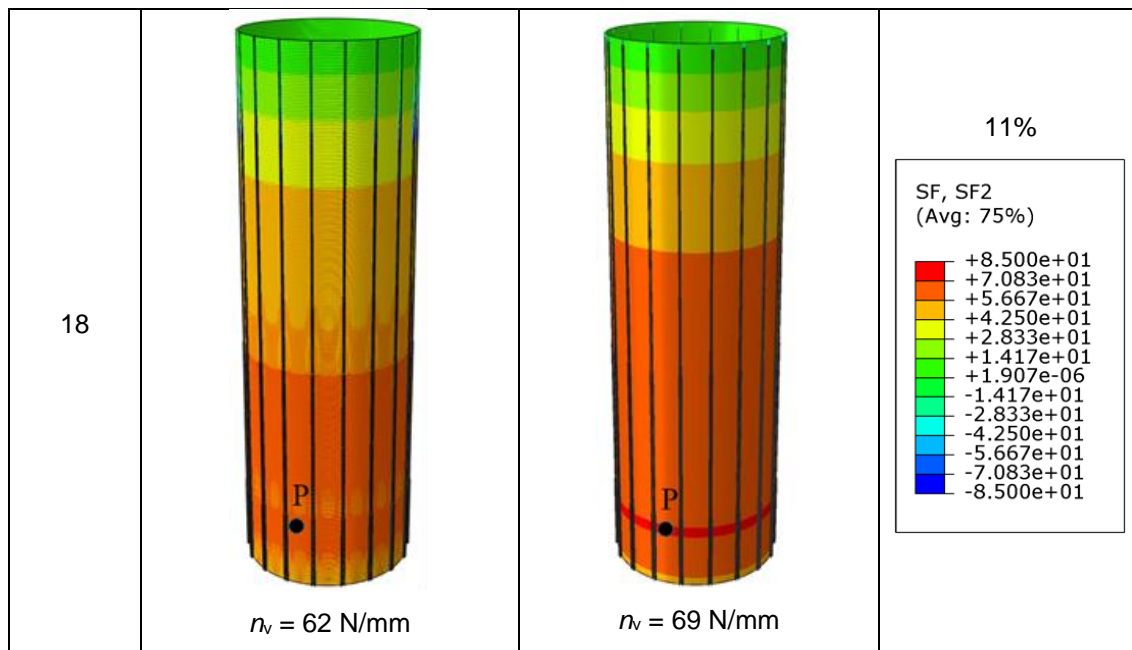
Graniczny współczynnik obciążenia wyboczeniowego $\lambda$ (LBA)			
Liczba słupów $n$	Model szczegółowy '3D-shell' (rozdział 4.5.1)	Model uproszczony 'ortho-beam' (rozdział 4.5.2)	Różnice $\Delta$
8	  $\lambda = 4,85$	  $\lambda = 5,22$	7,6%

18	 <p style="text-align: center;"><math>\lambda = 9,33</math></p>	 <p style="text-align: center;"><math>\lambda = 8,33</math></p>	10%
<b>Przemieszczenia (LA)</b>			
Liczba słupów $n$	Model szczegółowy '3D-shell' (rozdział 4.5.1)	Model uproszczony 'ortho-beam' (rozdział 4.5.2)	Różnice $\Delta$
8	 <p style="text-align: center;"><math>u_{\max} = 7,22 \text{ mm}</math></p>	 <p style="text-align: center;"><math>u_{\max} = 7,11 \text{ mm}</math></p>	<p style="text-align: center;">1,5%</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: auto;"> <p>U, Magnitude</p> <ul style="list-style-type: none"> <li><span style="display: inline-block; width: 10px; height: 10px; background-color: red; border: 1px solid black;"></span> +7.300e+00</li> <li><span style="display: inline-block; width: 10px; height: 10px; background-color: orange; border: 1px solid black;"></span> +6.692e+00</li> <li><span style="display: inline-block; width: 10px; height: 10px; background-color: yellow; border: 1px solid black;"></span> +6.083e+00</li> <li><span style="display: inline-block; width: 10px; height: 10px; background-color: lightgreen; border: 1px solid black;"></span> +5.475e+00</li> <li><span style="display: inline-block; width: 10px; height: 10px; background-color: green; border: 1px solid black;"></span> +4.867e+00</li> <li><span style="display: inline-block; width: 10px; height: 10px; background-color: lightblue; border: 1px solid black;"></span> +4.258e+00</li> <li><span style="display: inline-block; width: 10px; height: 10px; background-color: cyan; border: 1px solid black;"></span> +3.650e+00</li> <li><span style="display: inline-block; width: 10px; height: 10px; background-color: blue; border: 1px solid black;"></span> +3.042e+00</li> <li><span style="display: inline-block; width: 10px; height: 10px; background-color: darkblue; border: 1px solid black;"></span> +2.433e+00</li> <li><span style="display: inline-block; width: 10px; height: 10px; background-color: verydarkblue; border: 1px solid black;"></span> +1.825e+00</li> <li><span style="display: inline-block; width: 10px; height: 10px; background-color: black; border: 1px solid black;"></span> +1.217e+00</li> <li><span style="display: inline-block; width: 10px; height: 10px; background-color: black; border: 1px solid black;"></span> +6.083e-01</li> <li><span style="display: inline-block; width: 10px; height: 10px; background-color: black; border: 1px solid black;"></span> +0.000e+00</li> </ul> </div>

18	 <p><math>u_{\max} = 6,87 \text{ mm}</math></p>	 <p><math>u_{\max} = 7,00 \text{ mm}</math></p>	<p>1,95%</p> <p>U, Magnitude</p> <ul style="list-style-type: none"> <li><span style="color: red;">■</span> +7.000e+00</li> <li><span style="color: orange;">■</span> +6.417e+00</li> <li><span style="color: yellow;">■</span> +5.833e+00</li> <li><span style="color: lightgreen;">■</span> +5.250e+00</li> <li><span style="color: green;">■</span> +4.667e+00</li> <li><span style="color: cyan;">■</span> +4.083e+00</li> <li><span style="color: blue;">■</span> +3.500e+00</li> <li><span style="color: lightblue;">■</span> +2.917e+00</li> <li><span style="color: darkblue;">■</span> +2.333e+00</li> <li><span style="color: verydarkblue;">■</span> +1.750e+00</li> <li><span style="color: navy;">■</span> +1.167e+00</li> <li><span style="color: black;">■</span> +5.833e-01</li> <li><span style="color: black;">■</span> +0.000e+00</li> </ul>
<b>Naprężenia w słupie (LA)</b>			
Liczba słupów $n$	Model szczegółowy '3D-shell' (rozdział 4.5.1)	Model uproszczony 'ortho-beam' (rozdział 4.5.2)	Różnice $\Delta$
8	 <p><math>\sigma = 171,36 \text{ MPa}</math></p>	 <p><math>\sigma = 170,10 \text{ MPa}</math></p>	<p>0,7%</p> <p>S, Mises Vertex 1, section point 1 (Avg: 75%)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li><span style="color: red;">■</span> +1.750e+02</li> <li><span style="color: orange;">■</span> +1.604e+02</li> <li><span style="color: yellow;">■</span> +1.458e+02</li> <li><span style="color: lightgreen;">■</span> +1.313e+02</li> <li><span style="color: green;">■</span> +1.167e+02</li> <li><span style="color: cyan;">■</span> +1.021e+02</li> <li><span style="color: blue;">■</span> +8.750e+01</li> <li><span style="color: lightblue;">■</span> +7.292e+01</li> <li><span style="color: darkblue;">■</span> +5.834e+01</li> <li><span style="color: verydarkblue;">■</span> +4.376e+01</li> <li><span style="color: navy;">■</span> +2.917e+01</li> <li><span style="color: black;">■</span> +1.459e+01</li> <li><span style="color: black;">■</span> +7.153e-03</li> </ul>

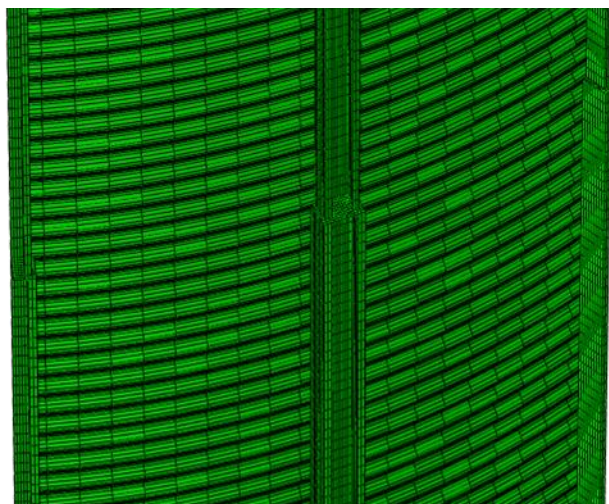


18	 <p><math>\sigma = 162,6 \text{ MPa}</math></p>	 <p><math>\sigma = 168,8 \text{ MPa}</math></p>	<p>3,8%</p> <div data-bbox="1161 331 1380 607" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>S, Mises Vertex 1, section point 1 (Avg: 75%)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>+1.750e+02</li> <li>+1.604e+02</li> <li>+1.458e+02</li> <li>+1.313e+02</li> <li>+1.167e+02</li> <li>+1.021e+02</li> <li>+8.750e+01</li> <li>+7.292e+01</li> <li>+5.834e+01</li> <li>+4.376e+01</li> <li>+2.917e+01</li> <li>+1.459e+01</li> <li>+7.615e-03</li> </ul> </div>
<p><b>Normalne siły obwodowe w płaszczu silosu (LA)</b> <b>P – punkt odczytu wartości siły</b></p>			
Liczba słupów $n$	Model szczegółowy '3D-shell' (rozdział 4.5.1)	Model uproszczony 'ortho-beam' (rozdział 4.5.2)	Różnice $\Delta$
8	 <p><math>n_v = 59,8 \text{ N/mm}</math></p>	 <p><math>n_v = 66 \text{ N/mm}</math></p>	<p>10%</p> <div data-bbox="1161 1108 1380 1478" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>SF, SF2 (Avg: 75%)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>+8.500e+01</li> <li>+7.083e+01</li> <li>+5.667e+01</li> <li>+4.250e+01</li> <li>+2.833e+01</li> <li>+1.417e+01</li> <li>+1.907e-06</li> <li>-1.417e+01</li> <li>-2.833e+01</li> <li>-4.250e+01</li> <li>-5.667e+01</li> <li>-7.083e+01</li> <li>-8.500e+01</li> </ul> </div>



#### Model numeryczny segmentu silosu

Analizy nośności wyboczeniowej przeprowadzono za pomocą 2 różnych modeli segmentów ścian silosu, w zależności od zmieniającego się rozstawu pomiędzy pionowymi słupami. W modelu przeanalizowanym w rozdziale 5.3 ('StripFix3C' z rys. 5.1a) przyjęto dla zewnętrznych pionowych krawędzi segmentu silosu dwa słupy o zredukowanym o połowę przekroju poprzecznym (z uwagi na warunki symetrii) oraz ustalono warunki brzegowe zgodnie z rys. 5.1d tj. blokada poziomych przemieszczeń U1 oraz obrotów UR2 i UR3 i swoboda pozostałych stopni swobody U2, U3 i UR1 (rys. 5.1e). W modelu segmentów, o przekroju poziomym w postaci łuku zawierającego fragmentu ściany silosu, długość obwodowa łuku była dwukrotnie większa niż rozstaw słupów  $d_s$ . W niniejszym rozdziale zaproponowano oraz przeanalizowano nowy model segmentu silosu (rys. 5.1b) zawierający 4 słupy: dwa wzdłuż pionowych krawędzi zewnętrznych o przekroju podwójnie zredukowanym oraz dwa w środku segmentu (model oznaczono jako 'StripFix4C'). Całkowita liczba elementów skończonych dla silosu S600 z 18 słupami została zredukowana do 4 158 dla segmentu ściany z płaszczem odwzorowanym równoważną powłoką ortotropową z elementami belkowymi dla słupów ('StripFix3C'), czyli około 9-krotnie mniej niż dla odpowiadającego modelu całego silosu '3D' ('ortho-beam'), 132 razy mniej niż dla modelu szczegółowego- powłokowego ('3D-shell') 15 razy mniej niż dla segmentu ściany silosu z opisem szczegółowym w którym ściany i słupy opisano za pomocą elementów powłokowych (rys. 5.13).



**Rys. 5.13:** Model segmentu silosu w opisie szczegółowym '3D-shell' w którym ściany i słupy opisano za pomocą elementów powłokowych.

Wyniki analizy LBA dwóch modeli segmentów silosów porównano z wynikami normowymi EC3 [4] oraz z wynikami poprawki do normy EC3 [5]. Dla EC3 [4] sztywność podłoża sprężystego słupa obliczono zgodnie z wzorem (3.15) (model 'EC3B') oraz zgodnie z wzorem (3.16) (model 'EC3B+'). W przeciwieństwie do EC3 [4], w zaproponowanych modelach oraz poprawionej procedurze EC3 [5] sztywność podłoża sprężystego słupa uwzględniała krzywiznę płaszcza silosu. Sztywność  $K$  dla modelu 'EC3B+' była 25–40 razy większa niż dla modelu 'EC3B' i była 7–11 razy większa niż dla modelu 'StripFix3C' dla rzadkiego rozstawu słupów (rys. 5.4). Kompleksowe analizy wyboczenia (LBA) przeprowadzono dla całego silosu oraz dla segmentów silosu ('StripFix3C' i 'StripFix4C') dla trzech silosów (rys. 5.2) przy założeniu zmiennego rozstawu słupów  $d_s$ . Silosy były obciążone trzema przypadkami obciążenia tj. naporem stycznym  $p_w$  (przypadek obciążenia „V”), naporem stycznym  $p_w$  jednocześnie z naporem normalnym  $p_n$  (przypadek obciążenia „V+N”) lub naporem stycznym  $p_w$ , naporem normalnym  $p_n$  i obciążeniem lokalnym (rys. 3.6) (przypadek obciążenia „V+N+P”). Należy zaznaczyć, że pole przekroju poprzecznego słupa zostało zmodyfikowane zgodnie z normalnym rozkładem siły w słupie (rys. 5.3) i było proporcjonalne do wypadkowej siły pionowej (stała masa silosu przy zmiennej liczbie słupów).

#### 5.4.3 Liniowa analiza bifurkacyjna LBA

##### Silosy obciążone naporem stycznym (przypadek obciążenia „V”)

Obliczone wartości współczynników obciążenia wyboczeniowego  $\lambda$  dla 3 rzeczywistych silosów z rys. 5.2, określano za pomocą 3 różnych modeli numerycznych oraz odpowiadające im postaci własne wyboczenia dla zmieniającej się liczby słupów  $n$  w analizie LBA (przypadek obciążenia „V”) przedstawiono na rys. 5.14 do 5.17. Na podstawie przeprowadzonych analiz zdefiniowano trzy różne zakresy związane z formą wyboczenia silosu „1”, „2” i „3” (rys. 5.15A, 5.16A i 5.17A) zależne od liczby słupów  $n$ . Każdy zakres wyróżniał się odrębną postacią wyboczenia (rys. 5.15B, 5.16B i 5.17B). Granica pomiędzy przedziałami „2” i „3” była bezpośrednio związana z granicznym rozstawem normowym  $d_{s,max}$  (wzór (3.2)).

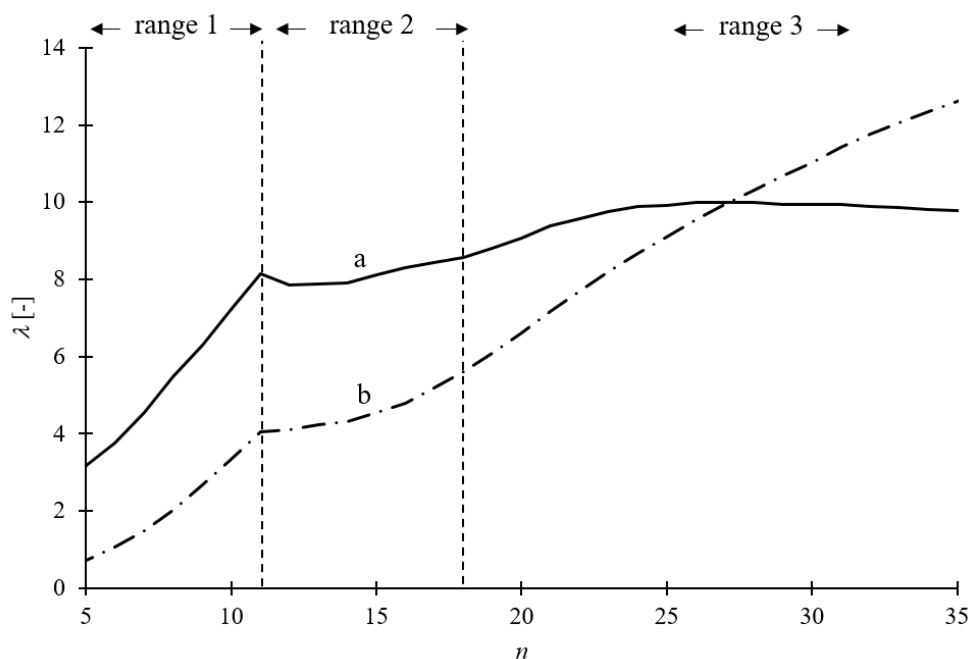
Wstępnie porównano wyniki z stałym przekrojem słupa bez uwzględnienia mimośrodowość względem ściany (omówione w rozdziale 5.3) z wynikami uzyskanymi dla modelu w którym przekrój słupa był uzależniony od zmieniającej się liczby słupów  $n$  (stała masa konstrukcji silosu), ustawiony mimośrodowo względem ściany (przypadek rozpatrywany w niniejszym rozdziale) w odniesieniu do współczynnika obciążenia  $\lambda$  w funkcji liczby słupów  $n$ . Zgodnie z wynikami uzyskanymi w rozdziale 5.3 współczynnik obciążenia  $\lambda$  wzrastał wraz z wzrostem liczby słupów po obwodzie  $n$  (krzywa „b” (rys. 5.14)). W analizach przeprowadzonych w niniejszym rozdziale (krzywa „a” na rys. 5.14) współczynnik obciążenia  $\lambda$  malał w niektórych zakresach wraz ze wzrostem  $n$  i osiągnął maksimum funkcji dla pewnej liczby słupów  $n$ . We wszystkich analizowanych silosach, zaobserwowano nieznaczny spadek współczynnika  $\lambda$  w niektórych zakresach, związanych z rozstawem pomiędzy słupami (krzywa „a” na rys. 5.15A, 5.16A i 5.17A). Pierwszy spadek współczynnika  $\lambda$  zaobserwowano na granicy dwóch zakresów „1” i „2” dla silosów S600 i S900 (krzywa „a” na rys. 5.15A, 5.16A). Dla silosu S1600 obciążenie wyboczeniowe w zakresie „2” było w przybliżeniu stałe (krzywa „a” na rys. 5.17A). Maksymalny współczynnik obciążenia wystąpił w przedziale „3”. Dla silosu S600 współczynnik  $\lambda$  był najwyższy dla 27 słupów (krzywa „a” na rys. 5.15A). Dla silosu S900 współczynnik  $\lambda$  był najwyższy dla 33 słupów, a dla silosu S1600 – dla 46 słupów. Liczba półfal obwodowych zależała od liczby słupów  $n$ . Na podstawie analizy postaci wyboczeniowych (rys. 5.15B, 5.16B i 5.17B) oraz analizy zmiany wartości współczynnika  $\lambda$  (krzywa „a” (rys. 5.15A, 5.16A i 5.17A)), można było zdefiniować trzy różne zakresy „1”-„3”. Granica pomiędzy przedziałami „2” i „3”, była związana z  $d_{s,max}$ . (wzór (3.2). Krzywa „a” również zmieniała swój przebieg pomiędzy zakresami „1” i „2”. W pierwszym zakresie  $n$  (zakres „1”), postać wyboczeniowa posiadała trzy półfale wyboczeniowe w kierunku obwodowym na dwóch przęsłach pomiędzy słupami silosu; w ten sposób co drugi słup ulegał wyboczeniu, podczas gdy pozostałe słupy były skręcane (rys. 5.15Bb, 5.16Bb i 5.17Bb). Postać wyboczenia w drugim zakresie (zakres „2”), charakteryzowała się wyboczeniem wszystkich słupów po obwodzie. Liczba półfal obwodowych była równa liczbie słupów (słupy silosu uległy wyboczeniu do wewnątrz lub na zewnątrz). Forma wyboczenia w trzecim zakresie „3” odpowiadała formie wyboczenia dla powłoki ortotropowej ( $d_s < d_{s,max}$ ), ponieważ wzdłuż obwodowych półfal wyboczeniowych, znajdowało się więcej niż jeden słup. Tym samym, liczba półfal obwodowych była mniejsza niż liczba słupów. Obliczony graniczny rozstaw słupów  $d_{s,max}$  (pomiędzy zakresami „2” i „3”) był zgodny z EC3 [4]. Liczba półfal wyboczeniowych wzdłuż wysokości silosu wynosiła 2–3 w przedziale „1” (4 w rozdziale 5.3) i 2 - 3 w przedziałach „2” i „3” (3 w rozdziale 5.3).

Określona nośność wyboczeniowa była około 14–24 razy wyższa w przedziale „1”, około 7–15 razy wyższa w przedziale „2” i około 1,3–2,2 razy wyższa w przedziale „3” w porównaniu z EC3 [4] (krzywe „a” i „d, e” na rys. 5.15A, 5.16A i 5.17A). Współczynnik  $\lambda$  (LBA) był 1,1–3 razy wyższy w porównaniu do poprawki EC3 [5] i 5–9 razy wyższy w porównaniu z EC3 [4] w przedziałach „1” i „2” (krzywe „a” i „f” na rys. 5.15A, 5.16A i 5.17A). Nośność silosu na wyboczenie obliczona zgodnie z [5] była po bezpiecznej stronie w porównaniu z wynikami MES.

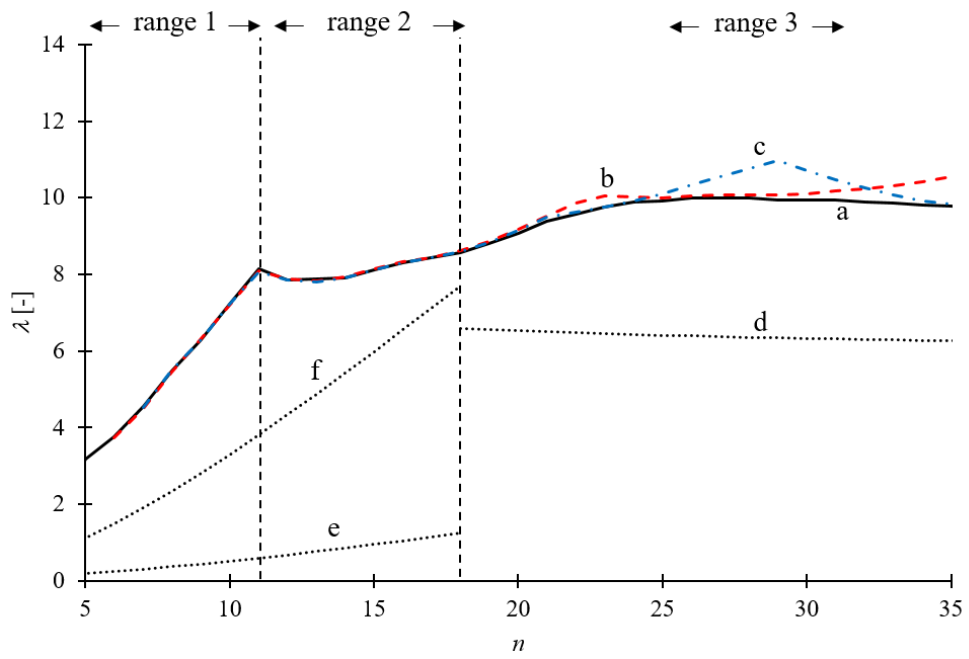
Współczynnik obciążenia wyboczeniowego  $\lambda$  dla modeli segmentów ściany ‘StripFix3C’ i ‘StripFix4C’ (rozdział 5.1.1) (krzywe „b” i „c” na rys. 5.15A, 5.16A i 5.17A) był zgodny z wynikami

wyoboczenia silosu '3D' w całym zakresie rzadkiego rozstawu słupów  $d_s$  (zakresy „1” i „2”) oraz w początkowej części zakresu „3”. W późniejszej części zakresu „3” nośność wyoboczeniowa segmentów była nieco wyższa (o 5–10%) dla odpowiadającej liczby słupów  $n$ :  $n \geq 22$  ( $d_s \leq 0,76$  m) dla silosu S600,  $n \geq 27$  ( $d_s \leq 0,93$  m) dla silosu S900 i  $n \geq 37$  ( $d_s \leq 1,3$  m) dla silosu S1600. Model 'StripFix3C' był dokładniejszy niż model 'StripFix4C'.

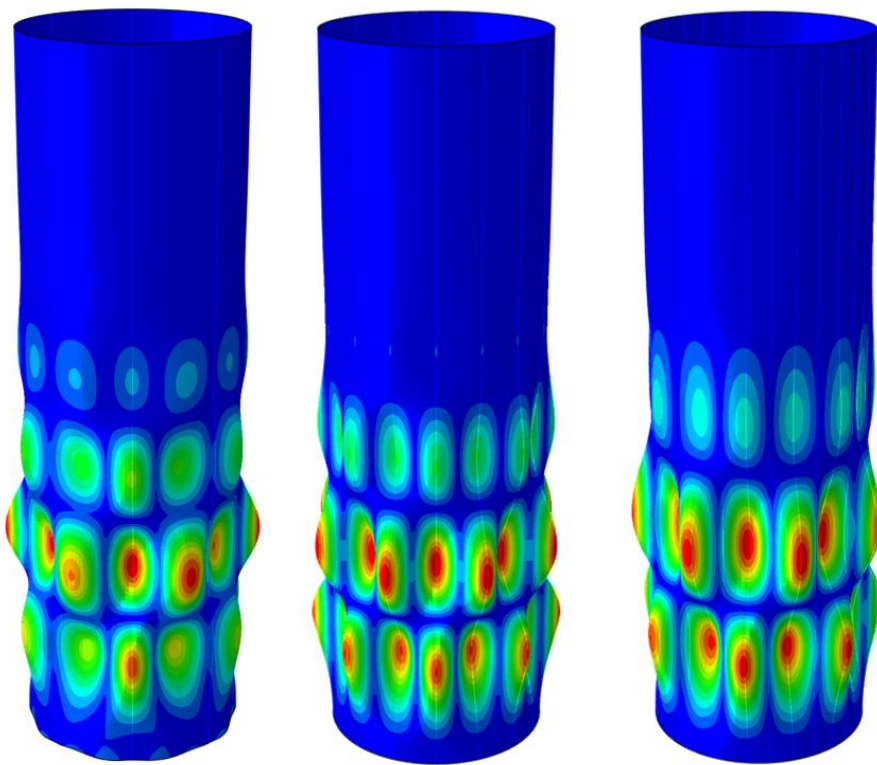
Postać wyoboczenia LBA dla modelu 'StripFix3C' i 'StripFix4C' (rys. 5.15C, 5.16C i 5.17C), była zależna od rozstawu słupów oraz odpowiadała postaci wyoboczenia całego silosu w zakresie „1” i „2” (w odniesieniu zarówno do wyoboczeniowych półfal obwodowych, jak i wyoboczeniowych półfal po wysokości). W zakresie „3” forma wyoboczeniowa była porównywalna z formą wyoboczeniową całego modelu silosu '3D' w poszczególnych fragmentach obwodu silosu (w zależności od rodzaju silosu). W pozostałych fragmentach obwodu silosu, kształt wyoboczenia był podobny jak w przedziale „2” lub na danym fragmencie obwodu, silos nie ulegał wyoboczeniu. Różne postaci wyoboczenia całego silosu '3D' w stosunku do postaci wyoboczeniowych segmentów silosu, wyjaśniają różnice w współczynniku obciążenia granicznego w zakresie „3”.



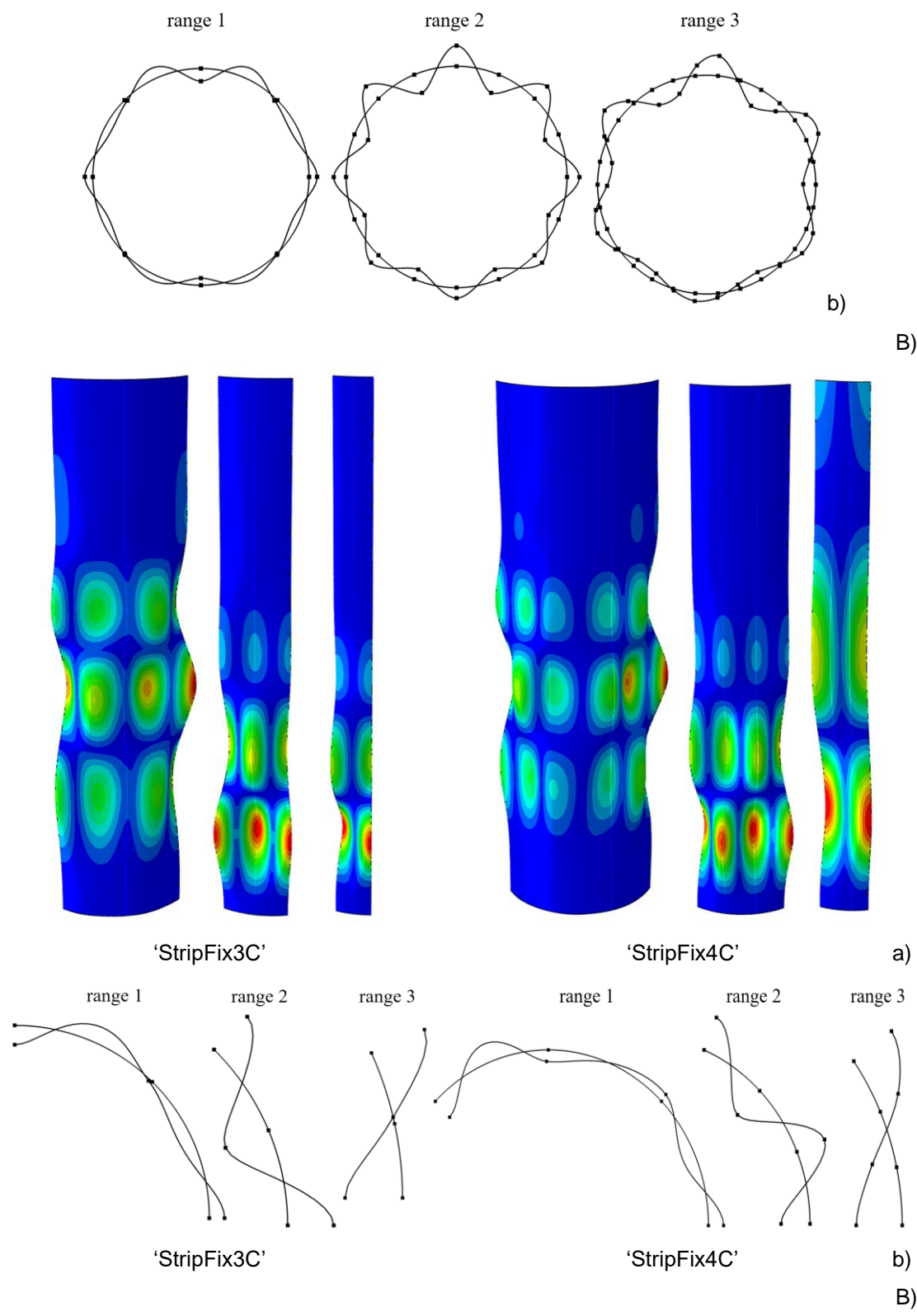
**Rys. 5.14:** Współczynnik obciążenia wyoboczeniowego  $\lambda$  (LBA) w zależności od liczby słupów  $n$  dla modelu 'ortho-beam' całego silosu S600 (rys. 5.2) obciążonego naporem stycznym (przypadek obciążenia „V”): a) z dostosowanym przekrojem słupa do sił osiowych w słupie oraz z uwzględnieniem mimośrodów względem ściany (przypadek rozważany w niniejszym rozdziale) i b) ze stałym przekrojem słupa ustawionego bez uwzględnienia mimośrodów (rozdział 5.3).



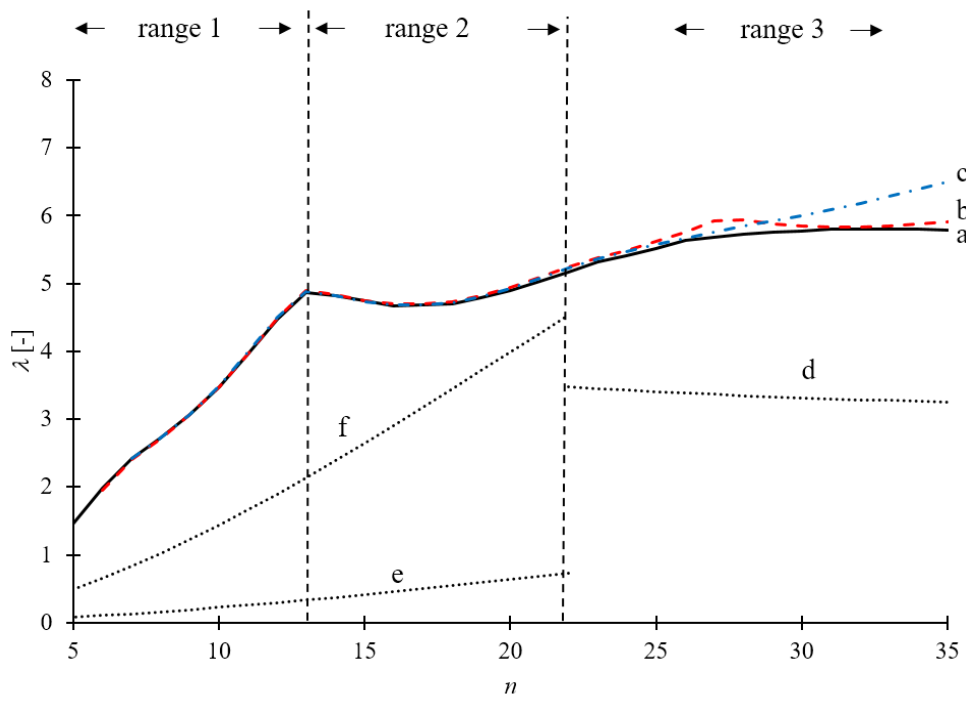
A)



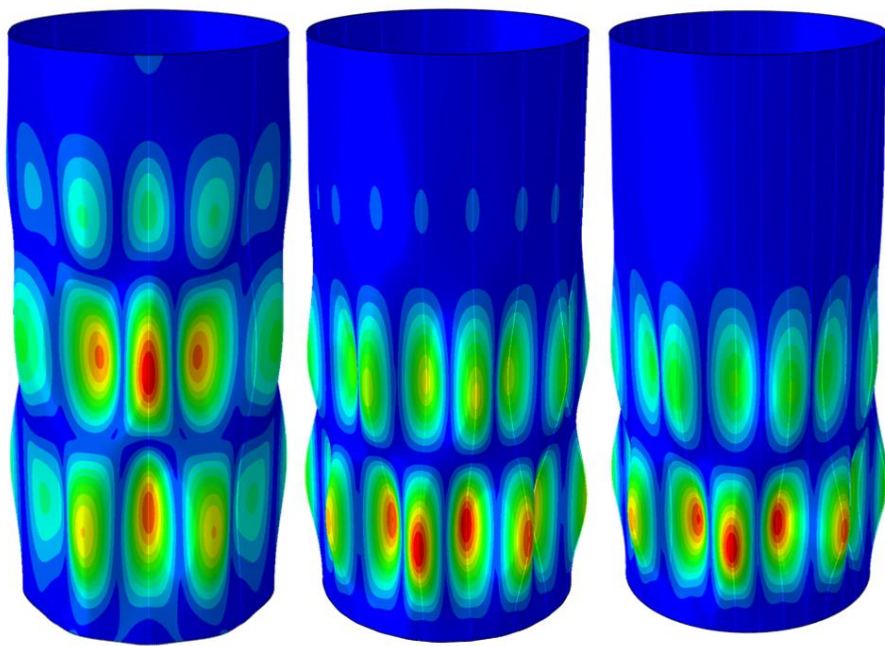
a)



**Rys. 5.15:** Liniowe analizy wyboczenia LBA dla silosu S600 (rys. 5.2a) obciążonego naporem stycznym (przypadek obciążenia „V”): A) współczynnik obciążenia wyboczeniowego  $\lambda$  w zależności od liczby słupów  $n$  dla modeli: a) model ‘3D’-‘ortho-beam’ z dostosowanym przekrojem poprzecznym słupa do rozkładu sił normalnych w słupie uwzględniający mimośród w stosunku do ściany (b) ‘StripFix3C’, c) ‘StripFix4C’, d) ‘EC3A’ [4], e) ‘EC3B’ [4] i f) ‘EC3B+’ [5], B) postaci wyboczeniowe modelu całego silosu ‘3D’ w zakresach ‘1’-‘3’: a) widok 3D i b) przekrój poziomy oraz C) postaci wyboczeniowe modeli segmentów silosu ‘StripFix3C’ i ‘StripFix4C’ (a) widok 3D i b) przekrój poziomy).

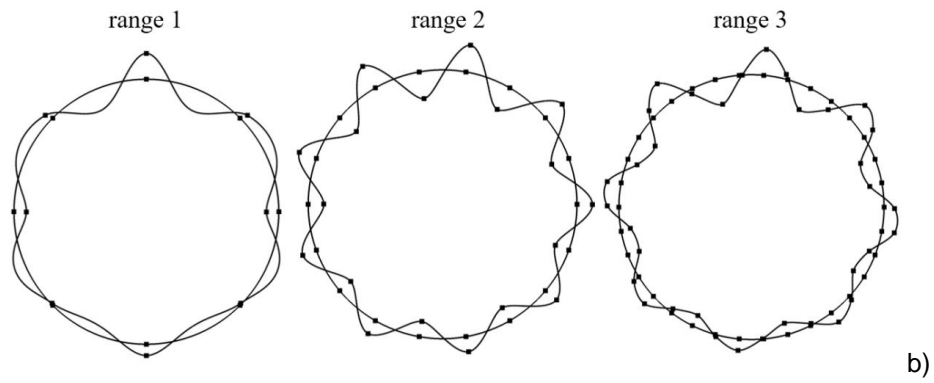


A)



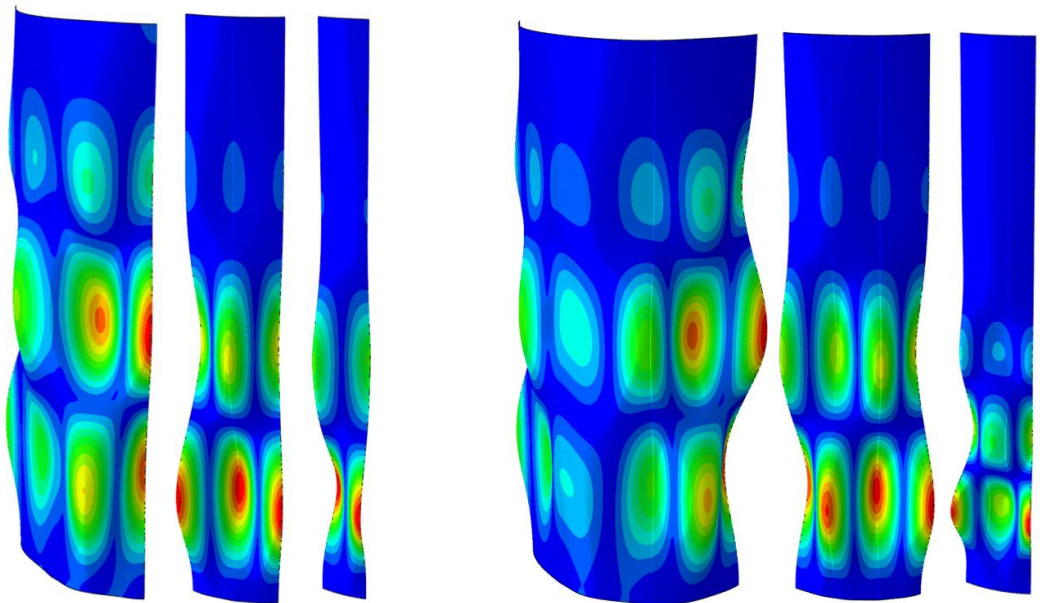
a)





b)

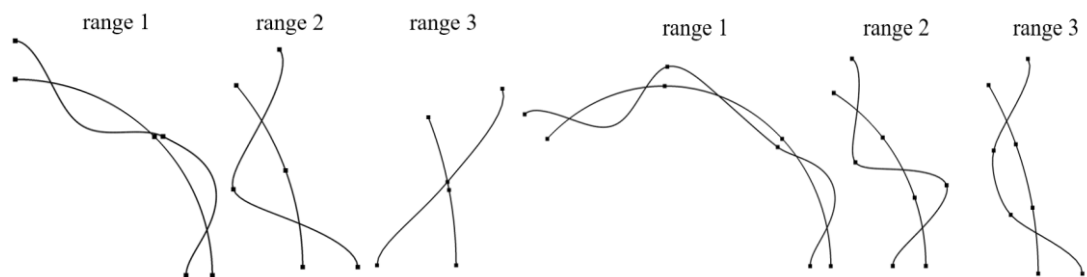
B)



'StripFix3C'

'StripFix4C'

a)



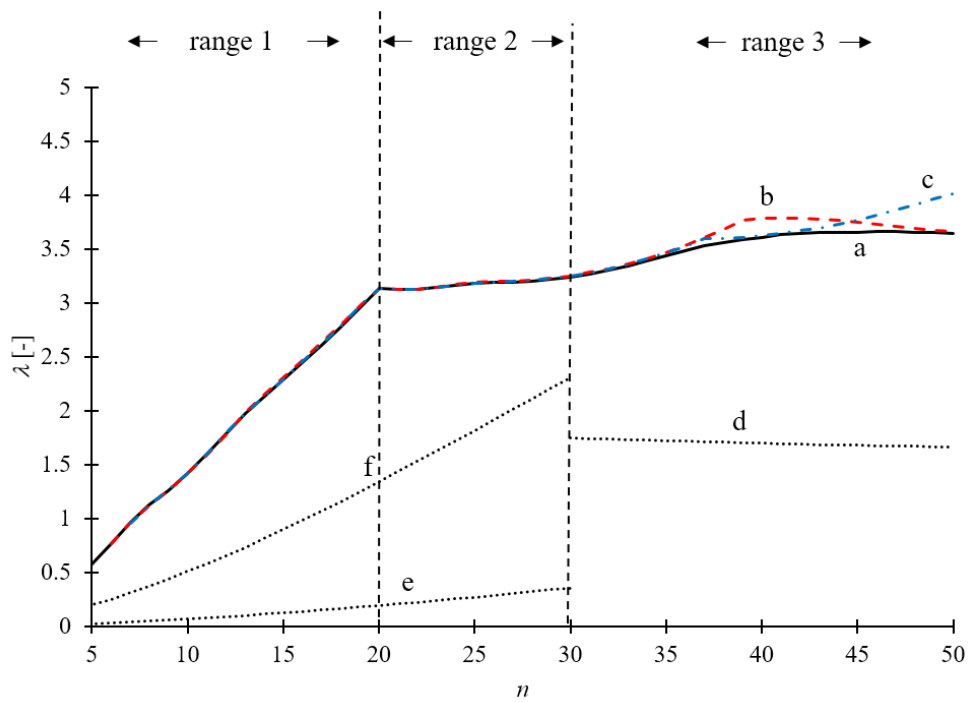
'StripFix3C'

'StripFix4C'

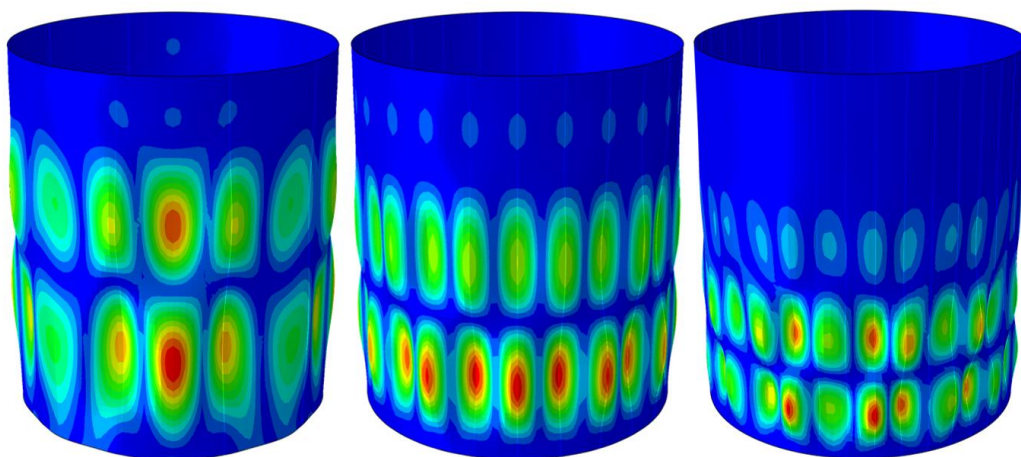
b)

B)

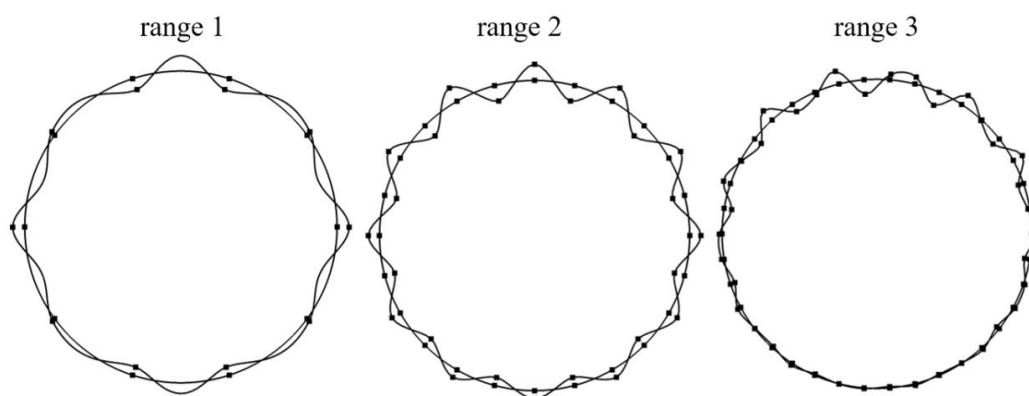
**Rys. 5.16:** Liniowe analizy wyoboczenia LBA dla silosu S900 (rys. 5.2b) obciążonego naporem stycznym (przypadek obciążenia „V”): A) współczynnik obciążenia wyoboczeniowego  $\lambda$  w zależności od liczby słupów  $n$  dla modeli: a) model '3D'-ortho-beam' z dostosowanym przekrojem poprzecznym słupa do rozkładu sił normalnych w słupie uwzględniający mimośród w stosunku do ściany (b) 'StripFix3C', c) 'StripFix4C', d) 'EC3A' [4], e) 'EC3B' [4] i f) 'EC3B+' [5], B) postaci wyoboczeniowe modelu całego silosu '3D' w zakresach '1'-'3': a) widok 3D i b) przekrój poziomy oraz C) postaci wyoboczeniowe modeli segmentów silosu 'StripFix3C' i 'StripFix4C' (a) widok 3D i b) przekrój poziomy).



A)

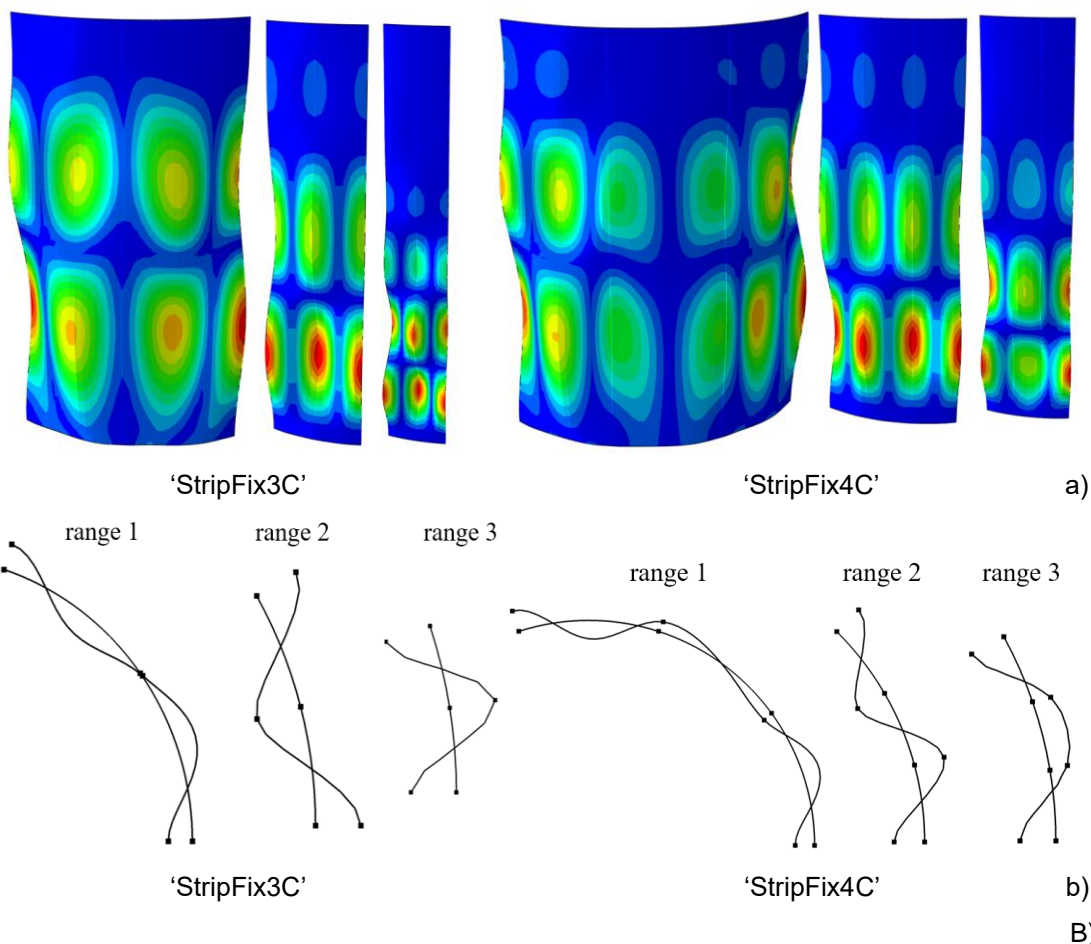


a)



b)

B)



**Rys. 5.17:** Liniowe analizy wyboczenia LBA dla silosu S1600 (rys. 5.2c) obciążonego naporem stycznym (przypadek obciążenia „V”): A) współczynnik obciążenia wyboczeniowego  $\lambda$  w zależności od liczby słupów  $n$  dla modeli: a) model ‘3D’-‘ortho-beam’ z dostosowanym przekrojem poprzecznym słupa do rozkładu sił normalnych w słupie uwzględniający mimośród w stosunku do ściany (b) ‘StripFix3C’, c) ‘StripFix4C’, d) ‘EC3A’ [4], e) ‘EC3B’ [4] and f) ‘EC3B+’ [5], B) postaci wyboczeniowe modelu całego silosu ‘3D’ w zakresach ‘1’-‘3’: a) widok 3D i b) przekrój poziomy oraz C) postaci wyboczeniowe modeli segmentów silosu ‘StripFix3C’ i ‘StripFix4C’ (a) widok 3D i b) przekrój poziomy).

#### Silosy obciążone naporem stycznym i naporem normalnym (przypadek obciążenia „V+N”)

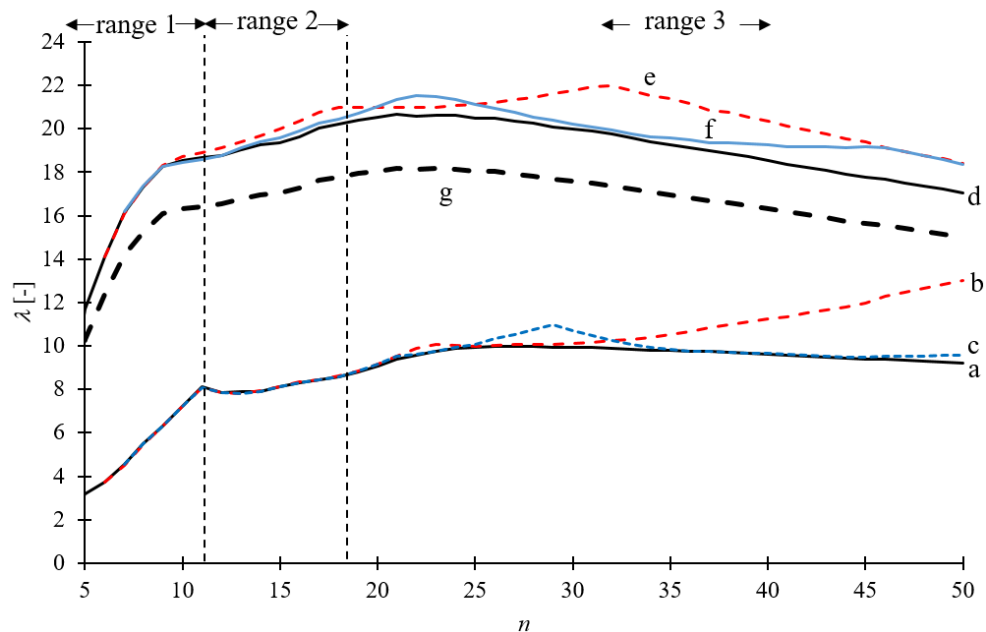
Obliczone współczynniki obciążenia wyboczeniowego  $\lambda$  (LBA) oraz odpowiadające im postaci wyboczeniowe dla 3 silosów z rys. 5.2 przy użyciu ortotropowego modelu MES ‘3D ortho-beam’ (rozdział 4.5.2) całego silosu oraz dwóch modeli segmentów silosu (‘StripFix3C’ i ‘StripFix4C’ (rozdział 5.1.1)) dla zmiennej liczby słupów  $n$  przedstawiono na rys. 5.18 do 5.20. W analizie uwzględniono dodatkowo napór poziomy działający na ściany silosu (przypadek „V+N”). W obliczeniach przyjęto również obciążenie lokalne (rys. 3.6) (przypadek „V+N+P”). Na podstawie wstępnych analiz określono najbardziej niekorzystne położenie obciążenia lokalnego na wysokości około  $0,68H$  ( $H$ - wysokość silosu).

Współczynnik obciążenia wyboczeniowego silosu  $\lambda$  dla modelu całego silosu ‘3D ortho-beam’ wrażliwy na liczbę słupów  $n$  dla wszystkich silosów w zakresie „1” oraz w zakresie „2” dla silosu S600 (krzywa „d” na rys. 5.18 do 5.20). Wartość maksymalną otrzymano w zakresie „3” dla S600 (przy 21 słupach), w zakresie „2” dla S900 (przy 19 słupach) oraz na granicy zakresów „1” i „2” dla S1600 (przy 18 słupach). Współczynnik  $\lambda$  był 2–3 razy wyższy w przypadku obciążenia „V+N” w odniesieniu

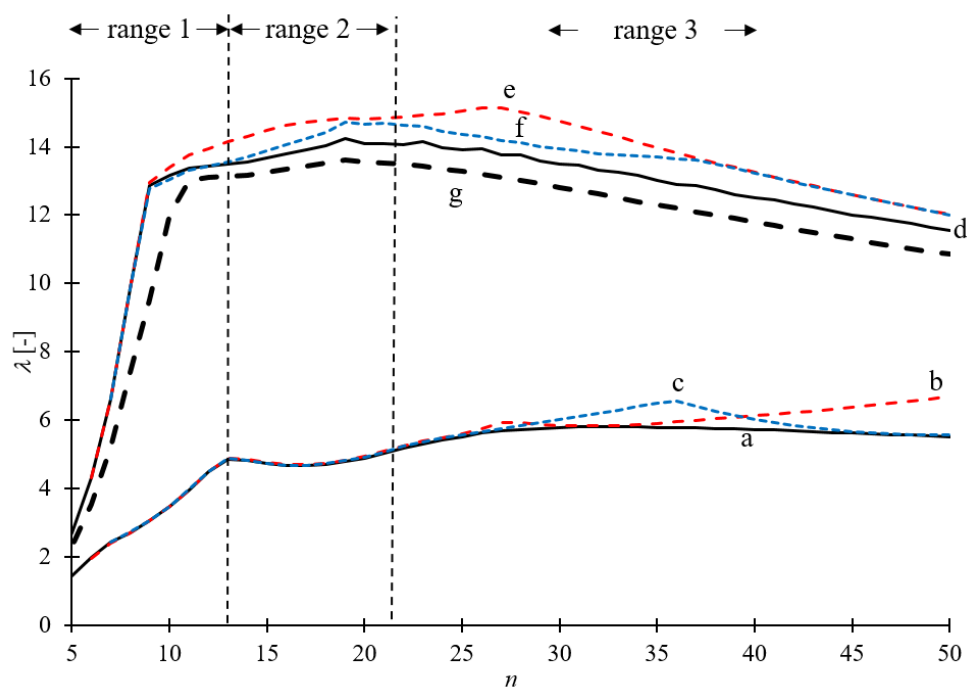
do przypadku obciążenia „V” (krzywe „d” w porównaniu z krzywymi „a”) z uwagi na pozytywne oddziaływanie naporu normalnego obciążającego ściany silosu, który przeciwdziała wyboczeniu silosu. Z uwagi na to, że postaci wyboczeniowe silosu były podobne do postaci wyboczeniowych silosu bez naporu normalnego, pominięto na rysunkach deformacje wyboczeniowe dla analizowanego przypadku obciążenia.

Współczynnik obciążenia wyboczeniowego  $\lambda$  (krzywe „e” i „f” na rys. 5.18 do 5.20), uzyskane dla modeli segmentów silosu ('StripFix\_3C' i 'StripFix\_4C') z zmiennymi rozstawami obwodowymi słupów, były zgodne z wynikami uzyskanymi dla modelu całego silosu (krzywa „d”) we wszystkich trzech zakresach liczby słupów  $n$ . Powyżej pewnego rozstawu słupów w przedziale „3” wyniki nieznacznie różniły się od wyników dla całego modelu 3D (modele segmentów ścian silosu nieznacznie przeszacowywały, o 3–10%, nośność na wyboczenie). Określone wartości współczynnika obciążenia wyboczeniowego  $\lambda$  za pomocą modelu segmentu silosu 'StripFix\_4C' były dokładniejsze niż w przypadku modelu 'StripFix\_3C' (różnica 2–8%) w porównaniu do modelu całego silosu. W analizach segmentów silosu, nie było możliwe uwzględnienie dodatkowego obciążenia lokalnego. Obciążenie lokalne spowodowało spadek obciążenia wyboczeniowego o 21% dla silosu S600, 13% dla S900 i 3% dla S1600 w odniesieniu do modelu segmentu silosu 'StripFix\_3C' i 18% dla S600, 13% dla S900 i 2% dla S1600 w odniesieniu do 'StripFix\_4C' (krzywe „g” na rys. 5.18 do 5.20).

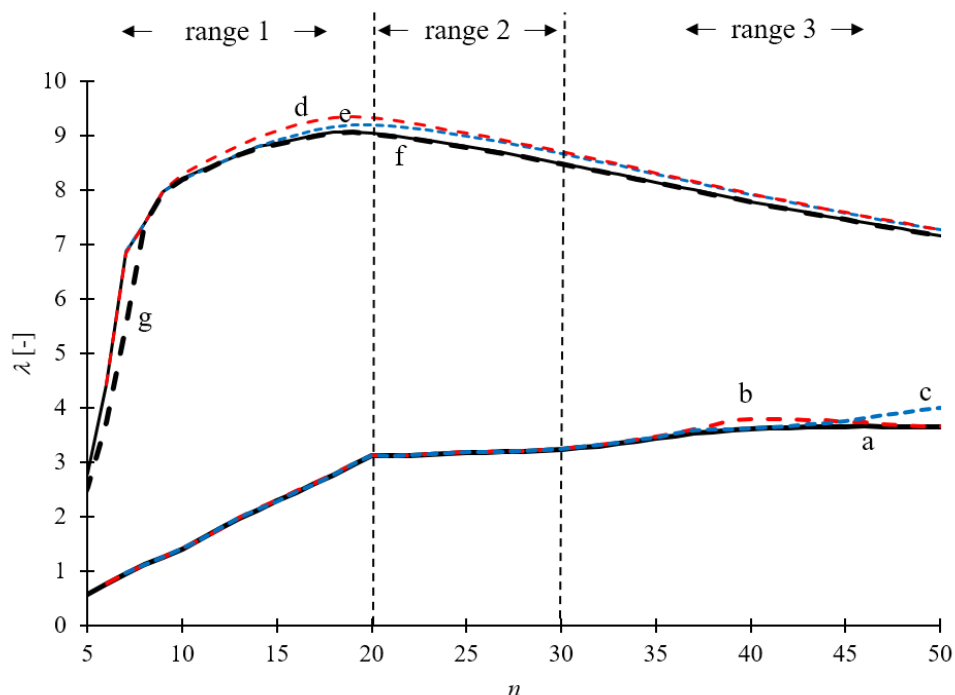
Dla poszczególnej liczby słupów  $n$  (głównie w zakresie „3” dla małych średnic silosu) globalna nośność wyboczeniowa uzyskana dla modeli segmentów silosów została nieznacznie przeszacowana (maksymalnie o 10% dla przypadków obciążeń „V” i „V+N” i o 20% dla „przypadku obciążenia „V+N+P”). Model 'StripFix\_4C' był tym razem dokładniejszy niż model 'StripFix\_3C'. Należy jednak pamiętać, że wykazano bardzo silny pozytywny wpływ (2-3 krotny wzrost współczynnika obciążenia granicznego, (rys. 5.15 do 5.17) w porównaniu do (rys. 5.18 do 5.20)) poziomego parcia normalnego na globalną nośność wyboczeniową który jest pomijany w normie EC3 [4]. Z tego względu, drobne przeszacowanie nośności na wyboczenie (10–20%), które występuje dla pewnej liczby słupów z zakresu „3”, można pominąć w procesie projektowania silosu (obciążenie „V”), a uproszczone modele segmentów silosu można używać z powodzeniem do obliczeń globalnego wyboczenia silosów. Dla przypadków obciążeń „V+N” i „V+N+P” stosunkowo małe przeszacowanie nośności na wyboczenie, można również pominąć ze względu na pozytywny wpływ sztywności materiału sypkiego na globalną nośność wyboczeniową cylindrycznych silosów [45] [46] (efekt ten nie jest również uwzględniany w normie EC3 [4]). Efekt związany z obecnością materiału sypkiego w silosie jest zwykle większy niż 20%, w zależności od sztywności ściany, jak i sztywności składowanego materiału sypkiego [45] [46].



**Rys. 5.18:** Współczynnik obciążenia wyboczeniowego  $\lambda$  (LBA) dla silosu S600 (rys. 5.2a) o przekroju słupa proporcjonalnym do wypadkowego obciążenia pionowego w funkcji liczby słupów  $n$ : a) '3D\_ortho-beam\_V', b) 'StripFix3C\_V', c) 'StripFix4C\_V' (obciążone naporem stycznym (przypadek obciążenia „V”)), d) '3D\_ortho-beam\_V+N', e) 'StripFix3C\_V+N', f) 'StripFix4C\_V+N' (obciążone naporem stycznym i normalnym- przypadek obciążenia „V+N”) i g) '3D\_ortho-beam\_V+N+P' (obciążenie naporem stycznym, naporem normalnym oraz obciążeniem lokalnym- przypadek obciążenia „V+N+P”).



**Rys. 5.19:** Współczynnik obciążenia wyboczeniowego  $\lambda$  (LBA) dla silosu S900 (rys. 5.2b) o przekroju słupa proporcjonalnym do wypadkowego obciążenia pionowego w funkcji liczby słupów  $n$ : a) '3D\_ortho-beam\_V', b) 'StripFix3C\_V', c) 'StripFix4C\_V' (obciążone naporem stycznym (przypadek obciążenia „V”)), d) '3D\_ortho-beam\_V+N', e) 'StripFix3C\_V+N', f) 'StripFix4C\_V+N' (obciążone naporem stycznym i normalnym- przypadek obciążenia „V+N”) i g) '3D\_ortho-beam\_V+N+P' (obciążenie naporem stycznym, naporem normalnym oraz obciążeniem lokalnym- przypadek obciążenia „V+N+P”).



**Rys. 5.20:** Współczynnik obciążenia wyboczeniowego  $\lambda$  (LBA) dla silosu S1600 (rys. 5.2c) o przekroju słupa proporcjonalnym do wypadkowego obciążenia pionowego w funkcji liczby słupów  $n$ : a) '3D\_ortho-beam\_V', b) 'StripFix3C\_V', c) 'StripFix4C\_V' (obciążone naporem stycznym (przypadek obciążenia „V”)), d) '3D\_ortho-beam\_V+N', e) 'StripFix3C\_V+N', f) 'StripFix4C\_V+N' (obciążone naporem stycznym i normalnym- przypadek obciążenia „V+N”) i g) '3D\_ortho-beam\_V+N+P' (obciążenie naporem stycznym, naporem normalnym oraz obciążeniem lokalnym- przypadek obciążenia „V+N+P”).

#### 5.4.4 Geometrycznie nieliniowa analiza sprężysta GNA i GNIA

Analizy stateczności konstrukcji inżynierskich przeprowadza się za pomocą geometrycznie nieliniowych obliczeń statycznych pozwalających wyznaczyć ścieżkę równowagi statycznej pomiędzy obciążeniem a przemieszczeniem. W celu odtworzenia powyboczeniowej pracy konstrukcji, stosuje się zwykle metodę opartą na sterowaniu parametrem długości łuku według metody Riksa [55]. Czasami rozwiązanie tą metodą jest niemożliwe do osiągnięcia z uwagi na utratę zbieżności rozwiązania spowodowaną np. miejscową niestabilnością modelu lub zerowaniem się co niektórych składników macierzy sztywności modelu numerycznego w punkcie granicznym. Aby pokonać te problemy i umożliwić uzyskanie rozwiązania w zakresie pokrytycznym, można zastosować pewne zabiegi numeryczne (takie jak np. niewielka zmiana składników diagonalnych globalnej macierzy sztywności, czy dodatkowe wektory przemieszczeń pozwalające ominąć punkty bifurkacji itp.) [54]. Zastosowane mogą być również analizy dynamiczne, w których odpowiedź konstrukcji analizuje w czasie narastania obciążenia, a dodatkowe siły bezwładności oraz tłumienie poprawiają zachować zbieżność rozwiązania [57] [59].

Najpierw określono ścieżkę równowagi (zależność obciążenie-przemieszczenie), wyznaczoną za pomocą nieliniowych analiz statycznych i dynamicznych (GNA/GNIA) wykorzystując równoważny model ortotropowy segmentu silosu S900 (model 'StripFix3C'). Współczynnik obciążenia  $\lambda$  zdefiniowany został (ze względu na występowanie sił bezwładności) jako całkowity względny współczynnik reakcji pionowej, tj. stosunek sumy reakcji pionowych do sumy reakcji pionowych powstałych w wyniku

działania naporu stycznego (rys. 5.3). Na rys. 5.21 przedstawiono wykres współczynnika obciążenia  $\lambda$  w funkcji pionowego przemieszczenia  $u$  górnej krawędzi silosu. W obliczeniach zastosowano dwa rodzaje początkowych imperfekcji geometrycznych: 1) w kształcie pierwszej postaci wyboczeniowej z LBA (obciążenie naporem stycznym („V”)) (rys. 5.16B, zakres „2”) oraz 2) w kształcie deformacji silosu dla  $\lambda_{\max}$  ( $u = 40$  mm na rys. 5.25A) z dynamicznych obliczeń nieliniowych (rys. 5.25B) (gdzie  $\lambda_{\max}$  - graniczna, maksymalna wartość współczynnika  $\lambda$  na ścieżce równowagi). Różnice pomiędzy analizami statyczną i dynamiczną były widoczne dopiero po przekroczeniu granicznej wartości obciążenia w przypadku małej amplitudy imperfekcji ( $w = 10 - 20$  mm) (rys. 5.21). Dla stosunkowo dużych amplitud imperfekcji ( $w = 50$  mm) współczynnik reakcji  $\lambda$ , określony dwiema metodami był taki sam (rys. 5.21). Należy zauważyć, że dla małych amplitud imperfekcji wystąpił spadek wartości względnego współczynnika reakcji  $\lambda$  po osiągnięciu wartości granicznej w statycznych analizach nieliniowych (przy użyciu metody Riksa), nie występując jednocześnie w nieliniowych analizach dynamicznych. Współczynniki obciążenia granicznego w obu analizach były bardzo podobne. W związku z tym, analizy dynamiczne zastosowano w kolejnych obliczeniach GNA/GNIA z uwagi na ominięcie problemów ze zbieżnością. Początkowe imperfekcje w pozostałych analizach modelu numerycznego, opartego na założeniach modelu ‘ortho-beam’ (rozdział 4.5.2) definiowano jako kształt pierwszej postaci wyboczenia (rys. 5.15 do 5.17). Dla modeli szczegółowych ‘3D-shell’ (rozdział 4.5.1), imperfekcje geometryczne w kształcie pierwszej postaci wyboczeniowej LBA (rys. 5.22) uzyskano dla zmodyfikowanego modelu o zwiększonej grubości ścianki słupa do 20 mm i obciążonego jedynie naporem stycznym („V”). Grubość ścianek słupów zwiększono w celu uniknięcia miejscowego wyboczenia słupów silosu (rys. 5.23) (analogicznie jak w rozdziale 4.6).

#### 5.4.4.1 Wyniki analiz dla modelu z równoważną powłoką ortotropową (‘ortho-beam’)

Wyniki geometrycznie nieliniowych analiz nośności wyboczeniowej, uzyskane przy wykorzystaniu analizy dynamicznej modeli segmentów ściany silosu (‘StripFix3C’ i ‘StripFix4C’) oraz modelu całego silosu przedstawiono na rys. 5.24 do 5.26. Segmenty silosu zostały odwzorowane za pomocą równoważnej powłoki ortotropowej dla ścian i elementów belkowych 1D dla słupów (założenia modelu „ortho-beam”). Silosy S600 i S900 posiadały 18 słupów, natomiast silos S1600 posiadał 34 słupy.

##### Silos S600

Graniczny względny współczynnik reakcji pionowej  $\lambda_{\max}$  (rys. 5.24A) dla całego silosu wynosił od  $\lambda_{\max} = 5$  do  $\lambda_{\max} = 8,3$  dla obciążenia silosu w postaci naporu stycznego („V”), jednocześnie współczynnik obciążenia wyboczeniowego LBA był równy  $\lambda = 8,6$ , był wyższy o 5 – 70%. Dla silosu obciążonego naporem stycznym i normalnym („V+N”): współczynnik  $\lambda_{\max} = 19,5$  ( $\lambda = 20,5$  z LBA). Przy dodatkowym obciążeniu w postaci parcia lokalnego, współczynnik  $\lambda_{\max} = 16,3$ . Po wyboczeniu spadek wartości  $\lambda_{\max}$  z początkowymi imperfekcjami geometrycznymi dla przypadków obciążeń „V” i „V+N+P” wynosił około 3–5%, natomiast dla przypadku obciążenia „V+N” wyniósł 24% (dla  $u = 250$  mm). Największy spadek  $\lambda_{\max}$  dla początkowych imperfekcji geometrycznych (około 40%) dotyczył silosu, który był obciążony jedynie naporem stycznym (rys. 5.24A); z wartości  $\lambda_{\max} = 8,3$  do

wartości  $\lambda_{\max} = 5$ . Dla silosu bez imperfekcji spadek współczynnika  $\lambda_{\max}$  był porównywalny jak dla silosu z imperfekcjami: 10% w przypadku „V” i 24% w przypadku „V+N”. Współczynniki  $\lambda_{\max}$  dla modeli segmentów silosu ‘StripFix3C’ i ‘StripFix4C’ były zbliżone do współczynników uzyskanych dla modelu całego silosu 3D we wszystkich przypadkach obciążenia (maksymalne różnice wynosiły poniżej 5%). Największe różnice między analizowanymi modelami wystąpiły w zakresie po wyboczeniowym (do 14% dla obciążenia „V+N”, rys. 5.24A).

Deformacja całego silosu w stanie granicznym (rys. 5.24B), charakteryzowała się wyboczeniem co drugiego słupa do wewnątrz i co drugiego słupa do zewnątrz (rys. 5.24B). Wzdłuż wysokości słupów powstały 4 półfale wyboczeniowe w dolnej części silosu. Deformacja wyboczonych segmentów silosu (przypadek obciążenia „V”) dla  $\lambda_{\max}$  była zbliżona do deformacji uzyskanych dla całej konstrukcji silosu (rys. 5.24B).

### Silos S900

Wartości współczynników obciążenia granicznego  $\lambda_{\max}$  na rys. 5.25A wahały się od  $\lambda_{\max} = 2,9$  do  $\lambda_{\max} = 4,5$  dla silosu obciążonego naporem stycznym ( $\lambda = 4,7$  z LBA). Dla silosu obciążonego zarówno pionowym, jak i poziomym naporem działającym na ściany silosu („V+P”) graniczna wartość współczynnika  $\lambda$  wynosiła  $\lambda_{\max} = 14,2$  ( $\lambda = 14$  z LBA), natomiast przy dodatkowym obciążeniu lokalnym wystąpiło zmniejszenie  $\lambda_{\max}$  o 12% do  $\lambda_{\max} = 12,5$ . Maksymalny pokrytyczny spadek  $\lambda_{\max}$  wyniósł 3% dla przypadku obciążenia silosu „V” i „V+N+P”, natomiast dla stycznego i poziomego naporu działającego na ścianę („V+P”) wyniósł 25% (dla  $u = 250$  mm). W przypadku silosu bez imperfekcji geometrycznych, spadek wartości  $\lambda_{\max}$  wyniósł 5% dla obciążenia „V” i 25% dla obciążenia „V+N”. Największy spadek  $\lambda_{\max}$  z początkowymi imperfekcjami geometrycznymi dotyczył silosów obciążonych wyłącznie stycznym naporem dla ściany silosu. Współczynnik  $\lambda_{\max}$  został zmniejszony o 35% z  $\lambda_{\max} = 4,5$  do  $\lambda_{\max} = 2,9$ . W przypadku silosów obciążonych zarówno stycznym, jak i poziomym naporem na ściany silosu oraz obciążeniem lokalnym („V+N+P”), spadek  $\lambda_{\max}$  był pomijalny (niezależnie od zastosowania w analizie imperfekcji geometrycznych). Współczynniki  $\lambda_{\max}$  dla modeli segmentu silosu ‘StripFix3C’ i ‘StripFix4C’ (rys. 5.25A) były zbliżone do współczynników uzyskanych dla modelu całego silosu ‘3D’ dla wszystkich przypadków obciążenia (rys. 5.25A).

Deformacja konstrukcji silosu (obciążenie „V”) dla  $\lambda_{\max}$  była podobna dla segmentu silosu oraz dla całej konstrukcji silosu ‘3D’ (rys. 5.25B). Deformacja silosu, zarówno w modelu silosu S600, charakteryzowała się wyboczeniem co drugiego słupa do wnętrza silosu i co drugiego słupa na zewnątrz (rys. 5.25B). Wyboczone słupy utworzyły dwie półfale wyboczeniowe w kierunku pionowym (w dolnej części konstrukcji).

### Silos S1600

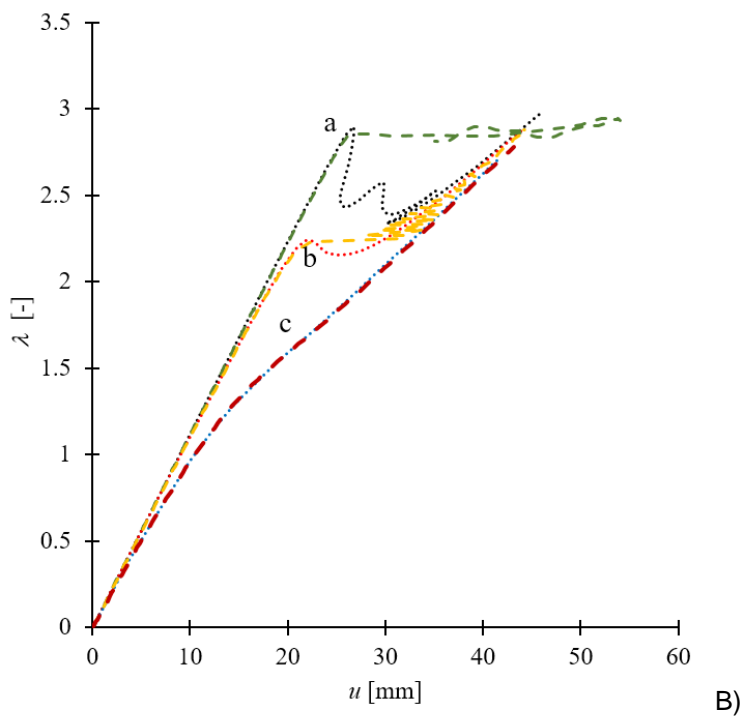
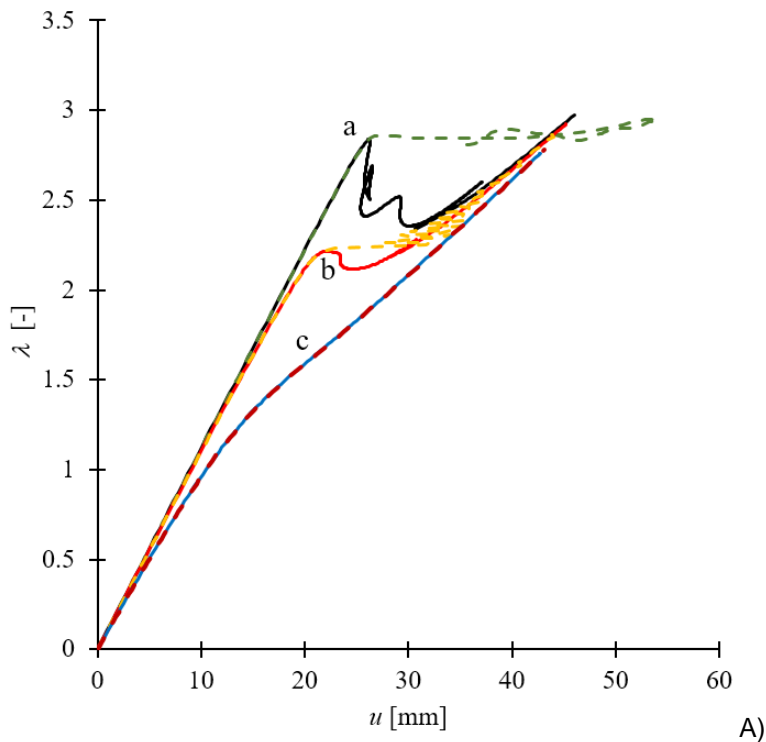
Graniczne wartości współczynników obciążenia  $\lambda_{\max}$  (rys. 5.26A) dla modelu całego silosu wynosiły od  $\lambda_{\max} = 1,8$  do  $\lambda_{\max} = 3,5$  ( $\lambda = 3,4$  z LBA). Największe różnice pomiędzy modelami segmentów silosu a modelami całego silosu ‘3D’ związane były z przypadkiem obciążenia („V”). Dla



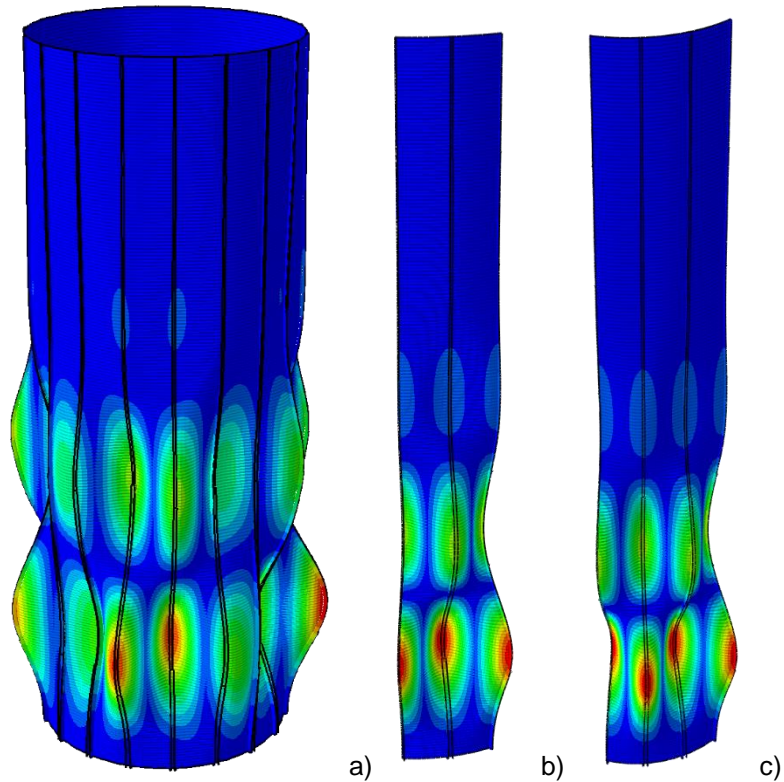
silosu obciążonego stycznym i poziomym naporem normalnym ścian oraz obciążeniem lokalnym („V+N+P”) współczynnik wynosił  $\lambda_{\max} = 7,6$  ( $\lambda = 8,2$  z LBA). Maksymalny pokrywczy spadek współczynnika  $\lambda_{\max}$  dla przypadków obciążeń „V+N” i „V+N+P” wyniósł 20% ( $u=250$  mm). W przypadku silosu bez imperfekcji geometrycznej spadek wartości współczynnika  $\lambda$  wynosił 3% dla „V” i 20% dla „V+N”. Największy spadek  $\lambda_{\max}$ , dla modeli z imperfekcjami geometrycznymi uzyskano dla silosów obciążonych stycznym naporem działającym na ściany silosu („V”) –  $\lambda_{\max}$  zmniejszyło się o około 50% od  $\lambda_{\max} = 3,5$  do  $\lambda_{\max} = 1,8$ ). W przypadku silosów obciążonych zarówno stycznym, jak i poziomym naporem działającym na ściany silosu oraz dodatkowym obciążeniem lokalnym („V+N+P”), spadek  $\lambda_{\max}$  był pomijalny. Dla modeli segmentów ścian silosu ‘StripFix3C’ i ‘StripFix4C’ (rys. 5.26A) współczynniki  $\lambda_{\max}$  były takie same jak dla modelu całego silosu 3D.

Kształt zdeformowanych segmentów silosu (obciążenie „V”) uzyskany dla  $\lambda_{\max}$ , był zbliżony do kształtu deformacji uzyskanej dla modelu całej konstrukcji silosu (rys. 5.26B). Deformacja całego silosu ‘3D’ charakteryzowała się wyboczeniem co drugiego słupa do wnętrza silosu, a co drugiego słupa na zewnątrz silosu (rys. 5.26B). Wyboczone słupy tworzyły 3–4 półfale wyboczeniowe wzdłuż ich wysokości w dolnej części konstrukcji.

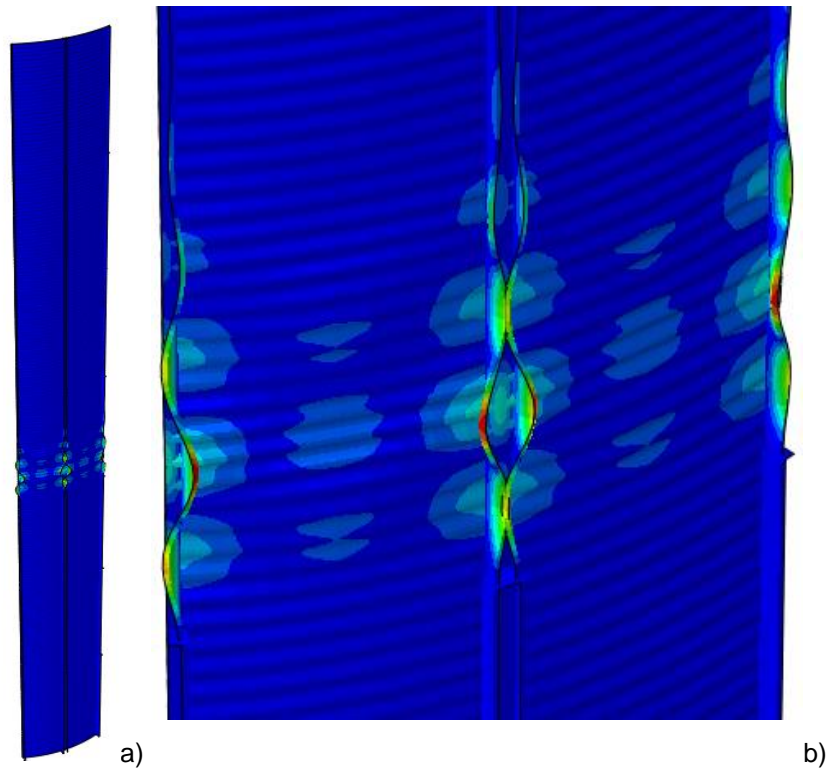
Wyniki nieliniowej analizy wyboczenia GNA dla modeli silosów z równoważnymi powłokami ortotropowymi (‘ortho-beam’) wykazały, że uproszczone modele segmentów silosu mogą być wykorzystane do określania globalnej nośności silosów na wyboczenie. Modele wszystkich segmentów silosu nieznacznie przeszacowały nośność dla niektórej liczby słupów po obwodzie (maksymalnie o 2% dla przypadku obciążenia „V”, 5% dla „V+N” w odniesieniu do modelu silosu ‘3D’). Dla przypadku obciążenia „V+N+P” (model silosu ‘3D’), współczynnik obciążenia był mniejszy o 0–20% w porównaniu z „V+N” (model segmentu silosu). To przeszacowanie nośności, można pominąć ze względu na pozytywny wpływ poziomego naporu normalnego działającego na ściany silosu oraz sztywności składowanego materiału sypkiego na wyboczenie silosu, które nie są uwzględniane w obliczeniach normowych.



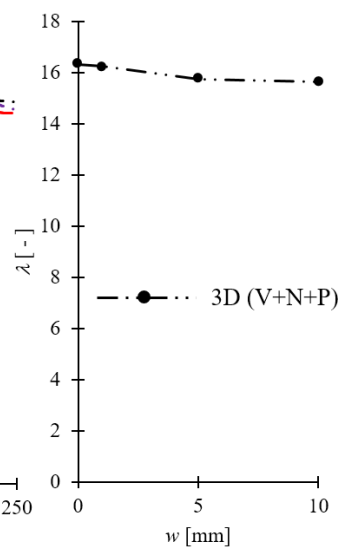
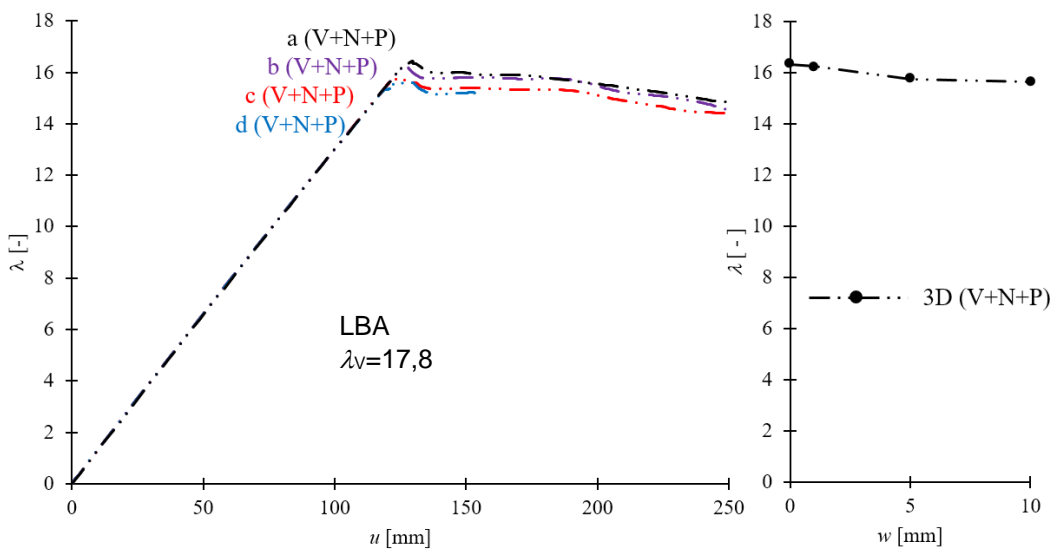
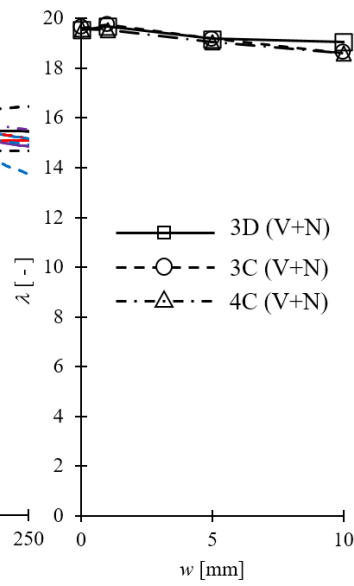
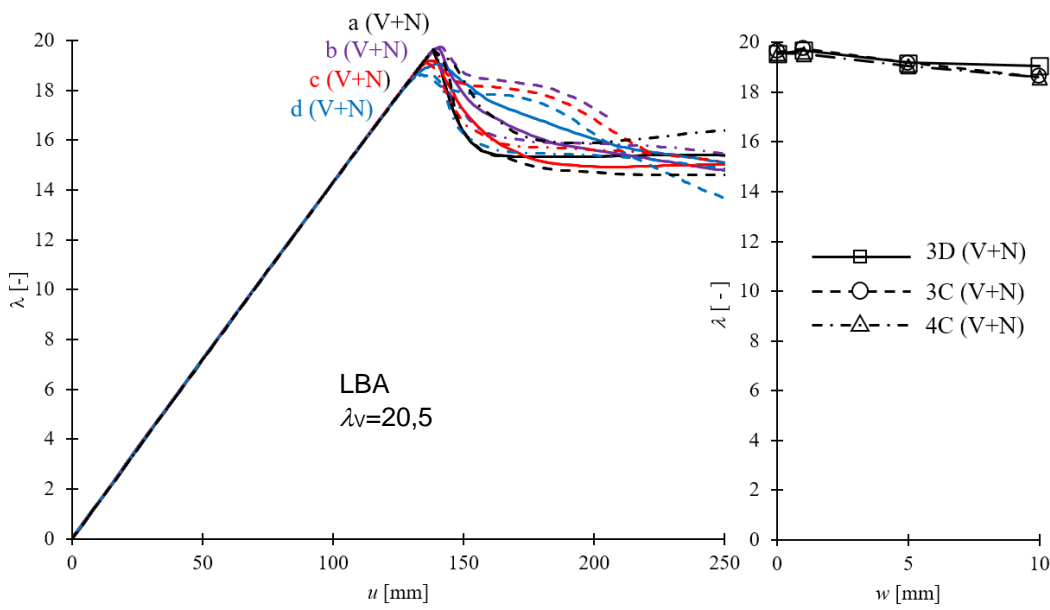
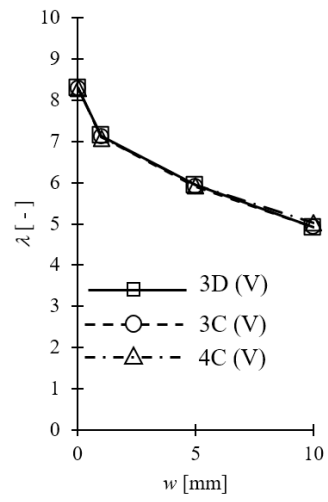
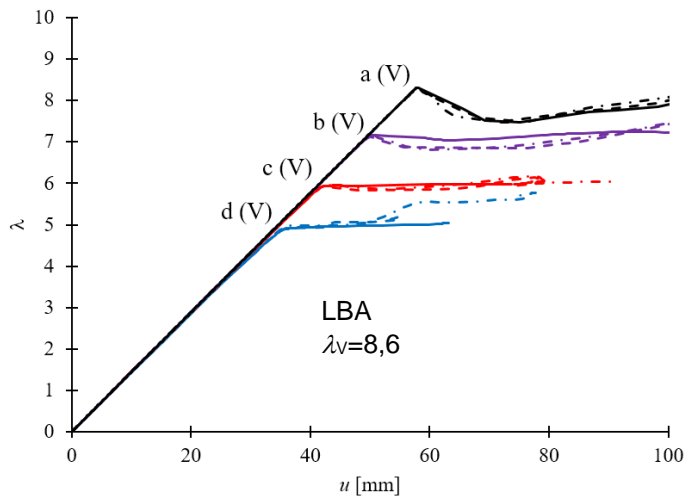
**Rys. 5.21:** Współczynnik  $\lambda$  odniesiony do reakcji pionowej od naporu stycznego w zależności od pionowego przemieszczenia  $u$  górnej krawędzi siłosu obliczony za pomocą nieliniowych analiz numerycznych MES (GNA/GNIA) dla ortotropowego modelu segmentu ściany siłosu S900 ('StripFix3C\_V'): analizy statyczne z początkowymi imperfekcjami geometrycznymi w kształcie pierwszej postaci wyboczenia LBA (linie ciągłe) ('A') i analiza statyczna z początkowymi imperfekcjami geometrycznymi w postaci deformacji siłosu przy współczynniku granicznym  $\lambda_{\max}$  z analiz dynamicznych (linie przerywane) ('B'), analiza dynamiczna z początkowymi imperfekcjami geometrycznymi w kształcie pierwszej postaci wyboczenia LBA (linie przerywane) o poziomej amplitudzie w: a)  $w = 10$  mm, b)  $w = 20$  mm i c)  $w = 50$  mm („A” i „B”).



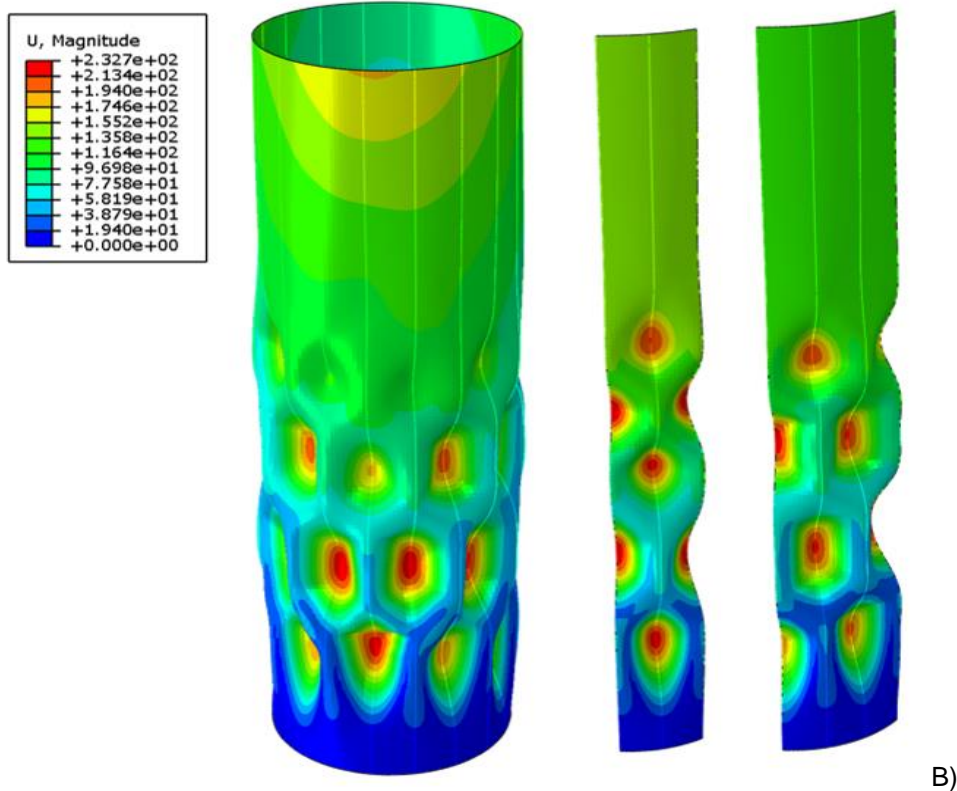
**Rys. 5.22:** Pierwsza globalna postać wyboczenia LBA silosu oraz jego segmentu (S600 z 18 słupami) (modele w pełni powłokowe '3D-shell') o zwiększonej grubości ścianki słupa do 20 mm i obciążonego naporem stycznym działającym na jego ściany ('V'): a) model całego silosu '3D', b) w model segmentu silosu 'StripFix3C' oraz c) model segmentu ściany 'StripFix4C'.



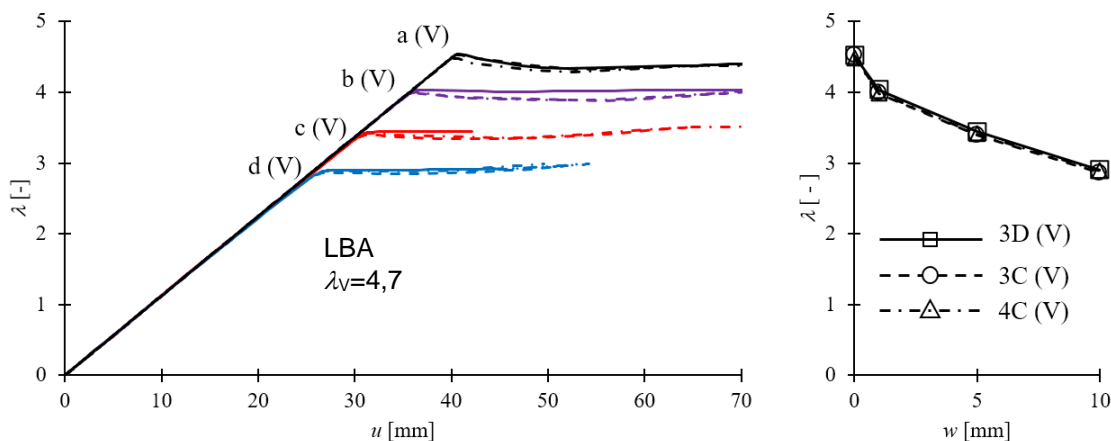
**Rys. 5.23:** Pierwsza postać wyboczeniowa LBA silosu S600 z 18 kolumnami (model segmentu 'StripFix3C') obciążony naporem stycznym działającym na ściany silosu („V”): a) widok 3D i b) powiększenie zdeformowanego obszaru.

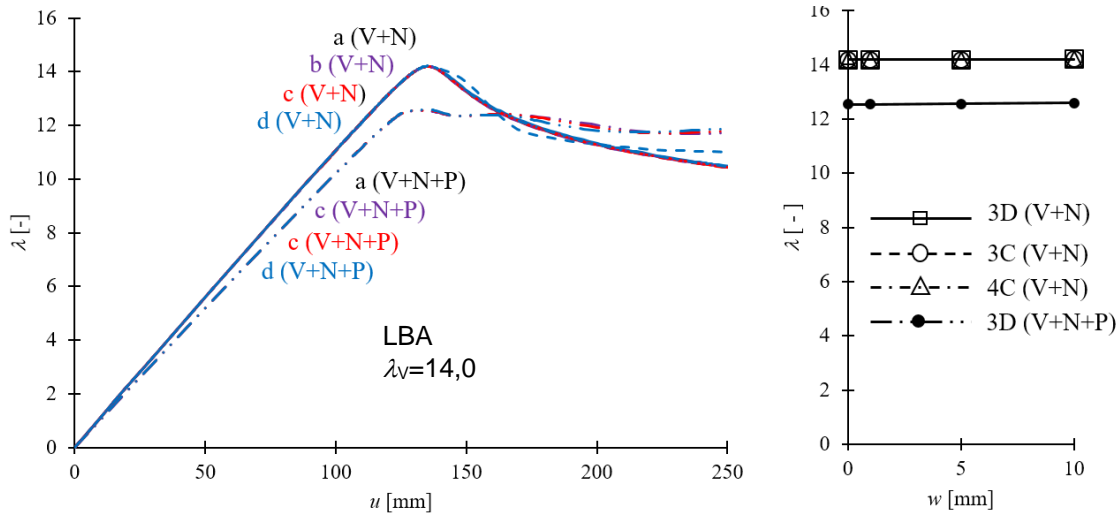


A)

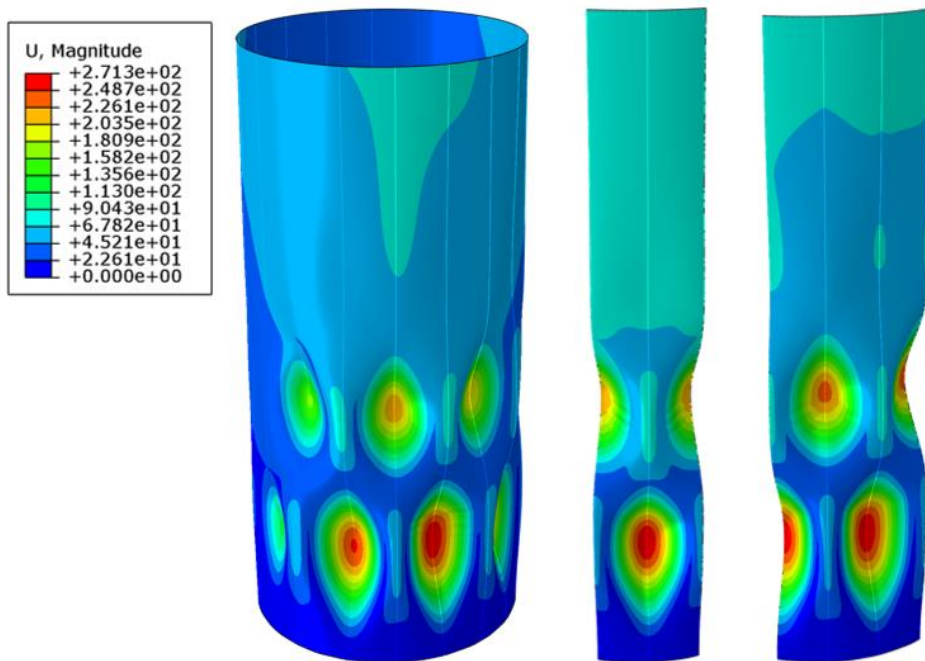


**Rys. 5.24:** Nieliniowa analiza dynamiczna MES (GNA/GNIA) silosu S600 (model 'ortho-beam') z początkowymi imperfekcjami geometrycznymi w postaci pierwszej postaci wybożenia LBA dla modelu '3D' (linia ciągła) i modeli segmentów silosu 'StripFix3C' (linia przerywana) i 'StripFix4C' (linia kropka-kreska): A) współczynnik reakcji podporowej  $\lambda$  w zależności od przemieszczenia pionowego  $u$  górnej krawędzi silosu dla amplitudy imperfekcji  $w$ : a)  $w = 0$  mm, b)  $w = 1$  mm, c)  $w = 5$  mm i d)  $w = 10$  mm oraz wpływ amplitudy imperfekcji  $w$  na maksymalny współczynnik  $\lambda$  zależnie od przypadku obciążenia („V”), („V+N”) i („V+N+P”) i B) deformacja silosu i jego segmentu dla maksymalnej wartości współczynnika  $\lambda$  (silo obciążony naporem stycznym („V”) z początkową amplitudą imperfekcji geometrycznej  $w = 1$  mm) (załączona skala oznacza przemieszczenia globalne  $u$  [mm]).



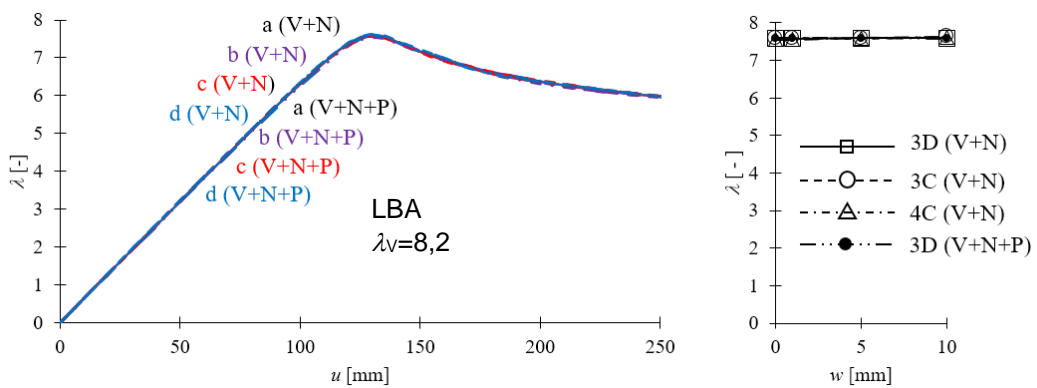
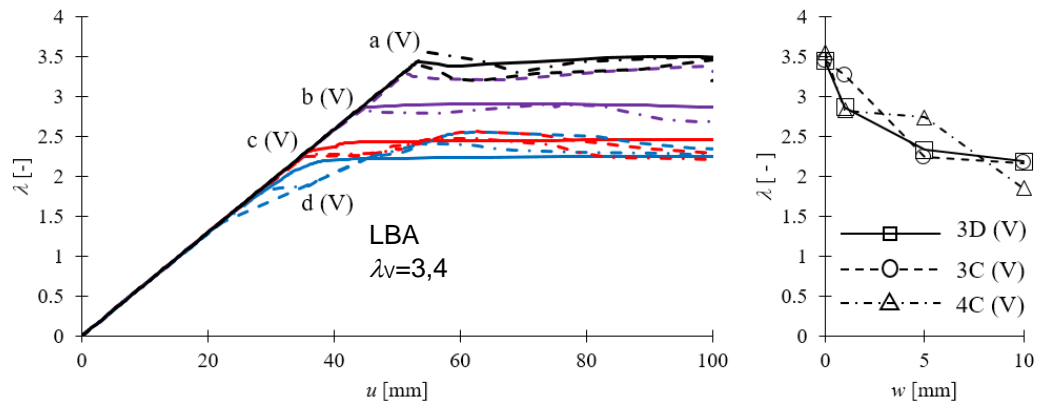


A)

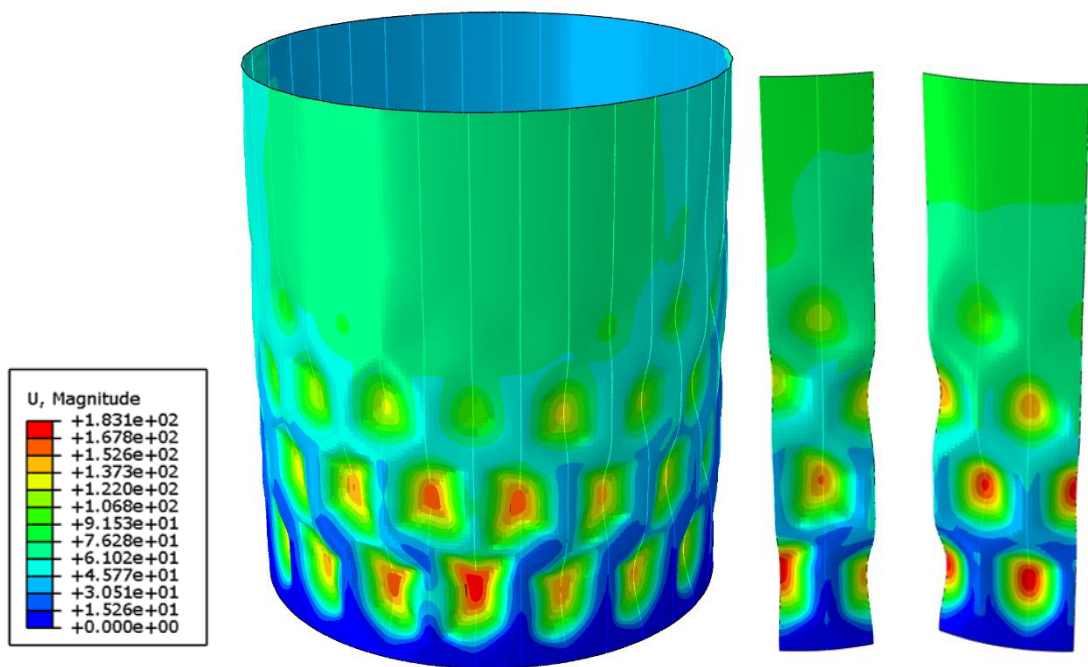


B)

**Rys. 5.25:** Nieliniowa analiza dynamiczna MES (GNA/GNIA) silosu S900 (model 'ortho-beam') z początkowymi imperfekcjami geometrycznymi w postaci pierwszej postaci wybożenia LBA dla modelu '3D' (linia ciągła) i modeli segmentów silosu 'StripFix3C' (linia przerywana) i 'StripFix4C' (linia kropka-kreska): A) współczynnik reakcji podporowej  $\lambda$  w zależności od przemieszczenia pionowego  $u$  górnej krawędzi silosu dla amplitudy imperfekcji  $w$ : a)  $w = 0$  mm, b)  $w = 1$  mm, c)  $w = 5$  mm i d)  $w = 10$  mm oraz wpływ amplitudy imperfekcji  $w$  na maksymalny współczynnik  $\lambda$  zależnie od przypadku obciążenia („V”), („V+N”) i („V+N+P”) i B) deformacja silosu i jego segmentu dla maksymalnej wartości współczynnika  $\lambda$  (siloś obciążony naporem stycznym („V”) z początkową amplitudą imperfekcji geometrycznej  $w = 1$  mm) (załączona skala oznacza przemieszczenia globalne  $u$  [mm]).



A)



B)

**Rys. 5.26:** Nieliniowa analiza dynamiczna MES (GNA/GNIA) silosu S900 (model 'ortho-beam') z początkowymi imperfekcjami geometrycznymi w postaci pierwszej postaci wyboczenia LBA dla modelu '3D' (linia ciągła) i modeli segmentów silosu 'StripFix3C' (linia przerywana) i 'StripFix4C' (linia kropka-kreska): A) współczynnik reakcji podporowej  $\lambda$  w zależności od przemieszczenia pionowego  $u$  górnej krawędzi silosu dla amplitudy imperfekcji  $w$ : a)  $w = 0$  mm, b)  $w = 1$  mm, c)  $w = 5$  mm i d)  $w = 10$  mm oraz wpływ amplitudy imperfekcji  $w$  na maksymalny współczynnik  $\lambda$  zależnie od przypadku obciążenia („V”), („V+N”) i („V+N+P”) i B) deformacja silosu i jego segmentu



dla maksymalnej wartości współczynnika  $\lambda$  (silos obciążony naporem stycznym („V”) z początkową amplitudą imperfekcji geometrycznej  $w = 1$  mm) (załączona skala oznacza przemieszczenia globalne  $u$  [mm]).

#### 5.4.4.2 Wyniki analiz numerycznych dla szczegółowego modelu powłokowego ‘3D-shell’

Nieliniowe dynamiczne analizy nośności wyboczeniowej (GNA) przeprowadzono w niniejszym rozdziale wyłącznie dla silosu S600 (rys. 5.2b). W analizach uwzględniono dodatkowo nieliniowość fizyczną (GMNA/GMNIA). Dla modelu całego silosu obciążonego naporem stycznym działającym na pionową ścianę, maksymalna wartość współczynnika obciążenia wyniosła  $\lambda_{\max} = 4,0 - 6,8$  (model szczegółowy ‘3D-shell’), natomiast dla modelu z równoważną powłoką ortotropową (‘ortho-beam’) współczynnik  $\lambda_{\max} = 5,0 - 8,3$  (różnica 20%) (rys. 5.27A). Różnice spowodowane były różną formą wyboczenia, tj. wyboczenie lokalne dla modelu w pełni powłokowego (rys. 5.27B). Współczynnik obciążenia  $\lambda_{\max}$  dla obciążenia „V+N” (rys. 5.27A) był o 60% niższy niż dla modelu ‘ortho-beam’ ( $\lambda_{\max} = 7,7 - 8,1$  w porównaniu z  $\lambda_{\max} = 18,5 - 19,5$  dla modelu z równoważną powłoką ortotropową). Pokrytyczny spadek wartości  $\lambda_{\max}$  dla obciążenia „V” był nieznaczny, dla silosu z początkowymi imperfekcjami geometrycznymi ( $w = 10$  mm,  $w = 20$  mm), natomiast dla silosu bez imperfekcji geometrycznych współczynnik obciążenia  $\lambda_{\max}$  został zredukowany o 20%. Zarówno dla przypadku obciążenia „V” jak i przypadku obciążenia „V+N” spadek współczynnika  $\lambda_{\max}$  wyniósł do 18% (określono dla przemieszczenia górnej krawędzi silosu  $u = 90$  mm). Największy spadek współczynnika  $\lambda_{\max}$  uzyskano dla silosu bez imperfekcji geometrycznych, obciążonego tylko naporem stycznym („V”) (rys. 5.27A). W tym przypadku, współczynnik obciążenia  $\lambda_{\max}$  został zredukowany o 45% z  $\lambda_{\max} = 6,8$  do  $\lambda_{\max} = 4$ . Dla silosu obciążonego zarówno naporem stycznym, jak i naporem normalnym spadek  $\lambda_{\max}$  był nieznaczny (6%). W tym przypadku, deformacja zniszczenia związana była z lokalnym wyboczeniem ścianek słupa (rys. 5.27Ba). Współczynniki obciążenia  $\lambda_{\max}$  dla modeli segmentów silosu były w większości przypadków średnio nieco niższe (o 5%) w porównaniu z modelem całego silosu (rys. 5.27A). Natomiast dla przypadku obciążenia „V+N”,  $w = 0-1$  mm) współczynniki  $\lambda_{\max}$  były nieco wyższe (o 2%) w porównaniu z modelem całego silosu.

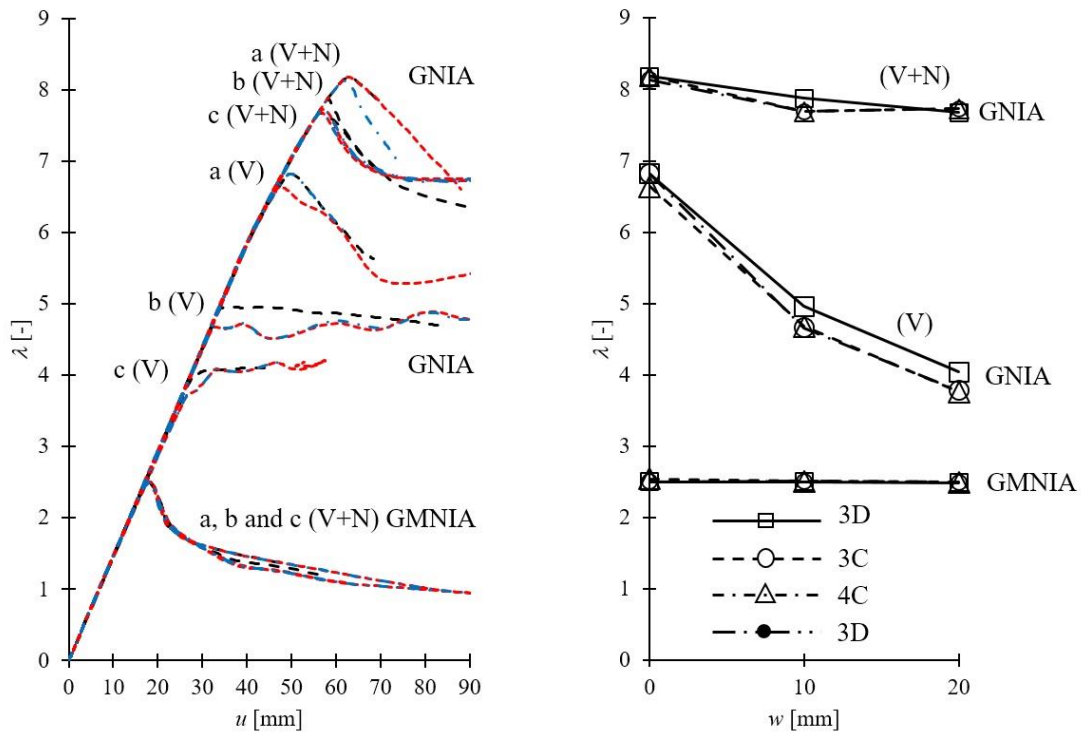
W przypadku modeli segmentów silosu, co drugi słup silnie wyboczył się do wnętrza silosu, natomiast co drugi słup nieznacznie wyboczył się na zewnątrz silosu (rys. 5.27Bb i Bc). W kierunku pionowym, największe wartości przemieszczeń słupów były skierowane do wewnątrz silosu, występując na przemian w sąsiednich słupach wzdłuż wysokości. Te naprzemienne przesunięcie deformacji słupa wystąpiło również w modelu całego silosu ‘3D-shell’, gdzie jeden z trzech słupów wyboczył się do wnętrza silosu. Wyniki uzyskane dla modeli w pełni powłokowych (model szczegółowy ‘3D-shell’) potwierdziły, że modele segmentów silosu, opisane powłokowymi elementami skończonymi dla ścian oraz dla słupów, mogą być wykorzystywane do obliczeń MES lokalnego i globalnego wyboczenia silosu bez potrzeby analizy całej konstrukcji.

Graniczny współczynnik obciążenia w silosach zależy od granicy plastyczności materiału konstrukcyjnego. Ten problem jest niezależnie analizowany w EC3 [4] (wzór (3.12)). Plastyczność materiału została uwzględniona w niniejszych analizach numerycznych (GMNA/GMNIA) dla szczegółowego, powłokowego modelu płaszcza silosu (silos S600), przyjmując obciążenie „V+N” oraz początkową amplitudę imperfekcji geometrycznej  $w=0-20$  mm (rys. 5.27). Analizy wykazały, że dla

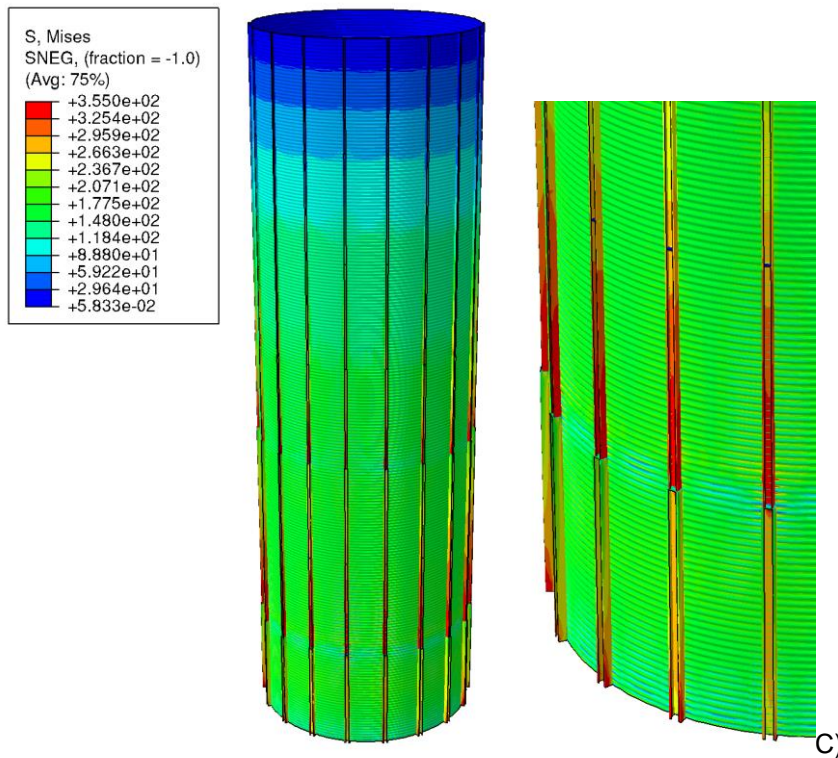
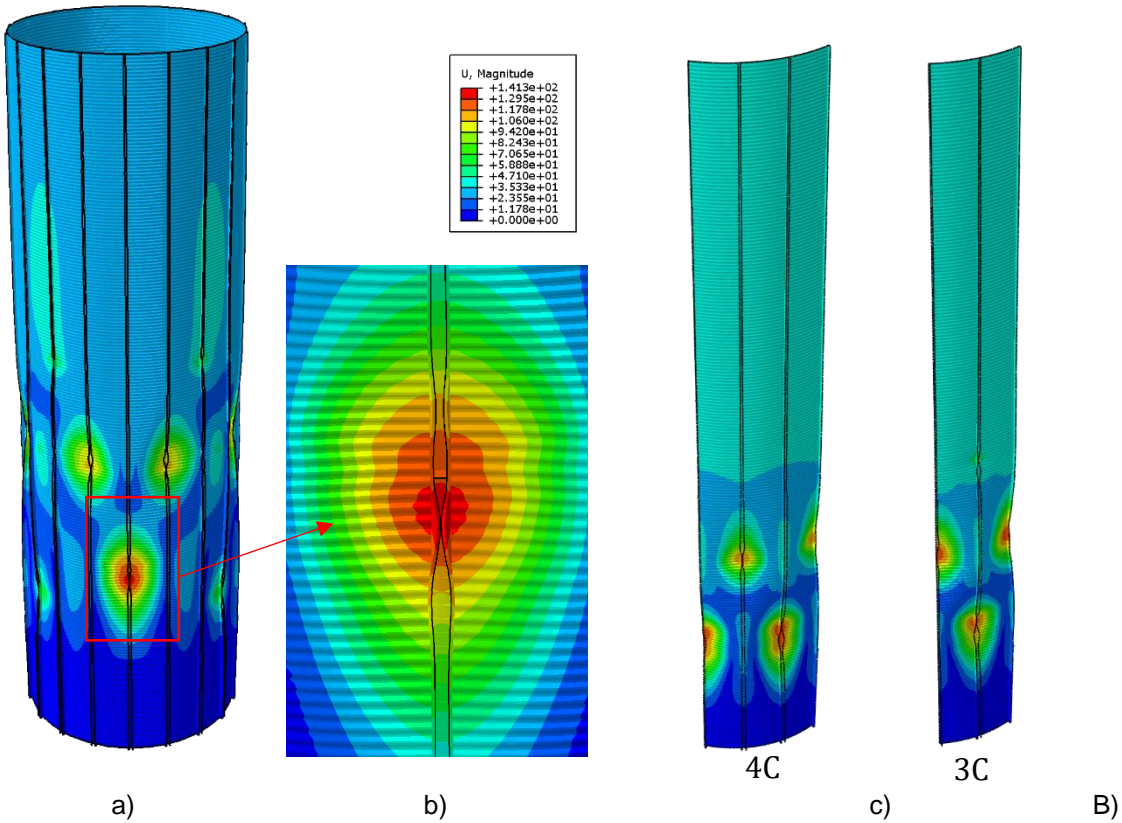


rozpatrywanego przypadku, amplituda początkowych imperfekcji geometrycznych  $w$ , nie miała wpływu na zmianę współczynnika obciążenia granicznego  $\lambda_{max}$  (GMNA/GMNIA). Maksymalny współczynnik obciążenia, był około 3 razy niższy niż w GNA (rys. 5.27A). Graniczne wartości współczynnika obciążenia  $\lambda_{max}$ , uzyskane dla modeli segmentów silosu, były prawie takie same jak dla modelu całego silosu (GMNA/GMNIA) (rys. 5.27A). W analizach GMNA/GMNIA charakter zniszczenia konstrukcji związany był bezpośrednio z uplastycznieniem przekroju słupów (rys. 5.27C).

Ostatecznie, symulacje wyboczenia (GNA) przeprowadzono dla modelu z równoważną powłoką ortotropową ('ortho-beam') oraz dla szczegółowego modelu powłokowego ('3D-shell') z sztucznie zwiększoną grubością ścianek słupów silosu w celu całkowitego wyeliminowania efektu wyboczenia lokalnego (rys. 5.28). Maksymalne wartości obciążenia granicznego oraz postaci wyboczenia były podobne dla dwóch typów modeli silosów (rys. 5.28A) (maksymalne różnice  $\lambda_{max}$  wynosiły od 1,2% do 13,3%). Uzyskane postaci wyboczenia były również ze sobą zgodne (rys. 5.28B).

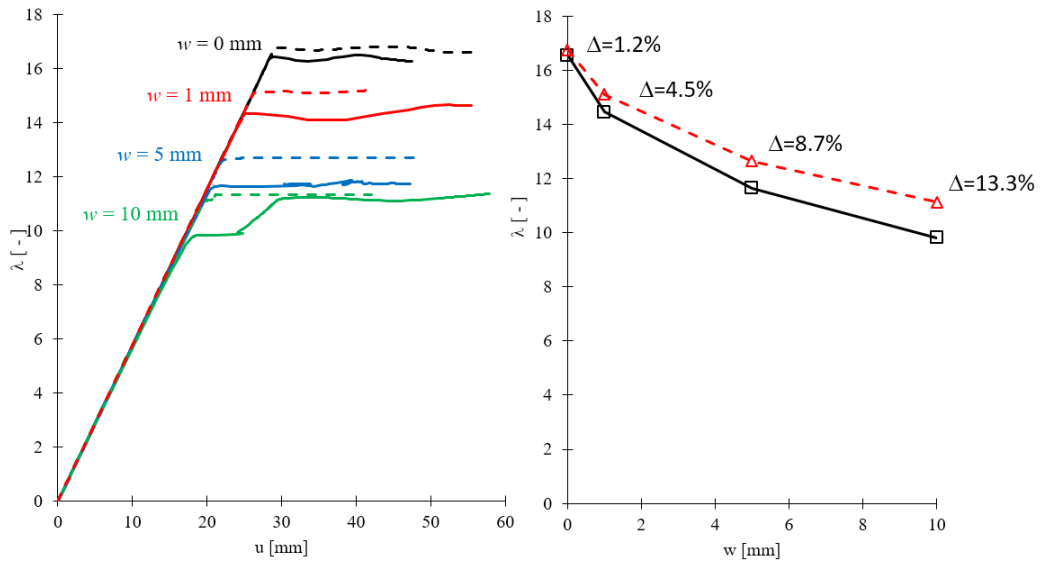


A)

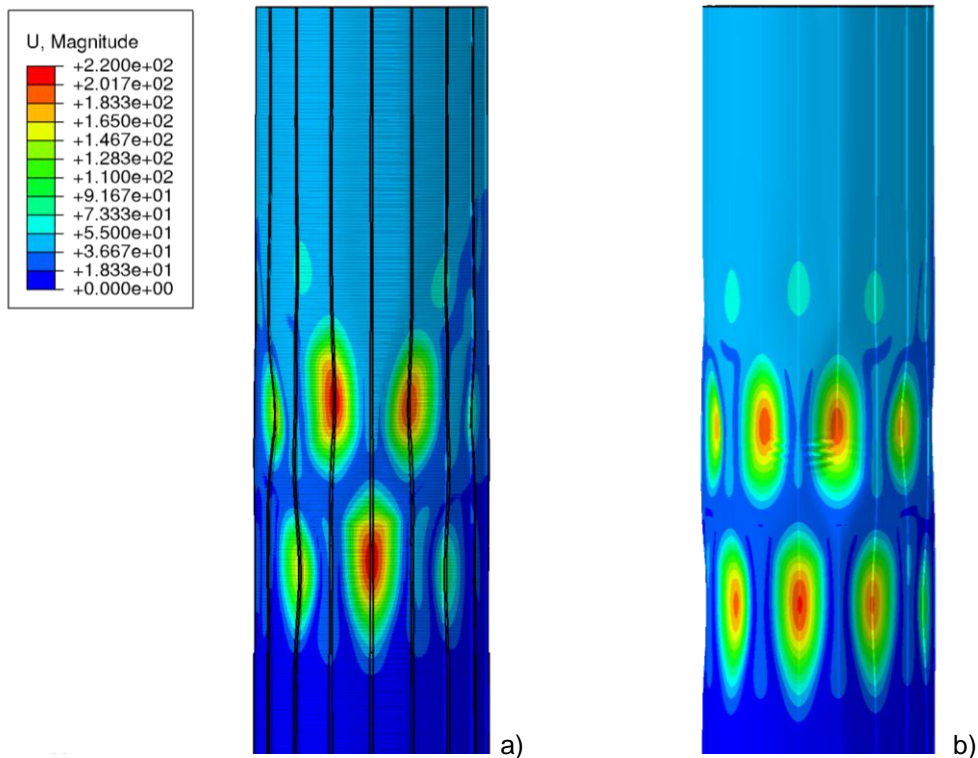


**Rys. 5.27:** Wyniki nieliniowej analizy dynamicznej MES silosu S600 z początkowymi imperfekcjami geometrycznymi w kształcie pierwszej postaci wyboczenia LBA dla modeli powłokowych silosu '3D' (linia ciągła) oraz modeli powłokowych segmentów silosu 'StripFix3C' (linia przerywana) i 'StripFix4C' (linia przerywana) ): A) całkowity współczynnik reakcji pionowej  $\lambda$  w zależności od przemieszczenia pionowego  $u$  górnej krawędzi silosu dla amplitudy imperfekcji poziomej w równej: a)  $w = 0$  mm, b)  $w = 10$  mm i c)  $w = 20$  mm oraz wpływ amplitudy imperfekcji w na graniczną wartość współczynnika obciążenia dla silosu z obciążeniami ('V') i ('V+N') (GNA/GNIA) i (GMNA/GMNIA), B) deformacja silosu i segmentu silosu dla  $\lambda_{max}$  (silos obciążony naporem stycznym ('V' )

z początkową amplitudą imperfekcji geometrycznej  $w = 10 \text{ mm}$  (GNIA) (załączona skala oznacza przemieszczenia globalne  $u$  [mm] i C) deformacja siłosu z naprężeniami von Misesa [MPa] dla  $\lambda_{\max}$  (siłos obciążony naporem stycznym i normalnym („V+N”) z początkową amplitudą imperfekcji geometrycznej  $w = 10 \text{ mm}$  (GMNIA).



A)



B)

**Rys. 5.28:** Wyniki nieliniowych analiz dynamicznych MES siłosu S600 (GNA/GNIA) z sztucznie zwiększonymi grubościami ścianek słupów oraz z początkowymi imperfekcjami geometrycznymi w kształcie pierwszej postaci wybożenia dla modelu powłokowego '3D-shell' (linia ciągła) oraz dla modelu z równoważną powłoką ortotropową 'ortho-beam' (linia przerywana) z obciążeniem wg przypadku „V”: A) współczynnik reakcji pionowej  $\lambda$  w zależności od przemieszczenia pionowego  $u$  górnej krawędzi siłosu dla amplitudy imperfekcji  $w$ : a)  $w = 0 \text{ mm}$ , b)  $w = 1 \text{ mm}$ , c)  $w = 5 \text{ mm}$  i d)  $w = 10 \text{ mm}$  oraz wpływ amplitudy imperfekcji  $w$  na maksymalną wartość współczynnika  $\lambda$  oraz B) deformacja siłosu (widok z boku) z początkową amplitudą imperfekcji geometrycznej  $w = 1 \text{ mm}$ : a) model powłokowych '3D-shell' oraz b) model z równoważną powłoką ortotropową 'ortho-beam' (załączona legenda dotyczy globalnych przemieszczeń  $u$  [mm],  $\Delta$  - różnica).

#### 5.4.5 Wnioski

Na podstawie przeprowadzonych liniowych analiz wyboczeniowych (LBA) oraz nieliniowych analiz MES (GNA/GNIA i GMNA/GMNIA) można wyciągnąć następujące wnioski dla konstrukcji stalowych cylindrycznych silosów wykonanych z blachy falistej wzmocnionych pionowymi cienkościennymi słupami:

- Wyniki MES uzyskane dla uproszczonych modeli segmentów silosu były bardzo zbliżone do wyników analizy 3D dla całego silosu w pełnym zakresie rozstawu słupów po obwodzie w analizach liniowych oraz nieliniowych. Tak więc, uproszczone modele MES mogą być wykorzystywane w praktyce inżynierskiej ze względu na znacznie mniejszą liczbę elementów skończonych i krótszy czas obliczeń. Są dużo bardziej realistyczne niż procedury normowe.
- Współczynnik obciążenia wyboczeniowego  $\lambda$  dla modeli segmentów ściany 'StripFix3C' i 'StripFix4C' był zgodny z wynikami wyboczenia silosu '3D' w całym zakresie rzadkiego rozstawu słupów  $d_s$  (zakresy „1” i „2”) oraz w początkowej części zakresu „3”. W późniejszej części zakresu „3” nośność wyboczeniowa segmentów była nieco wyższa (o 5–10%) dla odpowiadającej liczby słupów  $n$ :  $n \geq 22$  ( $d_s \leq 0,76$  m) dla silosu S600,  $n \geq 27$  ( $d_s \leq 0,93$  m) dla silosu S900 i  $n \geq 37$  ( $d_s \leq 1,3$  m) dla silosu S1600.
- Postać wyboczenia LBA dla modelu 'StripFix3C' i 'StripFix4C', była zależna od rozstawu słupów oraz odpowiadała postaci wyboczenia całego silosu w zakresie „1” i „2” (w odniesieniu zarówno do wyboczeniowych półfal obwodowych, jak i wyboczeniowych półfal po wysokości). W zakresie „3” forma wyboczeniowa była porównywalna z formą wyboczeniową całego modelu silosu '3D' w poszczególnych fragmentach obwodu silosu.
- Do numerycznych badań globalnego wyboczenia silosów, można wykorzystać modele segmentów ścian z równoważną powłoką ortotropową z elementami belkowymi. Natomiast uwzględnienie lokalnego wyboczenia konstrukcji, wymaga zastosowania pełnego opisu powłokowego konstrukcji w modelach segmentów silosu.
- Oddziaływanie naporu normalnego na ściany silosu spowodowało dwu-/trzykrotny wzrost współczynnika obciążenia wyboczeniowego. Obecność obciążenia lokalnego zmniejszyła wytrzymałość na wyboczenie do 20%.
- Wpływ poziomej amplitudy początkowych imperfekcji geometrycznych na nośność wyboczeniową silosu był najwyższy dla silosów obciążonych jedynie naporem stycznym.

## 6 ANALITYCZNE WZORY DO OBLICZANIA SZTYWNOŚCI PODŁOŻA SPRĘŻYSTEGO K W METODZIE NORMOWEJ EC3B

Na podstawie przeprowadzonych analiz numerycznych opracowano analityczne wzory pozwalające w dokładniejszy sposób określić sztywność podłoża sprężystego w metodzie normowej dla rzadkiego rozstawu słupów EC3B (rozdział 3.2.2). Zaproponowane wzory dotyczą bezpośrednio definicji sztywności podłoża sprężystego  $K$  tj. sztywności zgięciowej ściany silosu w postaci blachy falistej. W odróżnieniu do podejścia normowego, ustalono trzy zakresy rozstawów słupów. Zakres metody normowej dla rzadkiego rozstawu słupów (gdzie  $d_s > d_{s,max}$ ) podzielono na zakres „1” dla bardzo rzadkiego rozstawu słupów i na zakres „2” dla rzadkiego rozstawu słupów. Zakres dla którego stosuje się podejście normowe oparte na teorii stateczności równoważnej płyty ortotropowej oznaczono jako „3” ( $d_s \leq d_{s,max}$ ). Podziału dokonano na podstawie analizy postaci wyboczeniowych uzyskanych na podstawie analizy LBA (Liniowa Analiza Stateczności) w rozdziale 5. Przykładowy wykres przedstawiający zależności nośności silosów od ich zmiennej liczby po obwodzie przedstawiono na rys. 5.14. Wykres przedstawia rozwiązanie w którym przyjęto stały przekrój słupów, nie zależnie od ich liczby po obwodzie (krzywa „b” na rys. 5.14) oraz zmienny przekrój słupów przy założeniu stałej masy konstrukcji, niezależnie od liczby słupów występujących w silosie (krzywa „a” na rys. 5.14).

### 6.1 Schemat łukowy ściany ‘StripPin’ [11]

Rozwiązanie zostało zaproponowane w opracowaniu [11] ze względu na zidentyfikowaną nieciągłość nośności na wyboczenie, określoną na podstawie Eurokodu 3 [4], widoczną wyraźnie w funkcji liczby słupów [8] (rys. 6.1). Ponieważ metoda ‘EC3A’, pozwala uzyskać satysfakcjonujące wyniki w porównaniu z analizą ‘MES 3D’ (rozdział 5) oraz [8], nieciągłość rozwiązania normowego, widoczna na rys. 6.1, spowodowana jest niedokładnością metody ‘EC3B’. Zaproponowane rozwiązanie, jest podobne co do założeń, do rozwiązania zawartego w poprawkach do normy [5]. W zaproponowanej procedurze przyjęto schemat statyczny w postaci łuku obejmującego dwa przęsła słupów, opartego przegubowo na jego końcach (założenia modelu ‘StripPin’ (rys. 5.1c)). W procedurze wzięto pod uwagę obwodową krzywiznę ściany silosu oraz składową związaną z jej ściskaniem obwodowym. Wyprowadzono następującą zależność dla sztywności równoważnej podpory sprężystej  $K$  [11]:

$$K = \frac{8 \cdot D_y}{Y}, \quad (6.1)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} Y = & r^3(2A_1 - 16X + 24A_1X^2 + 16B_1X) + \\ & + r^2(-4L + 3B_1L + 16Xf - 16LX^2 - 32A_1X^2f) + \\ & + r^2(8A_1LX - 16B_1Xf + 4B_1LX^2) + \\ & + r(A_1L^2 - 2L^2X + 16A_1X^2f^2 + 16LX^2f - 8A_1LXf) \end{aligned} \quad (6.2)$$

$$X = \frac{C_2 + C_3}{C_1}, \quad (6.3)$$

$$C_1 = 4Lf + r^2 \sin(2A_1) + 6A_1r^2 + 4A_1f^2 - 4Lr - 8A_1rf \quad (6.4)$$

$$C_3 = \frac{3r^2}{2} - 2r^2 \cos(A_1) - A_1Lr + Lr \sin(A_1) \quad (6.5)$$

$$A_1 = \arcsin\left(\frac{L}{2r}\right) \quad (6.6)$$

$$B_1 = \sqrt{1 - \frac{L^2}{4r^2}} \quad (6.7)$$

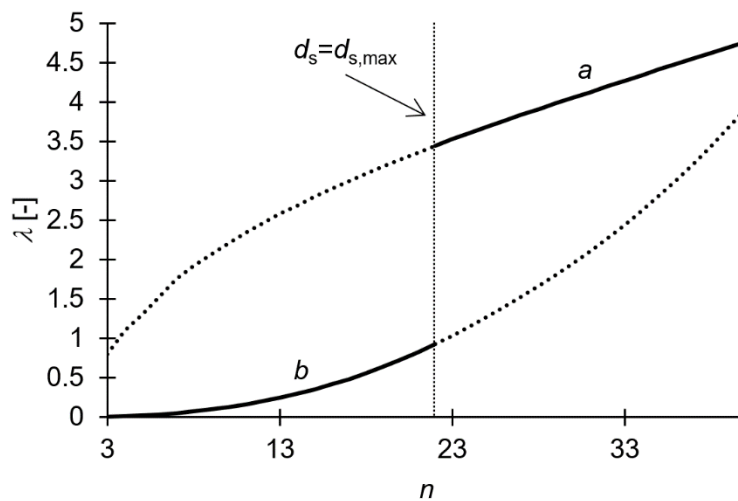
gdzie:

$D_y$  – sztywność zgięciowa blachy płaszczki silosu w kierunku sfałdowania (patrz. 3.2.1) wzory (3.9),

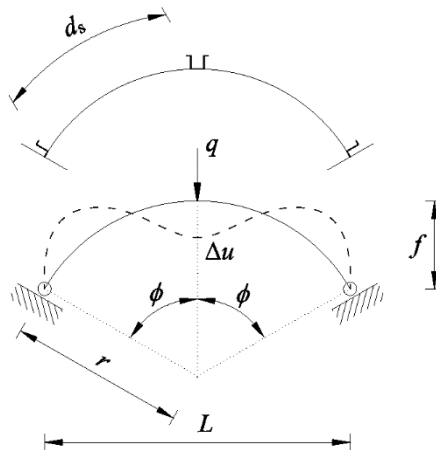
$L$  – rozstaw podpór w schemacie statycznym łuku obejmującego dwa przęsła ściany silosu (rys. 6.2),

$r$  – promień krzywizny ściany silosu (rys. 6.2),

$f$  – wysokość łuku (rys. 6.2).



**Rys. 6.1:** Normowa nośność silosu w zależności od liczby słupów (zgodnie z Eurokodem 3): a – metoda opierająca się na założeniach stateczności równoważnej powłoki ortotropowej 'EC3A' (rozdział 3.2.1), b – metoda oparta na założeniach stateczności słupa na podłożu sprężystym 'EC3B' (rozdział 3.2.2),  $d_s$  – rozstaw słupów i  $d_{s,max}$  - graniczny rozstaw słupów (wzór (3.2)).



**Rys. 6.2:** Łukowy schemat statyczny fragmentu ściany silosu obejmujący dwa przęsła pomiędzy słupami:  $q$  - jednostkowa siła wymuszająca przemieszczenie  $\Delta u$ ,  $r$  - promień krzywizny ściany silosu,  $L$  - rozstaw podpór w rozpatrywanym łuku i  $f$  - wysokość łuku ( $K = q / \Delta u$ ).

## 6.2 Schemat łukowy ściany 'StripFix' dla zakresu „1”

Na podstawie analizy postaci wyboczeniowych przedstawionych w rozdziale 5, zaproponowano schemat statyczny na podstawie którego można określić sztywność podłoża sprężystego w metodzie normowej dla bardzo rzadkiego rozstawu słupów (zakres „1” patrz rozdział 5). Zaobserwowano możliwość wykorzystania uniwersalnego schematu statycznego łuku, jako wycinka ściany silosu, umożliwiającą określenie sztywności podłoża sprężystego  $K$  w zakresach „1” i „2”. Na rys. 6.3a przedstawiono schemat statyczny, na podstawie którego określono sztywności metodzie przedstawionej w rozdziale 6.1 [11] ('StripPin') oraz w poprawionej metodzie normowej 'EC3B+' (omówiona w rozdziale 3.2.2). Na rys. 6.3b przedstawiono schemat statyczny łuku, jako fragmentu ściany silosu z warunkami brzegowymi zgodnymi z modelem 'StripFix' (rozdział 5.1.1), który można wykorzystać jednocześnie do zdefiniowania sztywności podłoża sprężystego  $K$  w zakresie „1” i w zakresie „2”. Sztywność podłoża sprężystego  $K$  wyprowadzono analitycznie Metodą Sił dla schematu przedstawionego na rys. 6.3c uwzględniającego asymetrię deformacji związanej z postacią wyboczenia w zakresie „1” (sztywność  $K$  obliczono z zależności  $K = q / \Delta u$  (rys. 6.3c)):

$$K = \frac{2 \cdot \delta_{22}}{\delta_{11} \cdot \delta_{22} - \delta_{12}^2}, \quad (6.8)$$

gdzie  $\delta_{11}$ ,  $\delta_{12}$  i  $\delta_{22}$  – przemieszczenia układu zastępczego w Metodzie Sił (rys. 6.3d):

$$\delta_{11} = r^3 \frac{5 \cdot n \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{n}\right) - \left(4 \cdot n \cdot \cos\left(\frac{\pi}{n}\right)^3 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{n}\right) + 6\pi\right)}{D_y \cdot n \cdot \left(\cos\left(\frac{4\pi}{n}\right) - 1\right)}, \quad (6.9)$$

$$\delta_{12} = r^3 \frac{n \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{n}\right) + \left(6\pi \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{n}\right) - 8 \cdot n \cdot \cos\left(\frac{\pi}{n}\right)^3 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{n}\right)\right)}{D_y \cdot n \cdot \left(\cos\left(\frac{4\pi}{n}\right) - 1\right)}, \quad (6.10)$$

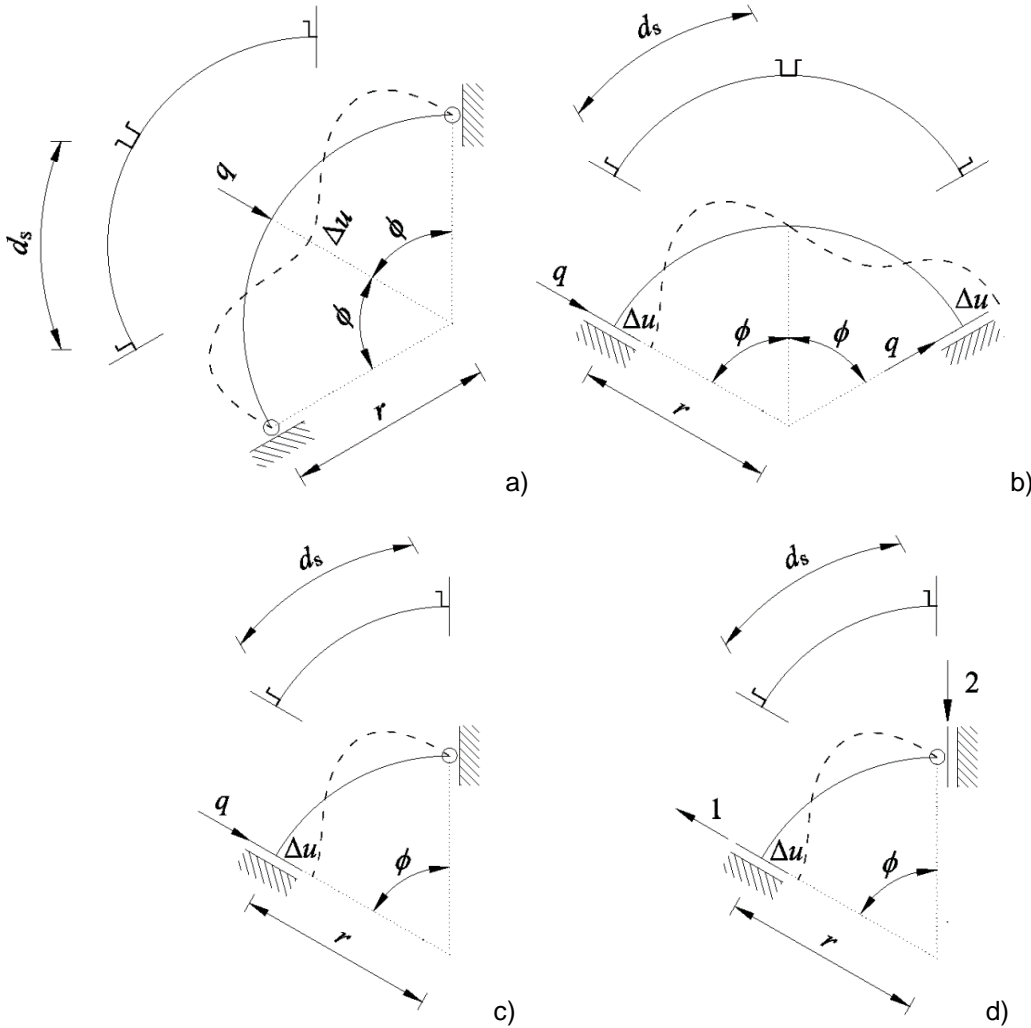
$$\delta_{22} = -3 \cdot r^3 \frac{n \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{n}\right) + \left(2\pi - 4 \cdot n \cdot \cos\left(\frac{\pi}{n}\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{n}\right)\right)}{D_y \cdot n \cdot \left(\cos\left(\frac{4\pi}{n}\right) - 1\right)} - \frac{2 \cdot r^3 \cdot \pi}{D_y \cdot n}, \quad (6.11)$$

gdzie:

$n$  – liczba pionowych słupów w silosie,

$r$  – promień krzywizny ściany silosu,

$D_y$  – sztywność zgięciowa blachy płaszczka silosu w kierunku sfałdowania (patrz. 3.2.1) wzory (3.9).



**Rys. 6.3:** Schematy statyczne łuku zawierającego dwa przęsła ściany silosu rozpięte pomiędzy dwoma słupami określone na podstawie analizy postaci wyboczeniowych silosów w zakresie „1”: a) model ‘StripPin’, b) model ‘StripFix’ z deformacją z zakresu „1” (przykładowa postać wyboczenia na rys. 5.5Bb), c) schemat statyczny ‘StripFix’ uwzględniający warunki asymetrii deformacji wyboczeniowej w zakresie „1” i d) układ zastępczy w Metodzie Sił ( $q$  - jednostkowa siła wymuszająca przemieszczenie  $\Delta u$ ,  $\phi$  - radialny rozstaw słupów i  $d_s$  – rozstaw słupów w silosie).



### 6.3 Schemat łukowy ściany 'StripFix' dla zakresu „2”

Postać wyboczenia w drugim przedziale (zakres '2') (rozdział 5) charakteryzowała się wyboczeniem wszystkich słupów po obwodzie silosu. Liczba pófal obwodowych była równa liczbie słupów (słupy silosu wyboczone na przemian do wewnątrz i na zewnątrz) (przykładową postać wyboczenia przedstawia rys. 5.5Bb). Przekrój poziomy postaci wyboczeniowej silosu, odpowiadał deformacji łukowego schematu statycznego ściany silosu z warunkami brzegowymi z rys. 5.1d (model 'StripFix'). Na rys. 6.4a przedstawiono schemat statyczny łuku jako fragmentu ściany silosu z warunkami brzegowymi zgodnymi z modelem 'StripFix' (rozdział 5.1.1), który wykorzystano do zdefiniowania sztywności podłoża sprężystego  $K$  w zakresie „2”. Sztywność podłoża sprężystego  $K$  wyprowadzono analitycznie Metodą Sił dla schematu przedstawionego na rys. 6.4b uwzględniając symetrię deformacji związanej z postacią wyboczenia w zakresie „2” (sztywność  $K$  obliczono z zależności  $K = q / \Delta u$  (rys. 6.4b):

$$K = \frac{(-2\delta_{12} + 2\delta_{11}) \cdot \delta_{33} + 2\delta_{13} \cdot \delta_{23} - 2\delta_{13}^2}{(\delta_{11} \cdot \delta_{22} - \delta_{12}^2) \cdot \delta_{33} + 2\delta_{12} \cdot \delta_{13} \cdot \delta_{23} - \delta_{11} \cdot \delta_{23}^2 - \delta_{13}^2 \cdot \delta_{22}}, \quad (6.12)$$

gdzie  $\delta_{11}$ ,  $\delta_{12}$ ,  $\delta_{13}$ ,  $\delta_{22}$ ,  $\delta_{23}$  i  $\delta_{33}$ , – przemieszczenia układu zastępczego w Metodzie Sił (rys. 6.4c):

$$\delta_{11} = r^3 \frac{5 \cdot n \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{n}\right) - \left(4 \cdot n \cdot \cos\left(\frac{\pi}{n}\right)^3 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{n}\right) + 6\pi\right)}{D_y \cdot n \cdot \left(\cos\left(\frac{4\pi}{n}\right) - 1\right)}, \quad (6.13)$$

$$\delta_{12} = r^3 \frac{n \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{n}\right) + \left(6\pi \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{n}\right) - 8 \cdot n \cdot \cos\left(\frac{\pi}{n}\right)^3 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{n}\right)\right)}{D_y \cdot n \cdot \left(\cos\left(\frac{4\pi}{n}\right) - 1\right)}, \quad (6.14)$$

$$\delta_{13} = -\frac{2 \cdot r^2 \cdot \pi}{D_y \cdot n \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{n}\right)} + \frac{r^2}{D_y}, \quad (6.15)$$

$$\delta_{22} = -3 \cdot r^3 \frac{n \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{n}\right) + \left(2\pi - 4 \cdot n \cdot \cos\left(\frac{\pi}{n}\right)^3 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{n}\right)\right)}{D_y \cdot n \cdot \left(\cos\left(\frac{4\pi}{n}\right) - 1\right)} - \frac{2 \cdot r^3 \cdot \pi}{D_y \cdot n}, \quad (6.16)$$

$$\delta_{23} = \frac{r^2 \left(\frac{2\pi}{n} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{n}\right) - \sin\left(\frac{2\pi}{n}\right)\right)}{D_y \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{n}\right)}, \quad (6.17)$$

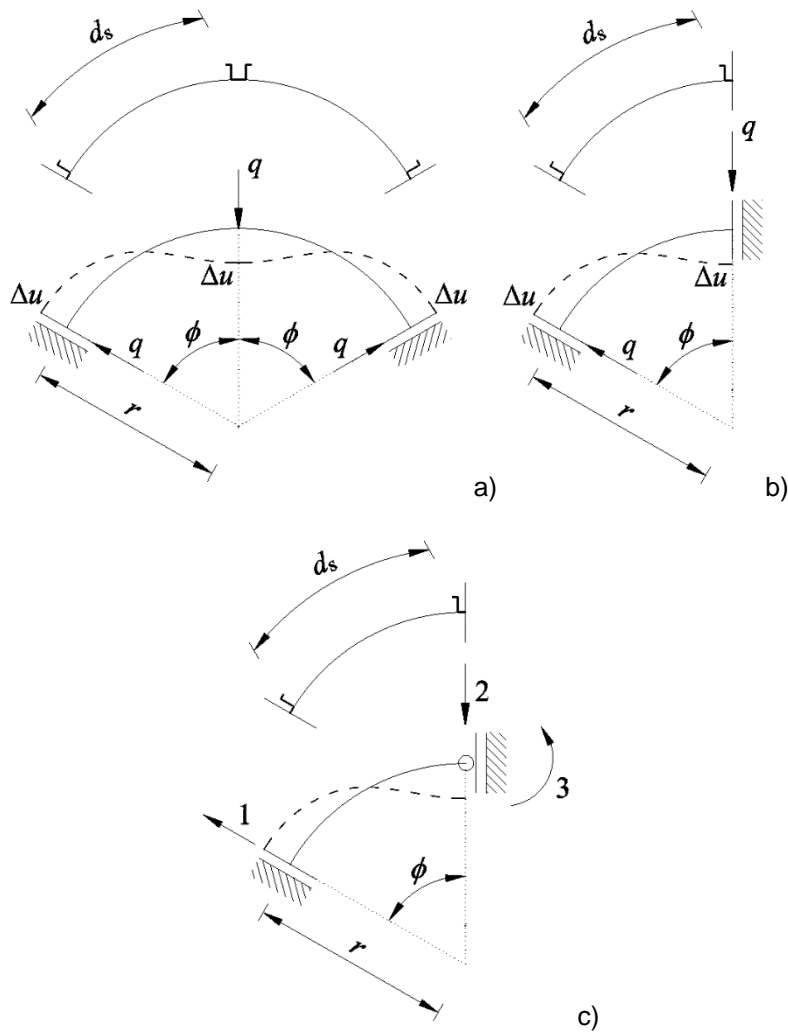
$$\delta_{22} = \frac{2\pi \cdot r}{D_y \cdot n}, \quad (6.18)$$

gdzie:

$n$  – liczba pionowych słupów w silosie,

$r$  – promień krzywizny ściany silosu,

$D_y$  – sztywność zgięciowa blachy płaszczka silosu w kierunku sfałdowania (patrz. 3.2.1) wzory (3.9).



**Rys. 6.4:** Schematy statyczne łuku zawierającego dwa przęsła ściany silosu rozpięte pomiędzy dwoma słupami określone na podstawie analizy postaci wyboczeniowych silosów w zakresie „2”: a) model ‘StripFix’ z deformacją z zakresu „1” (przykładowa postać wyboczenia na rys. 5.5Bb), c) schemat statyczny ‘StripFix’ uwzględniający warunki symetrii deformacji wyboczenia w zakresie „2” i d) układ zastępczy w Metodzie Sił ( $q$  - jednostkowa siła wymuszająca przemieszczenie  $\Delta u$ ,  $\phi$  - radialny rozstaw słupów i  $d_s$  - rozstaw słupów w silosie).

## 7 BADANIA DOŚWIADCZALNE

### 7.1 Wprowadzenie

W rozdziale przedstawiono wyniki eksperymentów i analiz MES dla wyboczenia pojedynczego słupa silosu w skali laboratoryjnej oraz w rzeczywistym silosie. Badania laboratoryjne przeprowadzono dla ściskanego słupa z blachą falistą oraz dla porównania bez blachy falistej. Doświadczenia dotyczące wyboczenia słupa w rzeczywistym silosie przeprowadzono dla silosu pustego oraz dla silosu napełnionego pszenicą. W pierwszym etapie porównano wyniki doświadczenia z wynikami normowymi określonymi na podstawie Eurokodu 3 [4] i [5]. Następnie przeprowadzono symulację numeryczną uzyskanych wyników doświadczeń w skali laboratoryjnej i naturalnej za pomocą nieliniowych analiz MES, w których uwzględniono początkowe imperfekcje geometryczne na podstawie pomiarów geodezyjnych pustego silosu lub liniowej analizy wyboczenia (LBA). Analizy MES rzeczywistego silosu dodatkowo uwzględniały obecność materiału sypkiego, który symulowano przy użyciu dwóch różnych liniowych modeli sprężystych, tj. podłoża Winklera-Pasternaka oraz elementów bryłowych znajdujących się wewnątrz silosu. Wyniki numeryczne wykazały zadowalającą zgodność w porównaniu z doświadczeniami, zwłaszcza dla pustego silosu. Wyniki numeryczne i eksperymentalne w rzeczywistym silosie różniły się od wyników normowych (Eurokod 3 [4], [5]).

Innowacyjnymi elementami badań są: 1) wyniki doświadczenia dla pojedynczego słupa w silosie z blachy falistej w skali naturalnej w porównaniu z numerycznymi nieliniowymi wynikami nośności wyboczeniowej (w literaturze naukowej brakuje podobnych wyników eksperymentalnych) oraz 2) uwzględnienie materiału składowanego w silosie w analizach MES, który pozytywnie wpływa na nośność wyboczeniową silosu (aspekt ten nie jest uwzględniony w procedurach normowych).

### 7.2 Stanowiska badawcze

#### 7.2.1 Pojedynczy słup z blachą falistą w skali laboratoryjnej

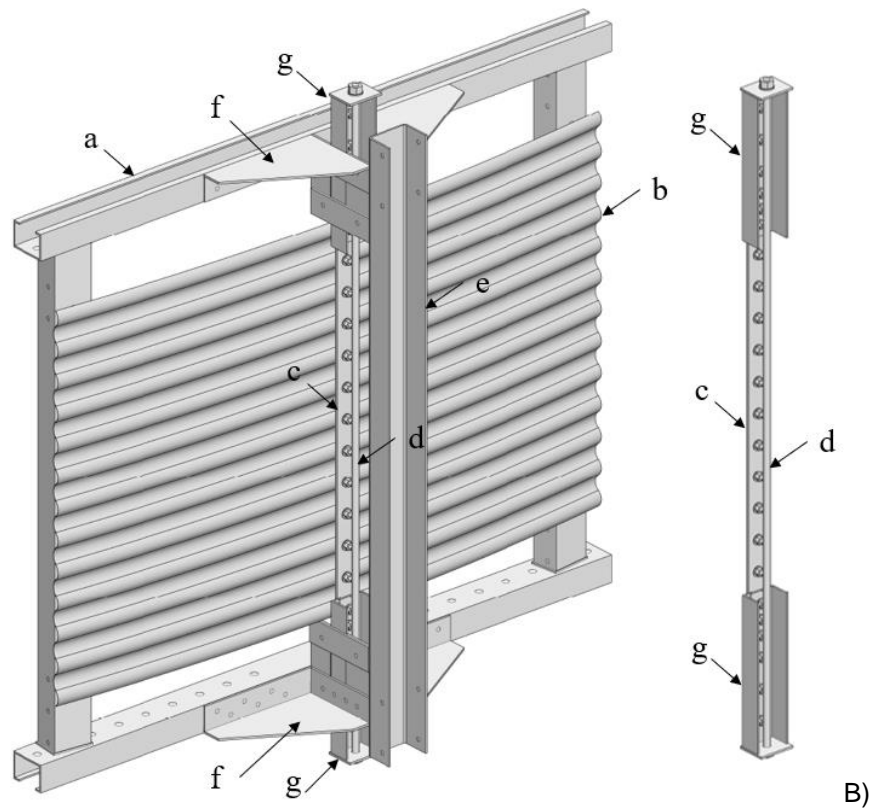
Celem przeprowadzonych badań laboratoryjnych, była ocena nośności wyboczeniowej pojedynczego słupa z blachą falistą w porównaniu z nośnością słupa bez blachy falistej pod działaniem ściskającej siły skupionej. Badania laboratoryjne obejmowały dwa przęsła płaszcza silosu o łącznej szerokości 1600 mm (przy rozstawie słupów 800 mm) i wysokości 1588 mm (rys. 7.1 i 7.2). Promień krzywizny blachy falistej wynosił  $R = 6240$  mm. Podstawę stanowiska badawczego stanowiła stalowa rama, spoczywająca swobodnie na sztywnej posadzce, składająca się z ceowników o wysokości przekroju poprzecznego 150 mm i grubości ścianki 4 mm „a” (rys. 7.1). Rama stanowiła podporę dla skrajnych krawędzi blachy falistej „b” (rys. 7.1). Połączenie blachy falistej z ramą stalową wykonano za pomocą śrub M10 w rozstawie 76 mm, na całej długości zewnętrznej krawędzi blachy (jak w rzeczywistych silosach). Badany słup stalowy „c” (rys. 7.1) wykonano z płaskownika stalowego o przekroju  $50 \times 6$  mm<sup>2</sup>. Przekrój słupa posiadał stosunkowo niską sztywność zgięciową w porównaniu z sztywnością zgięciową powszechnie stosowanych słupów w silosach z blachy falistej. Taki przekrój zastosowano w celu umożliwienia wyboczenia go pod stosunkowo małym obciążeniem. Słup połączono z blachą falistą na całej długości za pomocą łączników śrubowych M10 w rozstawie 76 mm. Siłę

ściskającą wprowadzano ręcznie do słupa w postaci płaskownika, za pomocą stalowego ściągu gwintowanego M16 „d”, przymocowanego do skrajnych profili „g” (rys. 7.1), połączonych z płaskownikiem na jego końcach. Skrajne węzły „f” (rys. 7.1), stanowiły sztywne podparcie ściskanego płaskownika, umożliwiając swobodę przemieszczeń wzdłuż działania obciążenia. W celu ograniczenia rotacji skrajnych węzłów, zastosowano dodatkowy ceownik usztywniający „e” (rys. 7.1). Ściskany płaskownik przymocowano z obu stron do węzłów „f” (rys. 7.1), które w obliczeniach statycznych zastąpiono podporami sprężystymi.

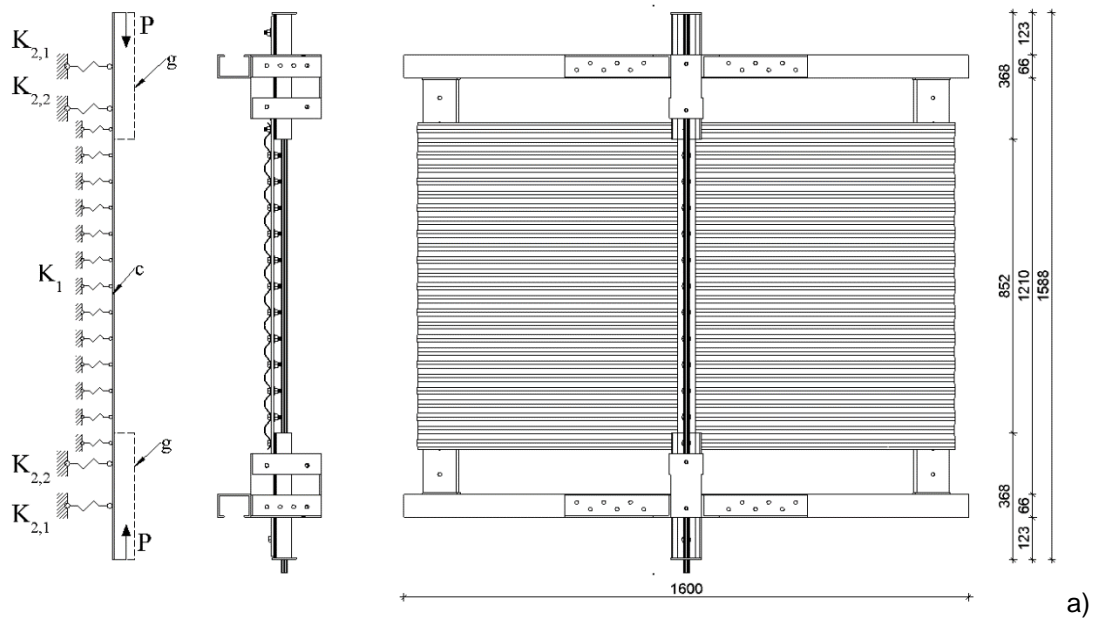
Wprowadzane obciążenie osiowe do płaskownika, kontrolowano mierząc odkształcenie ściągu za pomocą tensometrów elektrooporowych o rezystancji  $120 \Omega$ , naklejonych na odpowiednio przygotowaną powierzchnię ściągu gwintowanego. Na podstawie zmierzonych odkształceń przekroju poprzecznego ściągu (średnica 16 mm) oraz modułu Younga stali (210 GPa) wyznaczono siłę działającą w ściągu. Dodatkowo wykonano pomiary skrajnych przemieszczeń węzłów płaskownika za pomocą dwóch czujników indukcyjnych typu Peltron PS  $\times$  20. Różnicę odległości wywołaną ściskaniem ściągu mierzono pomiędzy sztywnym węzłem „f” a profilem łączącym płaskownik ze ściągiem „g” (rys. 7.1 i 7.2). Jako systemem akwizycji danych zastosowano 8-kanalowy, uniwersalny wzmacniacz pomiarowy Quantum. Wyniki pomiarów rejestrowano z częstotliwością co najmniej 0,5 Hz.

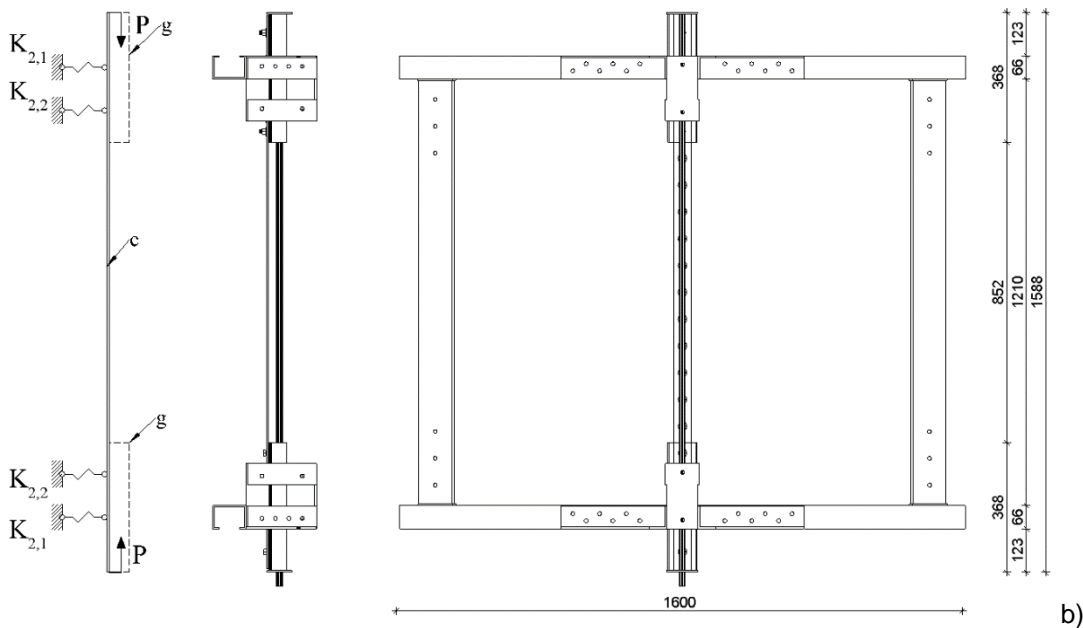


A)



**Rys. 7.1:** Stanowisko badawcze słupa silosu połączonego z blachą falistą w skali laboratoryjnej (widok (A) i schemat (B)): a) rama stalowa, b) blacha falista, c) słup - płaskownik o przekroju  $50 \times 6 \text{ mm}^2$ , d) ściąg stalowy M16 (pręt gwintowany), e) rama stalowa usztywniająca z ceownika, f) skrajne sztywne węzły podporowe oraz g) ceownik łączący płaskownik ze ściągami.



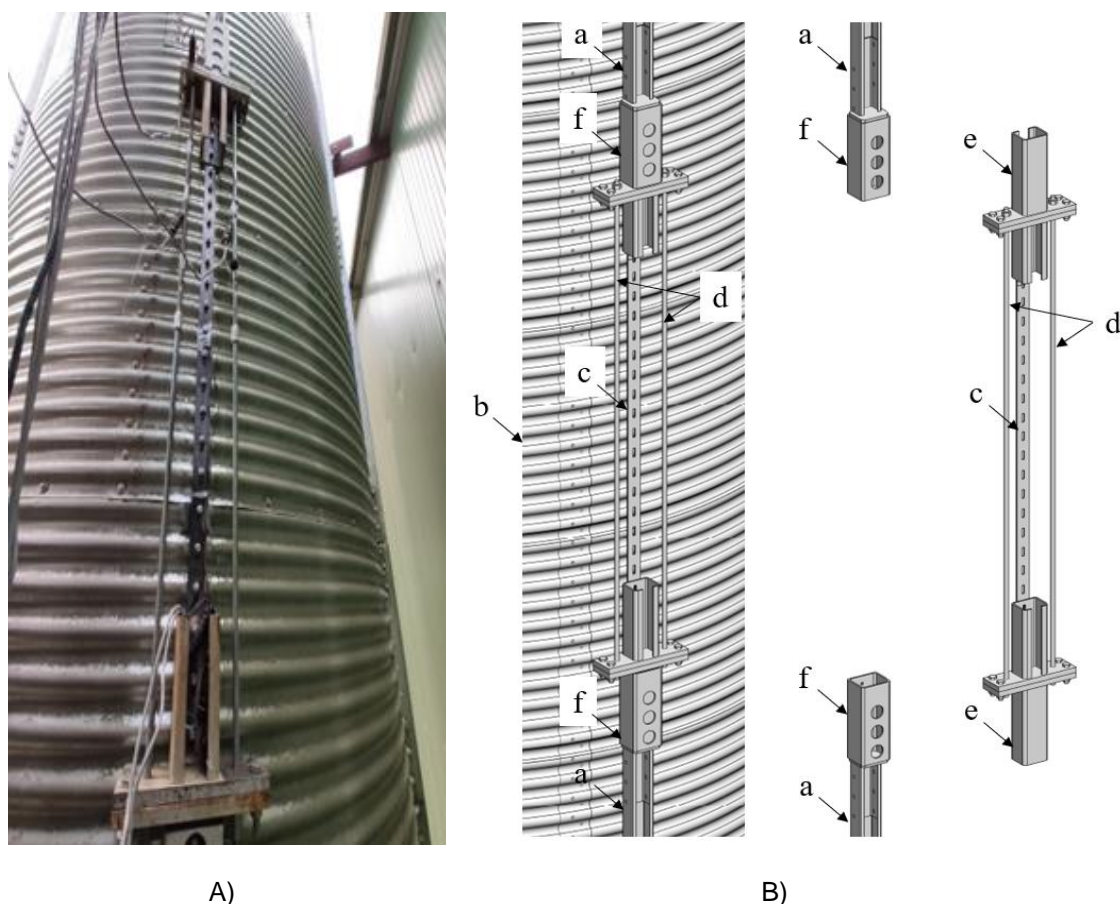


**Rys. 7.2:** Schemat statyczny stanowiska badawczego fragmentu silosu w skali laboratoryjnej: a) z blachą falistą i b) bez blachy falistej (c) - płaskownik o przekroju  $50 \times 6 \text{ mm}^2$ , g) ceownik łączący płaskownik ze ściągiem - pręt gwintowany M16, P - siła ściskająca w płaskowniku wprowadzona przez ściągi,  $K_1$  - podpora sprężysta w postaci blachy falistej,  $K_{2.1}$  i  $K_{2.2}$  - podpory sprężyste.

### 7.2.2 Rzeczywisty silos

Stanowisko doświadczalne składało się z dwóch pełnowymiarowych stalowych silosów cylindrycznych o pojemności pozwalającej na składowanie po 35 ton pszenicy w każdym z silosów. Jeden z silosów służył do wykonywania doświadczeń (rys. 7.3A), natomiast drugi silos pełnił rolę magazynu dla materiału sypkiego. Silosy zaprojektowano i wykorzystywano w wcześniejszych badaniach związanych z pomiarem ciśnienia wywieranego przez materiał sypki na ścianę silosu podczas napełniania i opróżniania grawitacyjnego [35]. Wysokość cylindrycznej części silosów wynosiła 7,6 m, a jego średnica 2,68 m. Promień cylindrycznej ściany ( $R = 1340 \text{ mm}$ ) był około 4,7 razy mniejszy niż w laboratorium. Silosy wykonano z blachy falistej o grubości 0,75 mm, usztywnionej sześcioma pionowymi słupami rozstawionymi po obwodzie co 1,4 m. Słupy pionowe wykonano z cienkościennych ceowników o grubości ścianki 1,5 mm i 4 mm. Silos wyposażony był w dach stożkowy o nachyleniu  $25^\circ$ . Do napełniania silosów wykorzystano dwa poziome przenośniki materiału sypkiego (górny i dolny redler o wydajności 150 t/h) oraz pionowy przenośnik kubelkowy. Opróżnianie silosów odbywało się grawitacyjnie. Ze względu na gabaryty konstrukcji oraz możliwość wprowadzenia obciążenia niszczącego w doświadczeniach, badania przeprowadzono dla pojedynczego słupa zmodyfikowanego w stosunku do pierwotnego (ceownik). Przyjęto płaskownik o wymiarach przekroju poprzecznego  $50 \times 6 \text{ mm}^2$  (taki sam jak w badaniach laboratoryjnych), na wysokości od 0,84 m do 3,33 m, mierząc od połączenia płaszcza silosu z lejem stożkowym. Płaskownik połączono z płaszczem silosu na całej wysokości za pomocą łączników śrubowych w rozstawie 76 mm (równym długości fali blachy falistej). Na rys. 7.3B przedstawiono schemat stanowiska doświadczalnego, w którym zdemontowano istniejący cienkościenny słupek typu C na wysokości 2508 mm. Do pozostałej części istniejącego słupa „a” dołączono sztywny węzeł „f”, który sztywno połączył ruchomy element stanowiska badawczego w postaci ceownika „e” umieszczonego wewnątrz, z zachowaniem swobody przemieszczeń wzdłuż osi

działania obciążeń. Ceownik „e” łączy ściskany płaskownik „c” z dwoma ściągami gwintowanymi M16 „d”, za pomocą których wprowadzano obciążenie do badanego słupa (płaskownika). Obciążenie pionowe wprowadzano za pomocą wymuszenia kinematycznego, za pomocą dwóch prętów gwintowanych poprzez obrót nakrętek. Wprowadzone obciążenie ściskające dla analizowanego słupa, mierzono poprzez pomiar odkształceń występujących na powierzchni ściągów (analogicznie do stanowiska badawczego w skali laboratoryjnej). Niezależnie od kontroli wprowadzonej siły ściskającej, kontrolowano również siłę osiową oraz momenty zginające w połowie rozpiętości płaskownika. Siły wewnętrzne w płaskowniku wyznaczono na podstawie pomiaru odkształceń na skrajnie przeciwnych ściankach płaskownika. Odkształcenia wyznaczono za pomocą dwóch tensometrów elektrooporowych o rezystancji 120  $\Omega$ . Na podstawie geometrii przekroju poprzecznego płaskownika oraz modułu Younga stali (210 GPa), wyznaczono rozkład naprężeń w przekroju płaskownika, a następnie siły wewnętrzne (siła osiowa i moment zginający) . Do pomiaru przemieszczeń wykorzystano dwa indukcyjne czujniki przemieszczenia typu Peltron PS×20 (liniowy przetwornik przemieszczenia LVDT). Czujniki przemieszczenia umieszczono w węzłach nieruchomych „f”, mierząc różnicę odległości pomiędzy elementem ruchomym „e” a elementem nieruchomym „f”.

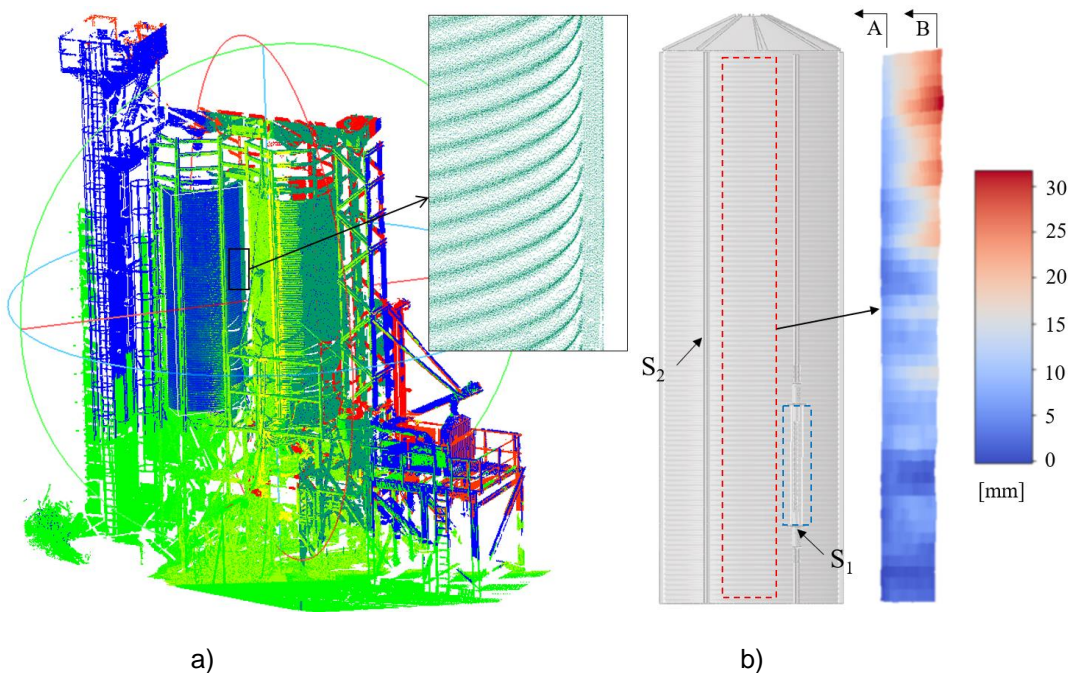


**Rys. 7.3:** Silos doświadczalny (widok (A) i schemat (B)): a) słup w postaci ceownika cienkościennego, b) blacha falista, c) płaskownik o przekroju  $50 \times 6 \text{ mm}^2$ , d) dwa ściągi stalowe pręty gwintowane M16, e) ceownik łączący płaskownik ze ściągiem oraz f) skrajne sztywne węzły podporowe

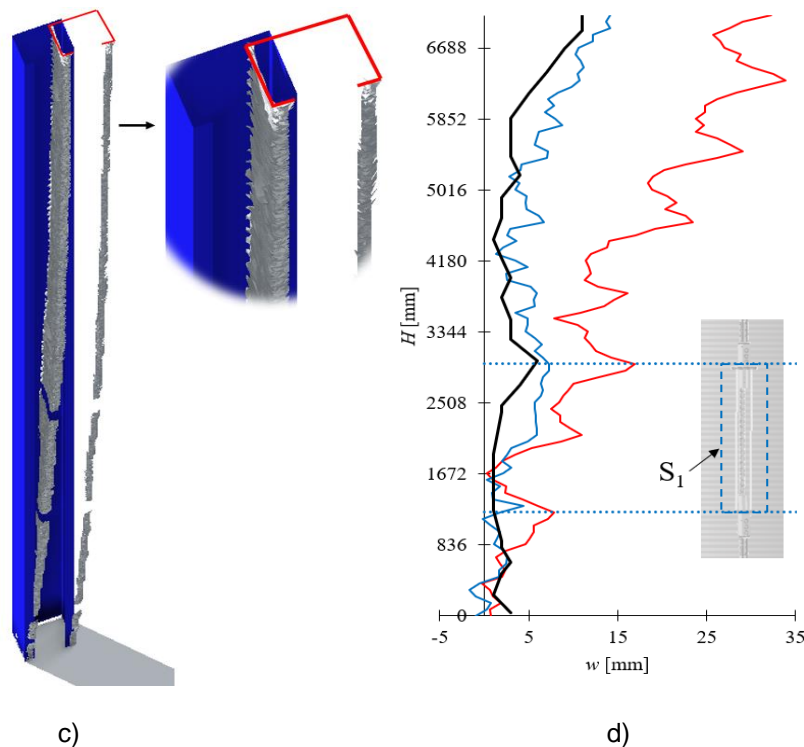
### 7.3 Wyniki badań doświadczalnych

#### 7.3.1 Pomiary geodezyjne rzeczywistego silosu

W celu określenia amplitudy początkowych imperfekcji geometrycznych, wykonano skan geodezyjny stanowiska silosu za pomocą skanera laserowego 3D „Leica ScanStation C10” (skan geodezyjny został zrealizowany przez dr. inż. Jakuba Szulwic z Wydziału Inżynierii Lądowej i Środowiska Politechniki Gdańskiej). Na rys. 7.4a przedstawiono widok siatki punktów pomiarowych, uzyskanych dla całego stanowiska badawczego, na podstawie naziemnego skanu laserowego konstrukcji (silos pusty). Ze względu na utrudniony dostęp pomiarowy do słupa doświadczalnego (słup  $S_1$  na rys. 7.4b), przeanalizowano szczegółowo imperfekcje geometryczne sąsiedniego słupa  $S_2$  oraz fragmentu płaszcza silosu o szerokości 1,0 m pomiędzy odcinkami pionowymi „A” i „B” w pobliżu analizowanego słupa  $S_1$  (rys. 7.4b). Uzyskaną geometrię, porównano z powierzchnią idealnego walca wpisanego w podstawę silosu i przedstawiono w postaci mapy odchyłeń od rzeczywistej geometrii analizowanego fragmentu płaszcza silosu. Dodatkowo, przeanalizowano wstępne imperfekcje geometryczne sąsiedniego słupa (słup  $S_2$  na rys. 7.4b) i porównano je z powierzchnią idealnego słupa w postaci ceownika (rys. 7.4c). Na rys. 7.4d przedstawiono przekroje pionowe „A” i „B”, przeprowadzone przez płaszcz silosu wraz z rzeczywistymi odchyleniami geometrii od idealnej geometrii cylindra oraz z odchyleniami sąsiedniego słupa  $S_2$  w kierunku promieniowym (na zewnątrz silosu). W sąsiedztwie analizowanego słupa (przekrój „B” na rys. 7.4b), zmierzone odchylenie poziome od pionu dla rzeczywistej konstrukcji płaszcza silosu było równe  $w = 10 - 15$  mm. Maksymalne odchylenie płaszcza silosu od pionu, wynosiło około  $w = 30$  mm i występowało w jego górnej części. Maksymalna amplituda imperfekcji geometrycznej blachy falistej wynosiła około 15 mm i wystąpiła w bliskim sąsiedztwie słupa pomiarowego. Zmierzoną amplitudę  $w = 15$  mm zastosowano w obliczeniach MES dla pustego i napełnionego silosu materiałem sypkim w postaci pszenicy.







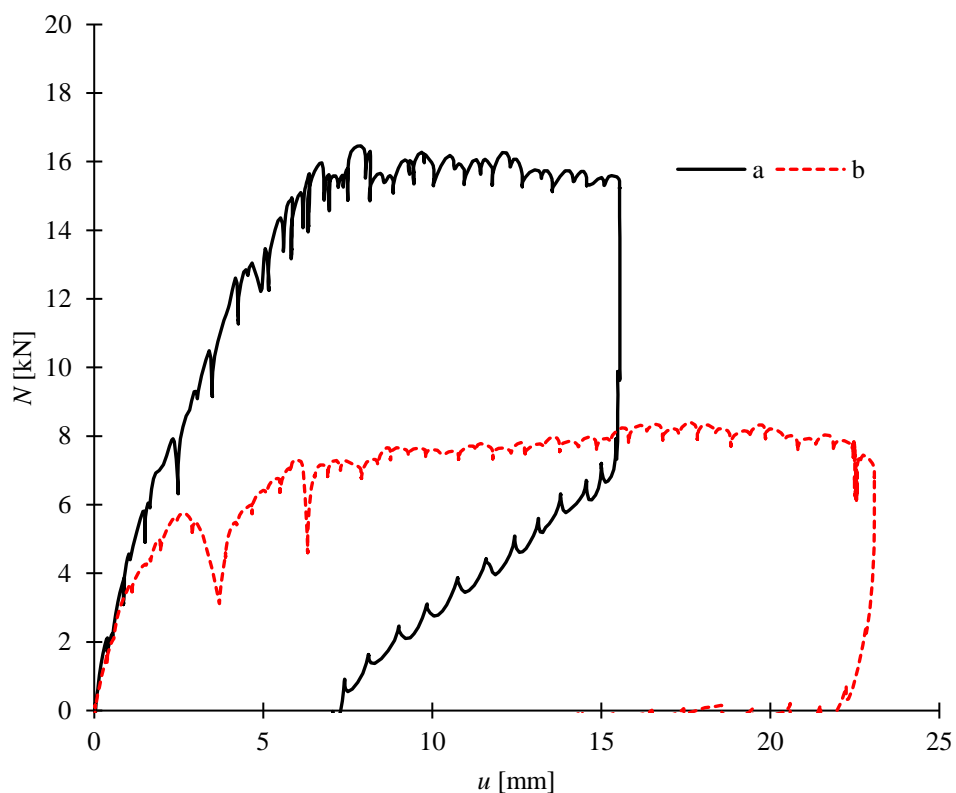
**Rys. 7.4:** Pomiary geodezyjne doświadczalnej konstrukcji rzeczywistego silosu: a) widok punktów pomiarowych dla całego stanowiska badawczego, b) mapa odchyłek (niedoskonałości geometrycznych) od idealnej geometrii walca dla analizowanego fragmentu płaszcza silosu ( $S_1$  – słup pomiarowy w postaci płaskownika i  $S_2$  - sąsiedni słup z przekrojem poprzecznym typu „C”), c) zmierzone deformacje sąsiedniego słupa  $S_2$  oraz d) amplitudy początkowych imperfekcji geometrycznych w przekrojach pionowych „A” (niebieski) i „B” (czerwony) fragmentu płaszcza silosu i sąsiedniego słupa  $S_2$  (kolor czarny).

### 7.3.2 Doświadczenia na stanowisku pojedynczego słupa z blachą falistą w skali laboratoryjnej

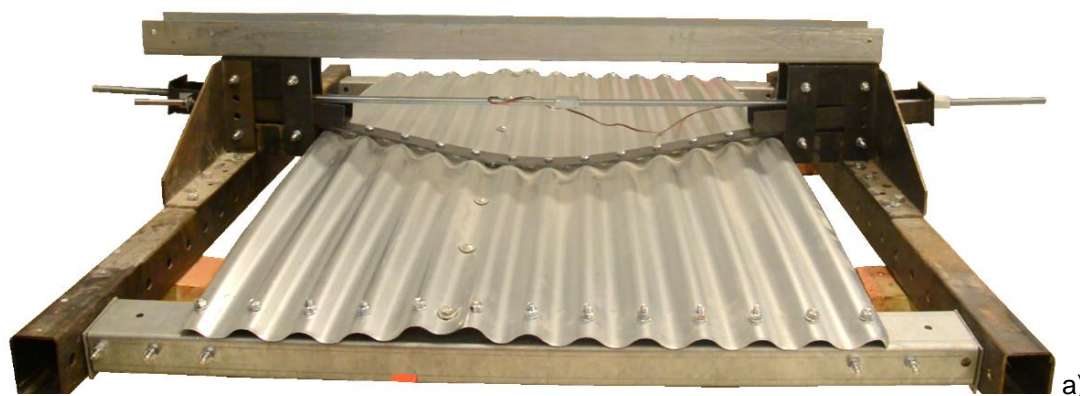
Wyniki badań eksperymentalnych w skali laboratoryjnej przedstawiono na rys. 7.5. Na rys. 7.5A przedstawiono zależność poziomej siły ściskającej  $N$  w ściąganiu od wprowadzonego przemieszczenia poziomego  $u$  dla słupa z blachą falistą (krzywa „a”) oraz dla słupa bez blachy falistej (krzywa „b”) dla jednego przykładowego badania (podczas obciążenia i odciążenia).

Powstałe zniekształcenia na wykresach „obciążenie-przemieszczenie”, powstały na skutek wprowadzania obciążenia ściskającego płaskownika przez dokręcenie nakrętki na ściąganiu gwintowanym. Maksymalna siła dla słupa z blachą falistą wynosiła  $N = 16,5$  kN (krzywa „a”). W przypadku słupa bez blachy falistej maksymalna siła  $N$  była mniejsza o około 50%, tj. 8,4 kN (krzywa „b”). Deformacje analizowanego układu pod wpływem działającego obciążenia, przedstawiono na rys. 7.5B dla słupa z blachą falistą (przy przemieszczeniu  $u = 15,5$  mm) oraz dla słupa bez blachy falistej ( $u = 22,7$  mm). Doświadczenia przeprowadzono na 8 próbach, w których uzyskano podobne wyniki (maksymalna różnica wynosiła 7-10%). Deformacje słupa z blachą falistą (rys. 7.5Ba) oraz bez blachy falistej (rys. 7.5Bb), charakteryzowały się wystąpieniem pojedynczej półfali z przegubem plastycznym w połowie rozpiętości ściskanego płaskownika „c” oraz w miejscach połączenia płaskownika z ceownikiem „g” (rys. 7.1). Bez blachy falistej, uzyskano 1,5 - krotnie większe przemieszczenie przy dwukrotnie mniejszej sile niszczącej.

Normową nośność na wyboczenie pojedynczego słupa z blachą falistą wyznaczono z wzoru na stateczność równoważnej powłoki ortotropowej (rozdział 3.2.1) (pkt. 5.3.4.3.3 normy [4]). Normowa nośność na wyboczenie (bez uwzględnienia plastyczności) wyniosła  $N = 47,8$  kN, czyli była 2,5 razy wyższa od doświadczalnej. Uwzględniając plastyczność stali podczas ściskania mimośrodowego, siła niszcząca  $N = 8,6$  kN (2 razy niższa niż doświadczalna). Normowa nośność na wyboczenie pojedynczego słupa bez blachy falistej wynosiła  $N = 7,7$  kN [49] i była o 10% niższa niż w doświadczeniach ( $N = 8,4$  kN).



A)



a)



B)

**Rys. 7.5:** Badania doświadczalne słupa w skali laboratoryjnej: A) zależność poziomej siły ściskającej  $N$  w ściągu od przemieszczenia poziomego  $u$  („a” – słup z blachą falistą i „b” – słup bez blachy falistej) oraz B) odkształcenie słupa w stan pokrytyczny (a) z blachą falistą dla  $u = 15,5$  mm oraz b) bez blachy falistej dla  $u = 22,7$  mm).

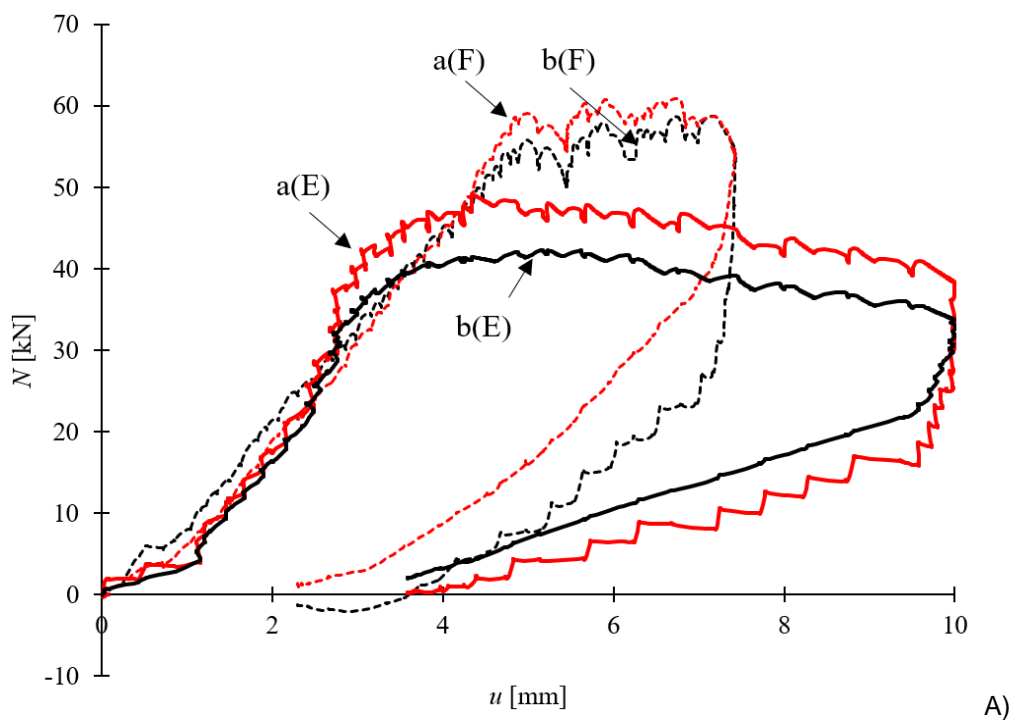
### 7.3.3 Doświadczenia na stanowisku badawczym na rzeczywistym silosie

Doświadczenia przeprowadzono dla silosu pustego (2 próby) oraz dla silosu napełnionego pszenicą (2 próby), gdzie uzyskano podobne wyniki (różnica do 10%). Wyniki badań nośności słupa rzeczywistego silosu przedstawiono na rys. 7.6. Rys. 7.6A przedstawia zależność pomiędzy pionową siłą ściskającą  $N$  w ściągu (krzywa „a”) i w płaskowniku (krzywa „b”) a przemieszczeniem  $u$  (skrócenie) ściągu dla pustego silosu („E”) i dla silosu wstępnie napełnionego pszenicą („F”). Występujące zniekształcenia na wykresach „obciążenie-przemieszczenie”, ponownie wystąpiły z powodu wprowadzania siły ściskającej płaskownik, w wyniku dokręcania nakrętek. Zauważalne spadki sztywności w początkowej części wykresów doświadczalnych, dla ściągu oraz dla płaskownika, były spowodowane obecnością luzów w połączeniach śrubowych (nieuniknionych w doświadczeniach). Dla pustego silosu maksymalna zmierzona siła ściskająca wyniosła  $N = 49$  kN (ściąg) i  $N = 39$  kN (płaskownik). Różnica między siłą ściskającą zmierzoną w ściągu i w płaskowniku wynikała z faktu, że część obciążenia pionowego została przeniesiona na sąsiednie słupy przez blachę falistą. Obecność pszenicy w silosie zwiększyła maksymalną siłę ściskającą do  $N = 59$  kN w ściągu (wzrost o około 20%) i do  $N = 57$  kN w płaskowniku (wzrost o około 45%).

Deformacje analizowanego układu doświadczalnego dla pustego silosu przedstawiono na rys. 7.6Ba. Płaskownik wraz z węzłem podporowym w strefie dolnej i górnej uległ wyboczeniu, przemieszczając się do wewnątrz silosu na głębokość około 40 mm (w strefie dolnej) i 10 mm (w strefie górnej). W odległości około 300 mm od sztywnych węzłów (górnego i dolnego), wystąpiło wybrzuszenie na zewnątrz silosu o amplitudzie około 10 mm w strefie dolnej i 5 mm w strefie górnej płaskownika. Długość pionowej półfali wyboczeniowej wynosiła około 380 mm, co odpowiadało 5 odległościom łączników śrubowych. Deformacje silosu wypełnionego pszenicą (rys. 7.6Bb) były podobne jak dla pustego silosu, ale z około 4-krotnie mniejszą amplitudą przemieszczeń poziomych. Mniejsze wartości przemieszczeń, były spowodowane sztywnością składowanego materiału w postaci pszenicy. Dodatkowo w przypadku pełnego silosu, wystąpiły miejscowe wgniecenia blachy falistej w miejscu połączenia płaszcza silosu z płaskownikiem. Długość poziomej fali wyboczeniowej w kierunku obwodowym wynosiła około 700 mm.

Nośność wyboczeniową słupa dla pustego silosu wyznaczono na podstawie wzorów normowych „Metody B” (rozdział 3.2.2) (stateczność pojedynczego słupa na podłożu sprężystym w postaci blachy falistej (pkt. 5.3.4.3.4 normy [5]). Normowa nośność wynosiła tylko  $N = 20,9$  kN i była prawie dwukrotnie niższa niż doświadczalna (w płaskowniku  $N = 39$  kN). Główną przyczyną tak wyraźnej różnicy jest niezgodność długości obwodowej półfali wyboczeniowej w przyjętej przez Eurokod [4], [5] w porównaniu z doświadczalną postacią wyboczeniową (której długość obwodowej półfali wyboczeniowej była znacznie mniejsza od normowej (rys. 7.16)).

Wyników doświadczalnych z materiałem sypkim nie można bezpośrednio porównać z rozwiązaniem normowym, ponieważ wzory normowe [4], [5] określające nośność wyboczeniową słupa silosowego, nie uwzględniają pozytywnego wpływu na jego nośność składowanego materiału sypkiego.





a)

b)

B)

**Rys. 7.6:** Badania doświadczalne w rzeczywistym silosie: A) zależność pionowej siły ściskającej  $N$  od przemieszczenia pionowego  $u$  („a” - siła w ściąganiu, „b” - siła w płaskowniku, „E” - pusty silos i „F” - silos napełniony pszenicą) oraz B) deformacja słupa i blachy falistej (a) pusty silos oraz b) silos napełniony pszenicą)

#### 7.4 Implementacja MES

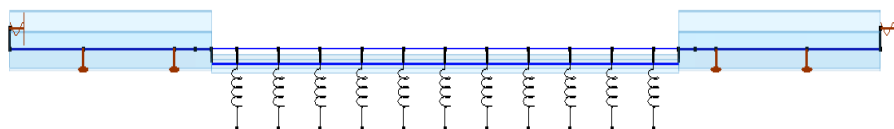
Analizy numeryczne MES przeprowadzono wykorzystując program Abaqus [55]. W obliczeniach numerycznych przeprowadzono analizy z nieliniowością geometryczną i materiałową (GMNA/GMNIA), uwzględniając wstępne imperfekcje geometryczne. Dla stali konstrukcyjnej przyjęto następujące parametry materiałowe: moduł sprężystości  $E = 210$  GPa, współczynnik Poissona  $\nu = 0,3$ , granica plastyczności  $f_y = 355$  MPa. W analizach numerycznych MES przyjęto sprężysto-idealnie plastyczny model materiału. Do wyznaczenia zależności obciążenie-przemieszczenie wykorzystano niejawną analizę dynamiczną (Dynamic Implicit) (IDA) [55], w której parametrem przyrostowym były przemieszczenia w funkcji czasu (jak w badaniach doświadczalnych) (prędkość przyrostu przemieszczeń wynosiła 0,4 mm/s). Zastosowanie dynamicznej analizy numerycznej pozwala na łatwiejsze uzyskanie zbieżności rozwiązania w porównaniu z metodami statycznymi (rozdział 4.6) oraz [9], [57].

##### 7.4.1 Dane modelu numerycznego słupa z blachą falistą w skali laboratoryjnej

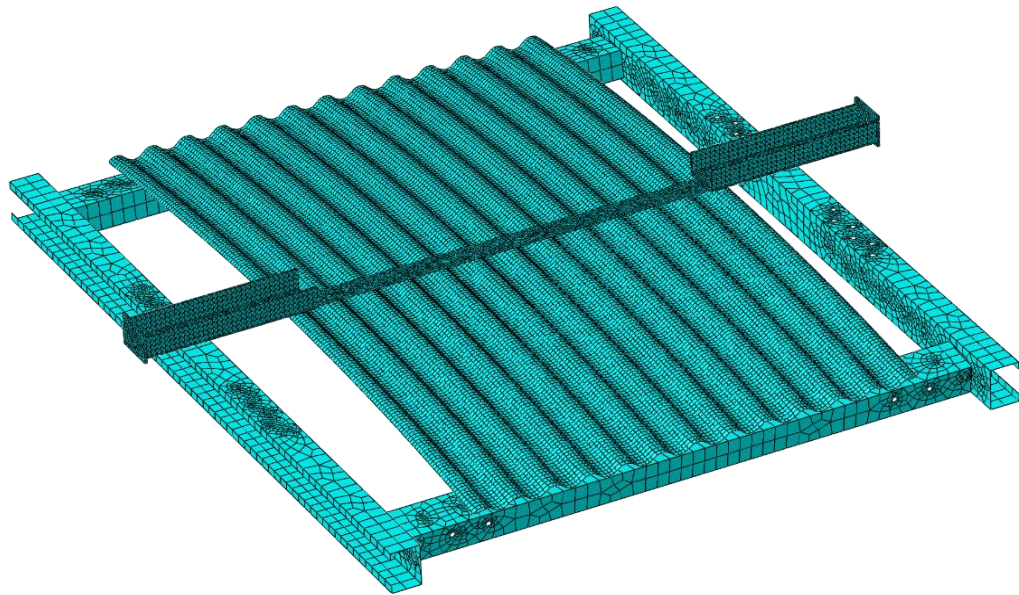
Analizy numeryczne MES przeprowadzono przy użyciu dwóch modeli numerycznych o różnym stopniu szczegółowości. W pierwszym modelu (tzw. modelu uproszczonym (podobnym w założeniach

jak w rozdziale 5.1.2)) przyjęto elementy prętowe (rys. 7.7a). Uwzględniono dwa ceowniki końcowe „g”, sztywno połączone z płaskownikiem „c” (rys. 7.1 i 7.2). W modelu uwzględniono mimośrodowość wynikającą z połączeń występujących na stanowisku doświadczalnym. Zastosowano podział elementów prętowych na 32 elementy skończone. Blachę falistą uwzględniono jako podłoże sprężyste o sztywności  $K_1$  (rys. 7.2). Sztywność podłoża sprężystego wyznaczono na podstawie procedury normowej [5] (wzór (3.16)) oraz na podstawie procedury zaproponowanej w [11] (rozdział 6.1). Sztywność  $K_1$  wyznaczono dla blachy o promieniu  $R=6240\text{mm}$ , grubości  $t=0,75\text{ mm}$ , długości fali  $l=76\text{ mm}$  i wysokości fali  $h=18\text{ mm}$ . Sztywność  $K_1$  była równa  $1,5831\text{ N/mm}^2$  według [5] i  $1,6012\text{ N/mm}^2$  według [11].

Drugi model numeryczny (tzw. model szczegółowy (podobny w założeniach do modelu '3D - shell' omówiony w rozdziale 4.5.1)) (rys. 7.7b) składał się z elementów powłokowych (blacha falista, płaskownik i ceowniki ramy stalowej) oraz elementów bryłowych (stalowe blachy węzłowe i skrajne ceowniki płaskownika). W modelu MES wykorzystano 4-węzłowe elementy powłokowe z zredukowanym całkowaniem „S4R” oraz czworoboczne bryłowe elementy skończone „C3D10”. Model numeryczny zawierał łącznie 155 809 elementów skończonych. Cała stalowa rama spoczywała swobodnie oparta na zewnętrznych punktach stalowej ramy. W modelu numerycznym kształt początkowej imperfekcji geometrycznej przyjęto na podstawie zaobserwowanych w doświadczeniach deformacji układu (rys. 7.8a), które uzyskano w wyniku analizy fotografii zrealizowanych podczas doświadczeń. Imperfekcje wprowadzono do modelu numerycznego poprzez wczytanie przemieszczeń węzłowych, uzyskanych w liniowej statyce, modelu obciążonego liniowym obciążeniem na całej długości płaskownika, tak aby uzyskać żądany kształt deformacji. Przyjęto zmienną amplitudę imperfekcji geometrycznych w zakresie 1 - 20 mm. Dodatkowo przeprowadzono obliczenia MES z początkowymi imperfekcjami geometrycznymi uzyskanymi na podstawie LBA (rys. 7.8b).

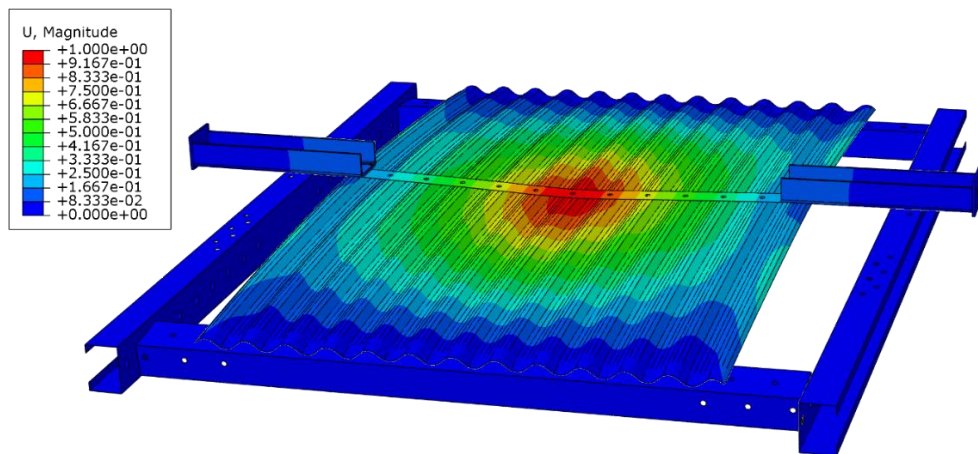


a)

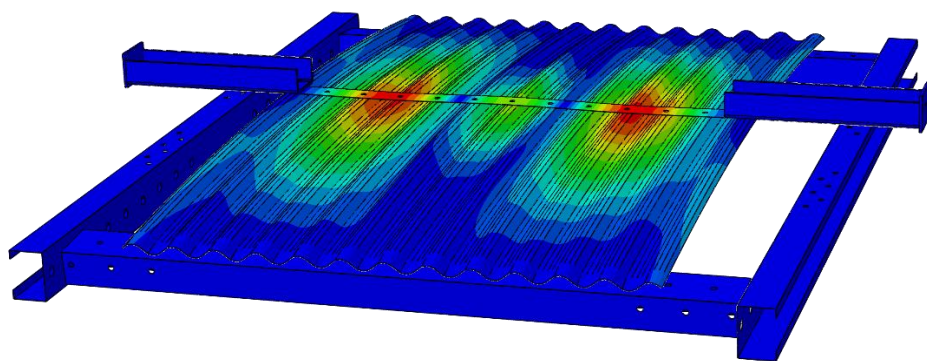


b)

**Rys. 7.7:** Model numeryczny MES fragmentu siłosu w skali laboratoryjnej: a) uproszczony model pręta 2D oraz b) szczegółowy model powłokowy 3D



a)



b)

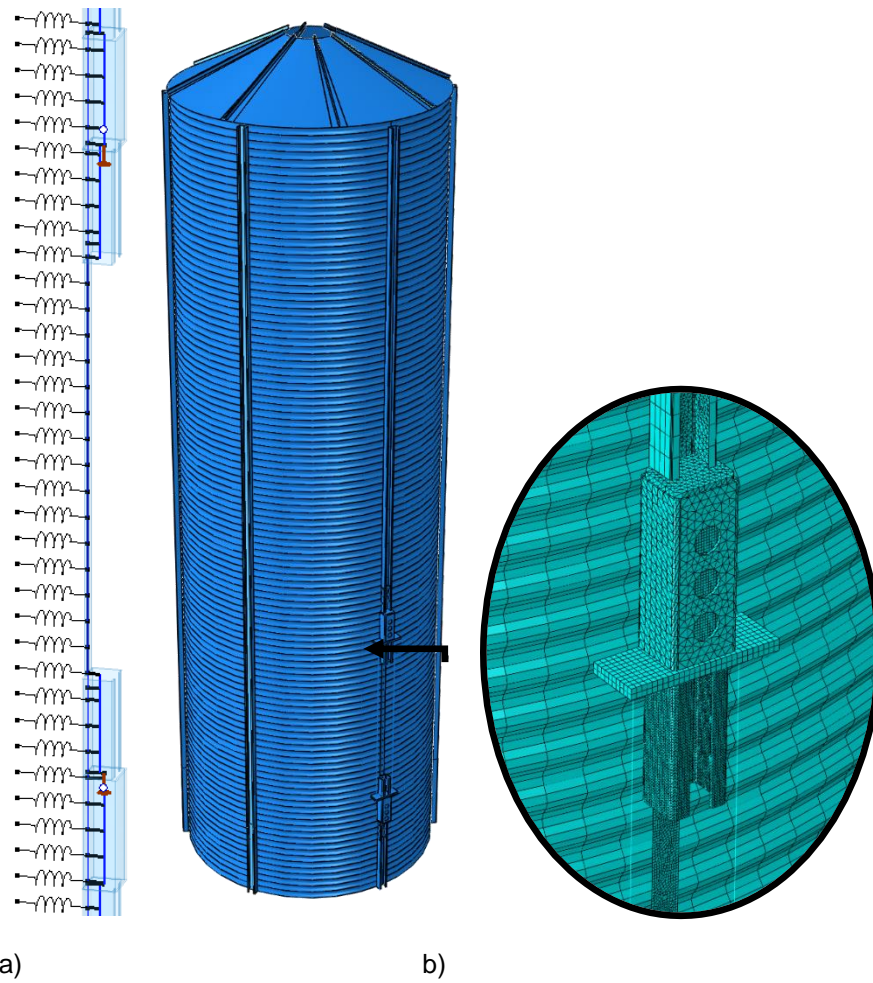
**Rys. 7.8:** Początkowa imperfekcja geometryczna przyjęta w analizach numerycznych MES doświadczalnego fragmentu siłosu w skali laboratoryjnej (model szczegółowy) na podstawie: a) deformacji uzyskanej w doświadczeniach oraz b) pierwszej postaci wyboczenia LBA.

#### 7.4.2 Dane modelu numerycznego rzeczywistego silosu

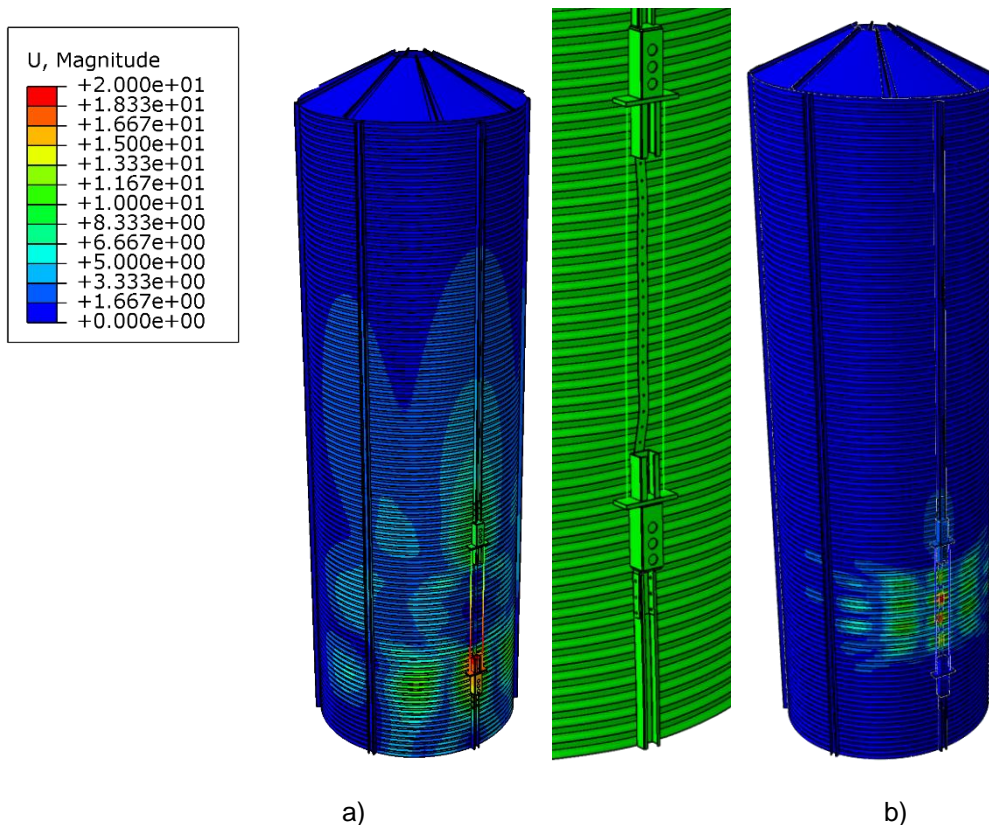
Również jak w poprzednim rozdziale, przyjęto modele numeryczne stanowiska badawczego o dwóch poziomach szczegółowości. Pierwszy model prętowy (tzw. model uproszczony podobny w założeniach do modelu omówionego w rozdziale 5.1.2) (rys. 7.9a). Model odzwierciedlał pojedynczy słup silosu o przekroju poprzecznym zmienionym na wysokości (ceownik i płaskownik). Blacha falista odwzorowana była w postaci podłoża sprężystego, którego sztywność wyznaczono podobnie jak w modelu laboratoryjnym 2D, czyli w oparciu o procedury normowe [5] lub w oparciu o metodę przedstawioną w opracowaniu [11] (rozdział 6.1). Sztywność liniowej podpory sprężystej  $K_1$  (rys. 7.2) wyznaczono dla blachy falistej o promieniu  $R = 1338$  mm, grubości  $t = 0,75$  mm, długości fali  $l = 76$  mm i wysokości fali  $h = 18$  mm. Obliczone sztywności  $K_1$  były zbliżone, tj.  $K_1 = 0,57725$  N/mm<sup>2</sup> według normowej procedury [5] oraz  $K_1 = 0,5653$  N/mm<sup>2</sup> według opracowania [11]. Łącznie w uproszczonym modelu wykorzystano 562 elementy skończone.

Szczegółowy model silosu uwzględniający całą konstrukcję silosu wraz z badanym płaskownikiem przedstawiono na rys. 7.9b. W modelu wykorzystano powłokowe 4-węzłowe elementy skończone z zredukowanym całkowaniem „S4R” oraz bryłowe czworościenne elementy skończone „C3D10”. W modelu wykorzystano łącznie 300 939 elementów skończonych. Kształt przyjętych imperfekcji geometrycznych dla silosu rzeczywistego przyjęto na podstawie deformacji konstrukcji silosu odpowiadającej obciążeniu niszczącemu (rys. 7.10a) oraz zgodnie z deformacją odpowiadającą pierwszej postaci wyboczenia LBA (rys. 7.10b). Początkową amplitudę imperfekcji geometrycznych przyjęto w przedziale 1 - 15 mm.





**Rys. 7.9:** Model numeryczny MES rzeczywistego silosu: a) uproszczony model prętowy 2D oraz b) szczegółowy model powłokowy 3D



**Rys. 7.10:** Początkowa imperfekcja geometryczna przyjęta w analizach numerycznych rzeczywistego silosu (model szczegółowy) na podstawie: a) deformacji uzyskanej w doświadczeniach oraz b) pierwszej postaci wyboczenia LBA

## 7.5 Wyniki analiz numerycznych MES

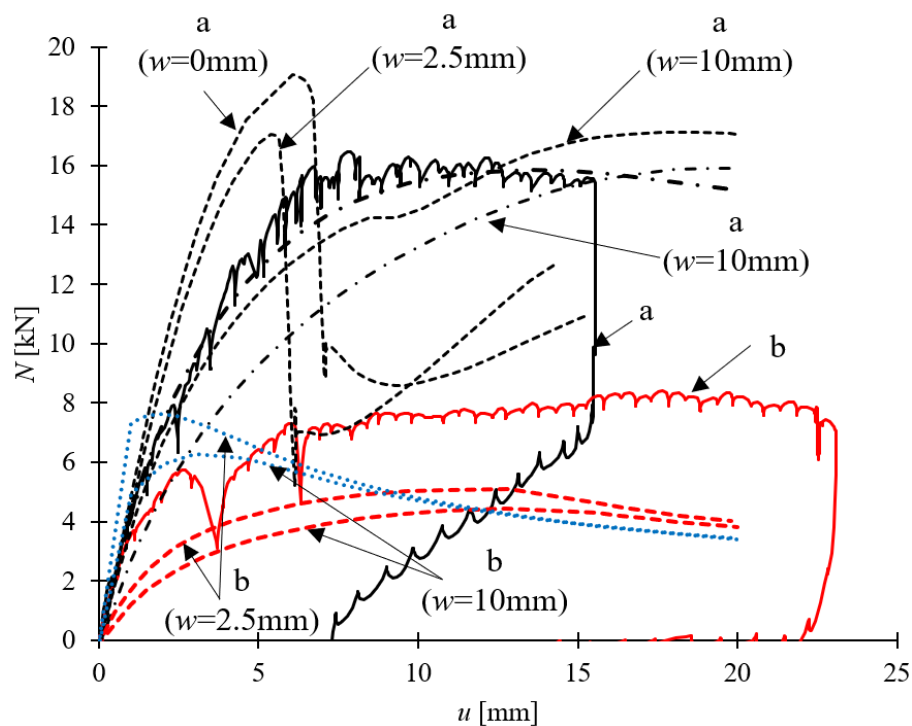
### 7.5.1 Wyniki analiz numerycznych MES dla pojedynczego słupa z blachą falistą

Wyniki analiz numerycznych MES dla słupa bez blachy falistej oraz dla słupa z blachą falistą w skali laboratoryjnej przedstawiono na rys. 7.11 do 7.13 (na podstawie modeli numerycznych prętowych i powłokowych z rys. 7.7).

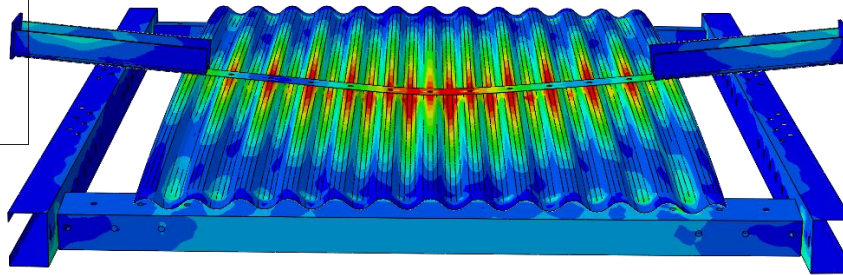
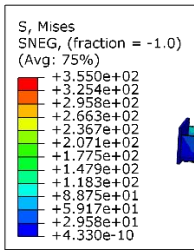
Na rys. 7.11 przedstawiono zależność siły ściskającej  $N$  od przemieszczenia  $u$  dla szczegółowego modelu numerycznego (rys. 7.7b) z początkową imperfekcją geometryczną w postaci deformacji uzyskanej w doświadczeniach (rys. 7.8a), przy początkowych amplitudach imperfekcji  $w = 0 - 10$  mm w porównaniu z wynikami doświadczalnymi. Dla różnych amplitud imperfekcji w określono następujące siły wyboczeniowe:  $N = 18,9$  kN ( $w = 0$  mm),  $N = 17,1$  kN ( $w = 2,5$  mm) i  $N = 17,0$  kN ( $w = 10$  mm). Najlepszą zgodność rozwiązania numerycznego z badaniami doświadczalnymi ( $N = 16,5$  kN), uzyskano dla  $w = 2,5 - 10$  mm (różnica 5%). Amplituda imperfekcji na poziomie  $w \geq 2,5$  mm była zgodna z stanem faktycznym, ponieważ w analizowanym stanowisku badawczym, występowały takie czynniki jak: nakładające na siebie blachy faliste w miejscu połączenia na zakład oraz wiotki płaskownik posiadający wstępne niedoskonałości wynikające z obróbki na etapie wykonawstwa elementu, które miały wpływ na powstawanie imperfekcji o amplitudzie  $w \geq 2$  mm. W przypadku analizy numerycznej, w której zastosowano imperfekcje geometryczną w kształcie pierwszej postaci wyboczenia LBA (rys. 7.8b), dla początkowej amplitudy imperfekcji  $w = 10$  mm, uzyskano graniczną siłę ściskającą  $N = 15,9$  kN, tj. o około 7% niższą niż w przypadku imperfekcji

geometrycznej odpowiadającej kształtem deformacji układu rzeczywistego. Dla słupa bez blachy falistej, siła ściskająca uzyskana w analizach MES wynosiła tylko  $N = 4,0 - 5,0$  kN (dla  $w = 2,5 - 10$  mm) - równa 50-60% siły doświadczalnej ( $N = 8,4$  kN). W przypadku sztywnego podparcia płaskownika na jego końcach uzyskano wyższą siłę graniczną  $N$  czyli  $N = 6,0 - 8,0$  kN (bliższą sile doświadczalnej). Kształt deformacji uzyskany na podstawie analiz MES (rys. 7.12) odpowiadał kształtem deformacji uzyskanej w doświadczeniach (rys. 7.5B). Obliczone deformacje słupa z blachą falistą (rys. 7.12a) oraz bez blachy falistej (rys. 7.12b) zawierały pojedynczą półfale wyboczeniową wzdłuż płaskownika z przegubem plastycznym w połowie rozpiętości płaskownika „c” oraz w punktach połączenia płaskownika z ceownikiem „g” (rys. 7.1).

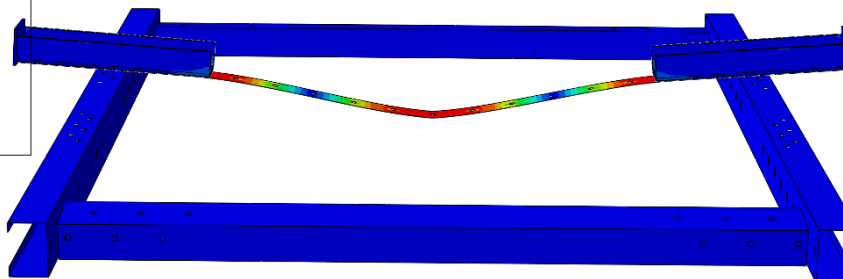
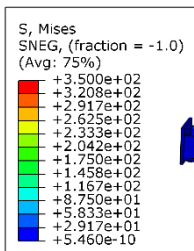
Wyniki numeryczne MES dla uproszczonego modelu 2D (rys. 7.7a) w porównaniu z wynikami doświadczalnymi przedstawiono na rys. 7.13. Graniczna siła ściskająca w słupie dla początkowej amplitudy imperfekcji geometrycznej równej  $w=0$  mm wyniosła  $N = 42$  kN, czyli była 2,5 razy wyższa w stosunku do wyników doświadczalnych ( $N = 16,5$  kN) oraz do wyników uzyskanych na podstawie szczegółowego modelu „3D” ( $N = 17$  kN). Obliczona siła w modelu uproszczonym była jednak tylko o około 10% niższa od siły granicznej określonej na podstawie Eurokodu [4] (krzywa „c” na rys. 7.13). Podobne wyniki MES do wyników doświadczalnych, uzyskano dla początkowej amplitudy imperfekcji  $w = 20$  mm (rys. 7.13).



**Rys. 7.11:** Wyniki analizy numerycznej MES szczegółowego modelu 3D fragmentu silosu w skali laboratoryjnej: zależność siły ściskającej  $N$  w ściąganiu od przemieszczenia jego końców  $u$  (a) słup z blachą falistą, b) słup bez blachy falistej, „linia ciągła” - wyniki doświadczalne, „linia przerywana” - wyniki MES dla imperfekcji geometrycznych zgodnie z rys. 7.8a, „linia przerywana kropka” - wyniki MES dla imperfekcji geometrycznych zgodnie z rys. 7.8b, „linia kropkowana” - wyniki MES dla imperfekcji geometrycznych zgodnie z rys. 7.8a dla sztywnego podparcia).

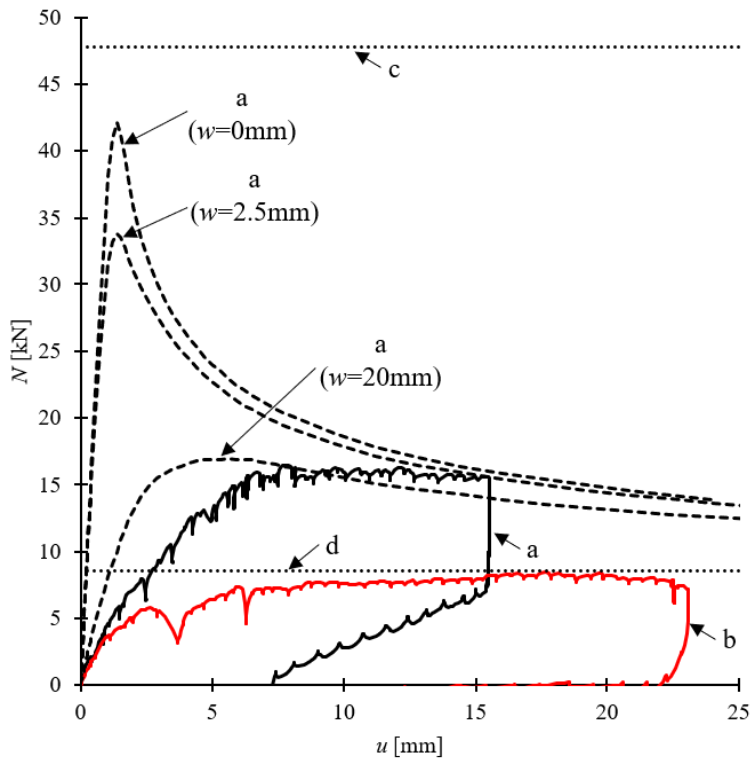


a)



b)

**Rys. 7.12:** Wyniki analizy numerycznej MES fragmentu silosu w skali laboratoryjnej: deformacja z mapą naprężeń von Misesa [MPa] (a) słup z blachą falistą i b) słup bez blachy falistej).



**Rys. 7.13:** Wyniki analizy numerycznej MES uproszczonego modelu 2D fragmentu silosu w skali laboratoryjnej: zależność poziomej siły ściskającej  $N$  w ściągu od przemieszczenia poziomego  $u$  (a) słup z blachą falistą i b) słup

bez blachy falistej, „linia ciągła” - wyniki doświadczalne, „linia przerywana” – wyniki MES, „c” – normowa nośność słupa z blachą falistą na wyboczenie [4] oraz „d” – nośność słupa na zginanie sprężysto-plastyczne).

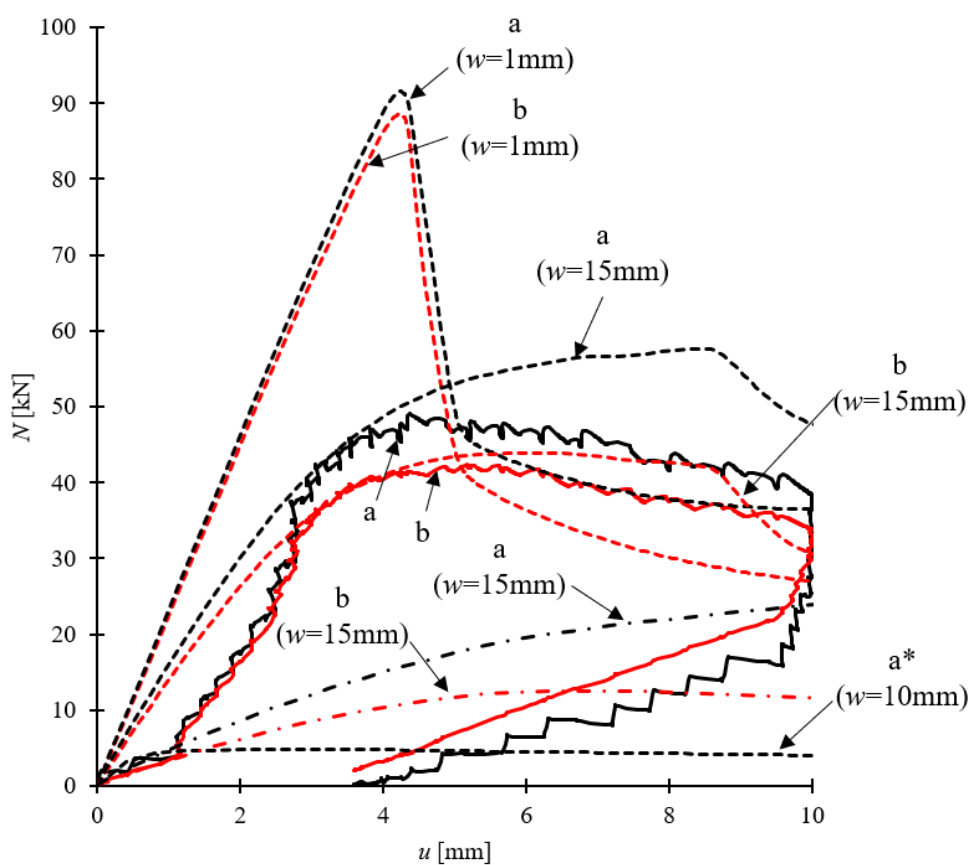
#### 7.5.2 Wyniki analiz numerycznych MES dla rzeczywistego pustego silosu

Wyniki analiz numerycznych dla rzeczywistego pustego silosu przedstawiono na rys. 7.14 i 7.15, które uzyskano na podstawie analizy szczegółowego modelu powłokowego (rys. 7.14) oraz uproszczonego modelu prętowego (rys. 7.15) z rys. 7.9.

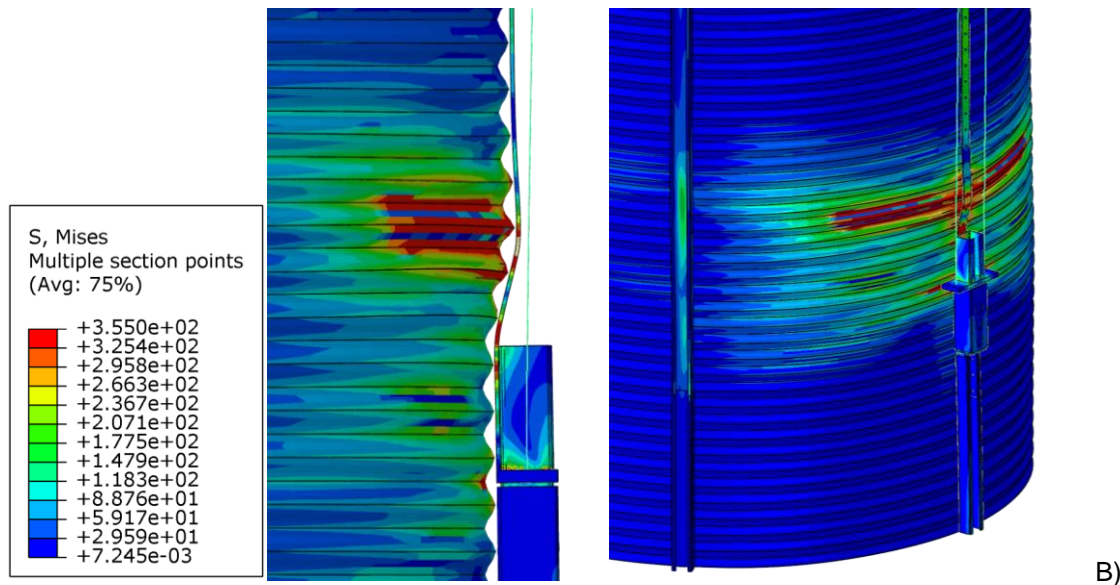
Dla szczegółowego modelu powłokowego pustego silosu z początkowymi imperfekcjami geometrycznymi w kształcie deformacji układu doświadczalnego w chwili zniszczenia (rys. 7.10a), przyjęto następujące amplitudy imperfekcji  $w = 1$  mm,  $w = 10$  mm, i  $w = 15$  mm. Dla początkowej amplitudy imperfekcji  $w = 15$  mm (zgodnie z pomiarami geodezyjnymi, rys. 7.4) graniczne siły pionowe wyniosły  $N = 58$  kN w ściągach (krzywa przerywana „a”) i  $N = 44$  kN w płaskowniku (krzywa przerywana „b”) (rys. 7.14A). W porównaniu z badaniami doświadczalnymi (dla których  $N = 49$  kN (ściągi) i  $N = 39$  kN (płaskownik)) uzyskano wyższe wartości sił niszczących o około 20% w ściągach (ciągła krzywa „a”) i około 10% w płaskowniku (ciągła krzywa „b”). Kształt deformacji uzyskany na podstawie analiz numerycznych pustego silosu (rys. 7.14B), odpowiadał deformacji uzyskanej w doświadczeniach (rys. 7.6)- pionowa półfala wyboczeniowa w dolnym obszarze płaskownika (wyboczenie do wewnątrz płaskownika w dolnym węźle „f” (rys. 7.3)). Długość półfali wyboczeniowej w kierunku obwodowym (około 600 mm) była podobna do uzyskanej w doświadczeniach (około 700 mm) (rys. 7.14B). Dla początkowej imperfekcji geometrycznej w kształcie pierwszej postaci wyboczeniowej LBA (rys. 7.10b), uzyskano znacznie niższe wartości granicznych sił pionowych  $N$  (różnice 100%) dla amplitudy  $w = 15$  mm w porównaniu z wynikami uzyskanymi dla imperfekcji w kształcie deformacji układu doświadczalnego w chwili zniszczenia (rys. 7.14).

Dla uproszczonego modelu numerycznego (rys. 7.9a) obliczona nośność układu była znacznie niższa w porównaniu z układem doświadczalnym i szczegółowym modelem numerycznym (rys. 7.15). Dla amplitudy imperfekcji równej  $w=0$ mm maksymalna siła  $N$  wyniosła 24 kN (krzywa „c”), czyli 2 razy mniej niż wartość doświadczalna. Dla amplitud imperfekcji geometrycznych równych  $w = 5$  mm i  $w = 10$  mm maksymalne siły zostały zredukowane do  $N = 14$  kN i  $N = 10$  kN (krzywe „d” i „e”). Różnica w wynikach uzyskanych dla modelu uproszczonego w stosunku do wyników doświadczalnych spowodowana była przyjęciem zbyt małej sztywności podłoża sprężystego wg Eurokodu. Przeprowadzone dodatkowe analizy LBA wykazały, że w badanym silosie występowała inna niż przyjęta w normie forma wyboczenia globalnego, która charakteryzowała się półfalą wyboczeniową krótszą od rozstawu słupów i konsekwentnie większą sztywnością podłoża sprężystego (rys. 7.16). Krzywa „f” odpowiadała uproszczonemu modelowi dla założonej sztywności podłoża sprężystego, zgodnie z postacią wyboczeniową analizowanego silosu. Dla sztywności podłoża sprężystego  $K$ , obliczonej na podstawie Eurokodu, uwzględniającej długość półfali wyboczeniowej w kierunku obwodowym na podstawie LBA, graniczna wartość siły pionowej wyniosła około  $N = 38$  kN (około 20% mniej niż w badaniach doświadczalnych,  $N = 49$  kN). Dla płaskownika niepołączonym z blachą falistą, maksymalna siła ściskająca w ściągach wynosiła tylko  $N = 4$  kN (krzywa „a\*”) na rys. 7.14), czyli 10% nośności słupa na wyboczenie z blachą falistą.

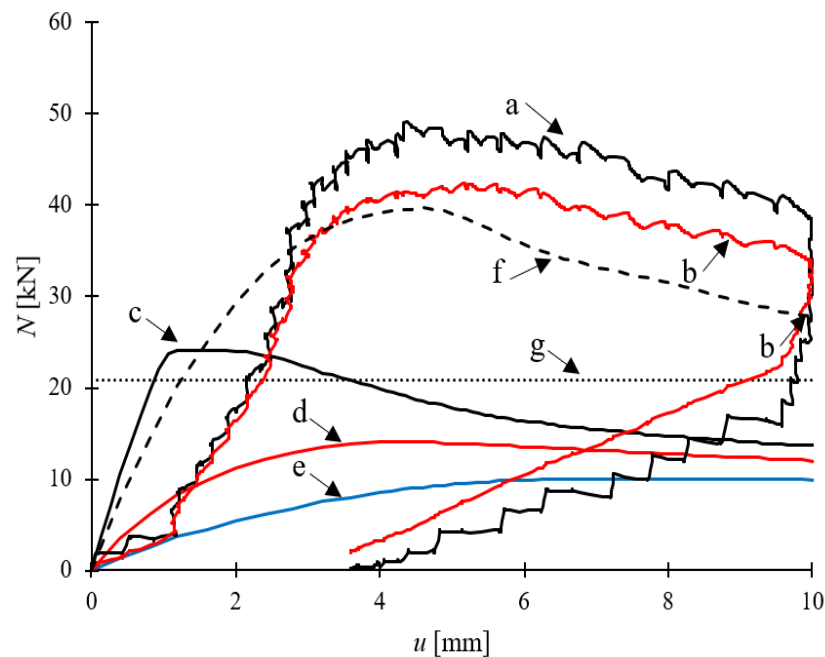
Na rys. 7.16 porównano postać wybočenja silosu w kierunku obwodowym z postacią wybočenja założoną według Eurokodu [5] (odpowiadającą krzywej „g” na rys. 7.15) oraz z postacią wybočenja założoną w obliczeniach numerycznych uproszczonego modelu silosu (odpowiadającą krzywej „f” na rys. 7.15). Rysunki ukazują również schematy statyczne łukowych fragmentów ścian silosu, służące do wyznaczenia sztywności podłoża sprężystego  $K$  dla procedury normowej. W szczegółowym modelu numerycznym rzeczywistego silosu uwzględniono imperfekcje geometryczną na podstawie analizy LBA z rys. 7.10a (rys. 7.16a). W schematach łukowych, służących do określenia sztywności podłoża sprężystego, przyjęto podpory w miejscach, w których deformacje związane z postacią wybočenja silosu 3D były zerowe (tak aby zachować ten sam kształt deformacji) (rys. 7.16a i 7.16c). Można zauważyć, że długość półfali wyboczeńowej w modelu numerycznym (rys. 7.16c) jest znacznie mniejsza (o 2 razy) niż w normie [5] (rys. 7.16b). Różnica ta powoduje 12-krotny wzrost sztywności podłoża sprężystego  $K$  w porównaniu z normą [5].



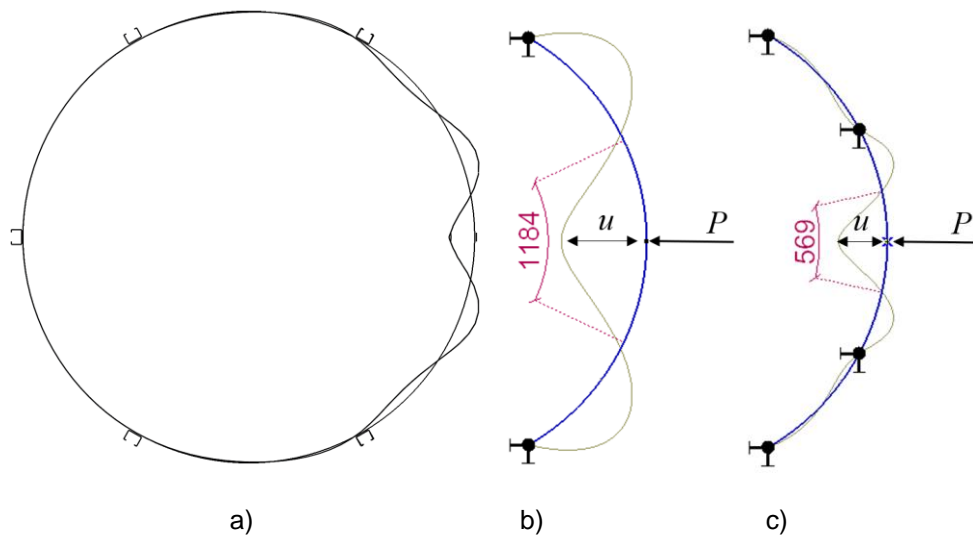
A)



**Rys. 7.14:** Wyniki analiz numerycznych MES dla modelu powłokowego 3D rzeczywistego pustego silosu: A) zależność pionowej siły ściskającej  $N$  w ściąгах od pionowego przemieszczenia  $u$  (a) siła w ściąгах, b) siła w płaskowniku, 'linia ciągła' - wyniki eksperymentalne, 'linia przerywana' - wyniki MES dla imperfekcji geometrycznej na podstawie deformacji w doświadczeniach zgodnie z rys. 7.10a i 'kreska-kropka' - wyniki MES dla imperfekcji geometrycznej zgodnie z LBA (rys. 7.10b), \* - wynik MES bez blachy falistej) oraz B) deformacja silosu z mapą naprężeń von Misesa [MPa].



**Rys. 7.15:** Wyniki analiz numerycznych MES dla uproszczonego modelu silosu 2D: a) siła doświadczalna  $N$  w ściągu, b) siła doświadczalna  $N$  w płaskowniku, c) siła obliczona dla początkowej amplitudy imperfekcji geometrycznej  $w = 0$  mm, d) siła obliczona dla  $w = 5$  mm, e) siła obliczona dla  $w = 10$  mm, f) siła obliczona dla  $w = 5$  mm (zmodyfikowana sztywność podłoża sprężystego) oraz g) normowa nośność na wyboczenie [5] ( $u$  - przemieszczenie pionowe).



**Rys. 7.16:** Postaci wyboczeniowe siłosu w kierunku obwodowym oraz uproszczone modele siłosu do obliczenia sztywności podłoża sprężystego  $K$ : a) postać wyboczeniowa z symulacji 3D LBA (rys. 7.10b), b) model na podstawie Eurokodu [5] (przypadek „g” na rys. 7.15) oraz c) model numeryczny (przypadek „f” na rys. 7.15) (długość fali wyboczeniowej w [mm],  $K = P/u$ ,  $P$  - siła,  $u$  - przemieszczenie).

### 7.5.3 Wyniki analiz numerycznych MES rzeczywistego siłosu napełnionego pszenicą

W analizach numerycznych rzeczywistego siłosu w sposób uproszczony uwzględniono pszenicę znajdującą się w silosie. W pierwszym przypadku zastosowano sprężyste podłoże Winklera-Pasternaka, natomiast w drugim przypadku materiał sycki odwzorowano za pomocą sprężystych elementów bryłowych. Wykorzystanie w analizach nośności, nieliniowego modelu numerycznego składowanego materiału syckiego w silosie, opisanego złożonym modelem odwzorowującym zachowania się materiału syckiego, uwzględniającego wpływ gęstości, ciśnienia i kierunku odkształcenia (konstrytuwne prawo hipoplastyczności [60]) zostało opisane w [45], [46]. Analizy numeryczne nośności konstrukcji siłosów z nieliniowym modelem hipoplastycznym są bardziej realistyczne, ale niezwykle czasochłonne, dlatego w badaniach przyjęto uproszczone modele sprężyste.

#### Podłoże sprężyste Winklera-Pasternaka

Materiał sycki (pszenicę) odwzorowano jako dwuparametrowe sprężyste podłoże Winklera-Pasternaka (rys. 7.17a). Dla analizowanego podłoża sprężystego zdefiniowano sprężyny poziome o stałej sztywności  $K_w$  określające sztywność podłoża Winklera oraz sprężyny ukośne o stałej sztywności  $K_p$  określające sztywność podłoża Pasternaka. Stałe sprężystości  $K_w$  i  $K_p$  wyznaczono na podstawie analizy przemieszczeń osiowo-symetrycznego modelu numerycznego materiału syckiego znajdującego się wewnątrz siłosu, obciążonego jednostkowymi wartościami obciążenia liniowego 1 N/mm oraz obciążenia lokalnego w kierunku promieniowym o tej samej wartości rozmieszczone na długości 76 mm. Efektywny moduł sprężystości materiału syckiego  $E_{su}$  dla modelu uproszczonego wyznaczono według poniższego wzoru [2]:

$$E_{su} = \chi \cdot p_{vt} \quad (7.1)$$

gdzie:  $p_{vt}$  – składowa pionowa parcia materiału syckiego oraz  $\chi$  – współczynnik kalibracji wyrażony wzorem  $\chi = 7 \cdot \gamma^{3/2}$ , gdzie  $\gamma$  – ciężar objętościowy składowanego materiału syckiego w kN/m<sup>3</sup>.



Efektywny moduł sprężystości pszenicy wynosił  $E_{Su} = 2,76$  MPa. Jego wartość wyznaczono dla składowej pionowej parcia materiału sypkiego  $p_{vt} = 16,62$  kPa [2] w połowie rozpiętości ściskanego płaskownika. Sztywność podłoża Winklera wyniosła  $K_W = 15,26$  N/mm:

$$K_W = k_w \cdot l_1 \cdot h_1, \quad (7.2)$$

gdzie

$$k_w = p/u_{linear}, \quad (7.3)$$

gdzie  $l_1 = 70$  mm – rozstaw węzłów po obwodzie silosu,  $h_1 = 76$  mm – rozstaw węzłów w dolinach fali blachy falistej,  $p = 1$  N/mm<sup>2</sup> – obciążenie jednostkowe,  $u_{linear} = 348,7$  mm – obliczone przemieszczenie w osiowo-symetrycznym modelu numerycznym bryły dla jednostkowego obciążenia  $p$ . Sztywność podłoża sprężystego Pasternaka przyjęto równą  $K_P = 74,77$  N/mm. Wartość tę wyznaczono w procesie kalibracji, w taki sposób aby przemieszczenia w zastępczym podłożu Winklera-Pasternaka od jednostkowego obciążenia lokalnego były zgodne z przemieszczeniami uzyskanymi w osiowo-symetrycznym modelu numerycznym materiału sypkiego. Dla przyjętej sztywności podłoża Winklera-Pasternaka przeprowadzono analizę porównawczą odkształceń podłoża sprężystego pod wpływem jednostkowego obciążenia skupionego w porównaniu z odkształceniami uzyskanymi dla osiowo-symetrycznego modelu materiału (rys. 7.17b). Różnice w przemieszczeniach wyniosły około 2%.

#### Model bryłowy materiału sypkiego

W analizach przyjęto sprężysty model materiału sypkiego składający się z bryłowych elementów skończonych 3D (rys. 7.18a). Sztywność materiału dla elementów bryłowych przyjęto jak w modelu Winklera-Pasternaka (przy module Younga  $E_{Su} = 2,76$  MPa wg wzoru (7.1)). Bryłowy model pszenicy został dopasowany do kształtu blachy falistej w poziomie analizowanego słupa (rys. 7.18b). Dla pozostałej części modelu materiału sypkiego zastosowano rzadszą siatkę MES, tak że model materiału sypkiego stykał się z blachą falistą jedynie w jej dolinach.

Dla analizowanych modeli sprężystych, zarówno modelu Winklera-Pasternaka, jak i modelu bryłowego, zastosowano kontakt między powierzchnią elementów bryłowych a powierzchnią blachy falistej. Zdefiniowany kontakt powierzchniowy zakładał, że stykające się ze sobą powierzchnie materiału sypkiego i ścian mogą ulegać separacji pomimo wzajemnego połączenia na każdym etapie analizy. Wykluczono występowanie naprężeń rozciągających w pszenicy.

#### Wyniki analizy numerycznej MES

Analizy numeryczne MES silosu z pszenicą przeprowadzono dla szczegółowego modelu numerycznego (rys. 7.9b) o początkowej amplitudzie imperfekcji geometrycznych  $w = 15$  mm, przyjętej na podstawie pomiarów geodezyjnych dla pustego silosu (rys. 7.4). Zależność siły ściskającej  $N$  od przemieszczenia pionowego  $u$  przedstawiono na rys. 7.19.

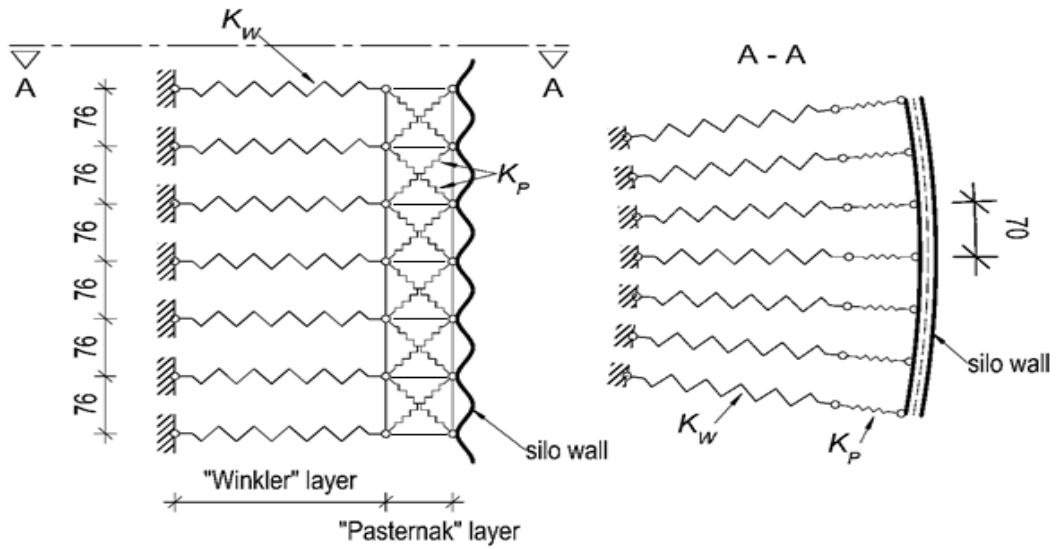
Siła ściskająca w ściągę wzrosła w obliczeniach z materiałem sypkim do  $N = 69$  kN dla modelu bryłowego (krzywa przerywana „a” na rys. 7.19) i do  $N = 65$  kN dla sprężystego podłoża Winklera-Pasternaka (krzywa kreska-kropka „a” na rys. 7.19). W porównaniu z pustym silosem ( $N = 58$  kN)

obliczony wzrost siły  $N$  w ściągu (o około 10-20%) był mniejszy niż w doświadczeniach (o około 20%). Obliczona siła ściskająca w płaskowniku była niższa i wyniosła  $N = 50$  kN (model bryłowy) i  $N = 52$  kN (podłoże Winklera-Pasternaka) (krzywe przerywana i kreska-kropka „b” na rys. 7.19), co spowodowało wzrost w stosunku do pustego silosu ( $N = 44$  kN) o około 15%-20% (mniej niż w doświadczeniach, gdzie wzrost dla pełnego silosu wynosił 45%). W porównaniu z wynikami doświadczalnymi siły  $N$  ( $N = 49$  kN i  $N = 39$  kN) obliczona średnia nośność słupa była wyższa o około 35% dla ściągu i o 30% dla płaskownika. Krzywe numeryczne  $N = f(u)$  są nieco inne dla dwóch modeli materiału sypkiego (dla  $w=15$  mm) (rys. 7.19), ze względu na różny rozstaw sprężyn w modelu Winklera-Pasternaka odnosząc się do wymiaru bryłowych elementów skończonych.

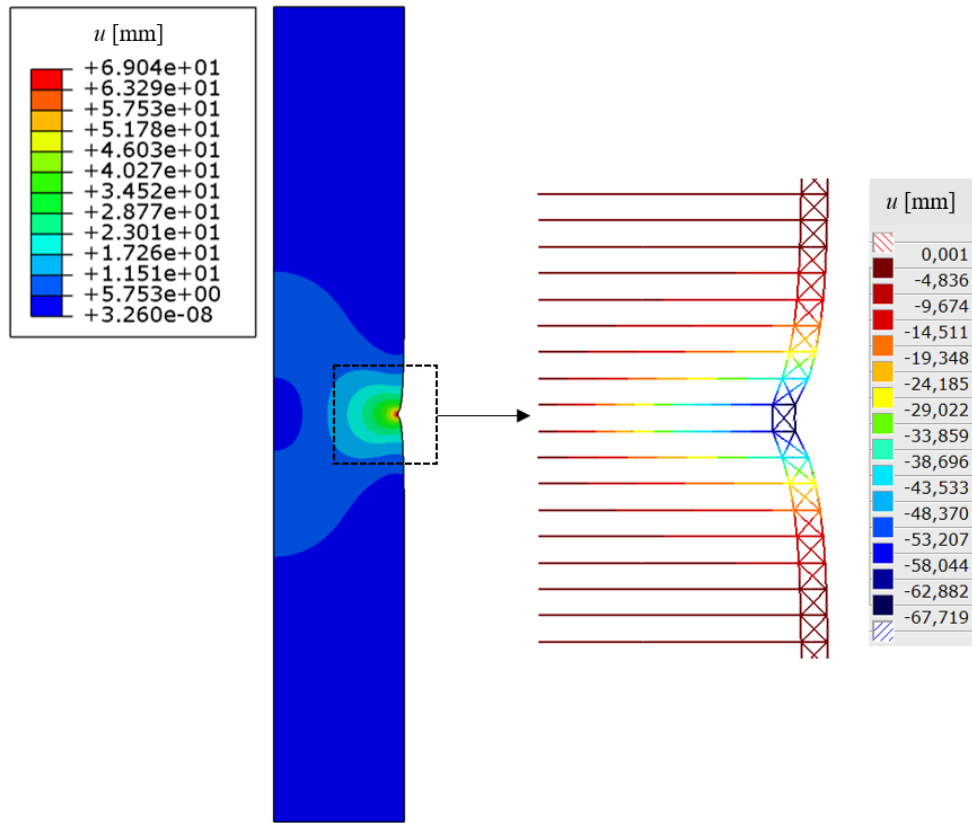
Deformacje silosu z materiałem sypkim, które otrzymano na podstawie analiz numerycznych przedstawiono na rys. 7.20a (model bryłowy pszenicy) i rys. 7.20b (podłoże Winklera-Pasternaka). Uzyskana długość półfali wyboczeniowej w kierunku pionowym wyniosła około 340 mm (rys. 7.20a) dla modelu z bryłowymi elementami skończonymi i około 300 mm (rys. 7.20b) dla modelu z podłożem Winklera-Pasternaka (średnio odpowiednio o 5% i 27,5% mniej niż w doświadczeniach, rys. 7.6b). Lepszą zgodność deformacji z doświadczeniem (rys. 7.6a) uzyskano dla modelu materiału sypkiego w postaci bryłowych elementów skończonych.

Dla silosu pustego i silosu napełnionego materiałem sypkim obliczona długość półfali wyboczeniowej w kierunku obwodowym była około dwukrotnie niższa niż przyjęta w procedurze normowej (Eurokod 3 [5]). W związku z tym, nośność na wyboczenie obliczona na podstawie normy została niedoszacowana.

Przyczyny rozbieżności między wynikami doświadczalnymi i numerycznymi, dotyczące granicznej wartości siły ściskającej słup  $N$ , wynikają prawdopodobnie z przyjęcia zbyt dużej początkowej amplitudy imperfekcji geometrycznych dla silosu wstępnie napełnionego materiałem sypkim. W analizowanych konstrukcjach silosów, ciśnienie powstałe w wyniku składowania materiału sypkiego (napór normalny), zazwyczaj wygładza istniejące niedoskonałości konstrukcji (imperfekcje geometryczne) [1]. Dla amplitudy imperfekcji  $w = 7,5$  mm obliczona siła  $N = 60$  kN w płaskowniku była o 20% większa niż dla  $w = 15$  mm ( $N = 52$  kN), a nośność na wyboczenie była tylko o 10% mniejsza niż w doświadczeniach.

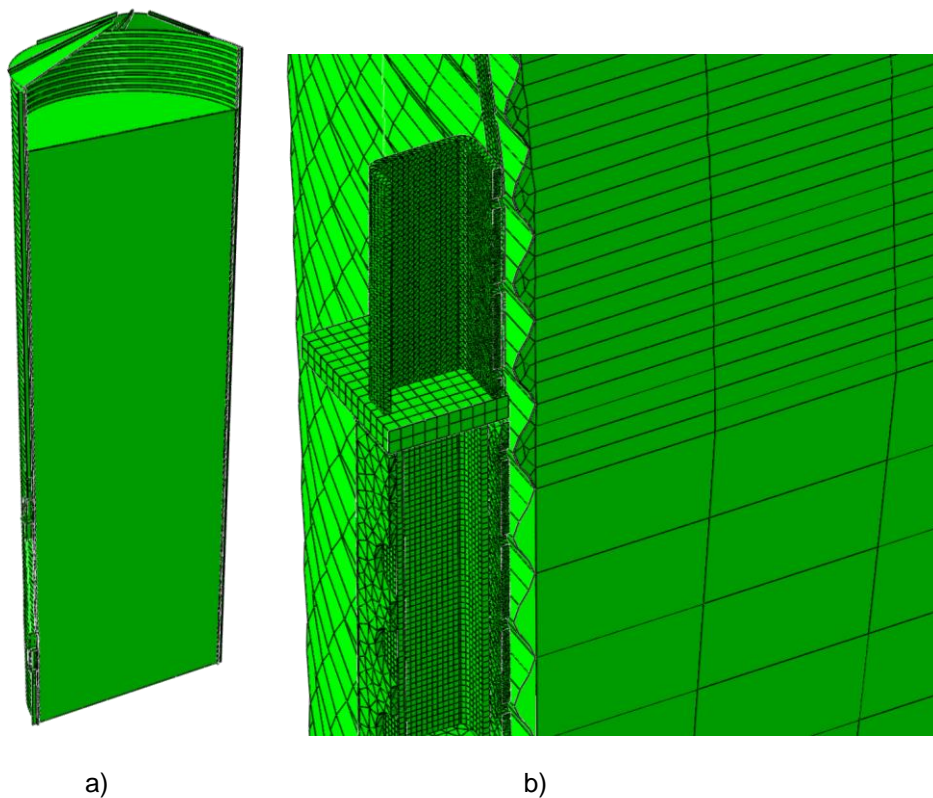


a)

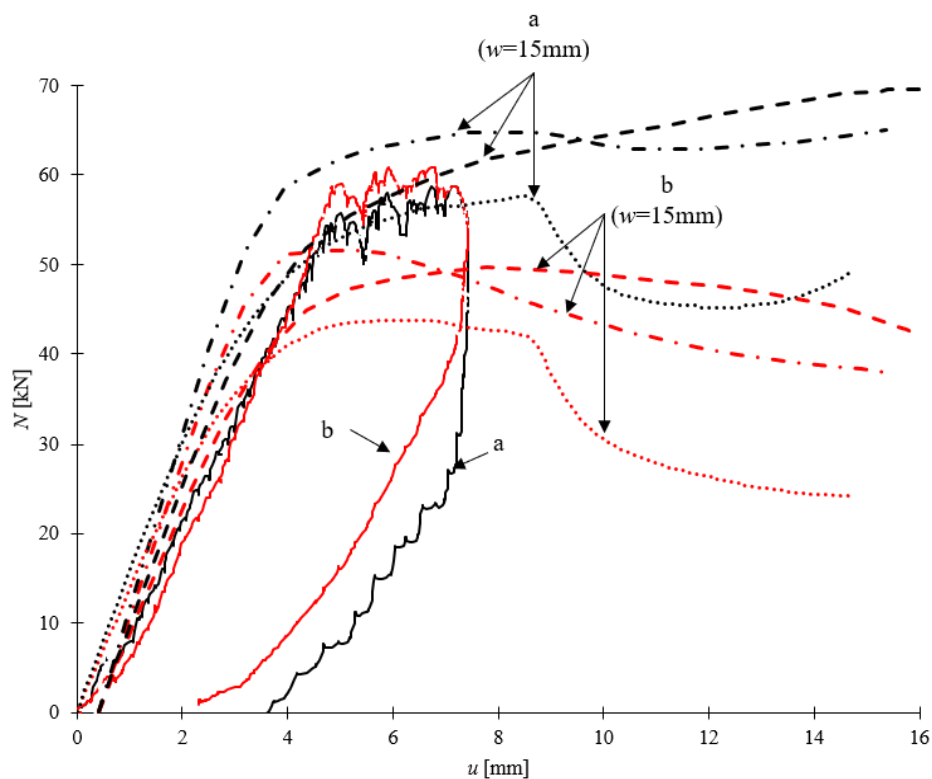


b)

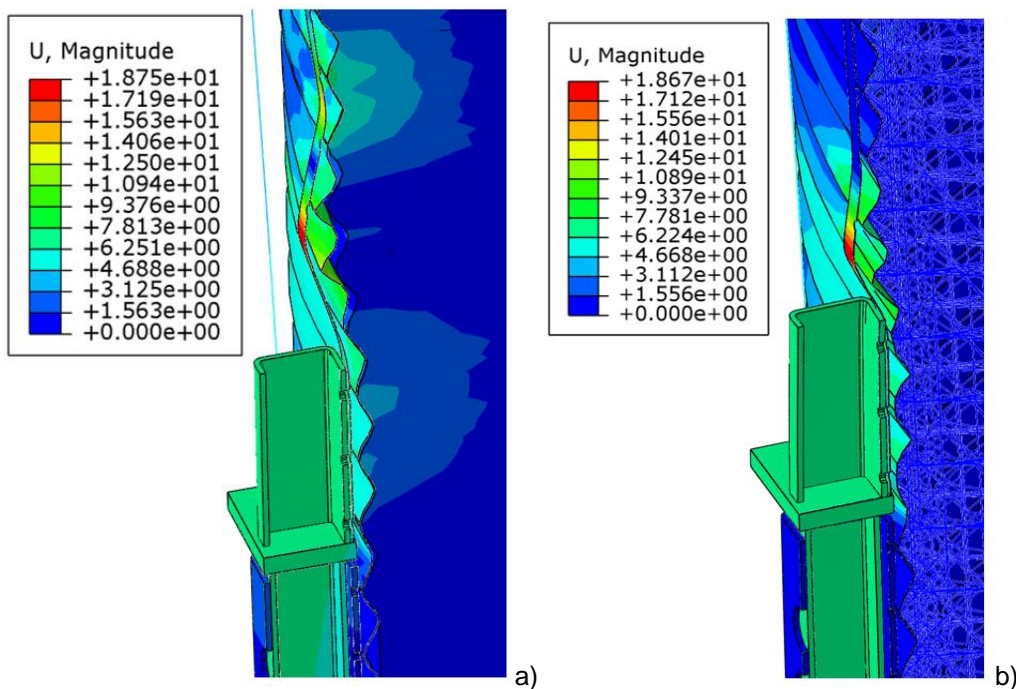
**Rys. 7.17:** Osiowo-symetryczny model podłoża sprężystego Winklera-Pasternaka: a) schemat i b) analiza porównawcza równoważnego sprężystego modelu podłoża Winklera-Pasternaka z modelem osiowosymetrycznym od jednostkowego obciążenia skupionego (przemieszczenie  $u$  [mm]).



**Rys. 7.18:** Bryłowy model numeryczny MES dla materiału sypkiego: a) widok przekroju i b) uszczegółowienie siatki MES w rejonie analizowanego słupa.



**Rys. 7.19:** Wyniki analiz numerycznych MES dla szczegółowego modelu 3D rzeczywistego silosu z pszenicą: zależność pionowej siły ściskającej  $N$  od pionowego przemieszczenia  $u$  („a” - siła w ściągach, „b” - siła w płaskowniku, „linia ciągła” - doświadczenia, „linia kropkowana” - bez wypełnienia silosu, „linia kreska-kropka” - wynik MES z podłożem Winklera-Pasternaka i „linia przerywana” - wynik MES z sprężystymi elementami bryłowymi).



**Rys. 7.20:** Wyniki analiz numerycznych MES dla rzeczywistego silosu z pszenicą: deformacja z mapą globalnego przemieszczenia [mm] (a) model z podłożem Winklera-Pasternaka oraz b) sprężyste podłoże w postaci elementów bryłowych).

## 7.6 Wnioski

Na podstawie przeprowadzonych doświadczeń i nieliniowych analiz numerycznych MES, można sformułować następujące wnioski dotyczące nośności na wyboczenie pojedynczych słupów silosów z blachy falistej z pionowymi słupami:

- Obecność pszenicy w silosie spowodowała zwiększenie w doświadczeniach nośności słupa o około 45 %. Wzrost nośności słupa w analizach numerycznych MES, wynikający z przyjęcia sprężystego modelu materiału sypkiego imitującego pszenicę był niższy (15-20 %), co prawdopodobnie było spowodowane założeniem zbyt dużej amplitudy początkowych imperfekcji geometrycznych.
- Nośność na wyboczenie rzeczywistego silosu bez materiału sypkiego określona według Eurokodu 3 była dwukrotnie niższa niż doświadczalna (zgodnie ze normową procedurą dla rzadkiego rozstawu słupów, do której kwalifikował się analizowany silos). Procedura normowa wymaga zatem dalszych ulepszeń. Najbardziej zbliżone wyniki uzyskane w analizach MES pustego silosu w porównaniu do doświadczeniami (różniące się o 10 - 20%), uzyskano dla trójwymiarowego modelu powłokowego z początkowym kształtem imperfekcji geometrycznej uzyskanym na podstawie doświadczeń (o amplitudzie imperfekcji równej 15 mm). Model prętowy słupa był dwukrotnie mniej dokładny niż model powłokowy.
- Długość półfali wyboczeniowej w kierunku obwodowym, którą uzyskano w doświadczeniach dla silosu rzeczywistego oraz w analizach numerycznych była około dwukrotnie krótsza niż zakłada to Eurokod 3. Większa założona w normie długość obwodowej półfali wyboczeniowej spowodowała, że uzyskano niższą nośność na wyboczenie słupa wg procedury normowej.

- Przyjęcie początkowych imperfekcji geometrycznych odpowiadających pierwszej postaci wyboczenia LBA o amplitudzie 15 mm spowodowało zbyt dużą redukcję nośności analizowanego słupa (o 100%) w porównaniu do imperfekcji zgodnych z doświadczalną deformacją konstrukcji w momencie zniszczenia.
- Doświadczalna nośność na wyboczenie pojedynczego słupa z blachą falistą w skali laboratoryjnej, była dwukrotnie większa niż nośność słupa bez blachy falistej. Bez blachy falistej uzyskano 1,5-krotnie większe deformacje analizowanego układu przy dwukrotnie niższej sile niszczącej.

## 8 PODSUMOWANIE I WNIOSKI

Na podstawie przeprowadzonych analiz numerycznych i badań doświadczalnych, które dotyczyły konstrukcji silosów wykonanych z blachy falistej wzmocnionych pionowymi słupami po obwodzie z różnymi typami imperfekcji geometrycznych można wyciągnąć następujące wnioski:

- Wyniki numeryczne MES uzyskane na podstawie analizy modelu segmentu silosu z odpowiednimi warunkami brzegowymi wzdłuż jego pionowych krawędzi zewnętrznych były w satysfakcjonującej zgodności z wynikami analizy '3D' dla całego silosu w pełnym zakresie rzadkiego rozstawu słupów ( $d_s \geq d_{s,max}$ ), bez uwzględnienia oraz z uwzględnieniem naporu normalnego działającego na ścianę silosu. Zaproponowany model MES, może być wykorzystany w praktyce inżynierskiej ze względu na niewielką liczbę elementów skończonych i krótki czas obliczeń.
- Współczynnik obciążenia wyboczeniowego  $\lambda$  dla modeli segmentów ściany 'StripFix3C' i 'StripFix4C' (rozdział 5.1.1) był zgodny z wynikami wyboczenia silosu '3D' w całym zakresie rzadkiego rozstawu słupów  $d_s$  (zakresy „1” i „2”) oraz w początkowej części zakresu „3”. W późniejszej części zakresu „3” nośność wyboczeniowa segmentów była nieco wyższa (o 5 - 10%).
- Współczynniki obciążenia wyboczeniowego  $\lambda$  określone na podstawie poprawki do normy 'EC3B+' [5] oraz na podstawie wzoru 'StripPin' (wzór (6.1)) były znacznie bardziej realistyczne niż w modelu zdefiniowanym na podstawie pierwotnej normy 'EC3B' [4]. Wyniki uzyskane na podstawie procedury 'EC3B+' oraz 'StripPin', były maksymalnie niższe o około 50–60% w zakresach „1” i „2” oraz maksymalnie wyższe o 0–20% w zakresie „2”, niż wyniki uzyskane na podstawie modelu '3D'. Oznacza to, że normowa procedura zaproponowana w poprawce do normy [5] prowadzi do zawyżenia nośności silosu w zakresie jej stosowalności dla rozstawu słupów  $d_{s,max} \leq d_s \leq d_{s,max} \times 2$ .
- Zaproponowana modyfikacja sztywności podłoża sprężystego pozwala uzyskać wyniki bliższe do wyników uzyskanych na podstawie modelu całego silosu '3D', niż wyniki uzyskane na podstawie normy EC3 [4] (model 'EC3B') w całym zakresie rzadkiego rozstawu słupów ( $d_s \geq d_{s,max}$ ). Maksymalne wartości współczynnika obciążenia wyboczeniowego  $\lambda$  ('1DFix') były mniejsze o 30–60 % od wyników uzyskanych w analizach '3D'. Różnica była spowodowana brakiem składowej sztywności postaciowej płaszcza w podłożu sprężystym zdefiniowanym dla modelu słupa 1D. W przeciwieństwie do rozwiązania zawartego w poprawce do normy [5] oraz metody 'StripPin', zaproponowana metoda nie zawyża nośności wyboczeniowej silosu.
- W przeciwieństwie do modeli segmentów silosów, metody oparte na rozwiązaniu stateczności słupa na podłożu sprężystym można stosować jedynie w zakresie rzadkiego rozstawu słupów ( $d_s \geq d_{s,max}$ ). Wynika to z faktu, że postać wyboczenia w zakresie gęstego rozstawu słupów (gdzie  $d_s < d_{s,max}$ ) odpowiada postaci wyboczenia powłoki ortotropowej dla której liczba obwodowych półfal wyboczeniowych jest niezależna od liczby słupów. Na jednej półfali wyboczeniowej może znajdować się więcej niż jeden słup (inaczej niż w założeniu procedury normowej stosowanej dla rzadkiego rozstawu słupów).

- Wpływ początkowych imperfekcji geometrycznych na nośność graniczną silosu, określonych na podstawie pomiarów geodezyjnych znacznie różnił się od wpływu na nośność uzyskaną przy uwzględnieniu początkowych imperfekcji geometrycznych zgodnie z globalną postacią wybożenia LBA. Nośność silosu określona przy uwzględnieniu imperfekcji geodezyjnych (GMNA) była wyższa 14% od nośności obliczonej dla imperfekcji początkowych na podstawie pierwszej globalnej postaci własnej LBA. Imperfekcja globalna LBA zawsze skutkowałą najniższym współczynnikiem obciążenia granicznego. Zaleca się symulowanie procesu montażu silosu w celu uzyskania bardziej realistycznych początkowych imperfekcji geometrycznych.
- Do numerycznych badań globalnego wybożenia silosów, można wykorzystać modele segmentów ścian z równoważną powłoką ortotropową z elementami belkowymi. Natomiast uwzględnienie lokalnego wybożenia konstrukcji, wymaga zastosowania pełnego opisu powłokowego konstrukcji w modelach segmentów silosu.
- Oddziaływanie naporu normalnego na ściany silosu spowodowało dwu-/trzykrotny wzrost współczynnika obciążenia wybożeniowego. Obecność obciążenia lokalnego zmniejszyła wytrzymałość na wybożenie do 20 %.
- Obecność pszenicy w silosie spowodowała zwiększenie w doświadczeniach nośności słupa o około 45%. Uwzględnienie w analizach numerycznych MES materiału sypkiego skutkowało niższym wzrostem nośności w porównaniu z doświadczeniami (15-20%), prawdopodobnie było to spowodowane założeniem zbyt dużej amplitudy początkowych imperfekcji geometrycznych.
- Nośność na wybożenie rzeczywistego silosu bez materiału sypkiego określona według Eurokodu 3 była dwukrotnie niższa niż doświadczalna (zgodnie ze normową procedurą dla rzadkiego rozstawu słupów, do której kwalifikował się analizowany silos). Procedura normowa wymaga zatem dalszych ulepszeń. Najbardziej zbliżone wyniki uzyskane w analizach MES pustego silosu w porównaniu do doświadczeniami (różniące się o 10 - 20%), uzyskano dla trójwymiarowego modelu powłokowego z początkowym kształtem imperfekcji geometrycznej uzyskanym na podstawie doświadczeń (o amplitudzie imperfekcji równej 15 mm).
- Długość półfali wybożeniowej w kierunku obwodowym, którą uzyskano w doświadczeniach dla silosu rzeczywistego oraz w analizach numerycznych była około dwukrotnie krótsza niż zakłada to Eurokod 3. Większa założona w normie długość obwodowej półfali wybożeniowej spowodowała, że uzyskano niższą nośność na wybożenie słupa wg procedury normowej. W normie brakuje rozwiązania analitycznego dla przypadku bardzo rzadkiego rozstawu słupów.



## 9 Bibliografia

- [1] Brown C. J., Nielsen J. 1998. Silos: Fundamentals of Theory, Behaviour and Design. Taylor & Francis.
- [2] PN-EN 1991-4. Eurokod 1: Oddziaływania na konstrukcje. Część 4: Silosy i zbiorniki.
- [3] Carson J.W. Holmes T. 2003. Silo failures: Why do they happen? Task Quarterly 7(4): 499-512.
- [4] PN-EN 1993-4-1. Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 4-1: Silosy.
- [5] PN-EN 1993-4-1:2009/A1:2017-08. Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 4-1: Silosy.
- [6] Donnell L. H. 1934. A new theory for the buckling of thin cylinders under axial compression and bending. ASME Trans 56: 795-806.
- [7] Sanders J. L. 1936. Nonlinear theories of thin shells. Quarterly of Applied Mathematics 21(1): 21-36.
- [8] Sondej M., Iwicki P., Tejchman J., Wójcik M. 2015. Critical assessment of Eurocode approach to stability of metal cylindrical silos with corrugated walls and vertical stiffeners. Thin-Walled Structures 95: 335–346.
- [9] Iwicki P., Rejowski K., Tejchman J. 2015. Stability of cylindrical steel silos composed of corrugated sheets and columns based on FE analyses versus Eurocode 3 approach. Engineering Failure Analysis 57: 444-469.
- [10] Sondej M. 2015. Analizy wyboczeniowe metalowych silosów z blachy falistej wzmocnionych słupami, Rozprawa doktorska.
- [11] Iwicki P., Rejowski K. 2016. Simplified stability analysis of steel cylindrical silos with corrugated walls and vertical columns. 13th International Conference on Metal Structures (ICMS): 525-532.
- [12] Iwicki P., Rejowski K., Tejchman J. 2017. Simplified numerical model for global stability of corrugated silos with vertical stiffeners, J. Constr. Steel Res 138: 93-116.
- [13] Iwicki P., Rejowski K., Tejchman J. 2019. Determination of buckling strength of silos composed of corrugated walls and thin-walled columns using simplified wall segment models. Thin-Walled Structures 135: 414-436.
- [14] Rejowski K., Iwicki P., Tejchman J., Wójcik M. 2023. Buckling resistance of a metal column in a corrugated sheet silo-experiments and non-linear stability calculations. Thin-Walled Structures 182: 110206.
- [15] Fayed M., Otten L. 2013. Handbook of Powder Science & Technology. Springer Science & Business Media, USA.

- [16] Rotter J.M. 2001. Guide for the Economic Design of Circular Metal Silos, Spon Press.
- [17] Safarian S.S, Harris E.C. 1985. Design and Construction of Silos and Bunkers, Van Nostrand Reinhold Company.
- [18] Tejchman J., Wu W., Borja R.I. 2013. Confined Granular Flow in Silos: Experimental and Numerical Investigations. Berlin-Heidelberg: Springer.
- [19] Wójcik M., Tejchman J. 2009. Modeling of shear localization during confined granular flow in silos within non-local hypoplasticity. *Powder Technology* 192(3): 298-310.
- [20] Wójcik M., Iwicki P., Tejchman J. 2011. 3D buckling analysis of a cylindrical metal bin composed of corrugated sheets strengthened by vertical stiffeners. *Thin-Walled Structures* 49(8): 947-963.
- [21] Iwicki P., Wójcik M., Tejchman J. 2011. Failure of cylindrical steel silos composed of corrugated sheets and columns and repair methods using a sensitivity analysis. *Engineering Failure Analysis* 18(8): 2064-2083.
- [22] Sondej M., Iwicki P., Wójcik M., Tejchman J. 2016. Stability analyses of a cylindrical steel silo with corrugated sheets and columns. *Steel and Composite Structures* 20: 147-166.
- [23] Iwicki P., Sondej M., Tejchman J. 2016. Application of linear buckling sensitivity analysis to economic design of cylindrical steel silos composed of corrugated sheets and columns. *Engineering Failure Analysis* 70: 105-121.
- [24] Rejowski K., Iwicki P. 2016. Buckling Analysis of Cold Formed Silo Column. *Mechanics and Mechanical Engineering* 20: 109-120.
- [25] Iwicki P., Rejowski K., Tejchman J. 2017. Buckling of simplified models of silo with corrugated walls and vertical stiffeners, in: *Shell Structures: Theory and Applications*. CRC Press/Balkema 4: 235-238.
- [26] Hołała E., Skotny Ł., Boniecka-Klimiuk J., Kuśnierek M. 2016. Experimental investigations on the resistance of vertical stiffeners of steel silos shells made of corrugated sheets, In book: *Metal Structures 2016*: 499-506.
- [27] Hołała E. Kuśnierek M. 2016. Nośność południkowych żeber płaszczy silosów z blachy falistej. *Materiały Budowlane* 525(5): 93-94.
- [28] Błażejowski P., Marcinowski J. 2013. Nośność wyboczeniowa żeber wzmacniających ściany stalowego silosu na zboże. *Budownictwo i Architektura* 12(2): 189-196.
- [29] Błażejowski P., Marcinowski J. 2012. Nośność wyboczeniowa walcowego płaszcza silosu w świetle zapisów normy PN-EN 1993-4-1. *Zeszyty Naukowe Politechniki Rzeszowskiej. Budownictwo i Inżynieria Środowiska* 283(59): 152-160.

- [30] Błażejowski P., Marcinowski J. 2013. The buckling resistance of vertical stiffeners of steel silos for grain storage. 59 Konferencja Naukowa Komitetu Inżynierii Lądowej i Wodnej PAN oraz Komitetu Nauki PZITB - Krynica 2014. Lublin – Krynica: 1-2.
- [31] Carson J.W., Holmes T. 2003. Silo failures: Why do they happen? *Task Quarterly* 7(4): 499-512.
- [32] Dogangun A., Karaca Z., Durmus A., Sezen H. 2009. Cause of Damage and Failures in Silo Structures. *Journal of Performance of Constructed Facilities* 23(2): 65-71.
- [33] Hotała E. 2006. Awaryjność silosów z blachy falistej. *Materiały Budowlane* 402(2): 37-39.
- [34] Hotała E., Pawłowski K. 2011. Awaryjne przeciążenia płaszczy i lejów w silosach z blachy falistej. *Materiały XXV Konferencji Naukowo-Technicznej: Awarie Budowlane*: 793-800.
- [35] Wójcik M., Sondej M., Rejowski K., Tejchman J. 2017. Full-scale experiments on wheat flow in steel silo composed of corrugated walls and columns. *Powder Technology* 311: 537-555.
- [36] Antonowicz R., Bywalski C., Kaminski M. 2014. Analysis of loads and structural capacity of steel silo with corrugated wall for pelleted material. *Journal of Civil Engineering and Management* 20(3): 372-379.
- [37] Hotała E., Aniszczyk A. 2016. Wpływ sztywności walcowych płaszczy silosów na niesymetryczny stan parcia poziomego. *Materiały Budowlane* 525(5): 90-92.
- [38] Maleki S., Mehretehan A.M. 2018. 3D wind buckling analysis of long steel corrugated silos with vertical stiffeners. *Engineering Failure Analysis* 90: 156-167.
- [39] Giżejowski M., Ziółko J. 2023. Projektowanie wybranych stalowych konstrukcji powłokowych z przykładami obliczeń. Wydawnictwo Naukowe PWN.
- [40] Rotter J.M., Zhang Q. 1990. Elastic buckling of imperfect cylinders containing granular solids. *Journal of Structural Engineering (ASCE)* 116(8): 2253-2271.
- [41] Knebel K., Schweizerhof K. 1995. Buckling of cylindrical shells containing granular solids. *Thin-Walled Structures* 23: 295-312.
- [42] Tejchman J. 2004. The influence of bulk solids on buckling strength of silos, *Powder Handling & Processing* 16(4/5): 1-6.
- [43] Von Wolffersdorff P. A. 1996. A hypoplastic relation for granular materials with a predefined limit state surface. *Mechanics of Cohesive-frictional Materials* 1(3): 251-271.
- [44] Niemunis A., Herle I. 1997. Hypoplastic model for cohesionless soils with elastic strain range. *Mechanics of Cohesive-frictional Materials* 2(4): 279-299.
- [45] Kuczyńska N., Wójcik M., Tejchman J. 2015. Effect of bulk solid on strength of cylindrical corrugated silos during filling. *Journal of Constructional Steel Research* 115: 1-17.

- [46] Wójcik M., Tejchman J. 2015. Simulation of buckling process of cylindrical metal silos with flat sheets containing bulk solids. *Thin-Walled Structures* 93: 122-136.
- [47] Janssen H. A. 1895. Versuche uber Getreidedruck in Silozellen. *Z. Ver. dt. Ing.* 39: 1045-1049.
- [48] Walters J.K. 1973. A theoretical analysis of stresses in silos with vertical walls. *Chemical Engineering Science* 28: 13-21.
- [49] PN-EN 1993-1-1. Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych - Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków.
- [50] Brzozowski K., Pawlikowski M., Nowakowski T. 2013. Silos do magazynowania materiałów sypkich. Patent PL 215365 B1, Rieła Polska z o.o.
- [51] Turner M. 1956. Stiffness and Deflection Analysis of Complex Structures. *Journal of the Aeronautical Sciences* 23: 805-823.
- [52] Zienkiewicz O.C. 1972. *Metoda elementów skończonych*. Arkady Warszawa.
- [53] PN-EN 1993-1-6. Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-6: Wytrzymałość i stateczność konstrukcji powłokowych.
- [54] Marcinowski J. 2017. *Stateczność Konstrukcji Sprężystych*, Dolnośląskie Wydawnictwo Edukacyjne.
- [55] Fallis A., Techniques D. 2010. Dassault Systèmes Simulia, ABAQUS documentation. Abaqus 6.10
- [56] Chróścielewski J., Makowski J., Pietraszkiewicz W. 2004. *Statyka i dynamika powłok wielopłatowych : nieliniowa teoria i metoda elementów skończonych*. Instytut Podstawowych Problemów Techniki PAN.
- [57] Iwicki P., Tejchman J., Chróścielewski J. 2014. Dynamic FE simulations of buckling process in thin-walled cylindrical metal silos. *Thin-Walled Structures* 84: 344-359.
- [58] Wilde K., Rucka M., Rejowski K., Kuczyńska N., Wójcik M., Tejchman J. 2013, Raport wewnętrzny z pomiarów przyspieszeń, przemieszczeń i temperatury silosu w Radomicach koło Czerniejewa. Wydział Inżynierii Lądowej i Środowiska, Politechnika Gdańska.
- [59] Awrejcewicz J., Krysko V.A. 2003. *Nonclassical Thermoelastic Problems in Nonlinear Dynamics of Shells*. Berlin: Springer.
- [60] Tejchman J., Górski J. 2008. Computations of size effects in granular bodies within micropolar hypoplasticity during plane strain compression. *International Journal of Solids and Structures* 45(6): 1546-1569.

#### Źródła internetowe

- [I1] <http://www.riela.pl>